

## Zweyter Abschnitt.

Von der Stellung der Meßinstrumente über einen Punct, und dem Gebrauche derselben bey Messung der Winkel.

### A. Stellung und Gebrauch des Nektisches.

#### §. 87.

1. Aufgabe. Eine auf dem Nektische gegebene gerade Linie in die Verticalebene ihrer gleichnamigen auf dem Felde so zu stellen, daß einer ihrer Endpuncte zugleich auch lothrecht über seinen gleichnamigen stehe.

Auflösung. Man richte die Stativfüße dergestalt aus einander, daß das Tischblatt eine bequeme Höhe, und beyläufig eine horizontale Lage erhalte, zugleich aber auch die auf dem Tische gegebene Linie ungefähr in die verticale Ebene der gleichnamigen auf der Erde, und zwar mit den gleichnamigen Endpuncten über einander zu liegen kommen. Dieses wird dadurch leicht bewirkt, wenn man sich bey geöffneter Herzschraube in die Verlängerung der zwey gegebenen Linien hinter das Tischblatt stellt, und den ganzen Tisch nach Erforderniß rechts oder links in die verlangte Verticalebene indessen beyläufig hinein hebt. Oder man läßt den Nektisch durch einen Handlanger mit seinen Achseln unter die Fußscheibe schließend, über den verlangten Punct heben, wobey er sich nach einiger Übung bey aufgelegter Lothgabel und beyläufiger Orientirung des Nektisches selbst leicht dirigiren kann \*).

3.

Nun gebe man dem Tischblatt die genaue horizontale Lage dadurch, indem man die Wasserwage ungefähr in die Mitte auf das

\*) Geübtere Geometer bedienen sich anstatt der Lothgabel nur eines kleinen Steinchens, Federmessers u. dgl., welches sie unter dem Tischblatte gerade unter dem gegebenen Puncte zwischen zwey Fingern halten, und dann frey fallen lassen, wodurch der gleichnamige Punct auf der Erde auch entweder genau, oder das noch Fehlende, angezeigt wird.

**Fig. 3.** selbe so stellt, daß ihre Länge mit demjenigen Stativfuß, bey welchem man dem Tische die Richtung gibt, beynahе einen rechten Winkel macht \*). Steht nun die Luftblase von ihrer mittlern Stelle rechts, so drücke man die Spitze des erwähnten Fußes links, umgekehrt aber rechts, bis die Luftblase beyläufig einspielt. Hierauf wende man die Wasserwage so um, daß sie mit ihrer vorigen Lage unter einem rechten Winkel, und also in die Verlängerung des Directivfußes zu stehen kommt; steht nun die Luftblase dießseits ihrer mittlern Stelle, so biege man die Spitze desselben Fußes in gerader Richtung, d. h. weder rechts noch links drückend, gegen sich heraus, im entgegengesetzten Falle aber von sich hinweg gegen den Tisch hinein, und drücke ihn auch zugleich jedes Mahl fest in die Erde, bis die Luftblase ungefähr ihre mittlere Stelle einnimmt. Nun wird dem Tischblatte die genaue horizontale Lage mit der Horizontalschraube gegeben (§. 16. 1.).

Endlich lege man das Diopterlineal an die gegebene Linie auf das Tischblatt, und gebe diesem mittelst der Wendeschrauben (§. 16. 2) die genaue Richtung nach dem andern Endpunkte der auf dem Felde gegebenen Linie. Zeigt sich hier eine merkliche Abweichung des Tischpunctes von seinem gleichnamigen auf der Erde: so bewirkt man ihre lothrechte Stellung über einander durch die Seitenverschiebungen (§. 16. 3.).

**40. Aufgabe.** Eine auf dem Nivestisch gegebene Gerade  $ab$  in irgend einem Puncte ihrer gleichnamigen  $AB$  auf dem Felde zwischen ihren Endpuncten in die Verticalebene zu richten.

**Auflösung.** Man bestimme in der Geraden auf dem Felde (vermöge §. 74. 2.) einen Punct, z. B.  $d$ , stelle das Tischblatt mit der darauf gegebenen Geraden nach der vorhergehenden Aufgabe beyläufig darüber und auch zugleich horizontal.

Nun lege man an  $ab$  das Visirlineal, drehe das Tischblatt,

\*) Kommt der Tisch auf eine Bergwand zu stehen, so müssen zwey seiner Füße jedes Mahl abwärts, der dritte aber an der Bergwand aufwärts stehen. Mit diesem Fuße muß man stets dem Tisch bey der horizontalen Richtung die nöthige Direction geben. Nach Umständen und dem Locale muß öfters in steilen Schluchten der Tisch so gestellt werden, daß zwey seiner Füße auf die Wand, der dritte aber in die Tiefe, oder auch alle drey Füße auf den Wänden beynahе flach ausgestreckt werden, während der operirende Geometer in der Tiefe der Schlucht steht.

bis man durch die Diopter einen der Endpuncte auf dem Felde sieht, Fig. und visire sodann bey unverrückten Dioptern auch nach dem andern 40. Endpunct. Dieser Visirstrahl aber wird selten auf seinen Gegenstand genau treffen, vielmehr wird sich zwischen beyden ein gewisser Abstand *Bm* zeigen.

Hierbey erreicht man schnell seinen Zweck, wenn man sich in der Mitte dieses Abstandes *Bm* (in der Luft) einen Punct denkt, das Tischblatt mittelst der Wendeschrauben dreht, bis der Diopterfaden den in der Luft gedachten Punct deckt. Nun schiebt man das Tischblatt, bey noch immer unverrückt gebliebenen Dioptern, nach Erforderniß rechts oder links, und wiederholt die erst beschriebene Operation so lang, bis durch diese Annäherung endlich beyde Gegenstände oder die Endpuncte der gegebenen Geraden *AB* auf der Erde von den Diopterfäden zugleich gedeckt werden.

Könnte der Tisch nicht über einen Endpunct der gegebenen Geraden, jedoch in ihre Verlängerung gestellt werden: so bestimant man nach (§. 73. oder 74.) in der Verlängerung einen beliebigen Punct, und verfährt übrigens, wie erst gezeigt worden ist.

Die in den zwey Aufgaben beschriebenen Operationen nennt man den Tisch über einen Punct in die Verticalebene einer gegebenen Geraden stellen (orientiren), der Punct selbst aber wird ein Standpunct, und diejenige Gerade, auf deren Endpuncten man, oder zwischen diesen den Nivestisch (oder ein anderes Mesinstrument) stellet, eine Standlinie genennt.

3. Aufgabe. In eine auf dem Nivestische gegebene Gerade einen Winkel zu verzeichnen, der einem auf dem Felde gegebenen Winkel gleich ist. 3.

Auflösung. Man stelle den Nivestisch mit einem Endpuncte der gegebenen Geraden über den gleichnamigen auf der Erde (als den Scheitelpunct des gegebenen Winkels) vermög der vorhergehenden I. Aufgabe, lege das Diopterlineal an diesen Punct (als den Scheitelpunct des zu bestimmenden Winkels), visire nach dem zweyten Objecte des auf dem Felde gegebenen Winkels, und mache diese Visirlinie auf dem Tischblatte durch eine feine Bleylinie sichtbar \*): so ist der dadurch auf dem Tische verzeichnete Winkel jenem auf dem Felde genau gleich.

\*) Dabey muß der nach §. 41, 5) zugerichtete Bleystrift gleichförmig und gerade an der Kante des Lineals gehalten und geführt werden.

Fig.  
3.

Denn man denke sich durch die Gegenstände *E* und *D* (die wie immer über den Punct *A* erhöht oder auch vertieft seyn können) die Verticallinien *EB* und *DC*, und durch den Punct *A* eine horizontale Fläche dergestalt erweitert, bis die Verticallinien *EB* und *DC* in den Puncten *C* und *B* geschnitten werden, es wird also vermög §. 6. die durch *A* gedachte horizontale Ebene *ABC* mit der Oberfläche des Meßtisches parallel; und folglich der Winkel  $c a b = C A B$  seyn, weil ihre Schenkel wechselsweise mit einander parallel laufen. (Gmtr. 160. 4.)

### §. 88.

Bedient man sich einer Anschlagnadel (§. 43.), die während des Visirens in den Scheitel des zu verzeichnenden Winkels gesteckt wird: so muß man das Visirlineal während des Drehens um die Nadel auch zugleich gegen sich ziehen, oder von sich hinweg schieben, wobey man aber immer auch visiren und das Lineal an die Nadel anhalten muß. Durch die Beobachtung dieses einfachen Handgriffes werden die Nadeln geschont, die man sonst sehr leicht und oft absprengt, welches zwar an sich kein so großes Unglück wäre, wenn man in diesen nämlichen Punct, wo die abgebrochene Spitze steckt, wieder eine andere einstecken könnte. Es würde fehlerhaft seyn, wenn man neben die abgebrochene Spitze eine andere Nadel stecken, und weiter operiren wollte. In einem solchen Falle kann man den Abgang der Anschlagnadel, zur Förderung der Arbeit, ohne Nachtheil für die Genauigkeit durch folgendes Mittel ersetzen.

Nachdem man nämlich das Visirlineal genau an die gegebene Linie, in welcher der Scheitel des zu verzeichnenden Winkels sich befindet, anlegt, und beyläufig nach dem Objecte auf dem Felde gerichtet hat, schiebe man ein Eck der Wasserwage sanft und genau an den Punct hin, über welchem das Visirlineal liegt, und um welchen dasselbe gedreht werden soll, lasse die Wasserwage durch einen Gehülfsen fest auf das Tischblatt andrücken: so kann nun das Visirlineal um dieses Eck der Wasserwage gedreht, und nach einem Gegenstande visirt werden, als wenn dasselbe an einer Nadel anläge, ohne daß die Genauigkeit im geringsten gefährdet wird. Um sicher zu seyn, daß der Gehülfe die Wasserwage nicht verrückt habe, muß man, ehe man die Visirlinie zieht, nachsehen, ob die Schneide des Lineals noch genau über dem Punct liege.

### §. 89.

Sehr oft ist es nöthig, den Meßtisch auch durch Hülfe der Magnetnadel zu orientiren, welches auf folgende Art geschieht. Nach-

dem derselbe in irgend einem Standpunkte nach einer geraden Linie Fig. vermöge der vorhergehenden Aufgaben bereits orientirt worden ist: so lege man die Busssole ungefähr in die Mitte des Tischblattes, lasse die Magnetnadel im Nordzeichen einspielen, lege sodann das Visirlineal an eine Seite der Gehäusplatte, welche mit der Richtung der Magnetnadel parallel ist, sachte daran (verbessere die Lage der Busssole, wenn sie hierbey verrückt worden wäre), und markire an den beyden Tischrändern die Richtung und Lage des Lineals durch feine, kurze Bleystiftlinien, auch zur noch mehrten Deutlichkeit mit geringelten Nadelstichen, und bezeichne endlich die Nordseite mit dem Buchstaben *N*. Wird an diese Marken nachher das Lineal wieder angelegt, die Busssole gehörig daran geschoben, und die Nadel zum Einspielen gebracht: so ist man im Stande, den Nektisch an jedem Punkte der Aufnahmsfläche zu orientiren, d. h. dergestalt zu richten, daß alle Linien auf dem Nektische mit ihren gleichnamigen auf dem Felde parallel laufen, welches aus dem Folgenden erhellet:

Es sey *ab* eine gegebene gerade Linie auf dem Nektische, durch welche derselbe nach ihrer gleichnamigen *AB* vermög §. 87. orientirt ist \*), und deren Verlängerung mit der Richtung der Magnetnadel den Winkel *n* einschließen; nun sey der Nektisch in einem andern beliebigen Punct *C* übertragen, und allda vermöge des vorigen durch Hülfe der Magnetnadel orientirt worden: so muß, wegen der Eigenschaft der Magnetnadel (§. 32.), der Winkel *n'*, den die Gerade *a' b'* hier in diesem Puncte mit der Richtung der Magnetnadel einschließt, dem vorigen Winkel *n* ganz gleich seyn, so wie die beyden Richtungen *ng* und *pn'* selbst, ohne in der Ausübung (auf kleinen Strecken) eine merkliche Abweichung zu besorgen, als parallel angesehen werden können (§. 32.).

Da nun  $n = n'$  vermög der Eigenschaft der Magnetnadel, und  $n = p$  ist, vermög Gmtr. 36. 2):

so ist auch  $n' = p$  (Kk. 40., Grunds. III.).

Nun aber sind *n'* und *p* äußere und innere Winkel an derselben

\*) Unter gleichnamigen Linien versteht man hier solche, die auf dem Nektische nach einem verjüngten Maße eben so viele Klaffern u. c., als diejenigen auf dem Felde, welche mit ihr parallel laufen, nach einem Normalmaße wirklich enthalten.

Fig. Seite der Durchschnittslinie; folglich läuft  $a' b'$  mit  $ab$  oder  $AB$  parallel. (Gmtr. 37. 2.)

Ist nun die Gerade  $a' b'$ , welche  $= || ab$  ist (Gmtr. 33.), die Seite eines Vieleckes auf dem Nivestische, und  $AB$  die gleichnamige Seite eines andern ähnlichen Vieleckes auf dem Felde: so erhellet, daß auch alle übrige gleichnamige Linien dieser Vielecke mit einander parallel sind (Gmtr. 117).

1) Soll der Nivestisch von einem Orte nach einem andern getragen werden, so geschieht es zum Vortheil des Trägers und des Instrumentes auf folgende Weise: Der Tischträger steckt seinen Kopf zwischen zwey Füße des Stativs; steht der Nivestisch auf einer Bergwand, so steckt er ihn jedes Mahl durch die zwey untern, an der Bergwand abwärts stehenden Füße, und zieht den Tisch mit beyden Händen dergestalt über sich, daß jene zwey Füße auf seine Achseln, der dritte Fuß aber über seinen Kopf zu liegen kommen. Auf dieselbe Art wird der Nivestisch, und zwar an Bergwänden mit zwey Füßen jedes Mahl von unten aufwärts niedergestellt, und sodann auf den dritten Fuß hinübergelassen.

2) Ist der Nivestisch durch Gebüsch über Gräben, Schluchten u. dgl. zu tragen, so ist es zur Vermeidung aller Beschädigung des Instrumentes nothwendig, das Tischblatt vom Stativ herab zu nehmen, und durch einen zweyten Gehülfsen tragen zu lassen.

### Über den Gebrauch der Anschlagnadel bey dem Nivestische.

#### §. 90.

1) Wenn man bey dem Orientiren des Nivestisches das Visirlineal nur an Eine in einen Punct gesteckte Anschlagnadel anlegt: so weicht die Orientirung von der wahren Richtung um einen kleinen Winkel  $abc$  ab, der um so größer wird, je dicker die Nadel ist, und je näher der Orientirungspunct an dem Standpuncte des Tisches liegt. Dieß zu vermeiden, müßte man auf dem Tische in dem Orientirungspuncte sowohl, als in dem Standpuncte zwey gleich dicke Nadeln stecken, um das Visirlineal  $ka$  daran zu legen. Da aber auch bey der Detailvermessung der Orientirungstrayon an den Rändern des Tischblattes markirt, und dieses vermittelst Anlegung des Visirlineals an jene Marke (ohne Gebrauch der Anschlagnadel) orientirt wird: so findet hier die erst erwähnte, von der halben Nadeldicke herrührende Abweichung nicht Statt.

2) Obschon bey der Detailvermessung die von der halben Nadeldicke herrührende Abweichung an und für sich als Null zu betrach-

ten ist: so kann sie doch merklich werden, wenn zufällig mehre derselben zusammen treffen, um so mehr, wenn sich die Visirlinien auch noch sehr schief durchschneiden. Diesem schädlichen Zusammentreffen jener im Einzelnen nichts bedeutenden Abweichungen kann man aber durch eine geringe Aufmerksamkeit auf folgende Weise vorbeugen: Wenn man nämlich immer in jeden zwey zu einer und derselben Standlinie gehörigen Standpuncten das Visirlineal auf der gleichnamigen Seite an die Nadel anlegt, und zum Visiren gebraucht, d. h. wenn es im Standpuncte *a*, z. B. an der westlichen (hier linken oder äußern Seite) in *m* anlag, daß es sonach auch im zweyten Standpuncte *b* an die westliche (ebensfalls linke aber innere Seite) *p* zum Visiren angelegt werde.

3) Hierdurch wird zwar jede aus einer und derselben Standlinie *ab* bestimmte Vermessungsfläche oder Parthie, beyläufig um die halbe Nadeldicke entweder links (wie bey *f*), oder rechts (wie bey *i*) gerückt \*), aber die Puncte unter sich in derselben Parthie haben ihren richtigen Abstand; folglich hat auch die ganze Parthie, so wie jede einzelne Parzelle, ihren richtigen Flächeninhalt.

4) Da die aufzunehmenden Rieden und Parthien gewöhnlich an Wege, Bäche, Flüsse, Gräben oder anderen werthlosen Boden stoßen: so kann eine solche, bey obiger Aufmerksamkeit: das Lineal bey dem Visiren immer an der gleichnamigen Seite der Nadel zu gebrauchen, bis auf eine Kleinigkeit reducirte Abweichung in diese nutzlosen Bodentheile hingedrängt, und also auch dann ganz und gar unschädlich gemacht werden, wenn selbst die jenseits dieser werthlosern Bodentheile anstoßende Parthie zufällig um eine eben solche Verrückung entgegen, oder von ihr weggerückt worden wäre.

5) Nicht so aber verhält es sich, wenn die obige Vorsicht nicht gebraucht, sondern das Visirlineal beyde Mahle auswärts oder

---

\*) Diese Abstände *ef* oder *ei* betragen nie die halbe Dicke der gebrauchten Nadel, weil die Linien *mf* und *ae* nicht parallel, sondern zusammen laufen, und in dem anvisirten Objecte auf dem Felde sich schneiden; daher ist ein solcher Abstand desto kleiner, je dünner die gebrauchte Nadel, und je weiter das anvisirte Object vom Tische entfernt ist.

Fig. beyde M. hle einwärts der Nadel angelegt wurde, wo dann im ersten Falle die Durchschnittspuncte zu weit vom Tische (wie bey *h*), im zweyten Falle aber zu nahe an demselben liegen (wie bey *g*). Geschieht dieses sodann auch zufällig bey der anstoßenden Parthie: so wird die dadurch entstehende Abweichung schon merklicher, um so mehr, wenn die Visirlinien sich auch noch ziemlich schief durchschneiden, und diese Schnitte die Grenzen von langen und schmalen Parzellen bestimmen. Denn bey einer Abweichung von  $0^{\circ},3$  in der Breite, an einer  $300^{\circ}$  langen Parzelle durch die ganze Länge beträgt die Fläche  $300 \cdot 0,3 = 90$  Quadratlastern, und eine Besteuerung auf 90 Quadratlastern mehr bey kleinen Parzellen, kann einem Eigenthümer, der diese Fläche in der Wirklichkeit nicht, sondern sein Nachbar besitzt, wohl nicht gleichgültig seyn. Eine Parzelle von obiger Länge aber gehört noch nicht zu den längsten, folglich kann der Fehler in manchen Fällen auch noch größer werden.

6) Wenn man bey dem Gebrauche der Anschlagnadel das Visirlineal so unsanft an die Nadel wirft, daß diese beträchtlich seitwärts gedrückt, oder gar abgebrochen wird: so kann im ersten Falle ein Rayon, welcher längs dem an der schiefen Nadel anliegenden Lineale gezogen wird, leicht um einige Fuß (verjüngten Mafses) abweichen, in letzterem Falle aber darf man, um merkliche, dadurch entstehende Abweichungen zu vermeiden, ja keine andere Nadel neben der abgebrochenen einstecken, sondern man bedient sich viel vortheilhafter des §. 88. gezeigten Mittels, um sowohl geschwind als richtig zu visiren.

Auch dadurch weichen die Visirlinien beträchtlich ab, wenn die Nadel nicht vertical, sondern schief eingesteckt, und das Lineal an derjenigen Seite angelegt wird, gegen welche die Nadel sich neigt, daher die untere Kante des Lineals von der Nadel absteht. Die davon herrührende Abweichung ist um so größer, je schiefere die Nadel steckt, und je näher der anvisirte Gegenstand am Nivestische liegt.

7) Manche bleiben aus zu großer Ängstlichkeit, die Nadel zu beschädigen, von derselben hinweg, d. h. sie legen den Rand des Lineals nicht genau an die Nadel an, und verfallen in den entgegengesetzten Fehler der Vorigen.

8) Um demnach bey dem Gebrauche der Nadel sowohl schnell als richtig zu visiren, lege man das Visirlineal beynah in der Richtung des anzuvisirenden Gegenstandes mit der obigen Beobachtung unter 1) an die Nadel sanft an, ergreife das Augendioptr unten an der Scharniere mit beyden Händen, nämlich mit den beyden Daumen,



Zeug- und Mittelfingern, und ziehe das Lineal, während man nach Fig. dem Objecte visirt, und mit einem der freyen Finger sanft gegen die Nadel drückt, an derselben gegen sich, oder schiebe es von sich gegen den anzuvisirenden Gegenstand, drehe aber auch während dieses Ziehens oder Schiebens das Lineal zugleich um die Nadel, bis auf diese Art das Object genau in der Mitte hinter dem Faden des Objectivdioptrers erscheint.

Auf diese Art kann man bey einiger Übung durch einen freyen und kühnen Zug das Visirlineal sehr schnell und richtig nach einem Gegenstande richten. Mit großem Vortheile werden sich Anfänger der §. 43. beschriebenen Vorrichtung zur Anschlagnadel bedienen.

## B. Stellung und Gebrauch des Theodoliten.

### §. 91.

Ist mit diesem Instrumente ein Winkel zu messen: so wird

1) auf der Scheibe *H* aus dem Mittelpuncte des Sternes mit dem Halbmesser der Füße *E* ein Umfang beschrieben, die Platten *G* ober den Schrauben *K* auf die Mitte des Umfanges gelegt, und das Instrument mit den Spitzen der Schrauben *w* auf die Platten gesetzt, wie auch den Zeiger des Nonius *I* nach gelockerter Schraube *h* auf den Nullpunct des Limbus *cd* geführt, und die Schraube *h* wieder angezogen; endlich noch die übrigen drey Noniuse 2, 3 und 4 abgelesen, und die etwa sich zeigenden Abweichungen ihrer Zeiger angemerkt.

17.

2) Hierauf wird der Theodolite in dieser Lage mit seinem Stativ über den Scheitel *c* (Fig. 18.) auf drey in die Erde getriebene breitköpfige Pföcke gestellt, und auf diesen so lang gerichtet, bis der Mittelpunct der Herzschraube genau über *c* fällt, das Fernrohr nach dem linken Objecte *a* zeigt, und die Blase der Libelle *s* in der Glasröhre spielt. Gleichfalls wird das Versicherungrohr nach demselben oder einem andern Objecte *a* gerichtet.

18.

3) Nun wird nach gelockerter Herzschraube die Scheibe *H* durch die Schraube *K* so lang erhöht, oder vertieft, bis die Blase in der Libelle *s* so ziemlich ihre angewiesene Stelle einnimmt, und noch fortgedreht, bis durch diese Drehung und den Gebrauch der Schraube *h* der Gegenstand *a* im Gesichtsfelde des Fernrohres erscheint. Das Versicherungrohr wird gleichfalls so gerichtet, daß das Object *a* in demselben sichtbar wird.

Fig. 4) Mittelft der Schrauben *w* wird nun die Scheibe des Instru-  
 17. mentes so lang erhöht oder vertieft, bis die Blase der Libelle *s* ge-  
 u. nau in ihre angewiesene Stelle kommt, und auch bey jeder Wendung  
 18. der Noniusscheibe darin verbleibt. Hierauf führt man den Zeiger des  
 Nonius *l* durch die Schrauben *h* und *i* genau auf den Nullpunct des  
 Limbus *cd*, richtet das Fadenkreuz des Fernrohres mittelft Drehung  
 der Scheibe *H* und mittelft der Schraube *v* scharf nach dem Objecte  
*a*, und zieht endlich die Flügel unter der Herzschraube sanft an. Auch  
 das Versicherungsrohr wird nun scharf nach seinem Objecte eingerich-  
 tet, und sodann festgestellt.

5) Nun führt man nach gelockerter Schraube *h* die Nonius-  
 scheibe *fg* mit freyer und leichter Hand so lange rechts, bis das Fern-  
 rohr nach dem rechten Gegenstande *b* zeigt, richtet selbes durch die  
 Schrauben *h* und *i* horizontal, durch die Schrauben *v* und *t* aber ver-  
 tical scharf nach dem Objecte *b*. Durch das Versicherungsrohr wird  
 nun nachgesehen, ob das Instrument seine genaue Richtung noch bey-  
 behalten, oder während der Drehung des Nonius verrückt worden  
 sey, im letztern Falle wird es mittelft der gehörigen Schrauben wie-  
 der genau eingerichtet.

6) Endlich werden die Grade, Minuten und Zehner der Se-  
 cunden der vier Bogen, welche die Zeiger der vier Noniuse auf den  
 Limbus *cd* von  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  und  $270^\circ$  an beschrieben haben, mit  
 der Lupe *k* abgelesen; dabey berücksichtigt man die etwa sich zeigen-  
 den Abweichungen der drey letztern, und nimmt aus ihnen das arith-  
 metische Mittel für den wahren Werth eines dieser Bogen. Das Zäh-  
 len der Noniustheile selbst erhellet aus Gmtr. 104.

7) Die Höhen- oder Tiefenwinkel der Objecte *a* und *b* erhält  
 man, wenn man in jenen beyden Momenten, als das Fernrohr nach  
 diesen zwey Puncten scharf gerichtet ist, auf dem verticalen Rade *op*  
 die Grade, Minuten *z.* des Bogens vom Zeiger des Nonius *u* an  
 bis zum Nullpuncte, oder dem bey der Berichtigung übereinstimmen-  
 den Theilstriche des Limbus zählt und vormerkt.

8) Hierauf öffnet man die Schraube *y*, dreht die Limbuscheibe  
*cd* sammt der Noniusscheibe *fg* so lang, bis das Fernrohr wieder  
 nach dem linken Objecte *a* zeigt, richtet es durch die Schrauben *y* und  
*z*, *v* und *t* scharf dahin, öffnet sodann die Schraube *h*, dreht die  
 Noniusscheibe rechts, bis das Fernrohr wieder nach dem rechts liegen-  
 den Gegenstand *b* zeigt und richtet es durch die Schrauben *h* und *i*,  
*t* und *v* scharf dahin: so hat der Zeiger eines jeden Nonius das dop-

pelte Maß des Winkels  $acb$  beschrieben. Werden nun die vier No- Fig.  
 niusse nach obiger Art wieder abgelesen, und der zum Vorschein kom- 17.  
 mende Werth halbt: so erhält man den beobachteten Winkel um so u.  
 genauer, als hierdurch auch der allenfällige Beobachtungsfehler hal- 18.  
 birt wird, und folglich nur zur Hälfte dem beobachteten Winkel zur  
 Last fällt.

Wird diese Operation 3, 4 oder  $n$  Mal wiederholt, so er-  
 hält man den eben so vielfachen Winkel, und durch Theilung der An-  
 zahl der Wiederholungen wird aus diesem Grunde der wahre Werth  
 um so viel genauer erhalten. Setzt man die Zahl der Wiederholung  
 $= w$ , die Zahl, wie oft der Zeiger des Nonius den ganzen Kreis  
 von  $360^\circ$  durchlaufen hat,  $= n$ , und den Bogen, um welchen der  
 Zeiger über  $360^\circ$  noch hinaus ging,  $= u$ : so wird allgemein der  
 Werth des beobachteten Winkels  $x = \frac{n \cdot 360 + u}{w}$ . Es sey der Zeiger,  
 nachdem er den Kreis zweymahl durchlaufen hat, auf  $15^\circ 48' 52''$   
 gestanden, und die Wiederholung sey zehnmal geschehen: so ist \*)  
 der Werth des beobachteten Winkels  $x = \frac{2 \cdot 360 + 15^\circ 48' 52''}{10} = 73^\circ 34'$   
 $53,2''$ . Wenn man nach einigen Repetitionen einen Winkel bis auf  $1''$   
 genau erhält, und sich dieser bey weiter fortgesetzter Wiederholung nicht  
 mehr um  $1''$  verändert, so sagt man: der Winkel sey bis auf die  
 stehende Secunde gefunden worden. Mit diesem Grad der Ge-  
 nauigkeit kann man sich in allen Fällen begnügen.

## C. Stellung und Gebrauch der Bußsole bey der Messung eines Winkels.

### §. 92.

Man stellt auch hier den Mittelpunkt des Instrumentes über den  
 Scheitelpunct des zu messenden Winkels beyläufig horizontal, und  
 gibt sodann vermittelst der Horizontalschrauben der Gehäuslatte die  
 genaue horizontale Lage, welche die Wasserwagen zu erkennen geben. 19.

Nun öffne man die Stellschraube des Zapfens, richte die Visir-

\*) Man muß sich den anfänglich beobachteten einfachen Winkel vormer-  
 ken, um selben mit dem erhaltenen Resultat aus der Repetition zu  
 vergleichen, ob nicht etwa dabey ein Irrthum unterlaufen sey.

**Fig. 20.** regel nach dem links liegenden Gegenstand, und bemerke den Grad, in welchem die ruhende Magnetnadel einspielt, z. B.  $66\frac{3}{4}^{\circ}$ . Hierauf wende man die Visirregel nach dem zweyten Object des zu messenden Winkels, lasse die Nadel wieder zur Ruhe kommen, und bemerke gleichfalls wieder den Grad, in welchem sie eingespielt hat, z. B. in  $182\frac{1}{2}^{\circ}$ . Es wird demnach der gemessene Winkel  $182\frac{1}{2} - 66\frac{3}{4} = 115\frac{3}{4}^{\circ}$  seyn, welchen man nun durch Hülfe eines Transporteurs auf dem Papier verzeichnen könnte.

Da es aber wegen der §. 95. in 3) angeführten Bemerkungen nicht vortheilhaft ist, die mit der Buffsole gemessenen Winkel auf diese Art zu Papier zu bringen: so muß man, um sie auf dasselbe zu übertragen, nach folgender Weise verfahren: Man schraubt die an der untern Fläche angebrachte Vorrichtung, womit das Instrument auf das Stativ gesteckt wird, ab (welches auch mit der Visirregel geschehen kann), legt die Buffsole auf ein über eine horizontale Fläche ausgebreitetes Papier, läßt die Magnetnadel in demjenigen Grad einspielen, den dieselbe auf dem Felde bey der ersten Visur gezeigt hat, und zieht an derjenigen Seite der Platte, wo die Visirregel angebracht ist, eine gerade Linie. Nun steckt man in einen beliebigen Punct dieser Linie eine feine Anschlagnadel (§. 43.), drehe an dieser bey unverrücktem Papier \*) die Buffsole mit der erst erwähnten Seite der Platte so herum, bis die Magnetnadel über dem Grad einspielt, den sie auf dem Felde bey der zweyten Visirlinie gezeigt hat, und ziehe an dieser nämlichen Seite der Platte wieder eine Linie, so wird, vermöge der Eigenschaft der Magnetnadel, der Winkel auf dem Papier dem gemessenen auf dem Felde gleich seyn, vermög §. 32. und Gmtr. 166. 4).

---

\*) Das Papier muß wenigstens an beyden Orten mit Hefnägeln, Schwerbley oder Oblaten befestiget werden.

## Dritter Abschnitt.

Von den unvermeidlichen Abirrungen, die bey der Messung gerader Linien sowohl, als auch der Winkel sich ergeben, und insbesondere von dem Grade der Zuverlässigkeit, womit Linien und Winkel auf dem Felde gemessen und auf das Papier übertragen werden können.

### A. Von den Ursachen der unvermeidlichen Abirrungen (Operationsabweichungen), und von dem Grade der Zuverlässigkeit überhaupt.

#### §. 93.

In der theoretischen Geometrie wird der Punct ohne aller Ausdehnung, und die Linie als bloße Ausdehnung in die Länge ohne Breite und Dicke betrachtet (Gmtr. 2.); ganz anders verhält es sich aber mit den Puncten und Linien in der praktischen Geometrie. Hier sind die Puncte, wenn sie in die Sinne fallen sollen, selbst Theilchen einer Fläche, und so haben auch die praktischen Linien eine gewisse Breite.

Auf dem Felde dienen nach Umständen oft ganze Flächen und Körper, z. B. Grenzsteine, Häuser, Bäume, Bergspitzen u. dgl. als Puncte; und Flüsse, Hecken, Wege u. dgl. als Linien. Aus diesem erhellet, daß bey der möglichsten Vollkommenheit der Instrumente und der genauesten Behandlung derselben bey Vermessungen, ferner bey der vollkommensten Befolgung der Theorie, in der ausübenden Geometrie Fehler gänzlich zu vermeiden, niemahls in unsern Kräften steht, weil uns die Natur hierin selbst Grenzen gesetzt hat, wie weiter unten deutlicher erhellen wird. Man nennt daher solche Fehler, die den gemachten Voraussetzungen ungeachtet dennoch sich ergeben, unvermeidliche Fehler, oder eigentlicher unvermeidliche Operationsabweichungen. Andere Fehler, die wegen unrichtiger Stellung und unrichtigen Gebrauch der Instrumente und Werkzeuge, oder aus Unachtsamkeit u. dgl. kann man vermeiden.

Fig.

§. 94.

Um sich von dem Daseyn der unvermeidlichen Abweichungen in der Ausübung durch ein einfaches Beispiel zu überzeugen, verzeichne man ein ungleichseitiges Dreyeck, messe dessen Seiten auf einem beliebigen Maßstabe, und berechne den Flächeninhalt, indem man jedes Mal eine andere Seite zur Grundlinie nimmt: so wird man finden, daß die dadurch erhaltenen drey Resultate fast nie übereinstimmen, sondern mehr oder weniger von einander abweichen werden.

Da nun ein Dreyeck die einfachste Fläche ist, die verzeichnet werden kann: so folgt, daß alles, was durch Zeichnung verrichtet wird, Abweichungen unterworfen ist, die um so größer werden, je öfter die Zeichnung wiederholt und fortgesetzt wird. Wir müssen daher auf dem Papier die praktischen Punkte und Linien den theoretischen so nahe als möglich zu bringen, d. h. sie so zart zu entwerfen, als es die Werkzeuge zulassen und die Umstände erfordern, und wo möglich jedes Mal die Rechnung der Zeichnung vorzuziehen, wie auch auf Mittel zu denken trachten, durch welche die unvermeidlichen Fehler, die einer jeden unserer Handlungen gleichsam eigen sind, in die Classe des möglichst Kleinsten versetzt werden.

§. 95.

Die unvermeidlichen Operationsabweichungen rühren hauptsächlich her:

1) Aus der Unvollkommenheit unsers Gesichtes. Es lehrt nämlich die Erfahrung, daß man Gegenstände, die sehr entfernt liegen, nicht mehr genug deutlich erkennen kann; welches jedoch auch von der Farbe, Figur und stärkern oder schwächern Beleuchtung der entfernten Gegenstände mit abhängt. Die Ursache hiervon liegt sowohl in der Unvollkommenheit unsers Auges selbst, als auch darin, daß die zwischen unserm Auge und dem Gegenstände befindliche Atmosphäre (Dunstkreis) einen großen Theil der von dem Objecte zurückfahrenden Lichtstrahlen zerstreuet. Die Folge daraus ist diese: wenn man in einer gewissen Entfernung ein kleines Object, welches z. B. unter einem Sehewinkel von 2 Minuten ins Auge fällt, nicht mehr deutlich erkennen kann, die Dioptr eines Visirmittels mögen, nach dem Augenmaße zu urtheilen, noch so gut gerichtet zu seyn scheinen: so bleibt es doch mit der Ungewißheit einer Minute un-

entschieden, ob man die Diopter nicht noch um etwas Weniges Fig. verrücken soll \*).

Herr Professor Bugge hat durch Untersuchungen den kleinsten Winkel des deutlichen Sehens für ein gewöhnlich gutes Auge bey klarem Sonnenschein = 1 Minute; bey hellem Tage aber ohne Sonnenschein 2 Minuten gefunden. Diese dort Seite 59 und 60 angestellten Untersuchungen habe ich gleichfalls von verschiedenen Augen wiederholen lassen, und mich von der Richtigkeit des Resultates überzeugt.

Es folgt daraus: daß man unserm Auge auf große Entfernungen, oder Kurzsichtigen überhaupt mit Fernröhren zu Hülfe kommen muß (§. 64. bis 69.).

2) Von der Strahlenbrechung. Ein Lichtstrahl, der von einem Gegenstande durch die Luft in unser Auge kommt, geht in keiner geraden Linie fort (§. 59.), und es ist die Krümmung dieser Lichtstrahlen um so größer, je weniger der Gegenstand, von welchem sie kommen, über den Horizont erhaben ist; daher erfordern die Winkel, welche solche Gegenstände an unserm Auge machen, einige Verbesserungen, wovon das Nähere weiter unten.

3) Von der Körperlichkeit mancher Theile der Instrumente und Werkzeuge, die bloß mathematische Punkte und Linien vorstellen sollen; daher von der Unrichtigkeit oder vielmehr von der Unmöglichkeit der vollkommen genauen Eintheilung und Verfertigung der Winkelmessinstrumente, welches zum Theil aus dem Folgenden erhellet:

Es sey der Halbmesser eines gewöhnlichen Winkelmessers = 5 Zolle, so ist sein Umkreis =  $2.5.3,14 = 31,4$  Zolle. Ist derselbe in 360 Grade eingetheilt, so kommt auf einen Grad, oder 60 Minuten, oder  $60.60 = 3600$  Secunden, ein Raum von  $\frac{31,4}{360} = \frac{31,4.12}{360} = 1,5$  Linien. Gesezt, es betrage die Breite eines Theilstriches, wodurch die Grade von einander abgetheilt sind, nur  $\frac{1}{100}$  einer Linie (sind diese Striche feiner, so muß man, um sie noch deutlicher

\*) Nach meinen hierüber wiederholt angestellten Untersuchungen beträgt die Dicke eines mittlern Pferdehaares 0,1 Wiener Linien.

„ „ „ „ Menschenhaares 0,04 „ „

„ „ „ einfachen Seidenfaden 0,004 „ „

Fig. zu unterscheiden, ein Vergrößerungsglas haben): so findet man aus der Proportion:  $1,05 : 0,01 = 3600 : x$  (nämlich die Breite von 1,05 Linien nimmt einen Raum von 3600 Secunden ein, wie viel wird die Breite von 0,01 Linie in Secunden betragen?), daß ein Theilstrich, den man mit freyem Auge noch deutlich unterscheiden kann, 34 Secunden-betrage. Die Theilstriche auf den Reichenaß'schen Theodoliten sind so fein als ein einfacher Seidensfaden; daher nimmt nach dem Vorigen auf einen zehnzölligen Kreis ein Theilstrich einen Raum von 1,04 Secunden ein. Daraus erhellet deutlich, daß auch die allerfeinsten Theilstriche, da sie doch, um sichtbar zu seyn, einige Breite haben müssen, eine bis auf einzelne Secunden gehende Genauigkeit im Winkelmessen nicht zulassen. Nur durch die Repetition der Winkel wird es möglich, die erforderliche Genauigkeit zu erhalten.

Bei Transporteurs, wie sie sich in den Reißzeugen gewöhnlich vorfinden, sind die Theilstriche bey weitem breiter als ein Menschenhaar, man kann sie wenigstens für 0,05 einer Linie setzen, und ihr Halbmesser beträgt zwey, höchstens drey Zolle: man findet daher nach dem Vorhergehenden, daß für einen Halbmesser von zwey Zolle die Breite eines Grades oder 60 Minuten einen Raum von 0,418 oder beynabe 0,4 einer Linie; und ferner ein Theilstrich einen Raum von 7,2', also über 7 Minuten einnimmt. Man sieht hieraus, daß der gewöhnliche Transporteur dasjenige Instrument nicht ist, womit man Winkel bis auf einzelne Minuten auf das Papier zeichnen könne.

Die Linien mit einem feingeschärften Bleystifte können zwar feiner, als die erst erwähnten Theilstriche bey dem Transporteur gezogen werden, doch muß man für ihre Breite auch drey bis vier Minuten bey einem Halbmesser von fünf bis sechs Zolle, wie sie für gewöhnliche Winkel bey dem Meßtische und der Busssole vorkommen, setzen \*).

\*) Diejenigen, die glauben, daß man mit der Zirkelspitze feinere Linien als mit einem fein zugeschärften Bleystifte ziehen könne, scheinen nur durch ein günstiges Vorurtheil für jene eingenommen zu seyn. Denn eine auf jene Art gezogene Linie kann nur vermittelt der mit der Zirkelspitze in das Papier gedruckten Vertiefung, d. i. durch Licht und Schatten dem Auge bemerklich gemacht werden; es wird also diese Vertiefung breiter seyn müssen, als eine mit einem fein zugeschärften Bleystifte gezogene, bey der die schwarze Farbe auf dem weißen Grund zum deutlichen Erkennen schon sehr vieles beyträgt.



4) Von der Voraussetzung, daß die Richtungen der Magnetnadel sich beständig parallel sind; dieser Fehler hat jedoch, wenn nur dieses Werkzeug sonst keinen Mängeln unterläge, bey nicht gar zu großen Ausdehnungen der zu vermessenden Gegend (§. 7. und 34.) für die Ausübung beynahe keinen Einfluß.

5) Die trockene und feuchte Witterung und mehr dergleichen Ursachen haben keinen so beträchtlichen Einfluß, wenn das Papier nach der §. 42. gezeigten Weise auf das Tischblatt gespannt wird.

### §. 96.

Die unvermeidlichen Fehler, die bey dem Messen sowohl der geraden Linien als der Winkel sich ergeben, können eine Linie, oder einen Winkel entweder zu groß oder zu klein angeben. Ist z. B. eine gemessene Linie =  $A$  Schuhe gefunden, und der größte der unvermeidlichen Fehler =  $n$  Schuhe: so kann die wahre Länge der Linie entweder =  $A + n$ , oder =  $A - n$  seyn. Eben so kann bey einem gemessenen Winkel der wahre Winkel entweder =  $B + m$  oder =  $B - m$  Grade seyn, wenn  $B$  den gemessenen Winkel, und  $m$  den größten der unvermeidlichen Fehler bezeichnet. Beydes muß man annehmen, und die Folgen daraus, wenn es nöthig ist, berechnen, weil man weder das Eine noch das Andere entscheidend bestimmen kann. Denn wäre man im Stande die Größe einer solchen Abweichung, bey der Messung gerader Linien sowohl als der Winkel, jedes Mal bestimmt anzugeben: so könnte man dadurch die gehörige Verbesserung auch jederzeit sogleich vornehmen, und es wäre sodann eben so gut, als hätte sich gar kein Fehler ergeben; allein diese sind wegen ihrer Mannigfaltigkeit, Ungleichartigkeit und Vermengung unter einander niemals bestimmt anzugeben. Daher werden sich zwar einige von diesen unvermeidlichen, an und für sich unbedeutenden, kleinen Fehlerchen zum Theil gegen einander wieder ausgleichen, wodurch öfters eine Figur genau schließen kann; mehrentheils aber wird der Überschuß der auf eine Seite fallenden (gleichartigen positiven), und der auf die entgegengesetzte Seite fallenden (gleichartigen negativen) kleinen Abweichungen am Ende durch ihre Summirung und Anhäufung mehr oder minder merkbar sich zeigen. Eben aus diesem Grunde muß man sich mit der Auffindung des größten und kleinsten Fehlers, der mit einem Instrumente, oder nach einer Vermessungsmethode sich ergeben kann, begnügen, und dieses gibt nach vielen Vergleichen eine Regel an die Hand, nach der man von den Fehlern bey jeder Ver-

**Fig.** messung ein bestimmtes Verhältniß erhält, welches zu erkennen gibt, ob man einer gemessenen Größe entweder zusetzen, oder von ihr abnehmen soll, um der Richtigkeit so nahe als möglich zu kommen. Dieses Verhältniß bestimmt den Grad der Zuverlässigkeit. Hierzu dient vorzüglich die Anwendung der Theorie, wornach alle Vermessungen geprüft, die Instrumente beurtheilt, und die möglichen Abweichungen, die sich ergeben können, mit einander verglichen werden.

Der Geometer muß hiernach seine Instrumente untersuchen, Versuche anstellen, und sich auf diese Art den Grad der Zuverlässigkeit seiner Vermessungsmethoden und der dazu gebrauchten Instrumente bekannt machen, um eine gute Wahl bey wirklichen Vermessungen treffen zu können. Im Folgenden wird daher nur das für den vorliegenden Zweck Nöthigste hiervon angeführt werden, weil es außer den Grenzen dieses Werkes liegt, diese Lehre vollständig zu geben.

**B. Von den unvermeidlichen Operationsabweichungen bey dem Messen gerader Linien, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.**

§. 97.

Folgende wesentliche Fehler, die bey der Messung gerader Linien gewöhnlich sich ergeben, kann und muß der Geometer durch Aufmerksamkeit, eigenes Nachsehen und Anordnen zu vermeiden suchen, d. h. er darf dieses Geschäft nicht unabgerichteten oder trägen Kettenziehern allein überlassen; sie rühren gewöhnlich daher:

1) Wenn die Kettenglieder gebogen oder verschlungen sind, oder überhaupt die Kette vorher nicht berichtigt worden ist. Der davon herrührende Fehler kann besonders bey langen Linien beträchtlich werden; es ist daher das §. 31. Gesagte wohl zu beachten.

2) Wenn während des Messens bergauf oder bergab die Kette nicht gehörig aufgehoben, oder bey unebenem Boden nicht horizontal liegt, d. h. nicht gut ausgespannt wird, und daher in ihrer Mitte sich senket (§. 75. bis 80.). Kleine Unvollkommenhei-

ten in ihrer horizontalen Lage haben nichts zu bedeuten; denn beträgt **Fig.** die Senkung in der Mitte von der Horizontallinie 0,2 Rlf.; so ist der Fehler etwa  $0,004^\circ$ , welchen man leicht untersuchen und bestimmen kann (Gmtr. 87.).

3) Wenn man während des Messens von der geraden Linie **AB** abweicht, d. i. von **A** nach **a**, von **a** nach **a** u. s. w. mißt. Auch die Größe dieses Fehlers kann man nach (Gmtr. 87.) untersuchen. Da dieser Fehler, wenn nicht gar sehr schlecht gemessen wird, nicht beträchtlich, und bey  $0,1^\circ$  Abweichung von der geraden Linie, auf zehn Kettenzüge erst  $0,03^\circ$  beträgt: so können die daher rührenden Fehler, wenn, wie gesagt, nicht gar zu nachlässig gemessen wird, und die Linien etwa nicht gar sehr lang sind, nicht beträchtlich seyn. 33.

4) Wenn der Kettenstab nicht in das Loch des Kettennagels, und umgekehrt letzterer nicht in das Loch des ersteren genau eingesteckt wird, (darüber l. m. §. 76); oder bey den neuen Meßketten, wo an den Endringen durch die Quereinschnitte die Länge der Kette bestimmt ist, nicht an den Querstrich angelegt wird. Deshalb muß das §. 75. unter b) Gesagte wohl beobachtet werden.

5) Wenn bey dem Bergauf- und Bergabmessen derjenige Kettenstab, an welchem man die Kette in die Höhe hält, nicht senkrecht gehalten wird. Hierdurch kann das Maß einer Linie beträchtlich von ihrer wahren Länge abweichen; daher ist das §. 77. Gesagte auf das Strengste zu beachten.

6) Ein gewöhnlicher Fehler bey dem Messen einer Linie mit Meß- oder Klafterstäben ist der, wenn man den Stab umschlägt; dadurch wird die gemessene Linie zu kurz, und zwar um so viel, als die Dicke des Klafterstabes multiplicirt mit der Anzahl der Umschläge beträgt. Ist z. B. der Stab 1'' dick, und man hat ihn zehnmal umgeschlagen: so ist die Linie um  $1'' \times 10 = 10''$  zu kurz, um die sie also verbessert werden müßte.

7) Aber weit beträchtlicher wird der Fehler dann, wenn man sich die Mühe nicht gibt, den Maßstab ganz auf die Erde niederzulegen, sondern, um sich das öftere Rücken zu ersparen, das hintere Ende des Stabes erhebt, ehe noch das vordere den Boden erreicht hat, wie solches die **Fig.** 43. zeigt, bey welcher **AB** den Maßstab, der in **m** gehalten wird, vorstellet. Wenn nun der Punct **A** unver-

Fig. rückt bleibt, bis man  $AB$  auf den Boden niedergelegt, und also der Punct  $B$  bey  $C$  den Boden erreicht hat: so ist  $AC = AB =$  der wahren Länge. Gibt man sich aber nicht die Mühe, den Stab ganz niederzulegen, sondern erhebt denselben bey  $A$ , und läßt ihn um  $m$ , wo man ihn hält, drehen, bis derselbe bey  $D$  den Boden erreicht; so würde man einen großen Fehler begehen, wenn man  $AD$  für die Länge des Stabes, das ist:  $AD = AC = AB$  setzen wollte. Dieser Fehler ist bey einer Stabeslänge schon beträchtlich, welches man wieder vermö. (Gmtr. 87.) für angenommene und festgesetzte Größen leicht bestimmen kann. Bey der Länge des Stabes  $AB = AC = 6'$ , bey der Höhe  $mn = 1'$ , und daß man den Stab in der Mitte hält, also  $Am = mB = mD = \frac{1}{2} AB$ , und  $AD = 2 n D$  wäre: würde der Fehler  $DC = AC - AD = 4\frac{1}{4}'' = 0,06''$  für Eine Stabeslänge; folglich für eine Linie nur von mäßiger Länge, z. B. von  $20'$  schon  $20 \cdot 0,06 = 1,2$  Klaftern betragen.

8) Auch fehlt man gewöhnlich beym Messen mit Stäben, wenn man vorher nicht eine Schnur längs der zu messenden Linie spannt, weil man sonst von der geraden Linie sehr oft abweicht; hat man daher keine Schnur sogleich bey Handen, so muß ein Zweyter den Messenden dirigiren, d. i. immer in die gerade Linie einrichten.

33. 9) Es kann sich jedoch derjenige, welcher eine gerade Linie  $AB$  mit dem Stabe ausmißt, selbst leicht dirigiren, wenn er sich in derselben gegen den Endpunct, worauf er hinmißt, noch einen andern, z. B. durch kleine Stauden, hohes Gras, Erdschollen u. dgl. ausgezeichneten Punct  $m$  wählet, und über das vordere Ende  $b$  des Klafterstabes  $Ab$  nach  $m$  und  $B$  hinsieht, und so jedes Mal diesen Klafterstab (Messruthen oder Meßstab) in die Richtung  $mB$ , und mithin auch in jene der Geraden  $AB$  bringt. Sollte man von  $m$  aus noch so weit nach  $B$  haben, daß während des Messens noch eine Abweichung von der geraden Richtung zu besorgen wäre, so wähle man zwischen  $m$  und  $B$ , oder auch hinter  $B$  wieder einen Punct, und verfare wie vorher; daher ist ein so gewählter Punct noch vortheilhafter, wenn er hinter  $B$  hinaus liegt.

### §. 98.

Um den Grad der Zuverlässigkeit zu bestimmen, mit welcher man eine gerade Linie auf dem Felde mittelst der Kette zu messen im Stande ist, verfährt man auf folgende Art:

Man stecke eine ziemlich lange Linie auf einem bergab oder berg- **Fig.**  
 auf laufenden Boden nach §. 72. ab, messe diese Linie einige Mahl **33.**  
 mit derjenigen Aufmerksamkeit, die man bey der Ausübung gewöhn-  
 lich auch darauf verwenden soll, und notire sich jedes Mahl die ge-  
 fundene Länge, addire die verschiedenen Maße und dividire ihre Summe  
 durch die Anzahl der Messungen: so erhält man im Quotienten das  
 arithmetische Mittel an Klaftern zc., welche die gemessene Linie höchst  
 wahrscheinlich enthalten möchte; subtrahirt man nun die kleinste ge-  
 fundene Zahl der gemessenen Linie von der größten, und dividirt diese  
 Differenz durch das gefundene arithmetische Mittel: so erhält man ein  
 Verhältniß, welches den Grad der Zuverlässigkeit, mit  
 welchem gerade Linien auf dem Felde gemessen werden können, zu  
 erkennen gibt.

Folgendes ist das Resultat einer Untersuchung, die am 22. July  
 1813 im k. k. Thiergarten auf einem theils sanft, theils mehr stei-  
 genden, im Ganzen um 11 Grad sich hebenden Boden, mit einer 10  
 Wiener Klf. langen Kette von mir vorgenommen wurde:

1te Messung	bergab	mit aufgehobener Kette	450°	—	= 2700'
2te	= bergauf	=	=	=	449 4' = 2698
3te	= bergab	=	=	=	450 1½' = 2701,5
4te	= bergauf	=	=	=	449 4½' = 2698,5
Summe					= 10798'

Das arithmetische Mittel  $10798' : 4 = 2699,5'$ .

Differenz der größten und kleinsten Zahl  $2701,5 - 2698 = 3,5'$ .

Schließt man nun: bey einer mittlern Länge von 2699,5' hat  
 sich bey der wirklichen Messung die größte Differenz von 3,5' ergeben,  
 wie groß wird die Differenz auf  $a^\circ$  mittlerer Länge seyn? nämlich:

mittl. Länge                  Differ.

$2699,5 : a^\circ = 3,5 : x$ ; hieraus findet man

$$x = \frac{a \cdot 3,5}{2699,5} = a \cdot 0,001;$$

man ist demnach bey einer auf diese Art gemessenen Linie bis auf  $\frac{1}{1000}$   
 ihrer Länge gewiß, ob sie auf einem solchen steigenden Boden zu  
 groß oder zu klein gemessen werde. Auf eben diese Weise fand ich auf  
 ebenem Boden das Verhältniß  $6 : 10000 = 0,0006$ .

Aus dieser Erfahrungsregel hat man daher in der Praktik als  
 erlaubte Operationsabweichung angenommen: Daß bey gewöhn-  
 lichen unmittelbaren Messungen gerader Linien un-  
 ter mehr oder weniger günstigen Umständen eine

**Fig.** Abweichung von  $\frac{1}{1000}$  bis  $\frac{1}{500}$  der Länge Statt finden  
33. Kö n n e.

Hiervon kann man Anwendungen auf geringere und beträchtlichere Entfernungen machen, wenn man einerley Beschaffenheit des Bodens, worauf man mißt, voraussetzen kann. Will man nun wissen, auf wie viel Klaftern oder Fuß man unter der ersten Bedingung bey einer Länge von 200 Klaftern gewiß ist, so schließt man:

$1000 : 200 = 1 : x$ ; woraus  $x = \frac{200 \cdot 1}{1000} = \frac{2^{\circ}}{10}$  gefunden wird.

Hieraus ersieht man zugleich, daß eine Grundlinie für große trigonometrische Arbeiten mit der Meßkette zu messen, nicht rathsam wäre (S. 81.).

### §. 99.

So wie man vermöge des Vorigen bey einer gemessenen Linie auf dem Felde bis auf einen gewissen Theil derselben ungewiß bleibt, ob man sie zu groß oder zu klein gefunden hat; eben so bleibt man auch bey der Übertragung derselben von dem verjüngten Maßstabe auf das Papier, bis auf einen gewissen Theil der verjüngten Linie ungewiß, ob man sie mit dem Zirkel zu groß oder zu klein gefaßt habe. Denn wenn wir eine praktische Linie (die von der mathematischen Linie (Gmtr. 2.) wohl zu unterscheiden ist) auf dem Papier oder verjüngten Maßstabe mit dem Zirkel fassen: so werden sich dabey immer kleine Abweichungen ergeben; theils wegen der Dicke der Zirkelspitzen (die mathematische Punkte seyn sollen), theils wenn der Handzirkel so ausgestreckt wird, daß seine Schenkel beynabe schon auf dem Papier aufliegen, welches man aber durch Hülfe eines Stangenzirkels (S. 41.) vermeiden kann und soll, theils auch, wenn der Maßstab selbst vielleicht nicht ganz verläßlich ist, und endlich wegen der Unvollkommenheit unserer Augen, die im Sehen ihre Grenzen haben, und praktische Punkte auf dem Papier nicht mehr deutlich erkennen.

Durch viele Versuche hat man gefunden, daß die meisten Menschen eine auf weißem Papier mit Tusch gezogene feine Linie, z. B. *AB*, in der Entfernung von 8 Zollen bis auf  $\frac{1}{100}$  Theil eines Zolles mit dem Zirkel genau fassen können; oder um so viel könnte man sie zu groß oder zu klein nehmen, wenn dem Auge die äußersten Grenzen dieser Linie in der Entfernung von 8 Zollen unkenntlich werden. Gesezt nun, die Linie *AB* hätte 5 Zoll: so wäre das Verhältniß des Fehlers zur ganzen Länge =  $\frac{1}{100} : 5$ , oder  $1 : 500$ ; also bloß wegen der undeutlichen Empfindung der äußersten Punkte dieser Linie

würde man ihre Länge von fünf Zollen nur höchstens bis auf **Fig.** ihren 500. Theil genau abtragen und messen können, wenn auch **33.** gleich die Zirkelspitzen mathematische Punkte wären, und also aus dieser Ursache keine neuen Fehler entsprängen. Indessen werden in den meisten Fällen die Abweichungen, deren Grund in dem Baue unserer Augen liegt, nicht sehr beträchtlich seyn. Weit größer sind diejenigen Fehler, die aus Nachlässigkeit begangen werden, z. B. wenn man die Zirkelspitzen nicht genau und vertical haltend einsetzt, oder sie nicht genug scharf sind, die äußersten Grenzen einer Linie gehörig zu fassen.

Übrigens kann ein jeder nach diesem Verfahren sein Auge selbst leicht prüfen, und die Zuverlässigkeit bestimmen, mit welcher er Linien von dem Maßstabe auf das Papier übertragen könne.

### **C. Von den unvermeidlichen Abweichungen beym Messen der Winkel mit verschiedenen Instrumenten, ihrem Einfluß auf die Richtigkeit der Arbeit, und der Bestimmung, mit welcher Zuverlässigkeit sie auf dem Felde gemessen, und auf das Papier übertragen werden können.**

#### §. 100.

Die Abweichungen, welche sich beym Messen der Winkel ergeben, sind öfters nicht nur größer, sondern auch mannigfaltiger, als bey der Messung gerader Linien. Sie rühren von der Theilung des Gradbogens, von der Stellung des Instrumentes, Bewegung der Rippregel und des Fernrohres, und von andern mehrerley Umständen her, die hierauf mehr oder weniger Einfluß haben; daher kann auch der Grad der Zuverlässigkeit, mit welchem man Winkel zu messen im Stande ist, schwerer angegeben werden, als jener, womit Längen oder Weiten bestimmt werden können.

Durch mehre Versuche und Erfahrungen kann man indessen doch bey jedem Instrumente gewiß werden, ob die Beobachtungsabweichungen (vermöß §. 55.) + oder — d. h. größer oder kleiner werden, als sie seyn sollten. Bey großen Vermessungen ist es daher nothwendig, jedes Mahl einen und denselben Winkel mehrmahl zu beobachten, und daraus ein arithmetisches Mittel zu nehmen; d. h.

**Fig.** die Winkel durch die Repetition auf das genaueste zu bestimmen. Es kann diese mehrfache Beobachtung eines Winkels um so leichter geschehen, als die darauf verwendete Zeit, gegen jene, die erforderlich ist mit dem Instrumente an den Beobachtungsort zu gelangen, und dasselbe allda gehörig aufzustellen, für nichts zu rechnen ist, und dadurch die Arbeit sehr an Richtigkeit gewinnt.

Wir wollen in dem Folgenden nur auf die wesentlichsten unvermeidlichen Fehler und ihren Einfluß auf eine Vermessung, die mit den gebräuchlichsten Instrumenten unternommen werden, aufmerksam machen.

**I.** Von den Fehlern, die sich bey dem Messen der Winkel mit dem Meßtische ergeben, und von dem Grad der Zuverlässigkeit, womit sie bestimmt werden können.

#### §. 101.

Bey der Messung der Winkel mit diesem Instrumente können nebst den §. 95. im Allgemeinen schon angeführten, noch folgende wesentliche, theils durch gehörige Aufmerksamkeit zu vermeidende, theils aber unvermeidliche Fehler unterlaufen:

1) Durch die unrichtige Stellung eines Punktes auf dem Tischblatte über dem gleichnamigen auf der Erde. Ein solcher Fehler ist jedoch, besonders bey einem §. 16. und 18. beschriebenen Meßtische, theils fast ganz zu vermeiden (§. 87.), theils kann derselbe (wenn etwa, besonders bey kurzen Visir- oder Standlinien, nicht gar zu nachlässig gearbeitet wird) an und für sich nie so groß seyn, daß er hier einen merklichen Einfluß haben könnte. Daher ist es vortheilhafter, wenn der Punct auf dem Tischblatte lieber etwas seitwärts des Scheitelpunctes außerhalb des zu messenden Winkels, als vor- oder rückwärts desselben abweicht, weil im ersten Falle der falsch gemessene Winkel dem wahren vollkommen gleich seyn, oder doch nur äußerst wenig davon abweichen kann, wie solches weiter unten (§. 185. bey dem Centriren der Winkel) deutlich erhellet. Eben dieses ist auch bey solchen Instrumenten zu verstehen, die mit ihren Mittelpuncten genau über den Scheitelpunct des zu messenden Winkels auf der Erde gestellt werden sollen. Aus diesem läßt sich beurtheilen, in welchen Fällen man mehr oder weniger genau hierbey zu verfahren habe.



2) Wenn das Tischblatt nicht genau horizontal Fig. gestellt wird. Es ist nicht zu vermuthen, daß ein Geometer so nachlässig arbeitet, daß hierdurch ein Fehler entstehe, der auf die Richtigkeit der Arbeit einen merkbaren Einfluß haben könnte, wie aus den folgenden Betrachtungen erhellet. Es sey der Winkel  $dcb$  der horizontale Winkel, den man auf dem Meßtischblatte hätte erhalten sollen, wegen der schiefen Neigung  $cab$  des Tischblattes hat man aber den schiefen Winkel  $bca$  gemessen. Man denke aus  $a$  eine Verticallinie  $ad$  auf den Horizont  $dcb$ , ferner aus  $d$  und  $a$  senkrechte Linien  $df$  und  $af$  auf  $cb$ ; so ist  $afd$  der Neigungswinkel der horizontalen Ebene  $dcb$  und der schiefen Ebene  $cab$  (Gmtr. 163.). Nun finden folgende Proportionen Statt: In dem bey  $f$  rechtwinkligen Dreyecke  $cfa$  verhält sich

$$ac : af = \sin tot : \sin acf$$

oder  $ac : af = 1 : \sin acf$  (Gmtr. 242),

und auch  $ac : cf = 1 : \cos acf$  (Gmtr. 242. 2)

daraus findet man  $af = ac \cdot \sin acf$

und  $cf = ac \cdot \cos acf$ .

In dem bey  $d$  rechtw. Dreyecke  $adf$  ist  $af : df = 1 : \cos afd$ ,  
daher ist  $df = af \cdot \cos afd$ ;  
folglich ist  $df = ac \cdot \sin acf \cdot \cos afd$

wenn man für  $af$  den obigen Werth setzt.

In dem bey  $f$  rechtwinkl. Dreyecke  $dfd$  ist  $cf : df = 1 : \tan dcf$  (Gmtr. 248);

daraus folgt  $\tan dcf = \frac{df}{cf}$ ; substituiret man für  $df$

und  $cf$  die oben gefundenen Werthe; so ist

$$\tan dcf = \frac{ac \cdot \sin acf \cdot \cos afd}{ac \cdot \cos acf} = \frac{\sin acf \cdot \cos afd}{\cos acf};$$

da aber  $\frac{\sin acf}{\cos acf} = \tan acf$  ist, für  $\sin. tot. = 1$  (Gmtr. 230. II.):

so ist endlich  $\tan dcf = \tan dcb = \tan acb \cdot \cos afd$ ;  
man findet nämlich die Tangente des auf den Horizont reducirten Winkels  $dcb$ , wenn man die Tangente des beobachteten Winkels  $acb$  mit dem Cosinus des Neigungswinkels  $afd$  des Tisches multipliciret.

Es betrage z. B. der beobachtete Winkel  $acb = 60^\circ$ , und die Neigung des Tisches wäre, nämlich der Winkel  $afd = 1^\circ$ ; so ist

Fig. 33.  $\left. \begin{array}{l} \log \tan 60^\circ = 10,238561 - 10 \\ \text{und } \log \cos 1^\circ = 9,999934 - 10 \end{array} \right\} \text{vermög Gmtr. 240.}$

daher  $\log \tan dcb = 10,238495$   
und endlich  $dcb = 59^\circ 59' 46''$ .

Man sieht hieraus, daß, wenn auch der Tisch (oder ein anderes Instrument) die sehr beträchtliche Neigung von  $1^\circ$  hätte, der gemessene Winkel von dem wahren doch nur um  $14''$  unterschieden, d. h. größer ist, als wenn der Tisch vollkommen horizontal gestellt worden wäre.

Eine gut eingerichtete Wasserwage (§. 25) gibt eine Neigung von drey bis vier Minuten an, daher können die kleinen bey der horizontalen Stellung des Nesttisches zurückgebliebenen Abweichungen, wenn auch derselbe  $\frac{1}{4}$  oder  $\frac{1}{2}$  Grad sich neigte, keinen merklichen Fehler in der Beobachtung der Winkel hervorbringen.

Hier wurde angenommen, daß der eine Schenkel  $bc$  des gemessenen Winkels im Horizonte liegt; hat demnach der gemessene Winkel auf dem schief geneigten Tischblatte eine solche Lage, daß beyde Schenkel desselben von dem Horizonte abweichen: so kann man aus ihrer bekannten Abweichung vom Horizonte, und aus dem gemessenen schiefen Winkel den wahren oder horizontalen Winkel vermög des weiter unten Folgenden finden.

3) Wenn sich bey dem Visirlineale die Diopterfäden (§. 21.) oder die Kippregel (§. 22.) mit dem schief zugeschliffenen Rande des Lineals nicht genau in einer und derselben Ebene befinden, oder in jeder Erhöhung oder Vertiefung sich nicht in derselben bewegen. Hierdurch könnte, besonders in letztem Falle, bey sehr hoch oder tief liegenden Gegenständen, der Fehler ziemlich beträchtlich werden; daher man nach §. 23. vorher die nöthige Verbesserung anbringen muß. Diese Abweichung wird sehr vermindert, wenn man stets dasselbe Diopter als Augdiopter behält.

4) Wenn man auf einen schief stehenden (von der Verticalrichtung abweichenden) Stab visirt. Auch hier kann der Fehler oft einen merkbaren Einfluß auf eine Vermessung haben, und er wird um so größer, je näher der Stab beym Standpuncte des Tisches ist. Die Größe dieses Fehlers kann vermög Gmtr. 248 sehr leicht bestimmt werden, wenn man sich die Figur dazu gehörig entwirft. Man muß daher die Stäbe möglichst senkrecht in die

Erde stecken, und wenn etwa, wie es öfters geschieht, einer vom Fig. Wind aus dieser Richtung gedrückt wird: so muß man es zur Regel machen, Wisirstäbe und Messfahnen so tief als möglich am Boden anzuvisiren; wenn aber dieses wegen Hindernisse nicht angeht, so ist er durch einen Gehülfsen wieder in die verticale Richtung bringen zu lassen.

5) Bedient man sich bey dem Orientiren des Nestisches der Magnetnadel, so wird der Fehler, der hierdurch in einem Standpuncte entstehen kann, wenn dieses Werkzeug sonst die vorne angeführten nöthigen Eigenschaften hat, und keine äußeren Ursachen, vermög S. 35. und 36., zur Zeit des Gebrauches auf dieselbe wirken, an und für sich in der Ausübung von keiner Bedeutung seyn, wenn die Vermessung überhaupt den Gebrauch der Magnetnadel zuläßt; in entgegengesetzten Fällen aber müßte man auf den Gebrauch der Magnetnadel Verzicht leisten, weil sonst die Richtigkeit einer Vermessung dadurch sehr beträchtlich leiden würde.

6) Durch die Dicke der Anschlagnadeln. Dieser unvermeidliche kleine Fehler kann dadurch noch vermindert werden, wenn man das S. 88 angegebene Verfahren anwendet.

7) Wenn der Nestisch während der Arbeit verrückt wird. Hierdurch kann ein sehr großer Fehler entstehen, den man öfters erst am Ende der Vermessung gewahr wird, und dessen Entdeckung viele Mühe und Zeit kostet; daher man während der Arbeit alles dasjenige vom Nestische entfernen muß, was einen solchen Fehler veranlassen könnte, dabey aber die weiter unten empfohlenen Vorrichtungen anwenden muß, um die vermeidlichen Fehler zu entdecken, der Fortpflanzung der unvermeidlichen aber vorzubeugen.

8) Wenn bey feuchter Witterung das aufgespannte Papier Blasen oder Falten wirft, die bey trockenem und warmen Wetter wieder angespannt werden: so kann eine Vermessung sehr unrichtig werden. Dieser unvermeidliche Fehler wird aber dadurch sehr unmerkbar, wenn man ein gutes und festes Imperial- oder Royal-Papier nimmt, und solches auf das Nestischblatt spannt, wie S. 42. gezeigt worden ist.

#### S. 102.

Um den Grad der Zuverlässigkeit zu bestimmen, womit Winkel vermittlest des Nestisches gemessen werden können, kann man auf folgende Weise verfahren:

**Fig.** 1) Man stecke auf dem Felde wo möglich ein gleichseitiges Dreyeck  
45.  $ABC$  von beliebiger Größe ab \*), und messe alle drey Seiten desselben auf das genaueste nach der unter §. 75. und 76. gegebenen Anweisung.

2) Hierauf stelle man den Meßtisch über den Punct  $A$ , messe den Winkel  $BAC$ , d. i. man mache den Winkel  $bac$  auf den Meßtisch gleich dem Winkel  $BAC$  auf der Erde, vermög §. 87. 3) und trage das verjüngte Maß der Linie  $AC$  von  $a$  bis  $c$ .

3) Ferner stelle man vermög §. 87. 1) den Meßtisch mit dem Puncte  $c$  dergestalt über  $C$ , daß auch die Linie  $ca$  genau über  $CA$  zu liegen komme, lege das Visirlineal an den Punct  $c$ , und visire nach dem Stabe  $B$ , ziehe die Visirlinie  $cb$ : so wird dadurch die andere Visur  $ab$  im Puncte  $b$  geschnitten.

4) Nun trage man (bey unverrücktem Meßtische) das verjüngte Dreyeck aus den, auf das genaueste gemessenen drey Seiten  $AB$ ,  $AC$  und  $CB$  vermög (Gmtr. 51. 3) auf den Meßtisch; man beschreibe nämlich mit dem verjüngten Maße der Seite  $AB$  aus  $a$  vermittelst des Zirkels in der Gegend bey  $b$  einen Bogen, und durchschneide diesen Bogen mit dem verjüngten Maße der Seite  $CB$  aus  $c$ ; so wird nahe bey dem vorherbestimmten  $b$ , entweder links oder rechts, ein Durchschnittspunct sich ergeben.

5) An diesen neu bestimmten Punct, und an den Punct  $c$  lege man das Visirlineal, lasse in dieser Richtung durch einen Gehülfsen einen Stab unweit  $B$  in  $M$  dergestalt einrichten, daß  $MB$  senkrecht auf  $BC$  ist, und nachher diesen senkrechten Abstand  $MB$  messen.

6) Endlich bestimme man nach Gmtr. 248. aus dem rechtwinkligen Dreyecke  $BCM$ , in welchem, nebst dem rechten Winkel, die zwey Katheten bekannt sind, den Winkel  $BCM$ , theile ihn durch die Anzahl der Winkel des Dreyeckes, also durch 3; so gibt der Quocient zu erkennen, bis zu welcher Zuverlässigkeit die Winkel mittelst des Meßtisches gemessen werden können.

Bey einem am 12. April 1815 im Beyseyn der hiesigen Forst-

---

\*) Es ist zweckmäßiger, wenn man einen Platz wählt, der nicht ganz eben, sondern zum Theil auch hügelig ist, weil man bey wirklichen Messoperationen selten auf ganz ebenem Boden arbeitet.

jöglinge gemachten Untersuchung, waren die Seiten des Dreyeckes **Fig. 45.**  
 $AC = 100,55$  Klfr. \*).

$AB = 98,12 =$

$BC = 124,33 =$  und  $BM = 0,36$  Klafter; daraus hat sich der Winkel  $BCM = 9' 30''$  ergeben; folglich geben  $(9' 30'') : 3 = 3' 10''$ . Man ist demnach bey dem Nesttische bis auf vier Minuten gewiß, die auf dem Felde beobachteten Winkel auf dem Papier entweder zu groß oder zu klein zu erhalten \*\*). Herr Prof. Bugge hat aus andern Gründen ein gleiches Resultat für den Grad der Zuverlässigkeit bey dem Messen der Winkel mit dem Nesttische hergeleitet. (Man sehe die Übersetzung aus dem Dänischen von L. S. Tobiesen. Altona 1798.)

**II.** Von den Abweichungen, die bey der Messung der Winkel mit eigentlichen Winkelmessern sich ergeben, und von dem Grad der Zuverlässigkeit, womit Winkel auf dem Felde bestimmt werden können.

§. 103.

Nebst den §. 101. von 1) bis 4) angeführten Fällen können bey Messung der Winkel mit dem eigentlichen Winkelmesser noch folgende wesentliche Fehler, die wieder theils zu vermeiden, theils aber unvermeidlich sind, unterlaufen:

1) Wenn der Mittelpunct des Instrumentes nicht genau über den Punct auf der Erde gestellt ist. Diesen Fehler kann man größten Theils vermeiden, und wo es nicht möglich ist, das Instrument über den gehörigen Punct zu stellen, da kann der wahre Winkel durch Rechnung, wie weiter unten §. 186. folgen wird, gefunden werden.

2) Wenn die Eintheilung auf dem Limbus und Nonius fehlerhaft ist. Obwohl man hierin nie eine mathematische Genauigkeit erwarten darf (§. 95. 3); so ist doch nicht zu ver-

\*) Daß bey dieser Untersuchung die Seiten des Dreyeckes auf das genaueste gemessen worden sind, erhellet daraus, weil die aus diesen Seiten nach Gmtr. 266 berechneten Winkel zusammen  $159^{\circ} 59' 55''$  betragen; folglich von  $180^{\circ}$  nur um 5 Secunden abweichen. (Gmtr. 53.)

\*\*) Man sehe Joh. Tob. Mayers practische Geometrie, I. Theil, 3. Auflage, Seite 415.

Fig. muthen, daß, bey dem dermahligen Stand der Wissenschaften und 45. Künste, ein Instrument so fehlerhaft aus des Mechanikers Hand komme, bey welchem die von der Eintheilung herrührenden Fehler, nach §. 55. gehörig aufgesucht und verbessert, noch einen beträchtlichen Einfluß auf die Messung haben sollten; daher ist es rathsam, alle Winkel mehrmahl zu messen (§. 91.), wodurch die daher rührenden unvermeidlichen Beobachtungsfehler mehr gleich und unmerklich werden (§. 100.). Ein Gleiches versteht sich von der Mikrometerschraube, wenn bey einem Instrumente eine angebracht wäre.

4) Wenn das Fernrohr eine verticale Bewegung zuläßt, und sich bey jeder Erhöhung oder Vertiefung nicht immer in der verticalen Ebene bewegt. Hierdurch kann, besonders wenn das Fernrohr oder die Kippregel sehr stark auf- oder abwärts gerichtet wird, der Fehler für eine Vermessung beträchtlich werden; daher man nach §. 55. vor dem Gebrauche die nöthige Verbesserung vorzunehmen hat.

5) Wenn das Instrument während der Arbeit verrückt wird. Es ist daher gut, wenn bey einem Winkelmesser ein Versicherungsdioptr oder dergley Rohr (§. 54.) angebracht ist, um sich während der Arbeit von der unverrückten Stellung jedes Mahl überzeugen zu können. Ubrigens sind auch hier die im §. 101. 7) erwähnten Vorsichten nöthig.

### §. 104.

Um bey einem Winkelmesser zu erfahren, mit welcher Zuverlässigkeit man die Winkel bestimmen könne: so messe man

1) Bey einem beliebigen Dreyecke *ABC* ebenfalls alle drey Seiten auf das genaueste.

2) Beobachte man nach der §. 91. gegebenen Anweisung alle drey Winkel des Dreyeckes, addire selbe, und untersuche, wie viel ihre Summe von  $180^\circ$  abweicht (Gmtr. 53). Diesen Unterschied dividire man durch 3; so gibt der Quotient die Größe der Zuverlässigkeit zu erkennen, womit Winkel auf dem Felde durch den gebrauchten Winkelmesser bestimmt werden können.

Mit einem früher an der hiesigen Forstlehranstalt vorhanden gewesenen Winkelmesser hierüber angestellten Versuch ist der Winkel

$$A = 77^\circ 28'$$

$$B = 52 \quad 7$$

$$C = 50 \quad 23$$

und ihre Summe  $= 179^\circ 58'$  gefunden worden.

Nun ist  $180^\circ - (179^\circ 58') = 2$  Minuten, der Unterschied; **Fig.**  
 daher  $(2' = 120'') : 3 = 40$  Secunden die Zuverlässigkeit, mit wel- 45.  
 cher Winkel auf dem Felde vermittelt diesem Instrumente gemessen  
 werden können, d. i., um so viel können sie zu groß oder zu klein  
 gefunden werden.

Anstatt diesem Winkelmesser besitzt nun die hiesige Forstlehran-  
 stalt einen Reichensbach'schen Theodoliten, der oben S. 54. beschrie-  
 ben worden ist.

§. 105.

Wenn aber die auf dem Felde gemessenen Winkel erst durch Hülfe  
 eines gewöhnlichen Transporteurs (Gmtr. 17) oder eines tausendthei-  
 ligen Maßstabes, wie unten gezeigt werden wird, auf das Papier  
 übertragen werden müssen \*): so erhellet vermög S. 95. 3) von selbst,  
 daß hierbey an der Richtigkeit wieder sehr viel verloren geht. Um dem-  
 nach auch den Grad der Zuverlässigkeit zu finden, mit welchem die  
 Winkel durch die vorerwähnten zwey Hülfsmittel auf das Papier  
 übertragen werden können, verfare man auf folgende Art:

1) Man verbessere (wenn es nöthig wäre) die auf dem Felde ge-  
 messenen Winkel um den gefundenen Unterschied auf  $180^\circ$ , also hier  
 in unserm Beispiele um  $40''$ ; es wird demnach der Winkel

$$\begin{aligned} A &= 77^\circ 28' 40'' \\ B &= 52 \quad 7 \quad 40 \\ C &= 50 \quad 23 \quad 40. \end{aligned}$$

Eine so kleine Verbesserung, wie diese hier ist, kann aber um  
 so mehr außer Acht gelassen werden, als man mit dem Transporteur  
 die Winkel höchstens nur auf zehn bis zwölf Minuten sicher bestimmen  
 könne (S. 95. 3).

2) Hierauf ziehe man eine gerade Linie, trage das verjüngte 46.  
 Maß einer gemessenen Seite des Dreyeckes, z. B.  $ac$  auf, ver-  
 zeichne entweder vermittelt des Transporteurs oder eines tausendthei-  
 ligen Maßstabes nach S. 118. bey  $a$  den oben verbesserten Winkel  $A$ ,  
 und bey  $c$  den Winkel  $C$ ; so werden sich die verlängerten Schenkel  
 in dem Punkte  $b$  durchschneiden.

3) Nun trage man das Dreyeck auch aus seinen gemessenen drey

\*) Weiter unten werden wir sehen, daß man bey der Übertragung eines  
 trigonometrischen Netzes auf das Papier, der erforderlichen Genauig-  
 keit wegen, sich einer andern Methode bedienen soll und muß.

Fig. 46. Seiten nach dem verjüngten Maßstabe auf, wie §. 102. unter 4) angeführt wurde: so wird sich nahe bey dem vorherbestimmten Punct  $b$  entweder links oder rechts desselben ein anderer Punct  $m$  ergeben.

4) Man messe den senkrechten Abstand  $bm$ , und berechne aus dem rechtwinkligen Dreyecke  $bmc$  den Winkel  $bcm$ , und dividire diesen durch 3; so zeigt der Quotient die Zuverlässigkeit an, mit welcher die Winkel durch diese Methoden auf das Papier getragen werden können.

Bev obiger Untersuchung hat man durch die Verzeichnung der Winkel mit dem Transporteur, der in halbe Grade getheilt ist, den senkrechten Abstand  $bm = 4\frac{1}{2}$  Fuß, und sonach den Winkel  $bcm = 20' 50''$ , mithin  $(20' 50'')$ :  $3 = 6' 56''$  gefunden. Man ist also bey einem solchen Transporteur nur bis 7 Minuten gewiß, die Winkel auf das Papier zu tragen. Bev der Verzeichnung der Winkel durch Hülfe eines tausendtheiligen Maßstabes (§. 118.) wurde  $bm = 2\frac{1}{2}$  Fuß, und der Winkel  $bcm = 11' 20''$ ; mithin der Grad der Zuverlässigkeit  $= (11' 20'')$ :  $3 = 3' 46''$  gefunden.

Es erhellet hieraus, daß mit dem Nektische die Winkel auf dem Felde gleich unmittelbar auf das Papier eben so richtig, wie mit einem Winkelmesser, bey welchem aber die Winkel nach der §. 118 angeführten etwas beschwerlichen und viele Zeit raubenden Methode verzeichnet werden müssen, erhalten werden. Im ersten Falle wird eine Arbeit wenigstens in der halben Zeit vollendet, als zu derselben Arbeit mit einem Winkelmesser erforderlich ist, bey dem die gemessenen Winkel durch Hülfe eines tausendtheiligen Maßstabes auf das Papier übertragen würden \*).

### §. 106.

Bev einer mit der Buffole vorgenommenen Untersuchung habe ich den Winkel  $A = 77\frac{1}{4}$  Grad

$$B = 51\frac{1}{4} \quad "$$

$$C = 52 \quad "$$

und die Summe  $= 180\frac{3}{4}$  Grad gefunden. Man ist also hier bis auf 10 Minuten gewiß, die Winkel auf dem Felde zu messen. Da man aber die mit der Buffole auf dem Felde beobachteten Winkel auch vermittelst derselben nach der §. 92. gezeigten Methode auf das Pa-

\*) Man sehe hierüber Bugge Seite 183 u. f. w.



pier übertragen kann: so bleibt obige Zuverlässigkeit ziemlich dieselbe; Fig. und man ist daher bey der Buffsole überhaupt von 10 bis 12 Minuten gewiß, die Winkel auf das Papier zu bringen.

Obgleich die nun angeführten einzelnen Fehler, die sowohl bey der Messung gerader Linien, als der Winkel unvermeidlich sind, und jeder für sich betrachtet, von keiner Bedeutung zu seyn scheint: so können sie durch die Summirung und Mittheilung in einer ganzen Figur am Ende doch beträchtlich werden; daher man sie im Einzelnen schon so viel als möglich zu vermeiden, vorzüglich aber ihrer Mittheilung vorzubeugen trachten muß.

### D. Von der Zuverlässigkeit, womit Entfernungen durch Dreyecksmessung und trigonometrische Rechnung bestimmt werden können.

#### §. 107.

Da bey Bestimmung der Entfernungen durch Dreyecke die unvermeidlichen Abweichungen sowohl der gemessenen Grundlinie (§. 98.), als die der Winkel (§. 104.) einigen Einfluß haben; so folgt, daß man jene Entfernungen nicht ganz genau, und ebenfalls nur bis auf eine gewisse Grenze richtig bestimmen könne. Gesezt, man hätte die Standlinie  $AB$  und den Winkel  $CAB$  ohne Fehler, den Winkel  $CBA$  aber um den Winkel  $CBm$  unrichtig gemessen: so ist klar, daß man aus diesen drey gemessenen Stücken nicht die wahre Entfernung  $BC$ , sondern die unrichtige  $Bm$  erhält, welche kleiner ist, als  $BC$ .

47.

Ist ein Winkel, z. B.  $CBD$  an der Grundlinie  $BD$  stumpf, so wird der Fehler in der Bestimmung der Weite  $BC$  noch größer als vorhin. Denn man nehme auch hier an, daß  $BD$  und  $BDC$  völlig richtig, der Winkel  $CBD$  aber um  $CBn$  falsch gemessen wurde: so würde man auch in diesem Falle nicht das wahre Dreyeck  $CBD$ , sondern das unrichtige  $nBD$ , mithin auch nicht die Entfernung  $CB$ , sondern  $nB < CB$  finden; und zwar wird der Fehler hier größer als vorhin seyn, bey der Voraussetzung, daß der Winkel  $CBn = CBm$  sey; wovon man sich sehr leicht überzeugt, wenn man aus den Dreyecken  $CBA$  und  $CBD$  vermittelst der Grundlinien und der anliegenden Winkel die Seite  $BC$  nach Gmtr. 243, als ob diese Stücke ohne Fehler gemessen wären, bestimmt; nachher aber auch die Ent-

Fig. fernung  $BC$  auf diese Art berechnet, daß man die Winkel  $CBA$  und  $CBD$  um  $CBm = CBn$  größer oder kleiner annimmt. Werden hingegen alle Stücke, wodurch die Entfernung  $BC$  bestimmt wird, unrichtig gemessen; so muß um so mehr der Fehler noch größer werden, welches erhellet aus dem folgenden

## §. 108.

Aufgabe. Aus der Standlinie  $AB$  und den anliegenden Winkeln  $CAB$  und  $CBA$  die Entfernung  $BC$  mit dem größten Grad der Zuverlässigkeit zu bestimmen.

Auflösung. 1) Man nehme an, diese Stücke seyen vollkommen genau gemessen, und  $AB = 3000$  Einheiten, der Winkel  $A = 52^\circ 12' 20''$ , und  $CBA = 70^\circ 15' 40''$  gefunden worden: so ist der Winkel  $ACB = 180 - (70^\circ 15' 40'' + 52^\circ 18' 20'') = 57^\circ 26'$ , vermög Gmtr. 53. 3); und man findet die wahre Länge  $BC = 2816,7$  und  $AC = 3350,5$  (Gmtr. 243).

2) Man nehme jeden gemessenen Winkel um 20 Secunden, und die Grundlinie  $AB$  um  $\frac{6}{10000}$  ihrer Länge kleiner an \*) (§. 98. und 104); so findet man  $BC = 2814,49$  und  $AC = 3348,0$ . Diese Zahl zeigt die kleinste Grenze, oder sie zeigt, daß bey der obigen Voraussetzung  $BC$  nicht kleiner als 2814,49 seyn könne.

3) Man nehme jeden gemessenen Winkel um  $20''$ , und die Seite  $AB$  um  $\frac{6}{10000}$  ihrer Länge größer an; so wird  $BC = 2818,99$ , und  $AC = 3353,9$  gefunden. Diese Zahl gibt die größte Grenze, d. h. sie zeigt, daß  $BC$  nicht größer als 2818,99 seyn könne.

Nun ist die Differenz der größten und kleinsten Zahl, nämlich  $2818,99 - 2814,49 = 4,5$ ; d. h. es kann die Entfernung  $BC$  bis auf 4,5 gewiß bestimmt werden. Dividirt man endlich 4,5 durch  $\frac{2818,99 + 2814,49}{2} = 2816,74$ ; so gibt der Quotient den Grad der Zuverlässigkeit zu erkennen, mit welchem man Entfernungen vermittelst der Dreyeckmessung, unter obigen Voraussetzungen, zu

---

\*) Die Winkelmesser der neueren und bessern Art, wovon die hiesige Forstlehranstalt nun einen zehnzölligen Reichenbach'schen repetirenden besitzt, geben die Winkel viel genauer, und durch die Repetition bis auf die stehende Secunde an (§. 91.).

bestimmen im Stande ist; und es ist  $4,5:2814,7 = 0,0016$ , sol-  
cher Einheiten, welche bey den gemessenen Dreyeckseiten zum Grunde 47.  
liegen.

## §. 109.

Hier wurden beyde Winkel an der Grundlinie spitzig angenom-  
men, wäre aber einer davon stumpf, so wäre der Quotient größer ge-  
worden. Überhaupt findet man, daß dieser Quotient desto größer wird,  
je stumpfer der eine, und je spitziger der andere Winkel an der Grund-  
linie ist; nähern sich hingegen die Winkel an der Grundlinie gegen  
60 Grade, so wird der Quotient kleiner, und am kleinsten findet  
man ihn, wenn jeder Winkel an der Grundlinie 60 Grade, folglich  
das Dreyeck gleichseitig ist.

Hieraus folgt, daß, wenn zwey Seiten eines Drey-  
eckes auf dem Felde mit der Grundlinie Winkel von  
60° machen, oder diesem Winkel sehr nahe kommen,  
alsdann die Standlinie die vortheilhafteste Lage  
und Größe hat. Übrigens gilt diese Regel auch für die Beobach-  
tung und Zeichnung der Winkel eines jeden Dreyeckes auf dem Felde  
und auf dem Papier, so wie bey jedem Instrumente.