



CHRISTOPH SCHÖRGHUBER, DIPL.-ING.

---

# Modellbasierte Regelung von Biomasse-Feuerungsanlagen

---

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

TECHNISCHEN UNIVERSITÄT GRAZ

Betreuer

EM.O.UNIV.-PROF. DR.-ING. NICOLAOS DOURDOUMAS



Institut für Regelungs- und  
Automatisierungstechnik

Graz, November 2014



## **Eidesstattliche Erklärung**

### **Affidavit**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Dissertation identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present doctoral dissertation.

---

Datum/Date

---

Unterschrift/Signature



## Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Universitätsassistent am Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz und wurde in Zusammenarbeit mit dem Kompetenzzentrum Bioenergy2020+ erstellt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Dr.-techn. Markus Gölles, der mich von Seiten des Kompetenzzentrums betreut und zur Beschäftigung mit dem Thema Biomasse motiviert hat. Ich bedanke mich ganz besonders für die zahlreichen Fachgespräche, die Unterstützung bei den (teilweise mühsam) durchgeführten Versuchen und die entstandene Freundschaft. Ganz speziell möchte ich mich auch bei meinem Betreuer Em.O.Univ.-Prof. Dr.-Ing. Nicolaos Dourdoumas bedanken. Seine Ideen und Verbesserungsvorschläge haben wesentlich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen. Durch ihn hat für mich die Bezeichnung „Doktorvater“ eine ganz besondere Bedeutung bekommen. Weiters bedanke ich mich bei den Herrn Prof. Dr.-Ing. Rudolf Tracht und Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn für die Begutachtung meiner Arbeit.

Bei meinen Arbeitskollegen Daniel Muschick, Sonja Moschick, Martin Steinberger, Anton Hofer, Matthias Skofitsch, Richard Seeber, Markus Freistätter, Martin Wipfler, Martin Forstinger, Astrid Rupp, Markus Reichhartinger, Vamsi Makkapati und Klemens Kranawetter sowie bei Alexandra Doczy, Arabella Gass und Barbara Reisinger bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit, die Freundschaft und das tolle Arbeitsklima. Besonders danke ich meinem Kollegen Richard Seeber für den fachlichen Austausch über das Themengebiet der Biomasse. Weiters möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des Kompetenzzentrums Bioenergy2020+ bedanken, die mich im Rahmen meiner Arbeiten unterstützt haben.

Schließlich gilt mein Dank auch meinen Eltern, die mir den Weg bis hierhin ermöglicht und mich während meines Studiums finanziell unterstützt haben. Vor allem aber möchte ich mich an dieser Stelle bei meiner Verlobten Elisabeth für ihre Unterstützung, ihr Verständnis und ihre Liebe bedanken. Ihr ist diese Arbeit gewidmet.

Graz, November 2014

Christoph Schörghuber



# Kurzfassung

Für den Betrieb moderner Biomasse-Feuerungsanlagen mit hohem Wirkungsgrad und geringen Emissionen ist eine gut funktionierende Regelung ausschlaggebend. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein bereits bestehendes modellbasiertes Regelungskonzept für Biomasse-Feuerungsanlagen analysiert und ein neues Regelungskonzept vorgestellt. Die dafür notwendigen experimentellen Untersuchungen wurden an einer Biomasse-Flachschubrost-Feuerungsanlage mit Warmwasserkessel (Nennleistung: 180kW) am Kompetenzzentrum BIOENERGY 2020+ GmbH durchgeführt.

Die zur gezielten Beeinflussung des Verbrennungsprozesses benötigten Brennstoff-, Luft- und Rauchgasmassenströme werden von der Feuerungsregelung vorgegeben und mit Hilfe der Brennstoffförderschnecke, der Klappen und der Ventilatoren eingestellt. Im ersten Teil der Arbeit werden die dafür benötigten unterlagerten Regelkreise untersucht. Zur Verbesserung des Führungsverhaltens der bestehenden unterlagerten Regelungen werden flachheitsbasierte Vorsteuerungen auf Basis dynamischer Modelle entworfen.

Im zweiten Teil wird der Entwurf der Feuerungsregelung betrachtet. Dabei wird zunächst der bereits bekannte Reglerentwurf auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung im Detail durchgeführt und um eine Stabilitätsanalyse erweitert. Die zur Regelung benötigten Zustandsgrößen werden über ein erweitertes Kalman-Filter geschätzt. Zusätzlich werden PI-Regelungen vorgeschlagen, um stationäre Genauigkeit für die messbaren Ausgangsgrößen zu erreichen. In weiterer Folge wird ein neues Regelungskonzept basierend auf Internal-Model-Control vorgestellt. Dabei kann auf den Einsatz eines Kalman-Filters und auf die PI-Regelungen verzichtet und trotzdem stationäre Genauigkeit der messbaren Ausgangsgrößen garantiert werden. Somit besitzt dieses neue Regelungskonzept im Vergleich zur Regelung mit Eingangs-Ausgangs-Linearisierung eine einfachere Reglerstruktur mit einer deutlich geringeren Anzahl an einzustellenden Reglerparametern.

Im dritten Teil der Arbeit werden die vorgestellten Regelungskonzepte mit Hilfe von Messergebnissen miteinander verglichen. Dabei werden mit dem neuen vereinfachten Regelungskonzept im Vergleich zum bestehenden ähnlich gute Ergebnisse erzielt.



## Abstract

The operation of modern biomass combustion plants with high efficiencies and low emissions requires advanced control strategies. In this work an existing model-based control concept for biomass furnaces is analyzed and a new control concept is proposed. The experimental investigations were performed on basis of a moving grate furnace with a hot water boiler (nominal capacity: 180kW) at the competence center BIOENERGY 2020+ GmbH.

The combustion process of the biomass furnace is controlled by the main controller via the massflows of biomass, air and flue gas. These massflows are controlled by inner control loops via the fuel screw conveyor, fans and flaps. In the first part of this work the inner control loops are investigated. Flatness based feed forward controllers are designed on basis of dynamic models to improve the performance of the existing controllers.

In the second part the main controller of the biomass furnace is considered. The existing control design based on input-output-linearization is shown in detail and a stability analysis is given. The system state required for the resulting control law is estimated by an extended Kalman filter. Additionally, PI-controllers are used to eliminate the steady-state control errors for the measured outputs. Subsequently, a new control concept on basis of internal-model-control is proposed. No Kalman filter and no PI-controllers are used within this new control structure. However, the resulting controller eliminates the steady-state control errors for the measured outputs. Thus, compared to the controller on basis of input-output-linearization the new control concept consists of a simplified control structure with less control parameters.

In the third part the presented control concepts are compared by experimental results. It becomes apparent that the results with the new simplified main controller are similar to the results with the existing control concept.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>5</b>
2.1	Funktionsweise der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage . . . . .	5
2.1.1	Variation der zugeführten Stoffströme . . . . .	8
2.1.2	Eingesetzte Sensorik . . . . .	10
2.1.3	Implementierung der Regelung . . . . .	11
2.2	Ziele für die Regelung einer Biomasse-Feuerungsanlage . . . . .	11
2.3	Bestehende modellbasierte Regelung . . . . .	13
2.4	Durchgeführte Arbeiten und Gliederung . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Entwurf der unterlagerten Massenstromregelungen</b>	<b>17</b>
3.1	Steuerung des Brennstoffmassenstromes . . . . .	18
3.2	Modellbildung der Luftzufuhren und der Rauchgasrezirkulation . . . . .	19
3.2.1	Modellierung der Druck- und Massenstromverhältnisse . . . . .	21
3.2.2	Schätzung von Massenströmen . . . . .	28
3.2.3	Modellierung der dynamischen Eigenschaften der Stellgeräte . . . . .	30
3.2.4	Modellbildung der Sekundärluftzufuhr . . . . .	36
3.2.5	Modellbildung der Rauchgasrezirkulation . . . . .	40
3.2.6	Modellbildung der Primärluftzufuhr . . . . .	44
3.2.7	Modellabweichung durch Verschmutzung . . . . .	50
3.3	Modellbasierter Reglerentwurf . . . . .	51
3.3.1	Verwendete Reglerstruktur . . . . .	51
3.3.2	Modelle für den Reglerentwurf . . . . .	53
3.3.3	Flachheitsbasierte Vorsteuerung . . . . .	56
3.3.4	Trajektorienplanung . . . . .	61
3.3.5	Ventilatorsteuerung . . . . .	67
3.3.6	PI-Regelung . . . . .	71
3.4	Simulations- und Messergebnisse . . . . .	71
3.4.1	Ergebnisse der Sekundärluftzufuhr . . . . .	71
3.4.2	Ergebnisse der Rauchgasrezirkulation . . . . .	73
3.4.3	Ergebnisse der Primärluftzufuhr . . . . .	75
3.5	Zusammenfassung . . . . .	77

<b>4</b>	<b>Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung</b>	<b>79</b>
4.1	Modellbildung . . . . .	80
4.1.1	Teile des Modells . . . . .	80
4.1.2	Gesamtmodell . . . . .	93
4.1.3	Systemtechnische Analyse und Vereinfachung des Modells . . . . .	95
4.1.4	Bestimmung bzw. Abschätzung von Störgrößen . . . . .	98
4.2	Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung . . . . .	100
4.2.1	Eingangs-Ausgangs-Linearisierung - eine Einführung . . . . .	101
4.2.2	Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für die Biomasse-Feuerungsanlage	106
4.2.3	Stabilisierung der internen Dynamik . . . . .	109
4.2.4	PI-Regelung für stationär genaues Regelverhalten . . . . .	119
4.2.5	Kalman-Filter . . . . .	122
4.2.6	Probleme im praktischen Einsatz . . . . .	123
4.3	Regelung mittels Internal-Model-Control . . . . .	124
4.3.1	Internal-Model-Control - eine Einführung . . . . .	125
4.3.2	Entwurf der inversen Streckendynamik . . . . .	131
4.3.3	Reglerstruktur für die Biomasse-Feuerungsanlage . . . . .	142
<b>5</b>	<b>Verifikation der Regelung mittels Internal-Model-Control</b>	<b>145</b>
5.1	Durchgeführtes Versuchsprogramm . . . . .	146
5.2	Ergebnisse . . . . .	147
5.3	Bewertung des geregelten Betriebes . . . . .	151
5.3.1	Leistung . . . . .	151
5.3.2	Ausbrandqualität . . . . .	152
5.3.3	Wirkungsgrad . . . . .	153
5.4	Schlussfolgerung . . . . .	154
<b>6</b>	<b>Vergleich der vorgestellten Regelungskonzepte</b>	<b>155</b>
6.1	Stationäres Regelverhalten . . . . .	155
6.1.1	Durchgeführtes Versuchsprogramm . . . . .	156
6.1.2	Ergebnisse und Vergleich . . . . .	158
6.2	Leistungssprünge bei sprunghafter Änderung der Rücklauf-temperatur . . . . .	161
6.2.1	Durchgeführtes Versuchsprogramm . . . . .	161
6.2.2	Ergebnisse und Vergleich . . . . .	163
6.2.3	Bewertung des jeweiligen geregelten Betriebes . . . . .	167
6.3	Leistungssprünge bei sprunghafter Änderung des Wassermassenstromes . . . . .	170
6.3.1	Durchgeführtes Versuchsprogramm . . . . .	170
6.3.2	Ergebnisse und Vergleich . . . . .	172
6.3.3	Bewertung des jeweiligen geregelten Betriebes . . . . .	176
6.4	Schlussfolgerung . . . . .	178
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>181</b>

<b>A</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>183</b>
A.1	Gesamtmodell . . . . .	183
A.1.1	Modellgleichungen . . . . .	183
A.1.2	Modellkonstanten . . . . .	184
A.2	Reglerentwurfsmodell . . . . .	185
A.2.1	Modellgleichungen . . . . .	185
A.2.2	Modellkonstanten . . . . .	186
<b>B</b>	<b>Reglerentwurf</b>	<b>189</b>
B.1	Exakte Linearisierung und Interne Dynamik . . . . .	189
B.2	Inverse Streckendynamik . . . . .	192
<b>C</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>195</b>
C.1	Skalare Größen . . . . .	195
C.2	Vektorielle Größen . . . . .	197
C.3	Indizes . . . . .	198



# Kapitel 1

## Einleitung

Wir leben in Europa bzw. in der „westlichen Welt“ in einer Gesellschaft, in der der Bedarf an Energie zur Versorgung unserer alltäglichen technischen Hilfsmittel selbstverständlich ist. Dabei wird ein Großteil der Energie, die wir als selbstverständlich ansehen, täglich über die Steckdose bzw. über die Zapfsäule aufnehmen und verbrauchen, aus fossilen Energieträgern gewonnen. Fossile Energieträger sind über Millionen von Jahren im Inneren der Erde aufgrund langsamer chemischer Prozesse entstanden. Sie besitzen eine hohe Energiedichte, stehen aber nicht unbegrenzt zur Verfügung. Zu diesen Rohstoffen zählen vor allem Kohle, Erdöl und Erdgas. Aufgrund der sehr hohen Energiedichte von Erdöl ist dieser Energieträger speziell für mobile Anwendungen bestens geeignet und wird innerhalb unserer Gesellschaft meist gedankenlos verschwendet. Die Energie dieser fossilen Energieträger wird durch Verbrennung freigesetzt. Die chemischen Bestandteile werden dabei zum Großteil in Wasser ( $H_2O$ ) und Kohlendioxid ( $CO_2$ ) umgewandelt. Die Entstehung von Wasser ist unproblematisch. Auch Kohlendioxid kann für den Menschen als harmloses ungiftiges Gas angesehen werden. Allerdings ergibt sich aufgrund des großen Verbrauches an fossiler Energie eine Erhöhung des Kohlendioxidanteils in der Atmosphäre, welche wiederum infolge des Treibhauseffektes für die Erderwärmung und somit für den Klimawandel mitverantwortlich ist.

Angesichts der damit verbundenen Problematik und der Tatsache, dass fossile Energieträger nicht unbegrenzt zur Verfügung stehen, wurde in den letzten Jahrzehnten der Ruf nach erneuerbaren Energieträgern immer lauter. Erneuerbare Energieträger stehen zwar tagtäglich in nahezu unbegrenzter Menge zur Verfügung, besitzen aber eine deutlich geringere Energiedichte. Zu ihnen zählen Wasserkraft, Windenergie, solare Strahlung, Erdwärme und Biomasse. Biomasse ist dabei der einzige erneuerbare Energieträger der  $CO_2$  direkt aus der Atmosphäre aufnehmen und über Photosynthese umsetzen kann [31]. Durch Verbrennung oder Vergasung von Biomasse können sowohl Wärme als auch Strom und flüssiger bzw. gasförmiger Treibstoff für mobile Anwendungen erzeugt werden. Bei der Verbrennung von Biomasse werden die chemischen Bestandteile, wie bei der Verbrennung von fossilen Energieträgern, hauptsächlich in Wasser und Kohlendioxid umgewandelt. Die nicht brennbaren Anteile der Biomasse bleiben bei vollständiger Verbrennung in Form von Asche zurück, deren Anteil stark von der verwendeten Biomasse abhängt.

Biomasse besitzt zwar im Vergleich zu fossilen Energieträgern eine deutlich geringere Energiedichte, ist allerdings bei nachhaltiger Nutzung und bei Betrachtung des gesamten Biomassenkreislaufes weitgehend  $CO_2$ -neutral. Das bei der Verbrennung von Biomasse frei werdende Kohlendioxid wird nämlich aufgrund von Photosynthese in den Blättern der nachwachsenden Biomasse wieder gebunden. Durch nachhaltige Biomassennutzung kann daher ein wesentlicher Anteil zu einer nachhaltigen Energieversorgung unserer Gesellschaft geschaffen und dem Klimawandel entgegen gewirkt werden. Daher wurde in den letzten Jahrzehnten vermehrt im Bereich der Biomasse-Verbrennung geforscht.

Der Verbrennungsprozess von Biomasse ist aufgrund der stark variierenden Brennstoffeigenschaften wie Heizwert, Wassergehalt und Schüttdichte deutlich schwieriger handhabbar als jener von fossilen Energieträgern und erfolgt in speziell dafür konstruierten Biomasse-Feuerungsanlagen. Um bei solchen Anlagen einen möglichst hohen Wirkungsgrad bei möglichst geringen Emissionen zu erreichen und einen gleichmäßigen Verbrennungsprozess im gewünschten Leistungsbereich zu ermöglichen, ist neben einer speziellen Anlagengeometrie eine gut funktionierende Regelung ausschlaggebend, z.B. [23, 31]. Diese Arbeit beschäftigt sich daher mit der Regelung von Biomasse-Feuerungsanlagen mit dem Ziel, die genannten Anforderungen möglichst gut zu erfüllen.

Aus Sicht der Systemtechnik handelt es sich bei einer Biomasse-Feuerungsanlage um ein nichtlineares verkoppeltes Mehrgrößensystem. Der Begriff „verkoppelt“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sich Änderungen der verfügbaren Stellgrößen jeweils auf mehrere der interessanten physikalischen Regelgrößen auswirken. Bei typischen industriellen Regelungen von Biomasse-Feuerungsanlagen werden vorhandene Nichtlinearitäten und Verkopplungen meist der Einfachheit halber vernachlässigt. Zur Regelung der linear und entkoppelt betrachteten Teilsysteme werden hauptsächlich PID- oder Fuzzy-Regelungen eingesetzt, z.B. [18, 19, 23, 33, 34, 49]. Aufgrund dieser Vereinfachungen kann das Potential der geregelten Anlage bezüglich der Erreichung eines hohen Wirkungsgrades und gleichzeitig geringen Emissionen nicht voll ausgeschöpft werden. Um das Regelverhalten zu verbessern, wurden in letzter Zeit vermehrt modellprädiktive Regelungen (MPC - Model Predictive Control) in Betracht gezogen, z.B. [25, 28, 32]. Paces et.al. verwenden als Basis für die modellprädiktive Regelung einer Biomasse-Feuerungsanlage ein lineares Modell mit 17 Zustandsgrößen, welches aus einem nichtlinearen Modell mit 46 Zustandsgrößen abgeleitet wurde. Ein Modell dieser hohen Ordnung besitzt typischerweise viele Modellparameter deren Identifikation im Allgemeinen sehr aufwändig ist. Außerdem erhält man ein sehr kompliziertes Regelgesetz, das wiederum, aufgrund des linearen Ansatzes, nur in der Nähe des (für die Linearisierung verwendeten) Arbeitspunktes gültig ist. Darüber hinaus ist die Implementierung des für eine MPC-Regelung benötigten Optimierungsalgorithmus in einer (bei Biomasse-Feuerungsanlagen üblichen) Standard-Industrie-Steuerung nicht einfach.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Ansatz mit einer modellbasierten Regelungsstrategie, wie sie in [3, 17] vorgeschlagen wird, verfolgt. Für den Entwurf der Regelung wird dabei ein einfaches nichtlineares mathematisches Modell mit vier Zustandsgrößen verwendet. Auf Basis dieses Modells wurde mit Hilfe der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung ein nichtlineares Regelgesetz abgeleitet. Dieses Regelgesetz ist in einem größeren Arbeits-

bereich gültig und kann mit verhältnismäßig geringem mathematischen Aufwand auch an einer Standard-Industrie-Steuerung implementiert werden.

Die vorliegende Arbeit ist innerhalb einer Kooperation des Instituts für Regelungs- und Automatisierungstechnik der Technischen Universität Graz und des Kompetenzzentrums BIOENERGY2020+ entstanden. Ziel der Arbeit ist es, das bereits bestehende Regelungskonzept zu analysieren und zu verbessern. Dafür werden weitere Methoden der nicht-linearen Regelungstheorie untersucht und an einer typischen Biomasse-Feuerungsanlage getestet.



# Kapitel 2

## Aufgabenstellung

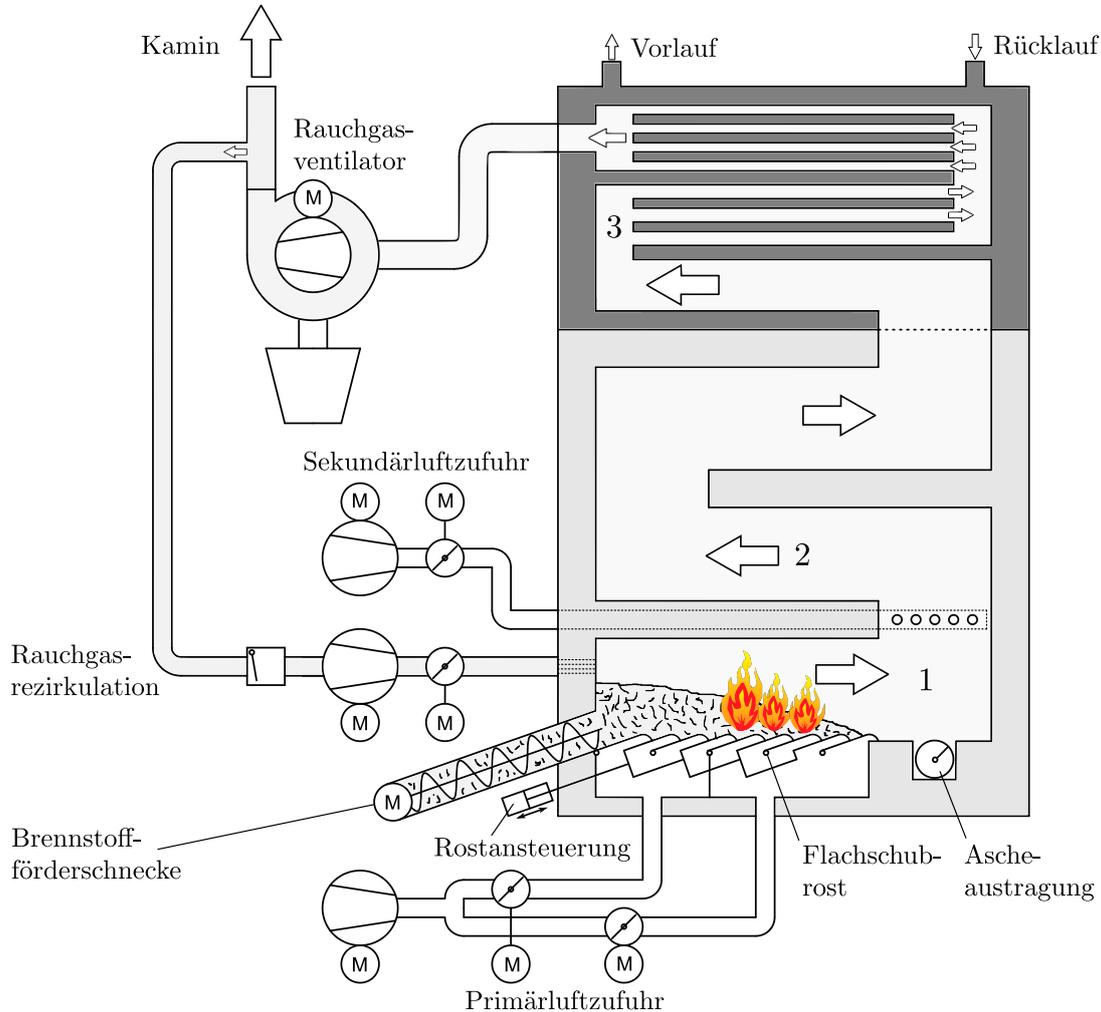
Als Grundlage der vorliegenden Arbeit wurde in [3, 17] ein mathematisches Modell für eine mittelgroße Biomasse-Feuerungsanlage mit Warmwasserkessel (thermische Nennleistung: 180 kW) entwickelt und ein modellbasierter Reglerentwurf durchgeführt. Beim Modell handelt es sich um eine Serien- bzw. Parallelschaltung mehrerer Teilmodelle. In [5, 6, 8] konnte gezeigt werden, dass diese Teilmodelle die wesentlichen physikalischen Phänomene der untersuchten Anlage sehr gut abbilden. Die entwickelte modellbasierte Regelung wurde im praktischen Betrieb erfolgreich erprobt. Dabei konnte das Verhalten der geregelten Anlage, verglichen mit der Standardregelung des Anlagenherstellers deutlich verbessert werden [17]. Im Rahmen dieser Arbeit wird die bestehende modellbasierte Regelung untersucht und an entscheidenden Stellen erweitert. Außerdem wird ein weiteres Regelungskonzept auf Basis des vorhandenen Modells erarbeitet, um damit den praktischen Einsatz der modellbasierten Regelung zu erleichtern.

Dieses Kapitel soll dem Leser eine kurze Einführung in die Regelung von Biomasse-Feuerungsanlagen geben und einen Überblick über die vorliegende Arbeit verschaffen. Dafür wird zunächst im Abschnitt 2.1 die Funktionsweise der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage erklärt. Danach werden im Abschnitt 2.2 die Ziele für die Regelung einer Biomasse-Feuerungsanlage definiert. Im Abschnitt 2.3 wird die bestehende modellbasierte Regelung kurz erläutert bevor abschließend im Abschnitt 2.4 auf die Gliederung der vorliegenden Arbeit eingegangen wird.

### 2.1 Funktionsweise der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage

Die experimentellen Untersuchungen wurden anhand einer mittelgroßen Biomasse-Flachschubrost-Feuerungsanlage zur Verbrennung von Hackgut am Kompetenzzentrum BIO-ENERGY 2020+ durchgeführt. Diese Biomasse-Feuerungsanlage wird zur Erwärmung von Wasser für Heizzwecke verwendet und besitzt einen Warmwasserkessel (Rauchrohrwärmeübertrager) mit einer Nennleistung von 180 kW. Die Funktionsweise ist mit anderen

Anlagen dieser Größenordnung vergleichbar. Eine schematische Darstellung dieser Biomasse-Feuerungsanlage ist in Abbildung 2.1 zu sehen.



**Abbildung 2.1** – Schematische Darstellung der untersuchten Flachschubrost-Feuerungsanlage (1 Primärverbrennungszone, 2 Sekundärverbrennungszone, 3 Rauchrohrwärmeübertrager)

Wie bei modernen Biomasse-Feuerungsanlagen üblich, wird die Verbrennung in eine Primär- (1) und eine Sekundärverbrennungszone (2) räumlich aufgeteilt und jeweils mit einer eigenen Luftzufuhr (Primär- und Sekundärluftzufuhr) versorgt [31]. Über den Rauchgasventilator wird in diesen Zonen ein Unterdruck (sogenannter Feuerraumunterdruck) erzeugt und je nach Zustand der Anlage auf einen bestimmten, konstanten Wert geregelt. Dadurch wird sichergestellt, dass an undichten Stellen kein Rauchgas aus der Anlage austritt.

Das Hackgut gelangt über die Brennstoffförderschnecke in die Primärverbrennungszone des Feuerraumes und liegt während des Abbrands auf einem beweglichen Rost. Durch eine periodische Vorwärts- und Rückwärtsbewegung der beweglichen Rostelemente wird

die Biomasse während des Abbrands in Richtung Aschenausstragung befördert. Dabei wird dieser sogenannte Flachsrost mit Hilfe eines Hydraulikzylinders in bestimmten Zeitabständen schrittweise bewegt. Die Periodendauer dieser Bewegung wird von der Regelung an die Länge des Rostes angepasst, um sicherzustellen, dass die Biomasse bis zum Ende des Rostes vollständig verbrannt ist. Die verbleibende Asche fällt am Ende des Rostes in eine Mulde von der sie über die Aschenausstragung aus dem Feuerraum transportiert wird. Der Verbrennungsprozess am Rost wird über die Primärluftzufuhr mit Sauerstoff versorgt. Die Luft wird dabei durch Schlitze im Rost von unten auf das sogenannte Brennstoffbett geblasen. Beim Abbauvorgang des Brennstoffes kommt es zunächst zu einer Trocknung der feuchten Biomasse, danach zu einer Freisetzung der flüchtigen Bestandteile und einer Verbrennung der übrig bleibenden Holzkohle.

Aufgrund der gewünschten Aufteilung in eine Primär- und eine Sekundärverbrennungszone wird im stationären Betrieb der Anlage über die Primärluftzufuhr nur ein Teil der, für eine vollständige Verbrennung benötigten Luftmenge zugeführt. Das bedeutet, dass die Verbrennung in der Primärverbrennungszone unter Sauerstoffmangel abläuft und die frei werdenden Gase nicht vollständig verbrannt sind. Die für eine vollständige Verbrennung benötigte zusätzliche Luftmenge wird erst am Beginn der Sekundärverbrennungszone über die Sekundärluftzufuhr zugeführt. Da diese Luftzufuhr über entsprechende Düsen mit hoher Geschwindigkeit erfolgt, ergibt sich eine gute Durchmischung der unvollständig verbrannten Gase mit dem Sauerstoff der zugeführten Sekundärluft. Dadurch wird in der Sekundärverbrennungszone eine vollständige Verbrennung mit hoher Ausbrandqualität erreicht.

Das vollständig verbrannte und heiße Rauchgas gelangt danach in den Wärmeübertrager, wo ein Großteil der freigesetzten Wärme auf Wasser übertragen wird. Bei der untersuchten Anlage wird für diesen Zweck ein sogenannter Rauchrohrwärmeübertrager (3) verwendet. Dabei wird das Rauchgas durch viele dünne Rohre im wassergefüllten Wärmeübertrager geführt. Über eine Pumpe wird der gewünschte Wassermassenstrom für den Wasserkreislauf durch den Wärmeübertrager vorgegeben. Dabei wird das austretende heiße Wasser als Vorlauf und das rückgeführte kühle Wasser als Rücklauf bezeichnet. Das resultierende abgekühlte Rauchgas wird über den Rauchgasventilator in den Kamin befördert. Zur Reduktion der Verbrennungstemperatur wird ein Teil dieses sauerstoffarmen Rauchgases durch die Rauchgasrezirkulationsleitung zurück in die Primärverbrennungszone geführt.

Der Gesamtprozess der Biomasse-Feuerungsanlagen wird somit über die Brennstoff-, die Primärluft- und die Sekundärluftzufuhr sowie über die Rauchgasrezirkulation beeinflusst und soll durch gezielte Vorgabe der jeweiligen Massenströme geregelt werden. Die Gesamtregelung der Biomasse-Feuerungsanlage funktioniert umso besser, je genauer die tatsächlich der Anlage zugeführten Massenströme den vorgegebenen Sollwerten folgen. Aufgrund des Unterdruckes im Feuerraum strömt durch undichte Stellen zusätzlich zu den gewünschten Stoffströmen eine unkontrollierte Menge an sogenannter Falschluf in den Feuerraum der Anlage. Dadurch wird der gewünschte Verbrennungsprozess gestört. Zur Minimierung dieses sogenannten Falschlufteintrages sollte die Anzahl an undichten Stellen so gering als möglich sein. In Abbildung 2.2 ist die untersuchte Flachsrost-Feuerungsanlage zu sehen.



**Abbildung 2.2** – Untersuchte Flachschubrost-Feuerungsanlage

Die Anlage ist für Versuchszwecke an ein spezielles Hydrauliknetz gekoppelt, über welches die wasserseitig geforderte Leistung beliebig vorgegeben und die erzeugte Wärmeleistung jederzeit abgeführt werden kann. Wie bereits erwähnt, wird der Wassermassenstrom durch den Rauchrohrwärmeübertrager über eine Pumpe vorgegeben und kann innerhalb bestimmter Grenzen variiert werden. Die Temperatur des in den Wärmeübertrager rückgeführten Wasserstromes wird über eine Rücklauf-temperaturanhebung auf einen vorgegebenen Sollwert geregelt. Dieser Sollwert kann ebenfalls innerhalb bestimmter Grenzen variiert werden. Damit ist es möglich, die Anlagenregelung über realistische Szenarien im gesamten Leistungsbereich der Biomasse-Feuerungsanlage zu testen, ohne dabei das hydraulische Wärmenetz zu überfordern.

### 2.1.1 Variation der zugeführten Stoffströme

Um die Stoffströme in den Versorgungsleitungen der Brennstoff-, der Primärluft- und der Sekundärluftzufuhr sowie der Rauchgasrezirkulation gezielt vorzugeben, werden die darin verbauten Stellgeräte entsprechend gesteuert bzw. geregelt. In diesem Abschnitt

werden die verwendeten Stellgeräte und die jeweiligen Messverfahren zur Messung der Massenströme erklärt.

Die Brennstoffzufuhr erfolgt bei der untersuchten Anlage über zwei Förderschnecken, welche mit frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen angetrieben werden. Die sogenannte Dosierschnecke befördert die Biomasse vom Vorratsbehälter zur Unterschubschnecke, mit welcher der Brennstoff in den Feuerraum transportiert wird. Die beiden Schnecken sind aus Sicherheitsgründen durch eine verschließbare Rückbrandklappe und zur Minimierung des Falschlufteintrages durch eine Zellradschleuse getrennt. Mit Hilfe von Frequenzumrichtern kann die jeweilige Drehzahl der Asynchronmaschinen und somit die der Förderschnecken kontinuierlich vorgegeben werden. Um einer Überfüllung der Unterschubschnecke vorzubeugen, wird diese mit einer höheren Drehzahl als die Dosierschnecke betrieben. Der Brennstoffmassenstrom ist näherungsweise proportional der Schneckendrehzahl der Dosierschnecke, kann allerdings nur mit hohem Aufwand gemessen werden. Darauf wurde bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage (wie bei den meisten Biomasse-Feuerungsanlagen) verzichtet, weshalb der Brennstoffmassenstrom gesteuert vorgegeben wird.

Bei der Primärluft- und der Sekundärluftzufuhr bzw. der Rauchgasrezirkulation handelt es sich vorrangig um Rohrleitungen mit Ventilatoren und Klappen durch welche Luft bzw. Rauchgas in die Anlage geführt wird (siehe Abbildung 2.1). Die Gasströmung in den Rohrleitungen wird von den Ventilatoren erzeugt, welche mit frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen angetrieben werden. Dabei wird mit Hilfe von Frequenzumrichtern die gewünschte Drehzahl vorgegeben. Selbst bei minimalen Ventilator Drehzahlen werden relativ hohe Massenströme erzeugt, welche durch den Unterdruck im Feuerraum noch vergrößert werden. Um die Massenströme bei minimalen Ventilator Drehzahlen zu reduzieren und so den Stellbereich nach unten zu erweitern, sind in den Rohrleitungen Klappen eingebaut, welche mit Hilfe von entsprechenden Stellmotoren [9] positioniert werden. Durch die eingesetzten Schnellläufer-Klappenantrieben wird zusätzlich eine rasche Veränderung der Massenströme ermöglicht. Zur Messung von Luftmassenströmen werden bei der untersuchten Anlage sogenannte Heißfilm-Luftmassensensoren verwendet. Diese sind in der Automobilindustrie weit verbreitet und stellen eine zuverlässige Messmethode dar. Nähere Informationen hierzu sind in [16, 35, 36] zu finden. Für die dauerhafte Messung von Rauchgasmassenströmen (wie z.B. zur Regelung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes) können aufgrund der hohen Temperaturen und der starken Verunreinigung des Rauchgases keine Heißfilm-Luftmassensensoren eingesetzt werden. Auch der Einsatz von Prandtlrohren stellt in diesem Fall keine zuverlässige Messmethode dar. Deshalb werden die Rauchgasmassenströme bei der untersuchten Anlage anhand sogenannter Druck-Massenstrommodelle mit Hilfe von Druck- und Temperaturmessungen geschätzt. Die gasförmigen Massenströme sind also mess- bzw. schätzbar und können durch Vorgabe der Ventilator Drehzahlen und der Klappenstellungen geregelt werden.

### 2.1.2 Eingesetzte Sensorik

Für den geregelten Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage werden verschiedene Sensoren eingesetzt. Dabei handelt es sich um Sensoren zur Messung der Temperatur  $T$ , des Druckes  $p$ , des Massenstromes  $\dot{m}$  und des Sauerstoffgehaltes im Rauchgas  $x_{\text{O}_2\text{RG}}$ . Um einen Überblick zu bekommen, wo sich diese Sensoren bzw. deren Messstellen bei der untersuchten Anlage befinden, sind diese in die schematische Darstellung in Abbildung 2.3 eingetragen. Die Messstellen einzelner Sensoren, welche sich im selben Systemabschnitt befinden, sind dabei zusammengefasst dargestellt.

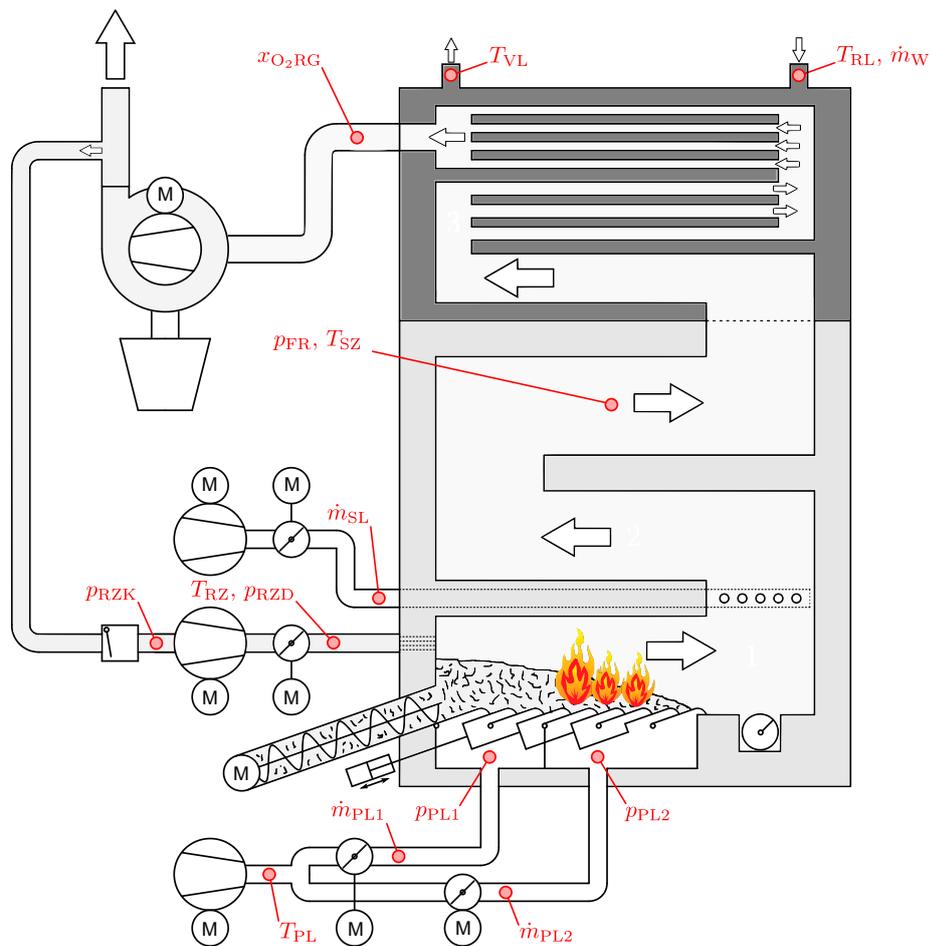


Abbildung 2.3 – Sensoren bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage

Für die Messung der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{SVZ}}$  kommt dabei ein Thermoelement mit entsprechendem Schutzrohr zum Einsatz. Alle weiteren Temperatursensoren werden als PT100-Widerstands-Temperatursensoren ausgeführt. Zur Messung der Drücke werden Differenzdruckaufnehmer verwendet. Für die Messung der Luft-Massenströme werden, wie bereits erwähnt, Heißfilm-Luftmassensensoren eingesetzt. Der Sauerstoffgehalt im Rauchgas wird mit Hilfe der Breitband-Lambdasonde „KS1D“ der Firma LAMTEC gemessen [26].

### 2.1.3 Implementierung der Regelung

Zur Steuerung der Anlage wird vom Hersteller eine Industrie-SPS (Speicherprogrammierbare Steuerung) eingesetzt. Um die Regelung im Entwicklungsprozess möglichst einfach zu modifizieren, werden für die Implementierung der neuen Regelung ein handelsüblicher PC und das Programmpaket LABVIEW verwendet. Über ein DAQ-Gerät (Data Acquisition) der Firma NATIONAL INSTRUMENTS werden im LabView-Programm alle Sensorsignale erfasst und die Stellgeräte der Biomasse-Feuerungsanlage angesteuert. Der PC ist zusätzlich über die RS232-Schnittstelle mit der Industrie-SPS verbunden, um einen Datenaustausch zu ermöglichen und festzulegen, ob die Steuerung der Anlage über die Industrie-SPS oder über den PC läuft. Um das Labview-Programm im laufenden Betrieb zu adaptieren, kann die Steuerung jederzeit an die SPS übergeben werden. Im Zuge der Realisierung dieser Steuerung mussten demzufolge umfangreiche Arbeiten im Bereich der Elektroinstallationen durchgeführt werden.

Mit Hilfe des Labview-Programms werden verschiedene Messwerte für Analysezwecke gespeichert. Die Abtastzeit für eine quasikontinuierliche Realisierung der Regelung wurde im Labview-Programm, der höchsten Systemdynamik entsprechend, mit  $t_d = 100\text{ms}$  festgelegt. Diese ist bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage durch die speziellen Schnellläufer-Klappenantriebe vorgegeben. Da die Systemdynamiken der wesentlichen Prozesse einer Biomasse-Feuerungsanlage um einiges kleiner sind, reicht bei Verwendung langsamerer Klappenantriebe eine Abtastzeit von einer Sekunde aus, um einen quasikontinuierlichen Betrieb der Anlage zu ermöglichen.

## 2.2 Ziele für die Regelung einer Biomasse-Feuerungsanlage

Mit Hilfe der Regelung sollen charakteristische physikalische Größen der Biomasse-Feuerungsanlage auf bestimmte Sollwerte geregelt werden. Aus Sicht des Anlagenbetreibers soll die geforderte Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage möglichst genau bereitgestellt werden. Typischerweise wird der Wassermassenstrom  $\dot{m}_W$  im Hydraulikkreislauf des Wärmeübertragers konstant gehalten. Eine geänderte Leistungsforderung geht meistens mit einer Änderung der Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  (bzw. seltener des Sollwertes der Vorlauf-temperatur  $T_{VL}$ ) einher. Daher muss die Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  von der Regelung trotz Änderung der Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  (oder auch trotz Änderung des Wassermassenstromes  $\dot{m}_W$ ) auf den gewünschten Sollwert  $T_{VL,s}$  geregelt werden.

Aus umwelttechnischen Gesichtspunkten ist es wichtig, dass die Bereitstellung der geforderten Leistung mit einem möglichst geringen Schadstoffausstoß einhergeht. Wie bei jeder Verbrennung kommt es auch bei der Verbrennung von Biomasse zur Entstehung von Emissionen in Form von unverbrannten chemischen Bestandteilen, welche für die Umwelt bzw. für den Menschen schädlich sind. Um den Ausstoß an solchen Emissionen auf ein Minimum zu reduzieren, muss durch die Regelung eine möglichst hohe Ausbrandqualität garantiert werden. Die Feuerung ist hierfür konstruktiv, wie bereits erwähnt,

in eine Primär- und in eine Sekundärverbrennungszone aufgeteilt. Beide Zonen sind mit einer eigenen Luftzufuhr ausgestattet. Dabei wird über die Primärluftzufuhr nur ein Teil der, für eine vollständige Verbrennung benötigten Luftmenge zugeführt. Die Sekundärluft wird durch Düsen eingebracht, wodurch eine gute Durchmischung der brennbaren Gase mit dem Sauerstoff der Sekundärluft erreicht wird. Um eine hohe Ausbrandqualität zu ermöglichen, muss die vollständige Verbrennung in der Sekundärverbrennungszone mit hohem Sekundärluftanteil erfolgen. Diese sogenannte Luftstufung [23, 31] wird über das Verbrennungs-Luftverhältnis<sup>1</sup> in der Primärverbrennungszone  $\lambda_{PVZ}$  bzw. im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  charakterisiert. Die beiden Größen unterscheiden sich geringfügig, da beim Verbrennungs-Luftverhältnis in der Primärverbrennungszone auch der Sauerstoffanteil des rezirkulierten Rauchgases berücksichtigt wird. Daher könnten beide Größen bei der Regelung zur Vorgabe der Luftstufung in Betracht gezogen werden. Im vorliegenden Fall wird das Verbrennungsluft-Verhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  für die Regelung verwendet. Dieses ist intuitiv einfacher vorstellbar, da es in direktem Zusammenhang mit der Größe des Brennstoffbettes steht<sup>2</sup>. Aufgrund der hohen Temperaturen ist das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett nicht messbar und muss daher geschätzt werden. Die Wahl eines Sollwertes für die Regelung ist vom konstruktiven Aufbau der Anlage und dem daraus resultierenden Emissionsverhalten abhängig. Bei der betrachteten mittelgroßen Biomasse-Feuerungsanlage wurde  $\lambda_{BB}$  auf einen Sollwert zwischen 0.6 und 0.8 geregelt.

Eine vollständige Verbrennung mit hoher Ausbrandqualität wird allerdings nur dann erreicht, wenn ein minimaler Sauerstoffgehalt im vollständig verbrannten Rauchgas nicht unterschritten wird. Je nach Betriebszustand der Anlage variiert dieser minimale Wert. Daher ist es üblich den Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{O_2RG}$  auf einen bestimmten Sollwert  $x_{O_2RG,s}$  zu regeln, der in jedem Fall über diesem Minimalwert liegt. Im Sinne eines hohen Wirkungsgrades sollte die zugeführte Luftmenge bzw. die austretende Rauchgasmenge möglichst klein sein. Daher ist es sinnvoll den Sollwert  $x_{O_2RG,s}$  nicht zu groß zu wählen. Ein gutes Maß zur Beurteilung der resultierenden Ausbrandqualität ist durch den Kohlenmonoxidgehalt (CO-Gehalt) im Rauchgas gegeben<sup>3</sup>. Mit Hilfe einer CO- $\lambda$ -Charakteristik kann der Sollwert für die Regelung des Sauerstoffgehalts  $x_{O_2RG}$  an den aktuellen Betriebszustand der Anlage angepasst werden, z.B. [10, 18, 33, 40]. Die Bestimmung des Sollwertes  $x_{O_2RG,s}$  über eine CO- $\lambda$ -Charakteristik ist allerdings nicht Gegenstand dieser Arbeit. Daher wurde  $x_{O_2RG}$  auf einen konstanten Sollwert zwischen 5 % und 7 % geregelt. Die Regelung muss dafür sorgen, dass der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{O_2RG}$  in einem möglichst engen Band um diesen Sollwert gehalten wird. Dadurch kann der Sollwert im Sinne eines hohen Wirkungsgrades möglichst klein gewählt werden.

Für eine hohe Ausbrandqualität ist zusätzlich eine ausreichend hohe Verbrennungstempe-

---

<sup>1</sup>Mit dem Verbrennungs-Luftverhältnis wird das Verhältnis zwischen zugeführter Luftmenge und der minimalen für eine vollständige Verbrennung benötigten Luftmenge bezeichnet.

<sup>2</sup>Durch Verringerung von  $\lambda_{BB}$  wird das Brennstoffbett und somit die Menge an Brennstoff am Rost vergrößert.

<sup>3</sup>Da die Verbrennungsreaktion von Kohlenmonoxid zu Kohlendioxid verhältnismäßig langsam abläuft, kann davon ausgegangen werden, dass bei minimalem Kohlenmonoxidgehalt auch alle anderen unverbrannten Anteile im Rauchgas minimal sind.

ratur erforderlich. Die messbare Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone sollte daher einen bestimmten Minimalwert nicht unterschreiten. Um die Schamottaumkleidung im Inneren des Feuerraumes vor zu hohen Temperaturen zu schützen und somit dessen Lebensdauer zu erhöhen, darf die Rauchgastemperatur allerdings nicht zu hoch sein. Deshalb muss auch die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{SVZ}$  auf einen bestimmten Sollwert  $T_{SVZ,s}$  geregelt werden. Bei der betrachteten mittelgroßen Biomasse-Feuerungsanlage wurde der Sollwert zwischen 950 °C und 1000 °C gewählt.

Zur Erfüllung der genannten Anforderungen müssen also die vier Ausgangsgrößen Vorlaufemperatur  $T_{VL}$ , Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$ , Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{O_2RG}$  und Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{SVZ}$  auf bestimmte Sollwerte geregelt werden. Dies wird durch gezielte Vorgabe der vier Eingangsgrößen Brennstoff-  $\dot{m}_{BS}$ , Primärluft-  $\dot{m}_{PL}$ , Sekundärluft-  $\dot{m}_{SL}$  und rezirkulierter Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{RZ}$  erreicht. In Abbildung 2.4 ist der Gesamtprozess der Biomasse-Feuerungsanlage aus systemtechnischer Sicht mit den genannten Eingangs- und Ausgangsgrößen dargestellt.

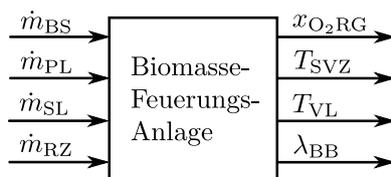


Abbildung 2.4 – Systemtechnische Sichtweise einer Biomasse-Feuerungsanlage

## 2.3 Bestehende modellbasierte Regelung

In [3, 17] wurde bereits ein Modell für die untersuchte mittelgroße Biomasse-Feuerungsanlage entwickelt und darauf basierend ein Reglerentwurf durchgeführt. Beim Reglerentwurfmodell handelt es sich um ein verkoppeltes nichtlineares Mehrgrößensystem vierter Ordnung mit vier Eingangs- und vier Ausgangsgrößen. Zur Entkopplung und Linearisierung des Eingangs-Ausgangs-Verhaltens wurde mit Hilfe der Methode der EINGANGS-AUSGANGS-LINEARISIERUNG (z.B. [1, 22, 24, 47, 51]) ein nichtlinearer Zustandsregler entworfen. Da der wirksame Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{BS}$  einer Totzeit unterliegt, wurde diese Eingangsgröße sowie die (nicht messbare) Ausgangsgröße  $\lambda_{BB}$  nicht für die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung herangezogen. Stattdessen wurde die Eingangsgröße  $\dot{m}_{BS}$  zur Stabilisierung der internen Dynamik des exakt linearisierten Systems verwendet. Dabei wurde  $\dot{m}_{BS}$  mit Hilfe eines Proportionalreglers und einer entsprechenden Vorsteuerung so vorgegeben, dass  $\lambda_{BB}$  im Mittel dessen Sollwert  $\lambda_{BB,s}$  folgt. In Abbildung 2.5 ist die Grundidee dieses Regelungskonzeptes dargestellt.

Mit  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$  und  $G_3(s)$  werden dabei die resultierenden linearen Übertragungsfunktionen mit den neuen Eingangsgrößen  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_3$  und den Ausgangsgrößen  $x_{O_2RG}$ ,  $T_{SVZ}$  und  $T_{VL}$  symbolisiert. Da nicht alle Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  des Modells gemessen werden kön-

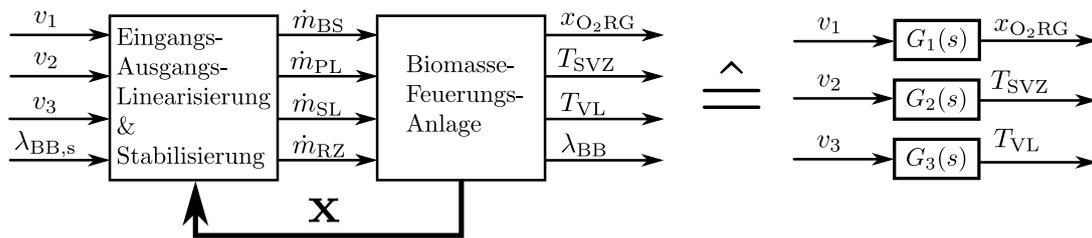


Abbildung 2.5 – Eingangs-Ausgangs-Linearisierung der Biomasse-Feuerungsanlage

nen, wird zur Schätzung der unbekanntenen Zustandsgrößen ein Kalman-Filter verwendet. Durch das Regelgesetz werden die Soll-Massenströme  $\dot{m}_s$  für die zugeführten Stoffströme vorgegeben. Die gasförmigen Stoffströme der Primärluftzufuhr (PZ), der Sekundärluftzufuhr (SZ) und der Rauchgasrezirkulation (RZ) werden mit Hilfe von unterlagerten Regelungen über die Klappenstellungen  $\varphi$  und die Ventilator Drehzahlen  $\omega$  geregelt. Dabei werden PI-Regler mit einfachen statischen Vorsteuerungen verwendet, um die Sollwerte  $\varphi_s$  bzw.  $\omega_s$  vorzugeben. Die Soll-Schneckendrehzahl  $\omega_s$  der Brennstoffzufuhr (BZ) wird gesteuert vorgegeben. Um die messbaren Ausgangsgrößen  $x_{O_2RG}$ ,  $T_{SVZ}$  und  $T_{VL}$  stationär genau ihren gewünschten Sollwerten nachzuführen, werden die neuen Eingangsgrößen  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_3$  mit Hilfe von integrierenden Reglern vorgegeben. In Abbildung 2.6 ist die Gesamtstruktur der bestehenden kaskadierten Regelung dargestellt.

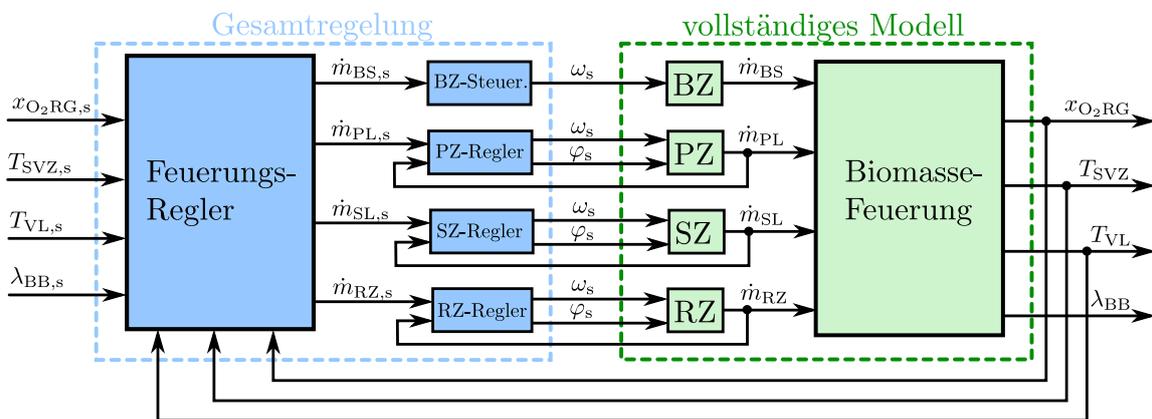


Abbildung 2.6 – Gesamtstruktur der bestehenden modellbasierten Regelung

Hierbei wird die überlagerte Reglerstruktur bestehend aus nichtlinearem Zustandsregler, Stabilisierung der internen Dynamik, Kalman-Filter und den integrierenden Reglern als „Feuerungsregler“ bezeichnet. Das vollständige Modell wird durch das Modell der Biomasse-Feuerung von Bauer et.al. und durch die einzelnen Massenstrommodelle beschrieben.

## 2.4 Durchgeführte Arbeiten und Gliederung

Im Rahmen dieser Arbeit wird die bestehende modellbasierte Regelung einer ausführlichen Analyse unterzogen und an einigen Stellen erweitert. Die durchgeführten Arbeiten wurden in drei Teile unterteilt. Dabei wird sowohl der theoretische Entwurf als auch der praktische Einsatz der Regelung betrachtet. Außerdem wird ein weiteres Regelungskonzept vorgeschlagen, um damit den praktischen Einsatz zu erleichtern.

Der erste Teil (Kapitel 3) befasst sich mit dem Entwurf der unterlagerten Regelkreise. Das Verhalten des geregelten Gesamtsystems wird maßgeblich vom Führungsverhalten dieser Regelkreise beeinflusst. Daher werden neue Massenstromregelungen auf Basis dynamischer Modelle entworfen. Dabei wird die Regelgüte mit Hilfe flachheitsbasierter Vorsteuerungen verbessert. Durch diese Maßnahme ist die Vernachlässigung der deutlich höheren Dynamik dieser unterlagerten Regelkreise für den Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung zulässig<sup>4</sup>.

Im zweiten Teil (Kapitel 4) wird der Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung durchgeführt. Wie bereits erwähnt, wird dabei die vereinfachte Struktur ohne unterlagerte Regelungen gemäß Abbildung 2.7 betrachtet.

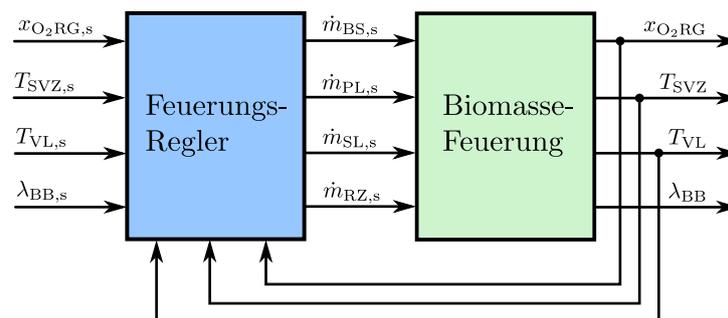


Abbildung 2.7 – Vereinfachte Reglerstruktur für den Entwurf der Feuerungsregelung

Für den Entwurf der modellbasierten Feuerungsregelung wird das mathematische Modell vorgestellt und der Reglerentwurf auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung durchgeführt. Aufgrund bestimmter Eigenschaften der betrachteten Ausgangsgrößen resultiert beim geregelten System eine interne Dynamik, welche das Verhalten des Brennstoffbettes beschreibt. Zur Stabilisierung der internen Dynamik wurde in [3] eine Möglichkeit vorgestellt, ohne aber auf die Stabilität des resultierenden Gesamtsystems einzugehen. Deshalb wird eine Stabilitätsanalyse für die bekannte Methode ergänzt und auf Basis dieser eine weitere Möglichkeit zur Stabilisierung der internen Dynamik vorgeschlagen. Zusätzlich zum nichtlinearen Zustandsregelgesetz werden PI-Regelungen vorgeschlagen, um für die messbaren Ausgangsgrößen stationäre Genauigkeit zu garantieren. Bei der Analyse der resultierenden Feuerungsregelung wurde festgestellt, dass das

<sup>4</sup>Wie sich später bei der Verifikation dieser Massenstromregelungen zeigen wird, liegen die Zeitkonstanten für sprungförmige Veränderungen der Führungsgrößen im Sekundenbereich. Die Zeitkonstanten des Feuerungsprozesses sind gemäß den Versuchen in [5, 6, 8] bzw. [3] deutlich größer.

bestehende Konzept sehr viele Einstellparameter besitzt und daher nur mit großem Aufwand an einer realen Biomasse-Feuerungsanlage eingestellt werden kann. Außerdem kann der mit den PI-Reglern verbundene Windup-Effekt bei Sättigung der Stellgrößen aufgrund des verkoppelten Eingangs-Ausgangs-Verhaltens der Anlage nicht vollständig verhindert werden. Zur Lösung dieser Probleme wird in weiterer Folge ein neues Regelungskonzept basierend auf INTERNAL-MODEL-CONTROL (z.B. [29, 30]) vorgestellt. Dabei kann auf den Einsatz eines Kalman-Filters sowie auf PI-Regelungen verzichtet, aber trotzdem stationäre Genauigkeit der messbaren Ausgangsgrößen garantiert werden. Für den Reglerentwurf wird die inverse Streckendynamik des mathematischen Modells benötigt, welche mit Hilfe der Eigenschaften der „Differenziellen Flachheit“ (z.B. [14, 15, 37, 38]) hergeleitet wird.

Im dritten Teil wird zunächst in Kapitel 5 die neue Regelung auf Basis von Internal-Model-Control anhand von Messergebnissen verifiziert. Danach werden in Kapitel 6 die beiden Methoden zur Regelung der Biomasse-Feuerungsanlage mit Hilfe weiterer Messergebnisse miteinander verglichen.

# Kapitel 3

## Entwurf der unterlagerten Massenstromregelungen

Der Verbrennungsprozess in einer Biomasse-Feuerungsanlage wird über die Brennstoff-, die Primärluft- und die Sekundärluftzufuhr sowie die Rauchgasrezirkulation beeinflusst. Über eine entsprechende Vorgabe der Massenströme dieser Versorgungseinrichtungen sollen bestimmte physikalische Größen geregelt werden. Die Sollwerte dieser Massenströme werden von der Feuerungsregelung vorgegeben und müssen mit Hilfe entsprechender Steuerungen bzw. Regelungen von den Stellgeräten in den Versorgungsleitungen eingestellt werden.

Die Brennstoffzufuhr erfolgt bei der untersuchten Anlage über zwei Förderschnecken, welche mit frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen angetrieben werden. Mit Hilfe von Frequenzumrichtern wird die jeweilige Drehzahl der Asynchronmaschine und somit die der Förderschnecke kontinuierlich vorgegeben. Der Brennstoffmassenstrom kann nur mit hohem Aufwand gemessen werden, worauf bei der untersuchten Anlage verzichtet wurde. Deshalb kann der Brennstoffmassenstrom nur gesteuert vorgegeben werden. Im Unterschied hierzu sind die gasförmigen Massenströme an Primärluft, an Sekundärluft und an rezirkuliertem Rauchgas messbar bzw. über andere Messwerte schätzbar und können somit geregelt werden. Die Gasströmung in der jeweiligen Versorgungsleitung wird mit Hilfe von Ventilatoren und Klappen vorgegeben. Zur Messung der Luftmassenströme werden Heißfilm-Luftmassensensoren verwendet. Der Rauchgasmassenstrom in der Rauchgasrezirkulationsleitung wird aufgrund der hohen Temperaturen und des stark verunreinigten Rauchgases mit Hilfe sogenannter Druck-Massenstrommodelle geschätzt. Dabei wird über Differenzdruck- und Temperaturmessungen auf den Massenstrom rückgerechnet. Die Herleitung solcher Modelle wird im Rahmen der Modellbildung dieser Versorgungseinrichtungen vorgestellt. Durch Vorgabe der Ventilatordrehzahlen und der Klappenstellungen können also die messbaren bzw. schätzbaren gasförmigen Massenströme geregelt werden. Mit der Zufuhr an Primärluft, Sekundärluft und rezirkuliertem Rauchgas werden die Vorlauftemperatur  $T_{VL}$ , der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{O_2RG}$  und die gemessene Rauchgastemperatur in der Sekundärzone  $T_{SVZ}$  der Biomasse-Feuerungsanlage geregelt. Um die dabei auftretenden Störeinflüsse möglichst gut auszuregulieren, sollen die unterlagerten Mas-

senstromregelungen ein gutes dynamisches Führungsverhalten besitzen. Bisher wurden dafür experimentell eingestellte PI-Regler mit einfachen Vorsteuerungen basierend auf den statischen Modellen gemäß [4] eingesetzt. Zur Verbesserung des Führungsverhaltens werden die statischen Modelle erweitert und um dynamische Ansätze ergänzt [41]. Aufbauend auf diesen dynamischen Modellen wird ein neues Regelungskonzept mit Hilfe von flachheitsbasierten Vorsteuerungen vorgeschlagen [42].

Im Abschnitt 3.1 wird zunächst die Steuerung der Brennstoffzufuhr erklärt. Danach werden im Abschnitt 3.2 die für den Reglerentwurf benötigten Modelle erläutert. Dabei werden die statischen Modelle erweitert und um dynamische Modelle zur Beschreibung der Stellvorgänge bei den Stellgeräten ergänzt. Zusätzlich werden Druck-Massenstrommodelle zur Abschätzung von gasförmigen Massenströmen vorgeschlagen. Darauf aufbauend wird im Abschnitt 3.3 das Regelungskonzept vorgestellt und der Entwurf der Regelungen durchgeführt. Im Abschnitt 3.4 wird das erzielte Systemverhalten der entworfenen Regelungen anhand von Simulations- und Messergebnissen demonstriert. Abschließend werden die wesentlichen Schritte zusammengefasst und die Verwendung der vorgestellten Methode bei anders aufgebauten Gaszufuhren diskutiert.

### 3.1 Steuerung des Brennstoffmassenstromes

Der Brennstoff wird gestuft über zwei Förderschnecken in den Feuerraum der Biomasse-Feuerungsanlage befördert. Dabei können die Drehzahlen dieser Förderschnecken über frequenzgesteuerte Asynchronmaschinen vorgegeben werden. Die Drehzahlen der Förderschnecken können über Frequenzumrichter in einem bestimmten Bereich kontinuierlich vorgegeben werden. Der Brennstoffmassenstrom ist näherungsweise proportional der Schneckendrehzahl und wird bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage nicht gemessen. Um den von der überlagerten Feuerungsregelung vorgegebenen Massenstrom an trockener Biomasse einzustellen, soll die Soll-Schneckendrehzahl über eine entsprechende Steuerung vorgegeben werden. Diese wird in weiterer Folge hergeleitet.

Mit dem Kennwert  $\bar{V}_{DS}$  zur Angabe des mittleren Fördervolumens pro Umdrehung der Dosierschnecke kann der trockene Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{BS}$  über

$$\dot{m}_{BS} = \bar{V}_{DS} \bar{\rho}_{BS} \omega_{DS} \quad (3.1)$$

berechnet werden. Hierbei wird mit  $\bar{\rho}_{BS}$  die mittlere Dichte des trockenen Brennstoffes und mit  $\omega_{DS}$  die über den Frequenzumrichter einstellbare Drehzahl der Dosierschnecke bezeichnet. Aufgrund des näherungsweise gleichbleibenden Volumens trockener bzw. feuchter Biomasse, ist der Kennwert  $\bar{V}_{DS}$  für jeden Feuchtegrad gleich groß. Auf die dynamische Modellierung der Asynchronmaschine wird wegen des sehr großen Getriebeübersetzungsverhältnisses und der daraus resultierenden hohen Dynamik verzichtet. Der statische Zusammenhang zwischen vorgegebener Soll-Drehzahl am Frequenzumrichter  $f_{BS,s}$  und Drehzahl der Dosierschnecke  $\omega_{DS}$  wird mit

$$\omega_{DS} = \frac{k_S}{k_G} f_{BS,s} \quad (3.2)$$

beschrieben. Hierbei wird mit  $k_S$  eine Konstante zur Berücksichtigung des mittleren Schlupfes der Asynchronmaschine und mit  $k_G$  das Getriebe-Übersetzungsverhältnis bezeichnet. Eingesetzt in Gleichung (3.1) erhält man

$$\dot{m}_{BS} = \frac{\bar{V}_{DS} \bar{\rho}_{BS} k_S}{k_G} f_{BS,s}. \quad (3.3)$$

Die Soll-Drehzahl  $f_{BS,s}$  kann über den Frequenzumrichter innerhalb der Schranken

$$f_{BS,\min} \leq f_{BS,s} \leq f_{BS,\max} \quad (3.4)$$

variiert werden. Dabei wird zur Steuerung des Frequenzumrichters die normierte Soll-Drehzahl der Asynchronmaschine

$$\tilde{f}_{BS,s} = \frac{f_{BS,s} - f_{BS,\min}}{f_{BS,\max} - f_{BS,\min}} \quad (3.5)$$

innerhalb der Grenzen  $0 \leq \tilde{f}_{BS,s} \leq 1$  als analoges Spannungssignal vorgegeben. Wird diese Gleichung nach  $f_{BS,s}$  aufgelöst und in Gleichung (3.3) eingesetzt, so erhält man das Modell zur Berechnung des Brennstoffmassenstromes:

$$\dot{m}_{BS} = \frac{\bar{V}_{DS} \bar{\rho}_{BS} k_S}{k_G} \left[ f_{BS,\min} + (f_{BS,\max} - f_{BS,\min}) \tilde{f}_{BS,s} \right]. \quad (3.6)$$

Zur Berechnung einer Steuerung für die vorgebbare normierte Soll-Drehzahl  $\tilde{f}_{BS,s}$  der Dosierschnecke wird diese Gleichung nach  $\tilde{f}_{BS,s}$  aufgelöst:

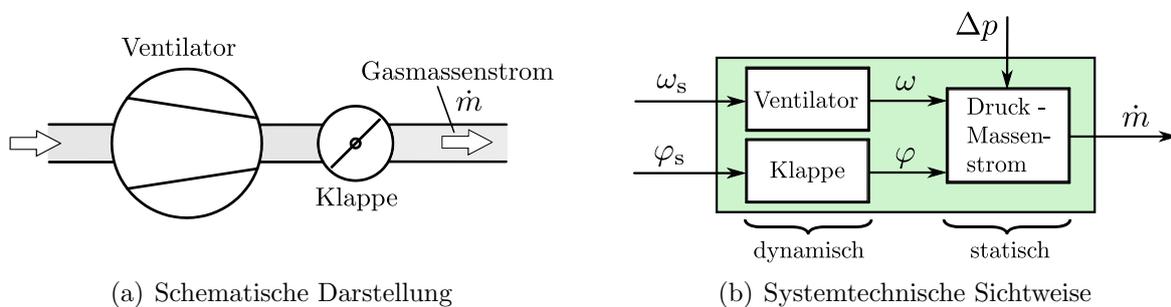
$$\tilde{f}_{BS,s} = \frac{k_G}{\bar{V}_{DS} \bar{\rho}_{BS} k_S (f_{BS,\max} - f_{BS,\min})} \dot{m}_{BS} - \frac{f_{BS,\min}}{f_{BS,\max} - f_{BS,\min}}. \quad (3.7)$$

Da mit dieser Vorschrift der Brennstoffmassenstrom lediglich gesteuert wird, müssen Fehler bei der Bestimmung der Modellparameter in (3.6) und daraus resultierende Abweichungen vom tatsächlichen Brennstoffmassenstrom von der überlagerten Feuerungsregelung ausgeglichen werden.

## 3.2 Modellbildung der Luftzufuhren und der Rauchgasrezirkulation

Die untersuchten Versorgungseinrichtungen für die Luftzufuhren und die Rauchgasrezirkulation bestehen jeweils aus einem Ventilator mit der Ventilator Drehzahl  $\omega$ , mindestens einer Klappe mit der Klappenstellung  $\varphi$  und einer zum Teil mehrfach verzweigten Rohrleitung durch welche das Gas mit den messbaren Massenströmen  $\dot{m}$  in die Anlage strömt. Die Ventilatoren werden dabei von frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen und die Klappen von speziellen Stellmotoren angetrieben. Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 3.1(a) beispielhaft eine Versorgungseinrichtung mit einem Ventilator, einer

Klappe und einer unverzweigten Rohrleitung dargestellt. Durch Variation der Ventilator-drehzahl  $\omega$  bzw. der Klappenstellung  $\varphi$  werden die Druckverhältnisse und somit der Massenstrom  $\dot{m}$  des Stoffstromes in der Rohrleitung verändert. Bei der Modellbildung soll der Zusammenhang zwischen vorgegebener Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_s$ , vorgegebener Soll-Klappenstellung  $\varphi_s$  und resultierendem Massenstrom  $\dot{m}$  unter Berücksichtigung der Aktuatordynamiken ermittelt werden. Wie in Abbildung 3.1(b) zu sehen, kann das gesuchte Modell in die Teilmodelle mit den Bezeichnungen Ventilator, Klappe und Druck-Massenstrom aufgeteilt werden. Aus systemtechnischer Sicht handelt es sich hierbei um ein Mehrgrößensystem mit zwei Eingangsgrößen  $\omega_s$  und  $\varphi_s$  und einer Ausgangsgröße  $\dot{m}$ .



**Abbildung 3.1** – Betrachtete Versorgungseinrichtungen

Um das Teilmodell Druck-Massenstrom für die untersuchten Versorgungseinrichtungen herzuleiten, werden zunächst die Zusammenhänge zwischen Druck und Massenstrom bei den verbauten Einzelteilen (Rohrleitung, Klappe, Ventilator) in Abhängigkeit ihrer Stellmöglichkeiten (Ventilator-drehzahl bzw. Klappenstellung) physikalisch nachgebildet. Aufgrund der geringen absoluten Druckänderungen in den Rohrleitungen der untersuchten Versorgungseinrichtungen kann bei diesen Zusammenhängen in erster Näherung von konstanter Gasdichte und somit von einem statischen Zusammenhang zwischen Druck und Massenstrom ausgegangen werden. In den Teilmodellen Klappe und Ventilator werden die dynamischen Vorgänge der beiden Stellorgane, wie etwa das Hochfahren des Ventilators auf die Soll-Drehzahl  $\omega_s$  bzw. das Anfahren einer neuen Klappenstellung  $\varphi_s$  betrachtet. Im Gegensatz zum statischen Teilmodell Druck-Massenstrom handelt es sich hierbei um dynamische Teilmodelle.

In weiterer Folge werden im Abschnitt 3.2.1 die statischen Zusammenhänge zwischen Druck und Massenstrom für charakteristische Strömungselemente und für die verbauten Einzelteile gemäß [4, 41] hergeleitet. Weiters wird gezeigt, wie diese zur Beschreibung einer Gaszufuhr untereinander kombiniert werden [4, 41]. Im Abschnitt 3.2.2 werden mit den gefundenen Modellansätzen Druck-Massenstrommodelle zur Schätzung von schwer messbaren Massenströmen erstellt. Im Abschnitt 3.2.3 werden die dynamischen Vorgänge der Stellgeräte genauer untersucht [41].

### 3.2.1 Modellierung der Druck- und Massenstromverhältnisse

Zur Modellierung der Gasströmung durch die jeweilige Rohrleitung werden die statischen Zusammenhänge zwischen Druckdifferenz  $\Delta p$  und Massenstrom  $\dot{m}$  mit Hilfe einfacher strömungsmechanischer Ansätze mathematisch nachgebildet. Danach wird gezeigt, wie diese Modellansätze zur Beschreibung einer gesamten Gaszufuhr kombiniert bzw. zur Abschätzung von nicht direkt messbaren Massenströmen verwendet werden. Um die Gesamtmodelle einfach zu halten, werden bei den Modellansätzen nur die wesentlichen Phänomene berücksichtigt. Dabei werden zunächst die aus [4] bekannten Modellansätze kurz erläutert und um die in [41] erwähnten Zusammenhänge erweitert. Ferner wird gezeigt, wie diese Modellansätze zu einem vollständigen statischen Modell untereinander kombiniert und an andere Gastemperaturen angepasst werden können.

#### Druckabfall in einem Rohr

Bei einer Gasströmung durch eine Rohrleitung (siehe Abbildung 3.2) entsteht aufgrund von Reibungseffekten ein Druckabfall.

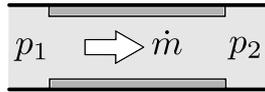


Abbildung 3.2 – Druckabfall in einem Rohr

Dieser Druckabfall (in weiterer Folge als rohriger Druckabfall bezeichnet) kann bei Verwendung hydraulisch glatter Rohre innerhalb eines Bereiches der Reynolds-Zahl  $Re \ 2320 \leq Re \leq 10^5$  durch

$$\Delta p_R = p_2 - p_1 = -\hat{R}_R \dot{V}^{1.75} \quad (3.8)$$

mit

$$\hat{R}_R = 0.242 \frac{\eta^{0.25} \rho^{0.75} l}{D^{4.75}} \quad (3.9)$$

sehr gut beschrieben werden [50]. Hierbei ist  $D$  der Rohrdurchmesser,  $l$  die Rohrlänge,  $\rho$  die Dichte,  $\eta$  die dynamische Viskosität und  $\dot{V}$  der Volumenstrom. Setzt man in diese Gleichung die Relation

$$\dot{m} = \dot{V} \rho \quad (3.10)$$

ein, so erhält man den gesuchten Zusammenhang zwischen Druckabfall  $\Delta p_R$  und Massenstrom  $\dot{m}$

$$\Delta p_R = -R_R \dot{m}^{1.75} \quad (3.11)$$

mit

$$R_R = 0.242 \frac{\eta^{0.25} l}{D^{4.75} \rho}. \quad (3.12)$$

Durch  $R_R$  wird der Widerstandsbeiwert bei rohrigem Druckabfall symbolisiert.

### Druckabfall an einer Blende

Bei der Gasströmung durch eine Blende (siehe Abbildung 3.3) kann der Druckabfall  $\Delta p_B$  (in weiterer Folge als blendiger Druckabfall bezeichnet) durch

$$\Delta p_B = p_3 - p_2 = -\hat{R}_B \dot{V}^2 \quad (3.13)$$

mit

$$\hat{R}_B = 0.5 \frac{\rho}{A_B^2 \delta^2} \quad (3.14)$$

beschrieben werden [12]. Dabei sind  $\rho$  die Dichte,  $A_B$  die Querschnittsfläche der Blendenöffnung und  $\dot{V}$  der Volumenstrom. Die dimensionslose Durchflusszahl  $\delta$  wird aus geometrischen Parametern der Blende und des Strömungsprofils und der Kontraktionszahl  $\mu$  berechnet und ist in [12] angegeben. Unter Beachtung von (3.10) erhält man

$$\Delta p_B = -R_B \dot{m}^2 \quad (3.15)$$

mit

$$R_B = 0.5 \frac{1}{A_B^2 \delta^2 \rho}. \quad (3.16)$$

Hierbei symbolisiert  $R_B$  den Widerstandsbeiwert bei blendigem Druckabfall.

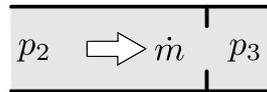


Abbildung 3.3 – Druckabfall an einer Blende

### Druckabfall an einer Klappe

Wird die Rohrströmung mit einer Klappe gedrosselt, so hat sich aus Versuchen gezeigt, dass dieses Verhalten näherungsweise durch einen blendigen Druckabfall beschrieben werden kann. Der einzige Unterschied im Modell besteht darin, dass die wirksame Querschnittsfläche der Blendenöffnung  $A_B$  und somit auch der Widerstandsbeiwert  $R_B$  gemäß Gleichung (3.16) Funktionen der Klappenstellung  $\varphi$  sind:

$$A_B \rightarrow A_B(\varphi) \Rightarrow R_B \rightarrow R_B(\varphi) = 0.5 \frac{1}{A_B^2(\varphi) \delta^2 \rho}. \quad (3.17)$$

Aus Messungen wurde ersichtlich, dass sich die Funktion  $R_B(\varphi)$ , aufgrund der großen Änderungsrate bei nahezu geschlossener Klappe, nur schlecht mathematisch abbilden lässt. Um den Zusammenhang zwischen Klappenstellung und Widerstandsbeiwert besser zu erfassen, wird Gleichung (3.17) umgeformt und der Klappenleitwert  $l_K$  eingeführt:

$$l_K(\varphi) := \frac{1}{\sqrt{R_B(\varphi)}} = k_1 A_B(\varphi) \quad \text{mit} \quad k_1 = \delta \sqrt{2\rho}. \quad (3.18)$$

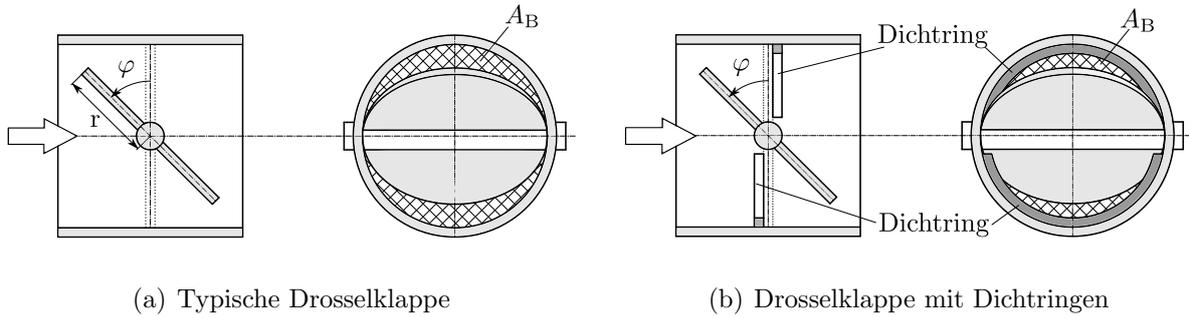


Abbildung 3.4 – Unterschiedliche Klappentypen

Im Rahmen der durchgeführten Versuche wurden die in Abbildung 3.4 dargestellten typischen Drosselklappen und Drosselklappen mit Dichtringen untersucht.

Bei Letzteren handelt es sich um Sonderanfertigungen, um die Dichtheit der geschlossenen Klappen zu verbessern. Dabei sind an der Rohrwand sogenannte Dichtringe aufgeschweißt. Je nach verwendetem Klappentyp sind die Funktionen  $A_B(\varphi)$  und  $l_K(\varphi)$  unterschiedlich. Sie werden in weiterer Folge anhand geometrischer Überlegungen bzw. empirischer Untersuchungen näher erläutert.

(a) **Typische Drosselklappe:**

Für eine typische Drosselklappe (siehe Abbildung 3.4(a)) kann die Öffnungsfläche  $A_B(\varphi)$  in erster Näherung über die Differenz der kreisförmigen Rohrquerschnittsfläche und der projizierten ellipsenförmigen Klappenfläche gemäß der Relation

$$A_B(\varphi) = \pi r^2(1 - \cos\varphi) \quad (3.19)$$

angegeben werden. Dieser geometrische Ansatz ist allerdings nur bedingt gültig, da beim Winkel  $\varphi = \pi/2$  die Fläche  $A_B(\varphi)$  gleich der Rohrquerschnittsfläche wäre, welche aber in Wirklichkeit um die Anströmfläche der Welle reduziert wird. Außerdem existiert (aufgrund von Fertigungstoleranzen) auch bei vollständig geschlossener Klappe ein nicht vernachlässigbarer Spalt, durch den das Gas strömen kann. Deshalb wird in der Praxis der empirisch ermittelte Ansatz

$$A_B(\varphi) = \Delta A_B \cdot \sin^2(k_K\varphi + \varphi_0) + A_{B0} \quad (3.20)$$

mit

$$\Delta A_B = \pi r^2 k_g \quad (3.21)$$

benützt. Hierbei entsprechen  $A_{B0}$  der Spaltfläche bei geschlossener Klappe und  $\Delta A_B$  der maximalen variablen Öffnungsfläche. Der Geometriefaktor  $k_g$  reduziert die Rohrquerschnittsfläche auf die, durch den Winkel der Klappenstellung veränderbare Fläche und befindet sich typischerweise im Intervall (0,5, 1). Mit  $k_K$  wird ein konstanter Korrekturparameter und mit  $\varphi_0$  ein Offsetparameter für die Klappenstellung  $\varphi$  bezeichnet. Wird der Ansatz aus Gleichung (3.20) in Gleichung (3.18) eingesetzt, so ergibt sich für den Klappenleitwert

$$l_K(\varphi) = \Delta l_K \cdot \sin^2(k_K\varphi + \varphi_0) + l_{K0} \quad (3.22)$$

mit den Konstanten

$$\Delta l_K = k_1 \Delta A_B \quad \text{und} \quad l_{K0} = k_1 A_{B0}. \quad (3.23)$$

(b) **Drosselklappe mit Dichtringen:**

Für eine Drosselklappe mit Dichtringen (siehe Abbildung 3.4(b)) liefert die Funktion  $A_B(\varphi)$  gemäß (3.20) keine zufriedenstellenden Ergebnisse. Das liegt daran, dass die Strömung bei nahezu geschlossener Klappe durch die Dichtringe stärker behindert wird und in diesem Bereich der prinzipielle Verlauf für die Öffnungsfläche  $A_B(\varphi)$  von dem der typischen Drosselklappe abweicht. Um dieses Verhalten mathematisch zu erfassen, wurden für unterschiedliche Klappenstellungen die Klappenleitwerte  $l_K$  aus Messdaten ermittelt und über die Klappenstellung  $\varphi$  aufgetragen (siehe Abbildung 3.5 - Drosselklappe mit Dichtringen). Werden diese diskreten Messwerte zu einer Kurve  $l_K(\varphi)$  verbunden, so besitzt diese (im vorliegenden Fall) zwei Wendepunkte und kann durch ein Polynom mit dem Polynomgrad  $N$  und den Polynomkoeffizienten  $q_i$

$$l_K(\varphi) = \sum_{i=0}^N q_i \varphi^i \quad (3.24)$$

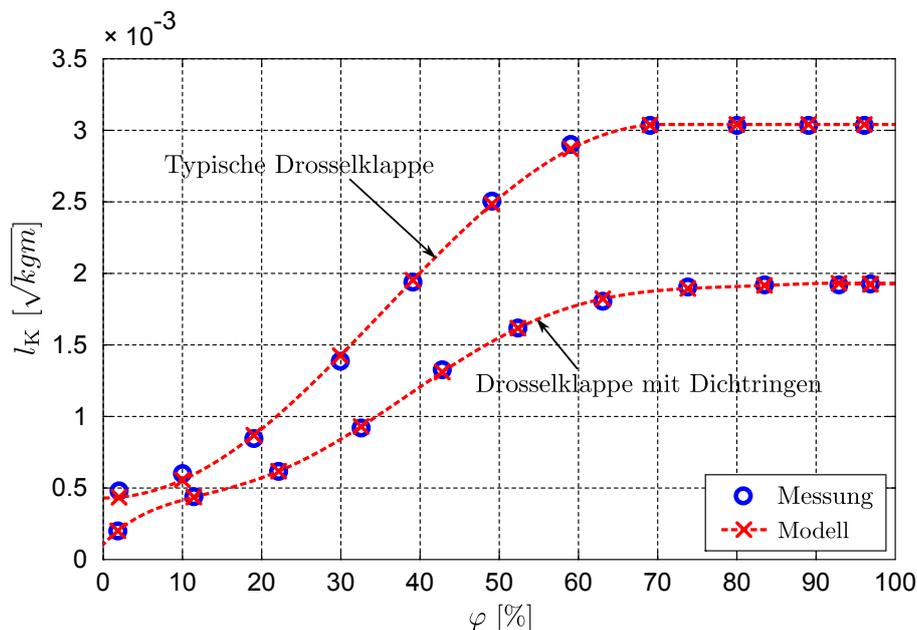
beschrieben werden. Um die Funktion  $l_K(\varphi)$  einfach zu halten wird der Polynomgrad  $N$  so klein als möglich gewählt und liegt bei den untersuchten Klappen zwischen vier und sieben.

In Abbildung 3.5 sind die mit den Modellen (3.23) und (3.24) berechneten Klappenleitwerte den aus Messdaten berechneten Klappenleitwerten einer typischen Drosselklappe und einer Drosselklappe mit Dichtringen gegenübergestellt. Dabei ist der Klappenleitwert  $l_K$  über die Klappenstellung  $\varphi$  aufgetragen. Die Koeffizienten der Modelle wurden dabei mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus experimentell ermittelten Messdaten berechnet. Der Polynomgrad zur Modellierung der Drosselklappe mit Dichtringen beträgt hierbei  $N = 7$ .

Wie man erkennt, ist der Klappenleitwert beider untersuchter Klappentypen ab einer Klappenstellung von  $\varphi \approx 75\%$  näherungsweise konstant. Das bedeutet, dass Klappenstellungen  $\varphi > 75\%$  den Massenstrom nicht weiter erhöhen. Das Klappenleitwertmodell wird deshalb speziell für typische Drosselklappen in zwei Abschnitte unterteilt:

$$l_K(\varphi) = \begin{cases} \Delta l_K \cdot \sin^2(k_K \varphi + \varphi_0) + l_{K0} & \text{für } \varphi \leq \varphi_1 \\ \Delta l_K \cdot \sin^2(k_K \varphi_1 + \varphi_0) + l_{K0} & \text{für } \varphi > \varphi_1 \end{cases} \quad (3.25)$$

Für Klappenstellungen  $\varphi \leq \varphi_1$  wird dabei das vorgeschlagene Modell (3.22) verwendet und für Klappenstellungen  $\varphi > \varphi_1$  der Klappenleitwert konstant gehalten. Im Hinblick auf einen späteren Reglerentwurf kann darauf allerdings verzichtet und das Modell nur für Klappenstellungen  $\varphi \leq \varphi_1$  angesetzt werden. Es macht nämlich keinen Sinn die Klappe in einem Randbereich zu positionieren, in welchem der Massenstrom nicht verändert werden kann. Weiters ist anzumerken, dass der Klappenleitwert für typische Drosselklappen auch über den Polynomansatz (3.24) modelliert werden kann. Für die Ermittlung



**Abbildung 3.5** – Klappenleitwerte für typische Drosselklappen und Drosselklappen mit Dichtringen

des Druckabfalles an der Klappe wird der Klappenleitwert  $l_K(\varphi)$  entsprechend Gleichung (3.18) in den blendigen Widerstandsbeiwert  $R_B$  umgerechnet und in Gleichung (3.15) eingesetzt. Man erhält so das statische Modell einer Klappe:

$$\Delta p_K = - \left[ \frac{\dot{m}}{l_K(\varphi)} \right]^2. \quad (3.26)$$

### Druckanhebung eines Ventilators

Bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage werden sogenannte Niederdruck-Radialventilatoren [13] eingesetzt. Wie in [11] aus den Affinitätsgesetzen ersichtlich, ist die von einem Ventilator erzeugte Druckanhebung  $\Delta p_V$  proportional der Gasdichte  $\rho$  und dem Quadrat der Ventilator Drehzahl  $\omega$ . Deshalb kann zur Modellierung der Druckanhebung der einfache Ansatz

$$\Delta p_V = \tilde{k}_V \rho \omega^2 \quad (3.27)$$

mit der Ventilator konstanten  $\tilde{k}_V$  verwendet werden. Aufgrund der geringen absoluten Druckänderungen kann die Gasdichte  $\rho$  als konstant angenommen und mit in die modifizierte Ventilator konstante

$$k_V = \tilde{k}_V \rho \quad (3.28)$$

gezogen werden. Somit erhält man den Ansatz

$$\Delta p_V = k_V \omega^2 \quad (3.29)$$

zur Beschreibung der Druckanhebung eines Ventilators. Aufgrund von Reibungsverlusten weicht jedoch die tatsächliche Druckanhebung  $\Delta p_V$  mit steigendem Massenstrom  $\dot{m}$  von

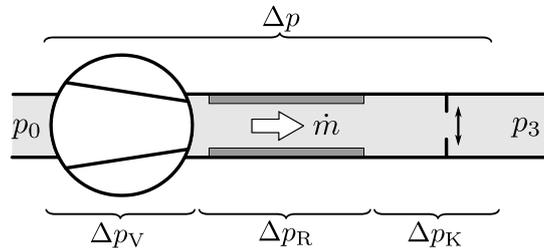
diesem Modellansatz ab. Dieses Phänomen wird vom Hersteller für den jeweiligen Ventilatorotyp mit Hilfe einer Ventilator Kennlinie erfasst, z.B. [13]. Da diese Reibungsverluste im Wesentlichen einem rohrigen und/oder einem blendigen Druckabfall entsprechen, wird obiger Ansatz (3.29) für die Ventilator druckerhöhung mit dem eines rohrigen Druckabfalles (Widerstandsbeiwert  $R_R$ ) und dem eines blendigen Druckabfalles (Widerstandsbeiwert  $R_B$ ) kombiniert:

$$\Delta p_V = k_V \omega^2 - R_R \dot{m}^{1.75} - R_B \dot{m}^2. \quad (3.30)$$

Meistens ist es allerdings ausreichend, den Druckabfall am Ventilator nur über den blendigen Druckabfall zu berücksichtigen. Da bei den betrachteten Versorgungseinrichtungen meistens ein Ventilator gemeinsam mit einer Klappe betrachtet wird, kann der Druckabfall am Ventilator über den Klappenleitwert und somit über den Druckabfall an der Klappe modelliert werden.

### Kombination der strömungsmechanischen Modellansätze

Für die statische Modellierung einer gesamten Gaszufuhr werden die erwähnten Modellansätze miteinander kombiniert. Hierfür wird als Beispiel eine Gaszufuhr mit unverzweigter Rohrleitung, einem Ventilator und einer Klappe betrachtet. In Abbildung 3.6 sind die für die Modellbildung relevanten Drücke dieser beispielhaften Gaszufuhr dargestellt.



**Abbildung 3.6** – Relevante Drücke einer beispielhaften Gaszufuhr mit Ventilator, Rohr und Klappe

Zur mathematischen Beschreibung der Gasströmung in dieser Rohrleitung muss der Zusammenhang zwischen Differenzdruck  $\Delta p$  und Massenstrom  $\dot{m}$  durch Addition der jeweiligen Modellansätze für die Differenzdrücke  $\Delta p_V$ ,  $\Delta p_R$  und  $\Delta p_K$  hergestellt werden:

$$\Delta p := p_3 - p_0 = \Delta p_V + \Delta p_R + \Delta p_K = k_V \omega^2 - R_R \dot{m}^{1.75} - R_B(\varphi) \dot{m}^2. \quad (3.31)$$

Dabei wird der rohrige bzw. blendige Druckabfall beim Ventilator in die beiden Widerstandsbeiwerte  $R_R$  und  $R_B$  einbezogen. Um bei bekannter Druckdifferenz  $\Delta p$ , vorgegebener Klappenstellung  $\varphi$  und Ventilator drehzahl  $\omega$  den Massenstrom  $\dot{m}$  zu bestimmen, muss Gleichung (3.31) umgeformt

$$R_R \dot{m}^{1.75} + R_B(\varphi) \dot{m}^2 = k_V \omega^2 - \Delta p \quad (3.32)$$

und nach  $\dot{m}$  aufgelöst werden. Um den Massenstrom  $\dot{m}$  explizit ausdrücken zu können, kann laut [4] die Näherung

$$R_{\text{R}}\dot{m}^{1.75} + R_{\text{B}}(\varphi)\dot{m}^2 \approx R(\varphi)\dot{m}^{q(\varphi)} \quad (3.33)$$

mit den Parametern

$$R(\varphi) := R_{\text{R}} + R_{\text{B}}(\varphi) \quad \text{und} \quad q(\varphi) := 1 + \frac{0.75R_{\text{R}} + R_{\text{B}}(\varphi)}{R_{\text{R}} + R_{\text{B}}(\varphi)} \quad (3.34)$$

verwendet werden. Man erhält schließlich für den statischen Modell-Zusammenhang

$$\dot{m} = \left[ \frac{k_{\text{V}}\omega^2 - \Delta p}{R(\varphi)} \right]^{\frac{1}{q(\varphi)}} \quad (3.35)$$

mit den beiden Modelleingängen  $\varphi$  und  $\omega$  und dem Modellausgang  $\dot{m}$ . Die typischerweise messbare Druckdifferenz  $\Delta p$  kann dabei als Störgröße betrachtet werden.

### Anpassung an variable Gastemperaturen

Werden die Koeffizienten der Modelle an eine reale Anlage angepasst, so ist das ermittelte Modell nur für das verwendete Gas  $G_1$  mit der, während der Identifikation vorherrschenden Gastemperatur  $T_{G_1}$  gültig. Soll durch die Modelle eine Gasströmung mit einer anderen Temperatur oder ein anderes (ähnliches) Gas  $G_2$  abgebildet werden, so müssen die Modellkoeffizienten an diese Temperatur  $T_{G_2}$  bzw. an dieses Gas angepasst werden. Betrachtet man die bereits angeführten Modellparameter  $R_{\text{R}}$ ,  $R_{\text{B}}$ ,  $l_{\text{K}}$  und  $k_{\text{V}}$  aus den Gleichungen (3.12), (3.16), (3.18) und (3.28) im Hinblick auf ihre Abhängigkeit von der Gasdichte  $\rho$  bzw. von der dynamischen Viskosität  $\eta$ , so können folgende Ähnlichkeitsgesetze abgeleitet werden:

- Widerstandsbeiwert  $R_{\text{R}}$  bei rohrigem Druckabfall:

$$\frac{R_{\text{R},G_1}}{R_{\text{R},G_2}} = \left[ \frac{\eta_{G_1}(T_{G_1})}{\eta_{G_2}(T_{G_2})} \right]^{0.25} \cdot \frac{\rho_{G_2}(T_{G_2})}{\rho_{G_1}(T_{G_1})} \quad (3.36)$$

- Widerstandsbeiwert  $R_{\text{B}}$  bei blendigem Druckabfall:

$$\frac{R_{\text{B},G_1}}{R_{\text{B},G_2}} = \frac{\rho_{G_2}(T_{G_2})}{\rho_{G_1}(T_{G_1})} \quad (3.37)$$

- Klappenleitwert  $l_{\text{K}}$ :

$$\frac{l_{\text{K},G_1}}{l_{\text{K},G_2}} = \sqrt{\frac{\rho_{G_1}(T_{G_1})}{\rho_{G_2}(T_{G_2})}} \quad (3.38)$$

- Ventilatorkonstante  $k_{\text{V}}$ :

$$\frac{k_{\text{V},G_1}}{k_{\text{V},G_2}} = \frac{\rho_{G_1}(T_{G_1})}{\rho_{G_2}(T_{G_2})} \quad (3.39)$$

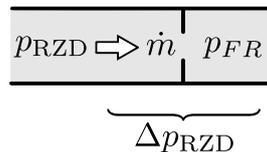
Besitzt die Temperatur des Gases innerhalb des erstellten Modells eine deutliche Abhängigkeit von einer Ortskoordinate, so muss vor der Umrechnung einer Modellkonstante eine repräsentative mittlere Temperatur bestimmt werden. Eine solche mittlere Temperatur kann beispielsweise über mehrere Messungen bestimmt werden. In [7] wird diese Vorgehensweise zur Anpassung eines Druck-Massenstrommodells für einen Wärmeübertrager angewendet. Dabei wird das Modell zur Bestimmung des Rauchgasmassenstromes an die ortsabhängige Temperatur des Rauchgases mit Hilfe einer mittleren Rauchgastemperatur angepasst.

### 3.2.2 Schätzung von Massenströmen

Die vorgestellten Modellansätze wurden vorrangig für die Modellbildung der untersuchten Versorgungseinrichtungen hergeleitet, um auf Basis dieser Modelle einen Reglerentwurf durchzuführen. Sie können allerdings auch zur Erstellung von sogenannten Druck-Massenstrommodellen bestimmter Anlagenteile genutzt werden. Dadurch ist es möglich, den Massenstrom des durchströmenden Gases abzuschätzen. Da es für die dauerhafte Messung des heißen Rauchgasmassenstromes kein geeignetes Messgerät gibt, kann dieser mit Hilfe eines solchen Modells geschätzt werden. Auch die Schätzung der Luftmassenströme ist durch dieser Methode möglich. Allerdings besitzt die Messung mittels Heißfilm-Luftmassensensoren eine höhere Genauigkeit.

#### Schätzung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes

Zur Messung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes können aufgrund der hohen Verschmutzungsfahr und der hohen Rauchgastemperaturen weder Prandtlrohre noch Heißfilm-Luftmassensensoren eingesetzt werden. Für eine Schätzung des Rauchgasmassenstromes wird daher ein Druck-Massenstrommodell verwendet. Dabei wird der Differenzdruck  $\Delta p_{\text{RZD}}$  über die Einlassöffnung in den Feuerraum gemessen und mit Hilfe eines Modells zur Beschreibung dieses Differenzdruckes auf den Massenstrom  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  rückgerechnet. In Abbildung 3.7 sind die dabei auftretenden relevanten Drücke dargestellt.



**Abbildung 3.7** – Druckabfall über die Einlassöffnung in den Feuerraum

Mit  $p_{\text{RZD}}$  wird dabei der Druck vor der Einlassöffnung und mit  $p_{\text{FR}}$  der Feuerraumunterdruck bezeichnet. Da es sich dabei im wesentlichen um einen blendigen Druckabfall handelt, wird das Druck-Massenstrommodell mit

$$\Delta p_{\text{RZD}} = p_{\text{FR}} - p_{\text{RZD}} = -R_{\text{B}} \dot{m}_{\text{RZ}}^2 \quad (3.40)$$

angesetzt. Hierbei entspricht  $R_B$  dem blendigen Widerstandsbeiwert. Dieser muss mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus experimentell ermittelten Messdaten berechnet und so an die Einlassöffnung angepasst werden. Wird dieser Ansatz nach  $\dot{m}_{RZ}$  aufgelöst, so erhält man das Druck-Massenstrommodell

$$\dot{m}_{RZ} = \sqrt{-\frac{\Delta p_{RZD}}{R_B}} \quad (3.41)$$

zur Berechnung des Massenstromes  $\dot{m}_{RZ}$  aus dem Differenzdruck  $\Delta p_{RZD}$ . Der experimentell ermittelte Widerstandsbeiwert  $R_B$  muss dabei wie im Abschnitt 3.2.1 beschrieben an die Temperatur  $T_{RG}$  und an die Dichte  $\rho_{RG}$  des Rauchgases im Betrieb der Anlage angepasst werden.

### Schätzung des gesamten Rauchgasmassenstromes

Zur Schätzung des gesamten Rauchgasmassenstromes, der durch die Biomasse-Feuerungsanlage in den Kamin strömt, wird ein Druck-Massenstrommodell für den Druckabfall über den Wärmetauscher angesetzt. Aus Versuchen hat sich dabei gezeigt, dass mit einem Ansatz mit blendigem und rohrigem Druckabfall

$$\Delta p_{WT} = -R_B \dot{m}_{RG}^2 - R_R \dot{m}_{RG}^{1.75} \quad (3.42)$$

sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Hierbei entspricht  $R_B$  dem blendigen und  $R_R$  dem rohrigen Widerstandsbeiwert. Beide Widerstandsbeiwerte müssen gemäß den Gleichungen (3.36) und (3.37) von der während der Identifizierung des Widerstandsbeiwertes herrschenden Temperatur  $T_0$  an eine zuvor zu bestimmende mittlere Temperatur  $\bar{T}_{RG}$  des Rauchgases im Wärmeübertrager und an die Dichte  $\rho_{RG}$  des Rauchgases angepasst werden. Die genaue Vorgehensweise zur Bestimmung des Modells und zur Anpassung an die Temperatur bzw. an die Dichte des Rauchgases ist in [7] angegeben.

### Schätzung des Falschlufmassenstromes

Da eine Biomasse-Feuerungsanlage keinesfalls gasdicht gebaut werden kann, strömt aufgrund des Feuerraumunterdruckes  $\Delta p_{FR}$  eine unkontrollierbare Luftmenge durch Ritzen und Undichtheiten in den Feuerraum der Anlage. Diese Luftmenge wird mit Falschluf bezeichnet und sollte für die Regelung des Verbrennungsprozesses so klein als möglich sein. Ist dieser Falschlufteintrag nicht vernachlässigbar klein, so ist es vorteilhaft einen Schätzwert für den Falschlufmassenstrom zu kennen. Die Ermittlung eines solchen Schätzwertes für den Falschlufmassenstrom ist mit Hilfe eines Druck-Massenstrommodells möglich.

Der Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{FL}$  hängt dabei vom Unterdruck im Feuerraum ab. Dieser Unterdruck wird an einer Stelle im Feuerraum gemessen und je nach Betriebszustand vom Rauchgasventilator auf einen konstanten Wert geregelt. Der Unterdruck im gesamten Feuerraum ist dabei vom Ort abhängig und steigt an, je weiter das Rauchgas in Richtung

Kamin strömt. Mit Hilfe eines repräsentativen mittleren Feuerraumunterdruckes  $\Delta\bar{p}_{\text{FR}}$  und dem Druck-Massenstrommodell

$$\Delta\bar{p}_{\text{FR}} = R_{\text{BFL}}\dot{m}_{\text{FL}}^2 \quad (3.43)$$

kann der Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{\text{FL}}$  geschätzt werden. Der Parameter  $R_{\text{BFL}}$  entspricht dabei dem blendigen Widerstandsbeiwert. Da die Falschluf näherungsweise mit der Umgebungstemperatur  $T_0$  in den Feuerraum strömt, muss dieser Parameter nicht an die mittlere Rauchgastemperatur  $\bar{T}_{\text{RG}}$  angepasst werden.

Zur Ermittlung eines repräsentativen mittleren Feuerraumunterdruckes  $\Delta\bar{p}_{\text{FR}}$  wird der gemessene Feuerraumunterdruck  $\Delta p_{\text{FR}}$  mit einem blendigen und rohrigen Druckabfall in Abhängigkeit des Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{\text{RG}}$  kombiniert:

$$\Delta\bar{p}_{\text{FR}} = \Delta p_{\text{FR}} + R_{\text{B}}\dot{m}_{\text{RG}}^2 + R_{\text{R}}\dot{m}_{\text{RG}}^{1.75}. \quad (3.44)$$

Das bedeutet, dass der mittlere Feuerraumunterdruck  $\Delta\bar{p}$  mit steigendem Rauchgasmassenstrom ansteigt. Die beiden Widerstandsbeiwerte  $R_{\text{B}}$  und  $R_{\text{R}}$  müssen mit Hilfe der Gleichungen (3.36) und (3.37) von der während der Identifizierung der Parameter herrschenden Temperatur  $T_0$  an eine mittlere Rauchgastemperatur  $\bar{T}_{\text{RG}}$  und an die Dichte  $\rho_{\text{RG}}$  des Rauchgases angepasst werden. Der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  beinhaltet dabei auch den Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{\text{FL}}$ . Mit der (berechtigten) Annahme, dass der Rauchgasmassenstrom um ein vielfaches größer als der Falschlufmassenstrom ist, kann darin der Anteil an Falschluf vernachlässigt werden. Somit kann der mittlere Feuerraumunterdruck  $\Delta\bar{p}_{\text{FR}}$  dem Druck-Massenstrommodell (3.43) gleichgesetzt

$$\Delta\bar{p} = \Delta p + R_{\text{B}}\dot{m}_{\text{RG}}^2 + R_{\text{R}}\dot{m}_{\text{RG}}^{1.75} \stackrel{!}{=} R_{\text{BFL}}\dot{m}_{\text{FL}}^2 \quad (3.45)$$

und daraus der Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{\text{FL}}$  berechnet werden:

$$\dot{m}_{\text{FL}} = \sqrt{\frac{\Delta p + R_{\text{B}}\dot{m}_{\text{RG}}^2 + R_{\text{R}}\dot{m}_{\text{RG}}^{1.75}}{R_{\text{BFL}}}}. \quad (3.46)$$

Zur Identifizierung der Widerstandsbeiwerte  $R_{\text{B}}$ ,  $R_{\text{R}}$  und  $R_{\text{BFL}}$  muss der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  und der Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{\text{FL}}$  bestimmt werden. Der Rauchgasmassenstrom kann dabei über ein Prandtlrohr gemessen werden. Da der Falschlufmassenstrom nicht messbar ist, muss dieser über eine einfache Bilanzrechnung ermittelt werden. Die Messungen werden für unterschiedlich hohe Massenströme durchgeführt, um daraus die Widerstandsbeiwerte  $R_{\text{B}}$ ,  $R_{\text{R}}$  und  $R_{\text{BFL}}$  mittels numerischer Optimierungsalgorithmen zu bestimmen.

### 3.2.3 Modellierung der dynamischen Eigenschaften der StellgröÙe

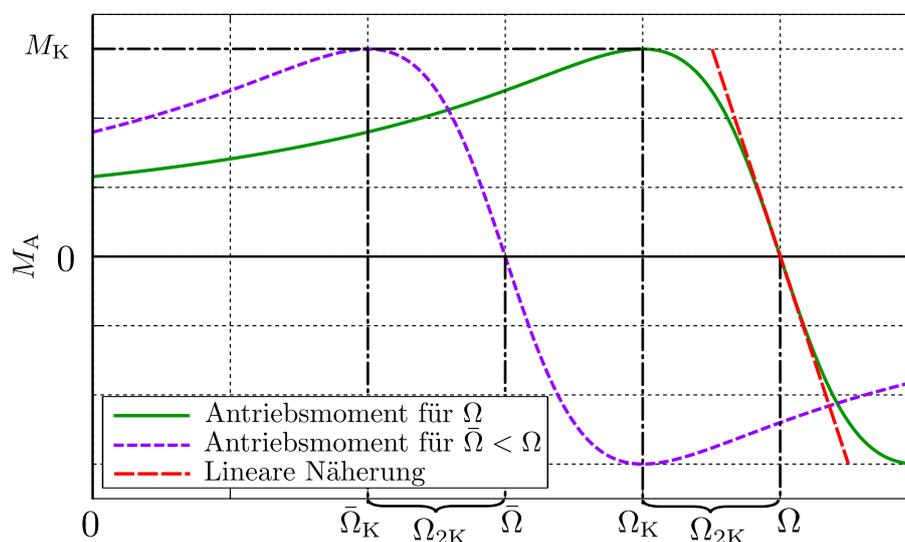
Durch Variation der Klappenstellungen  $\varphi$  und der Ventilator Drehzahlen  $\omega$  werden die Massenströme in den Versorgungsleitungen eingestellt. Die drehbar ausgeführten Klappen werden mit geregelten Stellmotoren positioniert. Die Ventilatoren sind von Asynchronmaschinen angetrieben, wobei die Drehzahlen mittels Frequenzumrichter gesteuert

vorgegeben werden. Um die Massenströme in den Versorgungsleitungen zu verändern, werden neue Klappenstellungen angefahren bzw. neue Ventilator Drehzahlen eingestellt. Aufgrund der Tatsache, dass diese dynamischen Stellvorgänge eine nicht zu vernachlässigende Zeit benötigen, müssen diese bei der Modellierung der Massenströme in den Versorgungsleitungen entsprechend berücksichtigt werden. Dafür werden nun die in [41] vorgestellten Modelle zur näherungsweise Beschreibung der dynamischen Vorgänge der beiden Stellorgane hergeleitet.

### Dynamisches Ventilatormodell

Die Asynchronmaschine für den Ventilatorantrieb wird von einem Frequenzumrichter im sogenannten U/f-Betrieb gesteuert [27]. Hierbei wird die Drehzahl der Asynchronmaschine durch die elektrische Drehfeldfrequenz  $\Omega$  vorgegeben. Über eine entsprechende Steuerung der Statorspannung  $U$  wird dabei der magnetische Fluss  $\Psi$  näherungsweise konstant gehalten. Dadurch bleibt die typische Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie in ihrer Form immer gleich und kann entlang der Drehzahl-Achse zur vorgegebenen elektrischen Drehfeldfrequenz  $\Omega$  verschoben werden [43]. Das Antriebsmoment der Asynchronmaschine kann dadurch sehr einfach über die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien bestimmt werden.

In Abbildung 3.8 sind die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien für zwei unterschiedliche Drehfeldfrequenzen  $\Omega$  und  $\bar{\Omega}$  dargestellt.



**Abbildung 3.8** – Drehzahl-Drehmoment Kennlinie einer Asynchronmaschine für unterschiedliche Drehfeldfrequenzen  $\Omega$

Dabei ist das Antriebsmoment  $M_A$  über die elektrische Frequenz des Rotors  $\Omega_L$  aufgetragen. Die elektrische Frequenz des Rotors beim maximalen Antriebsmoment - dem sogenannten Kippmoment  $M_K$  - wird mit  $\Omega_K$  bezeichnet. Definiert man die Kipperschlupffrequenz  $\Omega_{2K}$  mit

$$\Omega_{2K} := \Omega - \Omega_K \quad (3.47)$$

und zeichnet diese in die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie ein, so erkennt man, dass sie unabhängig von der vorgegebenen Drehfeldfrequenz  $\Omega$  konstant bleibt. Wird die Asynchronmaschine mit kleinem Schlupf  $S$  betrieben und somit ein großer Sicherheitsabstand zum Kippmoment  $M_K$  eingehalten, so kann der einfache Ansatz

$$M_A = 2M_K \frac{S}{S_K} \quad (3.48)$$

zur Berechnung des Antriebsmomentes  $M_A$  der Asynchronmaschine verwendet werden [43]. Mit der Definition für den Schlupf  $S$

$$S = \frac{\Omega - \Omega_L}{\Omega} \quad (3.49)$$

und für den Kippschlupf  $S_K$

$$S_K = \frac{\Omega_{2K}}{\Omega} \quad (3.50)$$

ergibt sich aus Gleichung (3.48) die lineare Gleichung für das Antriebsmoment  $M_A$

$$M_A = \frac{2M_K}{\Omega_{2K}} (\Omega - \Omega_L). \quad (3.51)$$

Diese lineare Näherung zur Beschreibung des Antriebsmomentes ist auch in Abbildung 3.8 dargestellt. Man sieht, dass diese Näherung bei kleinem Schlupf  $S$  die tatsächliche Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie gut beschreibt. Mit Hilfe der Polpaarzahl  $Z$  kann über den Zusammenhang

$$\Omega_L = \omega Z \quad (3.52)$$

die elektrische Frequenz  $\Omega_L$  in die Motor- bzw. Ventilator-drehzahl  $\omega$  umgerechnet werden. Man erhält

$$M_A = \frac{2M_K}{\Omega_{2K}} (\Omega - \omega Z) \quad (3.53)$$

für das Antriebsmoment der Asynchronmaschine in Abhängigkeit der elektrischen Drehfeldfrequenz  $\Omega$  und der Ventilator-drehzahl  $\omega$ .

Das Reibmoment der rotierenden Ventilatorschaufeln kann als Funktion der Ventilator-drehzahl  $\omega$ , der Gasdichte  $\rho$  und der dynamischen Viskosität des Gases  $\eta$  mit

$$M_R = f(\omega, \rho, \eta) \quad (3.54)$$

angegeben werden. Um ein einfaches lineares Modell zu erhalten, wird von einer konstanten Gasdichte und konstanter dynamischer Viskosität ausgegangen und das Reibmoment näherungsweise mit Hilfe der drehzahlproportionalen Konstanten  $k_R$  mit

$$M_R = k_R \omega \quad (3.55)$$

angesetzt.

Mit Hilfe des Drallsatzes wird nun die Bewegungsgleichung für den Ventilator hergeleitet. Mit dem Antriebsmoment  $M_A$  aus Gleichung (3.53) und dem Reibmoment aus Gleichung (3.55) ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$J \frac{d\omega}{dt} = -M_R + M_A = -k_R \omega + \frac{2M_K}{\Omega_{2K}} (\Omega - \omega Z), \quad (3.56)$$

wobei mit  $J$  das Trägheitsmoment der rotierenden Teile bezeichnet wird. Nach einfachen Umformungen erhält man

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{k_R \Omega_{2K} + 2M_K Z}{J \Omega_{2K}} \omega + \frac{2M_K}{J \Omega_{2K}} \Omega. \quad (3.57)$$

Führt man die positiven Konstanten

$$\tau_\omega = \frac{J \Omega_{2K}}{k_R \Omega_{2K} + 2M_K Z} \quad \text{und} \quad V = \frac{2M_K}{k_R \Omega_{2K} + 2M_K Z} \quad (3.58)$$

ein, so kann die Bewegungsgleichung für den Ventilator mit

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\tau_\omega} \omega + \frac{V}{\tau_\omega} \Omega \quad (3.59)$$

sehr übersichtlich angeschrieben werden. Hierbei wird mit  $\tau_\omega$  die Zeitkonstante und mit  $V$  die Schlupfkonstante des Modells der Asynchronmaschine bezeichnet.

Um die Ventilatorfrequenz  $\omega$  zu verändern, muss vom Frequenzumrichter eine andere Drehfeldfrequenz  $\Omega$  vorgegeben werden. Aufgrund der gewählten Betriebsart des Frequenzumrichters wird diese mit konstanter Stellgeschwindigkeit vorgegeben. In Abbildung 3.9 ist der Stellvorgang des Frequenzumrichters dargestellt. Dabei ist die auf den Maximalwert  $\Omega_{\max}$  normierte Drehfeldfrequenz  $\Omega/\Omega_{\max}$  über die Zeit aufgetragen. Die Stellgeschwindigkeit  $k_\Omega$  kann über die sogenannte Hochlaufzeit bzw. Auslaufzeit am Frequenzumrichter eingestellt werden.

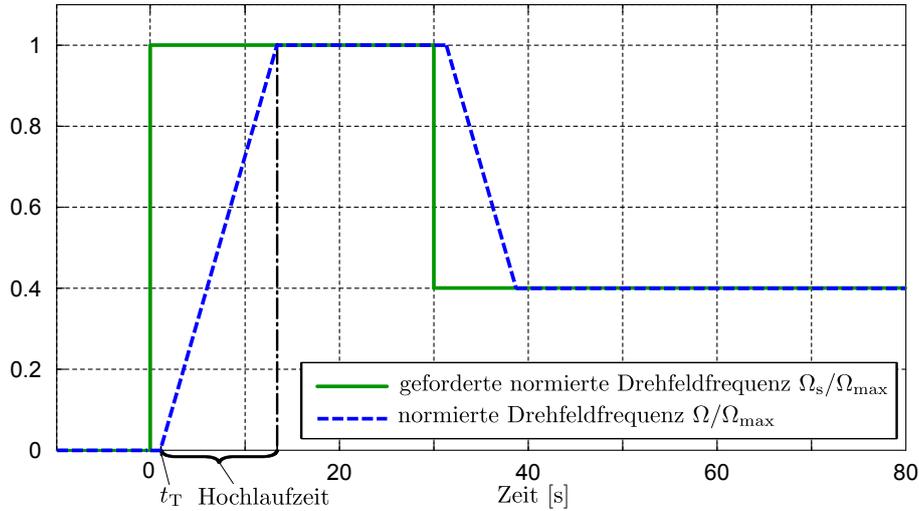
Es ist ersichtlich, dass die Drehfeldfrequenz  $\Omega$  so lange mit der konstanten Stellgeschwindigkeit  $k_\Omega$  verändert wird, bis diese gleich der geforderten Drehfeldfrequenz  $\Omega_s$  ist. Außerdem ist ersichtlich, dass bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage der Frequenzumrichter auf eine neue Sollwertvorgabe um die Signallaufzeit  $t_T$  verzögert reagiert. Die zeitliche Ableitung der Funktion  $\Omega(t)$  besitzt somit die Gestalt:

$$\frac{d\Omega}{dt} = k_\Omega \cdot \text{sgn} [\Omega_s(t - t_T) - \Omega]. \quad (3.60)$$

Mit  $\Omega_s(t - t_T)$  wird dabei die zeitliche Verzögerung der geforderten Drehfeldfrequenz  $\Omega_s$  um die Signallaufzeit  $t_T$  beschrieben.

Um die Schlupfkonstante  $V$  zu eliminieren und so die Anzahl der später zu identifizierenden Parameter zu reduzieren, werden die stationären Lösungen der Differentialgleichungen (3.59) und (3.60) betrachtet:

$$\omega = V \Omega \quad \text{und} \quad \Omega = \Omega_s. \quad (3.61)$$



**Abbildung 3.9** – Rampenfunktion der vom Frequenzumrichter vorgegebenen Drehfeldfrequenz

Werden die beiden stationären Lösungen miteinander kombiniert, so können die neuen Größen

$$\tilde{\omega} := V\Omega \quad \text{und} \quad \omega_s := V\Omega_s \quad (3.62)$$

definiert werden. Hierbei entspricht  $\tilde{\omega}$  einer zur Drehfeldfrequenz  $\Omega$  proportionalen Größe und  $\omega_s$  der Soll-Ventilator Drehzahl. Eingesetzt in die beiden Differentialgleichungen (3.59) und (3.60) erhält man mit der neuen Konstanten  $k_\omega$  für die modifizierte Stellgeschwindigkeit

$$k_\omega := k_\Omega V \quad (3.63)$$

das Modell zur Beschreibung der Ventilator Drehzahl  $\omega$ :

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = k_\omega \cdot \text{sgn} [\omega_s(t - t_T) - \tilde{\omega}] \quad (3.64a)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\tau_\omega} (-\omega + \tilde{\omega}). \quad (3.64b)$$

In Abbildung 3.10 ist die mit dem Modell berechnete Ventilator Drehzahl der tatsächlichen Ventilator Drehzahl (in Prozent des Stellbereiches) für eine sprungförmige Änderung der geforderten Ventilator Drehzahl gegenübergestellt. Die Modellkonstanten wurden dabei mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

Es ist ersichtlich, dass das dynamische Verhalten des Ventilators mit dem vorgestellten Modell gut wiedergegeben wird. Die geringen Abweichungen sind auf die linearen Ansätze des Antriebsmomentes  $M_A$  und des Reibmomentes  $M_R$  zurückzuführen. Aufgrund der relativ großen Anstiegszeit kann die Totzeit  $t_T$  im Modell (3.64) für den Reglerentwurf vernachlässigt werden.

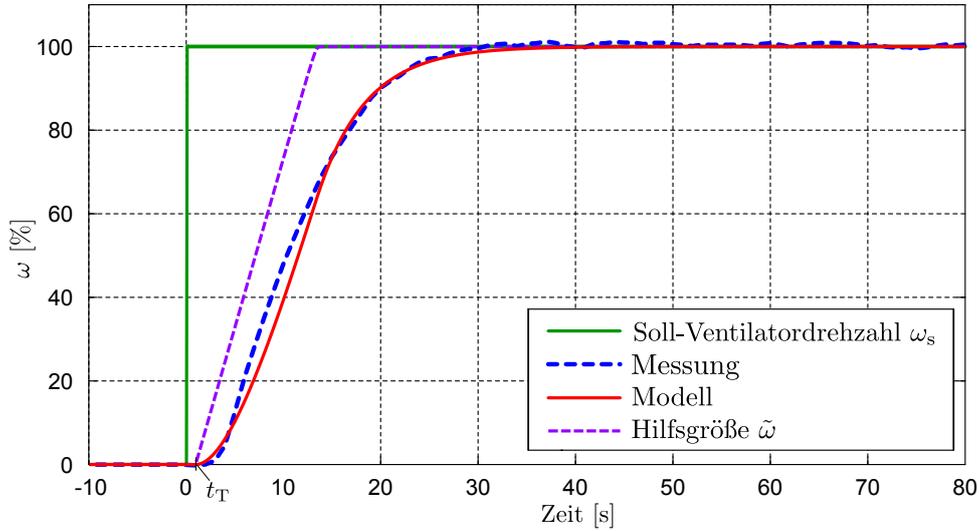


Abbildung 3.10 – Sprungantwort der Ventilator Drehzahl

### Dynamisches Klappenmodell

Die Klappen werden bei der untersuchten Anlage von sogenannten Schnellläufer-Drehantrieben der Firma BELIMO positioniert [9]. Damit ist es möglich die gasförmigen Massenströme sehr rasch zu variieren. Die geforderte Klappenstellung  $\varphi_s$  wird dabei in Form eines analogen Spannungssignals vorgegeben und vom Stellmotor selbstständig angefahren. Da es vom Hersteller des Klappenantriebes keine Informationen über das Regel- bzw. Steuerkonzept des Stellmotors gibt, wird das dynamische Verhalten der Klappe empirisch nachgebildet. Dafür wurde zunächst die Sprungantwort der Klappenstellung  $\varphi$  aufgezeichnet (siehe Abbildung 3.11). Aus der Sprungantwort erkennt man, dass die Klappenstellung  $\varphi$  der geforderten Klappenstellung  $\varphi_s$  im wesentlichen mit konstanter Stellgeschwindigkeit folgt. Lediglich zu Beginn und am Ende des Stellvorganges variiert die Stellgeschwindigkeit, was auf die Massenträgheit der Drehbewegung hindeutet. Die Laufzeit, um die geschlossene Klappe vollständig zu öffnen, ist durch den verwendeten Klappenantrieb vorgegeben. Weiterhin ist zu beachten, dass die Sprungantwort um die Zeit  $t_T$  verzögert ist. Diese Verzögerung ist auf die bereits erwähnte Signallaufzeit  $t_T$  bei einer neuen Sollwertvorgabe zurückzuführen. Um dieses Gesamtverhalten mathematisch zu beschreiben, wird zunächst die mit konstanter Stellgeschwindigkeit variierbare Klappenstellung  $\tilde{\varphi}$  eingeführt. Diese beschreibt die Differentialgleichung

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{dt} = k_\varphi \cdot \operatorname{sgn} [\varphi_s(t - t_T) - \tilde{\varphi}]. \quad (3.65)$$

Hierbei wird mit  $k_\varphi$  die konstante Stellgeschwindigkeit und mit  $\varphi_s(t - t_T)$  die zeitliche Verzögerung der Soll-Klappenstellung  $\varphi_s$  beschrieben. Die Größe  $\tilde{\varphi}$  wird dabei so lange mit konstanter Stellgeschwindigkeit  $k_\varphi$  verändert, bis die Differenz zwischen  $\tilde{\varphi}$  und der um die Signallaufzeit  $t_T$  verzögerten Soll-Klappenstellung  $\varphi_s$  verschwindet. Um das dynamische Verhalten vollständig zu beschreiben, wird die Größe  $\tilde{\varphi}$  als Eingangsgröße der

linearen Differentialgleichung

$$\tau_\varphi \frac{d\varphi}{dt} = -\varphi + \tilde{\varphi} \quad (3.66)$$

zur Beschreibung der Klappenstellung  $\varphi$  verwendet. Diese Differentialgleichung entspricht einem Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Zeitkonstanten  $\tau_\varphi$  zur Beschreibung der Massenträgheit des Bewegungsvorganges. Das dynamische Gesamtverhalten der Klappe wird demnach mit den Differentialgleichungen (3.65) und (3.66) beschrieben.

In Abbildung 3.11 ist die, mit dem Modell berechnete Klappenstellung, der tatsächlichen (gemessenen) Klappenstellung (in Prozent des Stellbereiches) für eine sprungförmige Änderung der geforderten Klappenstellung gegenübergestellt. Die Modellkoeffizienten wurden dabei mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

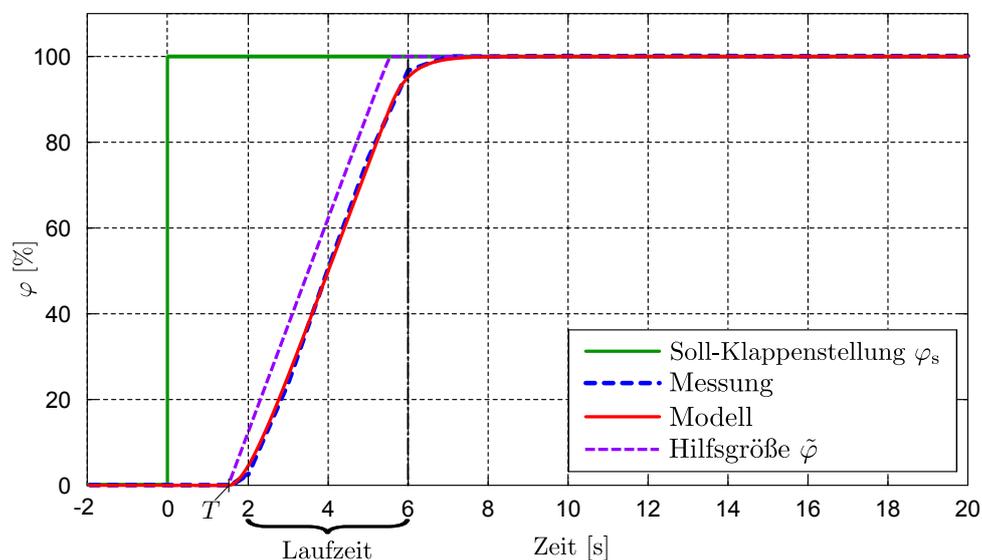


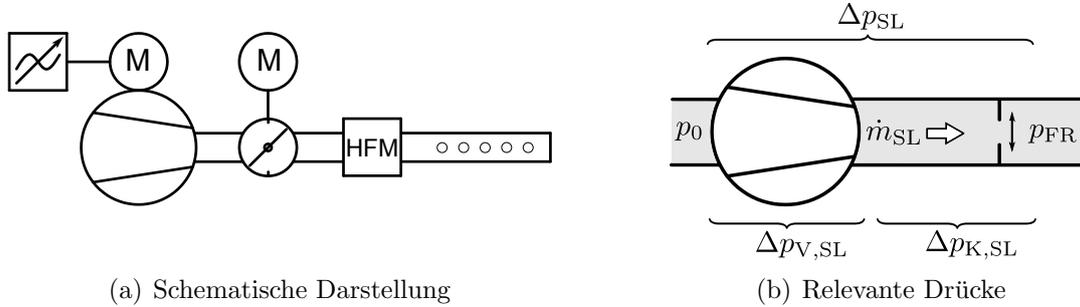
Abbildung 3.11 – Sprungantwort der Klappenstellung

Es ist ersichtlich, dass das dynamische Verhalten der Klappe mit dem vorgestellten Modell sehr gut wiedergegeben wird. Aufgrund des verwendeten Schnellläufer-Drehantriebes wird die Klappenstellung  $\varphi$  in ca. vier Sekunden von 0 nach 100% vergrößert. Da die Totzeit mit  $t_T \approx 1.75$  Sekunden nahezu der Hälfte dieser Anstiegszeit entspricht, darf diese im Modell (3.65) für den Reglerentwurf nicht vernachlässigt werden.

### 3.2.4 Modellbildung der Sekundärluftzufuhr

Mit Hilfe der in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.3 vorgestellten Modellansätzen wird nun das bereits aus [41] bekannte Modell der Sekundärluftzufuhr hergeleitet. Wie in Abbildung 3.12(a) schematisch zu sehen, besteht die Sekundärluftzufuhr der untersuchten Anlage aus einer unverzweigten Rohrleitung mit einem Ventilator und einer Klappe mit Dichtringen. Die Luft wird dabei vom Ventilator aus der Umgebung mit dem Umgebungsdruck  $p_0$  angesaugt und über Düsen in die Sekundärverbrennungszone der Biomasse-Feuerungsanlage

mit dem Feuerraumunterdruck  $p_{FR}$  eingebracht. Zur Messung des Luftmassenstromes ist ein Heißfilm-Luftmassensensor (HFM) eingebaut.



**Abbildung 3.12** – Modellbildung der Sekundärluftzufuhr

In Abbildung 3.12(b) sind die für die Modellbildung relevanten Drücke dargestellt. Dabei wird der Einfachheit halber der rohrige Druckabfall  $\Delta p_{R,SL}$  vernachlässigt, da aufgrund der Klappe, der HFM-Messstelle und der Düsen der blendige Druckabfall überwiegt. Auch bei Berücksichtigung des rohrigen Druckabfalls konnten keine besseren Ergebnisse erzielt werden. Deshalb wird das Modell mit einer Druckerhöhung des Ventilators  $\Delta p_{V,SL}$  und einem Druckabfall an der Klappe  $\Delta p_{K,SL}$  angesetzt. An der Rohrwand, am Ventilator und an den Düsen tritt aufgrund von Reibungseffekten ein zusätzlicher Druckabfall auf. Dieser wird im Druckabfall an der Klappe mitberücksichtigt. Mit dem Polynomansatz

$$l_{K,SL}(\varphi_{SL}) = \sum_{i=0}^{N_{SL}} q_{i,SL} \varphi_{SL}^i \quad (3.67)$$

für den Klappenleitwert  $l_{K,SL}$  ergibt sich für die Druckdifferenz  $\Delta p_{SL}$  zwischen Modellaus- und Modelleingang

$$\Delta p_{SL} := p_{FR} - p_0 = \Delta p_{V,SL} + \Delta p_{K,SL} = k_{V,SL} \omega_{SL}^2 - \left[ \frac{\dot{m}_{SL}}{l_{K,SL}(\varphi_{SL})} \right]^2. \quad (3.68)$$

Die zuvor erwähnten konstanten Druckabfälle (Rohrwand, Ventilator, HFM, Düsen) werden im Klappenleitwert durch einen konstanten Offset (im Parameter  $q_{0,SL}$ ) modelliert. Wird diese Gleichung nach  $\dot{m}$  aufgelöst, so erhält man das statische Modell

$$\dot{m}_{SL} = \sqrt{k_{V,SL} \omega_{SL}^2 - \Delta p_{SL}} \cdot l_{K,SL}(\varphi_{SL}) \quad (3.69)$$

für den Sekundärluftmassenstrom  $\dot{m}_{SL}$ . Der Differenzdruck  $\Delta p_{SL}$  liegt bei der untersuchten Anlage als Messwert vor und ist aufgrund des konstant geregelten Feuerraumunterdruckes  $p_{FR}$  und des konstanten Umgebungsdruckes  $p_0$  näherungsweise konstant. In Abbildung 3.13 sind die mit diesem Modell berechneten Werte für den Sekundärluftmassenstrom diskreten Messwerten gegenübergestellt. Dabei ist im Diagramm der Massenstrom  $\dot{m}_{SL}$  über die Klappenstellung  $\varphi_{SL}$  (in Prozent des Stellbereichs) aufgetragen und für unterschiedliche Ventilator Drehzahlen  $\omega_{SL}$  dargestellt. Die Ventilator Drehzahl wurde

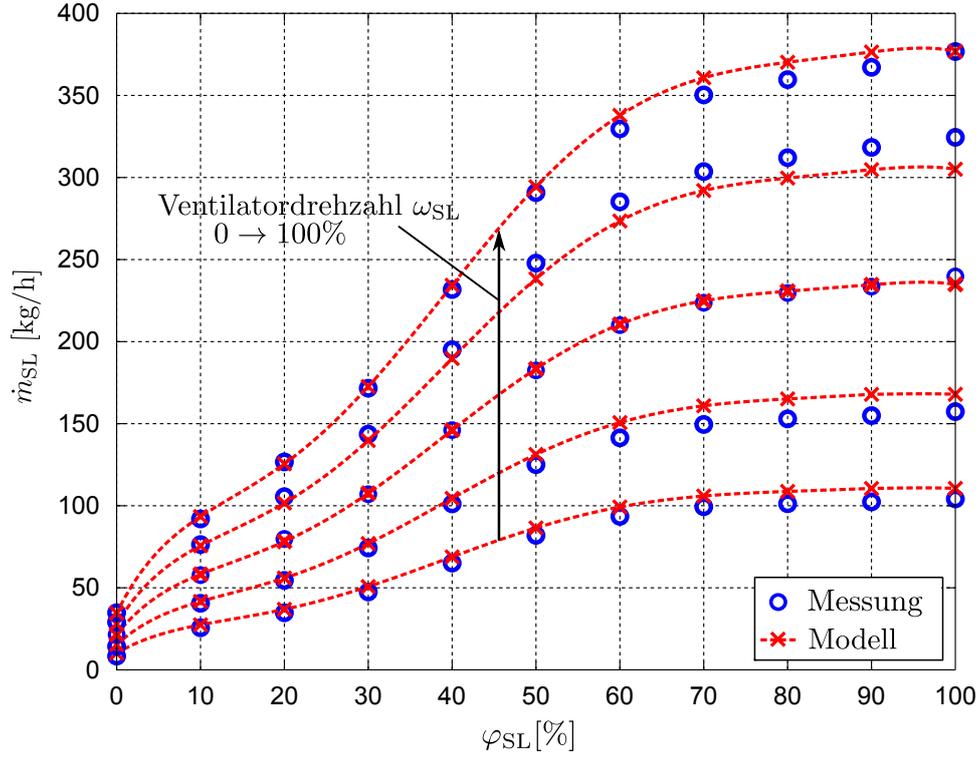


Abbildung 3.13 – Validierung des statischen Modells der Sekundärluftzufuhr

dabei äquidistant von Null auf 100% des Stellbereiches erhöht. Die Parameter des Modells wurden mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

Es ist ersichtlich, dass die berechneten Massenströme bei kleinen Klappenstellungen sehr gut mit den Messwerten übereinstimmen. Bei großen Klappenstellungen weichen sie leicht von den Messwerten ab. Für den späteren Reglerentwurf auf Basis dieses Modells sind diese Abweichungen allerdings unproblematisch.

Wird das statische Modell mit den dynamischen Modellen für den Ventilator und die Klappe aus Abschnitt 3.2.3 kombiniert, so ergibt sich das Gesamtmodell:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\omega}_{SL}}{dt} &= k_{\omega,SL} \cdot \text{sgn} [\omega_{SL,s}(t - t_T) - \tilde{\omega}_{SL}] \\ \frac{d\omega_{SL}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\omega,SL}} (-\omega_{SL} + \tilde{\omega}_{SL}) \end{aligned} \right\} \text{Ventilator} \quad (3.70a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\varphi}_{SL}}{dt} &= k_{\varphi,SL} \cdot \text{sgn} [\varphi_{SL,s}(t - t_T) - \tilde{\varphi}_{SL}] \\ \frac{d\varphi_{SL}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\varphi,SL}} (-\varphi_{SL} + \tilde{\varphi}_{SL}) \end{aligned} \right\} \text{Klappe} \quad (3.70b)$$

$$\dot{m}_{SL} = \sqrt{k_{V,SL}\omega_{SL}^2 - \Delta p_{SL}} \cdot l_{K,SL}(\varphi_{SL}) \quad \text{stat. Modell} \quad (3.70c)$$

Hierbei handelt es sich um ein nichtlineares System, wobei die Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_{SL,s}$  und die Soll-Klappenstellung  $\varphi_{SL,s}$  als Eingangsgrößen, der Sekundärluftmassen-

strom  $\dot{m}_{SL}$  als Ausgangsgröße und die Druckdifferenz  $\Delta p_{SL}$  als messbare Störgröße betrachtet werden. Die systemtechnische Darstellung dieses Modells ist in Abbildung 3.14 zu sehen.

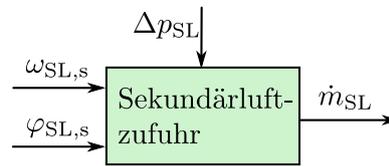


Abbildung 3.14 – Blockschaltbild des Modells der Sekundärluftzufuhr

In Abbildung 3.15 ist der mit diesem Gesamtmodell berechnete Verlauf des Sekundärluftmassenstromes  $\dot{m}_{SL}$  über die Zeit für bestimmte Klappenstellungen  $\varphi_{SL}$  und Ventilator Drehzahlen  $\omega_{SL}$  (jeweils in Prozent der Stellbereiche) dargestellt und mit Messdaten verglichen. Die Parameter der dynamischen Teilmodelle wurden dabei ebenfalls mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

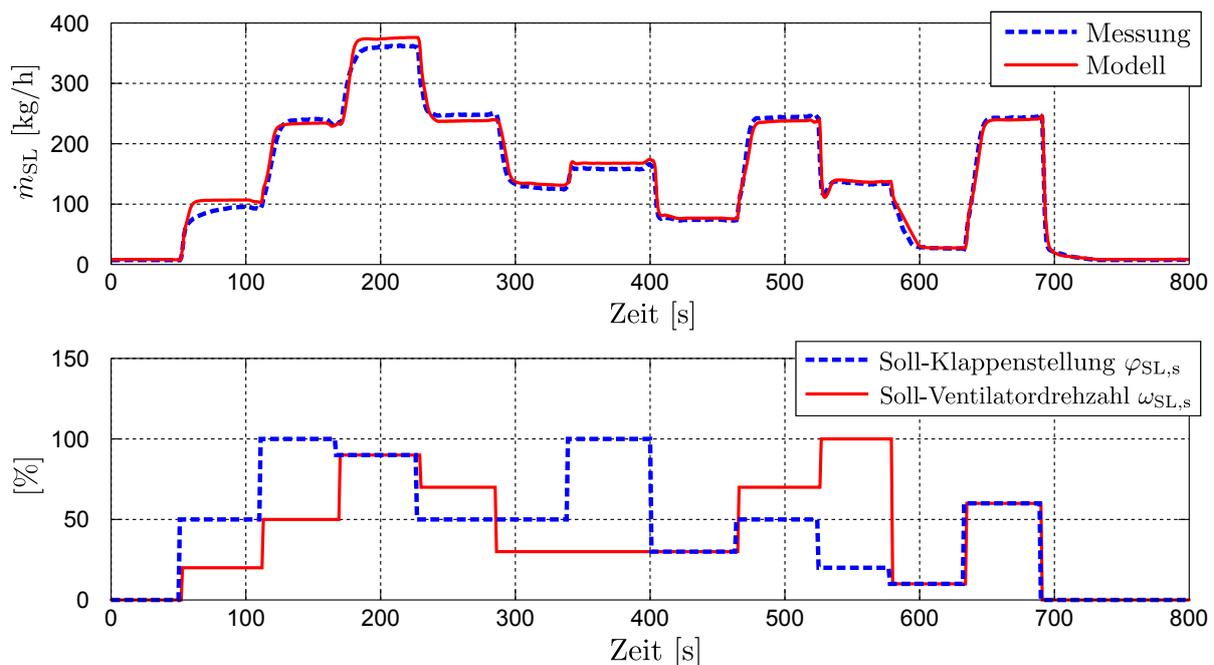


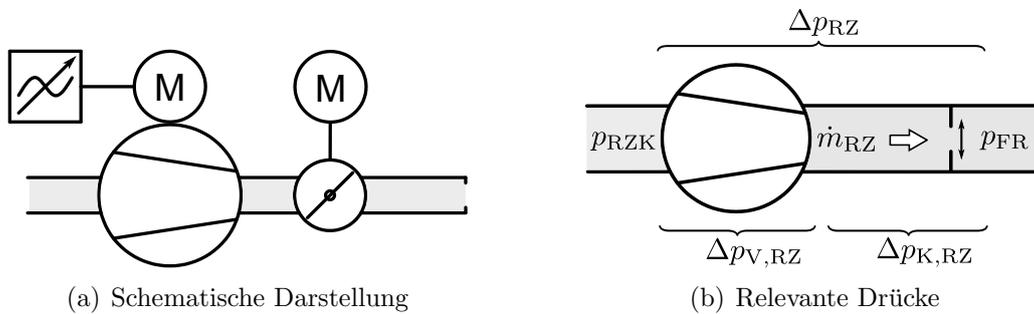
Abbildung 3.15 – Validierung des Gesamtmodells der Sekundärluftzufuhr

Man erkennt, dass das Verhalten der Sekundärluftzufuhr durch das Gesamtmodell gut beschrieben wird. Die geringen stationären Abweichungen sind auf die Ungenauigkeiten des statischen Modells zurück zu führen. Beim Zeitpunkt 530 Sekunden wird gleichzeitig die Soll-Klappenstellung verkleinert und die Soll-Ventilator Drehzahl vergrößert. Dadurch nimmt der Massenstrom sehr rasch ab und steigt danach wieder leicht an. Dieses Verhalten kommt daher, dass die Klappenstellung sehr schnell ihren Sollwert erreicht, wodurch der Massenstrom sinkt, aber der Ventilator für das Anfahren seines Sollwertes mehr Zeit benötigt und erst später den Massenstrom wieder erhöht. Das bedeutet, dass die Klappe

das schnellere Stellorgan darstellt. Bei der ersten sprungförmigen Änderung der Eingangsgrößen ist zu erkennen, dass der gemessene Massenstrom eine längere Einschwingdauer benötigt. Aufgrund des einfachen linearen Ansatzes zur Modellierung der Ventilatorodynamik stimmt hier der mit dem Modell berechnete Massenstromverlauf nicht perfekt mit dem gemessenen Verlauf überein. Trotzdem eignet sich das Gesamtmodell sehr gut für einen modellbasierten Reglerentwurf.

### 3.2.5 Modellbildung der Rauchgasrezirkulation

Mit Hilfe der in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.3 hergeleiteten Modellansätze wird nun das Modell der Rauchgasrezirkulation der untersuchten Anlage hergeleitet. Wie in Abbildung 3.16(a) schematisch zu sehen, besteht die Rauchgasrezirkulation aus einer unverzweigten Rohrleitung mit einem Ventilator und einer typischen Drosselklappe (ohne Dichtringe). Das rezirkulierte Rauchgas mit der Temperatur  $T_{RZ}$  wird dabei vom Ventilator aus dem Kamin mit dem Kamindruck  $p_{RZK}$  angesaugt und durch eine Einlassöffnung über dem Rost in die Primärverbrennungszone der Biomasse-Feuerungsanlage mit dem Feuerraumunterdruck  $p_{FR}$  eingebracht. Aufgrund des heißen, verunreinigten Rauchgases kann für die Messung des Rauchgasmassenstromes weder ein Heißfilm-Luftmassensensor noch ein Prandtlrohr verwendet werden. Stattdessen wird der Rauchgasmassenstrom mit Hilfe eines Druck-Massenstrommodells (siehe Abschnitt 3.2.2) geschätzt.



**Abbildung 3.16** – Modellbildung der Rauchgasrezirkulation

In Abbildung 3.16(b) sind die für die Modellbildung relevanten Drücke dargestellt. Dabei wird der Einfachheit halber der rohrige Druckabfall  $\Delta p_{R,RZ}$  vernachlässigt, da bei einer Berücksichtigung des rohrigen Druckabfalls keine besseren Ergebnisse erzielt werden konnten. Das Modell wird also mit einer Druckanhebung des Ventilators  $\Delta p_{V,RZ}$  und einem Druckabfall an der Klappe  $\Delta p_{K,RZ}$  angesetzt. Der mit steigendem Massenstrom aufgrund von Reibungseffekten an der Rohrwand, am Ventilator und an der Einlassöffnung zusätzlich auftretende Druckabfall wird dabei im Druckabfall an der Klappe mitberücksichtigt. Zur Modellierung des Klappenleitwertes  $l_{K,RZ}$  wird mit dem Polynomansatz

$$l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}, T_0) = \sum_{i=0}^{N_{RZ}} q_{i0,RZ} \varphi_{RZ}^i \quad (3.71)$$

im Vergleich zum Ansatz für typische Drosselklappen nach Gleichung (3.22) ein besseres Ergebnis erzielt. Die erwähnten konstanten Druckabfälle (Rohrinnenwand, Ventilator, Einlassöffnung) werden im Klappenleitwert  $l_{K,RZ}$  durch einen konstanten Offset (im Parameter  $q_{00,RZ}$ ) modelliert. Dabei ist  $T_0$  die bei den Messungen zur Identifikation der Parameter  $q_{i0,RZ}$  mit  $i = 1 \dots N_{RZ}$  herrschende Lufttemperatur. Der Wert des Klappenleitwertes muss zur Anpassung an die aktuelle Temperatur  $T_{RZ}$  des rezirkulierten Rauchgases, wie im Abschnitt 3.2.1 erläutert mit Hilfe

$$l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}, T_{RZ}) = l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}, T_0) \sqrt{\frac{\rho_{RG}(T_{RZ})}{\rho_L(T_0)}} \quad (3.72)$$

umgerechnet werden. Dabei entspricht  $\rho_L(T_0)$  der Dichte von Luft bei der Temperatur  $T_0$  und  $\rho_{RG}(T_{RZ})$  der Dichte von Rauchgas bei der Temperatur  $T_{RZ}$ . Das statische Modell der gesamten Rauchgasrezirkulation erhält man durch Addition der Druckanhebung  $\Delta p_{V,RZ}$  und des Druckabfalles  $\Delta p_{K,RZ}$ :

$$\Delta p_{RZ} := p_{FR} - p_{RZK} = \Delta p_{V,RZ} + \Delta p_{K,RZ} = k_{V,RZ}(T_{RZ}) \omega_{RZ}^2 - \left[ \frac{\dot{m}_{RZ}}{l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}, T_{RZ})} \right]^2. \quad (3.73)$$

Neben dem Klappenleitwert wird auch die Ventilatorkonstante  $k_{V,RZ}$ , wie im Abschnitt 3.2.1 erläutert mit

$$k_{V,RZ}(T_{RZ}) = k_{V0,RZ} \frac{\rho_{RG}(T_{RZ})}{\rho_L(T_0)} \quad (3.74)$$

an die aktuelle Temperatur  $T_{RZ}$  des rezirkulierten Rauchgases angepasst. Dabei entspricht  $k_{V0,RZ}$  der Ventilatorkonstanten für die, während der Messungen zur Identifikation der Parameter herrschenden Lufttemperatur  $T_0$ . Wird Gleichung (3.73) nach  $\dot{m}_{RZ}$  aufgelöst, so erhält man das statische Modell

$$\dot{m}_{RZ} = \sqrt{k_{V,RZ}(T_{RZ}) \omega_{RZ}^2 - \Delta p_{RZ}} \cdot l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}, T_{RZ}) \quad (3.75)$$

für den rezirkulierten Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{RZ}$ . Der Differenzdruck  $\Delta p_{RZ}$  liegt bei der untersuchten Anlage als Messwert vor.

Ist die Biomasse-Feuerungsanlage auf Betriebstemperatur, so ändert sich die Temperatur des rezirkulierten Rauchgases  $T_{RZ}$  nur noch langsam in einem kleinen Bereich. Deshalb kann das statische Modell für die näherungsweise konstante Betriebstemperatur des rezirkulierten Rauchgases  $\bar{T}_{RZ}$  mit der Ventilatorkonstanten  $k_{V,RZ}$

$$k_{V,RZ} = k_{V0,RZ} \frac{\rho_{RG}(\bar{T}_{RZ})}{\rho_L(T_0)} \quad (3.76)$$

und dem Polynomansatz für den Klappenleitwert  $l_{K,RZ}$

$$l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}) = \sum_{i=0}^{N_{RZ}} q_{i,RZ} \varphi_{RZ}^i \quad (3.77)$$

mit den Koeffizienten

$$q_{i,RZ} = q_{i0,RZ} \sqrt{\frac{\rho_{RG}(\bar{T}_{RZ})}{\rho_L(T_0)}} \quad \text{für} \quad i = 1 \dots N_{RZ} \quad (3.78)$$

angeschrieben werden:

$$\dot{m}_{RZ} = \sqrt{k_{V,RZ} \omega_{RZ}^2 - \Delta p_{RZ}} \cdot l_{K,RZ}(\varphi_{RZ}). \quad (3.79)$$

Die Struktur dieses Modells ist somit identisch mit der Struktur des statischen Modells der Sekundärluftzufuhr (3.69). In Abbildung 3.17 sind die mit dem statischen Modell berechneten Werte für den rezirkulierten Rauchgasmassenstrom diskreten Messwerten gegenübergestellt. Dabei ist im Diagramm der Massenstrom  $\dot{m}_{RZ}$  über die Klappenstellung  $\varphi_{RZ}$  (in Prozent des Stellbereichs) aufgetragen und für unterschiedliche Ventilator-drehzahlen  $\omega_{RZ}$  dargestellt. Die Ventilator-drehzahl wurde dabei äquidistant von Null auf 100% des Stellbereiches erhöht. Die Parameter des Modells wurden mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus experimentell ermittelten Messdaten berechnet.

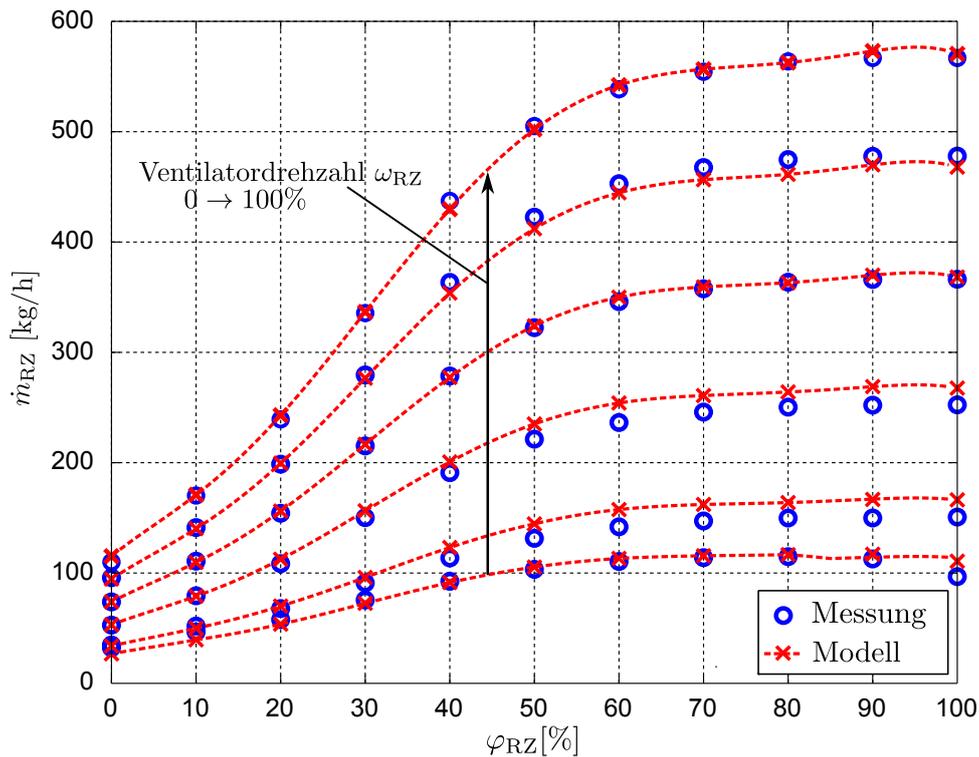


Abbildung 3.17 – Validierung des statischen Modells der Rauchgasrezirkulation

Es ist ersichtlich, dass die berechneten Massenströme im unteren Bereich der Klappenstellung sehr gut mit den Messwerten übereinstimmen. Im oberen Bereich weichen sie teilweise von den Messwerten ab. Diese stationären Abweichungen stellen allerdings für den Entwurf einer modellbasierten Regelung keine Probleme dar.

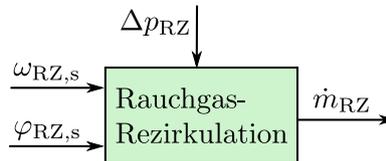
Wird das statische Modell mit den dynamischen Modellen für den Ventilator und für die Klappe (Abschnitt 3.2.3) kombiniert, so lautet das Gesamtmodell:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\omega}_{\text{RZ}}}{dt} &= k_{\omega,\text{RZ}} \cdot \text{sgn} [\omega_{\text{RZ},s}(t - t_{\text{T}}) - \tilde{\omega}_{\text{RZ}}] \\ \frac{d\omega_{\text{RZ}}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\omega,\text{RZ}}} (-\omega_{\text{RZ}} + \tilde{\omega}_{\text{RZ}}) \end{aligned} \right\} \text{Ventilator} \quad (3.80a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\varphi}_{\text{RZ}}}{dt} &= k_{\varphi,\text{RZ}} \cdot \text{sgn} [\varphi_{\text{RZ},s}(t - t_{\text{T}}) - \tilde{\varphi}_{\text{RZ}}] \\ \frac{d\varphi_{\text{RZ}}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{RZ}}} (-\varphi_{\text{RZ}} + \tilde{\varphi}_{\text{RZ}}) \end{aligned} \right\} \text{Klappe} \quad (3.80b)$$

$$\dot{m}_{\text{RZ}} = \sqrt{k_{\text{V,RZ}} \omega_{\text{RZ}}^2 - \Delta p_{\text{RZ}} \cdot l_{\text{K,RZ}}(\varphi_{\text{RZ}})} \quad \text{stat. Modell} \quad (3.80c)$$

Hierbei handelt es sich um ein nichtlineares System, wobei die Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_{\text{RZ},s}$  und die Soll-Klappenstellung  $\varphi_{\text{RZ},s}$  die Eingangsgrößen, der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  die Ausgangsgröße und die Druckdifferenz  $\Delta p_{\text{RZ}}$  die messbare Störgröße bilden. Die Struktur des Gesamtmodells der Rauchgasrezirkulation ist mit der Struktur des Gesamtmodells der Sekundärluftzufuhr (3.70) identisch. Das bedeutet, dass der auf Basis dieser Modelle durchgeführte Reglerentwurf identisch ist. Die systemtechnische Darstellung dieses Modells ist in Abbildung 3.18 dargestellt.



**Abbildung 3.18** – Blockschaltbild des Modells der Rauchgasrezirkulation

In Abbildung 3.19 ist der mit Hilfe des Gesamtmodells (3.80) berechnete Verlauf des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  über die Zeit für bestimmte Klappenstellungen  $\varphi_{\text{RZ}}$  und Ventilator-drehzahlen  $\omega_{\text{RZ}}$  (jeweils in Prozent der Stellbereiche) dargestellt und mit Messdaten verglichen. Die Parameter der dynamischen Teilmodelle wurden dabei ebenfalls mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

Man erkennt, dass das dynamische Verhalten der Rauchgasrezirkulation durch das Gesamtmodell gut beschrieben wird. Im Zeitraum von 120 bis 360 Sekunden und im Zeitraum von 500 bis 540 Sekunden weicht das Modell etwas von den Messwerten ab. Diese Abweichungen entsprechen zum Teil den bereits erwähnten Schwächen des statischen Modells. Aber auch die dynamischen Eigenschaften des Ventilators werden durch den einfachen linearen Modellansatz für den Ventilator nicht perfekt abgebildet. Trotzdem ist das Modell für einen modellbasierten Reglerentwurf geeignet.

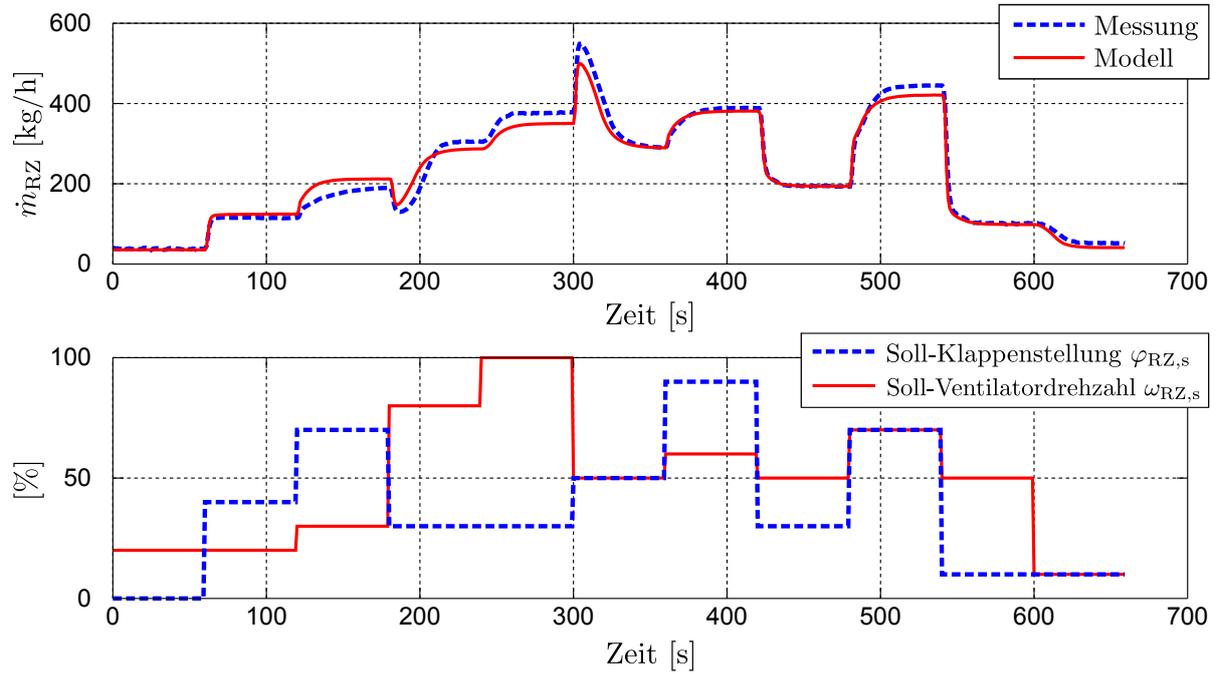


Abbildung 3.19 – Validierung des Gesamtmodells der Rauchgasrezirkulation

### 3.2.6 Modellbildung der Primärluftzufuhr

Mit Hilfe der in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.3 beschriebenen Modellansätze wird nun das Modell der Primärluftzufuhr hergeleitet. Wie in Abbildung 3.20(a) schematisch zu sehen, besteht die Primärluftzufuhr aus einer verzweigten Rohrleitung mit einem Ventilator und zwei Klappen mit Dichtringen. Die Luft wird dabei vom Ventilator aus der Umgebung mit dem Umgebungsdruck  $p_0$  angesaugt und in zwei getrennte Bereiche unter dem Rost der Primärverbrennungszone der Biomasse-Feuerungsanlage mit den Drücken  $p_{PL1}$  und  $p_{PL2}$  eingebracht. Zur Messung der beiden Luftmassenströme sind zwei Heißfilm-Luftmassensensoren (HFM) eingebaut.

In Abbildung 3.20(b) sind die für die Modellbildung relevanten Drücke dargestellt. Dabei wird der Einfachheit halber der rohrige Druckabfall  $\Delta p_{R,PL}$  vernachlässigt, da aufgrund der Klappen und der HFM-Messstellen der blendige Druckabfall überwiegt. Auch bei einer Berücksichtigung des rohrigen Druckabfalls konnten keine besseren Ergebnisse erzielt werden. Deshalb wird das Modell mit einer Druckanhebung des Ventilators  $\Delta p_{V,PL}$ , einem blendigen Druckabfall nach dem Ventilator  $\Delta p_{B,PL}$  und je einem Druckabfall bei den beiden Klappen  $\Delta p_{K,PL1}$  und  $\Delta p_{K,PL2}$  angesetzt. Der mit steigendem Massenstrom aufgrund von Reibungseffekten an der Rohrwand und bei den HFM-Messstellen zusätzlich auftretende Druckabfall wird dabei in den Druckabfällen bei den Klappen mit berücksichtigt. Der Druck  $p_3$  bei der Verzweigungsstelle wird im vorliegenden Fall nicht gemessen und zunächst als Unbekannte betrachtet. Mit den Polynomansätzen

$$l_{K,PL1}(\varphi_{PL1}) = \sum_{i=0}^{N_{PL1}} q_{i,PL1} \varphi_{PL1}^i \quad (3.81)$$

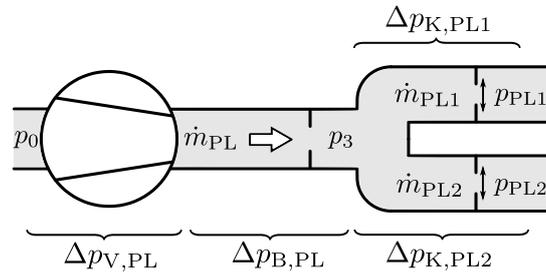
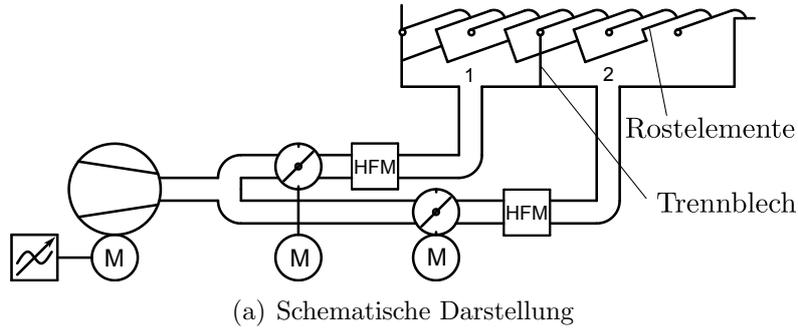


Abbildung 3.20 – Modellbildung der Primärluftzufuhr

und

$$l_{K,PL2}(\varphi_{PL2}) = \sum_{i=0}^{N_{PL2}} q_{i,PL2} \varphi_{PL2}^i \quad (3.82)$$

für die Klappenleitwerte  $l_{K,PL1}$  und  $l_{K,PL2}$  und der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m}_{PL} = \dot{m}_{PL1} + \dot{m}_{PL2} \quad (3.83)$$

kann das statische Modell zunächst für die einzelnen Abschnitte getrennt angesetzt werden:

$$p_3 - p_0 = \Delta p_{V,PL} + \Delta p_{B,PL} = k_{V,PL} \omega_{PL}^2 - R_{B,PL} \dot{m}_{PL}^2 \quad (3.84a)$$

$$p_1 - p_3 = \Delta p_{K,PL1} = - \left[ \frac{\dot{m}_{PL1}}{l_{K,PL1}(\varphi_{PL1})} \right]^2 \quad (3.84b)$$

$$p_2 - p_3 = \Delta p_{K,PL2} = - \left[ \frac{\dot{m}_{PL2}}{l_{K,PL2}(\varphi_{PL2})} \right]^2. \quad (3.84c)$$

Dabei ist zu beachten, dass in den Klappenleitwerten  $l_{K,PL1}$  und  $l_{K,PL2}$  die erwähnten konstanten blendigen Druckabfälle (Rohrinnenwand, HFM) durch konstante Offsets (in den Parametern  $q_{0,PL1}$  und  $q_{0,PL2}$ ) berücksichtigt werden. Um den unbekanntem Druck  $p_3$  zu berechnen und diesen aus dem Modell zu eliminieren sind einige Umformungen nötig. Zunächst werden die Gleichungen (3.84b) und (3.84c) in

$$\dot{m}_{PL1}^2 = (p_3 - p_1) l_{K,PL1}^2(\varphi_{PL1}) \quad (3.85)$$

und

$$\dot{m}_{\text{PL}2}^2 = (p_3 - p_2) l_{\text{K,PL}2}^2(\varphi_{\text{PL}2}) \quad (3.86)$$

umgeformt. Werden diese in Gleichung (3.83) eingesetzt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{PL}}^2 &= (p_3 - p_1) l_{\text{K,PL}1}^2(\varphi_{\text{PL}1}) + (p_3 - p_2) l_{\text{K,PL}2}^2(\varphi_{\text{PL}2}) + \\ &2\sqrt{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)} \cdot l_{\text{K,PL}1}(\varphi_{\text{PL}1}) l_{\text{K,PL}2}(\varphi_{\text{PL}2}). \end{aligned} \quad (3.87)$$

Aufgrund der Tatsache, dass die beiden Drücke  $p_1$  und  $p_2$  unter dem Rost nahezu gleich groß sind, wird mit der Annahme

$$p_1 = p_2 = p \quad (3.88)$$

obige Gleichung entscheidend vereinfacht:

$$\dot{m}_{\text{PL}}^2 = (p_3 - p) [l_{\text{K,PL}1}(\varphi_{\text{PL}1}) + l_{\text{K,PL}2}(\varphi_{\text{PL}2})]^2. \quad (3.89)$$

Wird diese Gleichung in Gleichung (3.84a) eingesetzt, so kann der unbekannte Druck  $p_3$  mit

$$p_3 = \frac{p_0 + k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 + p\gamma}{\gamma + 1} \quad (3.90)$$

und dem Widerstandsbeiwert

$$\gamma(\varphi_{\text{PL}1}, \varphi_{\text{PL}2}) = R_{\text{B,PL}} [l_{\text{K,PL}1}(\varphi_{\text{PL}1}) + l_{\text{K,PL}2}(\varphi_{\text{PL}2})]^2 \quad (3.91)$$

berechnet werden.

Setzt man Gleichung (3.90) in die Gleichungen (3.84b) und (3.84c) ein und löst diese nach den beiden Massenströmen  $\dot{m}_{\text{PL}1}$  und  $\dot{m}_{\text{PL}2}$  auf, so erhält man bei Berücksichtigung der Annahme in Gleichung (3.88) und der Definition für die Druckdifferenz der Primärluftzufuhr  $\Delta p_{\text{PL}}$

$$\Delta p_{\text{PL}} := p - p_0 \quad (3.92)$$

die statischen Modelle

$$\dot{m}_{\text{PL}1} = \sqrt{\frac{k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}}}{\gamma(\varphi_{\text{PL}1}, \varphi_{\text{PL}2}) + 1}} \cdot l_{\text{K,PL}1}(\varphi_{\text{PL}1}) \quad (3.93a)$$

$$\dot{m}_{\text{PL}2} = \sqrt{\frac{k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}}}{\gamma(\varphi_{\text{PL}1}, \varphi_{\text{PL}2}) + 1}} \cdot l_{\text{K,PL}2}(\varphi_{\text{PL}2}) \quad (3.93b)$$

zur Berechnung der Massenströme  $\dot{m}_{\text{PL}1}$  und  $\dot{m}_{\text{PL}2}$ . Der Differenzdruck  $\Delta p_{\text{PL}}$  liegt bei der untersuchten Anlage als Messwert vor und ist aufgrund des konstant geregelten Feuerraumunterdruckes  $p_{\text{FR}}$  und des konstanten Umgebungsdruckes  $p_0$  näherungsweise konstant.

Für einen Reglerentwurf ist eine implizite Berechnungsvorschrift für die Massenströme  $\dot{m}_{\text{PL}1}$  und  $\dot{m}_{\text{PL}2}$  besser geeignet. Dabei wird mit Hilfe von Gleichung (3.84a) der unbekannte Druck  $p_3$  ausgedrückt und dieser dann in die Gleichungen (3.84b) und (3.84c)

eingesetzt:

$$p_1 - p_0 - k_{V,PL}\omega_{PL}^2 + R_{B,PL}\dot{m}_{PL}^2 = - \left[ \frac{\dot{m}_{PL1}}{l_{K,PL1}(\varphi_{PL1})} \right]^2 \quad (3.94a)$$

$$p_2 - p_0 - k_{V,PL}\omega_{PL}^2 + R_{B,PL}\dot{m}_{PL}^2 = - \left[ \frac{\dot{m}_{PL2}}{l_{K,PL2}(\varphi_{PL2})} \right]^2. \quad (3.94b)$$

Formt man die Gleichungen unter Benutzung von (3.88) und (3.92) um, so können die beiden Massenströme  $\dot{m}_{PL1}$  und  $\dot{m}_{PL2}$  implizit berechnet werden:

$$\dot{m}_{PL1} = \sqrt{k_{V,PL}\omega_{PL}^2 - \Delta p_{PL} - R_{B,PL}(\dot{m}_{PL1} + \dot{m}_{PL2})^2} \cdot l_{K,PL1}(\varphi_{PL1}) \quad (3.95a)$$

$$\dot{m}_{PL2} = \sqrt{k_{V,PL}\omega_{PL}^2 - \Delta p_{PL} - R_{B,PL}(\dot{m}_{PL1} + \dot{m}_{PL2})^2} \cdot l_{K,PL2}(\varphi_{PL2}). \quad (3.95b)$$

In den Abbildungen 3.21 und 3.22 sind die mit den statischen Modellen berechneten Werte für die Primärluftmassenströme  $\dot{m}_{PL1}$  bzw.  $\dot{m}_{PL2}$  in Abhängigkeit der jeweiligen Klappenstellungen  $\varphi_{PL1}$  bzw.  $\varphi_{PL1}$  (jeweils in Prozent der Stellbereiche) dargestellt und mit diskreten Messwerten verglichen. Dabei wurden die Werte für unterschiedliche Ventilator Drehzahlen  $\omega_{PL}$  dargestellt, wobei die Ventilator Drehzahl äquidistant von Null nach 100% erhöht wurde. Die Parameter des Modells wurden mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus experimentell ermittelten Messdaten berechnet.

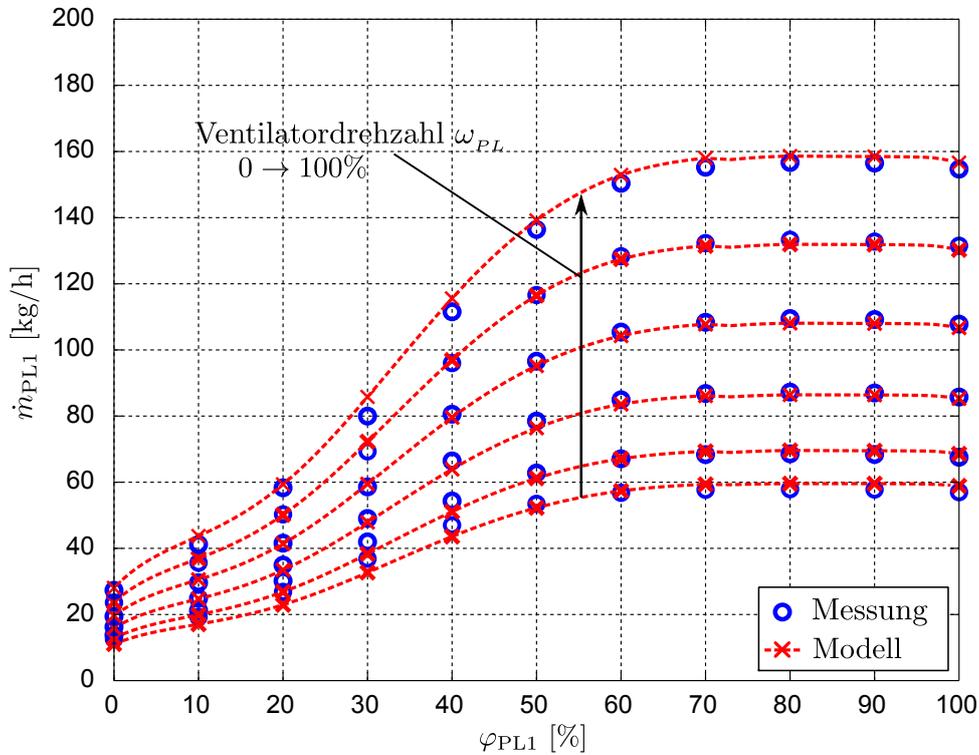
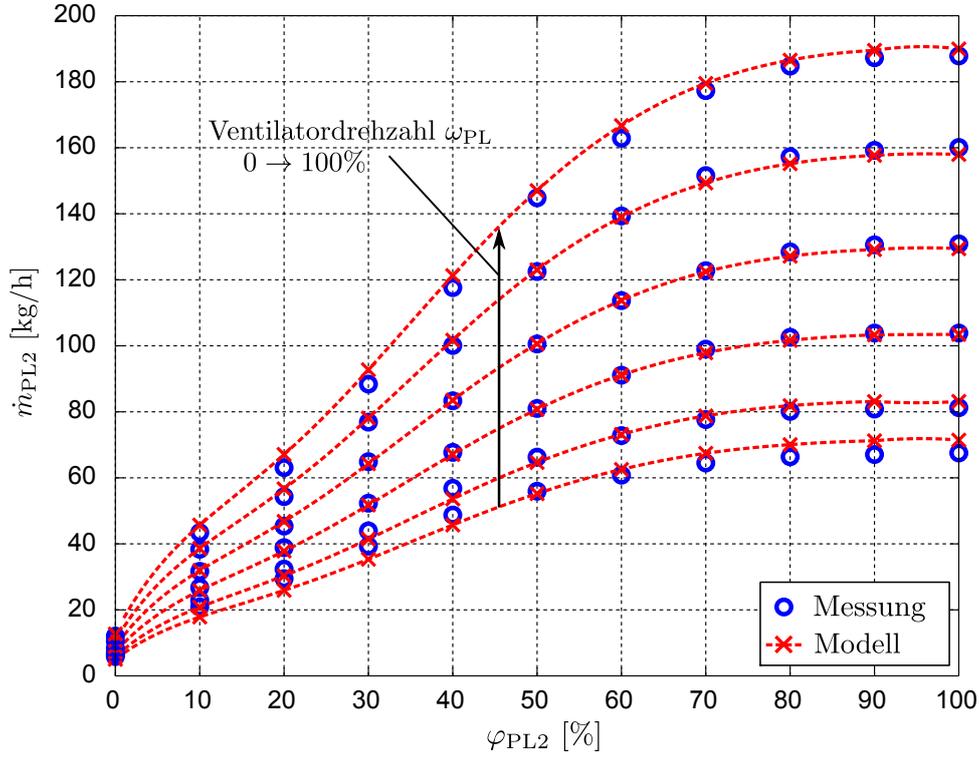


Abbildung 3.21 – Validierung des statischen Modells des 1. Primärluftzufuhrzweiges



**Abbildung 3.22** – Validierung des statischen Modells des 2. Primärluftzufuhrzweiges

Die berechneten Massenströme stimmen in den meisten Bereichen sehr gut mit den Messwerten überein. Man erkennt, dass mit der Primärluftzufuhr *PL2* größere Massenströme erreicht werden, als mit *PL1*. Grund dafür ist, dass die Primärluftzufuhr *PL2* unter den hinteren Bereich des Flachschieberostes mit weniger und schon stark abgebrannter Biomasse führt. Die Primärluftzufuhr *PL1* führt unter den vorderen Bereich des Flachschieberostes mit höherer Strömungsbehinderung. Weiters ist ersichtlich, dass mit der Primärluftzufuhr *PL2* geringere Massenströme als mit *PL1* erreicht werden. Das liegt daran, dass die Klappe bei *PL1* bei minimaler Klappenstellung  $\varphi_{PL1} = 0\%$  aufgrund von Montagefehlern nicht vollständig geschlossen ist.

Mit den dynamischen Modellen aus Abschnitt 3.2.3 für den Ventilator und die Klappe und den statischen Modellen (3.93a) und (3.93b) lautet das Gesamtmodell:

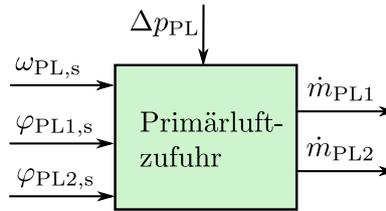
$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\omega}_{PL}}{dt} &= k_{\omega,PL} \cdot \text{sgn} [\omega_{PL,s}(t - t_T) - \tilde{\omega}_{PL}] \\ \frac{d\omega_{PL}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\omega,PL}} (-\omega_{PL} + \tilde{\omega}_{PL}) \end{aligned} \right\} \text{Ventilator} \quad (3.96a)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\varphi}_{PL1}}{dt} &= k_{\varphi,PL1} \cdot \text{sgn} [\varphi_{PL1,s}(t - t_T) - \tilde{\varphi}_{PL1}] \\ \frac{d\varphi_{PL1}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\varphi,PL1}} (-\varphi_{PL1} + \tilde{\varphi}_{PL1}) \end{aligned} \right\} \text{Klappe 1} \quad (3.96b)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tilde{\varphi}_{\text{PL2}}}{dt} &= k_{\varphi,\text{PL2}} \cdot \text{sgn} [\varphi_{\text{PL2},s}(t - t_{\text{T}}) - \tilde{\varphi}_{\text{PL2}}] \\ \frac{d\varphi_{\text{PL2}}}{dt} &= \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{PL2}}} (-\varphi_{\text{PL2}} + \tilde{\varphi}_{\text{PL2}}) \end{aligned} \right\} \text{Klappe 2} \quad (3.96\text{c})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{m}_{\text{PL1}} &= \sqrt{\frac{k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}}}{\gamma(\varphi_{\text{PL1}}, \varphi_{\text{PL2}}) + 1}} \cdot l_{\text{K,PL1}}(\varphi_{\text{PL1}}) \\ \dot{m}_{\text{PL2}} &= \sqrt{\frac{k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}}}{\gamma(\varphi_{\text{PL1}}, \varphi_{\text{PL2}}) + 1}} \cdot l_{\text{K,PL2}}(\varphi_{\text{PL2}}) \end{aligned} \right\} \text{stat. Modelle.} \quad (3.96\text{d})$$

Hierbei handelt es sich um ein nichtlineares System, wobei die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_{\text{PL},s}$  und die Soll-Klappenstellungen  $\varphi_{\text{PL1},s}$  und  $\varphi_{\text{PL2},s}$  die Eingangsgrößen, die Massenströme  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  und  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  die Ausgangsgrößen und die Druckdifferenz  $\Delta p_{\text{PL}}$  die messbare Störgröße bilden. Die systemtechnische Darstellung des Modells ist in Abbildung 3.23 dargestellt.



**Abbildung 3.23** – Blockschaltbild des Modells der Primärluftzufuhr

Für den Reglerentwurf werden im Gesamtmodell die beiden statischen Ausgangsgleichungen (3.96d) durch die impliziten Ausdrücke (3.95a) und (3.95b) ersetzt. In Abbildung 3.24 sind die, mit Hilfe des Gesamtmodells (3.96) berechneten Verläufe der Primärluftmassenströme  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  und  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  über die Zeit für bestimmte Klappenstellungen  $\varphi_{\text{PL1}}$  bzw.  $\varphi_{\text{PL2}}$  und Ventilator Drehzahlen  $\omega_{\text{PL}}$  (jeweils in Prozent der Stellbereiche) dargestellt und mit Messdaten verglichen. Die Parameter der dynamischen Teilmodelle wurden ebenfalls mittels numerischer Optimierungsalgorithmen aus Messdaten berechnet.

Man erkennt, dass sowohl dynamische als auch das stationäre Verhalten der Primärluftzufuhr sehr gut abgebildet wird. In der Zeitspanne von 520 bis 630 Sekunden wurden für die beiden Soll-Klappenstellungen unterschiedliche Werte gewählt. Hier stimmen die mit dem Modell berechneten stationären Massenströme nicht ganz mit den Messwerten überein. Das bedeutet, dass mit dem sehr einfachen Ansatz zur Bestimmung der statischen Modelle die Entkopplung der beiden Primärluftzweige nicht vollständig erreicht wird. Da aber im Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage der gesamte Primärluftmassenstrom gleichmäßig auf die beiden Zweige *PL1* und *PL2* aufgeteilt wird und so auch die Klappenstellungen nahezu gleich sind, stellt diese Schwäche des Modells im praktischen Betrieb kein Problem dar. Der bei *PL2* in der Zeitspanne von 520 bis 580 Sekunden auftretende variable Verlauf des Massenstromes  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  ist auf Schwankungen des Feuerraumunterdruckes  $p_{\text{FR}}$  zurückzuführen. Dabei wird deutlich, dass das Regelverhalten der, vom Anlagenhersteller

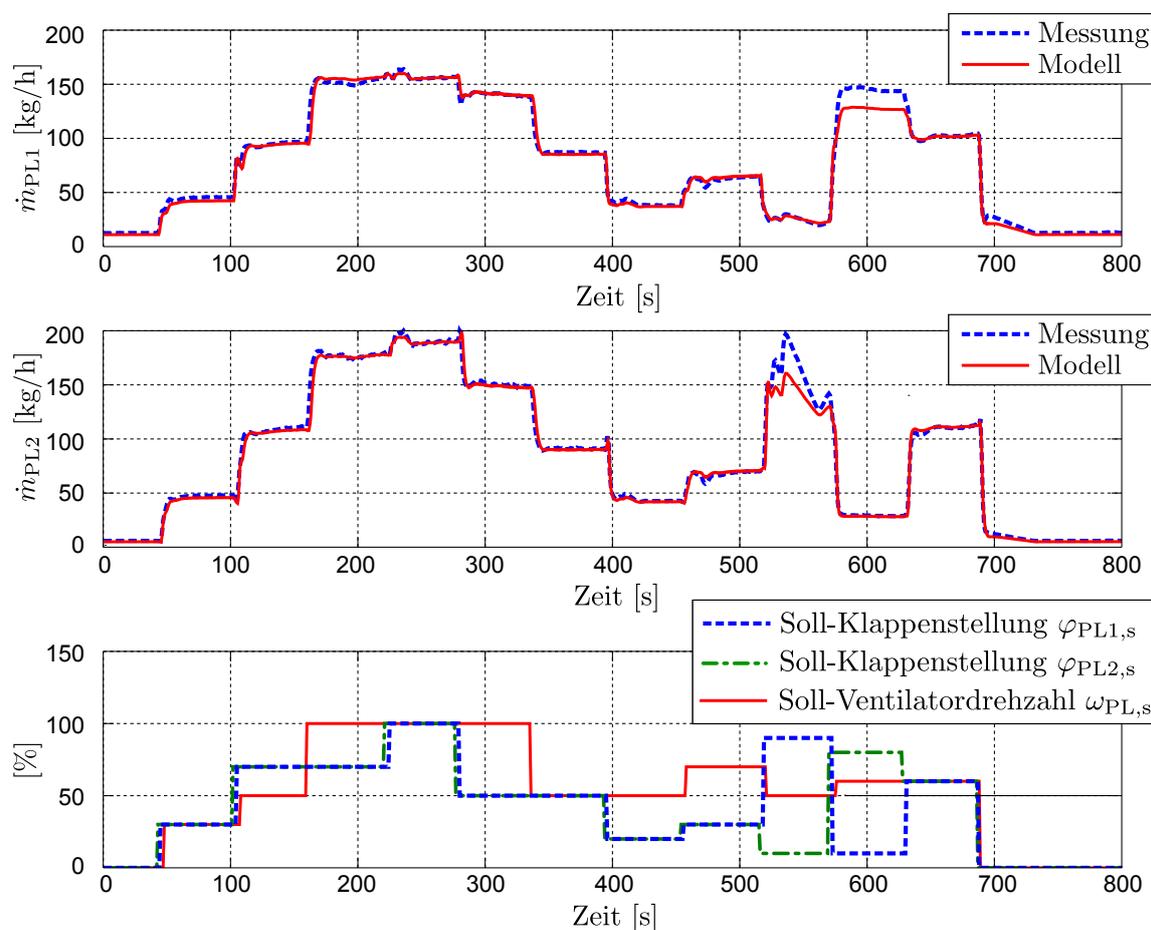


Abbildung 3.24 – Validierung des Gesamtmodells der Primärluftzufuhr

implementierten Regelung des Feuerraumunterdruckes in bestimmten Betriebszuständen deutliche Schwächen besitzt.

### 3.2.7 Modellabweichung durch Verschmutzung

Angesichts der im Dauerbetrieb entstehenden Verschmutzung der Versorgungsleitungen bzw. der Stellgeräte werden die Abweichungen zwischen Modell und tatsächlichem Verhalten vergrößert. Die Regelgüte der modellbasierten Regelungen wird dadurch verringert. Kleinere Modellabweichungen vom realen Verhalten können durch den Einsatz eines PI-Reglers ausgeglichen werden. Die starke Verschmutzungsgefahr der Düsen in den Feuerraum sollte allerdings bereits bei der Modellbildung berücksichtigt werden. Dabei wird das statische Modell zur Beschreibung des Differenzdruckes  $\Delta p$  bei der Sekundärluftzufuhr (3.68) bzw. der Rauchgasrezirkulation (3.73) nur bis vor die Düsen und nicht bis in den Feuerraum angesetzt. Zur Messung des Differenzdruckes  $\Delta p$  wird somit eine zusätzliche Druckmessstelle vor den Düsen und ein zusätzlicher Drucksensor benötigt. Allerdings ist das Modell durch diese Maßnahme vom Verschmutzungsgrad der Düsen unabhängig.

Zur Schätzung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes muss über genau diese verschmutzungsgefährdeten Düsen ein Druck-Massenstrommodell angesetzt werden (siehe Abschnitt 3.2.2). Daher hängt die Genauigkeit der Schätzwerte vom Verschmutzungsgrad ab. Um dieses Problem zu eliminieren, muss das Modell im Dauerbetrieb adaptiv an den Verschmutzungsgrad angepasst werden. Dabei können mit Hilfe eines vom Verschmutzungsgrad unabhängigen Modells einzelne Referenzwerte für verschiedene Massenströme berechnet und so die Parameter des Druck-Massenstrommodells adaptiert werden. Für die Steuerstrategie des Ventilators werden die Größen  $\dot{m}_{\min}$  und  $\dot{m}_{\max}$  des minimal und maximal möglichen Massenstromes der jeweiligen Gaszufuhr benötigt. Auch diese Größen können über die oben beschriebene Maßnahme an den Verschmutzungsgrad angepasst werden.

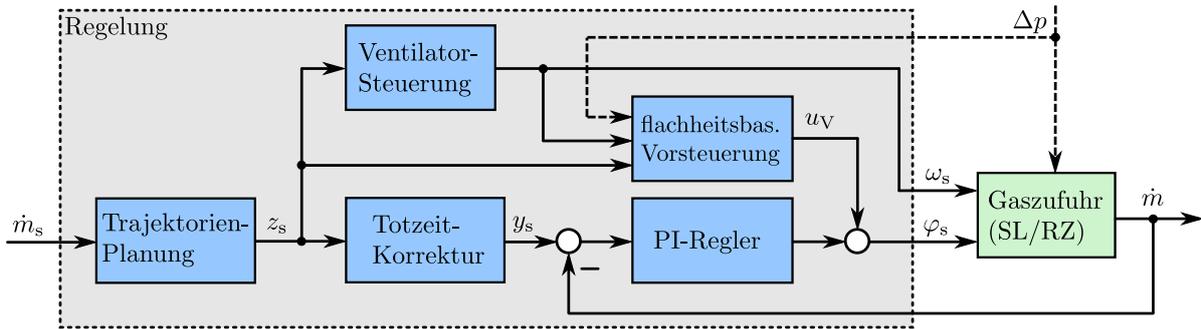
### 3.3 Modellbasierter Reglerentwurf

In diesem Abschnitt wird der Entwurf der Regelungen, basierend auf den Modellen aus Abschnitt 3.2 durchgeführt. Dabei wird die in [42] vorgeschlagene Regelung für den Sekundärluftmassenstrom erklärt und zusätzlich die Regelung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes und des Primärluftmassenstromes erläutert. Die Aufgabe der jeweiligen Regelung besteht darin, den tatsächlichen Gasmassenstrom  $\dot{m}$  dem, von der Feuerungsregelung geforderten Sollverlauf  $\dot{m}_s$  nachzuführen. Zur Erfüllung dieser Aufgaben müssen die eingesetzten Regelungen ein gutes Führungsverhalten besitzen. Um die Struktur der Regelungen zu bestimmen, werden zunächst die (strukturell identischen) Modelle der Sekundärluftzufuhr bzw. der Rauchgasrezirkulation systemtechnisch untersucht und eine passende Reglerstruktur festgelegt. Danach wird diese Struktur an das Modell der Primärluftzufuhr angepasst.

#### 3.3.1 Verwendete Reglerstruktur

Bei den Modellen der Sekundärluftzufuhr bzw. der Rauchgasrezirkulation handelt es sich um Systeme mit zwei Eingangsgrößen und einer Ausgangsgröße. Hierbei bilden jeweils die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  und die Soll-Klappenstellung  $\varphi_s$  die Eingangsgrößen und der Gasmassenstrom  $\dot{m}$  die Ausgangsgröße. Da zur Regelung einer Ausgangsgröße zwei Eingangsgrößen zur Verfügung stehen, ist es zweckmäßig eine der Eingangsgrößen gesteuert vorzugeben. Bei der untersuchten Anlage ist jeweils die Klappe im Vergleich zum Ventilator das schnellere Stellorgan. Deshalb wird die Soll-Klappenstellung  $\varphi_s$  als Stellgröße der Regelung verwendet. Die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  wird dem geforderten Soll-Massenstrom entsprechend gesteuert vorgegeben. In Abbildung 3.25 ist die vorgeschlagene Reglerstruktur zur Regelung des Sekundärluftmassenstromes bzw. des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes dargestellt.

Um ein gutes Führungsverhalten zu erreichen, wird eine flachheitsbasierte Vorsteuerung (z.B. [14, 37, 38, 52]) des Gasmassenstromes durch Vorgabe der Soll-Klappenstellung vorgeschlagen [42]. Dafür ist die Online-Planung einer hinreichend oft stetig differenzierbaren



**Abbildung 3.25** – Reglerstruktur zur Regelung des Sekundärluft- bzw. des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes

Soll-Trajektorie  $z_s$  für den Soll-Massenstrom  $\dot{m}_s$  nötig. Zur Störunterdrückung wird zusätzlich zur Vorsteuerung eine Regelung benötigt. In [39] wurde eine Methode vorgestellt, um beim Entwurf einer flachheitsbasierten Regelung die Modelltotzeit mit Hilfe eines Prädiktors zu berücksichtigen. Im vorliegenden Fall wird bereits mit einem im Hinblick auf die Totzeit konservativ eingestellten PI-Regler eine ausreichende Störunterdrückung erreicht. Deshalb wird im Sinne einer einfachen Reglerstruktur die Totzeit beim Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung vernachlässigt. Zur Berücksichtigung der Totzeit im Führungsverhalten des resultierenden Regelkreises wird bei der Erzeugung der Referenzgröße  $y_s$  für die PI-Regelung eine Totzeitkorrektur durchgeführt. Die Auswirkung der gesteuerten Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  kann für die Regelung als Störung aufgefasst werden. Mit Hilfe eines entsprechenden Störgrößenmodells wird diese Störung, unabhängig von der gewählten Steuerstrategie des Ventilators, in die flachheitsbasierte Vorsteuerung der Klappenstellung miteinbezogen und muss nicht vom PI-Regler ausgegelt werden.

Beim Modell der Primärluftzufuhr (siehe Abbildung 3.23) handelt es sich um ein System mit drei Eingangsgrößen und zwei Ausgangsgrößen, wobei die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_{PL,s}$  und die Soll-Klappenstellungen  $\varphi_{PL1,s}$  und  $\varphi_{PL2,s}$  die Eingangsgrößen und die Luftmassenströme  $\dot{m}_{PL1}$  und  $\dot{m}_{PL2}$  die Ausgangsgrößen bilden. Auch hier werden die Soll-Klappenstellungen aufgrund der hohen Stelldynamik als Stellgrößen der Regelung verwendet und die Soll-Ventilator Drehzahl wird dem geforderten Massenstrom entsprechend gesteuert vorgegeben. In Abbildung 3.26 ist die vorgeschlagene Reglerstruktur zur Regelung der Primärluftmassenströme dargestellt.

Die Primärluftmassenströme werden ebenfalls durch eine flachheitsbasierte Vorsteuerung über die Soll-Klappenstellungen vorgesteuert und zur Störunterdrückung mit PI-Reglern zu Regelkreisen erweitert. Beim Entwurf der Vorsteuerung wird die Totzeit des Modells vernachlässigt. Um diese im Führungsverhalten des resultierenden Regelkreises zu berücksichtigen, wird bei der Erzeugung der Referenzgrößen  $y_{s,1}$  bzw.  $y_{s,2}$  für die PI-Regelungen eine Totzeitkorrektur durchgeführt. Die Auswirkung der gesteuerten Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  wird für die Regelung als Störung aufgefasst und mit Hilfe eines entsprechenden Störgrößenmodells bei der flachheitsbasierten Vorsteuerung berücksichtigt.

Die Regelung wird mit der Abtastzeit  $t_d$  an der im Abschnitt 2.1 beschriebenen Biomasse-

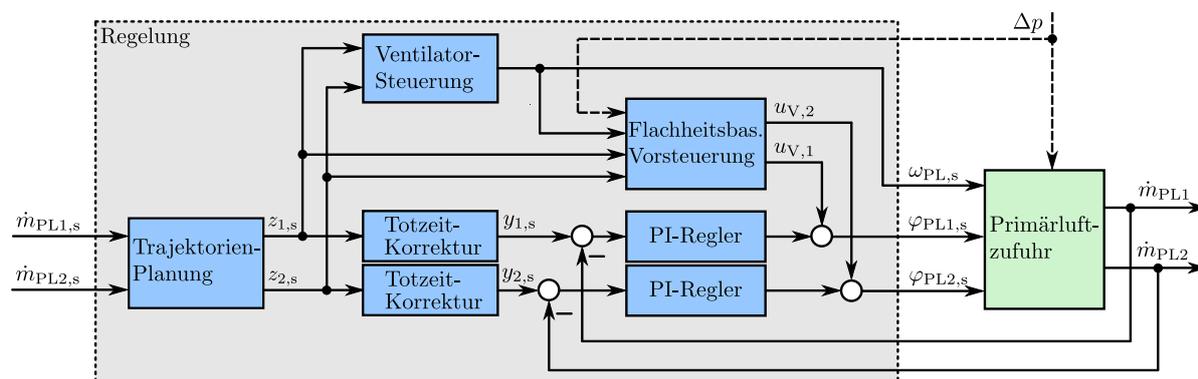


Abbildung 3.26 – Reglerstruktur zur Regelung der Primärluftmassenströme

Feuerungsanlage implementiert. Dabei werden die Stellgrößen  $\varphi_s$  zu den diskreten Zeitpunkten  $it_d$  mit  $i = 0, 1, 2, \dots$  neu berechnet und über die Abtastzeit  $t_d$  konstant gehalten. Aufgrund der im Vergleich zu den Prozesszeitkonstanten sehr kleinen Abtastzeit kann von einem quasikontinuierlichen Betrieb ausgegangen werden. In weiterer Folge werden im Abschnitt 3.3.2 die Modelle strukturell untersucht und für den Reglerentwurf vereinfacht. Im Abschnitt 3.3.3 wird das Konzept der flachheitsbasierten Vorsteuerung erläutert und deren Entwurf durchgeführt. In den Abschnitten 3.3.4 bis 3.3.6 werden die aus [42] bekannte Trajektorienplanung, die Ventilatorsteuerung und die Funktion des PI-Reglers mit Totzeitkorrektur erklärt.

### 3.3.2 Modelle für den Reglerentwurf

Für den Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung werden die Modelle (3.70), (3.80) und (3.96) in Modelle für den Reglerentwurf und in Störgrößenmodelle aufgeteilt. Dabei wird jeweils mit dem Reglerentwurfsmodell die Auswirkung der Klappenstellung  $\varphi$  auf den Massenstrom  $\dot{m}$  und mit dem Störgrößenmodell die Auswirkung der gesteuerten Ventilatorumdrehzahl  $\omega$  auf den Massenstrom  $\dot{m}$  beschrieben.

Zunächst wird das Modell der Sekundärluftzufuhr analysiert. Die Differentialgleichungen des Ventilators und der Klappe sind voneinander unabhängig. Zur Berechnung des Massenstromes  $\dot{m}$  wird in der statischen Ausgangsgleichung (3.69) die Funktion

$$\gamma_{SL}(\omega_{SL}) = \sqrt{k_{V,SL}\omega_{SL}^2 - \Delta p_{SL}} \quad (3.97)$$

mit dem Klappenleitwert  $l_{K,SL}(\varphi_{SL})$  multipliziert. Bei dieser Multiplikation kann das Störgrößenmodell vom Reglerentwurfsmodell getrennt werden. Das Störgrößenmodell wird somit vom dynamischen Modell zur Beschreibung der Ventilatorumdrehzahl (3.70a) und von der Gleichung (3.97) gebildet. Dabei wird in (3.70a) die Totzeit  $t_T$  vernachlässigt<sup>1</sup>. Das

<sup>1</sup>Wie sich später zeigen wird, wirkt sich diese Vernachlässigung der Totzeit positiv auf das Führungsverhalten des resultierenden Regelkreises aus.

Reglerentwurfsmodell wird vom dynamischen Modell zur Beschreibung der Klappenstellung

$$\frac{d\tilde{\varphi}_{\text{SL}}}{dt} = k_{\varphi,\text{SL}} \cdot \text{sgn} [\varphi_{\text{SL},s}(t - t_{\text{T}}) - \tilde{\varphi}_{\text{SL}}] \quad (3.98a)$$

$$\frac{d\varphi_{\text{SL}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{SL}}} (-\varphi_{\text{SL}} + \tilde{\varphi}_{\text{SL}}) \quad (3.98b)$$

und der Ausgangsgleichung (3.69) repräsentiert. Hierbei wird über die Gleichung (3.98a) die, mit konstanter Stellgeschwindigkeit variierbare Klappenstellung  $\tilde{\varphi}_{\text{SL}}$  wiedergegeben. Das bedeutet, dass diese Größe der vorgegebenen Soll-Klappenstellung  $\varphi_{\text{SL},s}$  mit konstanter Stellgeschwindigkeit  $k_{\varphi,\text{SL}}$  rampenförmig um die Zeit  $t_{\text{T}}$  verzögert folgt. Geht man davon aus, dass die Änderung der Soll-Klappenstellung  $\varphi_{\text{SL},s}$  der Ungleichung

$$\left| \frac{d\varphi_{\text{SL},s}}{dt} \right| \leq k_{\varphi,\text{SL}} \quad (3.99)$$

genügt und die Anfangswerte  $\varphi_{\text{SL}}(t = 0)$  und  $\varphi_{\text{SL},s}(t = 0)$  identisch sind, so kann für die Lösung von (3.98a)

$$\varphi_{\text{SL}}(t) = \varphi_{\text{SL},s}(t - t_{\text{T}}) \quad (3.100)$$

geschrieben werden<sup>2</sup>. Für den Entwurf der Vorsteuerung wird die Totzeit vernachlässigt, wodurch

$$\varphi_{\text{SL}} = \varphi_{\text{SL},s} \quad (3.101)$$

geschrieben und die Differentialgleichung (3.98a) im Modell für den Reglerentwurf vernachlässigt werden kann. Die Bedingung (3.99) muss später bei der Trajektorienplanung entsprechend berücksichtigt werden. Mit dieser Vereinfachung lautet das Reglerentwurfsmodell für die Sekundärluftzufuhr

$$\frac{d\varphi_{\text{SL}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{SL}}} (-\varphi_{\text{SL}} + \tilde{\varphi}_{\text{SL}}) \quad (3.102a)$$

$$\dot{m}_{\text{SL}} = \gamma_{\text{SL}}(\omega_{\text{SL}}) l_{\text{K,SL}}(\varphi_{\text{SL}}). \quad (3.102b)$$

Das zugehörige Störgrößenmodell wird mit

$$\frac{d\tilde{\omega}_{\text{SL}}}{dt} = k_{\omega,\text{SL}} \cdot \text{sgn} [\omega_{\text{SL},s} - \tilde{\omega}_{\text{SL}}] \quad (3.103a)$$

$$\frac{d\omega_{\text{SL}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\omega,\text{SL}}} (-\omega_{\text{SL}} + \tilde{\omega}_{\text{SL}}) \quad (3.103b)$$

$$\gamma_{\text{SL}}(\omega_{\text{SL}}) = \sqrt{k_{\text{V,SL}} \omega_{\text{SL}}^2 - \Delta p_{\text{SL}}} \quad (3.103c)$$

beschrieben. Mit denselben Überlegungen ergibt sich für die Rauchgasrezirkulation das Reglerentwurfsmodell mit

$$\frac{d\varphi_{\text{RZ}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{RZ}}} (-\varphi_{\text{RZ}} + \tilde{\varphi}_{\text{RZ}}) \quad (3.104a)$$

$$\dot{m}_{\text{RZ}} = \gamma_{\text{RZ}}(\omega_{\text{RZ}}) l_{\text{K,RZ}}(\varphi_{\text{RZ}}) \quad (3.104b)$$

<sup>2</sup>Dieses Ergebnis wurde im Rahmen von Simulationen überprüft.

und das zugehörige Störgrößenmodell mit

$$\frac{d\tilde{\omega}_{\text{RZ}}}{dt} = k_{\omega,\text{RZ}} \cdot \text{sgn}[\omega_{\text{RZ},s} - \tilde{\omega}_{\text{RZ}}] \quad (3.105a)$$

$$\frac{d\omega_{\text{RZ}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\omega,\text{RZ}}} (-\omega_{\text{RZ}} + \tilde{\omega}_{\text{RZ}}) \quad (3.105b)$$

$$\gamma_{\text{RZ}}(\omega_{\text{RZ}}) = \sqrt{k_{\text{V,RZ}}\omega_{\text{RZ}}^2 - \Delta p_{\text{RZ}}}. \quad (3.105c)$$

Bei der Trajektorienplanung muss die Ungleichung

$$\left| \frac{d\varphi_{\text{RZ},s}}{dt} \right| \leq k_{\varphi,\text{RZ}} \quad (3.106)$$

eingehalten werden.

Um den Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung für die Primärluftzufuhr einfach zu halten, werden im Modell (3.96) die expliziten Ausdrücke für die Berechnung der Massenströme (3.96d) durch die impliziten Ausdrücke (3.95a) und (3.95b) ersetzt. Im Gegensatz zu den expliziten Ausdrücken wird bei den impliziten Modelldarstellungen der jeweilige Primärluftmassenstrom  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  bzw.  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  nur als Funktion der einzigen zugehörigen Klappenstellung  $\varphi_{\text{PL1}}$  bzw.  $\varphi_{\text{PL2}}$  und nicht als Funktion beider ausgedrückt. Dadurch können die Entwürfe der Vorsteuerungen für die beiden Primärluftmassenströme getrennt durchgeführt werden. Der Verlauf der Regelgrößen  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  bzw.  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  ist bei einem Einsatz einer flachheitsbasierten Vorsteuerung im nominellen (störungsfreien) Fall vorab bekannt. Daher kann der Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung auf Basis der impliziten Modelldarstellung problemlos durchgeführt werden. Hierfür wird das Gesamtmodell in ein Störgrößenmodell und in zwei Reglerentwurfsmodelle aufgeteilt. Die Primärluftmassenströme  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  bzw.  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  werden durch eine Multiplikation der Funktion

$$\gamma_{\text{PL}}(\omega_{\text{PL}}) = \sqrt{k_{\text{V,PL}}\omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}} - R_{\text{B,PL}}(\dot{m}_{\text{PL1}} + \dot{m}_{\text{PL2}})^2} \quad (3.107)$$

mit den Klappenleitwerten  $l_{\text{K,PL1}}(\varphi_{\text{PL1}})$  bzw.  $l_{\text{K,PL2}}(\varphi_{\text{PL2}})$  berechnet. Bei dieser Multiplikation wird wiederum das Störgrößenmodell von den Reglerentwurfsmodellen getrennt. Das Störgrößenmodell wird somit vom dynamischen Modell zur Beschreibung der Ventilator Drehzahl (3.96a) und von Gleichung (3.107) beschrieben. Dabei wird in (3.96a) die Totzeit  $t_{\text{T}}$  vernachlässigt. Die beiden Reglerentwurfsmodelle werden von den dynamischen Modellen zur Beschreibung der Klappenstellungen (3.96b) bzw. (3.96c) und den Ausgangsgleichungen (3.95a) bzw. (3.95b) repräsentiert. Werden bei der Trajektorienplanung für die Primärluftmassenströme die Ungleichungen

$$\left| \frac{d\varphi_{\text{PL1},s}}{dt} \right| \leq k_{\varphi,\text{PL1}} \quad (3.108a)$$

$$\left| \frac{d\varphi_{\text{PL2},s}}{dt} \right| \leq k_{\varphi,\text{PL2}} \quad (3.108b)$$

erfüllt, so können bei den Modellen zur Beschreibung der Klappenstellungen, wie schon bei der Sekundärluftzufuhr und der Rauchgasrezirkulation, die Differentialgleichungen

mit der Struktur gemäß (3.98a) vernachlässigt werden. Damit lauten die beiden Reglerentwurfsmodelle der Primärluftzufuhr

$$\frac{d\varphi_{\text{PL1}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{PL1}}} (-\varphi_{\text{PL1}} + \tilde{\varphi}_{\text{PL1}}) \quad (3.109a)$$

$$\dot{m}_{\text{PL1}} = \gamma_{\text{PL1}}(\omega_{\text{PL1}}) l_{\text{K,PL1}}(\varphi_{\text{PL1}}) \quad (3.109b)$$

und

$$\frac{d\varphi_{\text{PL2}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\varphi,\text{PL2}}} (-\varphi_{\text{PL2}} + \tilde{\varphi}_{\text{PL2}}) \quad (3.110a)$$

$$\dot{m}_{\text{PL2}} = \gamma_{\text{PL2}}(\omega_{\text{PL2}}) l_{\text{K,PL2}}(\varphi_{\text{PL2}}). \quad (3.110b)$$

Das zugehörige Störgrößenmodell wird mit

$$\frac{d\tilde{\omega}_{\text{PL}}}{dt} = k_{\omega,\text{PL}} \cdot \text{sgn}[\omega_{\text{PL},s} - \tilde{\omega}_{\text{PL}}] \quad (3.111a)$$

$$\frac{d\omega_{\text{PL}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\omega,\text{PL}}} (-\omega_{\text{PL}} + \tilde{\omega}_{\text{PL}}) \quad (3.111b)$$

$$\gamma_{\text{PL}}(\omega_{\text{PL}}) = \sqrt{k_{\text{V,PL}} \omega_{\text{PL}}^2 - \Delta p_{\text{PL}} - R_{\text{B,PL}} (\dot{m}_{\text{PL1}} + \dot{m}_{\text{PL2}})^2} \quad (3.111c)$$

beschrieben. Vergleicht man die Reglerentwurfsmodelle aller Gaszufuhren, so erkennt man, dass diese strukturell identisch sind. Das bedeutet, dass der Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung für alle Gaszufuhren gleich ist und nur einmal allgemein durchgeführt werden muss. Die resultierende allgemeine Steuervorschrift muss nur noch an die jeweiligen Parameter der Modelle angepasst werden. Da sich das Störgrößenmodell der Primärluftzufuhr von denen der Sekundärluftzufuhr bzw. der Rauchgasrezirkulation strukturell unterscheidet, wird deren Auswirkung auf die allgemeine Steuervorschrift bei allen Gaszufuhren getrennt betrachtet.

### 3.3.3 Flachheitsbasierte Vorsteuerung

In den nachfolgenden Betrachtungen wird die kompakte Symbolik für zeitliche Ableitungen einer Funktion  $\xi(t)$

$$\overset{(i)}{\xi} := \frac{d^i \xi}{dt^i} \quad (3.112)$$

verwendet. Um die Systemeigenschaft „differentielle Flachheit“ [52] als Grundlage für den Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung für Eingrößensysteme kurz zu erklären, wird ein nichtlineares Eingrößensystem der Ordnung  $n$  mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , der Eingangsgröße  $u$  und der Ausgangsgröße  $y$  mit dem relativen Grad  $r_y \leq n$  betrachtet:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u), \quad y = h(\mathbf{x}). \quad (3.113)$$

Das System (3.113) wird differentiell flach genannt, wenn es einen sogenannten flachen Ausgang  $z$

$$z = \Phi(\mathbf{x}) \quad (3.114)$$

mit relativem Grad  $r_z = n$  gibt, sodass Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , Eingangsgröße  $u$  und Ausgangsgröße  $y$  als Funktionen der Größe  $z$  und einer endlichen Anzahl an zeitlichen Ableitungen (zumindest lokal) ausgedrückt werden können:

$$\mathbf{x} = \Psi_x \left( z, \dot{z}, \dots, z^{(n-1)} \right) \quad (3.115a)$$

$$u = \Psi_u \left( z, \dot{z}, \dots, z^{(n)} \right) \quad (3.115b)$$

$$y = \Psi_y \left( z, \dot{z}, \dots, z^{(n-r_y)} \right). \quad (3.115c)$$

Mit Hilfe der Parametrierung der Eingangsgröße (3.115b) ist somit der Entwurf einer Vorsteuerung  $u_V$  möglich. In weiterer Folge wird die flachheitsbasierte Vorsteuerung für die Sekundärluftzufuhr, die Rauchgasrezirkulation und die Primärluftzufuhr entworfen.

Bei den Modellen für den Reglerentwurf (3.102), (3.104), (3.109) und (3.110) handelt es sich um Eingrößensysteme der Ordnung  $n = 1$ . Strukturell gesehen besitzen diese folgende, zu obigen Ausführungen konsistente Modellbeschreibungen:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tau_\varphi} (-x + u) \quad (3.116a)$$

$$y = \gamma(\omega) \cdot g(x). \quad (3.116b)$$

Um zu überprüfen, ob die Ausgangsgröße  $y$  ein flacher Ausgang ist, muss der relative Grad  $r_y$  über die zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgröße bestimmt werden. Unter Benutzung von Gleichung (3.116a) erhält man

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y} = \frac{d\gamma}{dt} g(x) + \gamma(\omega) \frac{dg}{dx} \frac{1}{\tau_\varphi} (-x + u). \quad (3.117)$$

Da in der ersten Ableitung die Eingangsgröße  $u$  explizit auftritt, besitzt die Ausgangsgröße  $y$  den relativen Grad  $r_y = 1 = n$ . Das heißt, dass

$$y = \Psi_y(z) = z \quad (3.118)$$

ein flacher Ausgang ist, mit welchem die Parametrierungen (3.115a) und (3.115b) bestimmt werden können.

Für die Berechnung der Funktion  $\Psi_x$  wird Gleichung (3.116b) nach der Zustandsgröße  $x$  aufgelöst. Unter Benutzung von (3.118) erhält man somit

$$x = g^{-1} \left[ \frac{z}{\gamma(\omega)} \right] = \Psi_x(z). \quad (3.119)$$

Hierfür muss die polynomiale Funktion  $g(x)$  invertiert werden, was aufgrund des hohen Polynomgrades nur numerisch möglich ist. Durch den polynomialen Ansatz

$$g^{-1} \approx \sum_{i=0}^M \bar{q}_i g^i \quad (3.120)$$

mit dem Polynomgrad  $M$  konnte die inverse Funktion  $g^{-1}$  für einen praktischen Einsatz ausreichend genau approximiert werden. Dabei wurden die Koeffizienten  $\bar{q}_i$  mittels numerischer Optimierungsalgorithmen bestimmt und der Polynomgrad  $M$ , je nach Klappe, innerhalb der Grenzen  $4 \leq M \leq 7$  gewählt.

Zur Bestimmung der Parametrierung  $\Psi_u$  für die Vorsteuerung wird Gleichung (3.117), unter Benutzung von (3.118) nach  $u$  aufgelöst:

$$u = \frac{\tau_\varphi}{\gamma(\omega) \frac{dg}{dx}} \left[ \dot{z} - \frac{d\gamma}{dt} g(x) \right] + x. \quad (3.121)$$

Die darin enthaltenen Terme  $g(x)$ ,  $\frac{dg}{dx}$  und die Zustandsgröße  $x$  müssen mit Hilfe der ermittelten flachen Ausgangsgröße  $z$  gemäß (3.118) ausgedrückt werden. Die Zustandsgröße  $x$  wird durch  $\Psi_x(z)$  aus (3.119) ersetzt. Mit Gleichung (3.119) erhält man außerdem

$$g(x) = \frac{z}{\gamma(\omega)} \quad (3.122)$$

und mit den Gleichungen (3.24) bzw. (3.119)

$$\frac{dg}{dx} = \sum_{i=1}^N i q_i \Psi_x^{i-1}(z). \quad (3.123)$$

In Gleichung (3.121) eingesetzt, ergibt sich die Berechnungsvorschrift der Vorsteuerung:

$$u_V := u = \Psi_u(z, \dot{z}) = \frac{\tau_\varphi}{\gamma(\omega) \sum_{i=1}^N i q_i \Psi_x^{i-1}(z)} \left[ \dot{z} - \frac{d\gamma}{dt} \frac{z}{\gamma(\omega)} \right] + \Psi_x(z). \quad (3.124)$$

Werden in dieser Vorsteuerung die Größen  $z$  und  $\dot{z}$  durch eine entsprechende Soll-Trajektorie  $z_s$  und deren Ableitung  $\dot{z}_s$  ersetzt, so kann damit im nominellen (störungsfreien) Fall der Massenstrom  $\dot{m} = z$  exakt entlang dieser Soll-Trajektorie gesteuert werden.

Für die Berechnung der Vorsteuerung  $u_V$  werden die Funktion  $\gamma(\omega)$  und deren zeitliche Ableitung  $\frac{d\gamma}{dt}$  benötigt. Aufgrund strukturell unterschiedlicher Störgrößenmodelle muss hier zwischen den einzelnen Gaszufuhren unterschieden werden. Dabei wird die flachheitsbasierte Vorsteuerung für die Sekundärluftzufuhr, die Rauchgasrezirkulation und die Primärluftzufuhr gesondert mit den entsprechenden Modellparametern dargestellt.

### Flachheitsbasierte Vorsteuerung der Sekundärluftzufuhr

Zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung des Sekundärluftmassenstromes

$$u_{V,SL} = \frac{\tau_{\varphi,SL}}{\gamma_{SL}(\omega) \sum_{i=1}^{N_{SL}} i q_{i,SL} \Psi_{x,SL}^{i-1}(z_{SL})} \left[ \dot{z}_{SL} - \frac{d\gamma_{SL}}{dt} \frac{z_{SL}}{\gamma_{SL}(\omega)} \right] + \Psi_{x,SL}(z_{SL}) \quad (3.125)$$

mit

$$\Psi_{x,SL}(z_{SL}) \approx \sum_{i=0}^{M_{SL}} \bar{q}_{i,SL} \left( \frac{z_{SL}}{\gamma_{SL}(\omega)} \right)^i \quad (3.126)$$

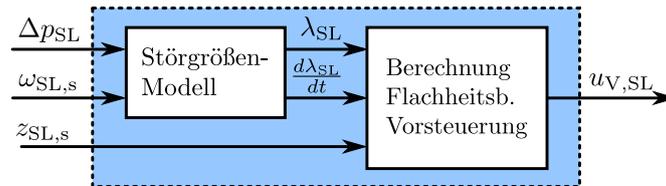
muss die Funktion  $\gamma_{SL}(\omega)$  über Gleichung (3.103c) und deren zeitliche Ableitung berechnet werden. Unter Verwendung des Störgrößenmodells (3.103) erhält man

$$\frac{d\gamma_{SL}}{dt} = \frac{k_{V,SL}\omega_{SL}}{\gamma_{SL}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,SL}} (-\omega_{SL} + \tilde{\omega}_{SL}) - \frac{1}{2\gamma_{SL}(\omega)} \frac{d\Delta p_{SL}}{dt}. \quad (3.127)$$

Da der Differenzdruck  $\Delta p_{SL}$ , wie im Abschnitt 3.2.4 erwähnt, näherungsweise konstant ist, kann der vereinfachte Ausdruck

$$\frac{d\gamma_{SL}}{dt} = \frac{k_{V,SL}\omega_{SL}}{\gamma_{SL}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,SL}} (-\omega_{SL} + \tilde{\omega}_{SL}) \quad (3.128)$$

verwendet werden. In die Berechnung der Funktion  $\gamma_{SL}(\omega)$  und  $\frac{d\gamma_{SL}}{dt}$  gehen die Zustandsgrößen  $\tilde{\omega}_{SL}$  und  $\omega_{SL}$  des Störgrößenmodells ein. Diese werden durch Simulation des Störgrößenmodells (3.103) mit den bekannten Anfangszuständen  $\tilde{\omega}_{SL}(0)$  und  $\omega_{SL}(0)$  berechnet. Aufgrund der im Störgrößenmodell (3.103) nicht modellierten Totzeit  $t_T$ , werden damit die Größen  $\tilde{\omega}_{SL}$  und  $\omega_{SL}$  sowie  $\gamma_{SL}(\omega)$  und  $\frac{d\gamma_{SL}}{dt}$  um die Zeit  $t_T$  vorausberechnet. Da die tatsächliche Klappenstellung  $\varphi_{SL}$  um die Totzeit  $t_T$  verzögert auf die Vorsteuerung  $u_{V,SL}$  reagiert, wird eine Änderung der Soll-Ventilatorfrequenz  $\omega_{SL,s}$  korrekt berücksichtigt. Die Auswirkung der Simulationsfehler des Störgrößenmodells auf die Vorsteuerung (3.125) und somit auf die Ausgangsgröße  $\dot{m}_{SL}$  wird vom PI-Regler ausgeglichen. In Bild 3.27 ist die Struktur der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Sekundärluftzufuhr dargestellt.



**Abbildung 3.27** – Strukturbild der flachheitsbasierten Vorsteuerung für die Sekundärluftzufuhr

### Flachheitsbasierte Vorsteuerung der Rauchgasrezirkulation

Zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes

$$u_{V,RZ} = \frac{\tau_{\varphi,RZ}}{\gamma_{RZ}(\omega) \sum_{i=1}^{N_{RZ}} i q_{i,RZ} \Psi_{x,RZ}^{i-1}(z_{RZ})} \left[ \dot{z}_{RZ} - \frac{d\gamma_{RZ}}{dt} \frac{z_{RZ}}{\gamma_{RZ}(\omega)} \right] + \Psi_{x,RZ}(z_{RZ}) \quad (3.129)$$

mit

$$\Psi_{x,\text{RZ}}(z_{\text{RZ}}) \approx \sum_{i=0}^{M_{\text{RZ}}} \bar{q}_{i,\text{RZ}} \left( \frac{z_{\text{RZ}}}{\gamma_{\text{RZ}}(\omega)} \right)^i \quad (3.130)$$

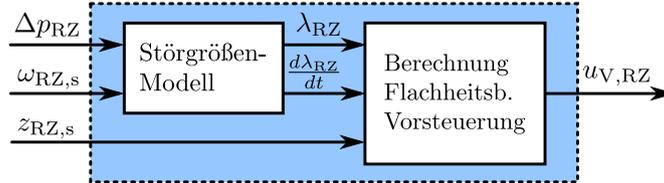
muss die Funktion  $\gamma_{\text{RZ}}(\omega)$  über Gleichung (3.105c) und deren zeitliche Ableitung berechnet werden. Unter Verwendung des Störgrößenmodells (3.105) erhält man

$$\frac{d\gamma_{\text{RZ}}}{dt} = \frac{k_{\text{V,RZ}}\omega_{\text{RZ}}}{\gamma_{\text{RZ}}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,\text{RZ}}} (-\omega_{\text{RZ}} + \tilde{\omega}_{\text{RZ}}) - \frac{1}{2\gamma_{\text{RZ}}(\omega)} \frac{d\Delta p_{\text{RZ}}}{dt}. \quad (3.131)$$

Aus Messungen wurde ersichtlich, dass auch hier der Differenzdruck  $\Delta p_{\text{RZ}}$  näherungsweise als Konstante betrachtet werden kann. Dadurch erhält man den vereinfachten Ausdruck

$$\frac{d\gamma_{\text{RZ}}}{dt} = \frac{k_{\text{V,RZ}}\omega_{\text{RZ}}}{\gamma_{\text{RZ}}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,\text{RZ}}} (-\omega_{\text{RZ}} + \tilde{\omega}_{\text{RZ}}). \quad (3.132)$$

In die Berechnung der Funktion  $\gamma_{\text{RZ}}(\omega)$  und  $\frac{d\gamma_{\text{RZ}}}{dt}$  gehen die Zustandsgrößen  $\tilde{\omega}_{\text{RZ}}$  und  $\omega_{\text{RZ}}$  des Störgrößenmodells ein. Diese werden durch Simulation des Störgrößenmodells (3.105) mit den bekannten Anfangszuständen  $\tilde{\omega}_{\text{RZ}}(0)$  und  $\omega_{\text{RZ}}(0)$  berechnet. Wie schon bei der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Sekundärluftzufuhr beschrieben, wird, aufgrund der im Störgrößenmodell (3.105) nicht modellierten Totzeit  $t_{\text{T}}$ , eine Änderung der Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_{\text{RZ},s}$  bei der Vorsteuerung  $u_{\text{V,RZ}}$  korrekt berücksichtigt. Die Auswirkung der Simulationsfehler des Störgrößenmodells auf die Vorsteuerung (3.129) und somit auf die Ausgangsgröße  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  wird vom PI-Regler ausgeglichen. In Bild 3.28 ist die Struktur der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Rauchgaszirkulation dargestellt.



**Abbildung 3.28** – Strukturbild der flachheitsbasierten Vorsteuerung für die Rauchgaszirkulation

### Flachheitsbasierte Vorsteuerung der Primärluftzufuhr

Zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Primärluftmassenströme

$$u_{\text{V,PL}j} = \frac{\tau_{\varphi,\text{PL}j}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega) \sum_{i=1}^{N_{\text{PL}j}} i q_{i,\text{PL}j} \Psi_{x,\text{PL}j}^{i-1}(z_{\text{PL}j})} \left[ \dot{z}_{\text{PL}j} - \frac{d\gamma_{\text{PL}}}{dt} \frac{z_{\text{PL}j}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} \right] + \Psi_{x,\text{PL}j}(z_{\text{PL}j}) \quad (3.133)$$

mit

$$\Psi_{x,\text{PL}j}(z_{\text{PL}j}) \approx \sum_{i=0}^{M_{\text{PL}j}} \bar{q}_{i,\text{PL}j} \left( \frac{z_{\text{PL}j}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} \right)^i \quad (3.134)$$

und  $j = 1, 2$  muss die Funktion  $\gamma_{\text{PL}}(\omega)$  über Gleichung (3.111c) und deren zeitliche Ableitung berechnet werden. Unter Verwendung des Störgrößenmodells (3.111) und Gleichung (3.118) erhält man

$$\frac{d\gamma_{\text{PL}}}{dt} = \frac{k_{\text{V,PL}}\omega_{\text{PL}}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,\text{PL}}} (-\omega_{\text{PL}} + \tilde{\omega}_{\text{PL}}) - \frac{1}{2\gamma_{\text{PL}}(\omega)} \frac{d\Delta p_{\text{PL}}}{dt} - \frac{R_{\text{B,PL}}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} (z_{\text{PL1}} + z_{\text{PL2}})(\dot{z}_{\text{PL1}} + \dot{z}_{\text{PL2}}). \quad (3.135)$$

Da der Differenzdruck  $\Delta p_{\text{PL}}$ , wie im Abschnitt 3.2.6 erwähnt, näherungsweise konstant ist, kann der vereinfachte Ausdruck

$$\frac{d\gamma_{\text{PL}}}{dt} = \frac{k_{\text{V,PL}}\omega_{\text{PL}}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} \frac{1}{\tau_{\omega,\text{PL}}} (-\omega_{\text{PL}} + \tilde{\omega}_{\text{PL}}) - \frac{R_{\text{B,PL}}}{\gamma_{\text{PL}}(\omega)} (z_{\text{PL1}} + z_{\text{PL2}})(\dot{z}_{\text{PL1}} + \dot{z}_{\text{PL2}}) \quad (3.136)$$

verwendet werden. In die Berechnung der Größen  $\gamma_{\text{PL}}(\omega)$  und  $\frac{d\gamma_{\text{PL}}}{dt}$  gehen die Zustandsgrößen  $\tilde{\omega}_{\text{PL}}$  und  $\omega_{\text{PL}}$  des Störgrößenmodells ein. Diese werden durch Simulation des Störgrößenmodells (3.111) mit den bekannten Anfangszuständen  $\tilde{\omega}_{\text{PL}}(0)$  und  $\omega_{\text{PL}}(0)$  berechnet. Wie schon bei der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Sekundärluftzufuhr beschrieben, wird, aufgrund der im Störgrößenmodell (3.111) nicht modellierten Totzeit  $t_{\text{T}}$ , eine Änderung der Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_{\text{PL,s}}$  bei den Vorsteuerungen  $u_{\text{V,PL1/2}}$  korrekt berücksichtigt. Die Auswirkung der Simulationsfehler des Störgrößenmodells auf die Vorsteuerungen (3.133) und somit auf die Ausgangsgrößen  $\dot{m}_{\text{PL1}}$  und  $\dot{m}_{\text{PL2}}$  wird von den PI-Reglern ausgeglichen. In Bild 3.29 ist die Struktur der flachheitsbasierten Vorsteuerung der Primärluftzufuhr dargestellt.

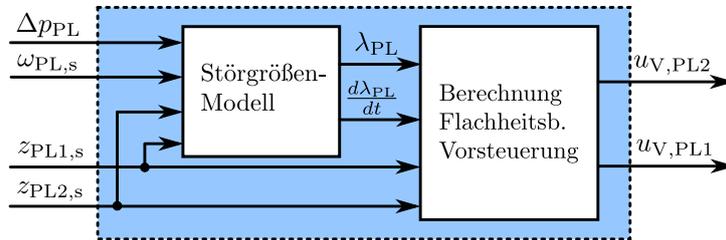


Abbildung 3.29 – Strukturbild der flachheitsbasierten Vorsteuerung für die Primärluftzufuhr

### 3.3.4 Trajektorienplanung

Für die Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerungen (3.125), (3.129) und (3.133) ist es nötig, jeweils eine Soll-Trajektorie  $z_s$  für die Regelgröße  $z = y = \dot{m}$  zu planen. Die nachfolgende Methode wurde bereits in [42] vorgestellt. Die Soll-Trajektorien müssen für die Berechnung von  $\dot{z}_s$  zumindest einmal stetig differenzierbar sein und die Einhaltung der jeweiligen Stellgrößen- und Stellratenbeschränkungen

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad \text{und} \quad |\dot{u}| \leq \dot{u}_{\max} = k_{\varphi} \quad (3.137)$$

sicherstellen. Hierbei müssen die Parameter  $u_{\min}$ ,  $u_{\max}$  und  $k_{\varphi}$  an die jeweilige Gaszufuhr angepasst werden. Da die Soll-Massenströme  $\dot{m}_{s,i}$  für die einzelnen Gaszufuhren zu

diskreten Zeitpunkten  $it_d$  (mit der Diskretisierungszeit  $t_d$  und  $i = 0, 1, 2, \dots$ ) von der überlagerten Feuerungsregelung neu vorgegeben werden, muss die Planung der Trajektorien online erfolgen. In weiterer Folge wird die Trajektorienplanung allgemein vorgestellt, da diese für alle Gaszufuhren strukturell identisch ist.

Als Ansatzfunktion für die Trajektorie wird in Anlehnung an [52] eine für flachheitsbasierte Regelungen typische Polynomfunktion  $n$ -ten Grades

$$z_s(\tau) = \sum_{j=0}^n a_j \left( \frac{\tau}{\tau_E} \right)^j \quad (3.138)$$

gewählt. Für die Online-Realisierung wird zu jedem Zeitpunkt  $it_d$  eine neue Polynomfunktion  $z_{s,i}(\tau)$  mit  $\tau = t - it_d$  und  $0 \leq \tau \leq \tau_E$  berechnet, welche die Anfangs- und Endbedingungen

$$z_{s,i}(0) = z_{s,i-1}(t_d) =: z_0 \quad z_{s,i}(\tau_E) = \dot{m}_{s,i} \quad (3.139a)$$

$$\dot{z}_{s,i}(0) = \dot{z}_{s,i-1}(t_d) =: \dot{z}_0 \quad \dot{z}_{s,i}(\tau_E) = 0 \quad (3.139b)$$

erfüllt. Über die noch zu bestimmende Transitionszeit  $\tau_E$  wird der Verlauf der Polynomfunktion  $z_{s,i}(\tau)$  so vorgegeben, dass die Beschränkungen (3.137) für den (allgemein) mittels (3.124) berechneten Verlauf der Stellgröße  $u_i(\tau)$  eingehalten werden. Mit der Polynomfunktion dritten Grades

$$z_{s,i}(\tau) = a_0 + a_1 \frac{\tau}{\tau_E} + a_2 \left( \frac{\tau}{\tau_E} \right)^2 + a_3 \left( \frac{\tau}{\tau_E} \right)^3 \quad (3.140)$$

können die Bedingungen (3.139) erfüllt werden und die stetige Differenzierbarkeit der Trajektorie ist garantiert. Um die Koeffizienten  $a_j$  zu bestimmen, werden die Anfangs- und Endbedingungen (3.139) für die Polynomfunktion (3.140) und deren zeitliche Ableitung

$$\dot{z}_{s,i}(\tau) = \frac{1}{\tau_E} \left[ a_1 + a_2 \frac{\tau}{\tau_E} + a_3 \left( \frac{\tau}{\tau_E} \right)^2 \right] \quad (3.141)$$

ausgewertet. Somit erhält man das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ \dot{z}_0 \tau_E \\ \dot{m}_{s,i} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad (3.142)$$

das nach den Koeffizienten

$$a_0 = z_0 \quad a_2 = 3\dot{m}_{s,i} - 3z_0 - 2\dot{z}_0\tau_E \quad (3.143a)$$

$$a_1 = \dot{z}_0\tau_E \quad a_3 = -2\dot{m}_{s,i} + 2z_0 + \dot{z}_0\tau_E \quad (3.143b)$$

aufgelöst wird. Für die Online-Realisierung wird die Polynomfunktion  $z_{s,i}(\tau)$  bei  $\tau = t_d$  ausgewertet, um die Vorsteuerung  $u_{V,i} = u_i(t_d)$  zum Zeitpunkt  $it_d$  zu berechnen und

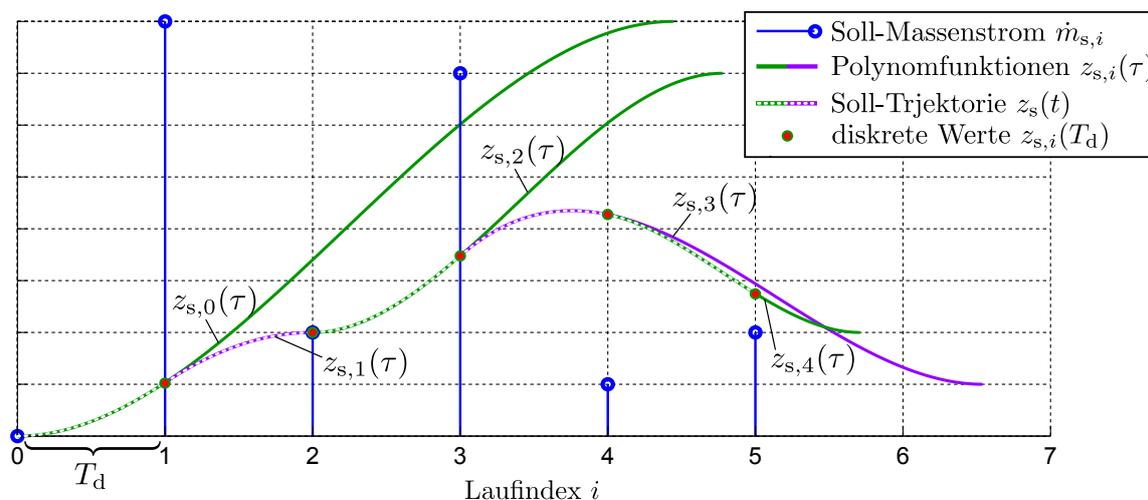


Abbildung 3.30 – Online-Realisierung der Trajektorienplanung

die Anfangswerte  $z_0$  und  $\dot{z}_0$  in (3.139) für die Polynomfunktion  $z_{s,i+1}(\tau)$  festzulegen. In Abbildung 3.30 ist die Online-Realisierung der Trajektorienplanung beispielhaft graphisch dargestellt.

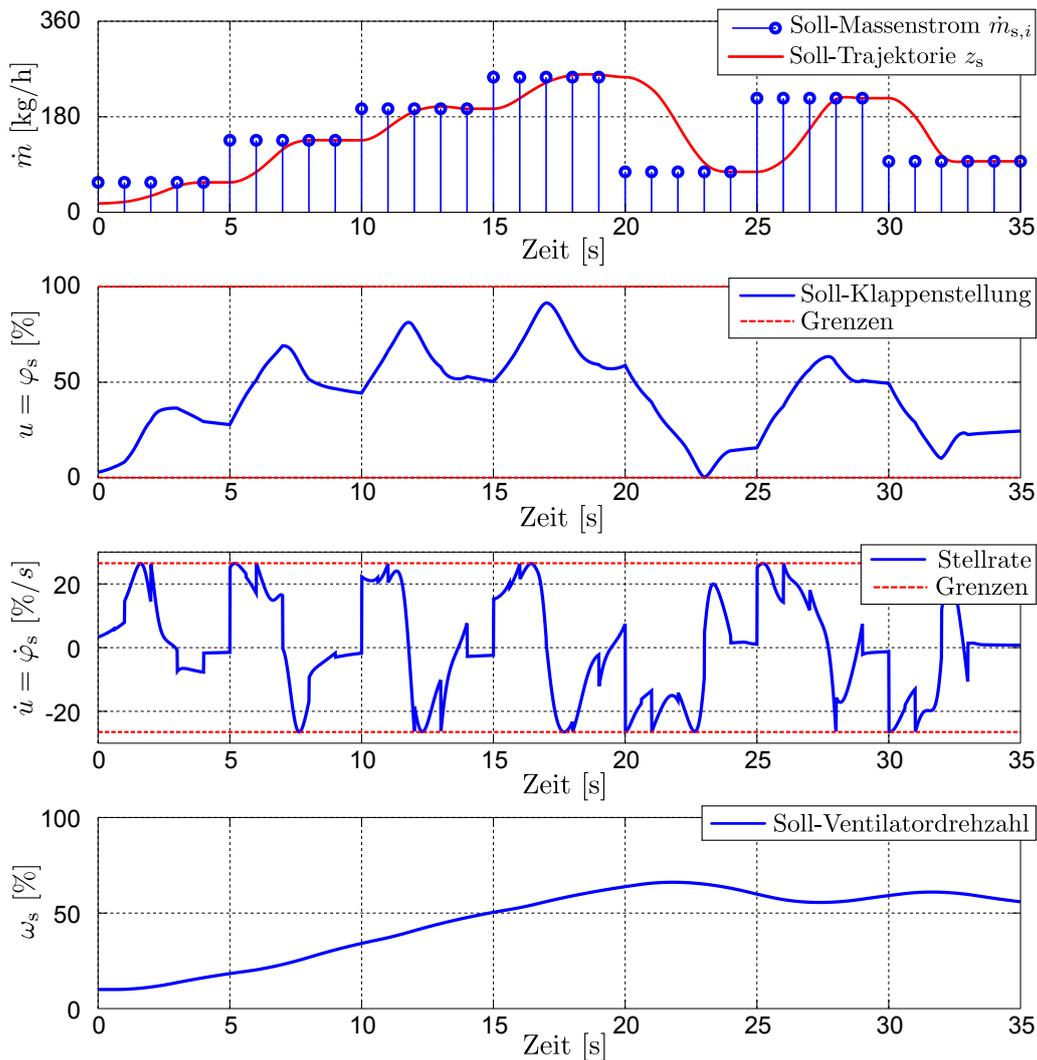
Dabei wurden die Polynome  $z_{s,i}(\tau)$  für bestimmte Soll-Massenströme  $\dot{m}_{s,i}$  berechnet und über den Laufindex  $i$  aufgetragen. Man erkennt, dass die Soll-Massenströme  $\dot{m}_{s,i}$  meistens nicht innerhalb der Abtastzeit  $t_d$  erreicht werden. Der resultierende Verlauf der Soll-Trajektorie  $z_{s,i}(t)$  kann deshalb als gefilterter Verlauf der Soll-Massenströme  $\dot{m}_{s,i}$  betrachtet werden. Wird sichergestellt, dass die über die Polynome  $z_{s,i}(\tau)$  berechneten fiktiven Verläufe  $u_i(\tau)$  für  $i = 0, 1, 2, \dots$  die Beschränkungen (3.137) erfüllen, so ist auch garantiert, dass alle diskreten Werte der tatsächlichen Vorsteuerung  $u_{V,i} = u_i(t_d)$  die Beschränkungen einhalten. Allerdings ist damit ein Betrieb der Klappenstellung in Sättigung nicht möglich, weshalb das Potential dieser Stelleinrichtung unter Umständen nicht voll ausgenutzt wird. In Versuchen konnte aber gezeigt werden, dass zumindest der Bereich für die Stellrate sehr gut ausgenutzt wird und so der Luftmassenstrom rasch verändert werden kann.

Damit der mit der Polynomfunktion  $z_{s,i}(\tau) = z_{s,i}(\tau, \tau_E)$  gemäß der allgemeinen Vorschrift (3.124) berechnete Verlauf der Stellgröße  $u_i(\tau) = u_i(\tau, \tau_E)$  die Beschränkungen (3.137) erfüllt, wird  $\tau_E$  hinreichend groß gewählt. Für eine hohe Regeldynamik muss allerdings die Transitionszeit möglichst klein sein<sup>3</sup>. Die Bestimmung der minimalen Transitionszeit, bei der (3.137) eingehalten wird, führt auf ein Optimierungsproblem der Variablen  $\tau_E$  mit nichtlinearen impliziten Beschränkungen:

$$\begin{array}{l}
 \min \tau_E \\
 \text{unter} \\
 u_{min} \leq u_i(\tau, \tau_E) \leq u_{max} \\
 |\dot{u}_i(\tau, \tau_E)| \leq k_\varphi
 \end{array} \tag{3.144}$$

<sup>3</sup>Aufgrund der zeitdiskreten Implementierung ist natürlich ein Wert  $\tau_E \geq t_d$  sinnvoll.

Die Stellgröße  $u_i(\tau, \tau_E)$  wird im Allgemeinen mittels (3.124) berechnet. Dabei werden die Soll-Trajektorie  $z_{s,i}(\tau, \tau_E)$  gemäß (3.140) und (3.143) und die Ableitung  $\dot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E)$  verwendet. Um die in die Vorsteuerung eingehenden Funktionen  $\gamma(\omega)$  und  $\frac{d\gamma}{dt}$  zu berechnen, muss zusätzlich das jeweilige Störgrößenmodell mit der Ventilatorsteuerung entsprechend Abschnitt 3.3.5 simuliert werden. Somit ergeben sich für die beiden Nebenbedingungen nichtlineare Funktionen der Optimierungsvariablen  $\tau_E$ . In Abbildung 3.31 ist die Trajektorienplanung für die Sekundärluftzufuhr mit Optimierung der Polynomübergangszeiten  $\tau_E$  für einen beliebigen Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_{s,i}$  dargestellt.



**Abbildung 3.31** – Trajektorienplanung mit Optimierung der Transitionszeit  $\tau_E$  durch numerische Lösung des Optimierungsproblems

Es ist zu erkennen, dass die diskreten Sollwerte  $\dot{m}_{s,i}$  von der Soll-Trajektorie  $z_s$  erreicht werden. Dabei bleibt die vorgesteuerte Soll-Klappenstellung  $u = \varphi_s$  und deren Ableitung  $\dot{u} = \dot{\varphi}_s$  innerhalb der geforderten Grenzen. Das Ventilatormodell wird dabei mit der im Abschnitt 3.3.5 vorgeschlagenen Ventilatorsteuerung für die Soll-Ventilatorumdrehzahl  $\omega_s$

simuliert und in der Berechnungsvorschrift der Vorsteuerung (3.125) verwendet.

Da im Allgemeinen für die numerische Lösung des Optimierungsproblems zu jedem diskreten Zeitpunkt ein relativ hoher Rechenaufwand notwendig ist, wurde eine einfache Methode zur näherungsweise Berechnung der minimalen Transitionszeit entwickelt. Die Idee besteht darin, im Optimierungsproblem (3.144) die Beschränkungen der Stellgröße  $u_i(\tau, \tau_E) = u_i(z_{s,i}(\tau, \tau_E), \dot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E))$  und deren Ableitung  $\dot{u}_i(\tau, \tau_E) = \dot{u}_i(\dot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E), \ddot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E))$  *indirekt* durch Beschränkungen der Ableitungen der Soll-Trajektorie

$$|\dot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E)| \leq \dot{z}_{\max} \quad \text{und} \quad |\ddot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E)| \leq \ddot{z}_{\max} \quad (3.145)$$

auszudrücken. Da  $z_{s,i}(\tau, \tau_E)$  eine Polynomfunktion dritten Grades ist, kann dieses Problem analytisch gelöst werden. Auch die Simulation des gesteuerten Ventilatormodells ist dann nicht mehr nötig. Allerdings handelt es sich dabei um eine Näherungslösung des Optimierungsproblems (3.144). Die Schranken  $\dot{z}_{\max}$  und  $\ddot{z}_{\max}$  wurden hierbei über Simulationsstudien empirisch ermittelt. Dabei wurden, wie in Bild 3.30 dargestellt, für bestimmte Soll-Massenströme  $\dot{m}_{s,i}$  die Polynomfunktionen  $z_{s,i}(\tau)$  gemäß (3.138) und (3.143) durch Lösung des Optimierungsproblems (3.144) berechnet und die Soll-Trajektorie  $z_s(t)$  bestimmt. Die dabei auftretenden Extremwerte für die Ableitungen  $\max |\dot{z}_s(t)|$  und  $\max |\ddot{z}_s(t)|$  wurden als Schranken  $\dot{z}_{\max}$  und  $\ddot{z}_{\max}$  verwendet und im Rahmen einer Simulation des gesamten Regelkreises feinjustiert.

Zur Berechnung der Näherungslösung  $\tilde{\tau}_E$ , werden die Ungleichungen (3.145) getrennt untersucht. Dadurch erhält man zwei Kandidaten  $\tilde{\tau}_{E,\dot{z}}$  und  $\tilde{\tau}_{E,\ddot{z}}$ , wobei der größere Wert der Näherungslösung  $\tilde{\tau}_E$  entspricht, um beide Beschränkungen (3.145) einzuhalten. Zur Berechnung von  $\tilde{\tau}_{E,\dot{z}}$  wird der Maximalwert des Betrages von  $\dot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E)$  benötigt. Hierfür wird zunächst  $\ddot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E)$  gleich Null gesetzt und nach  $\tau$  aufgelöst:

$$\ddot{z}_{s,i}(\tau, \tau_E) = \frac{1}{\tau_E^2} \left( a_2 + a_3 \frac{\tau}{\tau_E} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = -\frac{a_2}{3a_3} \tau_E =: \hat{\tau}. \quad (3.146)$$

Nun wird die zeitlich abgeleitete Polynomfunktion (3.141) bei  $\tau = \hat{\tau}$  ausgewertet

$$\dot{z}_{s,i}(\hat{\tau}, \tau_E) = \dot{z}_{s,i}(\tau_E) = \frac{1}{\tau_E} \left[ a_1 + a_2 \left( -\frac{a_2}{3a_3} \right) + a_3 \left( -\frac{a_2}{3a_3} \right)^2 \right] = \frac{1}{\tau_E} \left( a_1 - \frac{a_2^2}{3a_3} \right) \quad (3.147)$$

und unter Benutzung der vierten Gleichung des Gleichungssystems (3.142) in

$$\dot{z}_{s,i}(\tau_E) = \frac{1}{\tau_E} \frac{(a_1 + a_2)^2}{-3a_3}. \quad (3.148)$$

umgeformt. Werden die Koeffizienten (3.143) eingesetzt, so ergibt sich der Ausdruck

$$\dot{z}_{s,i}(\tau_E) = \frac{(3\dot{m}_{s,i} - 3z_0 - \dot{z}_0\tau_E)^2}{\tau_E (6\dot{m}_{s,i} - 6z_0 - 3\dot{z}_0\tau_E)} = \quad (3.149a)$$

$$= \frac{9\dot{m}_{s,i}^2 + 9z_0^2 + \dot{z}_0^2\tau_E^2 - 18\dot{m}_{s,i}z_0 - 6\dot{m}_{s,i}\dot{z}_0\tau_E + 6z_0\dot{z}_0\tau_E}{6\dot{m}_{s,i}\tau_E - 6z_0\tau_E - 3\dot{z}_0\tau_E^2}. \quad (3.149b)$$

Der Betrag dieser Funktion entspricht dem Maximalwert  $\dot{z}_{\max}$  was mit

$$|\dot{z}_{s,i}(\tau_E)| = \dot{z}_{\max} \quad \Rightarrow \quad |\dot{z}_{s,i}(\tau_E)| = \begin{cases} +\dot{z}_{\max} & \text{für } \dot{z}_{s,i}(\tau_E) > 0 \\ -\dot{z}_{\max} & \text{für } \dot{z}_{s,i}(\tau_E) < 0 \end{cases} \quad (3.150)$$

mathematisch formuliert wird. Da im Vorhinein nicht bekannt ist, ob die Funktion  $\dot{z}_{s,i}(\tau_E)$  größer oder kleiner als Null ist, müssen beide Fälle untersucht werden. Für die Auflösung nach  $\tau_E$  wird der Ausdruck (3.149b) den Werten  $\pm\dot{z}_{\max}$  gleichgesetzt und für  $\dot{z}_0 \neq 0$  in die quadratischen Gleichungen

$$\tau_E^2 + 2 \cdot 3 \underbrace{\frac{z_0 \dot{z}_0 - \dot{m}_{s,i} \dot{z}_0 \pm \dot{z}_{\max} (z_0 - \dot{m}_{s,i})}{\dot{z}_0 (\dot{z}_0 \pm 3\dot{z}_{\max})}}_{\alpha_{1/2}} \tau_E + 9 \underbrace{\frac{\dot{m}_{s,i}^2 + z_0^2 - 2\dot{m}_{s,i} z_0}{\dot{z}_0 (\dot{z}_0 \pm 3\dot{z}_{\max})}}_{\beta_{1/2}} = 0 \quad (3.151)$$

umgeformt, welche über die Berechnungsvorschriften

$$\tau_{E,12} = -\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - \beta_1} \quad (3.152a)$$

$$\tau_{E,34} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \beta_2} \quad (3.152b)$$

gelöst werden. Man erhält somit vier Kandidaten für  $\tau_E$ , wobei nur die positiven und reellen zulässig sind. Der kleinste zulässige Kandidat entspricht der gesuchten Lösung für  $\tilde{\tau}_{E,\dot{z}}$ . Für den Sonderfall  $\dot{z}_0 = 0$  kann über Gleichung (3.149a) die Lösung  $\tilde{\tau}_{E,\dot{z}}$  ermittelt werden. Wird  $\dot{z}_0 = 0$  in (3.149a) eingesetzt und  $\pm\dot{z}_{\max}$  gleichgesetzt

$$\dot{z}_{s,i}(\tau_E) = \frac{(3\dot{m}_{s,i} - 3z_0)^2}{\tau_E (6\dot{m}_{s,i} - 6z_0)} \stackrel{!}{=} \pm\dot{z}_{\max}, \quad (3.153)$$

so kann diese Relation nach

$$\tau_E = \frac{3 \dot{m}_{s,i} - z_0}{2 \pm \dot{z}_{\max}} \quad (3.154)$$

aufgelöst werden. Da nur positive Zeiten  $\tau_E$  möglich sind, kann auch

$$\tau_E = \frac{3 |\dot{m}_{s,i} - z_0|}{2 \dot{z}_{\max}} := \tilde{\tau}_{E,\dot{z}} \quad (3.155)$$

geschrieben werden.

Zur Bestimmung von  $\tilde{\tau}_{E,\ddot{z}}$  wird der Maximalwert des Betrages von  $\ddot{z}_s(\tau, \tau_E)$  benötigt. Da  $\ddot{z}_s(\tau, \tau_E)$  konstant ist, liegt der Maximalwert entweder bei  $\tau = 0$  oder bei  $\tau = \tau_E$ . Zur Bestimmung von  $\tau_{E,\ddot{z}}$  wird der Betrag der zweiten Ableitung der Polynomfunktion (3.146) bei  $\tau = 0$  und bei  $\tau = \tau_E$  ausgewertet. In die resultierenden Ausdrücke werden die Koeffizienten (3.143) eingesetzt und diese dem Maximalwert  $\ddot{z}_{\max}$  gleichgesetzt:

$$|\ddot{z}_{s,i}(0, \tau_E)| = \left| \frac{2a_2}{\tau_E^2} \right| = \frac{|6\dot{m}_{s,i} - 6z_0 - 4\dot{z}_0\tau_E|}{\tau_E^2} \stackrel{!}{=} \ddot{z}_{\max} \quad (3.156a)$$

$$|\ddot{z}_{s,i}(\tau_E, \tau_E)| = \left| \frac{2a_2 + 6a_3}{\tau_E^2} \right| = \frac{|-6\dot{m}_{s,i} + 6z_0 + 2\dot{z}_0\tau_E|}{\tau_E^2} \stackrel{!}{=} \ddot{z}_{\max} \quad (3.156b)$$

Zur Bestimmung von  $\tau_{E,\dot{z}}$  müssen beide Gleichungen nach der gesuchten Transitionszeit  $\tau_E$  aufgelöst werden. Da auch hier im Vorhinein nicht bekannt ist, ob der jeweilige Ausdruck innerhalb der Betragsfunktion positiv oder negativ ist, müssen für die Berechnung der Lösungen  $\tau_E$  die beiden Gleichungen in die vier quadratischen Gleichungen

$$\tau_E^2 + 2 \underbrace{\frac{2\dot{z}_0}{\pm\ddot{z}_{\max}}}_{\alpha_{1/2}} \tau_E + 6 \underbrace{\frac{z_0 - \dot{m}_{si}}{\pm\ddot{z}_{\max}}}_{\beta_{1/2}} = 0 \quad (3.157a)$$

$$\tau_E^2 + 2 \underbrace{\frac{-\dot{z}_0}{\pm\ddot{z}_{\max}}}_{\alpha_{3/4}} \tau_E + 6 \underbrace{\frac{\dot{m}_{si} - z_0}{\pm\ddot{z}_{\max}}}_{\beta_{3/4}} = 0 \quad (3.157b)$$

umgeformt werden. Diese können mit

$$\tau_{E,12} = -\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - \beta_1} \quad \tau_{E,34} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \beta_2} \quad (3.158a)$$

$$\tau_{E,56} = -\alpha_3 \pm \sqrt{\alpha_3^2 - \beta_3} \quad \tau_{E,78} = -\alpha_4 \pm \sqrt{\alpha_4^2 - \beta_4}. \quad (3.158b)$$

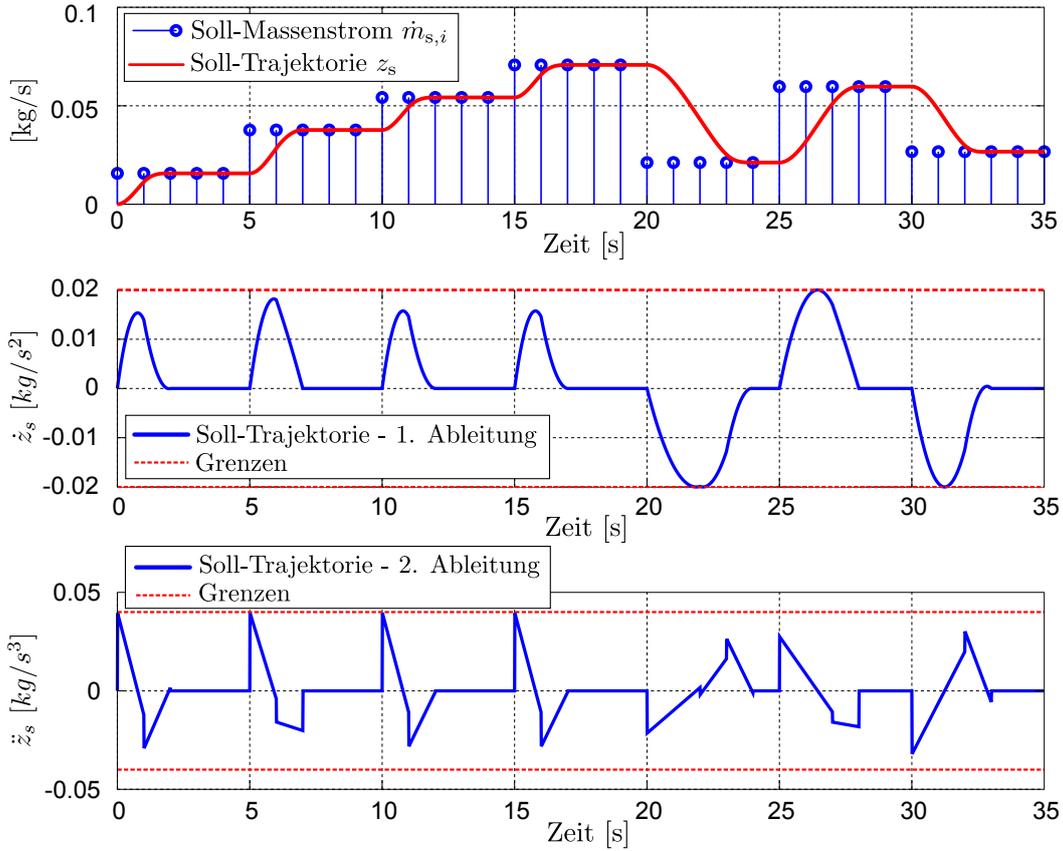
gelöst werden. Man erhält somit acht Kandidaten für  $\tau_E$ , wobei nur die positiven und reellen zulässig sind. Der kleinste zulässige Kandidat der Lösungen aus (3.158a) entspricht der gesuchten Lösung von (3.157a) und der kleinste zulässige Kandidat der Lösungen aus (3.158b) entspricht der gesuchten Lösung von (3.157b). Die größere dieser beiden Lösungen ergibt die Transitionszeit  $\tau_{E,\dot{z}}$ .

In Abbildung 3.32 ist die Trajektorienplanung mit Berechnung der Transitionszeit  $\tilde{\tau}_E$  nach obigem Verfahren beispielhaft dargestellt. Um diese mit der Trajektorienplanung mit optimierter Bestimmung der Transitionszeit  $\tau_E$  zu vergleichen, wurden dieselben diskreten Sollwerte  $\dot{m}_{s,i}$  wie in Abbildung 3.31 gewählt. Für die Schranken  $\dot{z}_{\max}$  und  $\ddot{z}_{\max}$  wurden die betraglichen Maximalwerte der Ableitungen  $\dot{z}_s$  und  $\ddot{z}_s$  des Polynomverlaufes  $z_s$  aus Abbildung 3.31 verwendet.

Man erkennt, dass die diskreten Sollwerte  $\dot{m}_{s,i}$  von der Soll-Trajektorie  $z_s$  erreicht werden. Dabei bleiben sowohl die erste als auch die zweite Ableitung der Soll-Trajektorie  $z_s$  innerhalb der geforderten Grenzen. Vergleicht man den Polynomverlauf  $z_s$  mit dem aus Abbildung 3.31, so erkennt man, dass bei dieser Methode der Soll-Massenstrom  $\dot{m}_{s,i}$  von der Soll-Trajektorie etwas schneller erreicht wird, weshalb die Beschränkungen (3.137) für die gewählten Sollwerte  $\dot{m}_{s,i}$  leicht verletzt werden. Trotzdem und obwohl hierbei die Stellgrößen- und Stellratenbeschränkungen nur indirekt berücksichtigt werden, wurden mit dieser Methode in der Praxis (siehe Kapitel 3.4) sehr gute Ergebnisse erzielt.

### 3.3.5 Ventilatorsteuerung

Beim Entwurf der Vorsteuerungen für die Massenströme wurde jeweils der Einfluss der Ventilator Drehzahl  $\omega$  auf den gesteuerten Massenstrom  $\dot{m}$  als Störung betrachtet und durch ein Störgrößenmodell berücksichtigt. Deshalb wird durch die Steuerung der Soll-Ventilator Drehzahl das Verhalten des gesteuerten Massenstromes im nominellen (stöpfungsfreien) Fall nicht beeinflusst. Allerdings muss durch eine sinnvolle Vorgabe der



**Abbildung 3.32** – Trajektorienplanung bei Verwendung der Näherungslösungen  $\tilde{\tau}_E$  für die Transitionszeit

Soll-Ventilator Drehzahl gewährleistet werden, dass der gesamte Stellbereich des Massenstromes ausgenutzt werden kann. Zusätzlich ist das Steuergesetz für die Festlegung der Schranken  $\dot{z}_{\max}$  und  $\ddot{z}_{\max}$  und somit für die Dynamik des Regelkreises entscheidend. In weiterer Folge wird der in [42] vorgestellte Entwurf des Steuergesetzes für den Sekundärluftventilator allgemein für alle Gaszufuhren durchgeführt. Für die Implementierung muss das allgemein abgeleitete Steuergesetz an die jeweilige Gaszufuhr angepasst werden.

Die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  kann mit Hilfe eines Frequenzumrichters innerhalb der Schranken

$$\omega_{\min} \leq \omega_s \leq \omega_{\max} \quad (3.159)$$

variiert werden. Dabei wird mit dem Frequenzumrichter die Soll-Drehfeldfrequenz  $f_s := \Omega_s$  der Asynchronmaschine innerhalb der Schranken

$$f_{\min} \leq f_s \leq f_{\max} \quad (3.160)$$

vorgegeben. Mit Gleichung (3.62) kann der Zusammenhang zwischen Soll-Ventilator Drehzahl und Soll-Drehfeldfrequenz näherungsweise mit

$$\omega_s \approx V f_s \quad (3.161)$$

ausgedrückt werden. Zur Steuerung des Frequenzumrichters wird die normierte Soll-Drehfeldfrequenz

$$\tilde{f}_s = \frac{f_s - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} = \frac{\omega_s - \omega_{\min}}{\omega_{\max} - \omega_{\min}} = \tilde{\omega}_s \quad (3.162)$$

innerhalb der Grenzen  $0 \leq \tilde{f}_s \leq 1$  als analoges Spannungssignal vorgegeben. Wie aus obiger Gleichung ersichtlich, ist diese identisch mit der normierten Soll-Ventilator Drehzahl  $\tilde{\omega}_s$ . Aus einfachen intuitiven Überlegungen erhält man die Schlussfolgerung, dass bei steigendem bzw. sinkendem Soll-Massenstrom auch die Soll-Ventilator Drehzahl  $\omega_s$  erhöht bzw. gesenkt werden muss. Der Soll-Massenstrom wird von der Feuerungsregelung vorgegeben und mit Hilfe der Trajektorienplanung in eine realisierbare Soll-Trajektorie  $z_s$  umgerechnet. Also muss die Soll-Drehfeldfrequenz  $f_s$  als Funktion der Soll-Trajektorie  $z_s$  mit den Schranken

$$\dot{m}_{\min} \leq z_s \leq \dot{m}_{\max} \quad (3.163)$$

sinnvoll vorgegeben werden. Für die Steuerung des Primärluftventilators ist hierbei die Trajektorie des gesamten Primärluftmassenstromes  $z_{\text{PL},s} = z_{\text{PL1},s} + z_{\text{PL2},s}$  ausschlaggebend. Die Schranken in Gleichung (3.163) sind vom Verschmutzungsgrad der jeweiligen Gaszufuhr abhängig. Im Abschnitt 3.2.7 wurde bereits erklärt, wie diese an den Verschmutzungsgrad angepasst werden können.

Um ein Gefühl für die Festlegung der Steuerung zu bekommen, werden zunächst praktische Überlegungen durchgeführt. Für eine schnelle Regelung müssen Massenstromänderungen vorrangig von der schnelleren Klappe bewerkstelligt werden. Anhand der Gleichungen (3.102b), (3.104b), (3.109b) und (3.110b) erkennt man, dass für hohe Ventilator Drehzahlen  $\omega$  und somit für größere Werte von  $\gamma(\omega)$  die Regelgröße  $y = \dot{m}$  stärker von einer Änderung der Klappenstellung  $\varphi$  beeinflusst wird. Dieser Effekt wird durch die nichtlineare Klappencharakteristik zusätzlich verstärkt. Betrachtet man in diesem Zusammenhang den Klappenleitwert  $l_K(\varphi)$  in Abbildung 3.5, so erkennt man, dass diese Funktion (für typische Drosselklappen und Drosselklappen mit Dichtringen) bei Klappenstellungen  $20\% < \varphi < 50\%$  einen steileren Anstieg besitzt als bei Klappenstellungen  $\varphi > 50\%$ . Deshalb wirkt sich eine Änderung der Klappenstellung im unteren Stellbereich stärker auf den Massenstrom aus. Im Sinne einer schnellen Regelung sollte sich daher die Klappe (wenn möglich) in diesem unteren Stellbereich befinden. Deshalb muss der Ventilator in einem möglichst hohen Drehzahlbereich betrieben werden. Will man hingegen den Verbrauch an elektrischer Energie reduzieren, ist es wichtig, den Ventilator in einem möglichst niedrigen Drehzahlbereich zu betreiben. Wünschenswert ist eine Steuerstrategie, mit der beide Varianten abgedeckt und je nach Wunsch des Anlagenbetreibers eingesetzt werden können.

Zur Ermittlung einer einfachen Ventilatorsteuerung zur Erfüllung dieser Anforderung, wird zunächst die Ungleichungen (3.163) ähnlich wie in Gleichung (3.162) normiert:

$$\tilde{z}_s = \frac{z_s - \dot{m}_{\min}}{\dot{m}_{\max} - \dot{m}_{\min}} \quad \text{mit} \quad 0 \leq \tilde{z}_s \leq 1 \quad (3.164)$$

Die Idee zur Steuerung der Ventilator Drehzahl besteht darin, die normierte Soll-Drehfeld-

frequenz  $\tilde{f}_s$  als Potenzfunktion der normierten Soll-Trajektorie  $\tilde{z}_s$

$$\tilde{f}_s = \tilde{z}_s^\beta = \left( \frac{z_s - \dot{m}_{\min}}{\dot{m}_{\max} - \dot{m}_{\min}} \right)^\beta \quad (3.165)$$

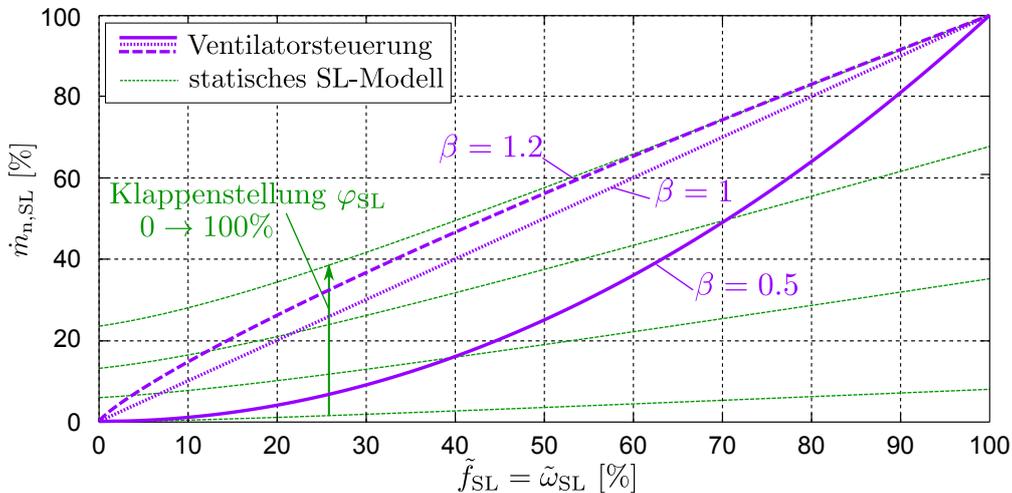
zu berechnen. Mit Gleichung (3.162) kann dieser Ausdruck in die Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_s$  umgerechnet werden:

$$\omega_s = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \left( \frac{z_s - \dot{m}_{\min}}{\dot{m}_{\max} - \dot{m}_{\min}} \right)^\beta + \omega_{\min}. \quad (3.166)$$

Somit erhält man die Steuerung  $\tilde{f}_s$  für den Frequenzumrichter bzw. der Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_s$ . Über den positiven Exponenten  $\beta$  wird entschieden, ob der Ventilator eher in einem höheren Drehzahlbereich ( $\beta < 1$  für schnelle Regelungen) oder in einem niedrigeren Drehzahlbereich ( $\beta > 1$  um Energie zu sparen) betrieben wird. In Abbildung 3.33 ist die Steuerung der Ventilator-drehzahl beispielhaft für die Sekundärluftzufuhr gemeinsam mit dem statischen Modell (3.69) dargestellt. Dabei ist der normierte Massenstrom

$$\dot{m}_{n,SL} = \frac{\dot{m}_{SL} - \dot{m}_{\min}}{\dot{m}_{\max} - \dot{m}_{\min}} \quad \text{mit} \quad 0 \leq \dot{m}_{n,SL} \leq 1 \quad (3.167)$$

über die normierte Soll-Drehfeldfrequenz  $\tilde{f}_{SL}$  bzw. die normierte Ventilator-drehzahl  $\tilde{\omega}_{SL}$  aufgetragen. Das statische Modell ist für unterschiedliche Klappenstellungen  $\varphi_{SL}$  in äquidistanten Abständen zwischen Null und 100% des Stellbereiches dargestellt.



**Abbildung 3.33** – Grenzen für die Ventilatorsteuerung der Sekundärluftzufuhr

Wie man erkennt, muss bei der untersuchten Sekundärluftzufuhr für den Parameter  $\beta \leq 1.2$  gelten, um die obere Stellbereichsgrenze der Klappenstellung  $\varphi_{SL}$  im stationären Zustand nicht zu überschreiten. Um die Obergrenze des Parameters  $\beta$  für die Steuerung des Primärluft- und des Rauchgasrezirkulations-Ventilators zu bestimmen, müssen auch deren statische Modelle gemäß Abbildung 3.33 untersucht werden. Bei den Reglerverifikationen (siehe Kapitel 3.4) konnten mit dem Wert  $\beta = 0.5$  bei allen Regelungen sehr gute Ergebnisse erzielt werden.

### 3.3.6 PI-Regelung

Zur Störunterdrückung werden bei den vorgeschlagenen Regelkreisen (siehe Abbildungen 3.25 und 3.26) PI-Regler mit Anti-Windup Maßnahmen, entsprechend der Konditionierungstechnik nach Hanus et al. [20] verwendet [42]. Die Reglerparameter wurden anhand von Simulationen (der Totzeit  $t_T$  entsprechend konservativ) eingestellt.

Im störungsfreien Fall wird der jeweilige Luftmassenstrom  $\dot{m}$  auch ohne PI-Regler von der flachheitsbasierten Vorsteuerung entlang der geplanten Trajektorie  $z_s$  gesteuert. Aufgrund der in den Strecken enthaltenen Totzeit  $t_T$  wird die Trajektorie von der jeweiligen Ausgangsgröße  $y = \dot{m}$  genau um die Totzeit  $t_T$  verzögert nachgefahren:

$$\dot{m} = z_s(t - t_T). \quad (3.168)$$

Um diese Zeitverzögerung im Führungsverhalten der Regelkreise zu berücksichtigen, wird die jeweilige Führungsgröße für die PI-Regler  $y_s$  mit

$$y_s = z_s(t - t_T) \quad (3.169)$$

berechnet. Da die Verläufe von  $y_s$  somit identisch mit denen der vorgesteuerten Ausgangsgrößen (3.168) sind, trägt der jeweilige PI-Regler im störungsfreien Fall nichts zur Stellgröße  $\varphi_s$  bei und ist daher nur für die Ausregelung von Störungen zuständig. Dadurch sind die geregelten gasförmigen Massenströme unempfindlich gegenüber Störungen und Parameterungenauigkeiten der Modelle.

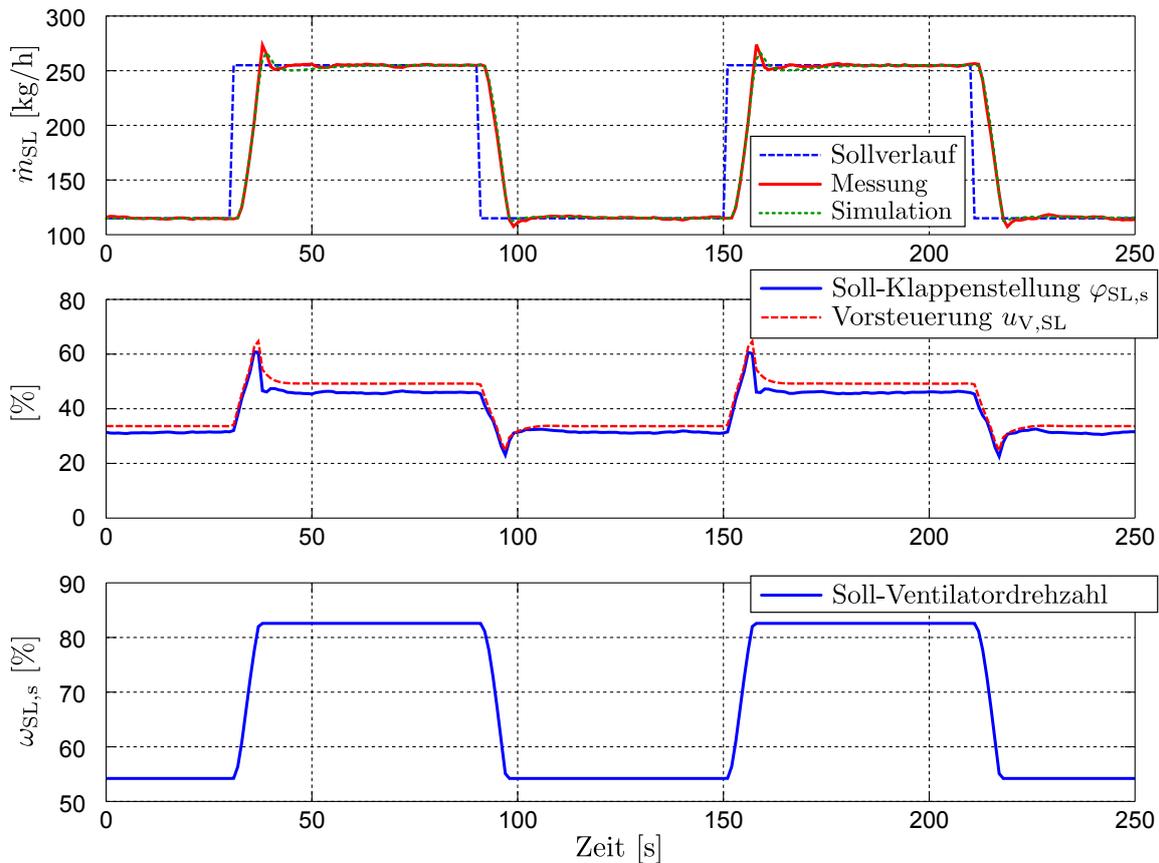
## 3.4 Simulations- und Messergebnisse

In diesem Kapitel wird die Funktionsweise der Regelungen für die Gasmassenströme anhand von Simulations- und Messergebnissen vorgestellt. Dafür wurden die Reglerstrukturen gemäß den Abbildungen 3.25 und 3.26 mit Hilfe des Programmpaketes Labview am nachgerüsteten Digitalrechner implementiert. Zur Verifikation der Regelungen wurden jeweils zwei Testverläufe benutzt: ein sprungförmiger Verlauf zwischen 30 und 70 Prozent des Massenstrombereiches und ein typischer zeitlicher Verlauf aus dem laufenden Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage. Bei den durchgeführten Versuchen zur Reglerverifikation befand sich die Anlage in einem kalten Zustand.

### 3.4.1 Ergebnisse der Sekundärluftzufuhr

In Abbildung 3.34 sind die Ergebnisse des geregelten Sekundärluftmassenstromes bei sprungförmigem Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_{SL,s}$  dargestellt.

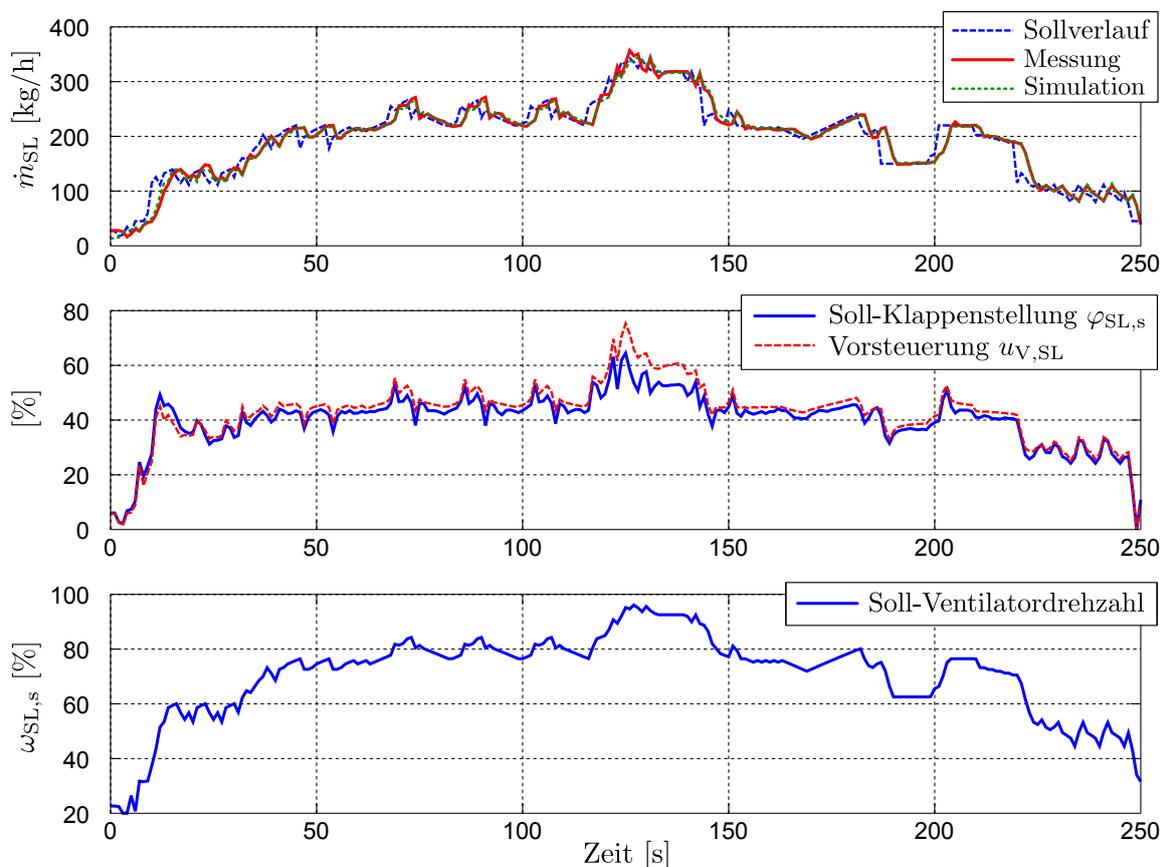
Es ist ersichtlich, dass gemessener und simulierter Verlauf des geregelten Luftmassenstromes  $\dot{m}_{SL}$  sehr gut übereinstimmen. Die Regelung weist ein sehr gutes dynamisches Verhalten mit kurzer Anstiegszeit (ca. sechs Sekunden) und geringem Überschwingen



**Abbildung 3.34** – Verifikation der Regelung des Sekundärluftmassenstromes mit sprungförmigem Sollverlauf

auf. Das stationäre Verhalten ist sehr zufriedenstellend. Die Differenz zwischen Soll-Klappenstellung  $\varphi_{SL,s}$  und Vorsteuerung  $u_{V,SL}$  entspricht der Stellgröße des PI-Reglers. Dieser sorgt für stationäre Genauigkeit und trägt (wie gewünscht) nur sehr wenig zur gesamten Stellgröße  $\varphi_{SL,s}$  bei, was für die Genauigkeit des für den Entwurf der Vorsteuerung verwendeten Modells spricht. Am Verlauf der Soll-Klappenstellung  $\varphi_{SL,s}$  bzw. der Vorsteuerung  $u_{V,SL}$  erkennt man, dass bei den Sprungstellen des Soll-Massenstromes die Klappenstellung zunächst stark erhöht und danach wieder verringert wird. Da die Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_s$  aufgrund der langsamen Ventilator-dynamik verzögert nachgefahren wird, muss die Klappe zunächst weiter geöffnet werden, damit der Luftmassenstrom der rasch ansteigenden Soll-Trajektorie folgt. Dieses vorteilhafte Verhalten wird aufgrund der Berücksichtigung der Ventilator-drehzahl über das Störgrößenmodell in der Vorsteuerung erreicht. Weiters sieht man, dass sprunghafte Änderungen des Soll-Massenstromes nach oben ein etwas größeres Überschwingen als jene nach unten besitzen. Dieses Verhalten ergibt sich zum Einen aufgrund der nichtlinearen Klappencharakteristik und zum Anderen aufgrund leicht unterschiedlicher Reaktionen des Ventilators auf steigende bzw. fallende Soll-Ventilator-drehzahlen.

In Abbildung 3.35 sind die Ergebnisse für einen typischen Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_{SL,s}$  dargestellt.



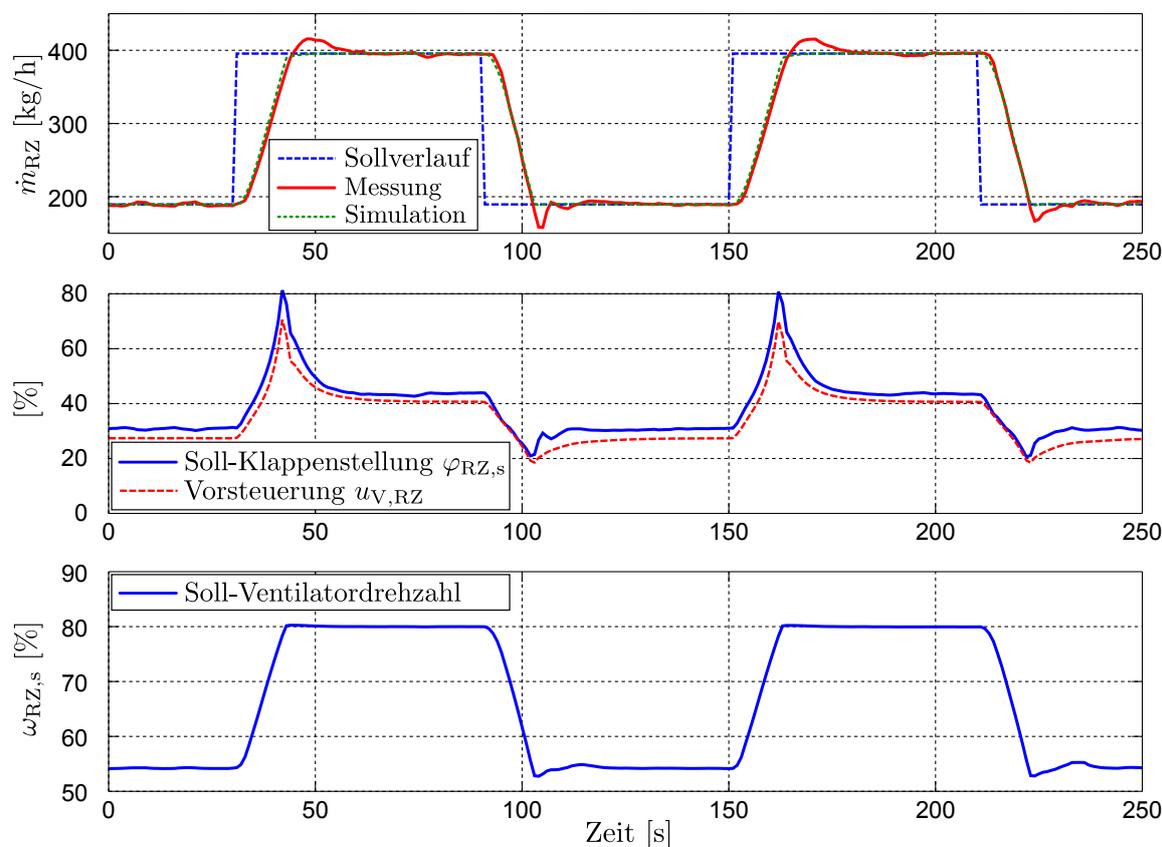
**Abbildung 3.35** – Verifikation der Regelung des Sekundärluftmassenstromes mit typischem Verlauf des Soll-Massenstromes

Auch in diesem Fall stimmen gemessener und simulierter Verlauf des geregelten Luftmassenstromes  $\dot{m}_{SL}$  sehr gut überein. Der Beitrag des PI-Reglers zur Stellgröße  $\varphi_{SL,s}$  ist wiederum relativ klein. Lediglich im Zeitbereich zwischen 120 und 140 Sekunden (bei sehr großen Soll-Massenströmen) arbeitet die Vorsteuerung aufgrund der Modellungenauigkeiten in diesem Bereich nicht so gut, was allerdings vom PI-Regler korrigiert wird. Dem geforderten Sollverlauf  $\dot{m}_{SL,s}$  kann sehr zufriedenstellend gefolgt werden, womit das gute Führungsverhalten der entworfenen Regelung bestätigt ist.

### 3.4.2 Ergebnisse der Rauchgasrezirkulation

In Abbildung 3.36 sind die Ergebnisse des geregelten Rauchgasmassenstromes bei sprungförmigem Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_{RZ,s}$  dargestellt.

Es ist ersichtlich, dass der gemessene und simulierte Verlauf des geregelten Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{RZ}$  gut übereinstimmen. Die Regelung weist ein zufriedenstellendes dynamisches Verhalten (Anstiegszeit: ca. zwölf Sekunden) mit geringem Überschwingen auf. Das stationäre Verhalten ist sehr zufriedenstellend. Die Differenz zwischen Soll-Klappenstellung  $\varphi_{RZ,s}$  und Vorsteuerung  $u_{V,RZ}$  entspricht wiederum der Stellgröße des

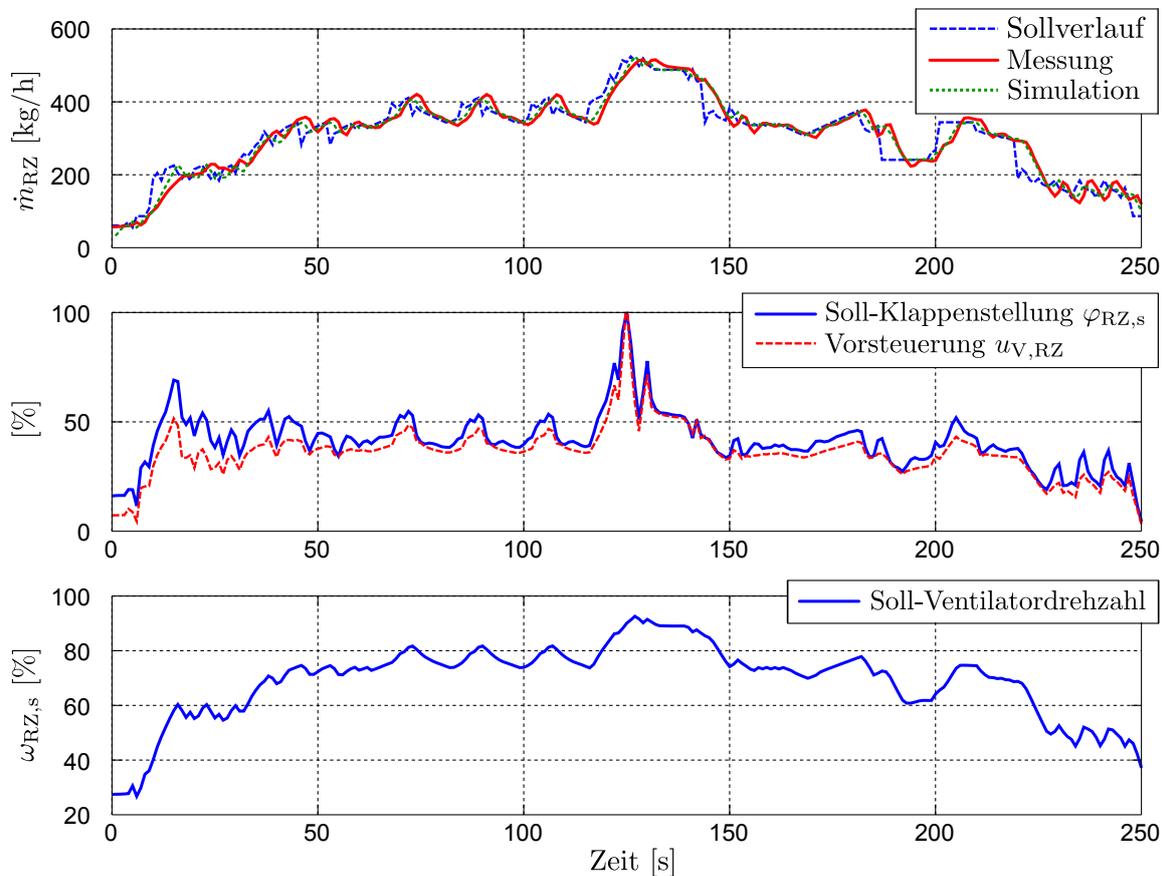


**Abbildung 3.36** – Verifikation der Regelung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes mit sprunghaftem Sollverlauf

PI-Reglers. Diese ist etwas höher als beim PI-Regler der Sekundärluftzufuhr, was durch das etwas schlechtere Modell der Rauchgasrezirkulation zu begründen ist. Am Verlauf der Soll-Klappenstellung  $\varphi_{\text{RZ},s}$  bzw. der Vorsteuerung  $u_{\text{V,RZ}}$  erkennt man wieder das vorteilhafte Verhalten bei sprunghaften Änderungen des Soll-Massenstromes aufgrund der Berücksichtigung der Ventilator-drehzahl über das Störgrößenmodell in der Vorsteuerung. Am Verlauf der Soll-Ventilator-drehzahl  $\omega_{\text{RZ},s}$  kann man, speziell bei den Sprüngen nach unten, leichte Schwankungen erkennen. Die Soll-Ventilator-drehzahl wird über die Steuerung aus Abschnitt 3.3.5 berechnet. Allerdings werden dabei die Größen  $\dot{m}_{\text{RZ},\text{min}}$  bzw.  $\dot{m}_{\text{RZ},\text{max}}$  für den minimalen bzw. maximalen Massenstrom im laufenden Betrieb an die Dichte des Rauchgases  $\rho_{\text{RZ}}$  angepasst. In diese Anpassung fließt auch der Differenzdruck  $\Delta p_{\text{RZ}}$  ein. Da dieser ständigen Schwankungen ausgesetzt ist, ergibt sich auch für die gesteuerte Soll-Ventilator-drehzahl ein schwankender Verlauf, der aber das Regelverhalten nicht beeinflussen. Weiterhin sieht man, dass sprunghafte Änderungen des Soll-Massenstromes nach unten etwas andere Massenstromverläufe resultieren, als jene nach oben. Wie bereits erwähnt, ergibt sich dieses Verhalten zum Einen wegen der nichtlinearen Klappencharakteristik und zum Anderen aufgrund leicht unterschiedlicher Reaktionen des Ventilators auf steigende bzw. fallende Soll-Ventilator-drehzahlen.

In Abbildung 3.37 sind die Ergebnisse für einen typischen Verlauf des Soll-Massenstromes

$\dot{m}_{RZ,s}$  dargestellt.



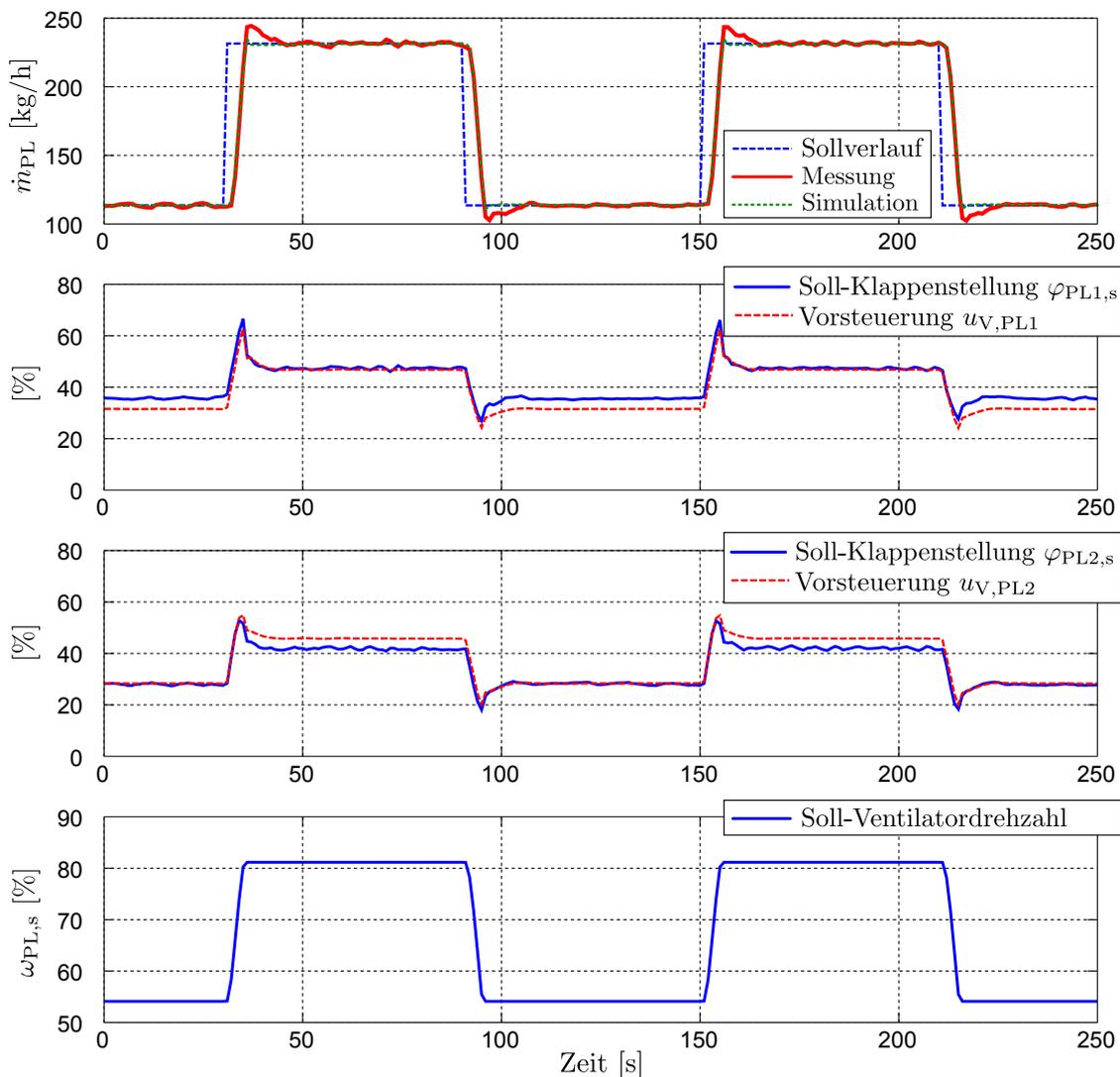
**Abbildung 3.37** – Verifikation der Regelung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes mit typischem Sollverlauf

Auch in diesem Fall stimmen der gemessene und der simulierte Verlauf des geregelten Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{RZ}$  gut überein. Die Beiträge des PI-Reglers zur Stellgröße  $\varphi_{RZ,s}$  sind mit jenen bei sprungförmigem Sollverlauf des Massenstromes vergleichbar. Im Zeitraum von 0 bis 50 Sekunden ist die Vorsteuerung etwas ungenau. Zusammen mit dem PI-Regler kann allerdings dem Sollverlauf  $\dot{m}_{RZ,s}$  zufriedenstellend gefolgt werden, womit auch hier das gute Führungsverhalten der entworfenen Regelung bestätigt ist.

### 3.4.3 Ergebnisse der Primärluftzufuhr

In Abbildung 3.38 sind die Ergebnisse des geregelten Primärluftmassenstromes bei sprungförmigem Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_{PL,s}$  dargestellt.

Es ist ersichtlich, dass gemessener und simulierter Verlauf des geregelten Primärluftmassenstromes  $\dot{m}_{PL}$  gut übereinstimmen. Die Regelung weist ein zufriedenstellendes dynamisches Verhalten mit kurzer Anstiegszeit (ca. fünf Sekunden) und geringem Überschwingen auf. Das stationäre Verhalten ist sehr zufriedenstellend. Die Differenzen zwischen den

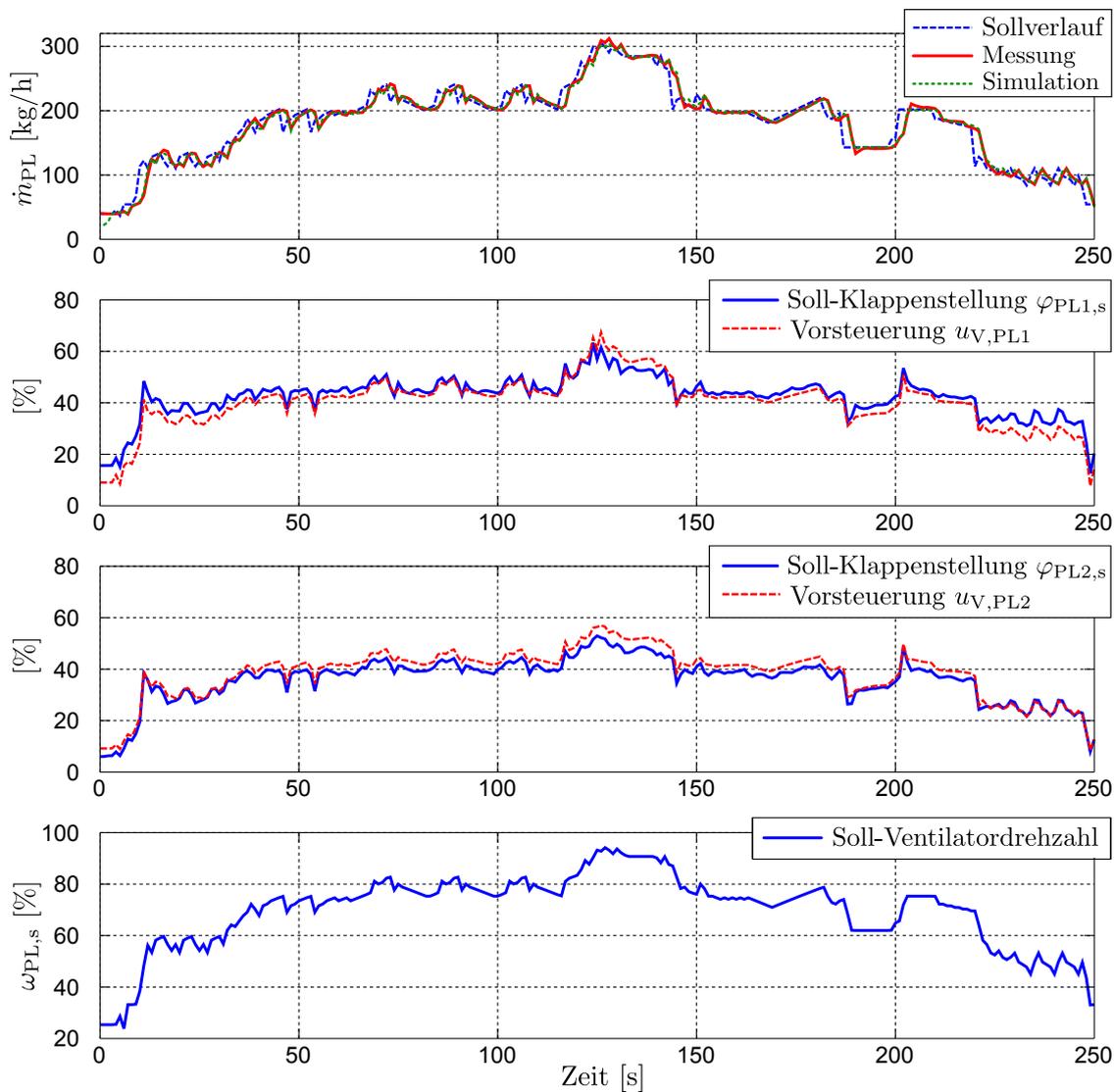


**Abbildung 3.38** – Verifikation der Regelung des Primärluftmassenstromes mit sprungförmigem Sollverlauf

Soll-Klappenstellungen  $\varphi_{PL1,s}$  bzw.  $\varphi_{PL2,s}$  und den Vorsteuerungen  $u_{V,PL1}$  bzw.  $u_{V,PL2}$  entsprechen den Stellgrößen der PI-Regler. In einigen Abschnitten verschwinden diese Differenzen, wodurch die Genauigkeit der, für den Entwurf der Vorsteuerungen verwendeten Modelle bestätigt wird. Die Verläufe der Soll-Klappenstellungen  $\varphi_{PL1,s}$  bzw.  $\varphi_{PL2,s}$  und der Vorsteuerungen  $u_{V,PL1}$  bzw.  $u_{V,PL2}$  zeigen wieder das bereits erwähnte vorteilhafte Zusammenspiel zwischen Soll-Klappenstellung und Soll-Ventilator-drehzahl, das mit Hilfe des Störgrößenmodells und der Vorsteuerung erreicht wird.

In Abbildung 3.39 sind die Ergebnisse für einen typischen Verlauf des Soll-Massenstromes  $\dot{m}_s$  dargestellt.

Auch in diesem Fall stimmen der gemessene und der simulierte Verlauf des geregelten Primärluftmassenstromes  $\dot{m}_{PL}$  sehr gut überein. Die Vorsteuerungen müssen nur geringfügig



**Abbildung 3.39** – Verifikation der Regelung des Primärluftmassenstromes mit typischem Sollverlauf

durch die PI-Regler korrigiert werden. Dem geforderten Sollverlauf  $\dot{m}_{PL,s}$  kann sehr zufriedenstellend gefolgt werden, womit das gute Führungsverhalten der entworfenen Regelung auch hier bestätigt ist.

## 3.5 Zusammenfassung

Es wurde eine Methode zur Steuerung des Brennstoffmassenstromes bzw. zur Regelung der gasförmigen Massenströme der Sekundärluft- und der Primärluftzufuhr sowie der Rauchgasrezirkulation einer Biomasse-Feuerungsanlage vorgestellt. Da der Brennstoffmassenstrom nicht messbar ist, kann dieser nur gesteuert vorgegeben werden. Eine mög-

liche Steuerung wurde auf Basis eines einfachen Brennstoffzufuhrmodells abgeleitet. Stationäre Abweichungen des Brennstoffmassenstromes aufgrund von Parameterungenauigkeiten im Modell müssen von der überlagerten Feuerungsregelung ausgeglichen werden.

Zur Regelung der gasförmigen Massenströme wurden flachheitsbasierte Vorsteuerungen auf Basis dynamischer Modelle vorgeschlagen. Dabei wurde festgelegt, dass die Massenströme über die schnell variierbaren Klappenstellungen geregelt und die Ventilator Drehzahlen gesteuert vorgegeben werden. Die statischen Modelle für die Sekundärluftzufuhr, die Primärluftzufuhr und die Rauchgasrezirkulation wurden mit Hilfe einfacher Modellansätze erstellt. Zusammen mit den ermittelten dynamischen Modellen der Stellgeräte konnte das Verhalten der einzelnen Gaszufuhren sehr gut abgebildet werden. Auf Basis dieser Modelle wurden flachheitsbasierte Vorsteuerungen der einzelnen Klappenstellungen hergeleitet und eine Möglichkeit zur Online-Trajektorienplanung sowie zur Steuerung der Ventilatoren vorgeschlagen. Um stationäre Genauigkeit für die geregelten Massenströme zu erreichen, wurden zusätzlich PI-Regler mit einfachen Anti-Windup Maßnahmen verwendet. Beim Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerungen wurde das Verhalten der gesteuerten Ventilator Drehzahlen über entsprechende Modelle berücksichtigt und so ein gutes Regelverhalten für die gasförmigen Massenströme erreicht. Um die Funktionsweise dieser Regelungen zu zeigen, wurde das erzielbare Systemverhalten anhand von Simulations- und Messergebnissen demonstriert. Der Vorteil dieser Reglerstruktur im Vergleich zur bisher eingesetzten ist durch das wesentlich bessere Zusammenspiel der Klappen und Ventilatoren begründbar.

Bei Biomasse-Feuerungsanlagen mit anderen Stellgeräten ist es möglich, dass die Ventilator Drehzahlen im Vergleich zu den Klappenstellungen schneller variiert werden können. In diesem Fall ist es natürlich zweckmäßig, die Massenströme über die Ventilator Drehzahlen zu regeln und die Klappenstellungen gesteuert vorzugeben. Die Vorsteuerungen müssen dafür entsprechend angepasst werden. Außerdem muss eine Steuerstrategie für die Klappenstellungen ermittelt werden. Mit den vorgestellten Modellansätzen ist es möglich, auch anders aufgebaute Gaszufuhren mit beispielsweise mehr als zwei Rohrleitungsverzweigungen mathematisch zu beschreiben.

# Kapitel 4

## Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung

In diesem Kapitel werden zwei Möglichkeiten für den Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung vorgestellt. Wie im Abschnitt 2.4 erwähnt, wird dabei die Systemdynamik der unterlagerten Massenstromregelungen vernachlässigt. Zunächst wird im Abschnitt 4.1 das mathematische Modell zur Beschreibung der physikalischen und chemischen Prozesse bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage anhand mehrerer Teilmodelle hergeleitet. Dabei wird an einigen Stellen auf die vollständige Herleitung, wie sie in [5, 6, 8] bzw. in [3] angegeben ist, verzichtet. Zusätzlich wird das Modell einer systemtechnischen Analyse unterzogen und für den Reglerentwurf vereinfacht.

Im Abschnitt 4.2 wird der in [3, 17] vorgeschlagene Reglerentwurf auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung (z.B. [1, 22, 24, 47, 51]) durchgeführt. Dabei resultiert beim geregelten System eine interne Dynamik, welche das Verhalten des sogenannten Brennstoffbettes beschreibt. Aufgrund der vorhandenen Totzeit ist die Stabilisierung dieser internen Dynamik nicht einfach. In [3] wurde dafür eine Möglichkeit vorgestellt, allerdings ohne die Stabilität des resultierenden Gesamtsystems zu überprüfen. Deshalb wird in weiterer Folge eine Stabilitätsanalyse ergänzt und eine weitere Möglichkeit zur Stabilisierung der internen Dynamik vorgeschlagen. Zur Schätzung der nicht messbaren Zustandsgrößen wird ein Kalman-Filter eingesetzt und für den Entwurf auf die bestehenden Arbeiten [45, 46] verwiesen. Um das Systemverhalten der entkoppelten und linearisierten Kanäle zu verbessern und um stationäre Genauigkeit der geregelten Ausgangsgrößen zu erreichen, werden zusätzlich zum nichtlinearen Zustandsregler PI-Regelungen mit entsprechenden Anti-Windup-Maßnahmen vorgeschlagen. In einer abschließenden Analyse wird der praktische Einsatz der resultierenden Feuerungsregelung diskutiert und auf eventuelle Probleme hingewiesen.

Um die Probleme zu beheben, wird im Abschnitt 4.3 ein weiterer Reglerentwurf auf Basis der Methode „Internal-Model-Control“ (z.B. [30, 44]) durchgeführt. In der resultierenden Reglerstruktur werden weder ein Kalman-Filter noch PI-Regelungen oder sonstige integrierende Regelungen eingesetzt. Trotzdem wird für die geregelten Ausgangsgrößen sta-

tionäre Genauigkeit erreicht. Für den Reglerentwurf wird die inverse Streckendynamik des Modells der Biomasse-Feuerungsanlage benötigt. Diese wird mit Hilfe der Eigenschaften der differentiellen Flachheit (z.B. [14, 15, 37, 38]) hergeleitet. Dabei wird ersichtlich, dass die inverse Streckendynamik ein dynamisches Teilsystem mit einer zur internen Dynamik des exakt linearisierten Systems identischen Struktur besitzt. Zur Stabilisierung dieses Teilsystems können daher die bereits bekannten Methoden verwendet werden. Abschließend wird die resultierende Reglerstruktur vorgestellt und dessen praktischer Einsatz diskutiert.

## 4.1 Modellbildung

Beim mathematischen Modell der Biomasse-Feuerungsanlage handelt es sich um eine Serien- bzw. Parallelschaltung mehrerer Teilsysteme welche bereits in [5, 6, 8] vorgestellt und in [3] zu einem Gesamtmodell kombiniert wurden. In weiterer Folge werden im Abschnitt 4.1.1 die fünf Teilmodelle mit den Bezeichnungen Brennstoffbett, Verbrennung, Schamottspeicher, Temperatursensor und Wärmeübertrager hergeleitet. Danach werden im Abschnitt 4.1.2 die Teilmodelle zu einem Gesamtmodell kombiniert. Dieses wird im Abschnitt 4.1.3 einer systemtechnischen Analyse unterzogen und für den Reglerentwurf vereinfacht. Abschließend wird im Abschnitt 4.1.4 auf die Bestimmung der, bei der Modellbildung definierten Störgrößen eingegangen.

### 4.1.1 Teile des Modells

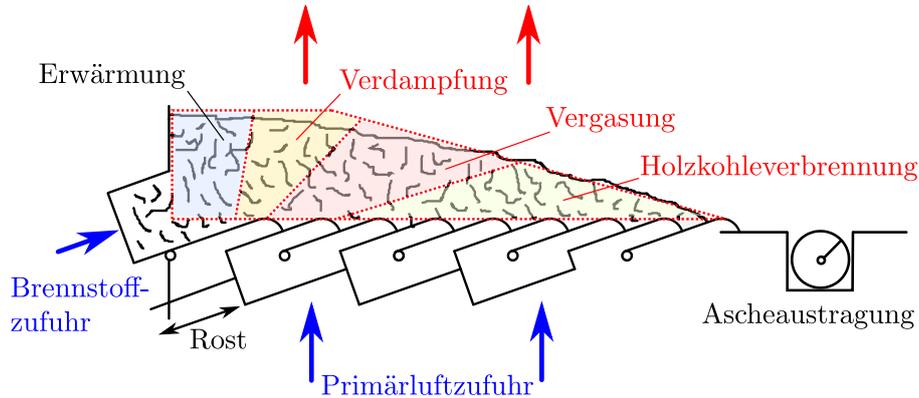
#### Brennstoffbett

Im Teilmodell Brennstoffbett wird der Abbauvorgang der am Rost liegenden Biomasse während des Verbrennungsprozesses nachgebildet. Die Biomasse wird mit Hilfe der Brennstoffförderschnecke auf den beweglichen Rost befördert und während des Abbrands aufgrund der Rostbewegungen in Richtung Aschenausstragung geschoben. Dabei durchläuft die Biomasse kontinuierlich das sogenannte Brennstoffbett, beginnend in kaltem unverbranntem Zustand und endend als Asche. Innerhalb des Brennstoffbettes wird die Biomasse zunächst erhitzt und getrocknet. Danach werden die flüchtigen Bestandteile freigesetzt (Vergasung) und die übrigbleibende Holzkohle verbrannt. In Abbildung 4.1 sind die Abschnitte des Brennstoffbettes dargestellt.

Da Biomasse normalerweise in feuchtem Zustand vorliegt, wird die Verbrennung stark vom Wassergehalt der Biomasse

$$w_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{m_{\text{W}}}{m_{\text{W}} + m_{\text{T}}} \quad (4.1)$$

beeinflusst und unterscheidet sich daher deutlich von der eines fossilen Energieträgers. Mit  $m_{\text{W}}$  wird die Masse an Wasser und mit  $m_{\text{T}}$  die Masse an trockenem Brennstoff einer



**Abbildung 4.1** – Abschnitte des Brennstoffbettes für dessen Modellierung

bestimmten Menge an Biomasse bezeichnet. Für die Erstellung des Teilmodells Brennstoffbett wird der Verbrennungsprozess gemäß [8] in drei Zonen unterteilt. In der ersten sogenannten Totzone wird die Biomasse lediglich erwärmt und durchläuft diese mit einer variablen Totzeit  $t_{\text{TBB}}$ . Diese Totzeit hängt im wesentlichen vom Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  des Brennstoffes ab. Danach folgt die Verdampfungszone, in der die, mit dem feuchten Brennstoff eingebrachte Wassermasse verdampft und die Abbauzone, in der die Freisetzung der flüchtigen Bestandteile und dann die Verbrennung der verbliebenen Holzkohle gemeinsam erfolgt. Die beiden Zonen sind überlagert, was bedeutet, dass nach dem Durchlauf der Totzone Abbau und Verdampfung zugleich beginnen und deshalb im Modell beide Prozesse mit derselben Totzeit behaftet sind.

Die Modellierung erfolgt über eine Massenbilanz. Dabei werden die Masse an Wasser  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  in der Verdampfungszone und die Masse an trockenem Brennstoff  $m_{\text{CHO}}$  in der Abbauzone getrennt betrachtet. Als Eingangsgrößen werden

$$u_1 := \dot{m}_{\text{BS}} (t - t_{\text{TBB}}) \quad \text{und} \quad u_2 := \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}} \quad (4.2)$$

definiert. Die Eingangsgröße  $u_1$  beschreibt dabei den zeitverzögerten Massenstrom an trockenem Brennstoff, der über die Brennstoffförderschnecke auf den Rost befördert wird. Die Eingangsgröße  $u_2$  wird durch die affine Funktion des Primärluftmassenstromes  $\dot{m}_{\text{PL}}$  mit der positiven Konstanten  $\dot{m}_{\text{PL0}}$  festgelegt und beeinflusst den Abbau an trockenem Brennstoff. Der Verbrennungsprozess wird, wie bereits erwähnt, wesentlich vom zeitlich variierenden Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse beeinflusst. Dieser Einfluss wird im Modell über die Störgröße

$$d_1 := \frac{w_{\text{H}_2\text{O}} (t - t_{\text{TBB}})}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}} (t - t_{\text{TBB}})} = \frac{m_{\text{W}} (t - t_{\text{TBB}})}{m_{\text{T}} (t - t_{\text{TBB}})} \quad (4.3)$$

berücksichtigt. Zusätzlich treten bei der untersuchten Anlage aufgrund der Rostbewegungen und nicht weiter bekannten Phänomenen sogenannte Abbauschwankungen auf. An bestimmten (aperiodischen) Rostpositionen wird dabei schlagartig mehr Biomasse abgebaut. Diese Abbauschwankungen werden gemäß [3] näherungsweise mit Hilfe eines zeitlich um den Mittelwert eins variierenden Rostabbaufaktors  $\alpha_{\text{Ab}}(t)$  modelliert. Im Modell wird

dafür die Störgröße

$$d_6 := \alpha_{Ab} \quad (4.4)$$

eingeführt<sup>1</sup>. Beide Störgrößen sind im laufenden Betrieb nicht messbar und müssen daher geschätzt werden. Damit kann gemäß [3] das mathematische Modell zur Beschreibung des Brennstoffbettes angeschrieben werden:

$$\frac{dm_{\text{H}_2\text{O}}}{dt} = \frac{-c_{Vd}}{1 + c_{\text{TBB}}d_1}m_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{d_1}{1 + c_{\text{TBB}}d_1}u_1 \quad (4.5)$$

$$\frac{dm_{\text{CHO}}}{dt} = \frac{c_{Vd}c_{\text{TBB}}}{1 + c_{\text{TBB}}d_1}m_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{1}{1 + c_{\text{TBB}}d_1}u_1 - c_{Ab}d_6u_2m_{\text{CHO}}. \quad (4.6)$$

Hierbei wird mit  $c_{Vd}$  ein positiver Verdampfungsfaktor, mit  $c_{\text{TBB}}$  eine positive Totzeitkonstante und mit  $c_{Ab}$  ein positiver Abbaufaktor bezeichnet. Die beiden Massenströme des verdampften Wassers  $\dot{m}_{Vd}$  und des abgebauten Brennstoffs  $\dot{m}_{Ab}$  werden über

$$\dot{m}_{Vd} = c_{Vd}m_{\text{H}_2\text{O}} \quad (4.7)$$

$$\dot{m}_{Ab} = c_{Ab}m_{\text{CHO}}d_6u_2 \quad (4.8)$$

berechnet und als Ausgangsgrößen dieses Teilmodells und spätere Eingangsgrößen für das Teilmodell Verbrennung betrachtet. Für den Brennstoffabbau ist neben der Brennstoffmasse in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}}$  die Störgröße  $d_6$  und der in  $u_2$  eingehende Primärluftmassenstrom  $\dot{m}_{PL}$  verantwortlich. Die variable Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  kann laut [3] anhand der Relation

$$t_{\text{TBB}} := c_{\text{TBB}} \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{u_1} \quad (4.9)$$

berechnet werden. Betrachtet man die Differentialgleichung (4.5) mit der konstanten Eingangsgröße  $\bar{u}_1$  im eingeschwungenen Zustand, so ergibt sich

$$\bar{m}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{d_1}{c_{Vd}}\bar{u}_1. \quad (4.10)$$

Daher kann die Totzeit im stationären Zustand mit

$$\bar{t}_{\text{TBB}} = \frac{c_{\text{TBB}}}{c_{Vd}}d_1 \quad (4.11)$$

angegeben werden. Diese ist aufgrund der Definition der Störgröße  $d_1$  in (4.3) nur vom Wassergehalt des Brennstoffes  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  abhängig. In Abbildung 4.2 ist das Teilmodell als System mit den Eingangsgrößen  $u_1$  und  $u_2$ , den Störgrößen  $d_1$  und  $d_6$  und den Ausgangsgrößen  $\dot{m}_{Vd}$  und  $\dot{m}_{Ab}$  dargestellt.

<sup>1</sup>Im ursprünglichen Modell [3] wurde die Störgröße  $d_6$  nicht definiert. Stattdessen wurde  $\alpha_{Ab}$  in die Definition der Eingangsgröße  $u_2$  hineingezogen. Da die Störgrößen  $d_2, \dots, d_5$  gemäß [3] bereits vergeben sind, wurde an dieser Stelle die Störgröße  $d_6$  eingeführt.

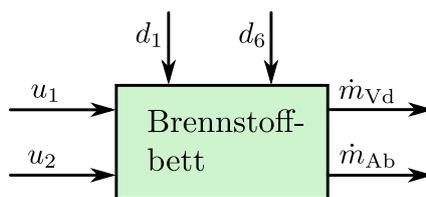


Abbildung 4.2 – Blockschaltbild des Teilmodells Brennstoffbett

## Verbrennung

Im Teilmodell Verbrennung werden die aus dem vollständigen Verbrennungsprozess resultierenden Stoffströme und die frei werdende Energie mathematisch beschrieben. Die Verbrennung in der Primär- und Sekundärverbrennungszone wird dabei im Gesamten betrachtet. Die Modellierung erfolgt über eine stationäre thermodynamische Verbrennungsrechnung mit Stoffmengen- und Energiebilanz. Die Ausgangsgrößen  $\dot{m}_{Vd}$  und  $\dot{m}_{Ab}$  des Brennstoffbettmodells und die zugeführten Massenströme an Primärluft  $\dot{m}_{PL}$ , an Sekundärluft  $\dot{m}_{SL}$  und an rezirkuliertem Rauchgas  $\dot{m}_{RZ}$  stellen die Eingangsgrößen dieses Teilmodells dar. Neben den bereits bekannten Eingangsgrößen  $u_1$  und  $u_2$  werden zwei weitere Eingangsgrößen des Gesamtmodells definiert:

$$u_3 := \dot{m}_{RZ} \quad (4.12)$$

$$u_4 := \dot{m}_{PL} + \dot{m}_{SL}. \quad (4.13)$$

Aufgrund des Feuerraumunterdruckes strömt zusätzlich eine unkontrollierbare Falschlufthemenge durch Ritzen und Undichtheiten in den Feuerraum der Anlage. Der resultierende Falschlufthemassenstrom  $\dot{m}_{FL}$  wird als weitere Störgröße

$$d_7 := \dot{m}_{FL} \quad (4.14)$$

aufgefasst<sup>2</sup>. Auch diese Störgröße ist nicht messbar und muss daher geschätzt werden.

Im Rahmen der Verbrennungsrechnung werden die feuchte Rauchgaszusammensetzung  $\mathbf{x}_{RG}$  und dabei im speziellen der Sauerstoffgehalt des feuchten Rauchgases  $x_{O_2RG}$ , das Verbrennungs-Luftverhältnis über dem Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$ , der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{RG}$  und die adiabate Verbrennungstemperatur  $T_{ad}$  berechnet. Diese Größen bilden die Ausgangsgrößen des betrachteten Teilmodells. Der Rauchgasmassenstrom wird mit

$$\dot{m}_{RG} = \dot{m}_{Vd} + \dot{m}_{Ab} + u_3 + u_4 + d_7 \quad (4.15)$$

berechnet.

## Stoffbilanz

Um den Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{O_2RG}$  und das Verbrennungs-Luftverhältnis über dem Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  mittels Matrizen- bzw. Vektorschreibweise zu berechnen,

<sup>2</sup>Im ursprünglichen Modell [3] wurde diese Störgröße  $d_7$  nicht betrachtet.

werden zunächst die dafür benötigten vektoriellen Größen definiert. Biomasse ist ein organischer Brennstoff dessen Trockensubstanz hauptsächlich aus Kohlenstoff ( $C$ ), Wasserstoff ( $H$ ) und Sauerstoff ( $O$ ) gebildet wird. Bei der chemischen Analyse von Biomasse findet man in geringem Ausmaß auch noch einige weitere chemische Elemente. Aus regelungstechnischer Sicht können diese allerdings für die Beschreibung des Verbrennungsprozesses vernachlässigt werden. Die durchschnittlichen Massenanteile  $w_i$  der wesentlichen Inhaltsstoffe pro Kilogramm trockenem Brennstoff werden im Vektor

$$\mathbf{w}_{\text{BS}} := [w_{C,\text{BS}} \ w_{H,\text{BS}} \ w_{O,\text{BS}}]^T \quad (4.16)$$

zusammengefasst. Werden die Gewichtsanteile auf ihre molaren Massen  $M_i$  bezogen, so können die molaren Anteile pro Kilogramm Brennstoff im Vektor

$$\bar{\mathbf{n}}_{\text{BS}} := \left[ \frac{w_{C,\text{BS}}}{M_C} \ \frac{w_{H,\text{BS}}}{M_H} \ \frac{w_{O,\text{BS}}}{M_O} \right]^T \quad (4.17)$$

angegeben werden. Daraus lässt sich der Vektor mit den durchschnittlichen Stoffmengenanteilen des trockenen Brennstoffes mit

$$\mathbf{x}_{\text{BS}} = [x_{C,\text{BS}} \ x_{H,\text{BS}} \ x_{O,\text{BS}}]^T = \frac{1}{\mathbf{1}^T \bar{\mathbf{n}}_{\text{BS}}} \bar{\mathbf{n}}_{\text{BS}} \quad (4.18)$$

berechnen. Hierbei wird mit  $\mathbf{1}$  ein Vektor mit lauter Einsen und der Dimension des Multiplikanden  $\bar{\mathbf{n}}_{\text{BS}}$  bezeichnet. Zur Bestimmung der Rauchgaszusammensetzung werden die wichtigsten bei der Verbrennung eines organischen Stoffes mit Luft frei werdenden Stoffmengenströme  $\dot{n}$  - Sauerstoff ( $O_2$ ), Stickstoff ( $N_2$ ), Kohlendioxid ( $CO_2$ ) und Wasser ( $H_2O$ ) - zum Vektor

$$\dot{\mathbf{n}} := [\dot{n}_{O_2} \ \dot{n}_{N_2} \ \dot{n}_{CO_2} \ \dot{n}_{H_2O}]^T \quad (4.19)$$

zusammengefasst. Die molaren Massen dieser Stoffe werden im Vektor

$$\mathbf{M} := [M_{O_2} \ M_{N_2} \ M_{CO_2} \ M_{H_2O}]^T \quad (4.20)$$

angegeben. Die Stoffmengenanteile werden im Vektor

$$\mathbf{x} := [x_{O_2} \ x_{N_2} \ x_{CO_2} \ x_{H_2O}]^T \quad (4.21)$$

zusammengefasst. Mit diesem werden später die anteilmäßigen molaren Zusammensetzungen  $\mathbf{x}_L$  von Luft,  $\mathbf{x}_{H_2O}$  von Wasserdampf,  $\mathbf{x}_{\text{BSv}}$  des verbrannten trockenen Brennstoffes und  $\mathbf{x}_{\text{RG}}$  des Rauchgases beschrieben.

Die wesentlichen chemischen Reaktionsgleichungen bei der Verbrennung von Biomasse können mit

$$\begin{bmatrix} x_{O_2,\text{BSv}} \\ x_{N_2,\text{BSv}} \\ x_{CO_2,\text{BSv}} \\ x_{H_2O,\text{BSv}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -0.25 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{R}} \cdot \begin{bmatrix} x_{C,\text{BS}} \\ x_{H,\text{BS}} \\ x_{O,\text{BS}} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

zusammengefasst werden. Die Gleichung beschreibt die chemischen Reaktionen der Hauptbestandteile des Brennstoffes bei einer vollständigen Verbrennung. Mit dieser wird die Umwandlung des Brennstoffes in Rauchgas ohne Berücksichtigung der dafür benötigten Sauerstoff- bzw. Luftmenge berechnet. Deshalb ergibt sich in der ersten Reaktionsgleichung ein negativer Wert für den Sauerstoffgehalt  $x_{O_2}$ , was einer Forderung an zusätzlichem Sauerstoff entspricht. Hierbei wird mit  $\mathbf{R}$  die sogenannte Verbrennungsmatrix bezeichnet. Mit den Definitionen (4.18) und (4.21) kann diese Gleichung kompakt angegeben werden:

$$\mathbf{x}_{BSv} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}_{BS}. \quad (4.23)$$

Dabei werden die Stoffmengenanteile des vollständig verbrannten trockenen Brennstoffes  $\mathbf{x}_{BSv}$  aus den Stoffmengenanteilen des trockenen Brennstoffes  $\mathbf{x}_{BS}$  berechnet.

Der resultierende Rauchgas-Stoffmengenstrom ohne rezirkuliertem Rauchgas<sup>3</sup>  $\dot{\mathbf{n}}_{RGoRZ}$  lautet somit

$$\dot{\mathbf{n}}_{RGoRZ} = \frac{\mathbf{x}_{H_2O}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{H_2O}} \dot{m}_{Vd} + \frac{\mathbf{x}_{BSv}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{BSv}} \dot{m}_{Ab} + \frac{\mathbf{x}_L}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_L} (u_4 + d_7). \quad (4.24)$$

Daraus kann mit

$$\mathbf{x}_{RG} = \frac{\dot{\mathbf{n}}_{RGoRZ}}{\mathbf{1}^T \dot{\mathbf{n}}_{RGoRZ}} \quad (4.25)$$

die Rauchgaszusammensetzung des feuchten Rauchgases berechnet werden. Der Sauerstoffgehalt im feuchten Rauchgas entspricht der ersten Komponente der Rauchgaszusammensetzung  $\mathbf{x}_{RG}$  und stellt die erste Ausgangsgröße des Gesamtmodells dar:

$$y_1 := x_{O_2RG} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{RG}. \quad (4.26)$$

Dieser wird bei der untersuchten Anlage gemessen und sollte im Sinne eines hohen Wirkungsgrades und hoher Ausbrandqualität möglichst genau auf den gewünschten Sollwert geregelt werden.

Das Verbrennungs-Luftverhältnis über dem Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  wird durch das Verhältnis zwischen Primärluftstrom  $\dot{n}_{PL}$  und dem für eine vollständige Verbrennung benötigtem minimalem Luftstoffstrom  $\dot{n}_{Lmin}$  gemäß

$$\lambda_{BB} = \frac{\dot{n}_{PL}}{\dot{n}_{Lmin}} \quad (4.27)$$

berechnet. Die minimal benötigte Luftmenge zur vollständigen Verbrennung von einem Mol Brennstoff  $x_{Lmin,BSv}$  wird durch den Quotienten der dafür benötigten Sauerstoffmenge  $x_{O_2,BSv}$

$$x_{O_2,BSv} = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{BSv} \quad (4.28)$$

und dem Sauerstoffgehalt von Luft  $x_{O_2,L}$  mit

$$x_{Lmin,BSv} = \frac{x_{O_2,BSv}}{x_{O_2,L}} = -\frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{BSv}}{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L} \quad (4.29)$$

---

<sup>3</sup>Der Rauchgas-Stoffmengenstrom wird ausschließlich zur Berechnung der Rauchgaszusammensetzung verwendet. Es wird angenommen, dass die Rauchgaszusammensetzung durch die Vermischung des Rauchgases mit dem rezirkulierten Rauchgas nicht verändert wird.

berechnet. Zur Berechnung des minimal benötigten Luftstromes  $\dot{n}_{\text{Lmin}}$  für eine vollständige Verbrennung des abgebauten Brennstoffstromes  $\dot{n}_{\text{Ab}}$

$$\dot{n}_{\text{Ab}} = \frac{\dot{m}_{\text{Ab}}}{M_{\text{BS}}} = \frac{\dot{m}_{\text{Ab}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}} \quad (4.30)$$

wird dieser mit  $x_{\text{Lmin,BSv}}$  multipliziert:

$$\dot{n}_{\text{Lmin}} = \dot{n}_{\text{Ab}} \cdot x_{\text{Lmin,BSv}} = -\frac{\dot{m}_{\text{Ab}} \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{BSv}} \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{L}}}. \quad (4.31)$$

Der aktuell im Brennstoffbett zugeführte Luftstrom  $\dot{n}_{\text{PL}}$  kann über

$$\dot{n}_{\text{PL}} = \frac{\dot{m}_{\text{PL}}}{M_{\text{L}}} = \frac{\dot{m}_{\text{PL}}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{L}}} \quad (4.32)$$

berechnet werden. Wird angenommen, dass die gesamte Falschlufte der Sekundärluft zuzurechnen ist und deshalb das Brennstoffbett nicht beeinflusst, so ergibt sich für das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett

$$y_4 := \lambda_{\text{BB}} = \frac{\dot{n}_{\text{PL}}}{\dot{n}_{\text{Lmin}}} = -\frac{\dot{m}_{\text{PL}} \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{L}} \mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}}{\dot{m}_{\text{Ab}} \mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{L}} \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}}, \quad (4.33)$$

welches gleichzeitig der vierten Ausgangsgröße des Gesamtmodells entspricht<sup>4</sup>. Um eine hohe Ausbrandqualität zu ermöglichen, muss das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett auf einen bestimmten Sollwert geregelt werden.

Das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett kann zwar nicht gemessen, jedoch aus messbaren Größen berechnet werden. Dafür werden die minimale, für eine vollständige Verbrennung von einem Mol trockenem Brennstoff benötigte Luftmenge  $x_{\text{Lmin,BSv}}$  aus Gleichung (4.29) und die minimale, bei vollständiger Verbrennung von einem Mol trockenem Brennstoff mit Luft resultierende Rauchgasmenge  $x_{\text{RGmin,BSv}}$  benötigt. Diese Rauchgasmenge kann mit

$$x_{\text{RGmin,BSv}} = \underbrace{\frac{x_{\text{N}_2,\text{L}} + x_{\text{H}_2\text{O},\text{L}}}{x_{\text{O}_2,\text{L}}} (-x_{\text{O}_2,\text{BSv}})}_{\text{Stoffmengen aus zugeführter Luft}} + \underbrace{x_{\text{CO}_2,\text{BSv}} + x_{\text{H}_2\text{O},\text{BSv}} + \frac{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} w_{\text{H}_2\text{O}}}_{\text{Stoffmengen aus verbranntem feuchten Brennstoff}} \quad (4.34)$$

ausgedrückt werden. Mit  $x_{\text{O}_2,\text{BSv}}$  wird hierbei die für eine vollständige Verbrennung benötigte Sauerstoffmenge gemäß (4.22) negativ ausgedrückt. Um insgesamt einen positiven Wert zu erhalten, muss der negative Wert  $x_{\text{O}_2,\text{BSv}}$  mit einem negativen Vorzeichen versehen werden. Mit Hilfe der Reaktionsgleichungen (4.22) kann diese Gleichung kompakt dargestellt werden:

$$x_{\text{RGmin,BSv}} = \left[ -\frac{\mathbf{e}_{24}^T \mathbf{x}_{\text{L}}}{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_{\text{L}}} \ 0 \ 1 \ 1 \right] \mathbf{x}_{\text{BSv}} + \frac{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{\text{BSv}}}{M_{\text{H}_2\text{O}}} w_{\text{H}_2\text{O}} \quad (4.35)$$

<sup>4</sup>Die Indizierung der Ausgangsgrößen wurde gemäß [3] festgelegt.

Hierbei wird mit  $\mathbf{e}_{24}^T$  der Vektor

$$\mathbf{e}_{24}^T = [0 \ 1 \ 0 \ 1] \quad (4.36)$$

bezeichnet. Mit Hilfe der (unbekannten) tatsächlich zugeführten Luftmenge pro Mol Brennstoff  $x_{L,BSv}$  und der minimal benötigten Luftmenge zur vollständigen Verbrennung von einem Mol Brennstoff  $x_{Lmin,BSv}$  gemäß (4.29) kann das Gesamt-Verbrennungs-Luftverhältnis

$$\lambda = \frac{x_{L,BSv}}{x_{Lmin,BSv}} \quad (4.37)$$

angegeben werden. Wird die pro Mol verbranntem Brennstoff überschüssige Sauerstoffmenge  $x_{O_2,BSv}$  mit

$$x_{O_2,BSv} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L (x_{L,BSv} - x_{Lmin,BSv}) \quad (4.38)$$

und die pro Mol verbranntem Brennstoff resultierende Rauchgasmenge  $x_{RG,BSv}$  mit

$$x_{RG,BSv} = x_{RGmin,BSv} + x_{L,BSv} - x_{Lmin,BSv} \quad (4.39)$$

berechnet, so kann der Sauerstoffgehalt im feuchten Rauchgas  $x_{O_2RG}$  über

$$x_{O_2RG} = \frac{x_{O_2,BSv}}{x_{RG,BSv}} = \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L (x_{L,BSv} - x_{Lmin,BSv})}{x_{RGmin,BSv} + x_{L,BSv} - x_{Lmin,BSv}} = \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L (\lambda - 1)}{\frac{x_{RGmin,BSv}}{x_{Lmin,BSv}} + \lambda - 1} \quad (4.40)$$

ausgedrückt werden. Die darin auftretende unbekannte Größe  $x_{L,BSv}$  wurde mit Hilfe von Gleichung (4.37) eliminiert. Aufgelöst nach dem Gesamt-Verbrennungs-Luftverhältnis erhält man den Ausdruck

$$\lambda = \frac{1 - \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L}{x_{O_2RG}} - \frac{x_{RGmin,BSv}}{x_{Lmin,BSv}}}{1 - \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L}{x_{O_2RG}}} = 1 + \frac{x_{RGmin,BSv}}{x_{Lmin,BSv} \left( \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L}{x_{O_2RG}} - 1 \right)}. \quad (4.41)$$

Dabei werden die Größen  $x_{Lmin,BSv}$  bzw.  $x_{RGmin,BSv}$  gemäß den Gleichungen (4.29) bzw. (4.35) berechnet und für den Sauerstoffgehalt im feuchten Rauchgas  $x_{O_2RG}$  dessen Messwert verwendet. Dieses Gesamt-Verbrennungs-Luftverhältnis kann mit Hilfe der zugeführten (messbaren) Luftmassenströme  $\dot{m}_{PL}$ ,  $\dot{m}_{SL}$  und dem (schätzbaren) Falschlufmassenstrom  $\dot{m}_{FL}$  in das gesuchte Verbrennungs-Luftverhältnis über dem Brennstoffbett umgerechnet werden:

$$\lambda_{BB} = \frac{\dot{m}_{PL}}{\dot{m}_{PL} + \dot{m}_{SL} + \dot{m}_{FL}} \cdot \lambda = \frac{\dot{m}_{PL}}{u_4 + d_7} \cdot \lambda. \quad (4.42)$$

Wie bereits erwähnt, wird auch hier der gesamte Falschlufmassenstrom der Sekundärluftzufuhr zugerechnet. Somit erhält man eine Größe, welche über verschiedene Konstanten und über messbare bzw. schätzbare Größen bestimmt und somit als Schätzwert für  $\lambda_{BB}$  verwendet werden kann.

## Energiebilanz

Zur Berechnung der adiabaten Verbrennungstemperatur  $T_{ad}$  müssen die Enthalpieströme  $\dot{H}$  der jeweiligen Massenströme (abgebauter Brennstoff  $\dot{m}_{Ab}$ , verdampftes Wasser

$\dot{m}_{\text{Vd}}$ , zugeführte Primärluft  $\dot{m}_{\text{PL}}$ , zugeführte Sekundärluft  $\dot{m}_{\text{SL}}$ , Falschluff  $\dot{m}_{\text{FL}}$  und rezirkuliertes Rauchgas  $\dot{m}_{\text{RZ}}$ ) und daraus der resultierende Rauchgas-Enthalpiestrom  $\dot{H}_{\text{RG}}$  berechnet werden. Dieser kann in die adiabate Verbrennungstemperatur  $T_{\text{ad}}$  umgerechnet werden.

Dafür ist zunächst die Berechnung der spezifischen Enthalpien  $h$  für alle im Rauchgas bzw. in der Luft vorkommenden Gase nötig. Da die Verbrennung bei annähernd konstantem Feuerraumunterdruck  $\Delta p_{\text{FR}}$  stattfindet, wird dabei von isobaren Verhältnissen ausgegangen. Für isobare Zustandsänderungen von Gasen wird die molare spezifische Enthalpie gemäß

$$h_{\text{m}}(T) = \int_{T_0}^T c_{\text{pm}}(\tau) d\tau \quad (4.43)$$

berechnet. Hierbei beschreiben  $c_{\text{pm}}$  die molare spezifische isobare Wärmekapazität und  $T_0$  eine für alle Enthalpie-Berechnungen gleiche Bezugstemperatur. Für die Berechnung der molaren spezifischen Enthalpie kann die molare spezifische Wärmekapazität  $c_{\text{pm}}(T)$  für verschiedene Gase näherungsweise durch Polynomfunktionen berechnet werden [2]. Um die Berechnungen für die adiabaten Verbrennungstemperatur einfach zu halten, werden die resultierenden Funktionen  $h_{\text{m}}(T)$  wiederum mittels Linearisierung

$$h_{\text{m}}(T) \approx kT + d \quad (4.44)$$

hinreichend genau angenähert. Um bei gegebener spezifischer Enthalpie  $h_{\text{m}}(T)$  die Temperatur  $T$  zu bestimmen, kann obige Näherung problemlos nach  $T$  aufgelöst werden. In [3] wurden für die, im Rauchgas vorkommenden Gase in den Temperaturbereichen „kalt“ (0 bis 400°C) und „h-heiß“ (800 bis 1200°C) die Parameter  $k$  und  $d$  für den jeweiligen Bereich optimal ermittelt. Dabei wurde die Bezugstemperatur

$$T_0 = 25^\circ\text{C} \quad (4.45)$$

gewählt. Diese Parameter werden für die vier wesentlichen Gase im Rauchgas bzw. in der Luft (siehe (4.21)) in den Vektoren  $\mathbf{k}_{\text{k}}$  und  $\mathbf{d}_{\text{k}}$  bzw.  $\mathbf{k}_{\text{h}}$  und  $\mathbf{d}_{\text{h}}$  zusammengefasst. Somit kann die molare spezifische Enthalpie  $h_{\text{m}}$  eines Gasgemisches der Zusammensetzung  $\mathbf{x}$  in Form von (4.21) z.B. mit einer Temperatur  $T$  im heißen Temperaturbereich über

$$h_{\text{m}} = \mathbf{x}^T (\mathbf{k}_{\text{h}} T + \mathbf{d}_{\text{h}}) \quad (4.46)$$

berechnet und über

$$h = \frac{h_{\text{m}}}{\mathbf{x}^T \mathbf{M}} \quad (4.47)$$

in die spezifische Enthalpie  $h$  umgerechnet werden. Der Vektor  $\mathbf{M}$  entspricht dabei dem Vektor mit den molaren Massen aus (4.20).

Die spezifischen Enthalpien  $h_{\text{L}}$  der von außen zugeführten Luftmassenströme ( $\dot{m}_{\text{PL}}$ ,  $\dot{m}_{\text{SL}}$ ,  $\dot{m}_{\text{FL}}$ ) und  $h_{\text{RZ}}$  des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes ( $\dot{m}_{\text{RZ}}$ ) können somit durch

$$h_{\text{L}} = \frac{\mathbf{x}_{\text{L}}^T (\mathbf{k}_{\text{k}} T_{\text{L}} + \mathbf{d}_{\text{k}})}{\mathbf{x}_{\text{L}}^T \mathbf{M}} \quad (4.48)$$

$$h_{\text{RZ}} = \frac{\mathbf{x}_{\text{RG}}^T (\mathbf{k}_{\text{k}} T_{\text{RZ}} + \mathbf{d}_{\text{k}})}{\mathbf{x}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}} \quad (4.49)$$

in Abhängigkeit der gemessenen Lufttemperatur  $T_L$  bzw. der gemessenen Temperatur des rezirkulierten Rauchgases  $T_{RZ}$  berechnet werden. Hierbei entsprechen  $\mathbf{x}_L$  und  $\mathbf{x}_{RG}$  den anteilmäßigen molaren Stoffzusammensetzungen. Die Temperatur der Umgebungsluft  $T_L$  ist natürlich nicht beeinflussbar. Die Temperatur des rezirkulierten Rauchgases  $T_{RZ}$  ist zum Teil von der aktuellen Anlagenleistung abhängig und kann deshalb auch nicht direkt beeinflusst werden. Im eingeschwungenen Betrieb der Anlage variiert diese Größe nur langsam in einem relativ kleinen Bereich. Bei beiden spezifischen Enthalpien handelt es sich um nicht direkt beeinflussbare veränderliche Größen, welche als messbare Störgrößen

$$d_2 := h_L \quad (4.50)$$

$$d_3 := h_{RZ} \quad (4.51)$$

definiert werden. Damit kann der resultierende Enthalpiestrom des Rauchgases mit

$$\dot{H}_{RG} = -\dot{m}_{Vd}h_{Vd} + \dot{m}_{Ab}H_{uCHO} + (u_4 + d_7)d_2 + u_3d_3 \quad (4.52)$$

berechnet werden. Hierbei entspricht  $h_{Vd}$  der spezifischen Verdampfungsenthalpie von Wasser und  $H_{uCHO}$  dem Heizwert der trockenen Biomasse. Beide Größen können aus Tabellen der einschlägigen Literatur übernommen werden. Mit Hilfe des Rauchgasmassenstromes (4.15) wird die spezifische Enthalpie des Rauchgases über

$$h_{RG} = \frac{\dot{H}_{RG}}{\dot{m}_{RG}} \quad (4.53)$$

berechnet. Über die Gleichungen (4.46) und (4.47) kann diese auch durch

$$h_{RG} = \frac{\mathbf{x}_{RG}^T (\mathbf{k}_h T_{ad} + \mathbf{d}_h)}{\mathbf{x}_{RG}^T \mathbf{M}} \quad (4.54)$$

in Abhängigkeit der adiabaten Verbrennungstemperatur  $T_{ad}$  ausgedrückt werden. Nach  $T_{ad}$  aufgelöst, erhält man den Ausdruck zur Bestimmung der adiabaten Verbrennungstemperatur

$$T_{ad} = \frac{\mathbf{x}_{RG}^T (\mathbf{M}h_{RG} - \mathbf{d}_h)}{\mathbf{x}_{RG}^T \mathbf{k}_h} \approx \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T (\mathbf{M}h_{RG} - \mathbf{d}_h)}{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} \quad (4.55)$$

in Abhängigkeit der Rauchgaszusammensetzung  $\mathbf{x}_{RG}$  aus Gleichung (4.25). Näherungsweise kann diese mit einer mittleren konstanten Rauchgaszusammensetzung  $\bar{\mathbf{x}}_{RG}$  berechnet werden. Mit Hilfe dieser Näherungslösung wird eine wesentliche Vereinfachung für das spätere Gesamtmodell erreicht. In Abbildung 4.3 ist das Teilmodell als System mit den Eingangsgrößen  $\dot{m}_{Vd}$ ,  $\dot{m}_{Ab}$ ,  $u_3$  und  $u_4$ , den Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$  und  $d_7$  und den Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $\dot{m}_{RG}$ ,  $y_4$  und  $T_{ad}$  dargestellt.

### Schamottspeicher

Da die Wände der Biomasse-Feuerungsanlage nach außen gut isoliert sind, werden die Wärmeverluste in die Umgebung für die Modellbildung vernachlässigt. Allerdings besitzen

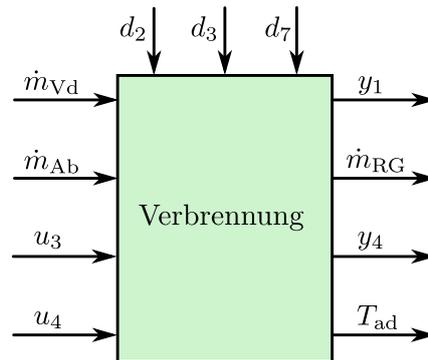


Abbildung 4.3 – Blockschaltbild des Teilmodells Verbrennung

die Schamottsteine, mit denen der gesamte Feuerraum im Inneren der Anlage ausgekleidet ist, eine sehr große Wärmekapazität. Das bedeutet, dass es im Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage zu Wärmeströmungen zwischen Rauchgas und diesen Schamottsteinen kommt. Um diesen thermischen Speichervorgang im Teilmodell Schamottspeicher hinreichend genau zu beschreiben, wird die mittlere Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  eingeführt und das lineare Modell

$$\frac{T_{\text{Sch}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\text{Sch}}} (-T_{\text{Sch}} + T_{\text{ad}}) \quad (4.56)$$

mit der positiven Zeitkonstanten  $\tau_{\text{Sch}}$  angesetzt [3]. Als Eingangsgröße dient die adiabate Verbrennungstemperatur  $T_{\text{ad}}$  aus der Verbrennungsrechnung im vorigen Abschnitt. Die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{RG}}$  wird vor dem Eintritt in den Wärmetauscher gemessen und bildet die Ausgangsgröße dieses Teilmodells. Diese wird gemäß [3] mit

$$T_{\text{RG}} = \frac{2c_{\text{Sch}}T_{\text{Sch}} + 2(1 - c_{\text{Sch}})T_{\text{ad}}}{2} = c_{\text{Sch}}T_{\text{Sch}} + (1 - c_{\text{Sch}})T_{\text{ad}} \quad (4.57)$$

berechnet. Damit wird die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{RG}}$  als gewichtetes arithmetisches Mittel aus mittlerer Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  und adiabater Verbrennungstemperatur  $T_{\text{ad}}$  mit den Gewichtungsfaktoren  $2c_{\text{Sch}}$  bzw.  $2(1 - c_{\text{Sch}})$  berechnet. Beim Gewichtungsfaktor  $c_{\text{Sch}}$  handelt es sich um eine positive Konstante kleiner eins. Aus systemtechnischer Sicht ergibt sich ein sprungfähiges dynamisches System. In Abbildung 4.4 ist das Teilmodell als System mit der Eingangsgröße  $T_{\text{ad}}$  und der Ausgangsgröße  $T_{\text{RG}}$  dargestellt.



Abbildung 4.4 – Blockschaltbild des Teilmodells Schamottspeicher

## Temperatursensor

Im Feuerraum einer Biomasse-Feuerungsanlage herrschen Temperaturen über  $1000^{\circ}\text{C}$  vor. Zur Messung von Temperaturen dieser Größenordnung werden Thermoelement-Temperatursensoren eingesetzt. Diese sind baulich als dünne Zylinder ausgeführt, werden durch die Wände der Biomasse-Feuerungsanlage durchgesteckt und im Feuerraum vom heißen Rauchgas umströmt. Der Temperatursensor sitzt in einem gasdichten Keramikschutzrohr, welches von einem Stahlschutzrohr vor mechanischen Einwirkungen geschützt wird [5, 16].

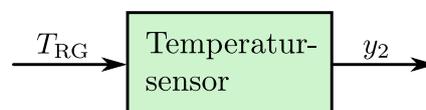
Die Rauchgastemperatur  $T_{\text{RG}}$  in der Sekundärverbrennungszone wird kurz vor dem Eintritt in den Wärmeübertrager mit einem solchen Thermoelement-Temperatursensor gemessen. Aufgrund der thermischen Speicherwirkung der Schutzrohre kommt es zu einem verzögerten Messverhalten. Das bedeutet, dass die in der Sekundärverbrennungszone gemessene Temperatur  $T_{\text{SVZ}}$  der tatsächlichen Rauchgastemperatur  $T_{\text{RG}}$  zeitlich verzögert folgt. Dieses Verzögerungsverhalten kann über das lineare Modell

$$\frac{dT_{\text{SVZ}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\text{SE}}} (-T_{\text{SVZ}} + T_{\text{RG}}) \quad (4.58)$$

mit der positiven Zeitkonstanten  $\tau_{\text{SE}}$  hinreichend genau beschrieben werden [17]. Die messbare Temperatur

$$y_2 := T_{\text{SVZ}} \quad (4.59)$$

wird als weitere Ausgangsgröße des Gesamtsystems betrachtet. Aufgrund von Wärmestrahlung zwischen Temperatursensor und den Feuerraumwänden wird die gemessene Sensortemperatur zusätzlich beeinflusst. Deshalb wurde in [5, 16] ein genaueres Modell zur Beschreibung des Messverhaltens hergeleitet. Allerdings wurde aus Messungen ersichtlich, dass obiges Modell zur Beschreibung des Messverhaltens für regelungstechnische Zwecke ausreichend ist. Bei manchen Anlagen ist die Zeitkonstante  $\tau_{\text{SE}}$  sogar so klein, dass die Dynamik des Temperatursensors vernachlässigt werden kann. In Abbildung 4.5 ist das Teilmodell als System mit der Eingangsgröße  $T_{\text{RG}}$  und der Ausgangsgröße  $y_2$  dargestellt.



**Abbildung 4.5** – Blockschaltbild des Teilmodells Temperatursensor

## Wärmeübertrager

Um die freigesetzte Wärme größtenteils auf Wasser zu übertragen, wird bei der betrachteten Anlage ein Rauchrohr-Wärmeübertrager verwendet. Dabei wird das Rauchgas durch dünne Rohre hindurchgeführt, bevor es vom Austritt des Wärmeübertragers in den Kamin gelangt. Rund um diese Rauchgasrohre befindet sich ein Hohlzylinder aus Stahl, der mit

Wasser gefüllt ist und sowohl einen Zulauf als auch einen Ablauf besitzt. Über einen Hydraulikkreislauf wird das Wasser durch diesen Hohlzylinder gepumpt und währenddessen vom heißen Rauchgas erwärmt, wodurch das heiße Rauchgas abkühlt. Der Wasserzufluss wird dabei mit Rücklauf und der Wasserabfluss mit Vorlauf bezeichnet. Der genaue Aufbau eines Rauchrohr-Wärmeübertragers und die Herleitung des mathematischen Modells kann in [3, 6, 16] nachgelesen werden.

Im Teilmodell Wärmeübertrager wird dieser Prozess mathematisch nachgebildet. Dabei wird eine Serienschaltung zweier Teilsysteme angesetzt. Das erste Teilsystem beschreibt den vom Rauchgas auf das Wasser übertragenen Wärmestrom  $\dot{Q}_{\text{WT}}$  und das zweite die Auswirkung des übertragenen Wärmestromes auf die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$ . Da die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone ( $> 1000^\circ\text{C}$ ) um ein Vielfaches höher ist als die Wassertemperatur ( $< 100^\circ\text{C}$ ), konnte im Modell die energetische Rückwirkung vom Wasser zum Rauchgas vernachlässigt werden. Die Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$  wird bei der untersuchten Anlage gemessen und als dritte Ausgangsgröße

$$y_3 := T_{\text{VL}} \quad (4.60)$$

des Gesamtmodells definiert. Für den übertragenen Wärmestrom wird in erster Näherung der statische Zusammenhang

$$\dot{Q}_{\text{WT}} = c_{\text{WT}} \dot{m}_{\text{RG}} (T_{\text{RG}} - T_{\text{W}}) \quad (4.61)$$

vorgeschlagen. Dieser hängt in erster Linie von der Rauchgastemperatur am Eintritt des Wärmeübertragers  $T_{\text{RG}}$ , vom Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  und von der mittleren (näherungsweise) konstanten Wassertemperatur im Wärmeübertrager  $T_{\text{W}}$  ab. Hierbei wird mit  $c_{\text{WT}}$  eine positive Konstante bezeichnet. Dieser Wärmestrom dient als Eingangsgröße für das nachgeschaltete Teilsystem zur Beschreibung der Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}$ , welches zusätzlich von den beiden nicht beeinflussbaren jedoch veränderlichen Größen Wassermassenstrom  $\dot{m}_{\text{W}}$  und Rücklauftemperatur  $T_{\text{RL}}$  beeinflusst wird. Diese beiden Größen sind typischerweise messbar und werden als weitere Störgrößen für das Gesamtmodell definiert:

$$d_4 := \dot{m}_{\text{W}} \quad (4.62)$$

$$d_5 := T_{\text{RL}} (t - t_{\text{TWT}}). \quad (4.63)$$

Da die Rücklauftemperatur nicht im Kessel, sondern davor gemessen wird, ist diese totzeitverzögert, was durch den Term  $(t - t_{\text{TWT}})$  symbolisiert wird. Die Totzeit  $t_{\text{TWT}}$  ist dabei näherungsweise indirekt proportional zum Wassermassenstrom  $\dot{m}_{\text{W}}$  und kann mit der positiven Konstanten  $c_{\text{TWT}}$  gemäß

$$t_{\text{TWT}} = \frac{c_{\text{TWT}}}{d_4} \quad (4.64)$$

berechnet werden [3]. Das dynamische Verhalten der Vorlauftemperatur wird durch die Differentialgleichung

$$\frac{dT_{\text{VL}}}{dt} = \frac{d_4}{c_{\text{VL}}} (-T_{\text{VL}} + d_5) + \frac{\dot{Q}_{\text{WT}}}{c_{\text{VL}} c_{\text{W}}} \quad (4.65)$$

beschrieben. Dabei wird mit  $c_{VL}$  eine positive Konstante und mit  $c_W$  die näherungsweise konstante Wärmekapazität von Wasser bezeichnet. In Abbildung 4.6 ist das Teilmodell als System mit den Eingangsgrößen  $\dot{m}_{RG}$  und  $T_{RG}$ , den Störgrößen  $d_4$  und  $d_5$  und der Ausgangsgröße  $y_3$  dargestellt.

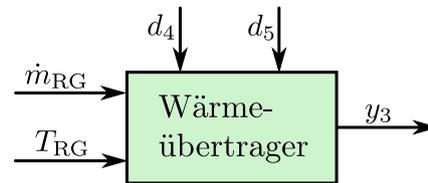


Abbildung 4.6 – Blockschaltbild des Teilmodells Wärmeübertrager

## 4.1.2 Gesamtmodell

Um das Gesamtverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage zu beschreiben, werden die vorgestellten Teilmodelle zu einem Gesamtmodell verbunden. Die Aneinanderreihung der Teilmodelle ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

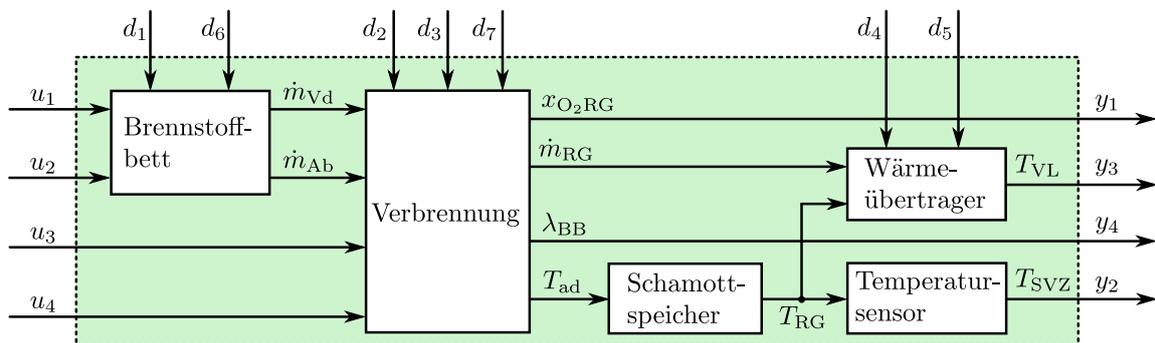


Abbildung 4.7 – Gesamte Modellstruktur der Biomasse-Feuerungsanlage

Man erkennt deutlich, dass es sich beim Gesamtmodell um eine Serien- bzw. Parallelschaltung der einzelnen Teilmodelle handelt. Um die Gleichungen zur Beschreibung der Teilmodelle in einem Zustandsraummodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) \quad (4.66a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{d}) \quad (4.66b)$$

zusammenzufassen, werden die Zustandsvariablen

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} m_{H_2O} \\ m_{CHO} \\ T_{Sch} \\ T_{VL} \\ T_{SVZ} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

definiert. Zusätzlich werden die Eingangsgrößen im Vektor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{BS}}(t - t_{\text{TBB}}) \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}} \\ \dot{m}_{\text{RZ}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix}, \quad (4.68)$$

die Störgrößen im Vektor

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}(t - t_{\text{TBB}})}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}(t - t_{\text{TBB}})} \\ h_{\text{L}} \\ h_{\text{RZ}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}}) \\ \alpha_{\text{Ab}} \\ \dot{m}_{\text{FL}} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

und die Ausgangsgrößen im Vektor

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x_{\text{O}_2\text{RG}} \\ T_{\text{SVZ}} \\ T_{\text{VL}} \\ \lambda_{\text{BB}} \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

zusammengefasst. Mit den im Anhang A.1.2 aufgeführten positiven Modellkonstanten  $c_{ij}$  erhält man schließlich folgendes Gesamtmodell:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-c_{11}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \quad (4.71a)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{11}c_{12}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1 - c_{21}d_6x_2u_2 \quad (4.71b)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{-c_{51}x_1 + c_{52}d_6x_2u_2 + c_{53}d_3u_3 + c_{53}d_2(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} - c_{54}x_3 + c_{55} \quad (4.71c)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_4}{dt} = & (c_{31}x_3 - c_{32})x_1 + (c_{33}x_3 + c_{34})d_6x_2u_2 + (c_{35}x_3 - c_{36} + c_{37}d_3)u_3 + \\ & + (c_{35}x_3 - c_{36} + c_{37}d_2)(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_4 - d_5) \end{aligned} \quad (4.71d)$$

$$\frac{dx_5}{dt} = \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6x_2u_2 + c_{43}d_3u_3 + c_{43}d_2(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + c_{44}x_3 + c_{45} - c_{46}x_5 \quad (4.71e)$$

$$(4.71f)$$

$$y_1 = x_{\text{O}_2\text{RG}} = \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \quad (4.71g)$$

$$y_2 = T_{\text{SVZ}} = x_5 \quad (4.71h)$$

$$y_3 = T_{\text{VL}} = x_4 \quad (4.71i)$$

$$y_4 = \lambda_{\text{BB}} = \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2}. \quad (4.71j)$$

Dabei handelt es sich um ein nichtlineares Mehrgrößensystem mit fünf Zustandsgrößen, vier Eingangsgrößen und vier Ausgangsgrößen. Letztere sind bei der betrachteten Anlage mess- bzw. schätzbar<sup>5</sup> und sollen von der Regelung auf die Sollwerte

$$\mathbf{y}_s = [x_{O_2RG,s} \ T_{SVZ,s} \ T_{VL,s} \ \lambda_{BB,s}]^T \quad (4.72)$$

geregelt werden. In weiterer Folge wird das Modell für den Reglerentwurf untersucht und vereinfacht.

### 4.1.3 Systemtechnische Analyse und Vereinfachung des Modells

Zunächst wird die Stabilität der Ruhelagen des nichtlinearen Modells (4.71) mit Hilfe der INDIREKTEN METHODE VON LJAPUNOV untersucht. Für die Bestimmung der Ruhelagen  $\mathbf{x}_R$  bzw. der Ruheeingangsgrößen  $\mathbf{u}_R$  werden die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}_R$  den Sollwerten  $\mathbf{y}_s$  gleichgesetzt:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{x}}{dt} \stackrel{!}{=} 0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) \\ \mathbf{y}_R \stackrel{!}{=} \mathbf{y}_s = \mathbf{g}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{x}_R = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{y}_s, \mathbf{d}_R) \\ \mathbf{u}_R = \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{y}_s, \mathbf{d}_R) \end{array}. \quad (4.73)$$

Um die nichtlinearen Differentialgleichungen des Modells (4.71) zu linearisieren, wird die Funktion  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \bar{\mathbf{d}})$  (für konstante Störgrößen  $\bar{\mathbf{d}}$ ) mit den Größen

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_R + \boldsymbol{\nu} \quad (4.74)$$

als Taylorreihe angeschrieben, wobei Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden. Für kleine Auslenkungen  $\boldsymbol{\zeta} \ll 0$  bzw.  $\boldsymbol{\nu} \ll 0$  ist das resultierende lineare Modell

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R} \cdot \boldsymbol{\zeta} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R} \cdot \boldsymbol{\nu}. \quad (4.75)$$

gültig. Die Ruhelage  $\mathbf{x}_R$  ist genau dann asymptotisch stabil, wenn alle Eigenwerte der Jacobi-Matrix  $\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R}$  einen negativen Realteil aufweisen. Die Jacobi-Matrix des betrachteten Modells besitzt die Struktur

$$\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_{1,R}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}(\mathbf{d}_R) & -c_{21}d_{6,R}u_{2,R} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) & a_{32}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) & -c_{54} & 0 & 0 \\ a_{41}(x_{3,R}) & a_{42}(x_{3,R}, u_{2,R}, d_{6,R}) & a_{42}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) & -c_{38}d_{4,R} & 0 \\ a_{51}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) & a_{52}(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R, \mathbf{d}_R) & c_{44} & 0 & -c_{46} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R}. \quad (4.76)$$

Wie man erkennt, handelt es sich um eine untere Dreiecksmatrix, welche aus der Serienschaltung der einzelnen Teilmodelle resultiert. Dabei entsprechen die Diagonaleinträge den Eigenwerten der Matrix. Diese sind Funktionen der positiven Konstanten  $c_{ij}$ , der positiven Eingangsgröße  $u_{2,R}$  und der positiven Störgrößen  $d_{1,R}$ ,  $d_{4,R}$  und  $d_{6,R}$ . Damit sind

<sup>5</sup>Das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  kann nicht gemessen, aber mit Hilfe messbarer Größen geschätzt werden (siehe Abschnitt 4.1.1).

alle Eigenwerte negativ und die Ruhelagen  $\mathbf{x}_R$  des Modells sind *asymptotisch stabil nach Ljapunov*.

Für den Reglerentwurf kann das Modell vereinfacht werden. Die Differentialgleichung (4.56) zur Beschreibung der mittleren Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  besitzt im Vergleich zu den anderen dynamischen Vorgängen eine sehr große Zeitkonstante  $\tau_{\text{Sch}} \gg 0$ . Daher ändert sich  $T_{\text{Sch}}$  nur langsam. Die messbare Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{RG}}$  wird, wie in (4.57) ersichtlich, als Linearkombination der langsam veränderlichen Größe  $T_{\text{Sch}}$  und der viel schneller variierbaren adiabaten Verbrennungstemperatur  $T_{\text{ad}}$  gebildet. Im dynamischen Betrieb wird deshalb die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{RG}}$  und somit auch die Regelgröße  $y_2 = T_{\text{SVZ}}$  hauptsächlich von der adiabaten Verbrennungstemperatur  $T_{\text{ad}}$  beeinflusst. Daher wird die Differentialgleichung (4.56) bzw. (4.71c) für den Reglerentwurf vernachlässigt und die mittlere Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  als langsam veränderliche Störgröße

$$d_8 := T_{\text{Sch}} \quad (4.77)$$

betrachtet. Da die Temperatur  $T_{\text{Sch}}$  nicht messbar ist, muss diese geschätzt werden. Wie die Störgröße  $d_8$  ändern sich auch die Störgrößen  $d_2$  (spezifische Enthalpie der zugeführten Luft) und  $d_3$  (spezifische Enthalpie des rezirkulierten Rauchgases) nur langsam. Daher werden diese im Modell für den Reglerentwurf gemeinsam mit den jeweiligen Konstanten  $c_{ij}$  in den Abkürzungen  $\tilde{c}_{ij}$  zusammengefasst. Bei diesen Abkürzungen handelt es sich um sehr langsam veränderliche Größen, welche für den Reglerentwurf als Konstanten betrachtet werden. Mit den Eingangsgrößen (4.68), den Zustandsgrößen

$$\mathbf{x} := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{H_2O} \\ m_{CHO} \\ T_{\text{VL}} \\ T_{\text{SVZ}} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

und den Ausgangsgrößen (4.70) ergibt sich das vereinfachte Reglerentwurfsmodell:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-c_{11}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \quad (4.79a)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{11}c_{12}}{1 + c_{12}d_1}x_1 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1 - c_{21}d_6x_2u_2 \quad (4.79b)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \quad (4.79c)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \quad (4.79d)$$

$$y_1 = x_{\text{O}_2\text{RG}} = \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \quad (4.79e)$$

$$y_2 = T_{\text{SVZ}} = x_4 \quad (4.79f)$$

$$y_3 = T_{\text{VL}} = x_3 \quad (4.79g)$$

$$y_4 = \lambda_{\text{BB}} = \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2}. \quad (4.79h)$$

Die genaue Berechnung der Konstanten  $c_{ij}$  bzw. der Abkürzungen  $\tilde{c}_{ij}$  ist im Anhang A.2.2 angegeben. Die relevanten Störgrößen können dabei im Vektor

$$\mathbf{d} := \begin{bmatrix} d_1 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}(t-t_{\text{TBB}})}{1-w_{\text{H}_2\text{O}}(t-t_{\text{TBB}})} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}}(t-t_{\text{TWT}}) \\ \alpha_A \\ \dot{m}_{\text{FL}} \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

zusammengefasst werden. Bei der Wahl eines modellbasierten Regelungskonzeptes muss bedacht werden, dass die Modellkonstanten  $c_{ij}$  einer Biomasse-Feuerungsanlage teilweise unter schwierigen Bedingungen an eine reale Anlage angepasst werden müssen. Speziell bei Großanlagen (keine Serienfertigung) muss die Parameteridentifikation direkt bei der Inbetriebnahme erfolgen. Für die dafür benötigten Versuche ist meistens nur wenig Zeit verfügbar. Das bedeutet, dass das verifizierte Modell die Realität nicht perfekt abbildet. Daher ist es wichtig, eine möglichst robuste Regelung zu entwerfen.

Mit Hilfe des in weiterer Folge zu bestimmenden Regelgesetzes sollen die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  so vorgegeben werden, dass die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  vorgegebenen Sollwerten  $\mathbf{y}_s$  möglichst gut folgen. Diese Eingangsgrößen entsprechen den Massenströmen in den Versorgungsleitungen und müssen mit Hilfe der vorhandenen Stellgeräte (Förderschnecke bzw. Ventilatoren und Klappen) eingestellt und von den unterlagerten Massenstromreglern (siehe Kapitel 3) geregelt werden. Dafür werden die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  in die Soll-Massenströme

$$\dot{m}_{\text{BS},s} = u_1(t + t_{\text{TBB}}) \quad (4.81a)$$

$$\dot{m}_{\text{PL},s} = u_2 - \dot{m}_{\text{PL}0} \quad (4.81b)$$

$$\dot{m}_{\text{SL},s} = u_4 - u_2 + \dot{m}_{\text{PL}0} \quad (4.81c)$$

$$\dot{m}_{\text{RZ},s} = u_3 \quad (4.81d)$$

umgerechnet und als Sollwerte für die Massenstrom-Regelungen verwendet. Bei der Berechnungsvorschrift (4.81a) muss allerdings der nicht kausale Zusammenhang beachtet werden. Dies würde nämlich bedeuten, dass  $u_1$  für die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  vorausberechnet werden müsste, was natürlich von der Regelung nicht realisiert werden kann. Deshalb wird der Soll-Brennstoffmassenstrom gleich der Eingangsgröße  $u_1$  vorgegeben:

$$\dot{m}_{\text{BS},s} = u_1. \quad (4.82)$$

Die tatsächlich wirksame Eingangsgröße  $u_1(t - t_{\text{TBB}})$  ist um die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  verzögert. Aus diesem Grund wird die Eingangsgröße  $u_1$  bzw. der zugeführte Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_{\text{BS}}$  nicht für die hochdynamische Regelung des Verbrennungsprozesses, sondern zur Stabilisierung des Brennstoffbettes verwendet. Man kann sich die Brennstoffzufuhr auch als Versorgung eines Puffers (Brennstoffbett) vorstellen. Die Eingangsgröße  $u_2$  (Primärluftmassenstrom) gibt vor, wie schnell dieser Puffer verkleinert wird. Die Regelung der Brennstoffzufuhr muss auf die Verkleinerung bzw. Vergrößerung des Puffers reagieren. Aufgrund der variablen Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  kann diese Reaktion nicht spontan, sondern nur

zeitverzögert und aus Stabilitätsgründen langsam ablaufen. Schwankungen in der Puffergröße stellen keine Probleme dar, solange diese innerhalb der Grenzen (leeres Brennstoffbett bzw. überfülltes Brennstoffbett) bleiben. Daher muss der Brennstoffmassenstrom, je nach Masse an trockenem Brennstoff in der Abbauzone  $m_{\text{CHO}} = x_2$ , über die Regelung erhöht bzw. reduziert werden.

#### 4.1.4 Bestimmung bzw. Abschätzung von Störgrößen

Für einen guten geregelten Betrieb ist es vorteilhaft, die auf das Modell (4.79) einwirkenden Störgrößen  $\mathbf{d}$  gemäß (4.80) bzw. auch die, in die Berechnung der Abkürzungen  $\tilde{c}_{ij}$  einfließenden Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$  und  $d_8$  zu kennen und bei der Regelung zu verwenden. Die nicht messbaren Störgrößen müssen für diesen Zweck geeignet geschätzt werden.

##### Störgröße $d_1$ - Wassergehalt der Biomasse

Der Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  der feuchten Biomasse kann prinzipiell über spezielle Feuchtemessgeräte kontinuierlich im laufenden Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage bestimmt werden. Allerdings sind diese Messgeräte für den praktischen Einsatz zu teuer und werden in der Praxis nicht verwendet. Ein mittlerer Wassergehalt der Biomasse kann mit Hilfe von Brennstoffproben ermittelt werden. Dabei wird die Masse der feuchten Biomasse-Probe bestimmt, die Biomasse-Probe getrocknet und die Masse der trockenen Biomasse-Probe ermittelt. Die entstehende Differenz entspricht der Wassermasse  $m_{\text{W}}$ . Somit kann über Gleichung (4.1) der Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  der Probe bzw. ein Mittelwert  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  aus mehreren Proben und über Gleichung (4.3) ein Mittelwert  $\bar{d}_1$  berechnet werden.

##### Störgröße $d_2$ - Enthalpie der zugeführten Luft

Die Temperatur der Umgebungsluft  $T_{\text{L}}$  wird bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage gemessen. Daher kann die Störgröße  $d_2 = h_{\text{L}}$  über Gleichung (4.48) berechnet werden.

##### Störgröße $d_3$ - Enthalpie des rezirkulierten Rauchgases

Da auch die Temperatur  $T_{\text{RZ}}$  des rezirkulierten Rauchgases bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage gemessen wird, kann die Störgröße  $d_3 = h_{\text{RZ}}$  über Gleichung (4.49) berechnet werden.

##### Störgröße $d_4$ - Wassermassenstrom durch den Wärmeübertrager

Der Wassermassenstrom  $\dot{m}_{\text{W}} = d_4$  durch den Wärmeübertrager ist für den Anlagenbetreiber zur Berechnung der bereitgestellten Wärmeleistung  $\dot{Q}_{\text{W}}$  wichtig und wird daher bei den meisten Biomasse-Feuerungsanlagen gemessen.

### Störgröße $d_5$ - Rücklauf­temperatur in den Wärmeübertrager

Auch die Rücklauf­temperatur  $T_{\text{RL}}$  in den Wärmeübertrager wird zur Berechnung der bereitgestellten Wärmeleistung  $\dot{Q}_{\text{W}}$  benötigt und bei den meisten Biomasse-Feuerungsanlagen gemessen. Da sich die Messstelle außerhalb des Wärmeübertragers befindet, ist die Größe  $d_5 = T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}})$  totzeitverzögert.

### Störgröße $d_6$ - Abbauschwankungen

Die Größe  $d_6 = \alpha_{\text{Ab}}$ , zur Beschreibung der Abbauschwankungen, kann nicht gemessen werden. Deshalb muss die um den Mittelwert eins schwankende Störgröße  $d_6$  über andere Größen geschätzt oder auf den Mittelwert  $\bar{d}_6 = 1$  festgelegt werden. Die Bestimmung eines Schätzwertes dieser Störgröße ist für die Regelung der Biomasse-Feuerungsanlage sehr vorteilhaft. Dies wird bei den Ergebnissen in Kapitel 6 klar ersichtlich. Wie in [45, 46] gezeigt wurde, ist die Bestimmung eines Schätzwertes mit Hilfe eines Kalman-Filters möglich.

### Störgröße $d_7$ - Falschluf­tmassenstrom

Der Falschluf­tmassenstrom  $\dot{m}_{\text{FL}} = d_7$  kann nicht gemessen werden und muss deshalb entweder auf einen konstanten mittleren Schätzwert  $\bar{d}_7 = \bar{\dot{m}}_{\text{FL}}$  festgelegt oder über ein Falschluf­modell (siehe Abschnitt 3.2.2) geschätzt werden. Alternativ dazu ist die Ermittlung eines Schätzwertes auch mit Hilfe eines Kalman-Filters möglich [45, 46].

### Störgröße $d_8$ - Schamotttemperatur

Für den Reglerentwurf wird das vereinfachte Modell (4.79) vorgeschlagen. Dabei wurde die Differentialgleichung zur Beschreibung der mittleren Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  eliminiert und  $T_{\text{Sch}}$  als Störgröße  $d_8$  aufgefasst. Da die mittlere Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  nicht messbar ist, muss diese geschätzt werden. Im Abschnitt 4.1.1 wurde bereits das Modell (4.56) zur Berechnung der mittleren Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}}$  angegeben, welches auch für die Bestimmung eines Schätzwertes  $\hat{T}_{\text{Sch}}$  geeignet ist. Die nicht messbare Eingangsgröße  $T_{\text{ad}}$  wird dabei über den Zusammenhang (4.57) ausgedrückt

$$T_{\text{ad}} = \frac{1}{1 - c_{\text{Sch}}} T_{\text{RG}} - \frac{c_{\text{Sch}}}{1 - c_{\text{Sch}}} T_{\text{Sch}} \quad (4.83)$$

und in (4.56) eingesetzt:

$$\frac{dT_{\text{Sch}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{\text{Sch}}(1 - c_{\text{Sch}})} (-T_{\text{Sch}} + T_{\text{RG}}). \quad (4.84)$$

Wird die tatsächliche Rauchgastemperatur  $T_{\text{RG}}$  in der Sekundärverbrennungszone durch die Messgröße  $T_{\text{SVZ}}$  ersetzt, so kann mit der Zeitkonstanten

$$\hat{\tau}_{\text{Sch}} = \tau_{\text{Sch}}(1 - c_{\text{Sch}}) \quad (4.85)$$

ein Modell zur Bestimmung eines Schätzwertes  $\hat{T}_{\text{Sch}} \approx d_8$  angeschrieben werden:

$$\frac{d\hat{T}_{\text{Sch}}}{dt} = \frac{1}{\hat{\tau}_{\text{Sch}}} \left( -\hat{T}_{\text{Sch}} + T_{\text{SVZ}} \right). \quad (4.86)$$

Betrachtet man den eingeschwungenen Zustand des Modells (4.86), so kann die Störgröße  $d_8$  in grober Näherung auch auf den Mittelwert

$$\bar{d}_8 \approx T_{\text{SVZ}} \quad (4.87)$$

festgelegt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Schamotttemperatur  $T_{\text{Sch}} = d_8$  mit Hilfe des Kalman-Filters auf Basis des Gesamtmodells (4.71) abzuschätzen [17, 45, 46].

## 4.2 Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

In diesem Abschnitt wird die modellbasierte Regelung auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung (z.B. [1, 22, 24, 47, 51]) gemäß [3] vorgestellt. Dabei wird der Reglerentwurf im Detail durchgeführt und um bestimmte Aspekte ergänzt. In Abbildung 4.8 ist zunächst die Struktur der gesamten Regelung dargestellt.

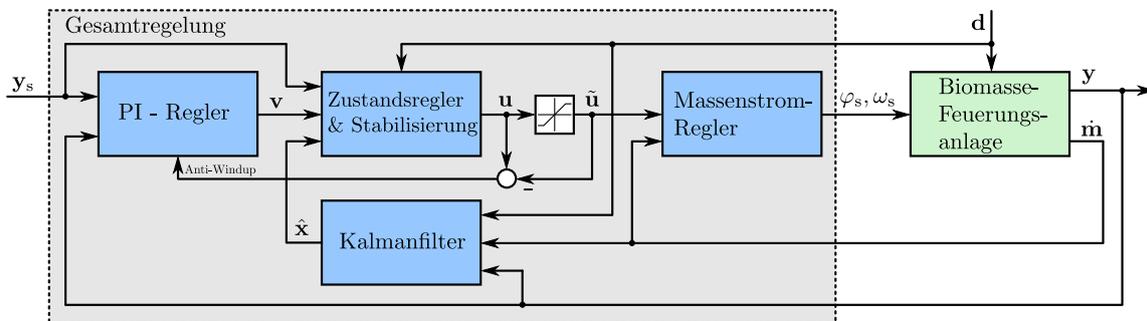


Abbildung 4.8 – Strukturbild der Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Hierbei entsprechen  $y_s$  den Soll-Ausgangsgrößen,  $v$  den Ausgangsgrößen der PI-Regler,  $\hat{x}$  den geschätzten Zustandsgrößen,  $u$  den unbeschränkten,  $\tilde{u}$  den beschränkten Eingangsgrößen,  $\varphi_s$  den Soll-Klappenstellungen,  $\omega_s$  den Soll-Ventilator Drehzahlen bzw. der Soll-Schneckendrehzahl,  $d$  den Störgrößen,  $y$  den messbaren Ausgangsgrößen und  $\dot{m}$  den messbaren Massenströmen in den Versorgungsleitungen. Mit Hilfe des nichtlinearen Zustandsreglers werden dabei die nichtlinearen verkoppelten Kanäle zwischen den Eingangsgrößen  $u$  und den Ausgangsgrößen  $y$  des Mehrgrößensystems (4.79) entkoppelt und linearisiert. Die dafür benötigten Zustandsgrößen sind nur zum Teil messbar und werden deshalb über ein Kalman-Filter geschätzt. Dabei ist klar, dass das reale Systemverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage aufgrund der im Abschnitt 4.1.3 beschriebenen Parameterabweichungen und der Vereinfachungen im Modell sicher nicht exakt linearisiert und

die Kanäle nicht perfekt entkoppelt werden. Deshalb werden zur Verbesserung des resultierenden Systemverhaltens zusätzliche PI-Regelungen mit geeigneten Anti-Windup-Maßnahmen eingesetzt. Die geforderten Stellgrößen  $\mathbf{u}$  entsprechen den Massenströmen in den Versorgungsleitungen der Biomasse-Feuerungsanlage und werden von den unterlagerten Massenstromreglern auf die gewünschten Werte geregelt.

Im Abschnitt 4.2.1 wird das Konzept der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung vorgestellt und anschließend im Abschnitt 4.2.2 auf das Reglerentwurfsmodell (4.79) der Biomasse-Feuerungsanlage angewendet. Danach wird im Abschnitt 4.2.3 die Stabilität des resultierenden Regelkreises anhand der sogenannten internen Dynamik ausführlich untersucht. Im Abschnitt 4.2.4 wird der Entwurf der PI-Regelungen vorgestellt und im Abschnitt 4.2.5 kurz auf den Entwurf des Kalman-Filters eingegangen. Abschließend werden im Abschnitt 4.2.6 die beim praktischen Einsatz dieser Regelung entstehenden Probleme diskutiert.

### 4.2.1 Eingangs-Ausgangs-Linearisierung - eine Einführung

Um die Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für Mehrgrößensysteme (z.B. [22, 47, 51]) kurz zu erklären, wird das nichtlineare System der Ordnung  $n$  mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , der  $m$ -dimensionalen Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  und der  $m$ -dimensionalen Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  betrachtet:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.88a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (4.88b)$$

Die Größen  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  und  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  stellen hierbei glatte Vektorfelder dar. Es wird vorausgesetzt, dass jede Ausgangsgröße  $y_k$  über mindestens eine Eingangsgröße  $u_k$  beeinflussbar ist. Da einige der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  direkt von den Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  beeinflusst werden können, ist das betrachtete System sprungfähig. Weiterhin sind im Allgemeinen die Kanäle zwischen den einzelnen Eingangs- und Ausgangsgrößen verkoppelt.

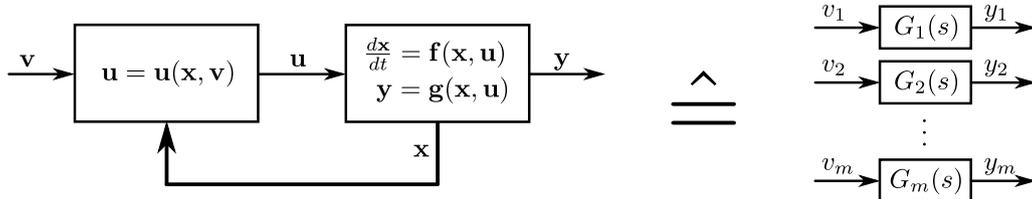
Gesucht ist eine statische Zustandsrückführung  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ , sodass die Kanäle zwischen der neuen  $m$ -dimensionalen Eingangsgröße  $\mathbf{v}$  und der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  linear und voneinander entkoppelt sind. Dadurch kann das Übertragungsverhalten der  $m$  Kanäle von  $v_k$  nach  $y_k$  in Form von Übertragungsfunktionen  $G_k(s)$  der Ordnung  $r_k$  dargestellt werden:

$$G_k(s) = \left. \frac{y_k(s)}{v_k(s)} \right|_{AW=0} = \frac{\beta_{0,k}}{s^{r_k} + \alpha_{r_k-1,k}s^{(r_k-1)} + \dots + \alpha_{1,k}s + \alpha_{0,k}}. \quad (4.89)$$

Mit  $r_k$  wird der relative Grad der Ausgangsgröße  $y_k$  bezeichnet. Die Koeffizienten  $\alpha_{i,k}$  und  $\beta_{i,k}$  dieser Übertragungsfunktionen sollten so vorgegeben werden, dass die physikalischen Beschränkungen der Stellgrößen

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (4.90)$$

nicht verletzt werden. Sinnvollerweise werden die Koeffizienten so gewählt, dass die Nennerpolynome in (4.89) Hurwitzpolynome sind. In Abbildung 4.9 sind die Struktur der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung und die resultierenden entkoppelten linearen Kanäle dargestellt.



**Abbildung 4.9** – Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für ein Mehrgrößensystem

Um die nachfolgenden Berechnungen kompakt anzuschreiben, wird der Begriff der LIE-ABLEITUNG  $L_{\mathbf{f}}g(\mathbf{x})$  einer skalaren Funktion  $g(\mathbf{x})$  entlang eines glatten Vektorfeldes  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  eingeführt:

$$L_{\mathbf{f}}g(\mathbf{x}) := \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}). \quad (4.91)$$

Eine mehrfache Lie-Ableitung kann dabei rekursiv angeschrieben werden:

$$L_{\mathbf{f}}^i g(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}} L_{\mathbf{f}}^{i-1} g(\mathbf{x}) \quad \text{mit} \quad L_{\mathbf{f}}^0 g(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}). \quad (4.92)$$

Um die statische Zustandsrückführung  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  zu entwerfen, muss zunächst der vektorielle relative Grad bestimmt werden. Hierfür werden die Ausgangsgrößen  $y_k$  ohne direkten Durchgriff der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  so oft zeitlich abgeleitet, bis sich eine Abhängigkeit mindestens einer Eingangsgröße  $u_j$  ergibt:

$$y_k = g_k(\mathbf{x}) =: \gamma_{0,k}(\mathbf{x}) \quad (4.93a)$$

$$\frac{dy_k}{dt} = \frac{\partial g_k}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial g_k}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = L_{\mathbf{f}}g_k(\mathbf{x}) =: \gamma_{1,k}(\mathbf{x}) \quad (4.93b)$$

$$\frac{d^2 y_k}{dt^2} = L_{\mathbf{f}}^2 g_k(\mathbf{x}) =: \gamma_{2,k}(\mathbf{x}) \quad (4.93c)$$

$$\vdots \quad (4.93d)$$

$$\frac{d^{(r_k-1)} y_k}{dt^{(r_k-1)}} = L_{\mathbf{f}}^{(r_k-1)} g_k(\mathbf{x}) =: \gamma_{r_k-1,k}(\mathbf{x}) \quad (4.93e)$$

$$\frac{d^{r_k} y_k}{dt^{r_k}} = L_{\mathbf{f}}^{r_k} g_k(\mathbf{x}) =: \gamma_{r_k,k}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.93f)$$

Die ersten  $(r_k - 1)$  Ableitungen weisen keine direkte Abhängigkeit der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  auf. Erst in der  $r_k$ -ten Ableitung ergibt sich (zumindest in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ ) eine Abhängigkeit mindestens einer Eingangsgröße  $u_j$ . Die Ausgangsgrößen  $y_k = g_k(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  mit direktem Durchgriff zumindest einer Eingangsgröße  $u_j$  besitzen den relativen Grad

$r_k = 0$ . Ist die zur Matrix

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{d^{r_1} y_1}{dt^{r_1}} \\ \frac{d^{r_2} y_2}{dt^{r_2}} \\ \vdots \\ \frac{d^{r_m} y_m}{dt^{r_m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{r_1,1}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \gamma_{r_2,2}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \gamma_{r_m,m}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

gehörige Jacobi-Matrix  $\frac{d\mathbf{\Gamma}}{d\mathbf{u}}$  (zumindest in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ ) regulär, so besitzt das System den relativen Grad

$$\mathbf{r} = (r_1 \ r_2 \ \dots \ r_m) \quad \text{mit} \quad r = \sum_{k=1}^m r_k \leq n. \quad (4.95)$$

Damit ist gewährleistet, dass eine statische Zustandsrückführung zur Linearisierung und Entkopplung der einzelnen Kanäle berechnet werden kann. Um die Zustandsrückführung  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  zu bestimmen, werden die gewünschten Übertragungsfunktionen  $G_k(s)$  gemäß (4.89) in Form von Differentialgleichungen

$$\frac{d^{r_k} y_k}{dt^{r_k}} + \alpha_{r_k-1,k} \frac{d^{(r_k-1)} y_k}{dt^{(r_k-1)}} + \dots + \alpha_{1,k} \frac{dy_k}{dt} + \alpha_{0,k} y_k = \beta_{0,k} v_k \quad (4.96)$$

angeschrieben. Werden die Ableitungen  $\frac{d^i y_k}{dt^i}$  durch die Funktionen  $\gamma_{i,k}$  aus (4.93) ersetzt, so erhält man für diese Differentialgleichungen die algebraischen Gleichungen

$$\gamma_{r_k,k}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \alpha_{r_k-1,k} \gamma_{r_k-1,k}(\mathbf{x}) + \dots + \alpha_{1,k} \gamma_{1,k}(\mathbf{x}) + \alpha_{0,k} \gamma_{0,k}(\mathbf{x}) = \beta_{0,k} v_k \quad (4.97)$$

welche vektoriell zusammengefasst werden können:

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \gamma_{r_1,1}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \gamma_{r_2,2}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \gamma_{r_m,m}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{0,1} v_1 - \alpha_{r_1-1,1} \gamma_{r_1-1,1}(\mathbf{x}) - \dots - \alpha_{1,1} \gamma_{1,1}(\mathbf{x}) - \alpha_{0,1} \gamma_{0,1}(\mathbf{x}) \\ \beta_{0,2} v_2 - \alpha_{r_2-1,2} \gamma_{r_2-1,2}(\mathbf{x}) - \dots - \alpha_{1,2} \gamma_{1,2}(\mathbf{x}) - \alpha_{0,2} \gamma_{0,2}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \beta_{0,m} v_m - \alpha_{r_m-1,m} \gamma_{r_m-1,m}(\mathbf{x}) - \dots - \alpha_{1,m} \gamma_{1,m}(\mathbf{x}) - \alpha_{0,m} \gamma_{0,m}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

Wird dieses algebraische Gleichungssystem nach den Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  aufgelöst, so erhält man das Regelgesetz

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \quad (4.99)$$

zur Linearisierung und Entkopplung des nichtlinearen Mehrgrößensystems (4.88) in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ . Falls dieses nicht explizit nach  $\mathbf{u}$  aufgelöst werden kann, muss man sich mit einem impliziten Regelgesetz mit numerischer Lösung begnügen.

Besitzt das System einen vektoriellen relativen Grad nach Definition (4.95) mit  $r < n$ , so existiert im resultierenden exakt linearisierten System ein nicht beobachtbares Teilsystem

der Ordnung  $(n-r)$ . Durch Transformation des Systems (4.88) in die sogenannte BYRNES-ISIDORI-NORMALFORM wird dieses als interne Dynamik bezeichnete Teilsystem sichtbar. Dafür muss das System über eine zumindest lokal, in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$  gültige Zustandstransformation  $\mathbf{z} = \Phi(\mathbf{x})$  transformiert werden:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1,1} \\ \vdots \\ \xi_{r_1,1} \\ \vdots \\ \xi_{1,m} \\ \vdots \\ \xi_{r_m,m} \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \gamma_{0,1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \gamma_{r_1-1,1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \gamma_{0,m}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \gamma_{r_m-1,m}(\mathbf{x}) \\ \varphi_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{n-r}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ \frac{d^{(r_1-1)}y_1}{dt^{(r_1-1)}} \\ \vdots \\ y_m \\ \vdots \\ \frac{d^{(r_m-1)}y_m}{dt^{(r_m-1)}} \\ \varphi_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{n-r}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (4.100)$$

Die ersten  $r$  Komponenten der Transformations-Vorschrift sind dabei durch die Ausgangsgrößen  $y_k$  und durch deren  $(r_k - 1)$  zeitlichen Ableitungen festgelegt und entsprechen dem Vektor  $\boldsymbol{\xi}$ . Hierbei kommen nur jene Ausgangsgrößen  $y_k$  vor, deren zugehörige relative Grad  $r_k > 0$  ist. Die verbleibenden  $(n - r)$  Komponenten werden durch wählbare Funktionen  $\varphi_k(\mathbf{x})$  vorgegeben und entsprechen dem Vektor  $\boldsymbol{\eta}$ . Die Wahl dieser Funktionen ist zwar nicht eindeutig, wird aber eingeschränkt, da die Jacobi-Matrix  $\frac{d\Phi}{d\mathbf{x}}$  in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$  regulär sein muss. Ist dies sichergestellt, so existiert eine lokale Umkehrfunktion  $\Phi^{-1}$  zur Berechnung von

$$\mathbf{x} = \Phi^{-1}\mathbf{z} \quad (4.101)$$

und (4.100) wird als lokaler Diffeomorphismus in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$  bezeichnet.

Wird diese Zustandstransformation (4.100) auf das System (4.88) angewendet, so erhält man das transformierte System in Byrnes-Isidori-Normalform:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} \\ \xi_{2,1} \\ \vdots \\ \xi_{r_1,1} \\ \vdots \\ \xi_{1,m} \\ \xi_{2,m} \\ \vdots \\ \xi_{r_m,m} \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{2,1} \\ \xi_{3,1} \\ \vdots \\ \gamma_{r_1,1}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \xi_{2,m} \\ \xi_{3,m} \\ \vdots \\ \gamma_{r_m,m}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \hat{q}_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \hat{q}_{n-r}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{2,1} \\ \xi_{3,1} \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{r_1,1}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \xi_{2,m} \\ \xi_{3,m} \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_{r_m,m}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}) \\ \tilde{q}_1(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \tilde{q}_{n-r}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}) \end{bmatrix}. \quad (4.102)$$

Mit dem Regelgesetz  $\mathbf{u} = \tilde{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \bar{\Gamma}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{v})$  gemäß (4.99) erhält man für das geregelte System in Byrnes-Isidori-Normalform

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} \\ \xi_{2,1} \\ \vdots \\ \xi_{r_1,1} \\ \vdots \\ \xi_{1,m} \\ \xi_{2,m} \\ \vdots \\ \xi_{r_m,m} \\ \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{2,1} \\ \xi_{3,1} \\ \vdots \\ -\alpha_{0,1}\xi_{1,1} - \alpha_{1,1}\xi_{2,1} - \dots - \alpha_{r_1-1,1}\xi_{r_1-1,1} + \beta_{0,1}v_1 \\ \vdots \\ \xi_{2,m} \\ \xi_{3,m} \\ \vdots \\ -\alpha_{0,m}\xi_{1,m} - \alpha_{1,m}\xi_{2,m} - \dots - \alpha_{r_m-1,m}\xi_{r_m-1,m} + \beta_{0,m}v_m \\ \hline q_1(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{v}) \\ \vdots \\ q_{n-r}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{v}) \end{bmatrix}, \quad (4.103)$$

wobei mit den Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \dots \eta_{n-r}]^T$  die interne Dynamik des exakt linearisierten Systems beschrieben wird:

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{dt} = \mathbf{q}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{v}). \quad (4.104)$$

Werden im Regelgesetz (4.99) die Koeffizienten  $\alpha_{i,k}$  und  $\beta_{i,k}$  so gewählt, dass die resultierenden Übertragungsfunktionen  $G_k(s)$  gemäß (4.89) die BIBO-Eigenschaft besitzen, so resultiert genau dann ein asymptotisch stabiles Gesamtsystem (4.103), wenn die Ruhelagen  $\boldsymbol{\eta}_R$  der internen Dynamik asymptotisch stabil sind. Um den Stabilitätscharakter der Ruhelagen  $\boldsymbol{\eta}_R$  zu bestimmen, reicht es die Stabilität der Ruhelagen der sogenannten NULLDYNAMIK zu überprüfen. Die Nulldynamik beschreibt dabei jene interne Dynamik, bei der der Anfangszustand  $\mathbf{x}_0$  des Systems (4.88) so gewählt wird, dass mit der Eingangsgröße  $\mathbf{v} \equiv \mathbf{0}$  für die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y} \equiv 0$  und somit auch für  $\boldsymbol{\xi} \equiv 0$  gilt. Die zu (4.104) gehörende Nulldynamik kann wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}}{dt} = \mathbf{q}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{0}). \quad (4.105)$$

Dabei handelt es sich um ein freies und im Allgemeinen nichtlineares System. Zur Überprüfung der Stabilität der Ruhelagen  $\boldsymbol{\eta}_R$  kann z.B. die bereits im Abschnitt 4.1.3 erwähnte indirekte Methode nach Ljapunov verwendet werden.

Werden bei den Übertragungsfunktionen (4.89) die Koeffizienten  $\alpha_{0,k}$  und  $\beta_{0,k}$  identisch gewählt, so ergibt sich im nominellen (störungsfreien) Fall ein stationär genaues Führungsverhalten für die geregelten Kanäle. Allerdings wird dieses Verhalten aufgrund äußerer Einflüsse, ungenaue Modellparameter oder zu starker Modellvereinfachungen verletzt. Um stationäre Genauigkeit für die messbaren Ausgangsgrößen trotz dieser Störeinflüsse zu erreichen, werden zur Vorgabe der Eingangsgrößen  $\mathbf{v}$  zusätzlich Regelungen mit integrierendem Verhalten (z.B. PI-Regler) verwendet.

## 4.2.2 Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für die Biomasse-Feuerungsanlage

Die im vorigen Abschnitt vorgestellte Methode wird nun auf das Reglerentwurfsmodell (4.79) der Biomasse-Feuerungsanlage angewendet. Für eine bessere Übersicht wird dieses Modell noch einmal angeschrieben:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1 \\ \frac{c_{11}c_{12}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1 - c_{21}d_6x_2u_2 \\ \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \\ \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \end{bmatrix} \quad (4.106a)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \\ x_4 \\ x_3 \\ \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2} \end{bmatrix}. \quad (4.106b)$$

Dabei handelt es sich um ein Modell vierter Ordnung ( $n = 4$ ) mit vier Eingangs- und vier Ausgangsgrößen ( $m = 4$ ). Das Modell besitzt eine zu (4.88) nahezu konsistente Schreibweise. Der einzige Unterschied besteht darin, dass bei obigem Modell auch die Störgrößen  $\mathbf{d}$  als Eingangsgrößen wirken. Diese können allerdings für den Entwurf der Regelung ignoriert und als Konstanten betrachtet werden.

Um den Reglerentwurf durchzuführen, wird zunächst der vektorielle relative Grad bestimmt. Hierfür werden, wie in (4.93) alle Ausgangsgrößen  $y_k$  so oft zeitlich abgeleitet, bis bei jeder Ausgangsgröße mindestens eine Eingangsgröße  $u_k$  erscheint. Es ist leicht einsichtig, dass sich ein vektorieller relativer Grad von  $\mathbf{r} = (0 \ 1 \ 1 \ 0)$  mit  $r = 2 < n = 4$  ergibt. Betrachtet man allerdings die Matrix  $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  gemäß Gleichung (4.94)

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} \\ \frac{dy_3}{dt} \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \\ \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \\ \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \\ \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2} \end{bmatrix}, \quad (4.107)$$

so erkennt man, dass die Eingangsgröße  $u_1$  nicht auftaucht und die Jacobi-Matrix  $\frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial \mathbf{u}}$  singularär ist. Für System (4.106a) mit den Ausgangsgrößen (4.106b) kann daher kein statisches Zustandsregelgesetz zur Linearisierung und Entkopplung aller Eingangs-Ausgangs-Kanäle entworfen werden.

Um dieses Problem zu lösen wird eine der vier Ausgangsgrößen  $y_k$  durch eine über  $u_1$  beeinflussbare Ausgangsgröße ersetzt. Die drei Ausgangsgrößen  $y_1 = x_{O_2RG}$ ,  $y_2 = T_{SVZ}$  und  $y_3 = T_{VL}$  sind bei der untersuchten Anlage messbar und stellen für die Regelung wichtige Prozessgrößen dar. Deshalb wird die Größe  $y_4 = \lambda_{BB}$  durch eine andere Ausgangsgröße  $\tilde{y}_4$  mit  $\frac{d^{\tilde{r}_4} \tilde{y}_4}{dt^{\tilde{r}_4}} = h(u_1)$  ersetzt. Wie bereits im Kapitel 4.1.3 erwähnt, ist die Eingangsgröße  $u_1$

totzeitverzögert. Daher kann diese Größe nicht für die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung verwendet werden. Aus diesem Grund erscheint es zunächst sinnvoll  $u_1$  als vierte Ausgangsgröße

$$\tilde{y}_4 := u_1 \quad (4.108)$$

zu verwenden und die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für die Ausgangsgrößen

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \tilde{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2+c_{62}(u_4+d_7)}{c_{63}x_1+c_{64}d_6x_2u_2+c_{65}(u_4+d_7)} \\ x_4 \\ x_3 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

durchzuführen. Dadurch ist die Eingangsgröße  $u_1$  vom nichtlinearen Zustandsregelgesetz entkoppelt und kann später unabhängig davon zur Regelung der vierten Ausgangsgröße  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$  verwendet werden. Mit den Ausgangsgrößen (4.109) ergibt sich der vektorielle relative Grad

$$\tilde{\mathbf{r}} = (\tilde{r}_1 \tilde{r}_2 \tilde{r}_3 \tilde{r}_4) = (0 \ 1 \ 1 \ 0) \quad \text{mit} \quad \tilde{r} = \sum_{k=1}^4 \tilde{r}_k = 2 < n = 4. \quad (4.110)$$

Da die zur Matrix

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{dy_2}{dt} \\ \frac{dy_3}{dt} \\ \tilde{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2+c_{62}(u_4+d_7)}{c_{63}x_1+c_{64}d_6x_2u_2+c_{65}(u_4+d_7)} \\ \frac{-c_{41}x_1+c_{42}d_6x_2u_2+\tilde{c}_{43}u_3+\tilde{c}_{44}(u_4+d_7)}{c_{11}x_1+c_{21}d_6x_2u_2+u_3+u_4+d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \\ \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

gehörige Jacobi-Matrix  $\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{u}}$  (zumindest in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ ) regulär ist, kann der Entwurf der Regelung für die Ausgangsgrößen (4.109) durchgeführt werden.

Nun werden die gewünschten Übertragungsfunktionen  $G_k(s)$  gemäß (4.89) für die Kanäle zwischen den neuen Eingangsgrößen des geregelten Systems  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$  bzw.  $v_4$  und den Ausgangsgrößen  $\tilde{\mathbf{y}}$  definiert. Um stationäre Genauigkeit für die einzelnen Kanäle zu erhalten, werden dabei die Polynomkoeffizienten  $\beta_{0,k}$  und  $\alpha_{0,k}$  identisch gewählt. Die Differentialgleichungen bzw. die algebraischen Gleichungen zur Beschreibung dieser Übertragungsfunktionen werden mit den positiven Koeffizienten  $\beta_{0,k}$  wie folgt festgelegt:

$$y_1 = v_1 \quad (4.112a)$$

$$\frac{dy_2}{dt} + \beta_{0,2}y_2 = \beta_{0,2}v_2 \quad \rightarrow \quad \frac{dy_2}{dt} = \beta_{0,2}(-y_2 + v_2) \quad (4.112b)$$

$$\frac{dy_3}{dt} + \beta_{0,3}y_3 = \beta_{0,3}v_3 \quad \rightarrow \quad \frac{dy_3}{dt} = \beta_{0,3}(-y_3 + v_3) \quad (4.112c)$$

$$\tilde{y}_4 = v_4 \quad (4.112d)$$

Werden darin die Größen  $y_2$  und  $y_3$  durch die in (4.109) angegebenen Größen ersetzt, so kann daraus das Gleichungssystem gemäß (4.98) mit der Matrix  $\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  nach Gleichung (4.111) mit

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} v_1 \\ \beta_{0,2}(-x_4 + v_2) \\ \beta_{0,3}(-x_3 + v_3) \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (4.113)$$

angeschrieben und nach den Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  aufgelöst werden:

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, v_4). \quad (4.114)$$

Die genaue Berechnung dieses Zustandsreglers ist im Anhang B.1 angegeben. Mit Hilfe der Zustandstransformation  $\mathbf{z} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \varphi_1(\mathbf{x}) \\ \varphi_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_3 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

existiert für  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  ein Diffeomorphismus zur Transformation des Systems in Byrnes-Isidori-Normalform. Für das geregelte System in Byrnes-Isidori-Normalform erhält man somit

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{0,2}(-\xi_1 + v_2) \\ \beta_{0,3}(-\xi_2 + v_3) \\ -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1}\eta_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}v_4 \\ q_2(\eta_1, \boldsymbol{\xi}, \mathbf{v}, v_4) \end{bmatrix}. \quad (4.116)$$

Mit den beiden Zustandsgrößen  $\eta_1$  und  $\eta_2$  wird die interne Dynamik des exakt linearisierten Systems beschrieben. Die Funktion  $q_2$  ist aus Platzgründen im Anhang B.1 angegeben. Um die Stabilität der internen Dynamik zu überprüfen, wird die zugehörige Nulldynamik ( $v_2 \equiv \xi_1 \equiv 0$  und  $v_3 \equiv \xi_2 \equiv 0$ ) mit der Struktur

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -a_1(d_1) & 0 \\ a_2(d_1) & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{\theta}(\mathbf{d}). \quad (4.117)$$

und den positiven Parametern  $a_1$  und  $a_2$  betrachtet. Da die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}$  bei  $-a_1(d_1)$  und 0 liegen, ist dieses dynamische System und somit auch die interne Dynamik nicht asymptotisch stabil. Dieses Stabilitätsverhalten kann auch aus praktischer Sicht gedeutet werden: Da laut Definition der Nulldynamik die Eingangsgröße  $v_4 = u_1 = 0$  gewählt wurde, wird dabei kein Brennstoff in den Feuerraum der Biomasse-Feuerungsanlage eingebracht, was dazu führt, dass das Brennstoffbett immer kleiner wird. Das bedeutet, dass alleine mit dem Zustandsregler (4.114) noch kein stabiles Verhalten für die Biomasse-Feuerungsanlage erzielt werden kann.

### 4.2.3 Stabilisierung der internen Dynamik

Um die interne Dynamik und somit das geregelte Gesamtsystem zu stabilisieren, muss die frei wählbare Größe  $v_4 = u_1$  mit Hilfe einer Regelung vorgegeben werden. Ziel dabei ist es, die Größe  $\eta_2 = x_2$  auf einen bestimmten Sollwert zu regeln, sodass die eigentliche vierte Ausgangsgröße  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$  dessen Sollwert  $\lambda_{\text{BB},s}$  folgt. Hierfür wird zunächst die Struktur der internen Dynamik in Abhängigkeit der tatsächlich wirksamen Eingangsgröße

$$v_4 \rightarrow v_4(t - t_{\text{TBB}}) = u_1(t - t_{\text{TBB}}) \quad (4.118)$$

analysiert. Wie in Abschnitt 4.1.1 erwähnt, ist die dabei auftretende Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  von der Störgröße  $d_1$  bzw. vom Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse abhängig. Anhand des geregelten Systems in Byrnes-Isidori-Normalform (4.116) erkennt man, dass im eingeschwungenen Zustand

$$\boldsymbol{\xi}_{\text{R}} = \begin{bmatrix} \xi_{1,\text{R}} \\ \xi_{2,\text{R}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

gilt. Das bedeutet, dass die Größen  $\xi_1$  und  $\xi_2$  auf alle Fälle beschränkt sind und für die Stabilitätsanalyse der internen Dynamik in deren Ruhelagen  $\boldsymbol{\xi}_{\text{R}}$  betrachtet werden können. Somit erhält man folgende Struktur für die interne Dynamik:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1(d_1) & 0 \\ a_2(d_1, v_1) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(d_1) \\ b_2(d_1) \end{bmatrix} v_4(t - t_{\text{TBB}}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta(\mathbf{v}, d_4, d_5). \quad (4.120)$$

Die genaue Berechnung der positiven Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. der Funktion  $\theta$  ist im Anhang B.1 angegeben. Dabei ist erkennbar, dass die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  von der Störgröße  $d_1$  abhängen. Zusätzlich ist der Parameter  $a_2$  auch von der Größe  $v_1$  abhängig. Allerdings befindet sich der Einflussbereich der Größe  $v_1$  innerhalb der Modellgenauigkeiten und kann daher vernachlässigt werden<sup>6</sup>. Verglichen mit der Systemdynamik von (4.120) variiert die Störgröße  $d_1$  nur langsam. Daher werden die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  für die Stabilitätsanalyse als positive Konstanten angesehen und die interne Dynamik (4.120) als lineares und zeitinvariantes System betrachtet. Der Einfluss langsamer Parametervariationen auf die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse wird später noch diskutiert. Betrachtet man das System (4.120) in einer Ruhelage

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0} = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 \\ a_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_{1,\text{R}} \\ \eta_{2,\text{R}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} v_{4,\text{R}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta(\mathbf{v}, d_4, d_5), \quad (4.121)$$

so kann die Ruhezustandsgröße  $\eta_{1,\text{R}}$

$$\eta_{1,\text{R}} = \frac{b_1}{a_1} v_{4,\text{R}} \quad (4.122)$$

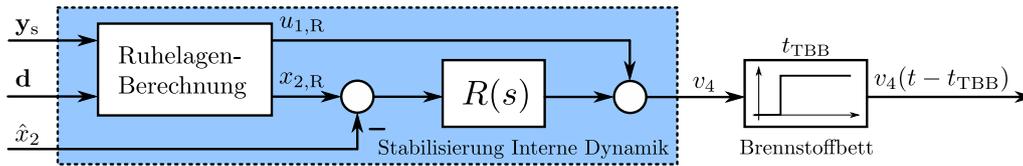
für die Ruheeingangsgröße  $v_{4,\text{R}}$

$$v_{4,\text{R}} = -\frac{\theta(\mathbf{v}, d_4, d_5) a_1}{a_2 b_1 + a_1 b_2} = u_{1,\text{R}} \quad (4.123)$$

<sup>6</sup>Eine Änderung der Größe  $v_1 = x_{\text{O}_2\text{RG}}$  zwischen 0 und 0.21 bewirkt eine Veränderung des Parameters  $a_2$  um ca. 1 %.

berechnet werden. Die Ruhezustandsgröße  $\eta_{2,R}$  ist dabei nicht festgelegt. Hierbei entspricht  $v_{4,R} = u_{1,R}$  dem Ruhe-Brennstoffmassenstrom aus der Ruhelagenberechnung gemäß (4.73).

Um die interne Dynamik (4.120) zu stabilisieren und das Verbrennungsluft-Verhältnis im Brennstoffbett  $\lambda_{BB}$  wie gewünscht einzustellen, wird die Zustandsgröße  $\eta_2 = x_2$  auf einen bestimmten Sollwert  $x_{2,s}$  geregelt. Dafür wird ein Regler mit der Übertragungsfunktion  $R(s)$  und eine Vorsteuerung mit der entsprechenden Ruheeingangsgröße  $u_{1,R}$  zur Bestimmung der Eingangsgröße  $v_4$  verwendet [3]. In Abbildung 4.10 ist die Struktur dieser Regelung dargestellt.



**Abbildung 4.10** – Strukturbild der Regelung zur Stabilisierung des Brennstoffbettes

Damit sich der Sollwert  $\lambda_{BB,s}$  für das Verbrennungsluft-Verhältnis im Brennstoffbett einstellt, wird für die Größe  $x_{2,s}$  die zugehörige Ruhelage  $x_{2,R}$  verwendet. Über eine Ruhelagenberechnung gemäß (4.73) wird  $x_{2,R}$  und die zugehörige Ruheeingangsgröße  $u_{1,R}$  bestimmt. Da die Zustandsgröße  $x_2$  nicht messbar ist, muss der mit Hilfe des Kalman-Filters berechnete Schätzwert  $\hat{x}_2$  verwendet werden. Die Übertragungsfunktion  $R(s)$  wird so gewählt, dass die interne Dynamik asymptotisch stabil ist und möglichst schnell auf eine Änderung des Sollwertes  $x_{2,s} = x_{2,R}$  reagiert. In weiterer Folge werden für die Wahl von  $R(s)$  zwei Möglichkeiten vorgestellt. Außerdem wird auch die Stabilisierung mit Hilfe eines Smith-Prädiktors [48] diskutiert.

### Stabilisierung mit Hilfe eines Proportionalreglers

Zunächst soll die interne Dynamik gemäß [3] mit Hilfe eines Proportionalreglers

$$R(s) = k_P \quad (4.124)$$

mit dem positiven Parameter  $k_P$  stabilisiert werden. Damit wird die Eingangsgröße  $v_4$  über das lineare Regesetz

$$v_4 = k_P [x_{2,R} - x_2] + u_{1,R}. \quad (4.125)$$

berechnet<sup>7</sup>. Aufgrund der vorhandenen Totzeit  $t_{TBB}$  im Brennstoffbett ergibt sich die tatsächlich wirksame Eingangsgröße

$$v_4(t - t_{TBB}) = k_P [x_{2,R}(t - t_{TBB}) - x_2(t - t_{TBB})] + u_{1,R}(t - t_{TBB}). \quad (4.126)$$

<sup>7</sup>Da  $x_2$  über ein Kalman-Filter geschätzt wird, müsste hier eigentlich der Schätzwert  $\hat{x}_2$  verwendet werden. Um die Stabilitätsanalyse möglichst einfach zu halten, wird allerdings von einem perfekten Beobachterverhalten  $\hat{x}_2 = x_2$  ausgegangen.

Wird diese Eingangsgröße in die interne Dynamik (4.120) eingesetzt, so erhält man das geregelte System

$$\frac{d\eta_1}{dt} = -a_1\eta_1 - b_1k_P\eta_2(t - t_{\text{TBB}}) + \underbrace{b_1 [k_P x_{2,\text{R}}(t - t_{\text{TBB}}) + u_{1,\text{R}}(t - t_{\text{TBB}})]}_{\nu_1} \quad (4.127\text{a})$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = +a_2\eta_1 - b_2k_P\eta_2(t - t_{\text{TBB}}) + \underbrace{b_2 [k_P x_{2,\text{R}}(t - t_{\text{TBB}}) + u_{1,\text{R}}(t - t_{\text{TBB}})]}_{\nu_2} + \theta \quad (4.127\text{b})$$

mit den positiven Parametern  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$ . Nun stellt sich die Frage, welche Bedingung der Parameter  $k_P$  erfüllen muss, damit dieses System asymptotisch stabil ist. Diese Frage wird in weiterer Folge mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums beantwortet. Hierfür wird das lineare System (4.127) mit den neuen Eingangsgrößen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  durch LAPLACE-Transformation in den Bildbereich transformiert:

$$s\eta_1(s) - \eta_{10} = -a_1\eta_1(s) - b_1k_P\eta_2(s)e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} + \nu_1(s) \quad (4.128\text{a})$$

$$s\eta_2(s) - \eta_{20} = +a_2\eta_1(s) - b_2k_P\eta_2(s)e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} + \nu_2(s). \quad (4.128\text{b})$$

Dabei entsprechen  $\eta_{10}$  und  $\eta_{20}$  den Anfangszuständen  $\eta_1(t=0)$  und  $\eta_2(t=0)$ . Löst man diese Gleichungen nach  $\eta_1(s)$  und  $\eta_2(s)$  auf, so erhält man die Ausdrücke

$$\eta_1(s) = \underbrace{\frac{1}{s + a_1}}_{G_1(s)} [\eta_{10} - b_1k_P\eta_2(s)e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} + \nu_1(s)] \quad (4.129)$$

und

$$\eta_2(s) = \frac{1}{s + k_P \frac{b_2(s+a_1)+b_1a_2}{(s+a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}}} \left[ \eta_{20} + \frac{a_2}{s + a_1} [\eta_{10} + \nu_1(s)] + \nu_2(s) \right]. \quad (4.130)$$

Da die Übertragungsfunktion  $G_1(s)$  eine Polstelle mit negativem Realteil besitzt, ist die Stabilität des gesamten Systems offensichtlich von der Stabilität der Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + k_P \frac{b_2(s+a_1)+b_1a_2}{s(s+a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}}} \quad (4.131)$$

abhängig. Um eine obere Schranke  $k_{P,\text{max}}$  für den positiven Parameter  $k_P$  zu bestimmen, für welchen diese Übertragungsfunktion  $T(s)$  die BIBO-Eigenschaft besitzt, wird nun das Nyquist-Kriterium herangezogen. Dafür wird  $T(s)$  als geschlossener Regelkreis und

$$L(s) = k_P b_2 \frac{s + a_1 + a_2 b_1 / b_2}{s(s + a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} \quad (4.132)$$

als zugehöriger offener Regelkreis betrachtet. Durch den Übergang in den Frequenzbereich  $s \rightarrow j\omega$  erhält man den Frequenzgang  $L(j\omega)$  des offenen Regelkreises. Laut Nyquist-Kriterium muss für die stetige Winkeländerung  $\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\}$  folgende Relation gelten:

$$\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}. \quad (4.133)$$

Dabei entspricht  $n_a$  der Anzahl der Polstellen  $s_i$  von  $L(s)$  mit verschwindendem Realteil und  $n_r$  der Anzahl der Polstellen mit positivem Realteil. Im vorliegenden Fall gilt  $n_a = 1$  und  $n_r = 0$  und somit

$$\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = \frac{\pi}{2}. \quad (4.134)$$

Um die Vorgehensweise bei der Stabilitätsanalyse mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums zu verdeutlichen, ist in Abbildung 4.11 der prinzipielle Verlauf der Ortskurve  $L(j\omega)$  bzw.  $1 + L(j\omega)$  dargestellt.

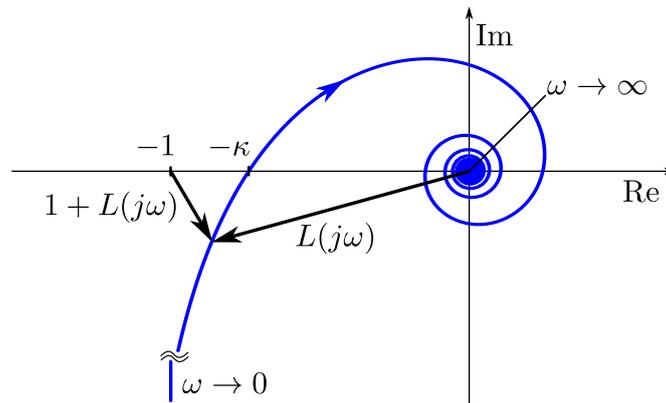


Abbildung 4.11 – Prinzipieller Verlauf der Ortskurve  $L(j\omega)$

Hierbei wird mit  $-\kappa$  der Schnittpunkt der Ortskurve mit der reellen Achse bezeichnet. Bei Betrachtung des Zeigers  $1 + L(j\omega)$  wird ersichtlich, dass die Bedingung (4.134) nur für  $0 < \kappa < 1$  erfüllt ist. Das bedeutet, dass der positive Parameter  $k_P$  einen bestimmten Maximalwert  $k_{P,\max}$  nicht überschreiten darf. Die analytische Berechnung dieser oberen Schranke anhand von  $L(s)$  ist mathematisch sehr aufwändig. Daher wird das vorliegende Problem graphisch gelöst. Dabei wird zunächst der Einfluss der Störgröße  $d_1$  auf die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  sowie auf die Totzeit  $t_{TBB}$  und somit auf den Verlauf der Ortskurve untersucht. Für diesen Zweck sind in Abbildung 4.12 die BODE-Diagramme der Übertragungsfunktion  $L(s)$  mit  $k_P = 1$  für drei unterschiedliche Werte der Störgröße  $d_1$  (bzw. für den Wassergehalt der Biomasse  $w_{H_2O}$ ) dargestellt.

Wie aus den Bode-Diagrammen erkennbar, resultiert für einen höheren Wassergehalt der Biomasse  $w_{H_2O}$  ein größerer Wert  $\kappa = |L(j\omega_0)|$  (mit  $\text{arc}\{L(j\omega_0)\} = -180^\circ$ ). Damit  $0 < \kappa < 1$  erfüllt ist, muss  $|L(j\omega_0)|_{dB} < 0$  gelten. Geht man von einem maximalen Wassergehalt  $\hat{w}_{H_2O} = 0.5$  (bzw. von einer maximalen Störgröße  $\hat{d}_1 = 1$ ) aus, so erhält man den Maximalwert

$$k_{P,\max} = 10^{-48.5/20} \approx 0.0038. \quad (4.135)$$

Die Übertragungsfunktion  $T(s)$  besitzt also genau dann die BIBO-Eigenschaft, wenn der positive Parameter  $k_P < k_{P,\max}$  mit  $k_{P,\max}$  gemäß (4.135) gewählt und die Bedingung  $d_1 < \hat{d}_1$  eingehalten wird. Sind diese Voraussetzungen erfüllt, so ist garantiert, dass die interne Dynamik und somit auch das geregelte Gesamtsystem (4.116) asymptotisch stabil sind.



Da es sich bei  $R(s)$  gemäß (4.136) um eine BIBO-stabile Übertragungsfunktion handelt, führt die Stabilitätsanalyse wiederum auf die Frage, ob die Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + R(s) \frac{b_2(s+a_1)+b_1a_2}{s(s+a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}}} \quad (4.138)$$

die BIBO-Eigenschaft besitzt. Daher muss der Frequenzgang  $L(j\omega)$  der Übertragungsfunktion

$$L(s) = R(s) \frac{b_2(s+a_1)+b_1a_2}{s(s+a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} = k_{\text{P}} b_2 \frac{(s+\omega_{\text{Z}})(s+a_1+a_2b_1/b_2)}{s(s+\omega_{\text{N}})(s+a_1)} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} \quad (4.139)$$

die Bedingung (4.134) erfüllen. Werden die beiden Knickfrequenzen mit

$$\omega_{\text{Z}} = a_1 \quad \text{und} \quad \omega_{\text{N}} = a_1 + a_2b_1/b_2 \quad (4.140)$$

gewählt, so wird der Ausdruck (4.139) deutlich vereinfacht und man erhält die Übertragungsfunktion

$$L(s) = \frac{k_{\text{P}} b_2}{s} e^{-s \cdot t_{\text{TBB}}} \quad (4.141)$$

bzw. den Frequenzgang

$$L(j\omega) = \frac{k_{\text{P}} b_2}{j\omega} e^{-j\omega \cdot t_{\text{TBB}}}. \quad (4.142)$$

Dabei ist zu beachten, dass diese Vereinfachung nur für den Fall konstanter Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  ermöglicht wird. Der Fall zeitlich variierender Parameter wird später noch diskutiert. Der Verlauf der vereinfachten Ortskurve  $L(j\omega)$  entspricht dem aus Abbildung 4.11. Das bedeutet, dass wiederum  $0 < \kappa < 1$  gelten muss, damit (4.134) erfüllt und die interne Dynamik asymptotisch stabil ist. Wird der Frequenzgang  $L(j\omega)$  an der Stelle  $\omega_0 = \frac{\pi}{2t_{\text{TBB}}}$  ausgewertet, so gilt  $\text{Im}\{L(j\omega_0)\} = 0$  und man erhält den Schnittpunkt  $-\kappa$  mit der reellen Achse. Für den maximalen Verstärkungsfaktor  $k_{\text{P}} = k_{\text{P,max}}$  gilt dabei:

$$L(j\omega_0) = -k_{\text{P,max}} b_2 t_{\text{TBB}} \frac{2}{\pi} = -\kappa \stackrel{!}{=} -1. \quad (4.143)$$

Werden der Parameter  $b_2$  bzw. die variable Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  durch die Berechnungsvorschriften

$$b_2 = \frac{1}{1 + c_{\text{TBB}} d_1} \quad \text{bzw.} \quad t_{\text{TBB}} = \frac{c_{\text{TBB}}}{c_{\text{Vd}}} d_1 \quad (4.144)$$

gemäß (B.8c) bzw. (4.11) ersetzt und der resultierende Ausdruck nach  $k_{\text{P,max}}$  aufgelöst, so erhält man

$$k_{\text{P,max}} = \frac{c_{\text{Vd}}(1 + c_{\text{TBB}} d_1) \pi}{c_{\text{TBB}} d_1} \frac{\pi}{2}. \quad (4.145)$$

Dieser Ausdruck wird für den Maximalwert

$$\hat{d}_1 = \frac{\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - \hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (4.146)$$

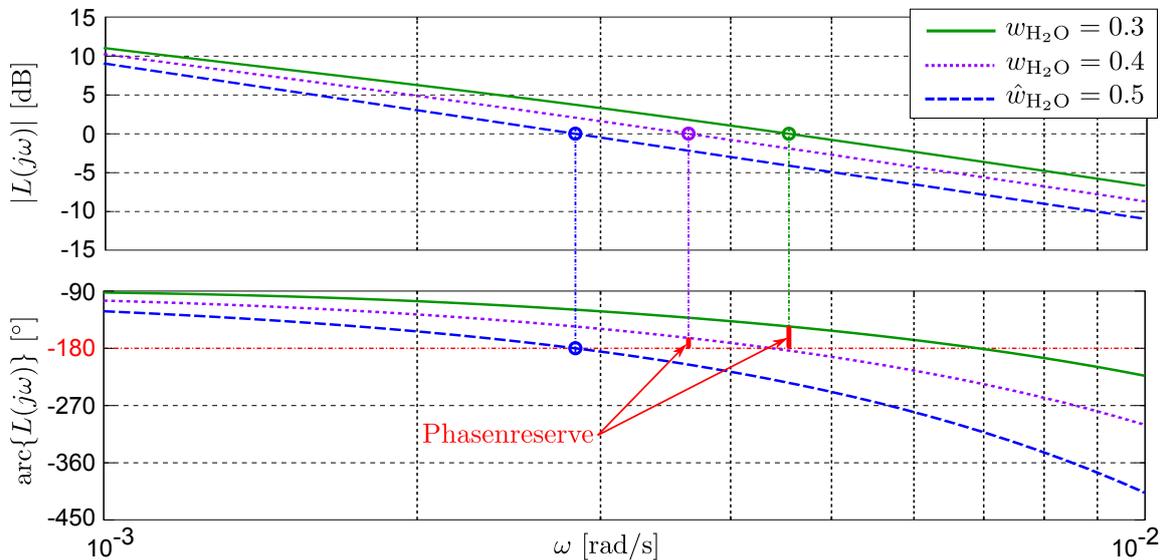
mit maximalem Wassergehalt  $\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  (bzw. für die größte Totzeit  $\hat{t}_{\text{TBB}}$ ) minimal. Das bedeutet, dass der Maximalwert  $k_{\text{P,max}}$  über den Ausdruck

$$k_{\text{P,max}} = \frac{c_{\text{Vd}}(1 - \hat{w}_{\text{H}_2\text{O}} + c_{\text{TBB}}\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}})}{c_{\text{TBB}}\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}} \frac{\pi}{2} \quad (4.147)$$

bestimmt wird. Aufgrund der unbekanntenen, nicht messbaren Variation der Störgröße  $d_1$  weichen die tatsächlichen Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  von jenen Werten ab, welche zur Berechnung der Knickfrequenzen  $\omega_Z$  und  $\omega_N$  gemäß (4.140) verwendet werden. Daher wird die vereinfachte Form des Frequenzganges (4.142) in der Realität nicht erreicht. Um trotzdem BIBO-Stabilität für  $T(s)$  gemäß (4.138) sicherzustellen, werden die Eigenschaften des Lead-Korrekturterms ausgenutzt. Die Phasenhebung von  $R(s)$  gemäß (4.136) ist vom Verhältnis  $\frac{\omega_N}{\omega_Z}$  abhängig. Werden  $\omega_Z$  und  $\omega_N$  entsprechend (4.140) gewählt, so wird die Phasenhebung von  $R(s)$  für größere Störgrößen  $d_1$  stetig erhöht. Daher werden die Parameter  $\hat{a}_{11}$ ,  $\hat{a}_{21}$ ,  $\hat{b}_1$  und  $\hat{b}_2$  für die maximale Störgröße  $\hat{d}_1$  (bzw. für den maximalen Wassergehalt  $\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}$ ) berechnet und die Knickfrequenzen  $\omega_Z$  und  $\omega_N$  entsprechend

$$\omega_Z = \hat{a}_{11} \quad \text{und} \quad \omega_N = \hat{a}_{11} + \hat{a}_{21}\hat{b}_1/\hat{b}_2 \quad (4.148)$$

gewählt, um für Störgrößen  $d_1 < \hat{d}_1$  (bzw. für  $w_{\text{H}_2\text{O}} < \hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}$ ) eine Stabilitätsreserve zu erhalten. In Abbildung 4.13 sind die Bode-Diagramme der Übertragungsfunktion  $L(s)$  gemäß (4.139) mit den Reglerparametern (4.147) und (4.148) für drei unterschiedliche Wassergehälte  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  dargestellt. Die Reglerparameter wurden dabei für den Wassergehalt  $\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}} = 0.5$  (bzw. für die Störgröße  $\hat{d}_1 = 1$ ) bestimmt.



**Abbildung 4.13** – Bode-Diagramme des Frequenzganges  $L(j\omega)$  mit Lead-Korrekturterm für unterschiedliche Wassergehälte  $w_{\text{H}_2\text{O}}$

Es ist erkennbar, dass bei für einen kleineren Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  eine größere Phasenreserve erreicht wird. Daher ist die interne Dynamik und somit das geregelte Gesamtsystem (4.116) asymptotisch stabil für Störgrößen  $d_1 < \hat{d}_1$  bzw. für einen Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}} < \hat{w}_{\text{H}_2\text{O}}$ .

### Stabilisierung mit Hilfe eines Smith-Prädiktors mit Proportionalregler

Bei Verwendung eines Smith-Prädiktors [48] kann die Dynamik für Systeme mit konstanter Totzeit deutlich erhöht werden, ohne dabei die Stabilität des geregelten Systems zu beeinträchtigen. Beim Brennstoffbett der Biomasse-Feuerungsanlage handelt es sich um ein System mit variabler Totzeit, welche hauptsächlich vom Wassergehalt des Brennstoffes abhängt. Bei konstantem, mittlerem Wassergehalt kann näherungsweise von konstanter Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  ausgegangen und ein Smith-Prädiktor zur Stabilisierung verwendet werden. In Abbildung 4.14 ist die vorgeschlagene Struktur mit Smith-Prädiktor zur Stabilisierung der internen Dynamik dargestellt.

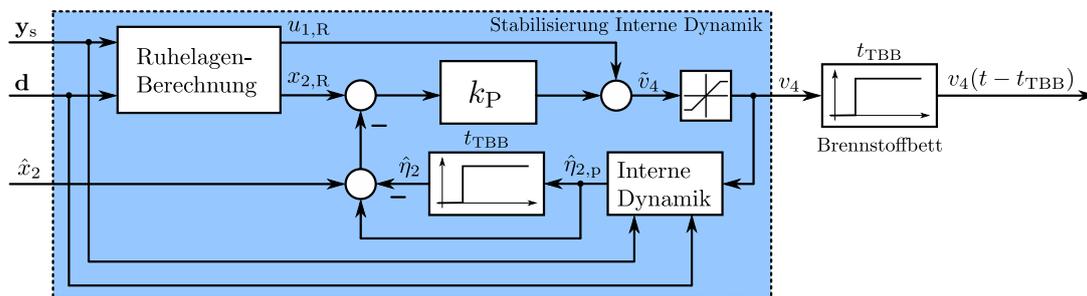


Abbildung 4.14 – Stabilisierung mit Smith-Prädiktor und Proportionalregler

Mit dieser Struktur ist es möglich, den Proportionalregler  $R(s) = k_P$  mit einem Wert größer als  $k_{P,\text{max}}$  gemäß (4.135) zu wählen. Im Block „Interne Dynamik“ wird das System (4.120) numerisch simuliert. Mit Hilfe der Größen  $v_1 = y_{1,s}$ ,  $v_2 = y_{2,s}$ ,  $v_3 = y_{3,s}$  und der (messbaren bzw. schätzbaren) Störgrößen  $\mathbf{d}$  werden dabei die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. die Funktion  $\theta$  adaptiert. Statt der tatsächlich wirksamen totzeitverzögerten Eingangsgröße  $v_4(t - t_{\text{TBB}})$  wird hierbei die unverzögerte beschränkte Eingangsgröße  $v_4$  verwendet. Da die tatsächlich wirksame Eingangsgröße  $v_4 = u_1$  einer Stellgrößenbeschränkung unterliegt, muss diese Beschränkung für den Smith-Prädiktor berücksichtigt werden. Mit der unverzögerten Größe  $v_4$  wird der Schätzwert für die Größe  $\eta_2 = x_2$  um die konstante(!) Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  voraus berechnet, wodurch sich der prädizierte Wert  $\hat{\eta}_{2,p}$  ergibt. Um den Schätzwert  $\hat{\eta}_2$  zu berechnen, wird die Größe  $\hat{\eta}_{2,p}$  anschließend um die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  zeitlich verzögert. Die prädizierte Größe  $\hat{\eta}_{2,p}$  wird somit totzeitfrei auf den Sollwert  $x_{2,s} = x_{2,R}$  geregelt und durch die Differenz zwischen der geschätzten Größe  $\hat{x}_2$  und der Größe  $\hat{\eta}_2$  korrigiert.

Allerdings ist die Berechnung der Größe  $\hat{\eta}_{2,p}$  bzw.  $\hat{\eta}_2$  nicht ganz korrekt. Aus systemtechnischer Sicht kann die Funktion  $\theta(\mathbf{v}, d_4, d_5)$  neben  $v_4$  als weitere Eingangsgröße der internen Dynamik (4.120) betrachtet werden. Diese Größe unterliegt allerdings im Gegensatz zu  $v_4$  keiner Totzeitverzögerung. Da für die Berechnung der Prädiktion  $\hat{\eta}_{2,p}$  nur die Eingangsgröße  $v_4$  nicht aber  $\theta(v_1, v_2, v_3, d_4, d_5)$  um die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  voraus berechnet wird, sind die Größen  $\hat{\eta}_{2,p}$  und  $\hat{\eta}_2$  bei Änderungen der Funktion  $\theta(\mathbf{v}, d_4, d_5)$  fehlerbehaftet. Die daraus resultierenden Abweichungen werden aber durch den Proportionalregler ausgeglichen. Die genaue Wahl des Parameters  $k_P$  hängt von der Größe der auftretenden Störungen ab und muss über Versuche an der realen Anlage festgelegt werden. In Simu-

lationen wurde jedoch festgestellt, dass die Stabilisierung mit Hilfe des Smith-Prädiktors für realistische Variationen des Wassergehalts der Biomasse  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  und somit für variable Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  keine besseren Ergebnisse als die Stabilisierung mit Hilfe des Lead-Gliedes resultiert. Daher wurde diese Stabilisierungsmaßnahme für die Regelung auf Basis der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung nicht weiter verfolgt.

### Vergleich der vorgestellten Stabilisierungsmaßnahmen

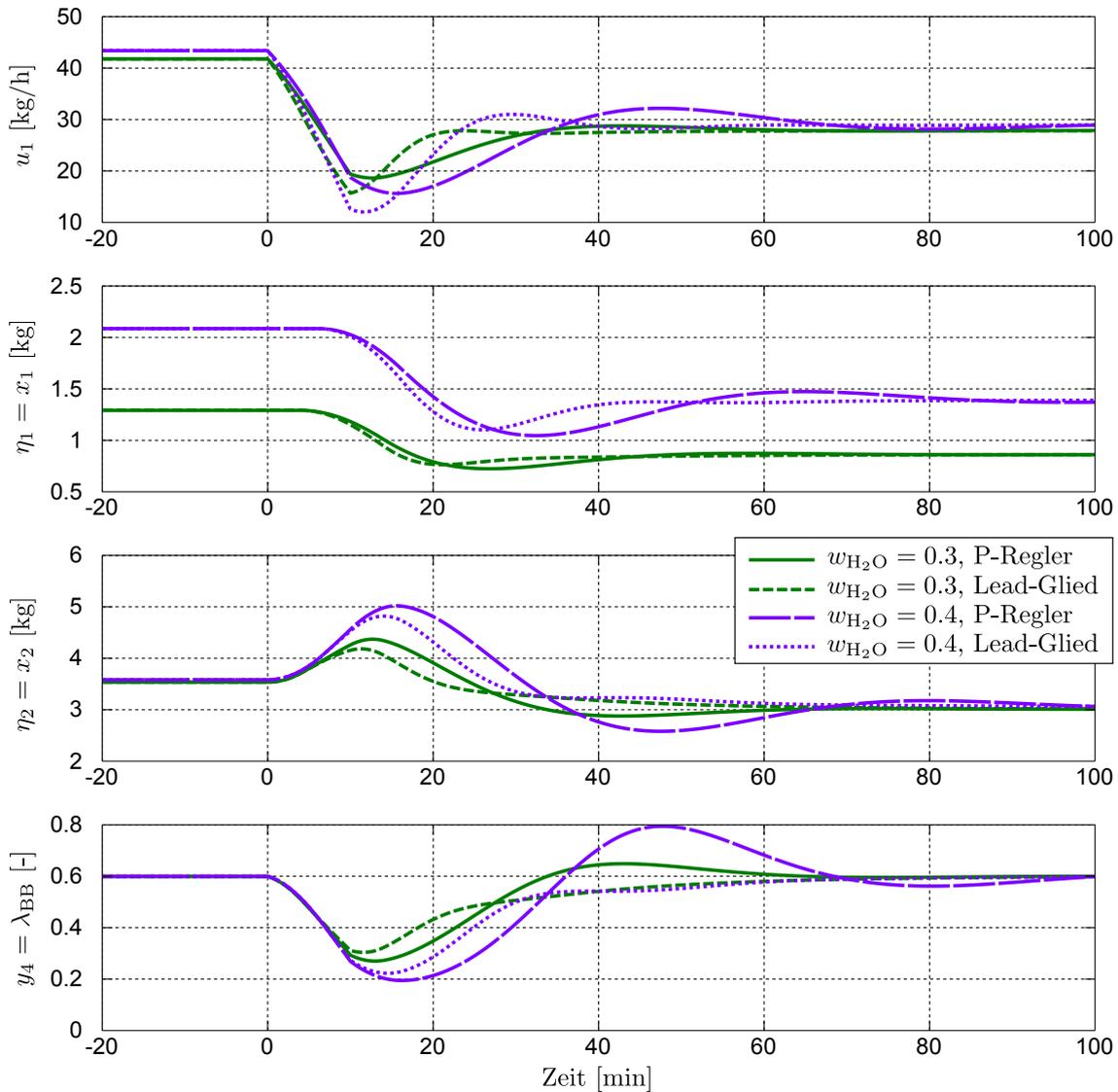
Um die beiden Methoden - Proportionalregler und Lead-Glied - zur Stabilisierung der internen Dynamik zu vergleichen, wurde eine Simulation des exakt linearisierten Systems (4.116) mit den vorgestellten Stabilisierungsmaßnahmen durchgeführt. Dabei wurde die Reglerstruktur gemäß Abbildung 4.8 der Einfachheit halber ohne PI-Regelungen und ohne Kalmanfilter simuliert. Für das Modell der Biomasse-Feuerungsanlage wurde das vereinfachte Reglerentwurfsmodell (4.106) verwendet. Die Parameter  $k_{\text{P,max}}$  für den Proportionalregler (P-Regler) sowie die Parameter  $k_{\text{P,max}}$ ,  $\omega_{\text{Z}}$  und  $\omega_{\text{N}}$  für den Lead-Korrekturterm (Lead-Glied) wurden für einen maximalen Wassergehalt  $\hat{w}_{\text{H}_2\text{O}} = 0.5$  bestimmt. Über Simulationsstudien wurden die Parameter  $k_{\text{P}}$  mit  $k_{\text{P}} \approx 0.5k_{\text{P,max}}$  festgelegt und so die Stabilitätsreserve weiter erhöht. Die Parameter des Zustandsreglers  $\beta_{0,2}$  und  $\beta_{0,3}$  wurden ebenfalls in Simulationsstudien so festgelegt, dass die Stellgrößen  $\mathbf{u}$  für typische Verläufe der Regel- bzw. Störgrößen nicht in ihre physikalischen Beschränkungen laufen. In Tabelle 4.1 sind alle Parameter gemeinsam aufgelistet.

	Parameter	Wert
P-Regler	$k_{\text{P}}$	0.0020 1/s
Lead-Glied	$k_{\text{P}}$	0.0045 1/s
	$\omega_{\text{Z}}$	0.0012 rad/s
	$\omega_{\text{N}}$	0.0033 rad/s
Zustandsregler	$\beta_{0,2}$	0.0083 1/s
	$\beta_{0,3}$	0.0083 1/s

**Tabelle 4.1** – Parameter für die Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Im Rahmen der Simulation wurde die Rücklauftemperatur  $T_{\text{RL}}$  innerhalb von zehn Minuten rampenförmig von  $70^\circ\text{C}$  auf  $76^\circ\text{C}$  erhöht, um die wasserseitig übertragene Leistung von 180 kW auf 120 kW zu reduzieren. Die Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_{\text{W}} = 2.4 \text{ kg/s}$ ,  $d_6 = \alpha_{\text{A}} = 1$  und  $d_7 = \dot{m}_{\text{FL}} = 0 \text{ kg/s}$  sowie die Sollwerte für die geregelten Ausgangsgrößen  $y_{1,s} = v_1 = 7 \%$ ,  $y_{2,s} = v_2 = 1000^\circ\text{C}$ ,  $y_{3,s} = v_3 = 88^\circ\text{C}$  und  $y_{4,s} = 0.6$  wurden dabei konstant gehalten. Auch die zeitlich veränderlichen Modellparameter  $\tilde{c}_{ij}$  wurden während der Simulation konstant gehalten. Die Simulation wurde für die beiden Wassergehälte  $w_{\text{H}_2\text{O}} = 0.3$  und  $w_{\text{H}_2\text{O}} = 0.4$  durchgeführt. Aufgrund der verwendeten Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung folgen die Regelgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  in beiden Fällen exakt ihren Sollwerten  $y_{1,s}$ ,  $y_{2,s}$  und  $y_{3,s}$  und werden daher nicht näher diskutiert. Die

Simulationsergebnisse für die Stellgröße  $u_1$ , die Zustandsgrößen der internen Dynamik  $\eta_1$  und  $\eta_2$  und die Ausgangsgröße  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$  sind in Abbildung 4.15 dargestellt.



**Abbildung 4.15** – Simulation der Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung: Vergleich der beiden Stabilisierungsmaßnahmen für unterschiedliche Wassergehälter  $w_{\text{H}_2\text{O}}$

Wird das geregelte Gesamtsystem über den P-Regler stabilisiert, so resultiert für beide Wassergehälter ein oszillierendes Verhalten der beiden Zustandsgrößen  $\eta_1$  und  $\eta_2$  und daher auch für die Ausgangsgröße  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$ . Wird das Lead-Glied zur Stabilisierung verwendet, so werden die Schwingungen gedämpft. Außerdem wird der eingeschwungene Zustand schneller erreicht. Der Unterschied beider Stabilisierungsmaßnahmen verringert sich mit kleiner werdendem Wassergehalt. Mit beiden Stabilisierungsmaßnahmen wird ein zufriedenstellendes stabiles Verhalten der internen Dynamik erreicht, wobei die Stabilisierung mit Hilfe des Lead-Gliedes zu bevorzugen ist.

#### 4.2.4 PI-Regelung für stationär genaues Regelverhalten

Mit Hilfe der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wird das nichtlineare verkoppelte Verhalten der Biomasse-Feuerungsanlage entkoppelt und linearisiert. Werden bei den gewünschten Übertragungsfunktionen (4.89) die Koeffizienten  $\beta_{0,k}$  und  $\beta_{0,k}$  identisch gewählt, so ergibt sich im nominellen (störungsfreien) Fall ein stationär genaues Führungsverhalten für die geregelten Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$ . Allerdings wird dieses stationär genaue Verhalten in der Praxis durch Störungen, ungenaue Modellparameter oder aufgrund zu starker Modellvereinfachungen verletzt. Um die Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  trotz dieser Störeinflüsse stationär genau zu regeln, werden zusätzlich PI-Regelungen eingesetzt. Da das Verbrennungsluft-Verhältnis im Brennstoffbett  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$  nicht messbar ist, wird für diese Größe keine PI-Regelung vorgesehen. Im nominellen (störungsfreien) Fall werden die linearen entkoppelten Kanäle durch die Übertragungsfunktionen (4.89) und zusätzlich durch die Dynamiken der verwendeten Messgeräte beschrieben [45]. Im Reglerentwurfmodell (4.106) wurde in diesem Zusammenhang nur das Verzögerungsverhalten des Rauchgastemperatursensors modelliert. Zur Anpassung der PI-Regler an die resultierenden Kanäle sollten auch die Dynamiken der anderen Messgeräte berücksichtigt werden.

Da die Messung des Sauerstoffgehaltes im Rauchgas erst beim Rauchgasaustritt aus dem Wärmeübertrager erfolgt, dauert es eine bestimmte Zeit  $t_{\text{TO}_2}$ , bis eine Änderung des Sauerstoffgehalts aufgrund einer geänderten Zufuhr an Sekundärluft vom Sauerstoffsensor erfasst wird. Da der Rauchgasmassenstrom  $\dot{m}_{\text{RG}}$  in Abhängigkeit der aktuellen Leistung variiert, ist diese Totzeit variabel. Deshalb ist das Messsignal um die variable Totzeit  $t_{\text{TO}_2}$  zeitlich verzögert. Außerdem reagiert der Sensor auf einen veränderten Sauerstoffgehalt im Rauchgas etwas verzögert, was mit Hilfe eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung mit der Zeitkonstante  $\tau_{\text{O}_2}$  modelliert wird.

Die Messstelle der Vorlauftemperatur befindet sich beim Wasseraustritt aus dem Wärmeübertrager. Da das Wasser bereits vor dieser Messstelle im Wärmeübertrager erhitzt wird, dauert es auch in diesem Fall eine bestimmte Zeit  $t_{\text{TVL}}$  bis eine Änderung der Wassertemperatur aufgrund eines anderen Rauchgasenergiestromes vom Temperatursensor erfasst wird. Diese Zeit ist vom Wassermassenstrom  $\dot{m}_{\text{W}}$  abhängig und im Allgemeinen ebenfalls variabel. Deshalb ist auch die Messung der Vorlauftemperatur um die variable Totzeit  $t_{\text{TVL}}$  zeitlich verzögert.

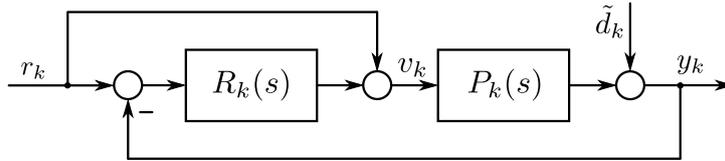
Zusammengefasst ergeben sich aus Sicht der PI-Regler die folgenden linearen Übertragungsfunktionen  $P_k(s)$  für die einzelnen Kanäle

$$P_1(s) := \frac{y_1(s)}{v_1(s)} = \frac{1}{\underbrace{1 + s\tau_{\text{O}_2}}_{\text{Messung}}} e^{-s t_{\text{TO}_2}} \quad (4.149a)$$

$$P_2(s) := \frac{y_2(s)}{v_2(s)} = \frac{\beta_{0,2}}{\beta_{0,2} + s} = \frac{1}{\underbrace{1 + s\tau_{\text{RG}}}_{\text{ExakteLin.}}} \quad (4.149b)$$

$$P_3(s) := \frac{y_3(s)}{v_3(s)} = \frac{\beta_{0,3}}{\beta_{0,3} + s} e^{-s \cdot t_{TVL}} = \underbrace{\frac{1}{1 + s \tau_{TVL}}}_{\text{Exakte Lin.}} \underbrace{e^{-s \cdot t_{TVL}}}_{\text{Messung}} \quad (4.149c)$$

Um mit Hilfe der PI-Regelungen vor allem das Störverhalten positiv zu beeinflussen, wird eine Reglerstruktur mit Vorsteuerung vorgeschlagen. In Abbildung 4.16 ist die gewählte Reglerstruktur allgemein dargestellt.



**Abbildung 4.16** – Strukturbild der Regelkreise zur Regelung der entkoppelten und linearisierten Kanäle

Zur Beschreibung dieser Regelkreise werden die Führungsübertragungsfunktionen

$$T_k(s) = \frac{y_k(s)}{r_k(s)} = \frac{P_k(s) + R_k(s)P_k(s)}{1 + R_k(s)P_k(s)} \quad \text{für } k = 1, 2, 3 \quad (4.150)$$

und die Störübertragungsfunktionen

$$S_k(s) = \frac{y_k(s)}{\tilde{d}_k(s)} = \frac{1}{1 + R_k(s)P_k(s)} \quad \text{für } k = 1, 2, 3 \quad (4.151)$$

gebildet. Durch den Übergang  $s \rightarrow j\omega$  können die Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich dargestellt werden. Bei Betrachtung der Frequenzgänge  $P_k(j\omega)$  wird ersichtlich, dass für sehr kleine Frequenzen  $\omega \ll$  die Näherung  $P_k(j\omega) \approx 1$  gültig ist. Für die meist niederfrequent vorgegebenen Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  können die Führungsübertragungsfunktionen  $T_k(j\omega)$  näherungsweise mit

$$T_k(j\omega) \approx \frac{1 + R_k(j\omega)P_k(j\omega)}{1 + R_k(j\omega)P_k(j\omega)} = 1 \quad \text{für } \omega \ll 1 \quad \text{und } k = 1, 2, 3 \quad (4.152)$$

angeschrieben werden. Das Störverhalten kann somit ohne Beeinflussung des Führungsverhaltens wie gewünscht eingestellt werden. Um bei den verwendeten PI-Reglern mit den Übertragungsfunktionen

$$R_k(s) = \frac{\frac{k_{P,k}}{t_{N,k}}(1 + t_{N,k}s)}{s} \quad \text{für } k = 1, 2, 3 \quad (4.153)$$

die positiven Parameter  $k_{P,k}$  und  $t_{N,k}$  festzulegen, wird beispielhaft der Kanal zur Regelung von  $y_1 = x_{O_2RG}$  betrachtet. Für den offenen Kreis  $L_1(s)$  erhält man

$$L_1(s) = R_1(s)P_1(s) = \frac{\frac{k_{P,1}}{t_{N,1}}(1 + t_{N,1}s)}{s} \frac{1}{1 + s\tau_{O_2}} e^{-s \cdot t_{TO_2}}. \quad (4.154)$$

Wird dabei  $t_{N,1} = \tau_{O_2}$  gewählt, so ergibt sich

$$L_1(s) = \frac{k_{P,1}}{\tau_{O_2}} \frac{1}{s} e^{-s \cdot t_{TO_2}}. \quad (4.155)$$

mit einer zu  $L(s)$  gemäß (4.141) identischen Struktur. Im Abschnitt 4.2.3 wurde bereits eine obere Schranke  $k_{P,\max}$  ermittelt, damit der geschlossene Regelkreis  $T(s)$  einer Übertragungsfunktion  $L(s)$  mit gleicher Struktur wie (4.155) die BIBO-Eigenschaft besitzt. Dieses Ergebnis kann auch im vorliegenden Fall verwendet werden. Da die Totzeit  $t_{TO_2}$  variabel ist, wird für die Berechnung des Maximalwertes  $k_{P,1,\max}$  die größte auftretende Totzeit  $\hat{t}_{TO_2}$  benutzt. Der Parameter  $k_{P,1}$  muss also gemäß der Ungleichung

$$k_{P,1} < k_{P,1,\max} = \frac{\tau_{O_2}}{\hat{t}_{TO_2}} \frac{\pi}{2} \quad (4.156)$$

festgelegt werden, damit  $T_1(s)$  und  $S_1(s)$  die BIBO-Eigenschaft besitzen. Mit denselben Überlegungen und für die Wahl  $t_{N,3} = \tau_{RG}$  erhält man die Bedingung

$$k_{P,3} < k_{P,3,\max} = \frac{\tau_{RG}}{\hat{t}_{TVL}} \frac{\pi}{2}, \quad (4.157)$$

damit  $T_3(s)$  und  $S_3(s)$  die BIBO-Eigenschaft besitzen. Die beiden positiven Parameter  $t_{N,2}$  und  $k_{P,2}$  des PI-Reglers für den Kanal zur Regelung von  $y_2 = T_{SVZ}$  müssen über Simulationsstudien gewählt werden. Anschließend müssen alle Parameter der PI-Regelungen an der realen Biomasse-Feuerungsanlage verifiziert werden, um das Störverhalten wie gewünscht einzustellen.

Die Zeitkonstante  $\tau_{O_2}$  wird vom verwendeten Sauerstoffsensoren vorgegeben und mit Hilfe von Messungen bestimmt. Die Zeitkonstanten  $\tau_{RG} = \frac{1}{\beta_{0,2}}$  und  $\tau_{VL} = \frac{1}{\beta_{0,3}}$  sind frei wählbar und sollten so eingestellt werden, dass die Stellgrößen  $\mathbf{u}$  bzw. die Soll-Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}_s$  für typische Führungs- bzw. Störgrößenverläufe nicht in ihre Beschränkungen

$$\dot{\mathbf{m}}_{\min} \leq \dot{\mathbf{m}}_s \leq \dot{\mathbf{m}}_{\max} \quad (4.158)$$

laufen. Dies wird mit Hilfe von Simulationen sichergestellt. Werden die Beschränkungen (4.158) im praktischen Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage trotzdem überschritten, so resultiert bei den Integratoren der PI-Regler ein sogenannter Windup-Effekt, wodurch es zu großem Überschwingen der geregelten Größen und sogar zu Instabilität kommen kann. Deshalb muss dieser Effekt mit Hilfe geeigneter Anti-Windup Maßnahmen beseitigt werden. Für Eingrößensysteme existieren dafür sehr einfache und effektive Methoden, z.B. [21]. Allerdings handelt es sich bei der Biomasse-Feuerungsanlage um ein verkoppeltes Mehrgrößensystem. Daher ist es schwierig den Windup-Effekt vollständig zu eliminieren.

Um den Windup-Effekt mit Hilfe heuristischer Maßnahmen zumindest abzuschwächen, wurde das verkoppelte Verhalten der Biomasse-Feuerungsanlage analysiert. Dabei wurden folgende Hauptkanäle zwischen den einzelnen Stellgrößen  $\dot{\mathbf{m}}$  und den einzelnen Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  gefunden:

$$\dot{m}_{SL} \rightarrow y_1 = x_{O_2RG} \quad (4.159a)$$

$$\dot{m}_{RZ} \rightarrow y_2 = T_{SVZ} \quad (4.159b)$$

$$\dot{m}_{PL} \rightarrow y_3 = T_{VL}. \quad (4.159c)$$

Das bedeutet, dass sich eine Veränderung des Sekundärluftmassenstromes  $\dot{m}_{\text{SL}}$  hauptsächlich auf den Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $x_{\text{O}_2\text{RG}}$  auswirkt und bei Beschränkung des Sollwertes  $\dot{m}_{\text{SL},s}$  der Integrator des PI-Reglers im Kanal zur Regelung von  $y_1 = x_{\text{O}_2\text{RG}}$  angehalten werden muss. Da eine Erhöhung des Sekundärluftmassenstromes  $\dot{m}_{\text{SL}}$  eine Erhöhung von  $x_{\text{O}_2\text{RG}}$  zur Folge hat, muss bei Überschreitung der oberen Grenze der Stellgrößenbeschränkung eine weitere Aufwärtsintegration verhindert werden. Abwärts darf der Integrator weiter normal integrieren. Wird die untere Grenze der Stellgrößenbeschränkung verletzt, so muss eine Abwärtsintegration verhindert werden. Beim Integrator des PI-Reglers im Kanal zur Regelung von  $y_3 = T_{\text{VL}}$  gelten dieselben Überlegungen.

Die Beschränkung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  resultiert in einer umgekehrt proportionalen Wirkung auf die gemessene Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{SVZ}}$ . Durch eine Erhöhung des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes  $\dot{m}_{\text{RZ}}$  wird nämlich  $T_{\text{SVZ}}$  reduziert. Deshalb muss bei Überschreitung der oberen Grenze der Stellgrößenbeschränkung eine Abwärtsintegration verhindert werden. Aufwärts darf der Integrator weiter normal integrieren. Wird die untere Grenze der Stellgrößenbeschränkung verletzt, so muss eine Aufwärtsintegration verhindert werden. In Tabelle 4.2 sind die nötigen Aktionen für die jeweiligen Integratoren zusammengefasst.

Beschränkung	Anweisung für die Integratoren
$\dot{m}_{\text{SL}}$ oben $\uparrow$	$x_{\text{O}_2\text{RG}}$ -Integrator: keine Aufwärtsintegration
$\dot{m}_{\text{SL}}$ unten $\downarrow$	$x_{\text{O}_2\text{RG}}$ -Integrator: keine Abwärtsintegration
$\dot{m}_{\text{PL}}$ oben $\uparrow$	$T_{\text{VL}}$ -Integrator: keine Aufwärtsintegration
$\dot{m}_{\text{PL}}$ unten $\downarrow$	$T_{\text{VL}}$ -Integrator: keine Abwärtsintegration
$\dot{m}_{\text{RZ}}$ oben $\uparrow$	$T_{\text{SVZ}}$ -Integrator: keine Abwärtsintegration
$\dot{m}_{\text{RZ}}$ unten $\downarrow$	$T_{\text{SVZ}}$ -Integrator: keine Aufwärtsintegration

**Tabelle 4.2** – Vorschriften für die Integratoren der PI-Regler zur Vermeidung von Regler-Windup

Mit diesen Maßnahmen kann das Problem der Stellgrößenbeschränkung ausreichend abgeschwächt werden. Über die Differenzen zwischen unbeschränkten und beschränkten Stellgrößen  $\mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}$  wird die Überschreitung der Stellgrößenbeschränkungen detektiert und gemäß Tabelle 4.2 verarbeitet.

#### 4.2.5 Kalman-Filter

Für die Realisierung des Zustandsreglers gemäß (4.114) werden die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  des zugehörigen Modells benötigt. Da nicht alle Zustandsgrößen messbar sind, werden diese mit Hilfe eines erweiterten Kalman-Filters geschätzt. Als Grundlage für dessen Entwurf wird das Modell der Biomasse-Feuerungsanlage (4.71) verwendet. Der in [17] vorgeschlagene Entwurf wurde nach genaueren Untersuchungen in [45, 46] verbessert.

In [17] wurden zur Abschätzung von Störgrößen mit  $d_7 = \dot{m}_{\text{FL}}$  und  $k_{\text{BZ}}$  zwei zusätzliche Zustandsgrößen eingeführt. Hierbei entspricht  $\dot{m}_{\text{FL}}$  dem Falschlufmassenstrom und

$k_{BZ}$  einem Brennstoffzufuhrfaktor, der die nur näherungsweise bekannte Schüttdichte des Brennstoffes beschreibt. In [45, 46] wurden weitere zwei Zustandsgrößen eingeführt, um auch den Offsetfehler bei der Messung der Rauchgastemperatur  $\Delta T_{SVZ}$  und die Störgröße  $d_6 = \alpha_A$  zur Beschreibung der Abbauschwankungen abzuschätzen. Zusätzlich wurde das Verzögerungsverhalten bei der Messung des Sauerstoffgehalts im Rauchgas mit Hilfe eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung berücksichtigt. Die variable Totzeit  $t_{TO_2}$  wurde in der zeitdiskreten Realisierung des Kalman-Filters über eine bestimmte Anzahl weiterer Zustandsgrößen modelliert. Die genaue Vorgehensweise beim Entwurf des erweiterten Kalman-Filters ist in [45, 46] angegeben.

Durch diese Erweiterungen können neben den gesuchten Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  auch einige der unbekanntenen Störgrößen gut abgeschätzt und bei der Regelung berücksichtigt werden. Vor allem durch die Berücksichtigung des Schätzwertes für die Störgröße  $d_6$  konnte das Regelverhalten (wie in Kapitel 6 beschrieben) deutlich verbessert werden. Das resultierende System zur Beschreibung des Kalman-Filters besitzt allerdings sehr viele Einstellparameter, welche nur mit großem Aufwand an der Biomasse-Feuerungsanlage eingestellt werden können. Nähere Informationen hierzu sind in [45, 46] angegeben.

#### 4.2.6 Probleme im praktischen Einsatz

Es steht außer Frage, dass mit dem vorgestellten Regelungskonzept sehr gute Regelergebnisse erzielt werden können. Eine ausführliche Darstellung der Messergebnisse der geregelten Biomasse-Feuerungsanlage ist in Kapitel 6 angegeben. Allerdings besitzt dieses Regelungskonzept auch einige Schwächen. Werden bei der Regelung die Stellgrößenbeschränkungen überschritten, so resultiert bei den Integratoren der PI-Regler der bereits erwähnte Windup-Effekt. Dieser wurde im bestehenden Regelungskonzept durch gezieltes Anhalten der Integratoren abgeschwächt, aber nicht vollständig eliminiert. Daher kommt es bei einem Regelbetrieb mit Stellgrößen in der Nähe der Stellgrößenbeschränkungen immer wieder zum Überschwingen der Regelgrößen.

Ein weiteres Problem besteht in der Komplexität des Regelungskonzeptes und der damit verbundenen schwierigen Wahl der Reglerparameter. Da es sich um ein modellbasiertes Regelungskonzept handelt, müssen die Modellparameter mit Hilfe von experimentell bestimmten Messdaten und numerischen Optimierungsverfahren an die reale Biomasse-Feuerungsanlage angepasst werden. Zusätzlich müssen die Reglerparameter so eingestellt werden, dass die geregelten Ausgangsgrößen das gewünschte Verhalten besitzen. Die Parameter der unterlagerten Massenstromregelungen können dabei eigenständig im Kaltbetrieb der Anlage (ohne Biomasseverbrennung) relativ einfach angepasst werden. Bei der überlagerten Feuerungsregelung müssen vor allem die Parameter der PI-Regelungen und des Kalman-Filters an der Anlage aufeinander abgestimmt werden. Diese Parameterwahl stellt selbst für erfahrene Regelungstechniker eine Herausforderung dar und nimmt vor allem sehr viel Zeit in Anspruch. Dabei wird die Biomasse-Feuerungsanlage zunächst auf einen konstanten Betriebszustand aufgeheizt, was aufgrund der großen Speicherwirkung des mit Schamott ausgekleideten Feuerraumes ca. einen Tag dauert. Danach müssen die Reglerparameter an den aktuellen Arbeitspunkt der Anlage angepasst werden. Speziell

die Einstellung der Parameter des Kalman-Filters benötigt viel Zeit, weil dieser den langsamen realen Prozess in Echtzeit beschreibt. Allerdings werden bei schlecht gewählten Parameterwerten keine vernünftigen Schätzwerte berechnet, weshalb der Kalman-Filter (nach langem, hoffnungsvollem Warten) mit neuen Parameterwerten von einem bestimmten Anfangszustand aus neu gestartet werden muss. Werden alle Kanäle im aktuellen Arbeitspunkt zufriedenstellend geregelt, müssen in weiterer Folge weitere Arbeitspunkte angefahren und die Reglerparameter wiederum angepasst werden. Das Erreichen eines stationären Betriebszustandes nach einem Leistungssprung von Maximallast auf Minimallast nimmt dabei ebenfalls mehrere Stunden Zeit in Anspruch. Bis alle Reglerparameter an den gesamten Leistungsbereich der Biomasse-Feuerungsanlage angepasst sind und die Regelung zufriedenstellende Ergebnisse liefert, dauert es demnach mehrere Tage.

Deshalb wird im nachfolgenden Abschnitt ein Regelungskonzept vorgestellt, das ohne den Einsatz eines Kalman-Filters und ohne PI-Regelungen auskommt, aber trotzdem stationäre Genauigkeit für die geregelten Ausgangsgrößen garantiert. Daher besitzt dieses Regelungskonzept eine geringere Anzahl an Reglerparametern und kann deshalb einfacher und schneller eingestellt werden. Da bei diesem Regelungskonzept prinzipiell kein Integrator-Windup auftritt, muss auch keine Anti-Windup-Maßnahme vorgesehen werden. Bei der Wahl dieses Regelungskonzeptes wurde außerdem darauf geachtet, die Struktur des bestehenden Regelungskonzeptes auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung nicht zu stark zu verändern.

### 4.3 Regelung mittels Internal-Model-Control

Um die bestehende Reglerstruktur auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung zu vereinfachen und die Anzahl der Reglerparameter zu reduzieren, wird in diesem Abschnitt ein alternativer Ansatz zur Regelung einer Biomasse-Feuerungsanlage mit Hilfe von Internal-Model-Control (z.B. [29, 30]) entwickelt. In weiterer Folge wird für Internal-Model-Control die Abkürzung „IMC“ verwendet. Dieses Regelungskonzept verwendet die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  des Reglerentwurfsmodells  $\tilde{P}$  und garantiert stationäre Genauigkeit für die geregelten Ausgangsgrößen ohne explizite Verwendung eines integrierenden Reglers und somit ohne Windup-Problematik. In [44] wurde gezeigt, wie mit Hilfe der Eigenschaften der differentiellen Flachheit (z.B. [14, 15, 37, 38]) eine inverse Streckendynamik und somit eine Regelung mit IMC-Struktur für nichtlineare Systeme realisiert werden kann. Voraussetzung dafür ist die asymptotische Stabilität der Strecke  $\tilde{P}$  und der zugehörigen inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$ . Im Abschnitt 4.1.3 wurde bereits gezeigt, dass das Modell der Biomasse-Feuerungsanlage asymptotisch stabil ist. Nun wird mit Hilfe der Eigenschaften der differentiellen Flachheit die asymptotisch stabile inverse Streckendynamik hergeleitet. Dabei werden die Erkenntnisse zur Stabilisierung der internen Dynamik des exakt linearisierten Modells aus Abschnitt 4.2.3 berücksichtigt.

Im Abschnitt 4.3.1 wird das Konzept Internal-Model-Control kurz erklärt und gezeigt, wie dieses zur Regelung der Biomasse-Feuerungsanlage verwendet werden kann. Danach wird im Abschnitt 4.3.2 der Entwurf der inversen Streckendynamik mit Hilfe der Eigenschaf-

ten der differentiellen Flachheit durchgeführt. Abschließend wird im Abschnitt 4.3.3 die resultierende Struktur der IMC-Regelung für die Biomasse-Feuerungsanlage vorgestellt.

### 4.3.1 Internal-Model-Control - eine Einführung

Um das Konzept Internal-Model-Control (IMC) [29, 30] kurz zu erklären, wird zunächst die verwendete Struktur erklärt und eine mathematische Beschreibung anhand linearer Systeme vorgestellt. Danach wird auch auf die Robustheit dieses Regelungskonzepts eingegangen und die wesentlichen Eigenschaften einer IMC-Regelung werden zusammengefasst. Abschließend wird eine Zwei-Freiheitsgrad Struktur und die Anwendung einer IMC-Regelung für nichtlineare Mehrgrößensysteme kurz erläutert.

#### Struktur und mathematische Beschreibung

Die Grundidee des Konzeptes Internal-Model-Control liegt darin, im Regelkreis mit Strecke  $P(s)$  und Korrekturglied  $Q(s)$  auch eine Streckenkopie (nominelle Strecke)  $\tilde{P}(s)$  zu verwenden. Dabei werden mit  $P(s)$ ,  $Q(s)$  und  $\tilde{P}(s)$  die zugehörigen Übertragungsfunktionen bezeichnet. In Abbildung 4.17 ist die typische Struktur eines IMC-Regelkreises mit Stellgrößenbeschränkung dargestellt.

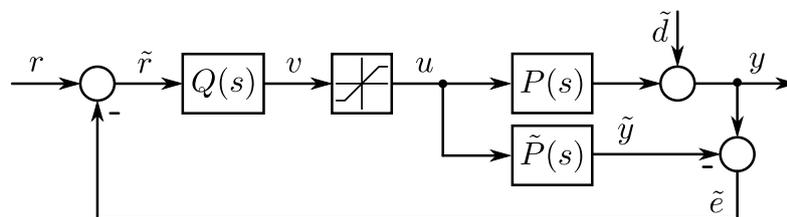


Abbildung 4.17 – Strukturbild eines IMC-Regelkreises

In diesem Regelkreis bezeichnet  $r$  die Führungsgröße,  $\tilde{r}$  die korrigierte Führungsgröße,  $v$  die unbeschränkte Stellgröße,  $u$  die beschränkte Stellgröße,  $d$  die Störgröße,  $y$  die Ausgangsgröße,  $\tilde{y}$  die Ausgangsgröße der Streckenkopie und  $\delta$  die Differenz zwischen  $y$  und  $\tilde{y}$ . Die über das Korrekturglied  $Q(s)$  berechnete und durch die Sättigungsfunktion beschränkte Stellgröße  $u$  wird nicht nur als Eingangsgröße der realen Strecke  $P(s)$ , sondern auch als Eingangsgröße der Streckenkopie  $\tilde{P}(s)$  verwendet. Die Abweichung zwischen  $\tilde{y}$  und  $y$  wird zur Referenzgröße  $r$  zurückgeführt und von dieser subtrahiert. Dadurch ergibt sich die korrigierte Referenzgröße  $\tilde{r}$ , welche als Eingangsgröße für das Korrekturglied  $Q(s)$  verwendet wird. Die Führungsübertragungsfunktion  $T(s)$  wird mit

$$T(s) = \left. \frac{y(s)}{r(s)} \right|_{AW=0} = \frac{Q(s)P(s)}{1 + Q(s) [P(s) - \tilde{P}(s)]} \quad (4.160)$$

und die Störübertragungsfunktion mit

$$S(s) = \left. \frac{y(s)}{d(s)} \right|_{AW=0} = \frac{1 - Q(s)\tilde{P}(s)}{1 + Q(s)[P(s) - \tilde{P}(s)]} \quad (4.161)$$

berechnet. Sind reale Strecke  $P(s)$  und Streckenkopie  $\tilde{P}(s)$  identisch und wird die Stellgrößenbeschränkung nicht verletzt ( $u = v$ ), so wird der resultierende Regelkreis als nomineller Regelkreis bezeichnet. Im störungsfreien Fall ( $d = 0$ ) ist somit  $y$  und  $\tilde{y}$  identisch und der Rückführzweig des Regelkreises wird inaktiv. Somit erhält man die Führungsübertragungsfunktion

$$\tilde{T}(s) = Q(s)\tilde{P}(s). \quad (4.162)$$

Tritt eine Störung  $d \neq 0$  auf, so kann die Auswirkung dieser Störung auf die Ausgangsgröße  $y$  durch die Störübertragungsfunktion

$$\tilde{S}(s) = 1 - Q(s)\tilde{P}(s) \quad (4.163)$$

beschrieben werden. Diese beiden Übertragungsfunktionen besitzen nur dann die BIBO-Eigenschaft, wenn  $P(s)$  und  $Q(s)$  BIBO-stabil sind. Deshalb können mit diesem Regelungskonzept prinzipiell nur BIBO-stabile Strecken  $P(s)$  mit BIBO-stabilen Korrekturgliedern  $Q(s)$  geregelt werden. Anhand (4.162) erkennt man weiterhin, dass  $Q(s)$  einer BIBO-stabilen Vorsteuerung entsprechen muss. Wenn es gelingt, das Korrekturglied  $Q(s)$  in Form der inversen Streckendynamik

$$Q(s) = \tilde{P}(s)^{-1} \quad (4.164)$$

zu realisieren, so wird für den nominellen Regelkreis das ideale Verhalten

$$\tilde{T}(s) = 1 \quad \text{und} \quad \tilde{S}(s) = 0 \quad (4.165)$$

und auch für die Störübertragungsfunktion (4.161)

$$S(s) = 0 \quad (4.166)$$

erreicht<sup>8</sup>. Im Allgemeinen ist das leider nicht immer möglich. Besitzt die Strecke  $\tilde{P}(s)$  Nullstellen mit positivem Realteil, so ist die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}(s)^{-1}$  instabil. Strecken mit dieser Eigenschaft werden als nicht minimalphasig bezeichnet. Zur Realisierung einer BIBO-stabilen inversen Streckendynamik kann also nur der minimalphasige Teil der Strecke invertiert werden:

$$Q(s) = \tilde{P}_{\min}^{-1}(s). \quad (4.167)$$

Allerdings ist es nicht immer möglich die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}_{\min}^{-1}(s)$  selbstständig zu realisieren. Ist der Zählergrad von  $\tilde{P}_{\min}^{-1}(s)$  größer als der Nennergrad, so muss die inverse Streckendynamik aus Kausalitätsgründen um einen Realisierungsterm

$$F(s) = \frac{1}{(s\tau + 1)^\beta} \quad (4.168)$$

---

<sup>8</sup>Das Verhalten (4.166) wird nur dann erreicht, wenn (4.161) für  $\tilde{P}(s) \neq P(s)$  die BIBO-Eigenschaft besitzt. Deshalb wird im nachfolgenden Abschnitt die Robustheit des Regelkreises untersucht.

erweitert werden. Dabei handelt es sich um ein Verzögerungsglied der Ordnung  $\beta$  mit der Zeitkonstanten  $\tau$ . Daher wird für die Wahl des Korrekturgliedes  $Q(s)$  die realisierbare Übertragungsfunktion

$$Q(s) = \tilde{P}_{\min}^{-1}(s)F(s) = \frac{\tilde{P}_{\min}^{-1}(s)}{(s\tau + 1)^\beta}. \quad (4.169)$$

vorgeschlagen. Hierbei muss  $\beta$  zumindest die Graddifferenz von Zähler und Nenner der minimalphasigen Strecke  $\tilde{P}_{\min}(s)$  ausgleichen. Für den Realisierungsterm  $F(s)$  wurde die Struktur eines Tiefpassfilters gewählt, weil damit positive Auswirkungen auf die Robustheit des resultierenden Regelkreises erreicht werden [30].

Um das integrierende Verhalten dieser Regelung zu verdeutlichen, wird die typische Struktur des IMC-Regelkreises aus Abbildung 4.17 in die eines Standardregelkreises umgeformt und in Abbildung 4.18 dargestellt.

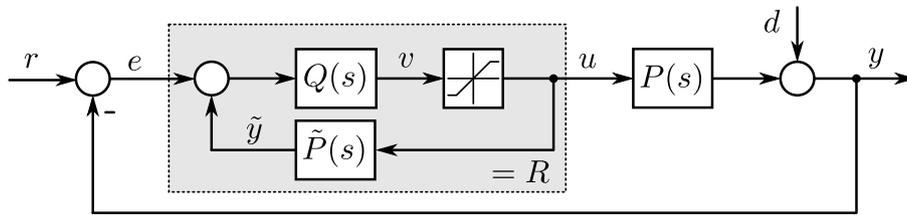


Abbildung 4.18 – Strukturbild des IMC-Regelkreises in Form eines Standardregelkreises

Hierbei erkennt man, dass der Regler  $R$  durch einen inneren Regelkreis gebildet wird. Für den Fall, dass die Stellgrößenbeschränkung nicht verletzt wird ( $u = v$ ) ist dieser innere Regelkreis geschlossen und kann als Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)\tilde{P}(s)} \quad (4.170)$$

angeschrieben werden. Um mathematisch zu zeigen, dass es sich hierbei um einen integrierenden Regler handelt, werden die BIBO-stabilen Übertragungsfunktionen  $\tilde{P}(s)$  und  $\tilde{P}_{\min}^{-1}(s)$  anhand

$$\tilde{P}(s) = V \frac{Z(s)}{N(s)} \quad \text{mit} \quad Z(0) = N(0) = 1 \quad (4.171)$$

und

$$\tilde{P}_{\min}^{-1}(s) = \frac{1}{V} \frac{N(s)}{Z_{\min}(s)} \quad \text{mit} \quad N(0) = Z_{\min}(0) = 1 \quad (4.172)$$

in normierter Form dargestellt. Hierbei entspricht  $V$  dem Verstärkungsfaktor und  $Z(s)$  bzw.  $N(s)$  dem Zähler- bzw. Nennerpolynom der Strecke  $\tilde{P}(s)$ . Mit  $Z_{\min}(s)$  wird der minimalphasige Teil des Zählerpolynoms  $Z(s)$ , also jener welcher ausschließlich Nullstellen mit positivem Realteil besitzt, bezeichnet. Somit kann  $Q(s)$  wie in Gleichung (4.169) mit

$$Q(s) = \frac{\tilde{P}_{\min}^{-1}(s)^{-1}}{(s\tau + 1)^\beta} = \frac{1}{V} \frac{N(s)}{Z_{\min}(s)(s\tau + 1)^\beta} \quad (4.173)$$

angeschrieben und gemeinsam mit (4.171) bei der Berechnung von  $R(s)$  gemäß (4.170) verwendet werden:

$$R(s) = \frac{Q(s)}{1 - Q(s)\tilde{P}(s)} = \frac{\frac{1}{V} \frac{N(s)}{Z_{\min}(s)(s\tau+1)^\beta}}{1 - \frac{1}{V} \frac{N(s)}{Z_{\min}(s)(s\tau+1)^\beta} V \frac{Z(s)}{N(s)}} = \frac{\frac{1}{V} N(s)}{\underbrace{Z_{\min}(s)(s\tau+1)^\beta - Z(s)}_{N_R(s)}}. \quad (4.174)$$

Mit (4.171) und (4.172) kann man zeigen, dass das Nennerpolynom  $N_R(s)$  eine Nullstelle bei  $s = 0$  besitzt:

$$N_R(s=0) = Z_{\min}(0) - Z(0) = 1 - 1 = 0. \quad (4.175)$$

Somit ist bewiesen, dass es sich bei  $R(s)$  um einen integrierenden Regler handelt. Solange  $\tilde{P}(0) \cdot Q(0) = 1$  eingehalten wird, ist dies unabhängig von der Struktur der Strecke  $\tilde{P}$  immer der Fall. Das bedeutet, dass der Verstärkungsfaktor der inversen nominellen Strecke  $\tilde{P}(s)^{-1}$  gleich dem Verstärkungsfaktor des Korrekturgliedes  $Q(s)$  sein muss.

Bei Verletzung der Stellgrößenbeschränkung  $u \neq v$  wird die konstante Stellgröße  $u = \hat{u} \operatorname{sgn}(u)$  ausgegeben. Daher ist der innere Regelkreis zur Bildung von  $R(s)$  offen, wodurch die Größe  $v$  über den Ausdruck

$$v(s) = \left[ e(s) + \tilde{P}(s)\hat{u} \operatorname{sgn}(u) \right] Q(s) \quad (4.176)$$

berechnet wird. Da es sich bei  $Q(s)$  und  $\tilde{P}(s)$  um BIBO-stabile Übertragungsfunktionen handelt, ist bei beschränktem Regelfehler  $e$  auch die Größe  $v$  beschränkt. Das bedeutet, dass bei einer IMC-Regelung trotz integrierendem Verhaltens kein unerwünschter Windup-Effekt auftreten kann.

## Robustheitsanalyse des linearen Regelkreises

Zur Analyse der robusten Stabilität des linearen Regelkreises wird die Strecke  $P(s)$  mit dem multiplikativen Unsicherheitsfaktor  $\Delta(s)$  betrachtet [30, 44]:

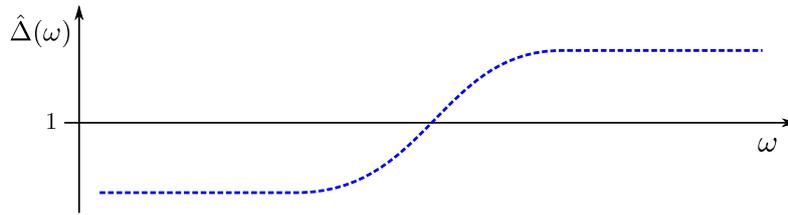
$$P(s) = \tilde{P}(s) [1 + \Delta(s)]. \quad (4.177)$$

Abweichungen zwischen realer Strecke  $P(s)$  und Streckenkopie  $\tilde{P}(s)$  werden durch  $\Delta(s)$  berücksichtigt. Die Größe  $\Delta(s)$  wird dabei im Frequenzbereich betragsmäßig mit

$$|\Delta(j\omega)| \leq \hat{\Delta}(\omega) \quad (4.178)$$

beschränkt. Ein typischer Verlauf für die Funktion  $\hat{\Delta}(\omega)$  ist in Abbildung 4.19 dargestellt.

Da bei der Modellbildung meistens das stationäre Verhalten ( $\omega = 0$ ) und das Verhalten im niedrigen Frequenzbereich ( $\omega \ll$ ) sehr genau berechnet wird aber hohe Dynamiken ( $\omega \gg$ ) oft vernachlässigt werden, stimmt das Modell  $\tilde{P}$  bei niedrigen Frequenzen besser und bei höheren Frequenzen schlechter mit der Realität überein. Diese Überlegung wird



**Abbildung 4.19** – Typischer Verlauf der Funktion  $\hat{\Delta}(\omega)$  zur Beschreibung von Parameterungenauigkeiten

durch den dargestellten Verlauf von  $\hat{\Delta}(\omega)$  angedeutet. Es wird angenommen, dass neben  $\tilde{P}(s)$  und  $Q(s)$  auch  $\Delta(s)$  BIBO-stabil ist.

Zur Analyse der robusten Stabilität des geschlossenen Regelkreises  $T(s)$  bzw.  $S(s)$  gemäß (4.160) bzw. (4.161) wird das Nyquist-Kriterium herangezogen und der offene Regelkreis mit der Übertragungsfunktion

$$L(s) = Q(s) [P(s) - \tilde{P}(s)] \quad (4.179)$$

betrachtet. Mit Hilfe von (4.177) kann dieser Ausdruck in

$$L(s) = Q(s)\tilde{P}(s)\Delta(s) \quad (4.180)$$

umgeschrieben werden, weshalb  $L(s)$  die BIBO Eigenschaft besitzt. Wird für die Stabilitätsanalyse das Nyquist-Kriterium herangezogen, so muss für die zugehörige stetige Winkeländerung

$$\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = 0 \quad (4.181)$$

gelten. Um eine möglichst einfache (konservative) Abschätzung für die Stabilitätsanalyse zu erhalten, wird die Lage der Ortskurve eingeschränkt. Befindet sich die gesamte Ortskurve  $L(j\omega)$  innerhalb des Einheitskreises

$$|L(j\omega)| = |Q(j\omega)\tilde{P}(j\omega)\Delta(j\omega)| < 1 \quad \forall \omega, \quad (4.182)$$

so ist die Gültigkeit von (4.181) auf alle Fälle sichergestellt. Wird obige Gleichung umgeformt, so erhält man mit (4.178) und (4.162) die Bedingung

$$\left| Q(j\omega)\tilde{P}(j\omega) \right| = \left| \tilde{T}(j\omega) \right| < \frac{1}{\hat{\Delta}(\omega)} \quad \forall \omega \quad (4.183)$$

für welche die Übertragungsfunktion  $T(s)$  auf alle Fälle die BIBO-Eigenschaft besitzt. In Abbildung 4.20 ist diese Bedingung graphisch dargestellt.

Die Betragslinie  $|\tilde{T}(j\omega)|_{dB}$  muss also gemäß (4.183) im Sinne robuster Stabilität unterhalb der Betragslinie  $-\hat{\Delta}(\omega)|_{dB}$  verlaufen. Daher ist es vorteilhaft, wenn  $\tilde{T}(s)$  Tiefpassverhalten besitzt, was durch Verwendung eines Filters  $F(s)$  gemäß (4.168) erreicht und durch Wahl der Zeitkonstante  $\tau$  bzw. der Ordnung  $\beta$  eingestellt werden kann. Je größer die Zeitkonstante  $\tau$  bzw. die Ordnung  $\beta$ , desto früher bzw. steiler fällt die Betragskennlinie  $|\tilde{T}(j\omega)|_{dB}$  ab. Dabei wird in selbiger Relation die Robustheit erhöht. Im Sinne hoher Robustheit sollte daher auch bei realisierbaren Übertragungsfunktionen  $\tilde{P}(s)_{\min}^{-1}$  das Korrekturglied  $Q(s)$  mit einem Filter  $F(s)$  erweitert werden:  $Q(s) = \tilde{P}(s)_{\min}^{-1}F(s)$ .

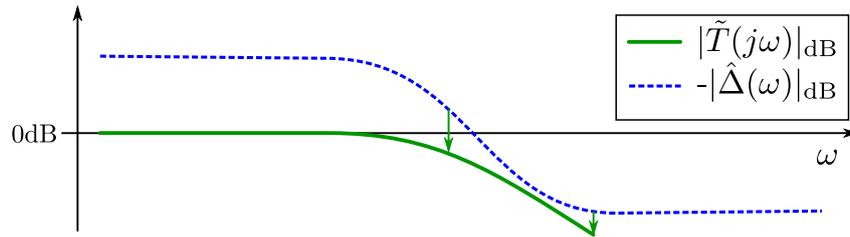


Abbildung 4.20 – Bedingung für  $|\tilde{T}(j\omega)|_{dB}$  zur Sicherstellung robuster Stabilität

### Zusammenfassung der Eigenschaften

Eine Regelung mit IMC-Struktur besitzt folgende Eigenschaften:

- Der Regelkreis ist genau dann BIBO-stabil, wenn die Strecke  $P(s)$  und das Korrekturglied  $Q(s)$  BIBO-stabil sind.
- Der Regelkreis besitzt genau dann integrierenden Charakter, wenn der Verstärkungsfaktor der inversen nominellen Strecke  $\tilde{P}(s)^{-1}$  gleich dem Verstärkungsfaktor des Korrekturgliedes  $Q(s)$  ist.
- Bei beschränkter Stellgröße gibt es keinen unerwünschten Windup-Effekt.
- Störungen werden im nominellen Fall nach Gleichung (4.163) umso besser unterdrückt, je näher die Wahl von  $Q(s)$  der inversen Strecke  $\tilde{P}(s)^{-1}$  kommt.
- Wird bei der Berechnung von  $Q(s)$  die inverse Strecke  $\tilde{P}(s)^{-1}$  durch ein geeignetes Tiefpassfilter  $F(s)$  erweitert, so wird die Robustheit erhöht.

Die beiden letztgenannten Eigenschaft stehen dabei im Widerspruch zueinander. Das bedeutet, dass in der Praxis ein Kompromiss zwischen Störungsunterdrückung und Robustheit eingegangen werden muss.

### Struktur mit zwei Freiheitsgraden für nichtlineare Mehrgrößensysteme

Um das Führungs- und das Störverhalten getrennt zu beeinflussen, wird eine Zwei-Freiheitsgrad Struktur mit zwei Filter-Übertragungsfunktionen  $F_r(s)$  und  $F_\delta(s)$  vorgeschlagen. Voraussetzung dafür ist die eigenständige Realisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}(s)^{-1}$ . In Abbildung 4.21 ist diese Struktur dargestellt.

Hierbei entspricht  $\delta_d$  dem gefilterten Fehler  $\delta$ ,  $r_d$  der gefilterten Führungsgröße  $r$  und  $y_d$  der korrigierten Führungsgröße. Mit Hilfe der Eigenschaften der differentiellen Flachheit ist es möglich, die inverse Streckendynamik für lineare und nichtlineare Strecken als eigenständiges System zu realisieren und im Rahmen einer IMC-Reglerstruktur zu verwenden [44]. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Größe  $y_d$  hinreichend oft stetig differenzierbar ist. Dies wird durch Verwendung von Filter-Übertragungsfunktionen  $F_r(s)$  und  $F_\delta(s)$  gemäß (4.168) mit hinreichend hoher Ordnung sichergestellt. Handelt es sich

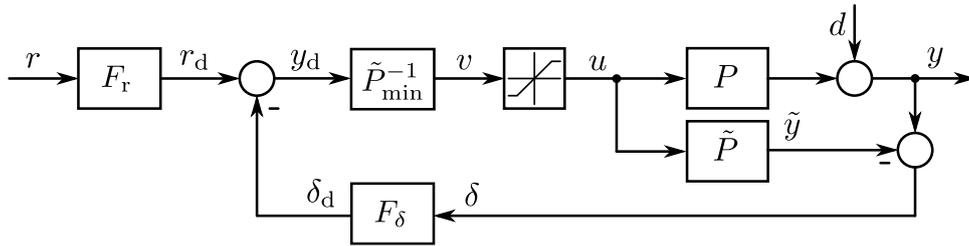


Abbildung 4.21 – Strukturbild des IMC-Regelkreises mit zwei Freiheitsgraden

bei der Strecke  $P$  um ein Mehrgrößensystem mit  $m$  Eingangs- und Ausgangsgrößen, so werden für alle Kanäle  $y_k$  mit  $k = 1, \dots, m$  eigene Filterübertragungsfunktionen  $F_{r,k}(s)$  bzw.  $F_{\delta,k}(s)$  verwendet. In Simulationen wurde festgestellt, dass die zuvor mit Hilfe von linearen Systemen erarbeiteten Eigenschaften der IMC-Regelung (in ähnlicher Form) auch für nichtlineare Systeme gültig sind.

### 4.3.2 Entwurf der inversen Streckendynamik

In diesem Abschnitt wird die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  für das Modell der Biomasse-Feuerungsanlage (4.79) abgeleitet. Dabei wird zunächst der Begriff differentielle Flachheit im Zusammenhang mit Mehrgrößensystemen erklärt. Danach wird das Modell analysiert und der sogenannte flache Ausgang mit Hilfe heuristischer Methoden bestimmt. Mit Hilfe dieses flachen Ausganges wird anschließend die inverse Streckendynamik hergeleitet und auf Stabilität untersucht.

#### Differentielle Flachheit für Mehrgrößensysteme

In den nachfolgenden Betrachtungen wird die kompakte Symbolik für zeitliche Ableitungen einer Funktion  $\xi(t)$

$$\xi^{(\alpha)} := \frac{d^\alpha \xi}{dt^\alpha} \quad (4.184)$$

und die vektorielle Zusammenfassung von zeitlich abgeleiteten Größen

$$\xi^{(\alpha)} := \begin{bmatrix} \xi_1^{(\alpha_1)} & \dots & \xi_m^{(\alpha_m)} \end{bmatrix}^T \quad \text{mit} \quad \alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_m]^T \quad (4.185)$$

verwendet. Wir betrachten das nichtlineare Mehrgrößensystem der Ordnung  $n$  mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , der  $m$ -dimensionalen Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  und der  $m$ -dimensionalen Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$ :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.186a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (4.186b)$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass es sich bei den Funktionen  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  und  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  um glatte Vektorfelder handelt und das System (in einer Umgebung von  $\bar{\mathbf{x}}$ ) den vektoriellen relativen

Grad  $\mathbf{r} = [r_1 \dots r_m]$  besitzt. Das System (4.186) wird differentiell flach genannt, wenn es einen sogenannten flachen Ausgang  $z$

$$\mathbf{z} = \Phi \left( \mathbf{x}, u_1, \dots, u_m, \dots, \overset{(\alpha_1)}{u_1}, \dots, \overset{(\alpha_m)}{u_m} \right) = \Phi \left( \mathbf{x}, \mathbf{u}, \dots, \overset{(\alpha)}{\mathbf{u}} \right) \quad (4.187)$$

mit  $\dim(\mathbf{z}) = \dim(\mathbf{u})$  gibt, sodass Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  und Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  als Funktionen der Größe  $\mathbf{z}$  und einer endlichen Anzahl an zeitlichen Ableitungen ausgedrückt werden können:

$$\mathbf{x} = \Psi_x \left( z_1, \dots, z_m, \dots, \overset{(\beta_1-1)}{z_1}, \dots, \overset{(\beta_m-1)}{z_m} \right) = \Psi_x \left( \mathbf{z}, \dots, \overset{(\beta-1)}{\mathbf{z}} \right) \quad (4.188a)$$

$$\mathbf{u} = \Psi_u \left( z_1, \dots, z_m, \dots, \overset{(\beta_1)}{z_1}, \dots, \overset{(\beta_m)}{z_m} \right) = \Psi_u \left( \mathbf{z}, \dots, \overset{(\beta)}{\mathbf{z}} \right) \quad (4.188b)$$

$$\mathbf{y} = \Psi_y \left( z_1, \dots, z_m, \dots, \overset{(\gamma_1)}{z_1}, \dots, \overset{(\gamma_m)}{z_m} \right) = \Psi_y \left( \mathbf{z}, \dots, \overset{(\gamma)}{\mathbf{z}} \right). \quad (4.188c)$$

Mit  $\alpha_k$  wird die Zahl der Ableitung der Eingangsgrößen  $u_k$  für  $k = 1, \dots, m$  in (4.187) bezeichnet. Die Größen  $\beta_k$  bzw.  $\gamma_k$  bezeichnen die Zahl der Ableitungen der flachen Ausgangsgrößen  $z_k$  für  $k = 1, \dots, m$  in (4.188b) bzw. (4.188c). Kann ein flacher Ausgang  $\mathbf{z}$  mit den Eigenschaften (4.188) gefunden werden, so ist mit Hilfe der Parametrierungen (4.188b) und (4.188c) der Entwurf einer Vorsteuerung bzw. der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  möglich.

Für diesen Zweck werden die einzelnen Komponenten  $y_k$  der Parametrierung (4.188c) dem zugehörigen relativen Grad  $r_k$  entsprechend oft zeitlich abgeleitet. Das resultierende System von Differentialgleichungen wird anschließend in das dynamische System

$$\Psi_{\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{z}} : \quad \frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \Phi \left( \boldsymbol{\zeta}, \mathbf{y}, \dots, \overset{(\mathbf{r})}{\mathbf{y}} \right) \quad (4.189)$$

mit dem Zustandsvektor

$$\boldsymbol{\zeta} = \left[ \mathbf{z}, \dots, \overset{(\beta-1)}{\mathbf{z}} \right]^T \quad (4.190)$$

umgeformt. Die Größen  $\mathbf{y}, \dots, \overset{(\mathbf{r})}{\mathbf{y}}$  können dabei aus systemtechnischer Sicht als Eingangsgrößen betrachtet werden. Wird für diese Eingangsgrößen eine bestimmte Referenztrajektorie  $\mathbf{y}_d, \dots, \overset{(\mathbf{r})}{\mathbf{y}}_d$  vorgegeben, so kann über (4.189) die Trajektorie der flachen Ausgangsgröße  $\mathbf{z}_d, \dots, \overset{(\beta)}{\mathbf{z}}_d$  berechnet und für die Parametrierung (4.188b) verwendet werden. Damit erhält man die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_d$ , um das System (4.186) entlang der Referenztrajektorie  $\mathbf{y}_d$  zu steuern. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Umformung in (4.189) möglich ist und ein asymptotisch stabiles System resultiert<sup>9</sup>. Somit kann die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  mit

$$\tilde{P}^{-1} : \quad \mathbf{u}_d = \Psi_u \left[ \Psi_{\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{z}} \left( \mathbf{y}_d, \dots, \overset{(\mathbf{r})}{\mathbf{y}}_d \right) \right]. \quad (4.191)$$

<sup>9</sup>Ist die explizite Auflösung nach  $\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt}$  nicht möglich, so werden die Größen  $\boldsymbol{\zeta}$  mit Hilfe eines impliziten Lösungsverfahrens berechnet.

symbolisch angeschrieben werden. In Abbildung 4.22 ist ein Strukturbild zur Berechnung der inversen Streckendynamik dargestellt.

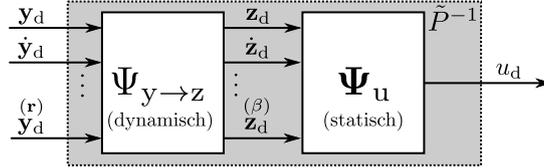


Abbildung 4.22 – Strukturbild der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$

Die Referenztrajektorie  $\mathbf{y}_d$  und die benötigten zeitlichen Ableitungen werden für den Einsatz als Vorsteuerung über eine Trajektorienplanung berechnet. Für den Einsatz in einer IMC-Regelung mit zwei Freiheitsgraden werden die Größe  $\mathbf{y}_d$  und deren zeitlichen Ableitungen mit Hilfe der Übertragungsfunktionen  $F_r(s)$  und  $F_\delta(s)$  berechnet.

### Analyse des Reglerentwurfsmodells und Bestimmung des flachen Ausgangs

Zur Bestimmung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  wird das Reglerentwurfsmodell gemäß (4.79)

$$\tilde{P} : \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{11}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1 \\ \frac{c_{11}c_{12}}{1+c_{12}d_1}x_1 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1 - c_{21}d_6x_2u_2 \\ \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \\ \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6x_2u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \end{bmatrix} \quad (4.192a)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \\ x_4 \\ x_3 \\ \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2} \end{bmatrix} \quad (4.192b)$$

untersucht und ein zugehöriger flacher Ausgang bestimmt. Das Modell  $\tilde{P}$  besitzt eine zu (4.186) nahezu konsistente Schreibweise. Der einzige Unterschied besteht darin, dass bei obigem Reglerentwurfsmodell auch die in (4.80) zusammengefassten Störgrößen  $\mathbf{d}$  als Eingangsgrößen wirken. Diese werden für den Entwurf der inversen Streckendynamik als Konstanten betrachtet.

Wie bereits beim Reglerentwurf mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung im Abschnitt 4.2.2 erwähnt, ist es nicht möglich, für das System (4.192) mit den Ausgangsgrößen (4.192b) ein statisches Zustandsregelgesetz für alle Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  zu bestimmen. Außerdem ist die Eingangsgröße  $u_1$ , wie im Kapitel 4.1.3 erwähnt, um die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  verzögert, was beim Entwurf einer asymptotisch stabilen inversen Streckendynamik berücksichtigt werden muss. Aus diesen Gründen wird, wie beim Reglerentwurf mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung die vierte Ausgangsgröße durch die Eingangsgröße  $u_1$

ersetzt. Somit ergibt sich der neue Ausgangsvektor

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \tilde{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2+c_{62}(u_4+d_7)}{c_{63}x_1+c_{64}d_6x_2u_2+c_{65}(u_4+d_7)} \\ x_4 \\ x_3 \\ u_1 \end{bmatrix}, \quad (4.193)$$

mit welchem das System (4.192a) den vektoriellen relativen Grad  $\tilde{\mathbf{r}} = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$  besitzt. Durch diese Maßnahme kann später die Größe  $\tilde{y}_4 = u_1$  zur Stabilisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  unabhängig von den anderen Eingangsgrößen über einen Regler bestimmt werden.

In weiterer Folge wird mit Hilfe von heuristischen Betrachtungen ein flacher Ausgang  $\mathbf{z}$  bestimmt, mit welchem die Parametrierungen (4.188) möglich sind. Da beim Reglerentwurfmodell (4.192) in allen vier Differentialgleichungen Komponenten der Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  vorkommen, ist es naheliegend, dass

$$\mathbf{z} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = \mathbf{x} \quad (4.194)$$

ein flacher Ausgang ist. Um dies zu überprüfen, versucht man mit dieser Größe  $\mathbf{z}$  die Parametrierungen (4.188) durchzuführen. Dabei ist die Parametrierung (4.188a) über die Größe  $\mathbf{z}$  vollständig bestimmt:

$$\mathbf{x} = \Psi_x(\mathbf{z}) = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]^T = \mathbf{z}. \quad (4.195)$$

Wird  $\mathbf{z}$  einmal zeitlich abgeleitet und die darin auftretenden Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  durch die Größen  $\mathbf{z}$  gemäß (4.195) ersetzt, so tauchen im resultierenden Gleichungssystem alle Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  auf:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_z \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dz_1}{dt} \\ \frac{dz_2}{dt} \\ \frac{dz_3}{dt} \\ \frac{dz_4}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{11}}{1+c_{12}d_1}z_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1}u_1 \\ \frac{c_{11}c_{12}}{1+c_{12}d_1}z_1 + \frac{1}{1+c_{12}d_1}u_1 - c_{21}d_6z_2u_2 \\ \tilde{c}_{31}z_1 + \tilde{c}_{32}d_6z_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(z_3 - d_5) \\ \frac{-c_{41}z_1+c_{42}d_6z_2u_2+\tilde{c}_{43}u_3+\tilde{c}_{44}(u_4+d_7)}{c_{11}z_1+c_{21}d_6z_2u_2+u_3+u_4+d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}z_4 \end{bmatrix}. \quad (4.196)$$

Das bedeutet, dass das System (4.192) mit dem Ausgang  $\mathbf{z}$  den vektoriellen relativen Grad

$$\mathbf{r}_z = (r_{z,1} \ r_{z,2} \ r_{z,3} \ r_{z,4}) = (1 \ 1 \ 1 \ 1) \quad \text{mit} \quad r_z = \sum_{k=1}^4 r_{z,k} = 4 = n \quad (4.197)$$

besitzt und dieser der Größe  $\beta$  gemäß (4.188b) entspricht. Wird das Gleichungssystem (4.196) nach  $\mathbf{u}$  aufgelöst, so erhält man die Parametrierung

$$\mathbf{u} = \Psi_u(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \begin{bmatrix} \frac{c_{11}}{d_1}z_1 + \frac{1+c_{12}d_1}{d_1}\dot{z}_1 \\ \frac{c_{11}z_1+\dot{z}_1-d_1\dot{z}_2}{c_{21}d_1d_6z_2} \\ \Psi_{u,3}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \\ \Psi_{u,4}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \end{bmatrix}. \quad (4.198)$$

Die Funktionen  $\Psi_{u,3}$  und  $\Psi_{u,4}$  sind aus Platzgründen im Anhang B.2 angegeben. Bei der Beschreibung der Ausgangsgrößen (4.193) können die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  durch (4.195) und (4.198) ersetzt werden, wodurch sich die Parametrierung

$$\tilde{\mathbf{y}} = \Psi_{\tilde{\mathbf{y}}}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \begin{bmatrix} \Psi_{y,1}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \\ z_4 \\ z_3 \\ \frac{c_{11}}{d_1} z_1 + \frac{1+c_{12}d_1}{d_1} \dot{z}_1 \end{bmatrix} \quad (4.199)$$

ergibt. Somit ist bestätigt, dass (4.194) ein flacher Ausgang des Systems (4.192) ist.

### Inverse Streckendynamik

Für die Berechnung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  muss das System  $\Psi_{\tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{z}}$  bestimmt werden. Hierfür werden die Komponenten von  $\tilde{\mathbf{y}}$  dem zugehörigen vektoriellen relativen Grad  $\tilde{\mathbf{r}} = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$  entsprechend oft abgeleitet. Somit ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$y_1 = \Psi_{y_1}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \quad (4.200a)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{z}_4 \quad (4.200b)$$

$$\dot{y}_3 = \dot{z}_3 \quad (4.200c)$$

$$\tilde{y}_4 = \frac{c_{11}}{d_1} z_1 + \frac{1 + c_{12}d_1}{d_1} \dot{z}_1. \quad (4.200d)$$

Wie bereits erwähnt, gilt  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}_z = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ . Daher wird gemäß (4.190) der Zustandsvektor  $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{z}$  festgelegt und obige Gleichungen werden in das System  $\Psi_{\tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{z}}$  entsprechend (4.189) umgeformt:

$$\Psi_{\tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{z}} : \quad \frac{d\mathbf{z}}{dt} = \boldsymbol{\Phi} \left( \mathbf{z}, \tilde{\mathbf{y}}, \overset{(\tilde{\mathbf{r}})}{\dot{\tilde{\mathbf{y}}}} \right) = \begin{bmatrix} -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1} z_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1} \tilde{y}_4 \\ \Phi_2(z_1, y_1, y_2, y_3, \tilde{y}_4, \dot{y}_2, \dot{y}_3) \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.201)$$

Die Funktion  $\Phi_2$  ist aus Platzgründen im Anhang B.2 angegeben. Wie man erkennt, werden die Größen  $z_3$  und  $z_4$  durch entkoppelte Differentialgleichungen beschrieben und sind durch den Verlauf der Ausgangsgrößen  $y_2$  und  $y_3$  vollständig bestimmt. Die Größen  $z_1$  und  $z_2$  müssen über (4.201) berechnet werden. Dabei ist zu beachten, dass die tatsächlich wirksame Größe  $\tilde{y}_4$  um die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  verzögert wirkt:

$$\tilde{y}_4 \rightarrow \tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}}) = u_1(t - t_{\text{TBB}}). \quad (4.202)$$

Daher werden die Größen  $z_1$  und  $z_2$  über das System

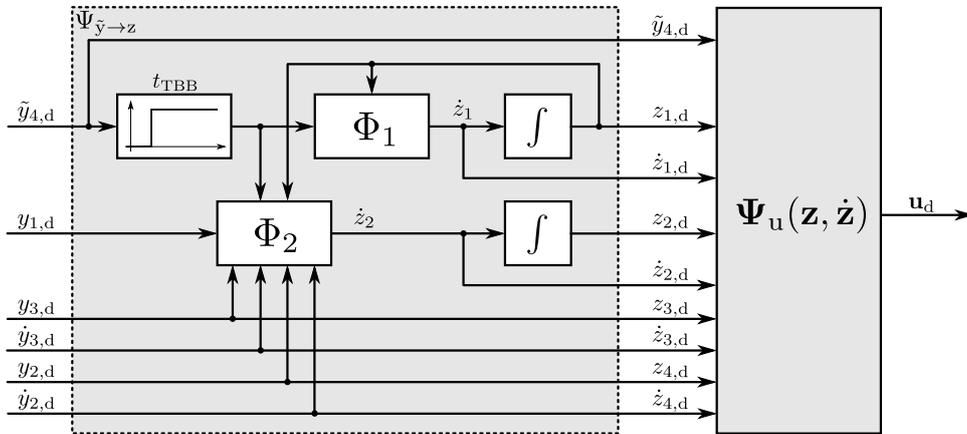
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1} z_1 + \frac{d_1}{1+c_{12}d_1} \tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}}) \\ \Phi_2(z_1, y_1, y_2, y_3, \tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}}), \dot{y}_2, \dot{y}_3) \end{bmatrix} \quad (4.203)$$

bestimmt.

Werden eine Referenztrajektorie  $\tilde{\mathbf{y}}_d = [y_{1,d} \ y_{2,d} \ y_{3,d} \ \tilde{y}_{4,d}]^T$  und die zugehörigen Ableitungen  $\dot{y}_{2,d}$  und  $\dot{y}_{3,d}$  zur Berechnung der Größen  $\mathbf{z}_d$  und  $\dot{\mathbf{z}}_d$  verwendet, so können die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_d$  über (4.198) parametrisiert werden. Dabei wird die Eingangsgröße  $u_1$  nicht wie in (4.198), sondern gemäß (4.193) über den Ausdruck

$$u_1 = \tilde{y}_4 \quad (4.204)$$

berechnet<sup>10</sup>. Somit wird erreicht, dass die Eingangsgröße  $u_1$  unverzüglich vorgegeben, aber die tatsächlich im Brennstoffbett auftretende Totzeitverzögerung  $t_{\text{TBB}}$  bei der Berechnung der Größen  $z_1$  und  $z_2$  gemäß (4.203) berücksichtigt wird. In Abbildung 4.23 ist das resultierende System zur Berechnung der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_d$  über  $\Psi_{\tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{z}}$  und  $\Psi_u$  strukturell dargestellt.



**Abbildung 4.23** – Strukturbild des Systems zur Berechnung der Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_d$

Die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  muss für den Einsatz in einer IMC-Reglerstruktur asymptotisch stabil sein. Da beim System (4.203) die Funktion  $\Phi_2$  nicht vom Zustand  $z_2$  abhängig ist, ist dieses nicht asymptotisch stabil. Dies ist auch in Abbildung 4.23 erkennbar. Daher ist auch die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  nicht asymptotisch stabil. Es stellt sich nun die Frage, ob die Dynamik (4.203) (ähnlich wie die interne Dynamik des exakt linearisierten Systems) durch geschickte Vorgabe von  $\tilde{y}_4 = u_1$  stabilisiert werden kann.

### Stabilisierung der inversen Streckendynamik

Um das System (4.203) zu stabilisieren, muss die Größe  $\tilde{y}_4 = u_1$  mit Hilfe einer Regelung vorgegeben werden. Da die Größen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  auf alle Fälle beschränkt sind, wird das System (4.203) für die Stabilitätsanalyse in einer Ruhelage mit  $\dot{y}_2 = \dot{y}_3 = 0$  betrachtet und besitzt damit die Struktur

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1(d_1) & 0 \\ a_2(y_1, d_1) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(d_1) \\ b_2(d_1) \end{bmatrix} \tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta(y_1, y_2, y_3, d_4, d_5). \quad (4.205)$$

<sup>10</sup>Dieses Ergebnis wird auch erreicht, wenn man den Ausdruck zur Berechnung von  $\dot{z}_1$  gemäß (4.201) in den Ausdruck zur Berechnung von  $u_1$  gemäß (4.198) einsetzt.

Im Anhang B.2 ist die genaue Berechnung der positiven Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. der Funktion  $\theta$  angegeben. Vergleicht man diese Struktur mit jener der internen Dynamik des exakt linearisierten Systems (4.120) so erkennt man, dass beide Strukturen und auch die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. die Funktionen  $\theta$  identisch sind. Daher kann zur Stabilisierung von (4.205) dieselbe Regelung wie zur Stabilisierung der internen Dynamik (4.120) verwendet werden!

Hierfür wird mit Hilfe eines Reglers  $R(s)$  die Größe  $z_2$  auf deren Sollwert  $z_{2,s} = x_{2,R}$  geregelt und zusätzlich über die Ruhe-Einganggröße  $u_{1,R}$  vorgesteuert. In Abbildung 4.24 ist die Struktur dieser Regelung dargestellt.

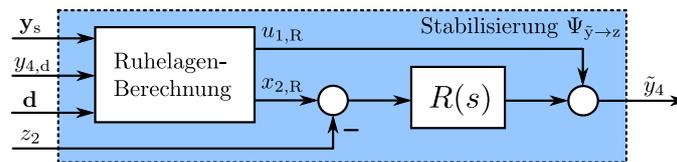


Abbildung 4.24 – Strukturbild der Regelung zur Stabilisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$

Die Größen  $x_{2,R}$  und  $u_{1,R}$  werden dabei über eine Ruhelagenberechnung gemäß (4.73) mit den Sollwerten  $y_s$  berechnet. Dabei wird statt  $y_{4,s}$  die Größe  $y_{4,d}$  verwendet, um das Verbrennungsluft-Verhältnis über dem Brennstoffbett  $y_4 = \lambda_{BB}$  durch die IMC-Regelung vorzugeben. In Simulationen konnte gezeigt werden, dass bei der Ruhelagenberechnung die Verwendung der Sollwerte  $y_{1,s}$ ,  $y_{2,s}$  und  $y_{3,s}$  im Vergleich zu den gefilterten Größen  $y_{1,d}$ ,  $y_{2,d}$  und  $y_{3,d}$  bessere Ergebnisse liefert. Bei sprunghaften Änderungen dieser Sollwerte werden auch  $x_{2,R}$  und  $u_{1,R}$  sprunghaft verändert. Dadurch wird die Brennstoffzufuhr spontan variiert und das Brennstoffbett schneller angepasst. Im Abschnitt 4.2.3 wurden bereits zwei Möglichkeiten zur Wahl von  $R(s)$  vorgeschlagen. Die angegebenen Stabilitätsgrenzen zur Wahl der zugehörigen Reglerparameter besitzen auch im vorliegenden Fall Gültigkeit.

Zusätzlich wurde im Abschnitt 4.2.3 eine erweiterte Reglerstruktur mit Smith-Prädiktor vorgestellt. Da das System (4.205) für die Realisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  mit konstanter Totzeit  $t_{TBB}$  implementiert wird, kann die Reglerstruktur gemäß Abbildung 4.25 zur Stabilisierung von (4.205) verwendet werden.

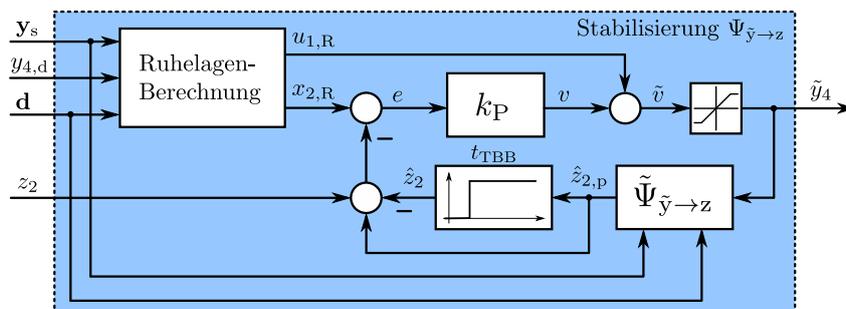


Abbildung 4.25 – Stabilisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  mit Smith-Prädiktor

Dabei wird im Block  $\tilde{\Psi}_{\tilde{y} \rightarrow z}$  das System (4.205) numerisch simuliert und die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. die Funktion  $\theta$  mit Hilfe der Sollwerte  $\mathbf{y}_s$  und der Störgrößen  $\mathbf{d}$  angepasst. Die Ruhelagenberechnung wird wie zuvor erklärt mit den Sollwerten  $\mathbf{y}_s$  durchgeführt. Dabei wird wiederum  $y_{4,s}$  durch  $y_{4,d}$  ersetzt um diese Größe über die IMC-Regelung vorzugeben. Der Proportionalregler  $k_P$  muss mit Hilfe von Simulationen eingestellt werden.

Mit Hilfe dieser Stabilisierungsmaßnahmen kann das System (4.205) stabilisiert und  $\Psi_{y \rightarrow z}$  mit den tatsächlichen Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  realisiert werden. In Abbildung 4.26 ist das resultierende Gesamtsystem zur Berechnung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  strukturell dargestellt.

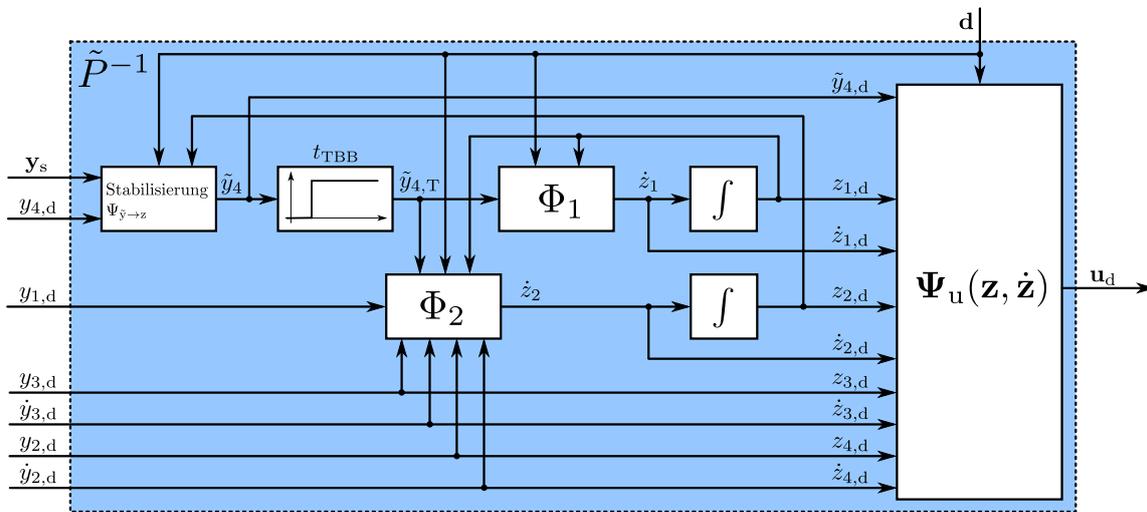


Abbildung 4.26 – Strukturbild der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$

Werden eine Referenztrajektorie  $\mathbf{y}_d = [y_{1,d} \ y_{2,d} \ y_{3,d} \ y_{4,d}]^T$  und die zugehörigen Ableitungen  $\dot{y}_{2,d}$  und  $\dot{y}_{3,d}$  sowie die Sollgrößen  $\mathbf{y}_s$  vorgegeben, so können die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_d$  über die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  berechnet werden.

### Simulationsergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionsweise der inversen Streckendynamik mit den unterschiedlichen Stabilisierungsmaßnahmen anhand von Simulationen gezeigt. Dabei wird das Reglerentwurfsmodell  $\tilde{P}$  gemäß (4.192) realisiert und mit der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  gemäß Abbildung 4.26 vorgesteuert. Die Sollgrößen  $\mathbf{y}_s$  wurden entsprechend gefiltert, sodass die Größen  $\mathbf{y}_d$  hinreichend oft stetig differenzierbar sind. Die Größen  $y_{1,s}$  und  $y_{4,s}$  wurden dabei über Tiefpassfilter erster Ordnung mit der Zeitkonstante  $\tau = 10$ s und die Größen  $y_{2,s}$  und  $y_{3,s}$  über Tiefpassfilter zweiter Ordnung mit der Zeitkonstante  $\tau = 100$ s gefiltert. In Abbildung 4.27 ist das Blockschaltbild der Simulation ersichtlich.

Die Störgrößen  $d_1 = 0.4286$ ,  $d_2 = 3761$  J/kg,  $d_3 = 82593$  J/kg,  $d_4 = 3$  kg/s,  $d_5 = 352.15$  K,  $d_6 = 1$ ,  $d_7 = 0$  kg/s und  $d_8 = 1273.15$  K wurden während der Simulation konstant

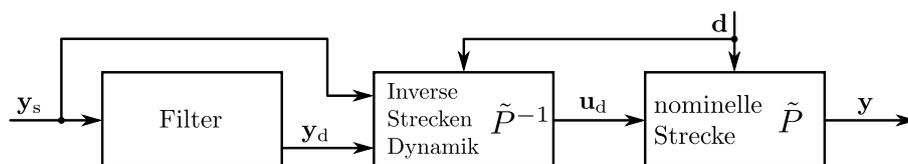


Abbildung 4.27 – Blockschaltbild der Simulation

gehalten. Für den Wassergehalt der Biomasse wurde dabei der Wert  $w_{\text{H}_2\text{O}} = 0.3$  gewählt. Die Totzeit wurde während der Simulation entsprechend 4.11 berechnet und konstant gehalten. Um das Führungsverhalten zu demonstrieren wurden die Sollwerte für die Regelgrößen nach zehn Minuten sprungförmig verändert. Dabei wurde  $y_{1,s}$  von 6 % auf 8 % erhöht,  $y_{2,s}$  von  $1000^\circ\text{C}$  auf  $950^\circ\text{C}$  reduziert,  $y_{3,s}$  von  $88^\circ\text{C}$  auf  $84^\circ\text{C}$  reduziert und  $y_{4,s}$  von 0.8 auf 0.7 reduziert. Die Simulation wurde für alle drei Stabilisierungsmaßnahmen der inversen Streckendynamik durchgeführt. Die Parameter  $k_{\text{P,max}}$  für den Proportionalregler (P-Regler) sowie die Parameter  $k_{\text{P,max}}$ ,  $\omega_{\text{Z}}$  und  $\omega_{\text{N}}$  für den Lead-Korrekturterm (Lead-Glied) wurden für den simulierten Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}} = 0.3$  bestimmt. Über Simulationsstudien wurden die Parameter  $k_{\text{P}}$  mit  $k_{\text{P}} \approx 0.5k_{\text{P,max}}$  festgelegt. Für den Proportionalregler mit Smith-Prädiktor wurde der Parameter  $k_{\text{P}}$  mit  $k_{\text{P}} \approx 2k_{\text{P,max}}$  festgelegt. Dabei wurde der Maximalwert  $k_{\text{P,max}}$  des Proportionalreglers verwendet. In Tabelle 4.3 sind alle Parameter gemeinsam aufgelistet.

Stabilisierungsmaßnahme	Parameter	Wert
P-Regler	$k_{\text{P}}$	0.0050 1/s
	$k_{\text{P}}$	0.0063 1/s
Lead-Glied	$\omega_{\text{Z}}$	0.0020 rad/s
	$\omega_{\text{N}}$	0.0036 rad/s
Smith-Prädiktor	$k_{\text{P}}$	0.0200 1/s

Tabelle 4.3 – Parameter für die Stabilisierung der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$ 

Die jeweiligen Simulationsergebnisse wurden für die drei Stabilisierungsmaßnahmen im selben Diagramm dargestellt. In Abbildung 4.28 sind die gesteuerten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$ , in Abbildung 4.29 die Verläufe der Zustandsgrößen im Brennstoffbett  $x_1$  und  $x_2$  und in Abbildung 4.30 die zugehörigen Stellgrößen  $\mathbf{u}_d$  ersichtlich. Die beiden Ausgangsgrößen  $y_2 = x_4$  und  $y_3 = x_3$  stellen gleichzeitig die weiteren Zustandsgrößen dar.

Wie zu erwarten, folgen die Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  exakt den gefilterten Sollverläufen  $y_{1,d}$ ,  $y_{2,d}$  und  $y_{3,d}$ . Die Größe  $y_4$  kann aufgrund der vorgeschlagenen Stabilisierungsmaßnahmen zumindest stationär genau auf den Sollwert  $y_{4,s}$  geregelt werden. Wie man erkennt, resultiert durch die Stabilisierung mit dem P-Regler ein oszillierendes Verhalten der vierten Ausgangsgröße  $y_4$ . Durch Verwendung des Lead-Gliedes werden die Schwingungen gedämpft und der eingeschwungene Zustand schneller erreicht. Bei Verwendung des Smith-Prädiktors sind keine Schwingungen erkennbar. Dieses vorteilhafte Verhalten des Smith-Prädiktors (bzw. auch des Lead-Gliedes) wird durch eine schnelle-

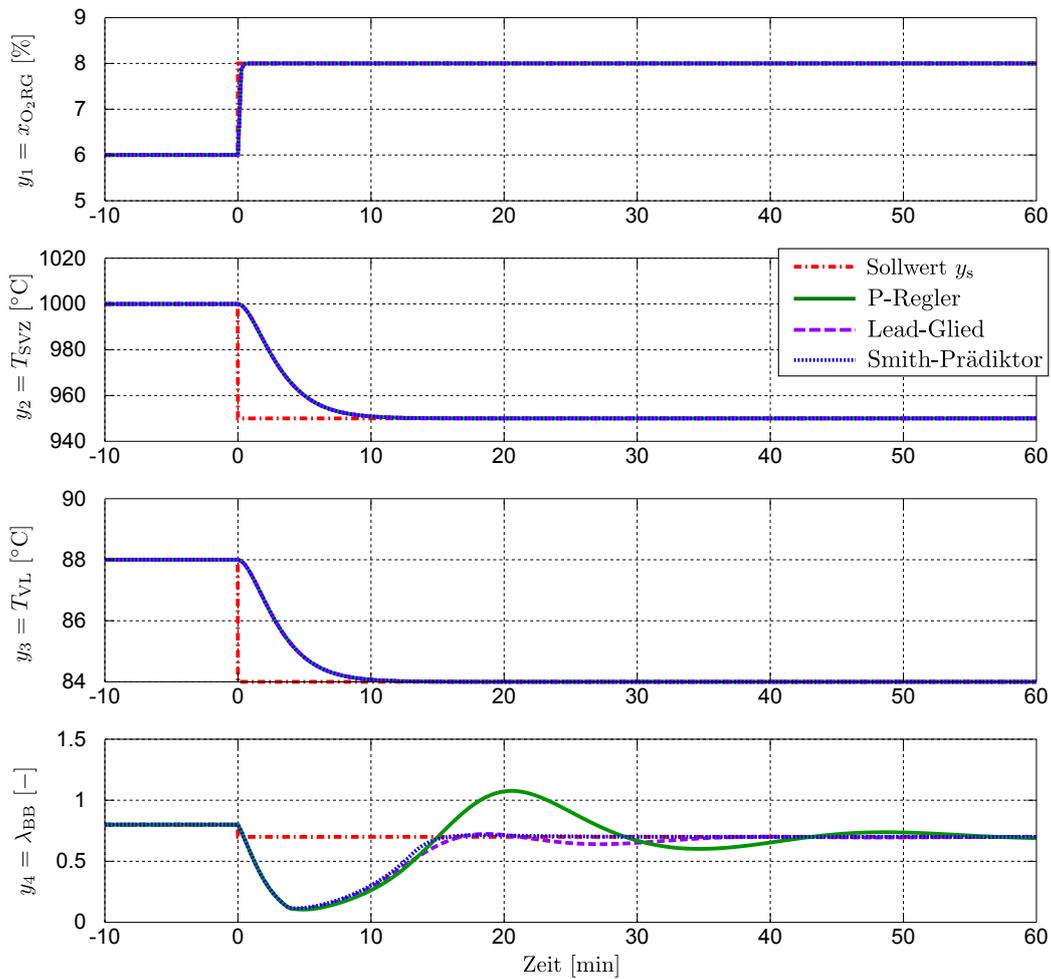
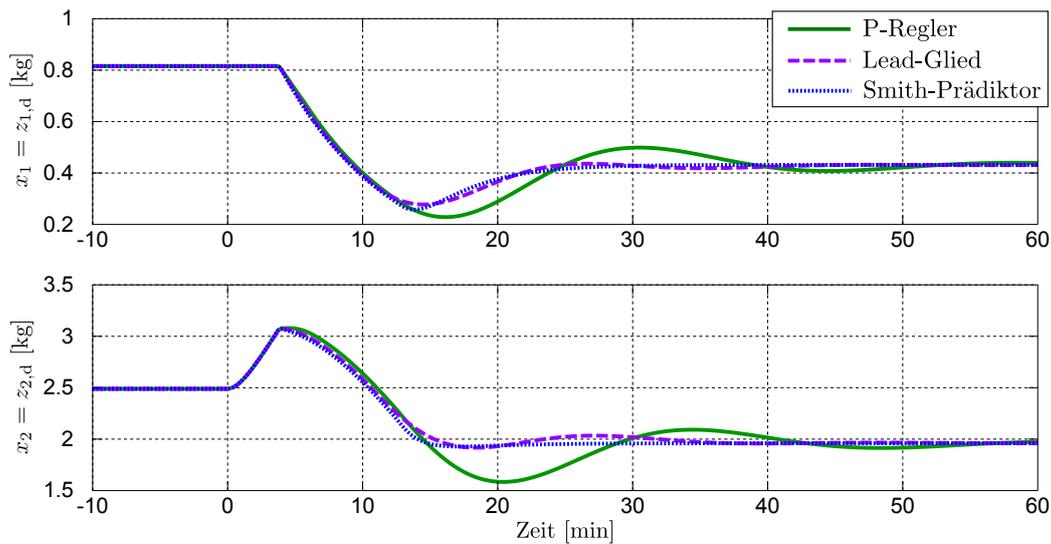
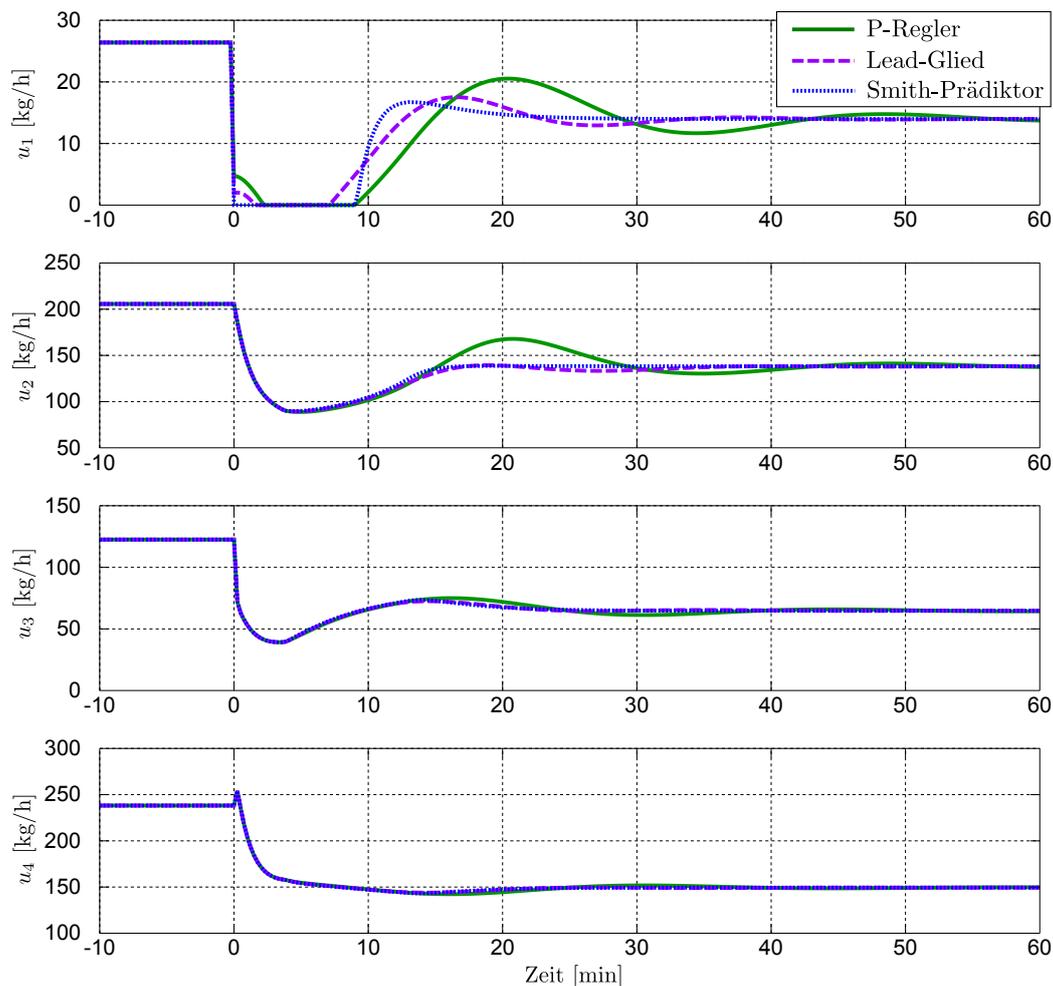
Abbildung 4.28 – Simulationsergebnisse der vorgesteuerten Ausgangsgrößen  $y$ 

Abbildung 4.29 – Simulationsergebnisse der Zustandsgrößen im Brennstoffbett



**Abbildung 4.30** – Verlauf der Stellgrößen  $\mathbf{u}_d$  während der Simulation

re Reaktion der Eingangsgröße  $u_1$  erreicht. Durch die Stabilisierung über den P-Regler werden die Eingangsgrößen  $u_1$  und  $u_2$  mit stärkeren Schwankungen vorgegeben. Für die Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  zur Beschreibung des Brennstoffbettes resultieren daher bei der Stabilisierung mit P-Regler stärkere Oszillationen als bei Verwendung des Lead-Gliedes bzw. des Smith-Prädiktors. Dieses Verhalten ist mit jenem bei der Stabilisierung der internen Dynamik des exakt linearisierten Systems in Abschnitt 4.2.3 vergleichbar. Wie man anhand dieser Ergebnisse erkennt, werden durch Stabilisierung mit Hilfe des Smith-Prädiktors die besten Ergebnisse erreicht. Die in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Probleme des Smith-Prädiktors werden durch den Proportionalregler sehr gut ausgeglichen.

Für den praktischen Einsatz wird die Vorsteuerung der Biomasse-Feuerungsanlage zu einer IMC-Reglerstruktur erweitert. Da der Wassergehalt  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse im laufenden Betrieb nicht messbar ist, wird dabei die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  der inversen Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  auf einen konstanten mittleren Wert  $\bar{t}_{\text{TBB}}$  für einen konstanten mittleren Wassergehalt  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  festgelegt. Die inverse Streckendynamik wird als eigenständiges dynamisches System implementiert. Daher entspricht das simulierte stabile Verhalten auch dem realen

Verhalten der inversen Streckendynamik. Abweichungen des tatsächlichen Wassergehalts  $w_{\text{H}_2\text{O}}$  von  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$ , nicht berücksichtigte Störungen und Parameterungenauigkeiten werden von der IMC-Regelung ausgeglichen.

### 4.3.3 Reglerstruktur für die Biomasse-Feuerungsanlage

In diesem Abschnitt wird die Struktur der IMC-Regelung für die Biomasse-Feuerungsanlage vorgestellt. Außerdem werden heuristische Einstellregeln für die Wahl der IMC-Reglerparameter angegeben. Um das Führungs- und Störverhalten getrennt einstellen zu können, wird die im Abschnitt 4.3.1 vorgestellte Zwei-Freiheitsgrad-Struktur verwendet. In Abbildung 4.31 ist die Gesamtstruktur dargestellt.

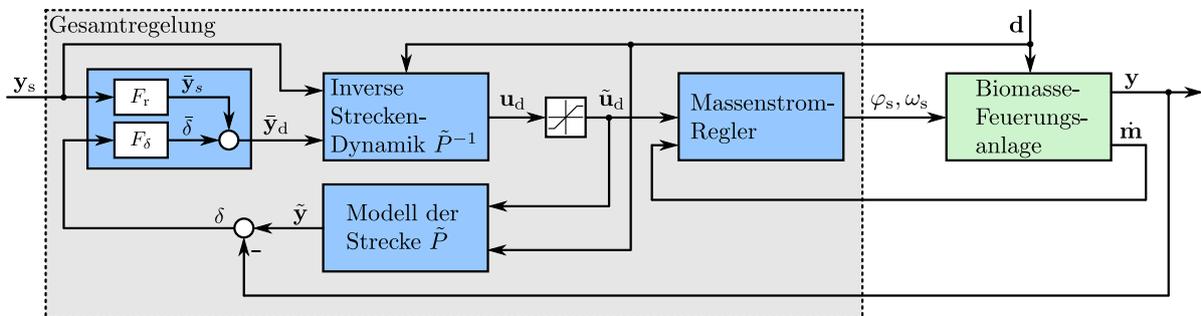


Abbildung 4.31 – Strukturbild der Regelung mittels Internal-Model-Control

Dabei wurde die Struktur aus Abbildung 4.21 so umgeformt, dass die Gesamtregelung als ein System erscheint. Für die Massenstromregler werden die in Kapitel 3 vorgestellten Regelungen verwendet. Hierbei entsprechen  $\mathbf{y}_s$  den Soll-Ausgangsgrößen,  $\bar{\mathbf{y}}_s$  den gefilterten Soll-Ausgangsgrößen,  $\bar{\mathbf{y}}_d$  den korrigierten Soll-Ausgangsgrößen,  $\mathbf{u}_d$  den unbeschränkten,  $\tilde{\mathbf{u}}_d$  den beschränkten Stellgrößen,  $\varphi_s$  den Soll-Klappenstellungen,  $\omega_s$  den Soll-Ventilator Drehzahlen und der Soll-Schneckendrehzahl,  $\mathbf{y}$  den gemessenen Ausgangsgrößen,  $\dot{\mathbf{m}}$  den gemessenen Massenströmen in den Versorgungsleitungen,  $\tilde{\mathbf{y}}$  den geschätzten Ausgangsgrößen,  $\delta$  den Fehlern zwischen  $\tilde{\mathbf{y}}$  und  $\mathbf{y}$  und  $\bar{\delta}$  den gefilterten Fehlern. Mit dieser Regelung werden die messbaren (bzw. schätzbaren) Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  stationär genau auf deren Sollwerte  $\mathbf{y}_s$  geregelt. Für das nicht messbare Verbrennungsluft-Verhältnis im Brennstoffbett  $y_4 = \lambda_{\text{BB}}$  wird für die Regelung ein Schätzwert gemäß (4.41) und (4.42) verwendet.

Das Streckenmodell  $\tilde{P}$  gemäß (4.192) wird über einen Euler-Algorithmus zeitdiskret implementiert. Die Fehler  $\delta_k$  zwischen den geschätzten Ausgangsgrößen  $\tilde{y}_k$  und den gemessenen Ausgangsgrößen  $y_k$  werden für die einzelnen Kanäle  $k = 1, \dots, 4$  mit Hilfe der Übertragungsfunktionen  $F_{\delta,k}(s)$  gefiltert. Zur Filterung der Sollwerte  $y_{k,s}$  werden die Übertragungsfunktionen  $F_{r,k}(s)$  verwendet. Die gefilterten Größen  $\bar{\delta}_k$  und  $\bar{y}_{k,s}$  werden anschließend addiert und gemeinsam mit den benötigten zeitlichen Ableitungen als Eingangsgrößen  $\bar{\mathbf{y}}_d = [y_{1,d} \ y_{2,d} \ \dot{y}_{2,d} \ y_{3,d} \ \dot{y}_{3,d} \ y_{4,d}]^T$  der inversen Streckendynamik verwendet. Die Filter-Übertragungsfunktionen  $F_{r,k}(s)$  und  $F_{\delta,k}(s)$  werden gemäß (4.168) als Tiefpass-

filter ausgeführt. Dabei werden für die vier Übertragungsfunktionen  $F_{r,k}(s)$  Tiefpassfilter zweiter Ordnung und für die vier Übertragungsfunktionen  $F_{\delta,k}(s)$  Tiefpassfilter erster Ordnung vorgeschlagen.

Für die inverse Streckendynamik  $\tilde{P}^{-1}$  wird die Struktur aus Abbildung 4.21 eingesetzt. Dabei wird die Totzeit  $t_{\text{TBB}}$  auf einen konstanten mittleren Wert  $\bar{t}_{\text{TBB}}$  für einen konstanten mittleren Wassergehalt  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  festgelegt. Im nominellen (störungsfreien) Fall werden die Stellgrößen  $\mathbf{u}_d$  so berechnet, dass die Regelgrößen  $\mathbf{y}$  den Größen  $\mathbf{y}_d$  exakt folgen. Aufgrund von Störungen und Parameterungenauigkeiten entstehende Abweichungen zwischen  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{y}_d$  werden größtenteils durch das integrierende Verhalten der IMC-Regelung ausgeglichen. Bei aktiven Stellgrößenbeschränkungen können die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  dem Verlauf von  $\mathbf{y}_d$  nicht mehr folgen. Deshalb sollten die Zeitkonstanten  $\tau_{r,k}$  bzw.  $\tau_{\delta,k}$  der Filterübertragungsfunktionen  $F_{r,k}(s)$  bzw.  $F_{\delta,k}(s)$  anhand von Simulationsstudien so eingestellt werden, dass die Stellgrößen  $\mathbf{u}$  für typische Verläufe der Regel- bzw. Störgrößen nicht in ihre physikalischen Beschränkungen laufen.

Die vier Zeitkonstanten  $\tau_{\delta,k}$  müssen anschließend an der Biomasse-Feuerungsanlage validiert und an das reale Verhalten angepasst werden. Aus Versuchen wurden folgende heuristische Einstellregeln festgestellt: Durch eine Vergrößerung der Zeitkonstanten  $\tau_{\delta,k}$  besitzen die geregelten Ausgangsgrößen für dynamische Änderungen der Sollgrößen  $\mathbf{y}_s$  bzw. der Störgrößen  $\mathbf{d}$  geringeres Überschwingen. Allerdings werden nicht modellierte Störungen im stationären Zustand schlechter unterdrückt. Durch Verkleinerung der Zeitkonstanten  $\tau_{\delta,k}$  werden diese Störungen im stationären Zustand besser unterdrückt, aber die geregelten Ausgangsgrößen besitzen bei dynamischen Vorgängen größeres Überschwingen. Dieser Zusammenhang entspricht dem Kompromiss zwischen Störunterdrückung und Robustheit und wurde bereits bei der Zusammenfassung der Eigenschaften einer IMC-Regelung in Abschnitt 4.3.1 erwähnt. Mit dem Wissen darüber können die Zeitkonstanten  $\tau_{\delta,k}$  gezielt und schnell an der realen Biomasse-Feuerungsanlage so eingestellt werden, dass die gewünschte Systemdynamik resultiert.

Bei Verwendung der IMC-Reglerstruktur müssen somit lediglich vier Parameter  $\tau_{k,d}$  für die Kanäle  $k = 1, \dots, 4$  an der Biomasse-Feuerungsanlage eingestellt werden. Damit besitzt dieses Regelungskonzept, im Vergleich zu jenem auf Basis der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung, eine deutlich geringere Anzahl an einzustellenden Parametern. Außerdem ist die Parametereinstellung mit Hilfe der oben genannten Einstellregeln sehr einfach durchzuführen. Bei der Implementierung der inversen Streckendynamik ist zu beachten, dass keine numerischen Singularitäten bzw. Divisionen durch Null auftreten.



# Kapitel 5

## Verifikation der Regelung mittels Internal-Model-Control

Um die Funktionsweise der Regelung mittels Internal-Model-Control unter realistischen Bedingungen zu zeigen, wurde diese an der im Abschnitt 2.1 beschriebenen Biomasse-Feuerungsanlage getestet. Dabei wurde die Reglerstruktur gemäß Abbildung 4.31 mit Hilfe des Programmpaketes Labview auf dem dafür vorgesehenen PC (siehe Abschnitt 2.1.3) implementiert. Zur Stabilisierung der inversen Streckendynamik wurde der Proportionalregler verwendet<sup>1</sup>. Das bedeutet, dass die gezeigten Ergebnisse durch Verwendung des Lead-Gliedes bzw. des Smith-Prädiktors noch verbessert werden können. Zur Regelung der Massenströme in den Versorgungsleitungen wurden die im Abschnitt 3.3 vorgeschlagenen modellbasierten Regelungskonzepte verwendet. Auf eine eigene experimentelle Verifikation der Regelung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wurde in dieser Arbeit verzichtet, da diese bereits ausführlichen Tests unterzogen und in [17, 45] vorgestellt wurde. Außerdem wird das Regelverhalten der Regelung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung auch in Kapitel 6 beim Vergleich der beiden vorgestellten Regelungen ersichtlich.

In weiterer Folge wird die in Abbildung 4.31 gezeigte Gesamtstruktur für die Regelung mit Internal-Model-Control mit „IMC-Regelung“ bzw. mit der Abkürzung „IMC“ bezeichnet. Bei den durchgeführten Versuchen zur Verifikation der IMC-Regelung wurden die Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  in einem bestimmten Bereich variiert, sodass die resultierenden Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}$  auf alle Fälle innerhalb ihrer Beschränkungen bleiben. In weiterer Folge wird im Abschnitt 5.1 das durchgeführte Versuchsprogramm erklärt. Danach werden im Abschnitt 5.2 die erzielten Ergebnisse anhand der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$ , der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und der Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}$  in den Versorgungsleitungen gezeigt und diskutiert. Abschließend wird im Abschnitt 5.3 der resultierende Regelbetrieb unter anderem anhand der entstehenden Kohlenmonoxidemissionen beurteilt.

---

<sup>1</sup>Aufgrund des begrenzten Zuganges zur untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage war es nicht möglich die Stabilisierung mit Hilfe des Lead-Gliedes bzw. mit Hilfe des Smith-Prädiktors im realen Betrieb zu testen.

## 5.1 Durchgeführtes Versuchsprogramm

Beim durchgeführten Versuchsprogramm wurden die Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  sprungförmig variiert. Die Anlage wurde zuvor vollständig aufgeheizt und befand sich am Beginn des Versuchsprogramms in einem eingeschwungenen Betriebszustand. Die gesamte Dauer des Versuchsprogramms beträgt 24 Stunden, wobei zwischen den Sprüngen einer Führungsgröße mindestens zwei Stunden gewartet wurde, um vor dem nächsten Sprung einen eingeschwungenen Zustand zu erreichen. Da die Regelung bzw. Stabilisierung des Brennstoffbettes aufgrund der darin enthaltenen Totzeit die langsamste Dynamik besitzt, wurde zwischen den Sollwertsprüngen des Verbrennungs-Luftverhältnisses im Brennstoffbett fünf Stunden gewartet. Für einen guten geregelten Betrieb ist die Kenntnis der, bei der Modellbildung definierten Störgrößen  $d_1, \dots, d_8$  wichtig. Wie bereits erwähnt, werden die Störgrößen  $d_2, d_3, d_4$  und  $d_5$  bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage dauerhaft gemessen und stehen als Messwerte für die IMC-Regelung zur Verfügung. Die über das Hydrauliknetz variierbaren Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  wurden während des gesamten Versuchsprogramms konstant gehalten. Dabei wurden die Sollwerte

$$d_{4,s} = 2.5 \text{ kg/s} \quad (5.1a)$$

$$d_{5,s} = 346.15 \text{ K} \hat{=} 73^\circ\text{C} \quad (5.1b)$$

eingestellt. Für die Störgrößen  $d_2 = h_L$  und  $d_3 = h_{RZ}$  ergaben sich über das gesamte Versuchsprogramm gesehen folgende Mittelwerte

$$\bar{d}_2 = -4570 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_L = 22^\circ\text{C} \quad (5.2a)$$

$$\bar{d}_3 = 108580 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_{RZ} = 120^\circ\text{C}. \quad (5.2b)$$

Hierbei ist die spezifische Enthalpie  $d_2 = h_L$  negativ, da die Bezugstemperatur  $T_0$  bei der Berechnung der Konstanten  $h$  und  $d$  gemäß (4.45) auf den Wert  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  festgelegt wurde. Die in die Regelung einfließenden nicht messbaren Störgrößen  $d_1, d_6$  und  $d_7$  wurden geschätzt und mit

$$d_1 = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (5.3a)$$

$$d_6 = 1 \quad (5.3b)$$

$$d_7 = 0.014 \text{ kg/s} \hat{=} 50 \text{ kg/h} \quad (5.3c)$$

festgelegt. Die Störgröße  $d_8$  wurde der Einfachheit halber näherungsweise gemäß Gleichung (4.87) dem Sollwert der Rauchgastemperatur in der Sekundärzone  $y_{2,s} = T_{SVZ,s}$  gleichgesetzt:

$$d_8 = y_{2,s}. \quad (5.4)$$

Der tatsächliche mittlere Wassergehalt  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse wurde über mehrere Brennstoffproben ermittelt und lag bei  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.37$ , womit sich die zu (5.3a) abweichende mittlere Störgröße  $\bar{d}_1 = 0.587$  ergibt. Die tatsächlichen Werte der Störgrößen  $d_6$  und  $d_7$  wurden nicht bestimmt, weichen aber mit hoher Wahrscheinlichkeit ebenfalls von den

geschätzten Werten in (5.3) ab. Auch der Zusammenhang (5.4) stellt nur eine grobe Näherung für die Störgröße  $d_8$  dar. Diese Abweichungen der nicht messbaren Störgrößen von den geschätzten Werten sind natürlich in der Praxis nicht zu vermeiden.

Der Parameter  $k_P$  des Proportionalreglers zur Stabilisierung der inversen Streckendynamik wurde an der Anlage eingestellt und mit

$$k_P = 0.003 \quad (5.5)$$

festgelegt. Die verwendeten Zeitkonstanten  $\tau_{\delta,k}$  der Tiefpassfilter  $F_{\delta,k}(s)$  bzw.  $\tau_{r,k}$  der Tiefpassfilter  $F_{r,k}(s)$  für  $k = 1, \dots, 4$  sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Kanal	Parameter	Wert	Parameter	Wert
$x_{O_2RG}$	$\tau_{\delta,1}$	4 s	$\tau_{r,1}$	12 s
$T_{SVZ}$	$\tau_{\delta,2}$	20 s	$\tau_{r,2}$	60 s
$T_{VL}$	$\tau_{\delta,3}$	40 s	$\tau_{r,3}$	80 s
$\lambda_{BB}$	$\tau_{\delta,4}$	500 s	$\tau_{r,4}$	180 s

**Tabelle 5.1** – Filterparameter für die IMC-Regelung

Um die Leistung der Anlage zu verändern, wurde der Sollwert der Vorlauftemperatur  $y_{3,s} = T_{VL,s}$  zwischen 83°C und 91°C variiert. Dies entspricht in etwa einer Leistungsänderung zwischen 120 kW und 180 kW. Der Sollwert für den Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $y_{1,s} = x_{O_2RG,s}$  wurde zwischen 5 % und 7 %, der Sollwert für die Rauchgastemperatur in der Sekundärzone  $y_{2,s} = T_{SVZ,s}$  zwischen 950°C und 1000°C und der Sollwert für das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett  $y_{4,s} = \lambda_{BB,s}$  zwischen 0.5 und 0.8 variiert.

Zusätzlich zu den an der Biomasse-Feuerungsanlage fix verbauten Sensoren (siehe Abschnitt 2.1.2) wurde während des Versuchsprogramms eine Rauchgasanalyseeinheit zur Messung des Kohlenmonoxidgehalts  $x_{CORG,tr}$  und des Sauerstoffgehalts  $x_{O_2RG,tr}$  jeweils des trockenen Rauchgases verwendet. Mit Hilfe der Messung des Kohlenmonoxidgehalts kann später der Betrieb der geregelten Anlage bezüglich der erreichten Ausbrandqualität beurteilt werden. Allerdings wurde bei der Wahl der Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  keine Rücksicht auf die entstehenden Kohlenmonoxidemissionen genommen.

## 5.2 Ergebnisse

In Abbildung 5.1 sind die geregelten Verläufe der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  dargestellt.

Dabei wurden im Zeitraum zwischen 0 und 8 Stunden die Sollwerte  $y_{1,s}$ ,  $y_{2,s}$  und  $y_{3,s}$  gleichzeitig sprungförmig verändert. Im Zeitraum zwischen 8 und 14 Stunden wurden diese einzeln und nacheinander verändert und zwischen den einzelnen Sprüngen mindestens 15min gewartet. Im Zeitraum zwischen 12 und 24 Stunden wurden die Sollwerte  $y_{2,s}$  und  $y_{4,s}$  sprungförmig verändert. In den Diagrammen sind die Messwerte und die gefilterten Sollverläufe  $\bar{\mathbf{y}}_s$  der IMC-Regelung dargestellt. Die Größe  $y_4 = \lambda_{BB}$  wurde dabei

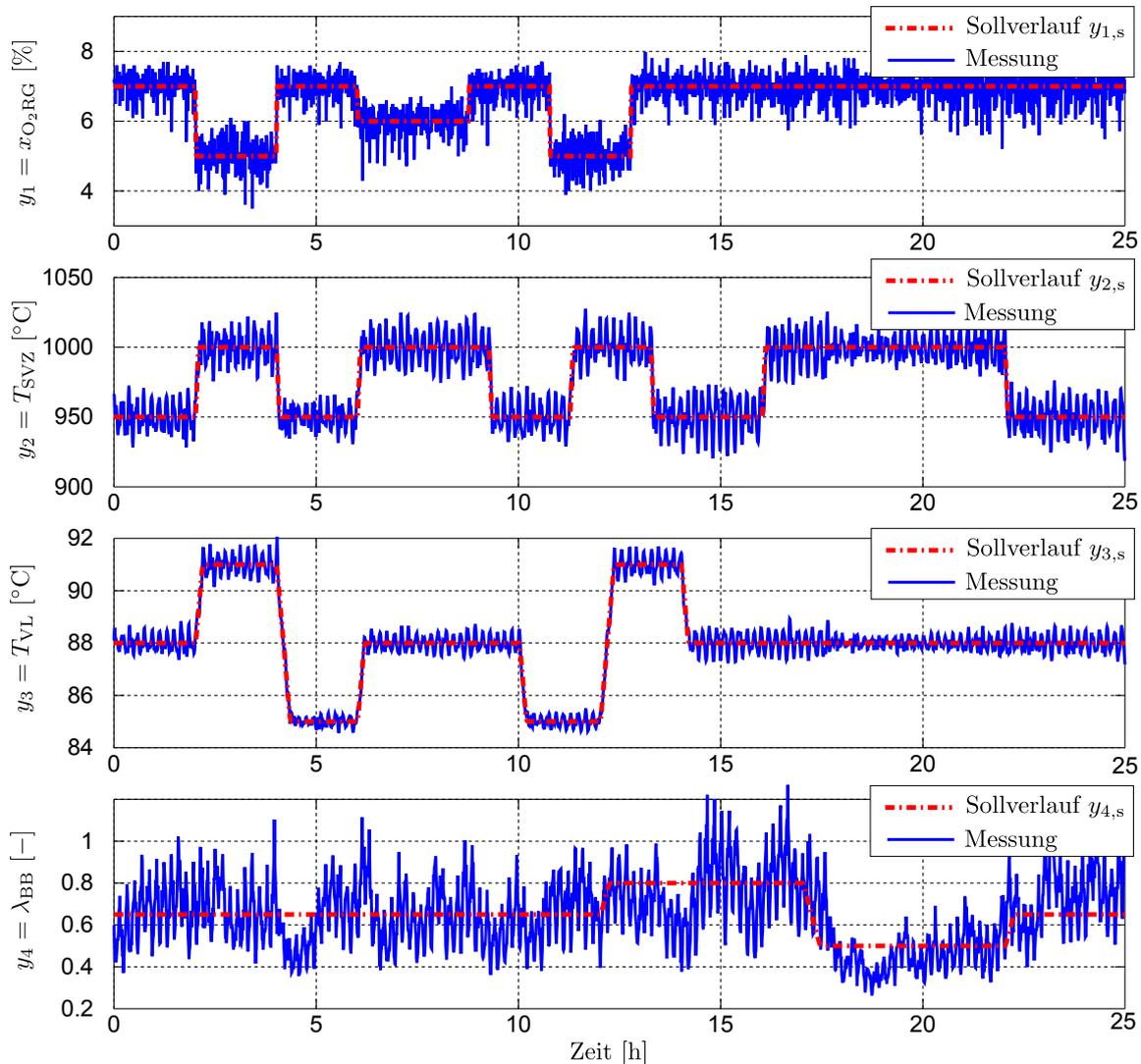


Abbildung 5.1 – Verlauf der geregelten Ausgangsgrößen

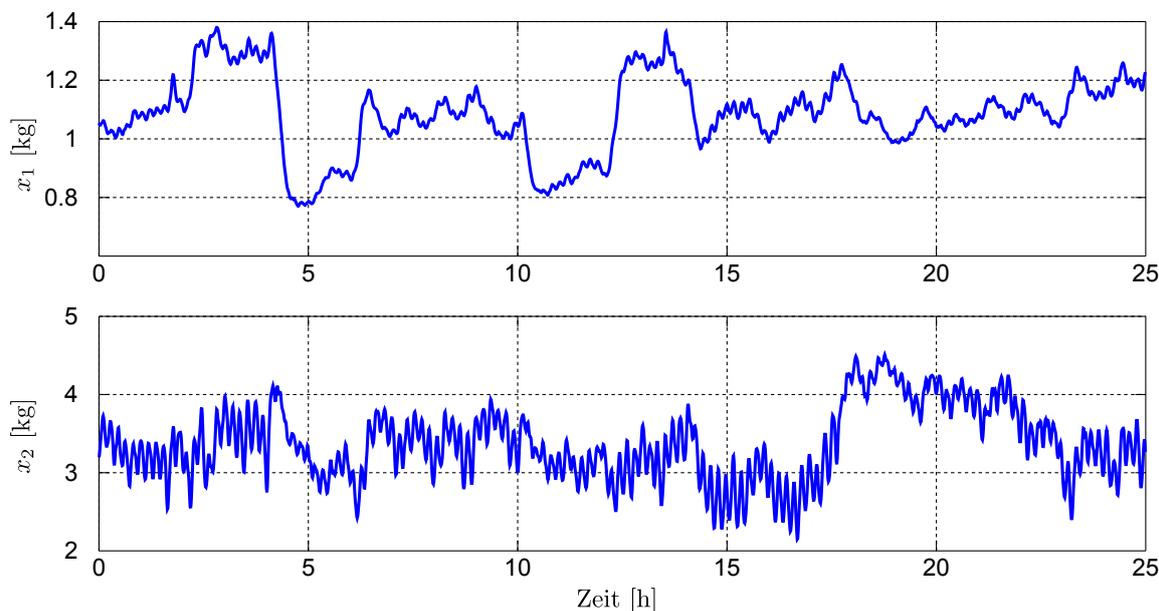
gemäß Gleichung (4.41) und (4.42) berechnet und ebenfalls von der IMC-Regelung auf ihren Sollwert geregelt. Man erkennt, dass die gemessenen Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  den gewünschten Verläufen gut und ohne Überschwingen folgen. Die stationären Schwankungen der geregelten Größen sind dabei vor allem auf die speziell bei der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage stark ausgeprägten Abbauschwankungen zurückzuführen. Diese Problematik wird in weiterer Folge noch genauer diskutiert. Im Zeitraum zwischen 8 und 16 Stunden ist das entkoppelte Verhalten der drei Ausgangsgrößen  $y_1$ ,  $y_2$  und  $y_3$  erkennbar. Die jeweiligen Sprünge werden ohne Beeinflussung der anderen Regelgrößen ausgeführt. Auch das Verbrennungs-Luftverhältnis im Brennstoffbett wird zufriedenstellend seinem Sollwert nachgeführt. Dabei kann man vor allem eine Verkopplung mit der Vorlauftemperatur  $y_3 = T_{VL}$  erkennen. Wird die Vorlauftemperatur und somit die Anlagenleistung gesteigert, so steigt auch die Größe  $y_4 = \lambda_{BB}$ . Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei einer gewünschten Erhöhung der Leistung die Zufuhr an Primärluft so lange über

dem Wert in der Ruhelage erhöht wird, bis das Brennstoffbett - also die Zustandsgröße  $x_2 = m_{CHO}$  - durch Zufuhr an Brennstoff wieder die benötigte Größe erreicht. Aufgrund der Totzeit im Brennstoffbett kann diese Verkopplung durch die IMC-Regelung nicht verhindert werden. Um die Ergebnisse besser deuten zu können, sind in Tabelle 5.2 die statistischen Kenngrößen Mittelwert und Standardabweichung der einzelnen Regelfehler  $e_k = y_{k,s} - y_k$  für  $k = 1, \dots, 4$  angegeben.

	$e_1$ ( $x_{O_2RG}$ )	$e_2$ ( $T_{SVZ}$ )	$e_3$ ( $T_{VL}$ )	$e_4$ ( $\lambda_{BB}$ )
Mittelwert	-0.005 %	0.22 K	-0.003 K	0.004
Standardabweichung	0.404 %	10.7 K	0.291 K	0.145

**Tabelle 5.2** – Statistische Kenngrößen der Regelfehler  $e_k$

Wie man aus diesen statistischen Größen der Regelfehler erkennt, besitzt die IMC-Regelung ein gutes stationäres Verhalten. Die mittleren Regelfehler verschwinden nahezu vollständig. Auch die Standardabweichung bleibt bei allen Größen im Rahmen und ist, wie bereits erwähnt, größtenteils auf die im Brennstoffbett auftretenden Abbauschwankungen zurückzuführen. Die über das Modell  $\tilde{P}$  geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  zur Beschreibung des Brennstoffbettes sind in Abbildung 5.2 dargestellt.

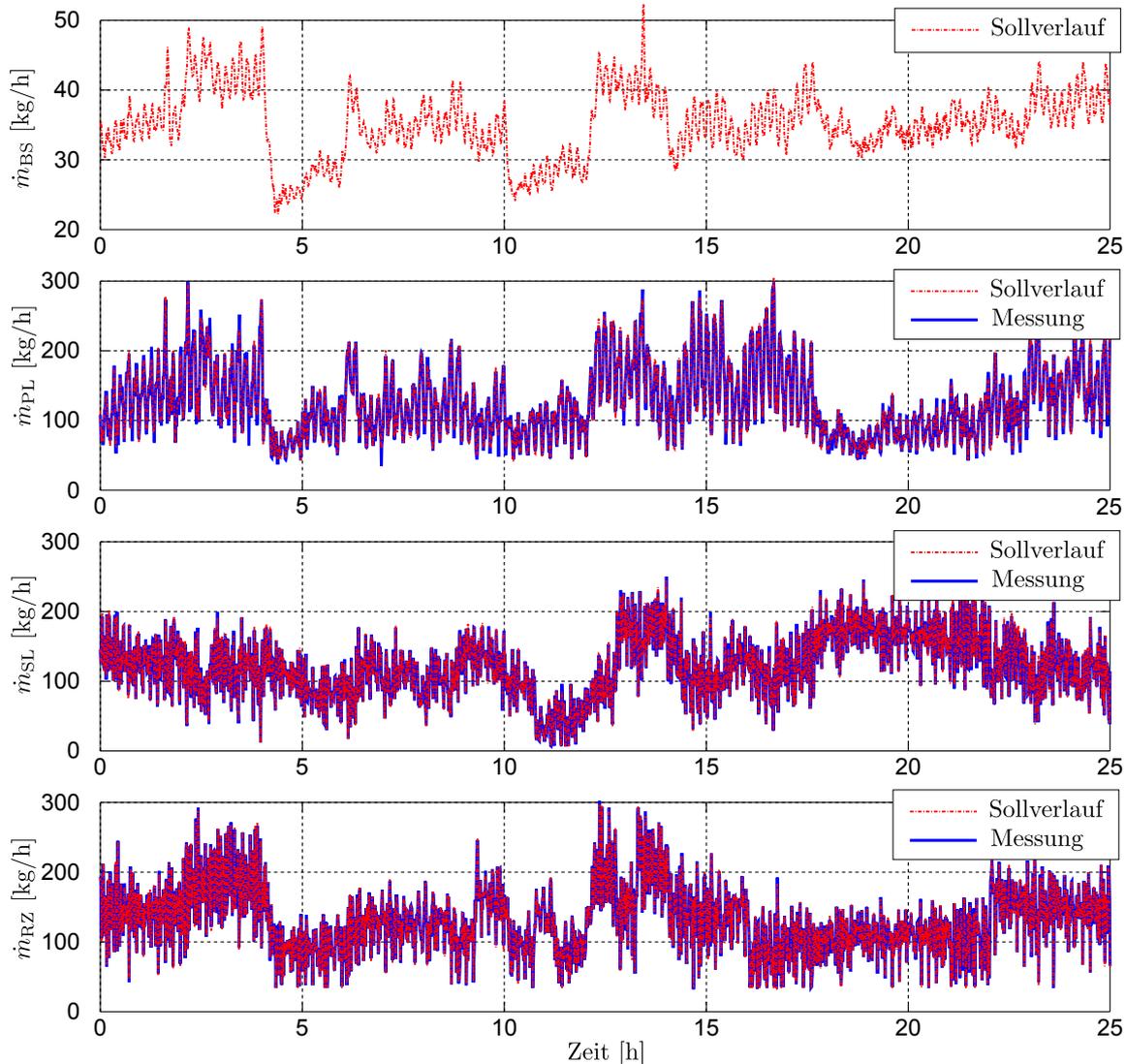


**Abbildung 5.2** – Verlauf der geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$

Die Zustandsgrößen folgen exakt den, über die inverse Streckendynamik berechneten Größen  $z_{1,d}$  und  $z_{2,d}$  (siehe Abbildung 4.29). Die starken Schwankungen der Größe  $x_2$  sind dabei auf die Abbauschwankungen und den daraus resultierenden Schwankungen der Primärluftzufuhr zurückzuführen. Bei der Betrachtung der Massenströme in den Versorgungsleitungen wird auf diesen Zusammenhang noch näher eingegangen. Beide Zustandsgrößen sind speziell bei einer Änderung der Größe  $y_{3,s} = T_{VL,s}$  stärkeren Veränderungen

ausgesetzt. Bei einer Änderung der Größe  $y_{4,s} = \lambda_{BB,s}$  wird im Wesentlichen nur die Zustandsgröße  $x_2$  verändert.

In Abbildung 5.3 sind die Verläufe der Massenströme  $\dot{m}$  in den Versorgungsleitungen dargestellt. Dabei sind sowohl die von der IMC-Regelung geforderten Sollverläufe als auch die gemessenen tatsächlichen Verläufe des Primärluft-, des Sekundärluft- und des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes dargestellt.



**Abbildung 5.3** – Verlauf der vorgegebenen Massenströme in den Versorgungsleitungen

Man erkennt, dass die tatsächlichen Massenströme den Sollverläufen gut folgen, womit die hohe Regelgüte der Massenstromregelungen bestätigt ist. Die starken Schwankungen des zugeführten Primärluftmassenstromes  $\dot{m}_{PL}$  sind dazu nötig, um die Abbauschwankungen möglichst gut auszugleichen. Diese sind nicht messbar und werden daher im Modell über die Störgröße  $d_6$  beschrieben. Für die IMC-Regelung wurde der Mittelwert  $d_6 = 1$  verwendet. Deshalb müssen die Störeinflüsse aufgrund der Abbauschwankungen

vollständig durch die IMC-Regelung ausgeglichen werden. Da die Massenströme eine verkoppelte Wirkung auf die Ausgangsgrößen besitzen, sind deren Verläufe zur Entkopplung des Eingangs-Ausgangs-Verhaltens miteinander verkoppelt. Das bedeutet, dass der zur Ausregelung der Abbauschwankungen stark variierende Primärluftmassenstrom eine Variation des Sekundärluftmassenstromes und des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes hervorruft. Die daraus resultierenden Auswirkungen auf die geregelten Ausgangsgrößen müssen wiederum durch die IMC-Regelung ausgeglichen werden, wodurch die Qualität der Gesamtregelung verringert wird. Eine Abhilfe dafür kann durch Anpassung der Störgröße  $d_6$  an die tatsächlich auftretenden Abbauschwankungen erreicht werden. Wie bereits im Abschnitt 4.2.5 erwähnt, kann diese Störgröße durch den Einsatz eines Kalmanfilters geschätzt werden. Da die Abbauschwankungen bei anderen untersuchten Biomasse-Feuerungsanlagen weniger stark bzw. nicht vorhanden sind, wurde auf eine Abschätzung der Störgröße  $d_6$  innerhalb der IMC-Regelungsstruktur im Sinne einer möglichst einfachen Regelung verzichtet.

## 5.3 Bewertung des geregelten Betriebes

Zur Bewertung der Ergebnisse wird überprüft, ob die im Abschnitt 2.2 genannten Ziele für die Regelung erreicht werden. Dabei wird die bereitgestellte Leistung, die Ausbrandqualität und der Wirkungsgrad betrachtet.

### 5.3.1 Leistung

Um die Bereitstellung der geforderten Leistung zu beurteilen, ist in Abbildung 5.4 die tatsächliche wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$  gemeinsam mit dem geforderten Sollverlauf dargestellt.

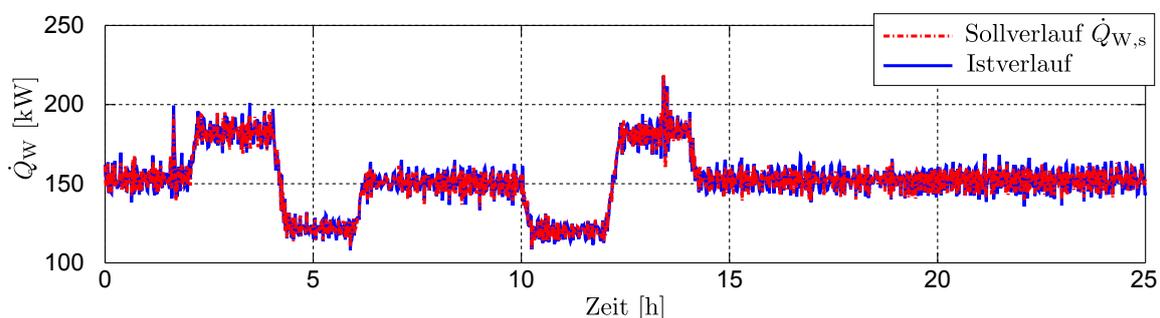


Abbildung 5.4 – Wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$

Die tatsächlich übertragene Leistung (Istverlauf) wurde dabei über die Gleichung

$$\dot{Q}_W = c_W \dot{m}_W [T_{VL} - T_{RL}(t - t_{TWT})] \quad (5.6)$$

mit den gemessenen Größen Wassermassenstrom  $\dot{m}_W$ , Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  und Rücklauftemperatur  $T_{RL}(t - t_{TWT})$  berechnet. Für die Berechnung des Sollverlaufs der wasserseitig übertragenen Leistung wurde die Gleichung

$$\dot{Q}_{W,s} = c_W \dot{m}_W [T_{VL,s} - T_{RL}(t - t_{TWT})] \quad (5.7)$$

verwendet. Dabei wurde die gemessene Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  durch den Sollwert  $T_{VL,s}$  ersetzt. Die Schwankungen beim Sollverlauf der wasserseitig übertragenen Leistung ergeben sich aufgrund des schwankenden Wassermassenstromes und der schwankenden Rücklauftemperatur. Um den stationären Verlauf der Leistung deutlicher zu erkennen, ist in Abbildung 5.5 ein Ausschnitt des Leistungsverlaufes dargestellt.

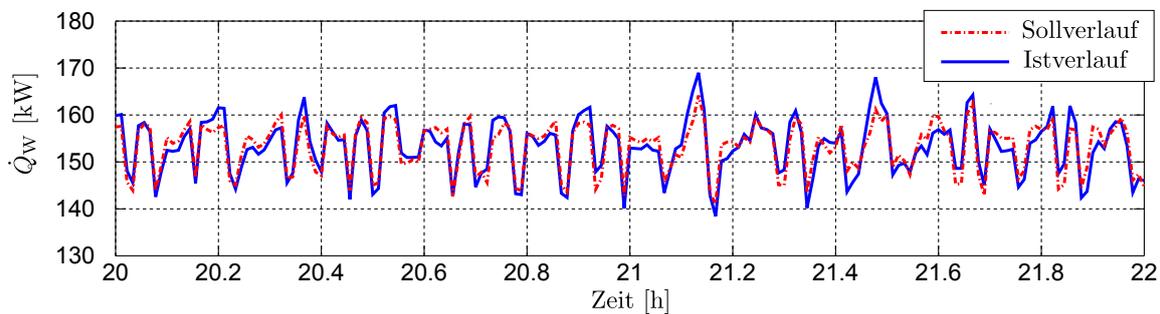


Abbildung 5.5 – Ausschnitt der wasserseitig übertragenen Leistung  $\dot{Q}_W$

Wie man sieht, wird trotz der starken Variationen die wasserseitig übertragene Leistung dem Sollverlauf gut nachgeführt. Damit ist gezeigt, dass die Anforderung an die IMC-Regelung zur Bereitstellung der geforderten Leistung gut erfüllt wird.

### 5.3.2 Ausbrandqualität

Zur Beurteilung der Ausbrandqualität ist in Abbildung 5.6 der mit Hilfe des Rauchgasanalyse-Messgerätes ermittelte Kohlenmonoxidgehalt  $x_{\text{CORG,tr}}$  im trockenen Rauchgas dargestellt.

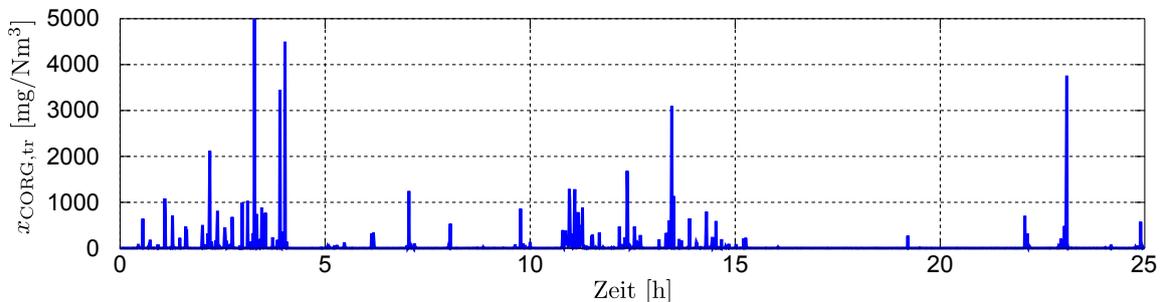


Abbildung 5.6 – Erzeugte Kohlenmonoxidemissionen im trockenen Rauchgas  $x_{\text{CORG,tr}}$

Der Kohlenmonoxidgehalt wird dabei in Milligramm pro Normkubikmeter trockenem Rauchgas angegeben und auf den Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2\text{RG}} = 13\%$  normiert. Man erkennt

deutlich, dass die Kohlenmonoxidemissionen in einigen Bereichen des Versuchsprogramms stark erhöht sind. Für eine bessere Beurteilung wurden die mittleren Kohlenmonoxidemissionen für bestimmte Zeitabschnitte berechnet und in Tabelle 5.3 aufgelistet.

Zeitbereich	Mittelwert $\bar{x}_{\text{CORG,tr}}$
0 – 2h	31.7 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
2 – 4h	152.5 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
4 – 10h	19.6 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
10 – 14.5h	70.8 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
14.5 – 25h	13.0 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.

**Tabelle 5.3** – Mittlere Kohlenmonoxidemissionen für bestimmte Zeitabschnitte

Im Zeitabschnitt zwischen 2 und 4 Stunden wurde die Leistung der Anlage von 150 kW auf 180 kW erhöht und der Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2\text{RG}}$  auf einen Sollwert von  $y_{1,s} = 5\%$  geregelt. Dabei ist der tatsächliche Sauerstoffgehalt teilweise kleiner als vier Prozent, weshalb in diesem Zeitabschnitt die Kohlenmonoxidemissionen stark erhöht sind. Im Zeitabschnitt zwischen 10 und 14.5 Stunden wird die Leistung zwischen 120 kW und 180 kW variiert. Der Sollwert für den Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2\text{RG}}$  wird zwischen  $y_{1,s} = 5\%$  und  $y_{1,s} = 7\%$  und der Sollwert der Sekundärzonentemperatur  $T_{\text{SVZ}}$  zwischen  $y_{2,s} = 950^\circ\text{C}$  und  $y_{2,s} = 1000^\circ\text{C}$  verändert. Dabei ist der tatsächliche Sauerstoffgehalt wiederum teilweise kleiner als vier Prozent. Auch die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone sinkt teilweise bis auf  $930^\circ\text{C}$  ab. Aufgrund des wiederum zu niedrigen Sauerstoffgehaltes und der zu niedrigen Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone sind auch in diesem Zeitabschnitt die Kohlenmonoxidemissionen erhöht. In den restlichen Zeitabschnitten ist die Höhe der Kohlenmonoxidemissionen vertretbar. Fasst man diese Erkenntnisse zusammen, so resultieren die erhöhten Kohlenmonoxidemissionen in erster Linie aufgrund schlecht gewählter Sollwerte für die Führungsgrößen  $y_{1,s}$  und  $y_{2,s}$ . Wie bereits erwähnt, wurden bei diesem Versuchsprogramm die Sollverläufe der Führungsgrößen ohne Berücksichtigung der entstehenden Emissionen gewählt.

### 5.3.3 Wirkungsgrad

Für einen hohen Wirkungsgrad soll der Sauerstoffgehalt im Rauchgas möglichst klein sein. Um dabei gleichzeitig eine gute Ausbrandqualität zu erreichen und die entstehenden Emissionen gering zu halten, sollte der Sauerstoffgehalt möglichst eng um den zugehörigen Sollwert geregelt werden. Dadurch ist es möglich den Sollwert relativ klein zu wählen. Wie in Tabelle 5.2 ersichtlich, wurde für den Regelfehler  $e_1 = y_{1,s} - y_1$  eine Standardabweichung von 0.404 % für das gesamte Versuchsprogramm berechnet. Erst bei einem Vergleich mit einer anderen Regelung kann dieser Wert beurteilt werden.

## 5.4 Schlussfolgerung

Wie aus dem durchgeführten Versuchsprogramm ersichtlich ist, besitzt die IMC-Regelung ein gutes Führungsverhalten. Die Regelgrößen folgen den gewünschten Sollverläufen sehr schnell und ohne Überschwingen, was die hohe Regelgüte unterstreicht. Da nicht alle Störeinflüsse innerhalb der IMC-Regelung berücksichtigt werden, weist das stationäre Regelverhalten noch Verbesserungspotenzial auf. Vor allem die nicht berücksichtigten Abbauschwankungen ( $d_6 = 1$ ) führen zu größeren Variationen der Stell- und Regelgrößen im stationären Betrieb und verursachen relativ hohe Kohlenmonoxidemissionen.

Da während der Einstellung der Reglerparameter  $\tau_{d,k}$  für  $k = 1, \dots, 4$  kein Rauchgasanalyse-Messgerät zur Bestimmung des Kohlenmonoxidgehalts eingesetzt wurde, konnten diese nicht perfekt an das Emissionsverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage angepasst werden. Daher kann das Emissionsverhalten durch bessere Wahl der Reglerparameter noch verbessert werden. Analysen haben ergeben, dass insbesondere die Schwankungen der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $y_2 = T_{SVZ}$  verringert werden sollten, um die Kohlenmonoxidemissionen zu reduzieren. Da das dynamische Verhalten des Temperatursensors eine relativ große Zeitkonstante besitzt, wird eine Änderung der Feuerraumtemperatur erst relativ spät bemerkt. Durch den Einsatz eines Temperatursensors mit schnellerem Ansprechverhalten bzw. mit kleinerer Zeitkonstante könnte das Emissionsverhalten zusätzlich verbessert werden. Durch Verwendung des Lead-Gliedes bzw. des Smith-Prädiktors können die gezeigten Ergebnisse weiter verbessert werden.

# Kapitel 6

## Vergleich der vorgestellten Regelungskonzepte

Um die Funktionsweise der IMC-Regelung mit jener auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung unter realistischen Bedingungen zu vergleichen, wurden beide Regelungen an der im Abschnitt 2.1 beschriebenen Biomasse-Feuerungsanlage implementiert und verschiedene Versuche durchgeführt. Bei der Implementierung wurde die Regelung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung mit der Reglerstruktur gemäß Abbildung 4.8 und die IMC-Regelung mit der Reglerstruktur gemäß Abbildung 4.31 mit Hilfe des Programmpaketes Labview auf dem dafür vorgesehenen PC (siehe Abschnitt 2.1.3) realisiert. Zur Stabilisierung des Brennstoffbettes wurde in beiden Fällen der Proportionalregler verwendet<sup>1</sup>. Das bedeutet, dass die gezeigten Ergebnisse noch verbessert werden können. Zur Regelung der Massenströme in den Versorgungsleitungen werden die im Abschnitt 3.3 vorgeschlagenen modellbasierten Regelungskonzepte verwendet.

In weiterer Folge wird die Gesamtstruktur der Regelung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung gemäß Abbildung 4.8 mit „EAL-Regelung“ bzw. mit der Abkürzung „EAL“ bezeichnet. Im Abschnitt 6.1 wird zunächst das stationäre Regelverhalten untersucht. Danach wird in den Abschnitten 6.2 und 6.3 das Regelverhalten für unterschiedliche Leistungssprünge anhand sprunghafter Änderungen der Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  bzw. des Wassermassenstromes  $\dot{m}_W$  im Hydraulikkreislauf miteinander verglichen.

### 6.1 Stationäres Regelverhalten

Um das stationäre Regelverhalten beider Regelungskonzepte zu beurteilen und zu vergleichen, wurden bei diesem Versuch sowohl die vorgebbaren Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  als auch die Führungsgrößen  $y_s$  konstant gehalten. Das geplan-

---

<sup>1</sup>Aufgrund des begrenzten Zuganges zur untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage war es nicht möglich die Stabilisierung mit Hilfe des Lead-Gliedes bzw. mit Hilfe des Smith-Prädiktors im realen Betrieb zu testen.

te Versuchsprogramm wurde in gleicher Weise mit beiden Regelungen durchgeführt. In weiterer Folge wird im Abschnitt 6.1.1 das durchgeführte Versuchsprogramm erklärt. Danach werden im Abschnitt 6.1.2 die erzielten Ergebnisse beider Regelungen anhand der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$ , der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und der Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}$  in den Versorgungsleitungen miteinander verglichen und diskutiert. Da bei diesem Versuch keine Kohlenmonoxidemissionen gemessen wurden, wird auf eine Beurteilung des resultierenden Regelbetriebes verzichtet und auf die nachfolgenden Vergleiche verwiesen.

### 6.1.1 Durchgeführtes Versuchsprogramm

Beim Versuchsprogramm, welches für den Vergleich mit beiden Regelungen durchgeführt wurde, wurden die vorgebbaren Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  und die Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  konstant gehalten. Die Anlage wurde vollständig aufgeheizt und befand sich am Beginn des Versuchsprogramms in einem eingeschwungenen Betriebszustand. Die gesamte Dauer des Versuchsprogramms beträgt sechs Stunden. Wie bereits erwähnt werden die Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  und  $d_5$  bei der untersuchten Anlage dauerhaft gemessen und standen somit als Messwerte für beide Regelungskonzepte zur Verfügung. Die über das Hydrauliknetz vorgebbaren Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  wurden während des gesamten Versuchsprogramms konstant gehalten. Dabei wurden die Sollwerte

$$d_{4,s} = 2.5 \text{ kg/s} \quad (6.1a)$$

$$d_{5,s} = 349.15 \text{ K} \hat{=} 76^\circ\text{C} \quad (6.1b)$$

eingestellt. Für die Störgrößen  $d_2 = h_L$  und  $d_3 = h_{RZ}$  ergaben sich über das gesamte Versuchsprogramm gesehen folgende Mittelwerte:

$$\bar{d}_2 = 2760 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_L = 29^\circ\text{C} \quad (6.2a)$$

$$\bar{d}_3 = 69520 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_{RZ} = 89^\circ\text{C}. \quad (6.2b)$$

Die in die Regelung einfließenden, nicht messbaren Störgrößen  $d_1$  und  $d_7$  wurden geschätzt und für die EAL-Regelung mit

$$d_{1,\text{EAL}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.3a)$$

$$d_{7,\text{EAL}} = 0 \text{ kg/s} \hat{=} 0 \text{ kg/h} \quad (6.3b)$$

festgelegt. Die ebenfalls nicht messbaren Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  wurden bei der EAL-Regelung mit Hilfe des Kalmanfilters geschätzt. Für die IMC-Regelung werden die nicht messbaren Störgrößen  $d_1$ ,  $d_6$  und  $d_7$  mit

$$d_{1,\text{IMC}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.4a)$$

$$d_{6,\text{IMC}} = 1 \quad (6.4b)$$

$$d_{7,\text{IMC}} = 0.014 \text{ kg/s} \hat{=} 50 \text{ kg/h} \quad (6.4c)$$

festgelegt. Die ebenfalls nicht messbare Störgröße  $d_8$  wurde näherungsweise gemäß Gleichung (4.87) dem Sollwert der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $y_{2,s} = T_{SVZ,s}$  gleichgesetzt:

$$d_8 = y_{2,s}. \quad (6.5)$$

Der tatsächliche mittlere Wassergehalt  $\bar{w}_{H_2O}$  der Biomasse wurde für beide Versuchsdurchführungen über mehrere Brennstoffproben ermittelt und lag jeweils bei  $\bar{w}_{H_2O} \approx 0.35$ , womit sich die zu (6.3a) bzw. (6.4a) abweichende mittlere Störgröße  $\bar{d}_1 = 0.538$  ergibt. Der tatsächliche Verlauf der Störgröße  $d_7$  wurde nicht bestimmt. Allerdings ist dabei ebenfalls eine Abweichung zu den gewählten Werten (6.3b) bzw. (6.4c) wahrscheinlich. Da bei der EAL-Regelung die beiden Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  im laufenden Betrieb geschätzt werden, besitzt diese Regelung einen Vorteil gegenüber der IMC-Regelung.

Der Parameter  $k_P$  des Proportionalreglers zur Stabilisierung der inversen Streckendynamik wurde an der Anlage eingestellt. Für das Versuchsprogramm zur Verifikation der EAL-Regelung wurde der Wert  $k_P = 0.002$  gemäß Tabelle 4.1 an der Anlage mit

$$k_{P,EAL} = 0.0025 \quad (6.6)$$

geringfügig adaptiert. Für das Versuchsprogramm mit IMC-Regelung wurde, wie bereits bei der Reglerverifikation in Kapitel 5, der Wert

$$k_{P,IMC} = 0.003 \quad (6.7)$$

gewählt. Die Parameter  $\beta_{0,2}$  und  $\beta_{0,3}$  des Zustandsreglers bei der EAL-Regelung wurden gemäß den Werten in Tabelle 4.1 mit  $\beta_{0,2} = \beta_{0,3} = 0.0083$  1/s festgelegt. Die positiven Parameter  $k_{P,k}$  und  $t_{N,k}$  für  $k = 1, 2, 3$  der PI-Regelungen wurden über die Einstellregeln in Abschnitt 4.2.4 berechnet und an der Anlage feinjustiert. In Tabelle 6.1 sind die eingestellten Parameter zusammengefasst.

Kanal	Parameter	Wert	Parameter	Wert
$x_{O_2RG}$	$k_{P,1}$	0.3	$t_{N,1}$	25 s
$T_{SVZ}$	$k_{P,2}$	0.15	$t_{N,2}$	156 s
$T_{VL}$	$k_{P,3}$	0.15	$t_{N,3}$	66 s

**Tabelle 6.1** – Parameter der PI-Regelungen bei der Regelung mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Für die Einstellung der Parameter des Kalman-Filters wird auf [45] verwiesen. Die IMC-Filterparameter wurden gemäß Tabelle 5.1 eingestellt. Für die Sollwerte der Führungsgrößen wurden bei beiden Versuchsdurchführungen die Werte

$$y_{1,s} = 7 \% \quad (6.8a)$$

$$y_{2,s} = 1000^\circ\text{C} \quad (6.8b)$$

$$y_{3,s} = 88^\circ\text{C} \quad (6.8c)$$

$$y_{4,s} = 0.6. \quad (6.8d)$$

konstant gehalten. Daher wurde die Biomasse-Feuerungsanlage während des Versuchsprogramms näherungsweise mit einer konstanten mittleren Leistung von 120 kW betrieben.

## 6.1.2 Ergebnisse und Vergleich

In Abbildung 6.1 sind die geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  beider Regelungskonzepte dargestellt.

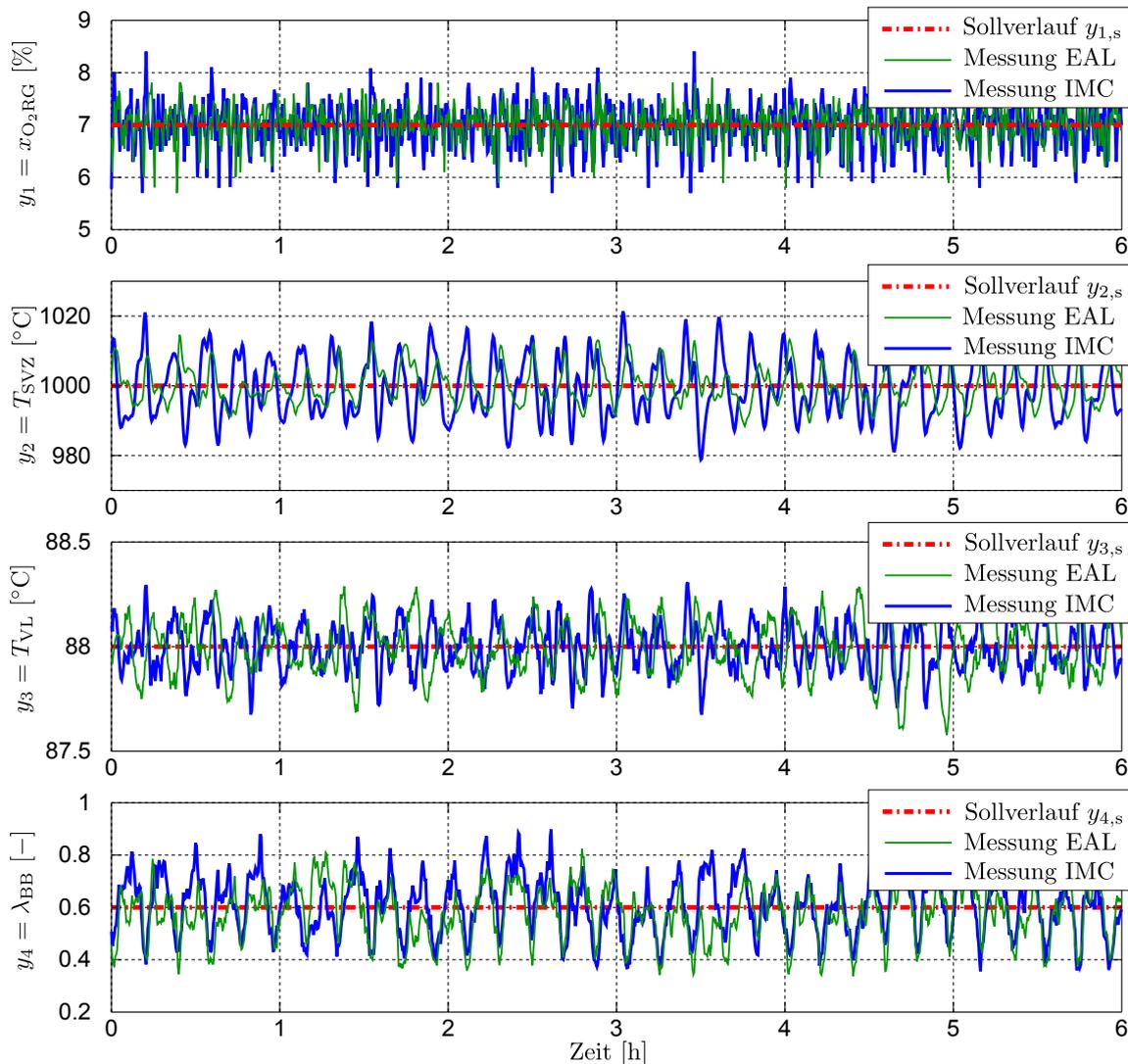


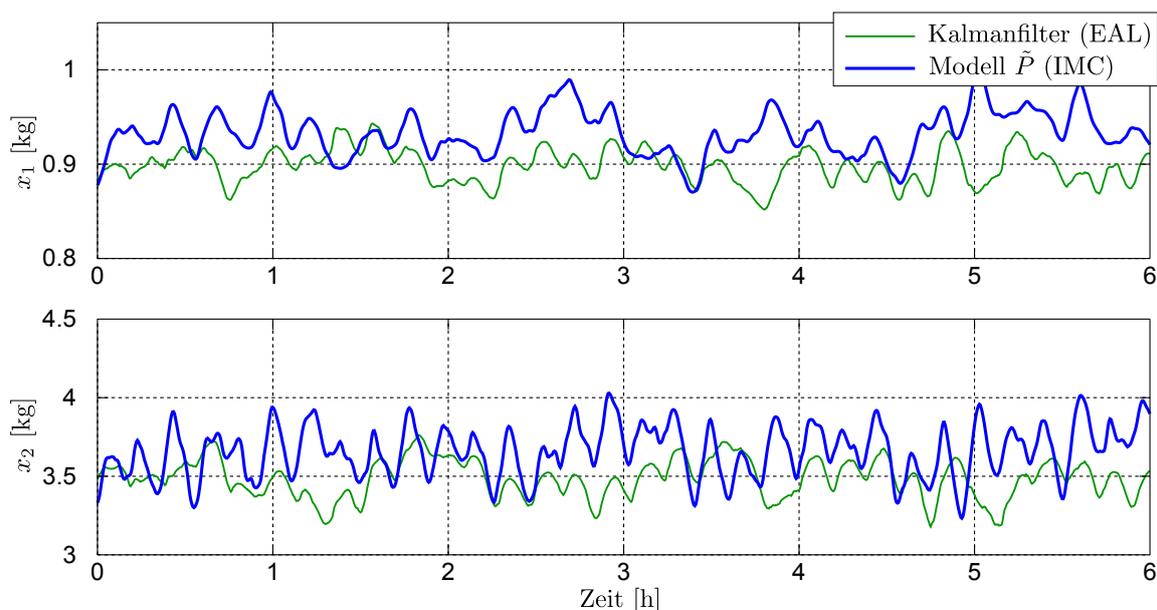
Abbildung 6.1 – Vergleich der geregelten Ausgangsgrößen

Man erkennt, dass die Führungsgrößen mit beiden Regelungskonzepten ähnlich gut auf ihre konstanten Sollwerte  $\mathbf{y}_s$  geregelt werden. Um die Ergebnisse besser vergleichen zu können, sind in Tabelle 6.2 die statistischen Kenngrößen Mittelwert und Standardabweichung der einzelnen Regelfehler  $e_k = y_{k,s} - y_k$  für  $k = 1, \dots, 4$  beider Regelungskonzepte gegenübergestellt.

Kenngröße	Regelung	$e_1$ ( $x_{\text{O}_2\text{RG}}$ )	$e_2$ ( $T_{\text{SVZ}}$ )	$e_3$ ( $T_{\text{VL}}$ )	$e_4$ ( $\lambda_{\text{BB}}$ )
Mittelwert	EAL	-0.005 %	-0.057 K	-0.0004 K	-0.026
	IMC	0.002 %	0.106 K	-0.0020 K	0.011
Standardabweichung	EAL	0.343 %	5.360 K	0.136 K	0.103
	IMC	0.430 %	8.910 K	0.116 K	0.114

**Tabelle 6.2** – Vergleich der statistischen Kenngrößen der Regelfehler  $e_k$

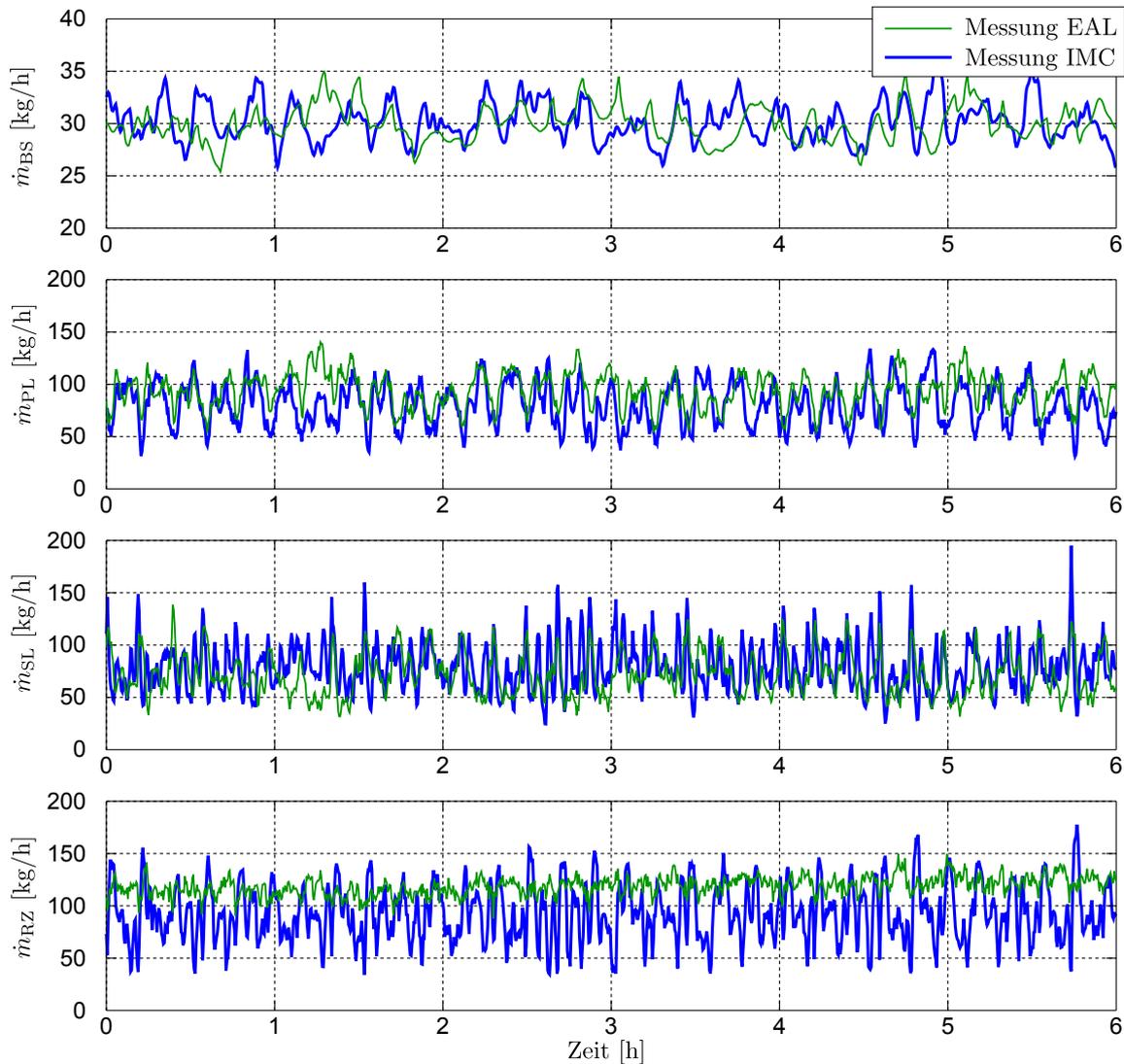
Da die Mittelwerte aller Regelfehler nahezu vollständig verschwinden, besitzen beide Regelungen ein gutes stationär genaues Regelverhalten. Die Standardabweichungen der Regelfehler  $e_1$ ,  $e_3$  und  $e_4$  sind bei beiden Regelungen in etwa gleich groß. Die Standardabweichung des Regelfehlers  $e_2$  ist bei der IMC-Regelung etwas höher als bei EAL-Regelung, was auf die bei der IMC-Regelung nicht berücksichtigten Abbauschwankungen zurückzuführen ist. Die über das Modell  $\tilde{P}$  bzw. über den Kalmanfilter geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  zur Beschreibung des Brennstoffbettes sind in Abbildung 6.2 dargestellt.



**Abbildung 6.2** – Vergleich der geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$

Da im Kalmanfilter auch die Abbauschwankungen geschätzt und im verwendeten Modell berücksichtigt werden, ist der daraus resultierende Verlauf der Größe  $x_2$  geringeren Schwankungen ausgesetzt als der über das Modell  $\tilde{P}$  geschätzte Verlauf. Bei der IMC-Regelung werden die Abbauschwankungen direkt von der Regelung über die Primärluftzufuhr ohne Schätzung der Störgröße  $d_6$  ausgeglichen. Da der Primärluftmassenstrom auch für das Modell  $\tilde{P}$  als Eingangsgröße verwendet wird, ergeben sich bei der Schätzung der Größe  $x_2$  über das Modell  $\tilde{P}$  stärkere Schwankungen. Zusätzlich erkennt man, dass die über das Modell  $\tilde{P}$  geschätzten Zustandsgrößen im Mittel etwas höher sind, als die des Kalmanfilters. Diese Abweichungen sind auf Modellungenauigkeiten zurückzuführen, welche im Kalmanfilter über den Einfluss der Messgrößen ausgeglichen werden. In Ab-

Abbildung 6.3 sind die Massenströme  $\dot{m}$  in den Versorgungsleitungen beider Regelungen dargestellt.



**Abbildung 6.3** – Vergleich der vorgegebenen Massenströme in den Versorgungsleitungen

Man erkennt, dass die Verläufe des Brennstoff- und des Primärluftmassenstromes bei beiden Regelungskonzepten ein ähnliches Verhalten aufweisen. Die Verläufe des Sekundärluft- und des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes weisen bei der IMC-Regelung deutlich größere Schwankungen auf. Der Unterschied der beiden Regelungen ist beim rezirkulierten Rauchgasmassenstrom am stärksten zu erkennen. Wie bereits bei der Verifikation der IMC-Regelung angemerkt wurde, sind die starken Schwankungen vor allem auf die bei der IMC-Regelung nicht berücksichtigten Abbauschwankungen zurückzuführen. Da diese direkt von der IMC-Regelung durch Variation des Primärluftmassenstromes ausgeglichen werden müssen, stellen sich aufgrund der verkoppelten Wirkung der Massenströme auch beim Sekundärluftmassenstrom und beim rezirkulierten Rauchgasmassenstrom

diese starken Schwankungen ein. Das bedeutet, dass bei Verwendung eines vernünftigen Schätzwertes für die Störgröße  $d_6$  auch mit der IMC-Regelung ruhigere Verläufe für die Massenströme resultieren. Da diese Abbauschwankungen bei anderen untersuchten Biomasse-Feuerungsanlagen allerdings weniger stark bzw. nicht vorhanden sind, wurde die Abschätzung der Störgröße  $d_6$  innerhalb der IMC-Regelungsstruktur im Sinne einer möglichst einfachen Regelung vernachlässigt. Zusätzlich erkennt man am Verlauf des zirkulierten Rauchgasmassenstromes, dass der Mittelwert bei der EAL-Regelung über dem der IMC-Regelung liegt. Dieser Unterschied ist auf den Aufheizprozess der Anlage zurückzuführen, welcher offenbar beim Versuch mit der IMC-Regelung noch nicht vollständig abgeschlossen war.

## 6.2 Leistungssprünge bei sprunghafter Änderung der Rücklauftemperatur

Um die wasserseitige Leistungsforderung an die Biomasse-Feuerungsanlage sprunghaft zu verändern, wurde bei diesem Versuch die Rücklauftemperatur bzw. die Störgröße  $d_5 = T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}})$  über die Rücklauftemperaturanhebung beim Hydrauliknetz sprunghaft verändert. Die Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  und die Störgröße  $d_4 = \dot{m}_W$  (Wassermassenstrom des Hydrauliknetzes) wurden währenddessen konstant gehalten. Die Störgröße  $d_5 = T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}})$  wurde in einem bestimmten Bereich verändert, sodass die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage in einem möglichst großen Bereich variiert wird und auch Stellgrößenbeschränkungen aktiv werden. Das geplante Versuchsprogramm wurde in gleicher Weise mit beiden Regelungen durchgeführt. In weiterer Folge wird im Abschnitt 6.2.1 das durchgeführte Versuchsprogramm erklärt. Danach werden im Abschnitt 6.2.2 die erzielten Ergebnisse beider Regelungen anhand der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$ , der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und der Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}$  in den Versorgungsleitungen verglichen und diskutiert. Abschließend wird im Abschnitt 6.2.3 der resultierende Regelbetrieb beider Regelungen unter anderem anhand der entstehenden Kohlenmonoxidemissionen verglichen und beurteilt.

### 6.2.1 Durchgeführtes Versuchsprogramm

Beim Versuchsprogramm, welches für den Vergleich mit beiden Regelungen durchgeführt wurde, wurde die Störgröße  $d_5 = T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}})$  sprunghaft in Zwei-Kelvin-Schritten verändert. Die Anlage wurde zuvor aufgeheizt und befand sich am Beginn des Versuchsprogramms in einem eingeschwungenen Betriebszustand. Die gesamte Dauer des Versuchsprogramms betrug sechs Stunden, wobei zwischen den Sprüngen zwei Stunden gewartet wurde, um vor dem nächsten Sprung einen stationären Zustand zu erreichen. Die Verläufe der über das Hydrauliknetz vorgegebenen Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}})$  sind in Abbildung 6.4 für beide Regelungen dargestellt.

Durch die Erhöhung bzw. Reduktion der Rücklauftemperatur  $T_{\text{RL}}$  wird die wasserseitige

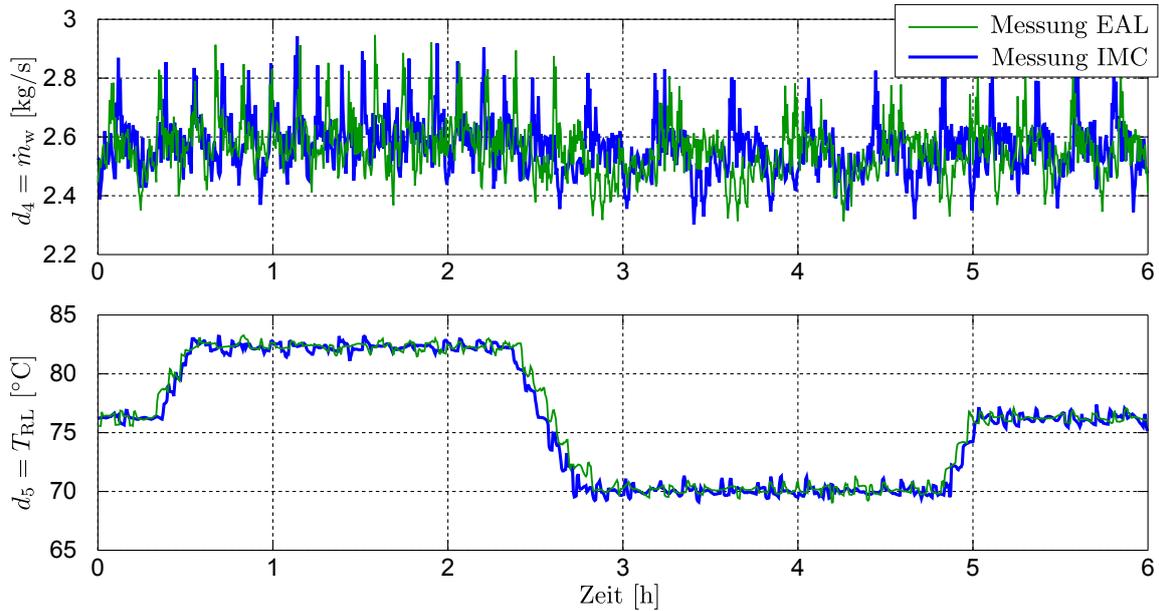


Abbildung 6.4 – Verlauf der gemessenen Störgrößen  $d_4$  und  $d_5$

Leistungsforderung an die Biomasse-Feuerungsanlage reduziert bzw. erhöht. Wie bereits erwähnt werden die Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  und  $d_5$  bei der untersuchten Anlage dauerhaft gemessen und standen somit als Messwerte für beide Regelungskonzepte zur Verfügung. Für die Störgrößen  $d_2 = h_L$  und  $d_3 = h_{RZ}$  ergaben sich über das gesamte Versuchsprogramm gesehen folgende Mittelwerte

$$\bar{d}_2 = 2130 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_L = 28.5^\circ\text{C} \quad (6.9a)$$

$$\bar{d}_3 = 75290 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_{RZ} = 92^\circ\text{C}. \quad (6.9b)$$

Für die EAL-Regelung wurden die nicht messbaren Störgrößen  $d_1$  und  $d_7$  auf die konstanten Werte

$$d_{1,\text{EAL}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.10a)$$

$$d_{7,\text{EAL}} = 0 \text{ kg/s} \hat{=} 0 \text{ kg/h} \quad (6.10b)$$

festgelegt und die ebenfalls nicht messbaren Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  mit Hilfe des Kalmanfilters geschätzt. Für die IMC-Regelung wurden die nicht messbaren Störgrößen  $d_1$ ,  $d_6$  und  $d_7$  auf die konstanten Werte

$$d_{1,\text{IMC}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.11a)$$

$$d_{6,\text{IMC}} = 1 \quad (6.11b)$$

$$d_{7,\text{IMC}} = 0.014 \text{ kg/s} \hat{=} 50 \text{ kg/h} \quad (6.11c)$$

festgelegt. Die ebenfalls nicht messbare Störgröße  $d_8$  wurde näherungsweise gemäß Gleichung (4.87) dem Sollwert der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone

$y_{2,s} = T_{\text{SVZ},s}$  gleichgesetzt:

$$d_{8,\text{IMC}} = y_{2,s}. \quad (6.12)$$

Der tatsächliche mittlere Wassergehalt  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse wurde für beide Versuchsdurchführungen über mehrere Brennstoffproben ermittelt und lag beim durchgeführten Versuchsprogramm mit der Regelung auf Basis der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung bei  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.35$  und beim Versuchsprogramm mit der IMC-Regelung bei  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.31$ . Somit ergeben sich die tatsächlichen mittleren Störgrößen  $\bar{d}_{1,\text{EAL}} = 0.538$  bzw.  $\bar{d}_{1,\text{IMC}} = 0.449$ , welche nur geringfügig von den angenommenen Werten (6.10a) bzw. (6.11a) abweichen. Der tatsächliche Verlauf der Störgröße  $d_7$  wurde nicht bestimmt. Allerdings ist auch bei dieser Störgröße eine Abweichung zu den gewählten Werten (6.10b) bzw. (6.11c) zu vermuten. Da bei der EAL-Regelung die beiden Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  im laufenden Betrieb geschätzt werden, besitzt diese Regelung einen Vorteil gegenüber der IMC-Regelung.

Wie beim ersten Vergleich wurde für den Proportionalregler  $k_P$  bei der EAL-Regelung der Wert

$$k_{P,\text{EAL}} = 0.0025 \quad (6.13)$$

und bei der IMC-Regelung der Wert

$$k_{P,\text{IMC}} = 0.003 \quad (6.14)$$

gewählt. Die Parameter  $\beta_{0,2}$  und  $\beta_{0,3}$  des Zustandsreglers bei der EAL-Regelung wurden gemäß den Werten in Tabelle 4.1 mit  $\beta_{0,2} = \beta_{0,3} = 0.0083$  1/s festgelegt. Die Parameter der PI-Regelungen wurden gemäß den Werten in Tabelle 6.1 eingestellt. Für die Einstellung der Parameter des Kalman-Filters wird auf [45] verwiesen. Die IMC-Filterparameter wurden gemäß den Werten in Tabelle 5.1 festgelegt. Die Sollwerte der Führungsgrößen

$$y_{1,s} = 7 \text{ \%} \quad (6.15a)$$

$$y_{2,s} = 1000^\circ\text{C} \quad (6.15b)$$

$$y_{3,s} = 88^\circ\text{C} \quad (6.15c)$$

$$y_{4,s} = 0.6. \quad (6.15d)$$

wurden für beide Regelungen konstant gehalten. Damit wurde die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage während des Versuchsprogramms näherungsweise zwischen 60 kW und 180 kW variiert.

## 6.2.2 Ergebnisse und Vergleich

In Abbildung 6.5 sind die geregelten Verläufe der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  mit beiden Regelungskonzepten dargestellt.

Auf den ersten Blick werden die großen Abweichungen der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  von ihren konstanten Sollwerten  $\mathbf{y}_s$  im Zeitabschnitt zwischen 0.5 und 3 Stunden deutlich. Da die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage in diesem Zeitabschnitt ab Stunde 0.5 von 120 kW (Mittellast) auf 60 kW (Minimallast) abgesenkt wurde, konnten die Ausgangsgrößen aufgrund der in diesem Bereich aktiven Stellgrößenbeschränkungen nicht mehr auf

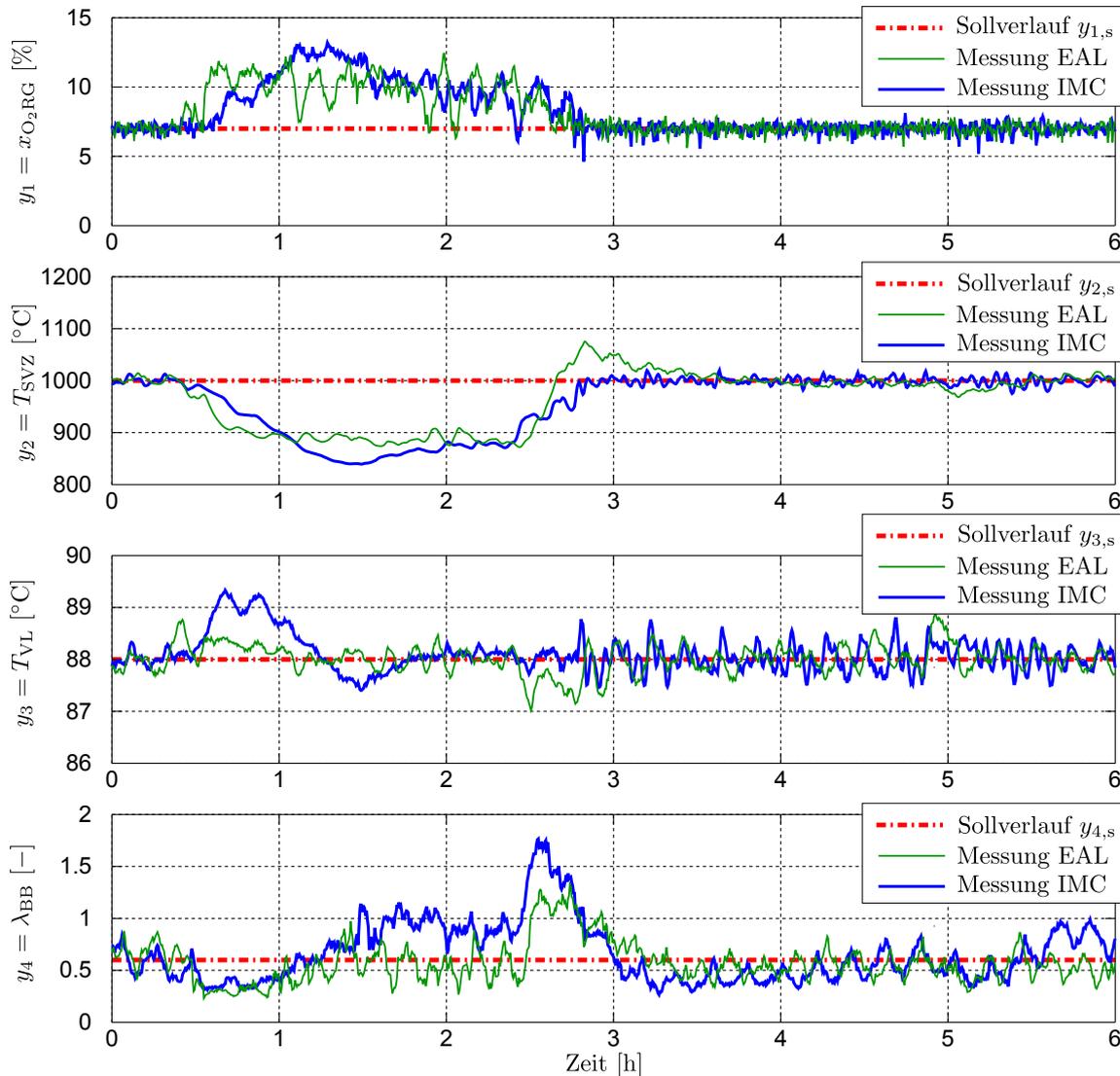


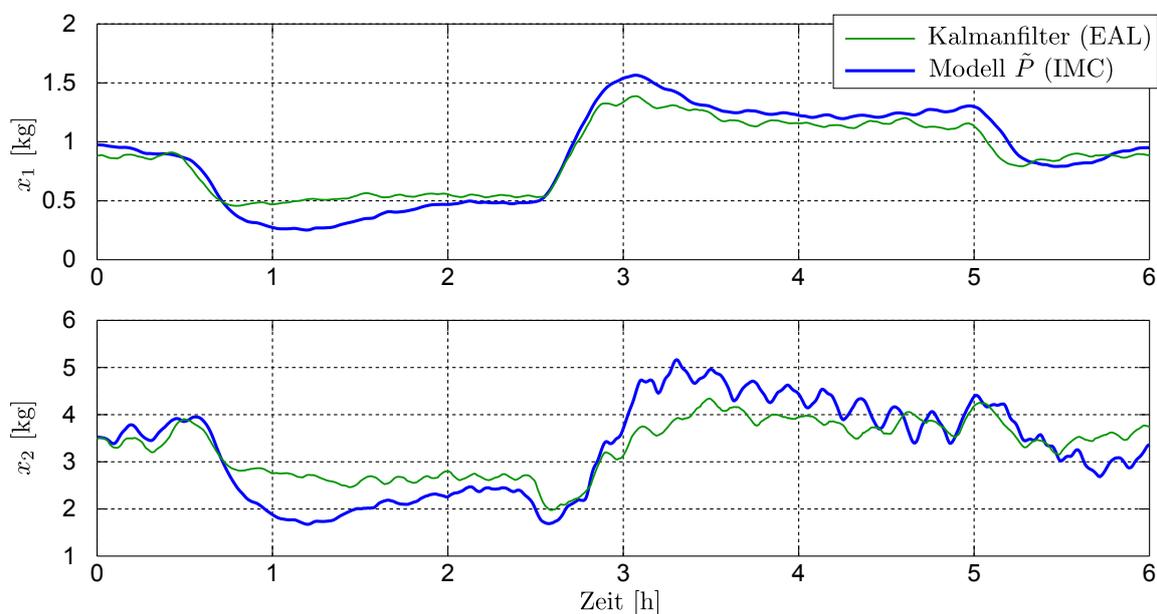
Abbildung 6.5 – Vergleich der geregelten Ausgangsgrößen

ihre Sollwerte geregelt werden. Ab Stunde 2.5 wird die Leistung von 60 kW auf 180 kW (Maximallast) erhöht. Dadurch werden die Stellgrößenbeschränkungen inaktiv und die Ausgangsgrößen wieder auf ihre Sollwerte geregelt. Kurz vor Stunde 5 wird die Leistung von 180 kW auf 120 kW reduziert. Dieser Leistungssprung kann mit beiden Regelungen sehr gut ausgeregelt werden und wirkt sich kaum auf das Regelverhalten der Ausgangsgrößen aus. Sind keine Stellgrößenbeschränkungen aktiv, so wird mit beiden Regelungskonzepten das verkoppelte Eingangs-Ausgangsverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage entkoppelt und ein lineares Verhalten bzw. ein direkter Durchgriff zwischen den neuen Eingangsgrößen und den Ausgangsgrößen  $y$  geschaffen. Dadurch resultiert für beide Regelungen ein sehr gutes Regelverhalten der Ausgangsgrößen. Sobald die Stellgrößenbeschränkungen aktiv werden, verschwindet dieses entkoppelte Verhalten. Daher ist im Zeitabschnitt zwischen 0.5 und 3 Stunden bei beiden Regelungen kein gut geregelter Betrieb möglich. Dennoch kann damit gezeigt werden, dass beide Regelungen mit Stell-

größenbeschränkungen zurecht kommen und dabei ein stabiles Verhalten aufweisen.

In weiterer Folge werden die geregelten Ausgangsgrößen im Detail betrachtet. Der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $y_1 = x_{O_2RG}$  weist bei Minimallast (Stunde 0.5 – 3) mit der EAL-Regelung stärkere Variationen als mit der IMC-Regelung auf. Danach wird dieser bei beiden Regelungen mit einem ähnlichen Verhalten auf seinen Sollwert geregelt. Die Temperatur in der Sekundärverbrennungszone  $y_2 = T_{SVZ}$  besitzt bei Minimallast (Stunde 0.5 – 3) mit der IMC-Regelung einen etwas tieferen Minimalwert als mit der EAL-Regelung. Bei Erhöhung der Leistung auf Maximallast (Stunde 2.5) resultiert mit der EAL-Regelung aufgrund des PI-Regler-Windups ein Überschwingen, welches bei der IMC-Regelung nicht vorhanden ist. Bei Reduktion der Leistung auf Mittellast (Stunde 5) ergibt sich bei der EAL-Regelung eine leichte Abweichung vom Sollwert. Die Vorlauf-temperatur  $y_3 = T_{VL}$  besitzt bei der IMC-Regelung bei Reduktion der Leistung auf Minimallast (Stunde 0.5) ein leichtes Schwingen und wird danach zufriedenstellend auf den gewünschten Sollwert geregelt. Bei der EAL-Regelung ist dieses Schwingen (trotz Stellgrößenbeschränkung) nicht vorhanden, allerdings sind leichte Abweichungen vom Sollwert bei Erhöhung der Leistung auf Maximallast (Stunde 2.5) und bei Reduktion auf Mittellast (Stunde 5) erkennbar, welche bei der IMC-Regelung nicht vorhanden sind. Der Verlauf des Verbrennungs-Luftverhältnisses  $y_4 = \lambda_{BB}$  weist mit beiden Regelungen ein ähnliches Verhalten auf, allerdings treten mit der IMC-Regelung etwas größere Abweichungen vom Sollwert auf als mit der Regelung auf Basis der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung.

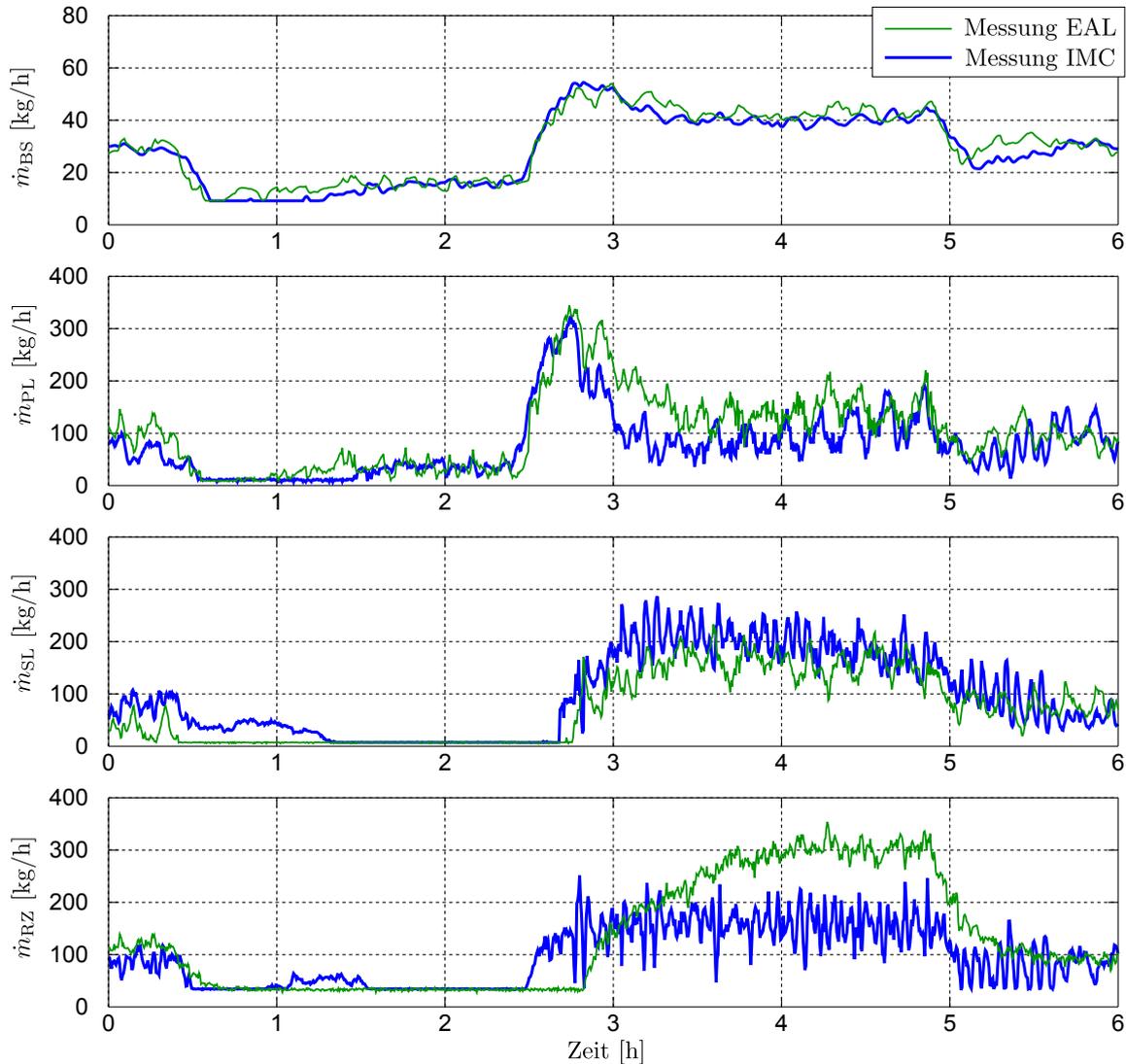
Die über das Modell  $\tilde{P}$  bzw. über den Kalmanfilter geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  zur Beschreibung des Brennstoffbettes sind in Abbildung 6.6 dargestellt.



**Abbildung 6.6** – Vergleich der geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$

Vergleicht man die Verläufe der geschätzten Zustandsgrößen, so erkennt man bei den Leistungssprüngen mit der IMC-Regelung etwas größere Schwingungen. Deshalb schwingt

auch das Verbrennungs-Luftverhältnis mit der IMC-Regelung etwas stärker. In Abbildung 6.7 sind die Massenströme  $\dot{m}$  in den Versorgungsleitungen dargestellt.



**Abbildung 6.7** – Vergleich der vorgegebenen Massenströme in den Versorgungsleitungen

Man erkennt deutlich, dass sich die Massenströme in den Versorgungsleitungen im Zeitbereich zwischen 0,5 und 3 Stunden zumindest teilweise in ihren unteren Beschränkungen befinden. Außerhalb der Stellgrößenbeschränkungen besitzen der Brennstoff-, der Primärluft- und der Sekundärluftmassenstrom ähnliche Verläufe. Bei Erhöhung der Leistung auf Maximallast (ab Stunde 2,5) ist der Massenstrom an rezirkuliertem Rauchgas bei der EAL-Regelung höher als bei der IMC-Regelung. Da dieser bei der EAL-Regelung erst später ansteigt, ergibt sich dabei ein deutliches Überschwingen der Rauchgastemperatur. Um diese wieder abzusenken, muss der Rauchgasmassenstrom größere Werte annehmen. Die unterschiedliche Schwankungsbreite des Sekundärluft- und des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes wurde bereits im Abschnitt 6.1.2 diskutiert.

### 6.2.3 Bewertung des jeweiligen geregelten Betriebes

Zur Bewertung der Ergebnisse wird überprüft, ob die im Abschnitt 2.2 genannten Ziele für beide Regelungen erreicht werden. Dabei wird die bereitgestellte Leistung, die Ausbrandqualität und der Wirkungsgrad betrachtet.

#### Leistung

Um die Bereitstellung der geforderten Leistung zu beurteilen, ist in Abbildung 6.8 die tatsächliche wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$  gemeinsam mit der geforderten Leistung für beide Regelungen dargestellt.

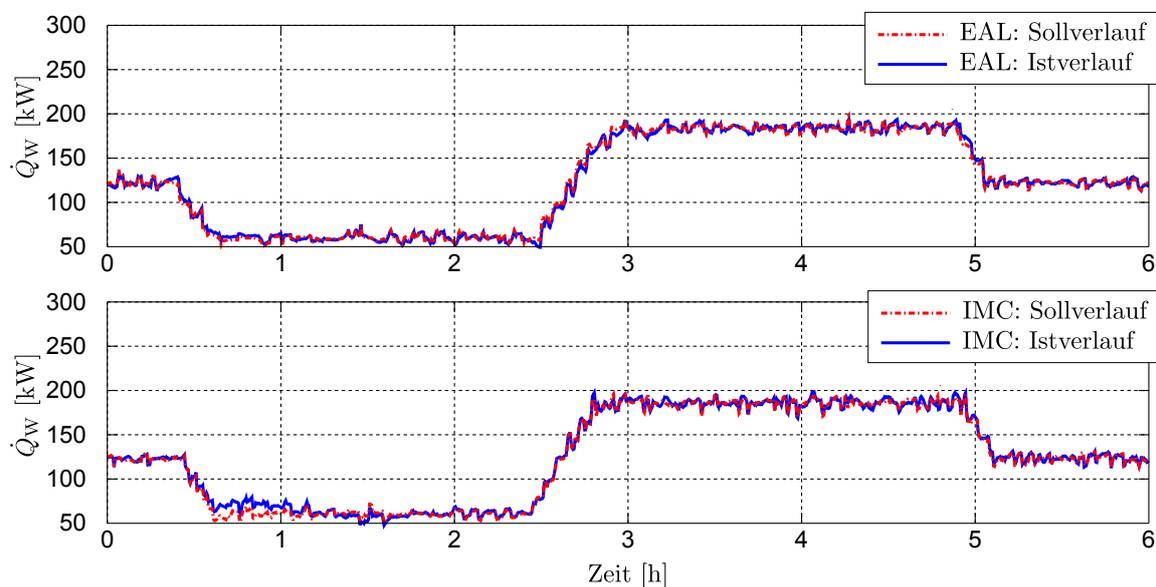


Abbildung 6.8 – Wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$

Die tatsächlich übertragene Leistung (Istverlauf) wurde dabei über Gleichung (5.6) und die geforderte Leistung (Sollverlauf) über Gleichung (5.7) berechnet. Man erkennt, dass mit beiden Regelungen die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage dem geforderten Sollwert gut nachgeführt wird. Bei der Leistungsreduktion von Mittellast auf Minimallast (Stunde 0.5) benötigt die IMC-Regelung etwas mehr Zeit um dem geforderten Verlauf zu folgen. Vergleicht man den Verlauf der Primärluftmassenströme beider Regelungen kurz vor dem Leistungssprung, so erkennt man, dass bei der IMC-Regelung bei gleicher Leistung weniger Primärluft zugeführt wurde. Daher muss das Brennstoffbett bei der IMC-Regelung kurz vor dem Leistungssprung etwas vergrößert gewesen sein, weshalb beim Sprung auf Minimallast ein Leistungsüberschuss resultiert. Um die Leistungsregelung beurteilen zu können, sind in Tabelle 6.3 die statistischen Kenngrößen Mittelwert und Standardabweichung der Abweichungen zwischen Soll- und Istverlauf beider Regelungskonzepte gegenübergestellt.

Anhand der statistischen Kenngrößen erkennt man, dass die tatsächliche Leistung bei

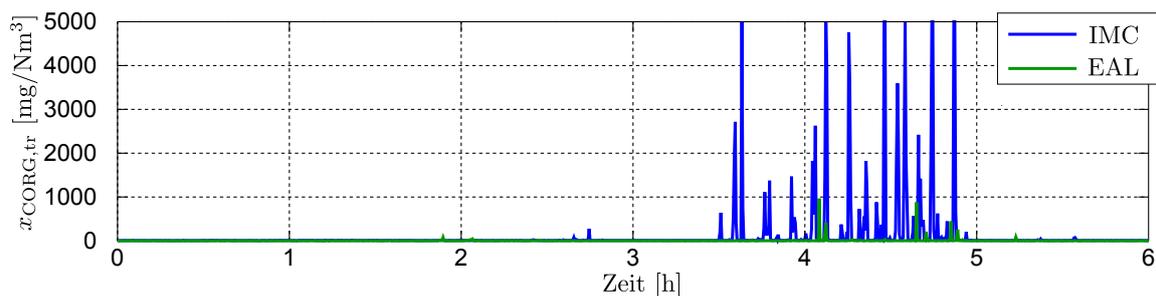
Kenngröße	EAL	IMC
Mittelwert	-0.09 kW	-1.07 kW
Standardabweichung	2.84 kW	3.74 kW

**Tabelle 6.3** – Statistischen Kenngrößen der Abweichungen zwischen Soll- und Istverlauf der übertragenen Leistungen

der EAL-Regelung etwas genauer dem Sollverlauf folgt, als bei der IMC-Regelung. Die Anforderung zur Bereitstellung der geforderten Leistung wird aber mit beiden Regelungen gut erfüllt.

### Ausbrandqualität

Zur Beurteilung der Ausbrandqualität ist in Abbildung 6.9 der mit Hilfe des Rauchgasanalyse-Messgerätes ermittelte Kohlenmonoxidgehalt im trockenem Rauchgas  $x_{\text{CORG,tr}}$  für beide Regelungen dargestellt.



**Abbildung 6.9** – Vergleich der resultierenden Kohlenmonoxidemissionen

Der Kohlenmonoxidgehalt wird in Milligramm pro Normkubikmeter trockenem Rauchgas angegeben und auf den Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2\text{RG}} = 13\%$  normiert. Man erkennt deutlich, dass dieser im Zeitabschnitt zwischen 3,5 und 5 Stunden bei der IMC-Regelung stark erhöht ist. In diesem Bereich wird die Biomasse-Feuerungsanlage stationär bei Maximallast (180 kW) betrieben. Für eine bessere Beurteilung wurden für die einzelnen Leistungsbereiche (Minimal-, Mittel- und Maximallast) die mittleren Kohlenmonoxidemissionen berechnet und in Tabelle 6.4 gegenübergestellt.

Bereich	EAL	IMC
Minimallast - ca. 60 kW	3.0 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	1.0 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
Mittellast - ca. 120 kW	2.4 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	2.2 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
Maximallast - ca. 180 kW	10.6 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	316.3 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.

**Tabelle 6.4** – Mittlere Kohlenmonoxidemissionen  $\bar{x}_{\text{CORG,tr}}$  für bestimmte Abschnitte des Versuchsprogramms

Auch bei Betrachtung der Mittelwerte wird klar ersichtlich, dass der Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage mit der IMC-Regelung bei Maximallast sehr hohe Kohlenmonoxidemissionen verursacht. Wie bereits im Abschnitt 2.2 erwähnt, wird die Entstehung von Kohlenmonoxid bei zu geringem Sauerstoffgehalt im Rauchgas, bei ungünstig gewähltem Verbrennungs-Luftverhältnis über dem Brennstoffbett oder bei zu geringer Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone begünstigt. Da sowohl das Verbrennungs-Luftverhältnis als auch der Sauerstoffgehalt im Rauchgas bei beiden Regelungen ein ähnlich gutes Regelverhalten besitzt, liegt die Vermutung nahe, dass die hohen Kohlenmonoxidemissionen durch die zu geringe Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone verursacht werden. Wie in Tabelle 6.2 ersichtlich, ist die Standardabweichung des Regelfehlers  $e_2$  der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone im stationären Betrieb bei Mittellast (120 kW) bei der IMC-Regelung größer als bei der EAL-Regelung. Dieser Zusammenhang tritt auch bei Maximallast (180 kW) auf. Aufgrund der relativ langsamen Sensordynamik sind die tatsächlichen im stationären Betrieb erreichten Minimalwerte der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone deutlich niedriger als die vom Sensor gemessenen. Die Messdynamik des Sensors kann dabei wie eine Filterung der tatsächlichen Temperatur angesehen werden. Da die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone mit der EAL-Regelung geringeren Schwankungen ausgesetzt ist, werden niedrigere Kohlenmonoxidemissionen erreicht. Der Grund für das schlechtere Regelverhalten der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone mit der IMC-Regelung liegt im bereits diskutierten Problem der nicht berücksichtigten Abbauschwankungen bei der IMC-Regelung. Da diese Abbauschwankungen bei anderen untersuchten Biomasse-Feuerungsanlagen allerdings nur teilweise bzw. nicht vorhanden sind, sollten auch die Kohlenmonoxidemissionen deutlich geringer sein. Da während der Einstellung der Reglerparameter  $\tau_{d,k}$  für  $k = 1, \dots, 4$  kein Rauchgasanalyse-Messgerät zur Bestimmung des Kohlenmonoxidgehalts eingesetzt wurde, konnten diese nicht perfekt an das Emissionsverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage angepasst werden. Daher kann das Emissionsverhalten durch bessere Wahl der Reglerparameter verbessert werden.

## Wirkungsgrad

Für einen hohen Wirkungsgrad bei gleichzeitig geringen Emissionen muss der Sauerstoffgehalt im Rauchgas möglichst genau auf den entsprechenden Sollwert geregelt werden. Damit ist es möglich den Sollwert relativ klein zu wählen. Aus Abbildung 6.5 wird ersichtlich, dass der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $y_1 = x_{O_2RG}$  im Zeitbereich, in welchem keine Stellgrößenbeschränkungen aktiv sind (Stunde 0 – 0.5, Stunde 2.8 – 6) mit beiden Regelungen in etwa gleich gut auf den zugehörigen Sollwert geregelt wird. Wie in Tabelle 6.2 zu sehen, ist die Standardabweichung im stationären Betrieb bei Mittellast (120 kW) bei der IMC-Regelung mit 0.430 % etwas größer als bei der EAL-Regelung mit 0.343 %. Im Bereich mit aktiven Stellgrößenbeschränkungen (Stunde 0.5 – 2.8) ergibt sich im Mittel eine in etwa gleich große Abweichung vom Sollwert, weshalb mit beiden Regelungen ein vergleichbar guter Wirkungsgrad erreicht wird.

## 6.3 Leistungssprünge bei sprunghafter Änderung des Wassermassenstromes

Um die wasserseitige Leistungsforderung an die Biomasse-Feuerungsanlage sprunghaft zu verändern, wurde bei diesem Versuch der Wassermassenstrom bzw. die Störgröße  $d_4 = \dot{m}_W$  über die Wasserpumpe beim Hydrauliknetz sprunghaft verändert. Die Führungsgrößen  $\mathbf{y}_s$  und die Störgröße  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  (Rücklaufzeit) wurden währenddessen konstant gehalten. Die Störgröße  $d_4 = \dot{m}_W$  wurde in einem bestimmten Bereich verändert, sodass die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage in einem möglichst großen Bereich variiert wird und auch Stellgrößenbeschränkungen aktiv werden. Das geplante Versuchsprogramm wurde in gleicher Weise mit beiden Regelungen durchgeführt. In weiterer Folge wird im Abschnitt 6.3.1 das durchgeführte Versuchsprogramm erklärt. Im Abschnitt 6.3.2 werden anschließend die erzielten Ergebnisse der beiden Regelungen anhand der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$ , der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und der Massenströme  $\dot{\mathbf{m}}$  in den Versorgungsleitungen miteinander verglichen und diskutiert. Abschließend wird im Abschnitt 6.3.3 der resultierende Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage beider Regelungen unter anderem anhand der entstehenden Kohlenmonoxidemissionen miteinander verglichen und beurteilt.

### 6.3.1 Durchgeführtes Versuchsprogramm

Beim Versuchsprogramm, welches für den Vergleich mit beiden Regelungen durchgeführt wurde, wurde die Störgröße  $d_4 = \dot{m}_W$  sprunghaft variiert. Die Biomasse-Feuerungsanlage wurde zuvor vollständig aufgeheizt und befand sich am Beginn des Versuchsprogramms in einem eingeschwungenen Betriebszustand. Die gesamte Dauer des Versuchsprogramms beträgt sechs Stunden, wobei zwischen den Sprüngen zwei Stunden gewartet wurde, um vor dem nächsten Sprung einen eingeschwungenen Zustand zu erreichen. Die Verläufe der über das Hydrauliknetz vorgegebenen Störgrößen  $d_4 = \dot{m}_W$  und  $d_5 = T_{RL}(t - t_{TWT})$  sind in Abbildung 6.10 für beide Regelungen dargestellt.

Der erste Sprung des Wassermassenstromes wurde in 3 Schritten, die beiden weiteren Sprünge in einem Schritt durchgeführt. Durch die Erhöhung bzw. Reduktion des Wassermassenstromes  $\dot{m}_W$  wird die wasserseitige Leistungsforderung an die Biomasse-Feuerungsanlage erhöht bzw. reduziert. Eine Veränderung des Wassermassenstromes tritt normalerweise im praktischen Betrieb einer Biomasse-Feuerungsanlage nicht auf. Da bei den Sprüngen des Wassermassenstromes auch die Rücklaufzeit kurz von ihrem Sollwert abweicht (siehe Abbildung 6.10), wird die Leistung kurzfristig noch stärker erhöht bzw. reduziert. Deshalb besitzt dieser Versuch für die Beurteilung der Stabilität der Anlagenregelung eine starke Aussagekraft. Die Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  und  $d_5$  standen wiederum als Messwerte für beide Regelungskonzepte zur Verfügung. Für die Störgrößen  $d_2 = h_L$  und  $d_3 = h_{RZ}$  ergaben sich über das gesamte Versuchsprogramm folgende

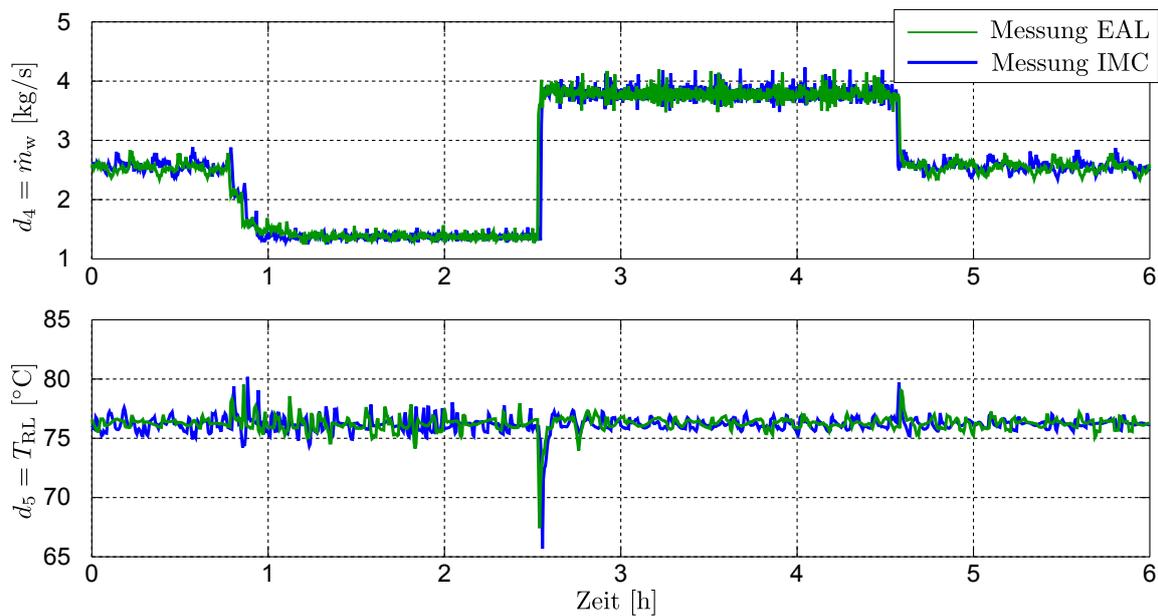


Abbildung 6.10 – Verlauf der gemessenen Störgrößen  $d_4$  und  $d_5$

Mittelwerte:

$$\bar{d}_2 = -2050 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_L = 24.5^\circ\text{C} \quad (6.16a)$$

$$\bar{d}_3 = 71910 \text{ J/kg} \hat{=} \bar{T}_{RZ} = 89.5^\circ\text{C}. \quad (6.16b)$$

Für die EAL-Regelung wurden die nicht messbaren Störgrößen  $d_1$  und  $d_7$  auf die konstanten Werte

$$d_{1,\text{EAL}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.17a)$$

$$d_{7,\text{EAL}} = 0 \text{ kg/s} \hat{=} 0 \text{ kg/h} \quad (6.17b)$$

festgelegt und die ebenfalls nicht messbaren Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  mit Hilfe des Kalmanfilters geschätzt. Für die IMC-Regelung wurden die nicht messbaren Störgrößen mit

$$d_{1,\text{IMC}} = \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{0.3}{0.7} = 0.429 \quad (6.18a)$$

$$d_{6,\text{IMC}} = 1 \quad (6.18b)$$

$$d_{7,\text{IMC}} = 0.014 \text{ kg/s} \hat{=} 50 \text{ kg/h} \quad (6.18c)$$

definiert. Die ebenfalls nicht messbare Störgröße  $d_8$  wurde näherungsweise gemäß Gleichung (4.87) dem Sollwert der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $y_{2,s} = T_{\text{SVZ},s}$  gleichgesetzt:

$$d_{8,\text{IMC}} = y_{2,s}. \quad (6.19)$$

Der tatsächliche mittlere Wassergehalt  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}}$  der Biomasse wurde für beide Versuchsdurchführungen über mehrere Brennstoffproben ermittelt und lag beim durchgeführten

Versuchsprogramm mit der EAL-Regelung bei  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.35$  und beim Versuchsprogramm mit der IMC-Regelung bei  $\bar{w}_{\text{H}_2\text{O}} \approx 0.31$ . Somit ergeben sich die tatsächlichen mittleren Störgrößen  $\bar{d}_{1,\text{EAL}} = 0.538$  bzw.  $\bar{d}_{1,\text{IMC}} = 0.449$ , welche sich von den angenommenen Werten (6.17a) bzw. (6.18a) unterscheiden. Der tatsächliche Verlauf der Störgröße  $d_7$  wurde nicht bestimmt. Allerdings ist auch bei dieser Störgröße eine Abweichung zu den gewählten Werten (6.17b) bzw. (6.18c) zu vermuten. Da bei der EAL-Regelung die beiden Störgrößen  $d_6$  und  $d_8$  im laufenden Betrieb geschätzt werden, besitzt diese Regelung einen Vorteil gegenüber der IMC-Regelung.

Wie beim ersten und zweiten Vergleich wurde für den Proportionalregler  $k_P$  bei der EAL-Regelung der Wert

$$k_{P,\text{EAL}} = 0.0025 \quad (6.20)$$

und bei der IMC-Regelung der Wert

$$k_{P,\text{IMC}} = 0.003 \quad (6.21)$$

gewählt. Die Parameter  $\beta_{0,2}$  und  $\beta_{0,3}$  des Zustandsreglers bei der EAL-Regelung wurden gemäß den Werten in Tabelle 4.1 mit  $\beta_{0,2} = \beta_{0,3} = 0.0083$  1/s festgelegt. Die Parameter der PI-Regelungen wurden gemäß den Werten in Tabelle 6.1 eingestellt. Für die Einstellung der Parameter des Kalman-Filters wird auf [45] verwiesen. Die IMC-Filterparameter wurden gemäß den Werten in Tabelle 5.1 festgelegt. Die Sollwerte der Führungsgrößen

$$y_{1,s} = 7 \quad \% \quad (6.22a)$$

$$y_{2,s} = 1000 \quad ^\circ\text{C} \quad (6.22b)$$

$$y_{3,s} = 88 \quad ^\circ\text{C} \quad (6.22c)$$

$$y_{4,s} = 0.6. \quad (6.22d)$$

wurden für beide Regelungen konstant gehalten. Damit wurde die Biomasse-Feuerungsanlage während des Versuchsprogramms mit einer variablen Leistung zwischen 60 kW und 180 kW betrieben.

### 6.3.2 Ergebnisse und Vergleich

In Abbildung 6.11 sind die geregelten Verläufe der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  mit beiden Regelungskonzepten dargestellt.

Auf den ersten Blick werden die großen Abweichungen der geregelten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  von ihren konstanten Sollwerten  $\mathbf{y}_s$  im Zeitabschnitt zwischen ca. 0.8 und 2.5 Stunden deutlich. Da die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage in diesem Zeitabschnitt ab Stunde 0.8 von 120 kW (Mittellast) auf 60 kW (Minimallast) abgesenkt wurde, konnten die Ausgangsgrößen aufgrund der in diesem Bereich aktiven Stellgrößenbeschränkungen nicht auf ihre Sollwerte geregelt werden. Ab Stunde 2.5 wird die Leistung von 60 kW auf 180 kW (Maximallast) erhöht. Dabei wird kurzfristig eine Leistung von 300 kW erreicht, da bei der Erhöhung des Wassermassenstromes gleichzeitig die Rücklauftemperatur einbricht. Dadurch werden die Stellgrößenbeschränkungen inaktiv und die Ausgangsgrößen

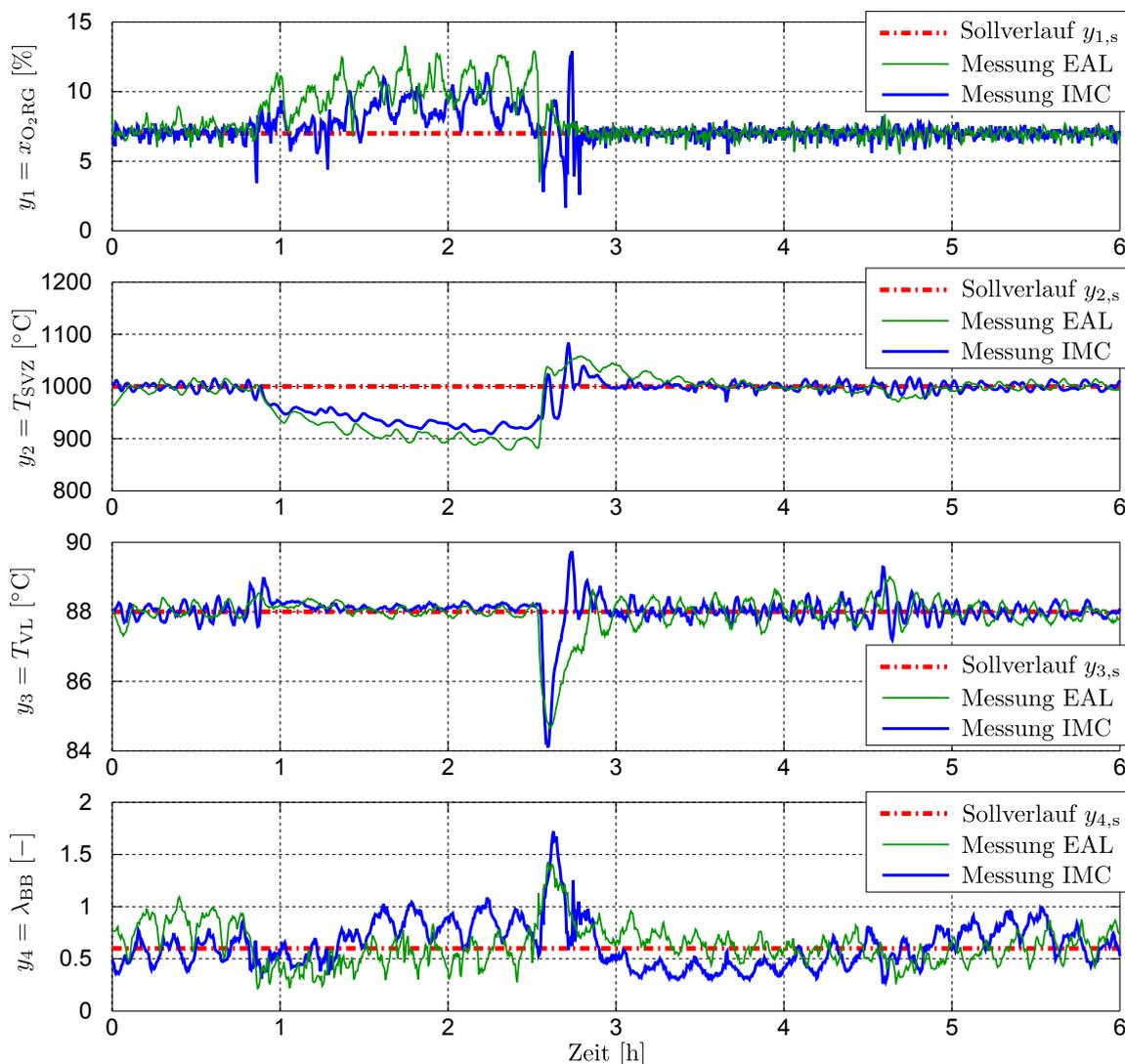


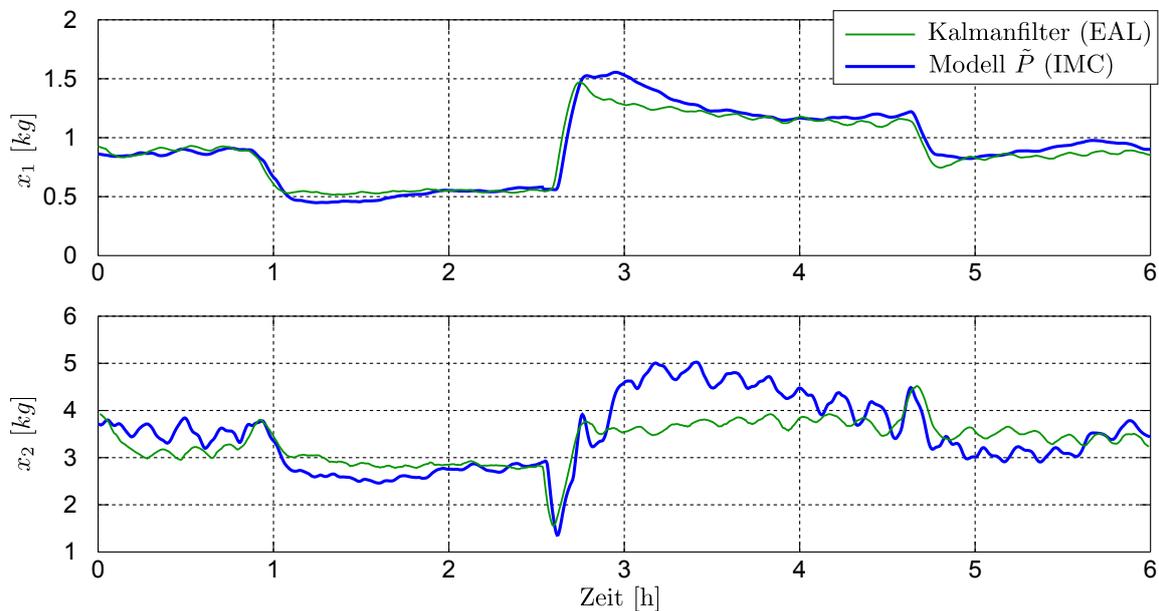
Abbildung 6.11 – Vergleich der geregelten Ausgangsgrößen

werden wieder auf ihre Sollwerte geregelt. Bei der IMC-Regelung erkennt man bei dieser sprungförmigen Erhöhung der Leistung starke Schwingungen der geregelten Ausgangsgrößen. Diese resultieren aus numerischen Problemen der implementierten Regelung, welche allerdings nur bei Leistungssprüngen dieser Größenordnung vorkommen. Aufgrund der langen Versuchsdauer konnte das Versuchsprogramm mit verbesserter Implementierung nicht wiederholt werden. Kurz vor Stunde 5 wird die Leistung von 180 kW auf 120 kW reduziert. Dieser Leistungssprung kann mit beiden Regelungen sehr gut ausgeregelt werden und wirkt sich auf das Regelverhalten der Ausgangsgrößen nur minimal aus. Wie bereits beim Versuchsprogramm mit Rücklauftemperatursprüngen soll auch mit diesem Versuch gezeigt werden, dass beide Regelungen mit Stellgrößenbeschränkungen zurecht kommen und dabei immer noch ein stabiles Verhalten aufweisen.

In weiterer Folge werden die geregelten Ausgangsgrößen im Detail betrachtet. Der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $y_1 = x_{O_2RG}$  weist bei Minimallast (Stunde 0.8 – 2.5), wie bereits

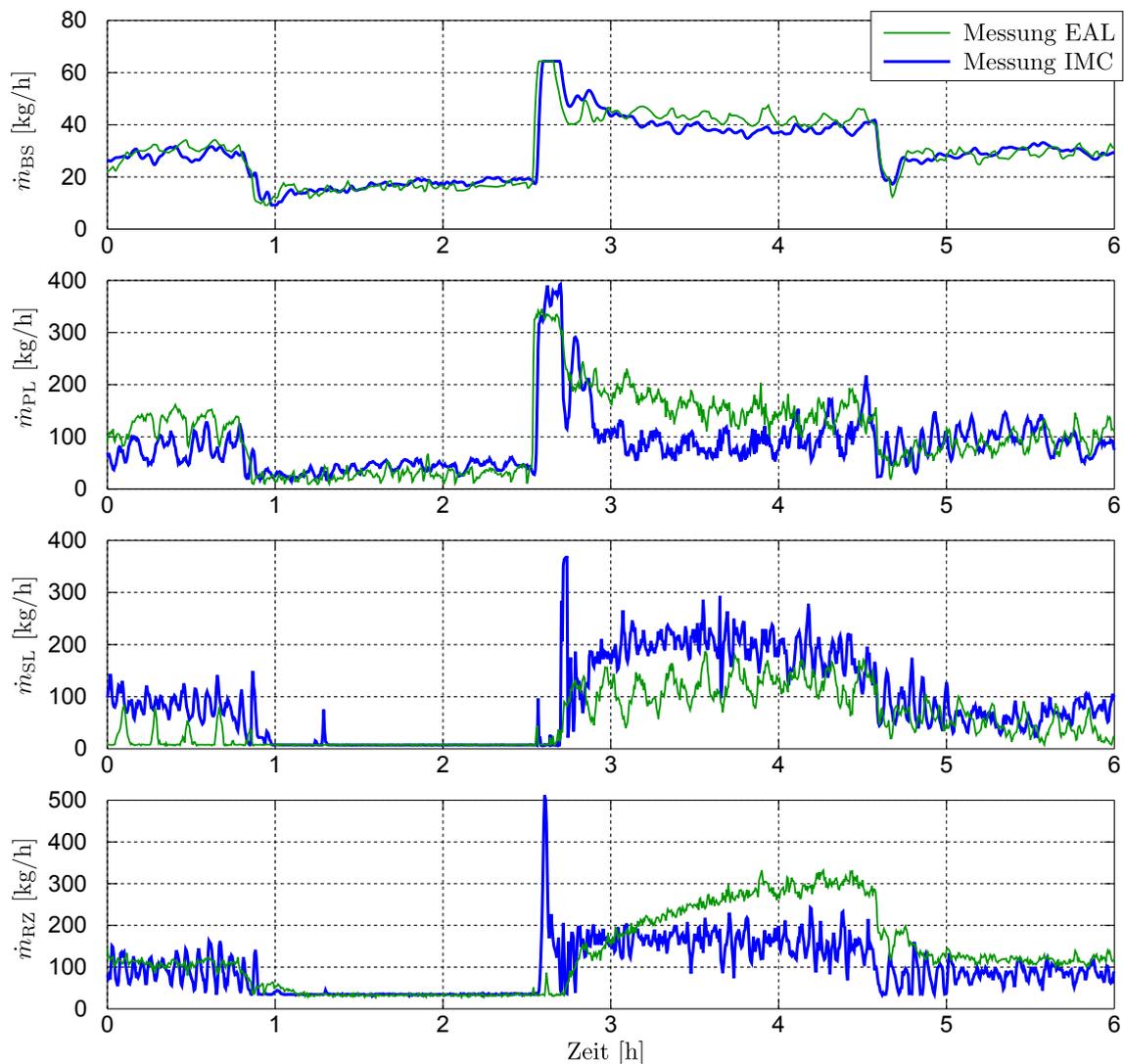
beim Versuchsprogramm mit Rücklauftemperatursprüngen, mit der EAL-Regelung stärkere Variationen als mit der IMC-Regelung auf. Beim Leistungssprung auf Maximallast (Stunde 2.5) sind aufgrund der numerischen Probleme bei der Implementierung der IMC-Regelung starke Schwingungen zu erkennen. Danach wird der Sauerstoffgehalt im Rauchgas bei beiden Regelungen mit einem ähnlichen Verhalten auf seinen Sollwert geregelt. Die Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $y_2 = T_{SVZ}$  besitzt bei Minimallast (Stunde 0.8 – 2.5) mit EAL-Regelung einen etwas tieferen Minimalwert als mit IMC-Regelung. Bei Erhöhung der Leistung auf Maximallast (Stunde 2.5) resultiert mit der EAL-Regelung aufgrund des PI-Regler-Windups ein Überschwingen, welches bei der IMC-Regelung nicht vorhanden ist. Bei der IMC-Regelung treten wegen der numerischen Implementierungsprobleme die bereits erwähnten Schwingungen auf. Bei Reduktion der Leistung auf Mittellast (Stunde 5) resultiert bei der EAL-Regelung eine geringe Abweichung vom Sollwert. Die Vorlauftemperatur  $y_3 = T_{VL}$  wird mit beiden Regelungen zufriedenstellend auf ihren Sollwert geregelt. Beim Leistungssprung auf Maximallast (Stunde 2.5) entsteht mit der IMC-Regelung eine etwas größere Abweichung vom Sollwert als mit der EAL-Regelung. Der Verlauf des Verbrennungs-Luftverhältnisses  $y_4 = \lambda_{BB}$  weist mit beiden Regelungen ein ähnliches Verhalten auf. Allerdings treten bei der IMC-Regelung etwas größere Abweichungen vom Sollwert auf.

Die über das Modell  $\tilde{P}$  bzw. über den Kalmanfilter geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  zur Beschreibung des Brennstoffbettes sind in Abbildung 6.12 dargestellt.



**Abbildung 6.12** – Vergleich der geschätzten Zustandsgrößen  $x_1$  und  $x_2$

Vergleicht man die Verläufe der geschätzten Zustandsgrößen, so erkennt man beim Leistungssprung auf Maximallast (Stunde 2.5) ein etwas größeres Überschwingen mit IMC-Regelung. Deshalb schwingt auch das Verbrennungs-Luftverhältnis mit der IMC-Regelung etwas stärker. In Abbildung 6.13 sind die Massenströme  $\dot{m}$  in den Versorgungsleitungen beider Regelungskonzepte dargestellt.



**Abbildung 6.13** – Vergleich der vorgegebenen Massenströme in den Versorgungsleitungen

Man erkennt deutlich, dass sich der Sekundärluft- und der rezirkulierte Rauchgasmassenstrom im Zeitbereich zwischen 0.5 und 3 Stunden in ihren unteren Beschränkungen befinden. Beim Leistungssprung auf Maximallast (Stunde 2.5) werden die Massenströme bei der IMC-Regelung sehr rasch auf ihr Maximum erhöht und befinden sich kurzzeitig in ihren oberen Beschränkungen. Bei der EAL-Regelung werden der Sekundärluft- und der rezirkulierte Rauchgasmassenstrom langsamer erhöht. Nach dem Leistungssprung auf Maximallast (ab Stunde 3) besitzen die Massenströme an Brennstoff, Primärluft und Sekundärluft vergleichbare Verläufe. Der Massenstrom an rezirkuliertem Rauchgas steigt bei der EAL-Regelung später an als bei der IMC-Regelung, wodurch sich für die Rauchgastemperatur das bereits erwähnte Überschwingen einstellt. Um die Rauchgastemperatur wieder abzusenken, wird mit der EAL-Regelung im Zeitabschnitt zwischen 3 und 4.5 Stunden deutlich mehr Rauchgas rezirkuliert. Die unterschiedliche Schwankungsbreite des

Sekundärluft- und des rezirkulierten Rauchgasmassenstromes wurde bereits im Abschnitt 6.1.2 diskutiert.

### 6.3.3 Bewertung des jeweiligen geregelten Betriebes

Zur Bewertung der Ergebnisse wird überprüft, ob die im Abschnitt 2.2 genannten Ziele für beide Regelung erreicht werden. Dabei wird die bereitgestellte Leistung, die Ausbrandqualität und der Wirkungsgrad betrachtet.

#### Leistung

Um die Bereitstellung der geforderten Leistung zu beurteilen, ist in Abbildung 6.14 die tatsächliche wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$  gemeinsam mit der geforderten Sollleistung für beide Regelungen dargestellt.

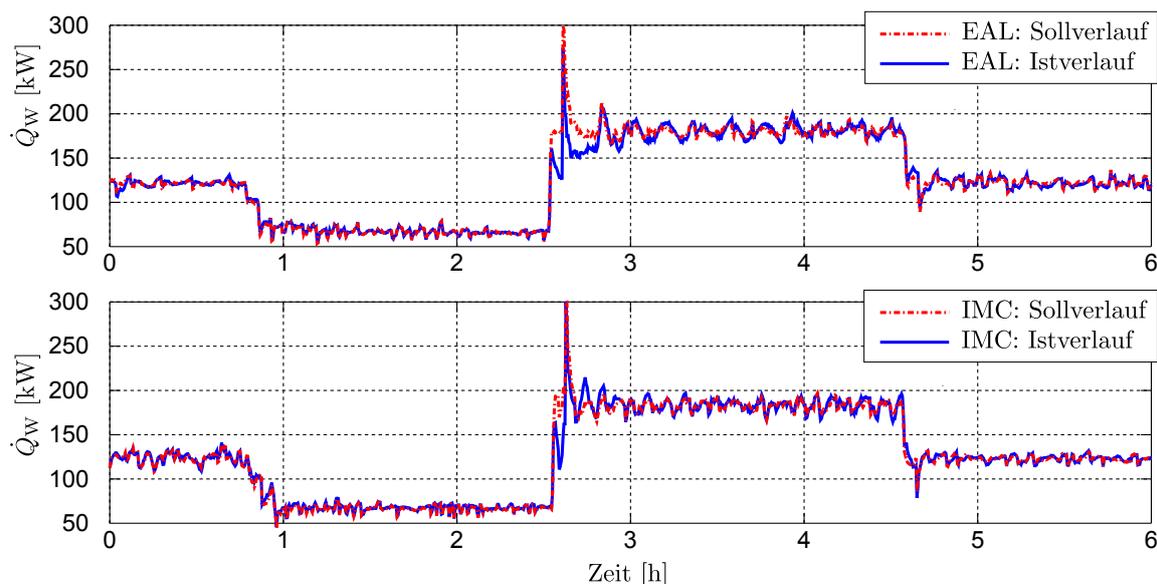


Abbildung 6.14 – Wasserseitig übertragene Leistung  $\dot{Q}_W$

Die tatsächlich übertragene Leistung (Istverlauf) wurde dabei über Gleichung (5.6) und die geforderte wasserseitig übertragene Leistung (Sollverlauf) über Gleichung (5.7) berechnet. Man erkennt, dass sich mit beiden Regelungen eine gute Übereinstimmung zwischen geforderter und tatsächlicher Leistung ergibt. Bei der Leistungserhöhung von Minimal- auf Maximallast (Stunde 2.5) kann man bei beiden Regelungen eine kleine Abweichungen zwischen Soll- und Istverlauf erkennen. Um die Leistungsverläufe besser vergleichen zu können, sind in Tabelle 6.5 die statistischen Kenngrößen Mittelwert und Standardabweichung der Abweichung zwischen Soll- und Istverlauf beider Regelungskonzepte gegenübergestellt.

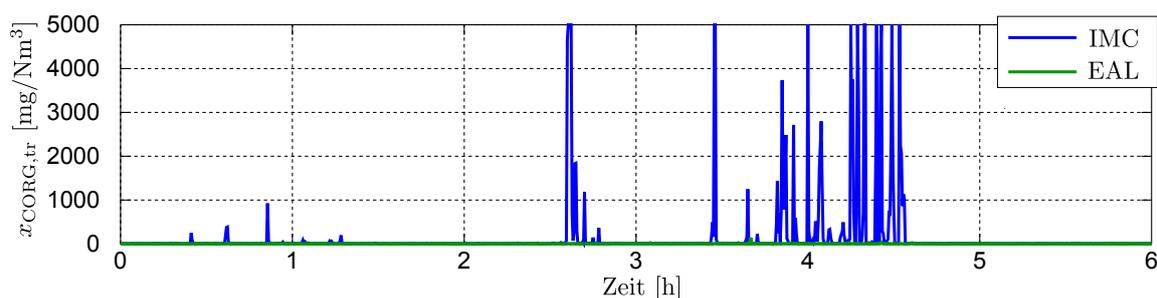
Kenngröße	EAL	IMC
Mittelwert	1.14 kW	0.02 kW
Standardabweichung	7.62 kW	6.35 kW

**Tabelle 6.5** – Statistischen Kenngrößen der Abweichungen zwischen Soll- und Istverlauf der übertragenen Leistungen

Anhand der statistischen Kenngrößen erkennt man, dass die tatsächliche Leistung bei der IMC-Regelung etwas besser dem Sollverlauf folgt, als bei der EAL-Regelung. Trotzdem wird die Anforderung zur Bereitstellung der geforderten Leistung mit beiden Regelungen gut erfüllt.

### Ausbrandqualität

Zur Beurteilung der Ausbrandqualität ist in Abbildung 6.15 der mit Hilfe des Rauchgasanalyse-Messgerätes ermittelte Kohlenmonoxidgehalt im trockenen Rauchgas  $x_{\text{CORG, tr}}$  für beide Regelungen dargestellt.



**Abbildung 6.15** – Vergleich der resultierenden Kohlenmonoxidemissionen

Der Kohlenmonoxidgehalt wird in Milligramm pro Normkubikmeter trockenem Rauchgas angegeben und auf den Sauerstoffgehalt  $x_{\text{O}_2, \text{RG}} = 13\%$  normiert. Man erkennt deutlich, dass dieser im Zeitabschnitt zwischen 2.5 und 4.5 Stunden bei der IMC-Regelung stark erhöht ist. In diesem Bereich wird die Leistung der Biomasse-Feuerungsanlage von Minimal- auf Maximallast erhöht und danach stationär bei Maximallast (180 kW) betrieben. Für eine bessere Beurteilung wurden für die einzelnen Leistungsbereiche (Minimal-, Mittel- und Maximallast) die mittleren Kohlenmonoxidemissionen berechnet und in Tabelle 6.6 gegenübergestellt.

Auch bei Betrachtung der Mittelwerte wird deutlich, dass der Betrieb der Biomasse-Feuerungsanlage mit der IMC-Regelung bei Maximallast sehr hohe Kohlenmonoxidemissionen verursacht. Aufgrund der starken Schwingungen beim Leistungssprung auf Maximallast (Stunde 2.5) und den dabei resultierenden Kohlenmonoxidemissionen wird ein noch höherer Mittelwert als beim Versuchsprogramm mit Rücklauftemperatursprüngen (siehe Tabelle 6.4) erreicht. Wie bereits erwähnt, werden die hohen Kohlenmonoxidemissionen im stationären Betrieb mit IMC-Regelung aufgrund der nicht berücksichtigten

Bereich	EAL	IMC
Minimallast - ca. 60 kW	1.8 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	6.2 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
Mittellast - ca. 120 kW	1.7 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	1.3 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.
Maximallast - ca. 180 kW	3.1 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.	474.2 mg/Nm <sup>3</sup> RG.tr.

**Tabelle 6.6** – Mittlere Kohlenmonoxidemissionen  $\bar{x}_{\text{CORG,tr}}$  für bestimmte Abschnitte des Versuchsprogramms

Abbauschwankungen und der daraus resultierenden Schwankungen der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone verursacht. Bei anderen vergleichbaren Biomasse-Feuerungsanlagen mit kleineren Abbauschwankungen sollten diese deutlich geringer sein. Wie bereits erwähnt, kann das Emissionsverhalten durch bessere Wahl der Reglerparameter  $\tau_{d,k}$  für  $k = 1, \dots, 4$  noch verbessert werden.

### Wirkungsgrad

Für einen möglichst hohen Wirkungsgrad bei gleichzeitig geringen Emissionen muss der Sauerstoffgehalt im Rauchgas möglichst genau auf den zugehörigen Sollwert geregelt werden. Damit ist es möglich den Sollwert relativ klein zu wählen. Aus Abbildung 6.11 wird ersichtlich, dass der Sauerstoffgehalt im Rauchgas  $y_1 = x_{\text{O}_2\text{RG}}$  im Zeitbereich in welchem keine Stellgrößenbeschränkungen aktiv sind (Stunde 0 – 0.8, Stunde 2.5 – 6) mit beiden Regelungen in etwa gleich gut auf seinen Sollwert geregelt wird. Im Bereich mit aktiven Stellgrößenbeschränkungen (Stunde 0.8 – 2.5) ergibt sich mit der EAL-Regelung eine größere Abweichung vom Sollwert, weshalb in diesem Bereich mit der IMC-Regelung ein etwas höherer Wirkungsgrad erreicht wird.

## 6.4 Schlussfolgerung

Beim Vergleich der beiden Regelungen wird klar ersichtlich, dass die Regelung auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung ein etwas besseres Regelverhalten mit geringeren Kohlenmonoxidemissionen aufweist. Dabei werden verschiedene nicht messbare Störgrößen über das Kalman-Filter im laufenden Betrieb geschätzt und beim Zustandsregler für die exakte Linearisierung berücksichtigt. Es konnte gezeigt werden, dass vor allem der Schätzwert für die Abbauschwankungen im Brennstoffbett  $d_6 = \alpha_{\text{Ab}}$  für das gute Emissionsverhalten verantwortlich ist. Außerdem wurden mit diesem Regelungskonzept bereits zahlreiche Versuche durchgeführt und die Parameter perfekt an das Emissionsverhalten der untersuchten Biomasse-Feuerungsanlage angepasst.

Da bei der Parametereinstellung der IMC-Regelung kein Rauchgasanalyse-Messgerät zur Verfügung stand, konnte die Regelung nicht direkt an das Emissionsverhalten der Biomasse-Feuerungsanlage angepasst werden. Daher können die Kohlenmonoxidemissionen höchstwahrscheinlich durch besser gewählte Reglerparameter  $\tau_{d,k}$  für  $k = 1, \dots, 4$  reduziert werden. Bei der Analyse der Messwerte wurde ersichtlich, dass insbesondere

auf eine möglichst geringe Schwankungsbreite der Rauchgastemperatur in der Sekundärverbrennungszone  $T_{\text{SVZ}}$  großen Wert gelegt werden sollte. Dabei können bereits kleine Verbesserungen im Regelverhalten in einer deutlichen Reduktion der Kohlenmonoxidemissionen resultieren. Trotzdem ist es bemerkenswert, dass mit der IMC-Regelung, ohne Einsatz eines Kalman-Filters und ohne Informationen über die nicht messbaren Störgrößen, sehr gute Regelergebnisse erzielt werden und mit jenen der EAL-Regelung vergleichbar sind.

Bei Biomasse-Feuerungsanlagen mit weniger stark ausgeprägten Abbauschwankungen stellt die IMC-Regelung in der gezeigten Form eine sehr gute Alternative zur EAL-Regelung dar. Die Einstellung der Parameter ist sehr einfach und nimmt deutlich weniger Zeit in Anspruch als die Parametereinstellung der EAL-Regelung. Wird die Störgröße  $d_6$  zur Beschreibung der Abbauschwankungen auch bei der IMC-Regelung im laufenden Betrieb geschätzt und in der Regelung berücksichtigt, so kann das geregelte Verhalten der Biomasse-Feuerungsanlage mit IMC-Regelung noch verbessert werden.

Außerdem kann die Stabilisierung des Brennstoffbettes sowohl bei der EAL-Regelung durch Verwendung des Lead-Gliedes als auch bei der IMC-Regelung durch Verwendung des Lead-Gliedes oder des Smith-Prädiktors zusätzlich verbessert werden.



# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden unterschiedliche modellbasierte Regelungskonzepte einer Biomasse-Feuerungsanlage vorgestellt und miteinander verglichen. Dabei wurde ein bereits bestehendes Regelungskonzept analysiert und erweitert. Bei der vorgeschlagenen kaskadierten Regelung werden von der Feuerungsregelung die Massenströme der zugeführten Stoffströme in den Versorgungsleitungen vorgegeben. Diese werden über die vorhandenen Stellgeräte mit Hilfe von unterlagerten Regelkreisen eingestellt. Da die Dynamik der unterlagerten Regelungen deutlich höher ist, wurden die beiden Regelkaskaden unabhängig voneinander betrachtet.

Im ersten Teil wurden die unterlagerten Regelkreise zur Regelung der gasförmigen Massenströme untersucht und ein neuer modellbasierter Reglerentwurf vorgestellt. Dabei wurden die bereits bekannten statischen Modelle [4] um dynamische Ansätze erweitert. Es hat sich gezeigt, dass das Verhalten der untersuchten Anlagenteile mit den einfachen Modellansätzen hervorragend modelliert werden kann. Auf Basis dieser Modelle wurden flachheitsbasierte Vorsteuerungen für die Klappenstellungen entworfen. Da beim Entwurf dieser Vorsteuerungen auch die Steuerungen der Ventilator Drehzahlen mit berücksichtigt wurden, konnte ein sehr gutes Führungsverhalten für die resultierenden Regelkreise erreicht und anhand von Messergebnissen bestätigt werden.

Im zweiten Teil wurde der Entwurf der überlagerten Feuerungsregelung durchgeführt. Zunächst wurde das zugrundeliegende Modell gemäß [3] vorgestellt und die Herleitung des bereits bekannten Reglers auf Basis der Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung gezeigt. Aufgrund gewisser Eigenschaften der betrachteten Ausgangsgrößen resultiert beim geregelten System eine sogenannte interne Dynamik, welche das Verhalten des Brennstoffbettes beschreibt. Um das instabile Verhalten dieser internen Dynamik zu stabilisieren wurde bereits in [3] eine Möglichkeit vorgestellt, allerdings ohne die Stabilität des resultierenden Gesamtsystems zu garantieren. Deshalb wurde ein Stabilitätsnachweis ergänzt und auf Basis dieser eine weitere Möglichkeiten für die Stabilisierung der internen Dynamik vorgeschlagen. Damit ist es möglich, das von der internen Dynamik beschriebene Brennstoffbett schneller zu beeinflussen und dabei trotzdem ein stabiles Verhalten zu garantieren. Um für die geregelten Ausgangsgrößen trotz äußerer Störeinflüsse sta-

tionäre Genauigkeit zu garantieren, werden zusätzlich zum nichtlinearen Zustandsregelgesetz PI-Regelungen mit einfachen Anti-Windup-Maßnahmen vorgeschlagen. Aufgrund des verkoppelten Eingangs-Ausgangs-Verhaltens der Biomasse-Feuerungsanlage konnte der Windup-Effekt der Integratoren nicht vollständig eliminiert werden. Da die resultierende Regelung sehr viele einzustellende Reglerparameter besitzt, kann diese nur mit großem Aufwand an eine Biomasse-Feuerungsanlage angepasst werden. Um die Anzahl an Reglerparameter zu reduzieren, wurde in weiterer Folge auf Basis von Internal-Model-Control ein neues Regelungskonzept vorgestellt, welches ohne den Einsatz eines Kalman-Filters und ohne PI-Regelungen auskommt, aber trotzdem stationäre Genauigkeit der geregelten Ausgangsgrößen garantiert. Für diesen Zweck wurde das Konzept Internal-Model-Control (IMC) anhand von linearen Systemen erklärt und die Anwendung auf das nichtlineare Modell der Biomasse-Feuerungsanlage gezeigt. Die dafür benötigte stabile inverse Streckendynamik wurde mit Hilfe der Eigenschaften der differentiellen Flachheit hergeleitet. Bei dieser Herleitung wurde ersichtlich, dass die inverse Streckendynamik der Biomasse-Feuerungsanlage ein instabiles Teilsystem mit einer zur internen Dynamik des exakt linearisierten Systems identischen Struktur besitzt. Zur Stabilisierung dieses Teilsystems konnten die bereits bekannten Methoden verwendet werden. Da dieses Regelungskonzept nur vier an der Anlage einzustellende Reglerparameter besitzt, wird damit die Parameterwahl deutlich vereinfacht.

Im dritten Teil dieser Arbeit wurde das neue Regelungskonzept basierend auf Internal-Model-Control anhand von Messergebnissen verifiziert und mit der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung verglichen. Dabei wurden mit beiden Regelungen sehr gute Resultate erzielt. Mit der Regelung auf Basis der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wurde eine deutlich bessere Ausbrandqualität mit geringeren Kohlenmonoxidemissionen erreicht. Bei diesem Konzept werden nicht messbare Störgrößen über das Kalman-Filter geschätzt und in der Regelung berücksichtigt. Dabei erweist sich vor allem die Schätzung der Störgröße zur Beschreibung der im Brennstoffbett auftretenden Abbauschwankungen als sehr vorteilhaft.

Im Rahmen zukünftiger Arbeiten sollte das Regelungskonzept basierend auf Internal-Model-Control auch an anderen Biomasse-Feuerungsanlagen getestet werden. Dabei sind vor allem bei Biomasse-Feuerungsanlagen mit nur wenig ausgeprägten Abbauschwankungen im Brennstoffbett sehr gute Regelergebnisse mit geringen Kohlenmonoxidemissionen zu erwarten. Die Stabilisierung der internen Dynamik bzw. der inversen Streckendynamik mit Hilfe des Lead-Gliedes bzw. mit Hilfe des Smith-Prädiktors sollten an einer realen Biomasse-Feuerungsanlage erprobt werden. Die gute Funktionsweise dieser Stabilisierungsmaßnahmen wurde bisher nur anhand von Simulationen aufgezeigt. Um die Regelung basierend auf Internal-Model-Control weiter zu verbessern, sollten die Abbauschwankungen geschätzt und bei der Regelung berücksichtigt werden. Dabei wäre es wünschenswert, eine möglichst einfache Methode zur Abschätzung dieser Störgröße zu erarbeiten.

# Anhang A

## Modellbildung

### A.1 Gesamtmodell

In diesem Abschnitt wird das Simulationsmodell und das vereinfachte Reglerentwurfsmo-  
dell mit den zugehörigen Modellkonstanten vollständig angeschrieben.

#### A.1.1 Modellgleichungen

Das Verhalten einer Biomasse-Feuerungsanlage wird über folgendes Modell beschrieben:

$$\frac{dm_{\text{H}_2\text{O}}}{dt} = -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_1}m_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \quad (\text{A.1a})$$

$$\frac{dm_{\text{CHO}}}{dt} = \frac{c_{11}c_{12}}{1 + c_{12}d_1}m_{\text{H}_2\text{O}} - c_{21}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1}u_1 \quad (\text{A.1b})$$

$$\frac{dT_{\text{Sch}}}{dt} = \frac{-c_{51}m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{52}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + c_{53}d_3u_3 + c_{53}d_2(u_4 + d_7)}{c_{11}m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{21}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + u_3 + u_4 + d_7} - c_{54}T_{\text{Sch}} + c_{55} \quad (\text{A.1c})$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_{\text{VL}}}{dt} = & (c_{31}T_{\text{Sch}} - c_{32})m_{\text{H}_2\text{O}} + (c_{33}T_{\text{Sch}} + c_{34})d_6m_{\text{CHO}}u_2 + (c_{35}T_{\text{Sch}} - c_{36} + c_{37}d_3)u_3 + \\ & + (c_{35}T_{\text{Sch}} - c_{36} + c_{37}d_2)(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(T_{\text{VL}} - d_5) \end{aligned} \quad (\text{A.1d})$$

$$\frac{dT_{\text{SVZ}}}{dt} = \frac{-c_{41}m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{42}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + c_{43}d_3u_3 + c_{43}d_2(u_4 + d_7)}{c_{11}m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{21}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + c_{44}T_{\text{Sch}} + c_{45} - c_{46}T_{\text{SVZ}} \quad (\text{A.1e})$$

$$y_1 = x_{\text{O}_2, \text{RG}} = \frac{-c_{61}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}m_{\text{H}_2\text{O}} + c_{64}d_6m_{\text{CHO}}u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \quad (\text{A.1f})$$

$$y_2 = T_{\text{SVZ}} \quad (\text{A.1g})$$

$$y_3 = T_{\text{VL}} \quad (\text{A.1h})$$

$$y_4 = \lambda_{\text{BB}} = \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6m_{\text{CHO}}u_2}. \quad (\text{A.1i})$$

Dabei werden die Eingangsgrößen im Vektor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{BS}}(t - t_{\text{TBB}}) \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL0}} \\ \dot{m}_{\text{RZ}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

und die Störgrößen im Vektor

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} \\ h_{\text{L}} \\ h_{\text{RZ}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}}) \\ \alpha_{\text{Ab}} \\ \dot{m}_{\text{FL}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

zusammengefasst.

## A.1.2 Modellkonstanten

Um das Gesamtmodell übersichtlich anzuschreiben, wurden folgende Konstanten  $c_{ij}$  festgelegt:

$$c_{11} = c_{\text{Vd}} \quad c_{12} = c_{\text{TBB}} \quad (\text{A.4a})$$

$$c_{21} = c_{\text{Ab}} \quad (\text{A.4b})$$

$$c_{31} = \frac{c_{\text{Vd}}c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\text{VLCW}}} \quad c_{32} = \frac{c_{\text{Vd}}c_{\text{WT}}}{c_{\text{VLCW}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} + \mathbf{M}h_{\text{Vd}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.5a})$$

$$c_{33} = \frac{c_{\text{Ab}}c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\text{VLCW}}} \quad c_{34} = -\frac{c_{\text{Ab}}c_{\text{WT}}}{c_{\text{VLCW}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} - \mathbf{M}H_{\text{uCHO}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.5b})$$

$$c_{35} = \frac{c_{\text{WT}}c_{\text{Sch}}}{c_{\text{VLCW}}} \quad c_{36} = \frac{c_{\text{WT}}}{c_{\text{VLCW}}} \left[ T_{\text{W}} + (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{d}_{\text{h}}}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.5c})$$

$$c_{38} = \frac{1}{c_{\text{VL}}} \quad c_{37} = \frac{c_{\text{WT}}(1 - c_{\text{Sch}})\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{c_{\text{VLCW}}\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \quad (\text{A.5d})$$

$$c_{41} = \frac{c_{\text{Vd}}(1 - c_{\text{Sch}})\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\tau_{\text{SE}}\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} h_{\text{Vd}} \quad c_{42} = \frac{c_{\text{Ab}}(1 - c_{\text{Sch}})\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\tau_{\text{SE}}\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} H_{\text{uCHO}} \quad (\text{A.6a})$$

$$c_{43} = \frac{(1 - c_{\text{Sch}})\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{M}}{\tau_{\text{SE}}\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \quad c_{44} = \frac{c_{\text{Sch}}}{\tau_{\text{SE}}} \quad (\text{A.6b})$$

$$c_{45} = -\frac{(1 - c_{\text{Sch}})\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{d}_{\text{h}}}{\tau_{\text{SE}}\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \quad c_{46} = \frac{1}{\tau_{\text{SE}}} \quad (\text{A.6c})$$

$$c_{51} = \frac{c_{Vd} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{Sch} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} h_{Vd} \quad c_{52} = \frac{c_{Ab} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{Sch} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} H_{uCHO} \quad (\text{A.7a})$$

$$c_{53} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{Sch} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} \quad c_{54} = \frac{1}{\tau_{Sch}} \quad (\text{A.7b})$$

$$c_{55} = -\frac{\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{d}_h}{\tau_{Sch} \bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} \quad (\text{A.7c})$$

$$c_{61} = -\frac{c_{Ab} \mathbf{e}_1^T \mathbf{R} \mathbf{x}_{BS}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{x}_{BS}} \quad c_{62} = \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_L} \quad (\text{A.8a})$$

$$c_{63} = \frac{c_{Vd}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{H_2O}} \quad c_{64} = \frac{c_{Ab} \mathbf{1}^T \mathbf{R} \mathbf{x}_{BS}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R} \mathbf{x}_{BS}} \quad (\text{A.8b})$$

$$c_{65} = \frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_L} \quad c_{66} = \dot{m}_{PL0} \quad (\text{A.8c})$$

## A.2 Reglerentwurfmodell

### A.2.1 Modellgleichungen

Für den Reglerentwurf wird die mittlere Schamotttemperatur  $T_{Sch}$  als langsam veränderliche Störgröße  $d_8 := T_{Sch}$  angesehen und die Differentialgleichung zur Beschreibung dieser Größe im Reglerentwurfmodell vernachlässigt. Da auch die Störgrößen  $d_2$  (spezifische Enthalpie der zugeführten Luft) und  $d_3$  (spezifische Enthalpie des rezirkulierten Rauchgases) nur langsam veränderliche Größen darstellen, können die drei Störgrößen  $d_2$ ,  $d_3$  und  $d_8$  im Modell für den Reglerentwurf gemeinsam mit den jeweiligen Konstanten in den Abkürzungen  $\tilde{c}_{ij}$  zusammengefasst werden. Mit den Zustandsgrößen

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{H_2O} \\ m_{CHO} \\ T_{VL} \\ T_{SVZ} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

erhält man somit das vereinfachte Reglerentwurfmodell in Zustandsraumdarstellung:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{c_{11}}{1 + c_{12}d_1} x_1 + \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1} u_1 \quad (\text{A.10a})$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{c_{11}c_{12}}{1 + c_{12}d_1} x_1 - c_{21}d_6 x_2 u_2 + \frac{1}{1 + c_{12}d_1} u_1 \quad (\text{A.10b})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6 x_2 u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \quad (\text{A.10c})$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{-c_{41}x_1 + c_{42}d_6 x_2 u_2 + \tilde{c}_{43}u_3 + \tilde{c}_{44}(u_4 + d_7)}{c_{11}x_1 + c_{21}d_6 x_2 u_2 + u_3 + u_4 + d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \quad (\text{A.10d})$$

$$y_1 = x_{\text{O}_2, \text{RG}} = \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \quad (\text{A.10e})$$

$$y_2 = T_{\text{SVZ}} = x_4 \quad (\text{A.10f})$$

$$y_3 = T_{\text{VL}} = x_3 \quad (\text{A.10g})$$

$$y_4 = \lambda_{\text{BB}} = \frac{c_{62}(u_2 - c_{66})}{c_{61}d_6x_2u_2} \quad (\text{A.10h})$$

Dabei werden die Eingangsgrößen im Vektor

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_{\text{BS}}(t - t_{\text{TBB}}) \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{PL}0} \\ \dot{m}_{\text{RZ}} \\ \dot{m}_{\text{PL}} + \dot{m}_{\text{SL}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

und die relevanten Störgrößen im Vektor

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_{\text{H}_2\text{O}}}{1 - w_{\text{H}_2\text{O}}} \\ \dot{m}_{\text{W}} \\ T_{\text{RL}}(t - t_{\text{TWT}}) \\ \alpha_{\text{Ab}} \\ \dot{m}_{\text{FL}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

zusammengefasst.

## A.2.2 Modellkonstanten

Die Konstanten  $c_{ij}$  bzw. die Abkürzungen  $\tilde{c}_{ij}$  wurden wie folgt festgelegt:

$$c_{11} = c_{\text{Vd}} \quad c_{12} = c_{\text{TBB}} \quad (\text{A.13a})$$

$$c_{21} = c_{\text{Ab}} \quad (\text{A.13b})$$

$$\tilde{c}_{31} = c_{31}d_8 - c_{32} = \frac{c_{\text{Vd}}c_{\text{WT}}}{c_{\text{VL}}c_{\text{W}}} \left[ c_{\text{Sch}}d_8 - T_{\text{W}} - (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} + \mathbf{M}h_{\text{Vd}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.14a})$$

$$\tilde{c}_{32} = c_{33}d_8 + c_{34} = \frac{c_{\text{Ab}}c_{\text{WT}}}{c_{\text{VL}}c_{\text{W}}} \left[ c_{\text{Sch}}d_8 - T_{\text{W}} - (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} - \mathbf{M}H_{\text{uCHO}})}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.14b})$$

$$\tilde{c}_{33} = c_{35}d_8 - c_{36} + c_{37}d_3 = \frac{c_{\text{WT}}}{c_{\text{VL}}c_{\text{W}}} \left[ c_{\text{Sch}}d_8 - T_{\text{W}} - (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} - \mathbf{M}d_3)}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.14c})$$

$$\tilde{c}_{34} = c_{35}d_8 - c_{36} + c_{37}d_2 = \frac{c_{\text{WT}}}{c_{\text{VL}}c_{\text{W}}} \left[ c_{\text{Sch}}d_8 - T_{\text{W}} - (1 - c_{\text{Sch}}) \frac{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T (\mathbf{d}_{\text{h}} - \mathbf{M}d_2)}{\bar{\mathbf{x}}_{\text{RG}}^T \mathbf{k}_{\text{h}}} \right] \quad (\text{A.14d})$$

$$c_{38} = \frac{1}{c_{\text{VL}}} \quad (\text{A.14e})$$

$$c_{41} = \frac{c_{Vd}(1 - c_{Sch})\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{SE}\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} h_{Vd} \quad (\text{A.15a})$$

$$c_{42} = \frac{c_{Ab}(1 - c_{Sch})\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{SE}\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} H_{uCHO} \quad (\text{A.15b})$$

$$\tilde{c}_{43} = c_{43}d_3 = \frac{(1 - c_{Sch})\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{SE}\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} d_3 \quad (\text{A.15c})$$

$$\tilde{c}_{44} = c_{43}d_2 = \frac{(1 - c_{Sch})\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{M}}{\tau_{SE}\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} d_2 \quad (\text{A.15d})$$

$$\tilde{c}_{45} = c_{44}d_8 + c_{45} = \frac{c_{Sch}}{\tau_{SE}} d_8 - \frac{(1 - c_{Sch})\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{d}_h}{\tau_{SE}\bar{\mathbf{x}}_{RG}^T \mathbf{k}_h} \quad (\text{A.15e})$$

$$c_{46} = \frac{1}{\tau_{SE}} \quad (\text{A.15f})$$

$$c_{61} = -\frac{c_{Ab}\mathbf{e}_1^T \mathbf{R}\mathbf{x}_{BS}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}\mathbf{x}_{BS}} \quad c_{62} = \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{x}_L}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_L} \quad (\text{A.16a})$$

$$c_{63} = \frac{c_{Vd}}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_{H_2O}} \quad c_{64} = \frac{c_{Ab}\mathbf{1}^T \mathbf{R}\mathbf{x}_{BS}}{\mathbf{M}^T \mathbf{R}\mathbf{x}_{BS}} \quad (\text{A.16b})$$

$$c_{65} = \frac{1}{\mathbf{M}^T \mathbf{x}_L} \quad c_{66} = \dot{m}_{PL0} \quad (\text{A.16c})$$



# Anhang B

## Reglerentwurf

Die Berechnungen für den Reglerentwurf wurden mit Hilfe eines Computer-Algebra-Programms durchgeführt. Die daraus resultierenden Lösungen werden in weiterer Folge angeschrieben.

### B.1 Exakte Linearisierung und Interne Dynamik

In Abschnitt 4.2.2 wird gezeigt, wie das Eingangs-Ausgangs-Verhalten der Biomasse-Feuerungsanlage über das Reglerentwurfsmodell (A.10) mit dem Ausgangsvektor

$$\tilde{\mathbf{y}} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ \tilde{y}_4]^T = \left[ \frac{-c_{61}d_6x_2u_2+c_{62}(u_4+d_7)}{c_{63}x_1+c_{64}d_6x_2u_2+c_{65}(u_4+d_7)} \ x_4 \ x_3 \ u_1 \right]^T \quad (\text{B.1})$$

exakt linearisiert wird. Für die Berechnung des dafür benötigten Zustandsreglers  $\mathbf{u} = \tilde{\Gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, v_4)$  wird das nichtlineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \frac{-c_{61}d_6x_2u_2+c_{62}(u_4+d_7)}{c_{63}x_1+c_{64}d_6x_2u_2+c_{65}(u_4+d_7)} \\ \frac{-c_{41}x_1+c_{42}d_6x_2u_2+\tilde{c}_{43}u_3+\tilde{c}_{44}(u_4+d_7)}{c_{11}x_1+c_{21}d_6x_2u_2+u_3+u_4+d_7} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 \\ \tilde{c}_{31}x_1 + \tilde{c}_{32}d_6x_2u_2 + \tilde{c}_{33}u_3 + \tilde{c}_{34}(u_4 + d_7) - c_{38}d_4(x_3 - d_5) \\ u_1 \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} v_1 \\ a_{0,2}(-x_4 + v_2) \\ a_{0,3}(-x_3 + v_3) \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

mit den neuen Eingangsgrößen  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$  und  $v_4$  nach den Eingangsgrößen  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  und  $u_4$  aufgelöst:

$$\begin{aligned} u_1 &= v_4 \\ u_2 &= \left( -(-c_{62}d_7 + v_1(c_{65}d_7 + c_{63}x_1))(-\tilde{c}_{34}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 + \beta_{0,2}(-v_2 + x_4)) + \tilde{c}_{33}(\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 + \beta_{0,2}(-v_2 + x_4))) - \right. \\ &\quad \left. (c_{62} - c_{65}v_1)((-d_7\tilde{c}_{34} - \tilde{c}_{31}x_1 - c_{38}d_4(d_5 - x_3) - \beta_{0,3}(-v_3 + x_3))(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 + \beta_{0,2}(-v_2 + x_4)) + \tilde{c}_{33}(d_7(\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 + \beta_{0,2}(-v_2 + x_4)) + \right. \\ &\quad \left. \left. x_1(-c_{41} + c_{11}(\tilde{c}_{45} - c_{46}x_4 + \beta_{0,2}(-v_2 + x_4))))\right) \right) / \end{aligned} \quad (\text{B.3a})$$

$$\begin{aligned}
& (d_6 x_2 ((c_{61} + c_{64} v_1) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4))) + \\
& (c_{62} - c_{65} v_1) (-\tilde{c}_{32} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (c_{42} + c_{21} (\tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)))))) \quad (\text{B.3b})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_3 = & \frac{1}{\tilde{c}_{33}} \left( -d_7 \tilde{c}_{34} + v_3 \beta_{0,3} - \tilde{c}_{31} x_1 + \tilde{c}_{34} \left( d_7 + \frac{c_{63} v_1 x_1}{-c_{62} + c_{65} v_1} \right) - \right. \\
& \beta_{0,3} x_3 + c_{38} d_4 (-d_5 + x_3) + (((c_{62} - c_{65} v_1) \tilde{c}_{32} + (c_{61} + c_{64} v_1) \tilde{c}_{34}) \\
& ((-c_{62} d_7 + v_1 (c_{65} d_7 + c_{63} x_1)) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4))) + (c_{62} - c_{65} v_1) \\
& ((-d_7 \tilde{c}_{34} - \tilde{c}_{31} x_1 - c_{38} d_4 (d_5 - x_3) - \beta_{0,3} (-v_3 + x_3)) (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \\
& \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \tilde{c}_{33} (d_7 (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& x_1 (-c_{41} + c_{11} (\tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)))))))/ \\
& ((c_{62} - c_{65} v_1) ((c_{61} + c_{64} v_1) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4))) + \\
& (c_{62} - c_{65} v_1) (-\tilde{c}_{32} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (c_{42} + c_{21} (\tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)))))) \quad (\text{B.3c})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_4 = & \frac{1}{c_{62} - c_{65} v_1} (-c_{62} d_7 + c_{65} d_7 v_1 + c_{63} v_1 x_1 - \\
& ((c_{61} + c_{64} v_1) ((-c_{62} d_7 + v_1 (c_{65} d_7 + c_{63} x_1)) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} \\
& (-v_2 + x_4)) + \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4))) + \\
& (c_{62} - c_{65} v_1) ((-d_7 \tilde{c}_{34} - \tilde{c}_{31} x_1 - c_{38} d_4 (d_5 - x_3) - \beta_{0,3} (-v_3 + x_3)) \\
& (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (d_7 (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + x_1 \\
& (-c_{41} + c_{11} (\tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)))))))/ \\
& ((c_{61} + c_{64} v_1) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4))) + \\
& (c_{62} - c_{65} v_1) (-\tilde{c}_{32} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)) + \\
& \tilde{c}_{33} (c_{42} + c_{21} (\tilde{c}_{45} - c_{46} x_4 + \beta_{0,2} (-v_2 + x_4)))))) \quad (\text{B.3d})
\end{aligned}$$

Mit diesem nichtlinearen Zustandsregler und den neuen Zustandsgrößen

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_3 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \Phi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.4})$$

wird das geregelte Gesamtsystem in Byrnes-Isidori-Normalform angeschrieben:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = a_{0,2}(-\xi_1 + v_2) \quad (\text{B.5a})$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = a_{0,3}(-\xi_2 + v_3) \quad (\text{B.5b})$$

$$\frac{d\eta_1}{dt} = q_1(\eta_1, v_4) \quad (\text{B.5c})$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = q_2(\boldsymbol{\xi}, \eta_1, \mathbf{v}). \quad (\text{B.5d})$$

Dabei werden die Funktionen  $q_1$  und  $q_2$  wie folgt berechnet:

$$q_1 = -\frac{c_{11}\eta_1}{1+c_{12}d_1} + \frac{d_1v_4}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.6a})$$

$$\begin{aligned} q_2 = & \frac{c_{11}c_{12}\eta_1}{1+c_{12}d_1} + \frac{v_4}{1+c_{12}d_1} + \\ & (c_{21}((\tilde{c}_{34}(-v_2 - (-1+c_{46})\xi_1 + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) - \tilde{c}_{33}(-v_2 - (-1+c_{46})\xi_1 + \tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) \\ & (c_{62}d_7 - v_1(c_{65}d_7 + c_{63}\eta_1)) + (c_{62} - c_{65}v_1) \\ & ((v_2 + (-1+c_{46})\xi_1 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45})(-v_3 + c_{38}d_4(d_5 - \xi_2) + \xi_2 + d_7\tilde{c}_{34} + \tilde{c}_{31}\eta_1) + \tilde{c}_{33} \\ & (d_7(-v_2 + \xi_1 - c_{46}\xi_1 + \tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45}) - (c_{41} + c_{11}(v_2 + (-1+c_{46})\xi_1 - \tilde{c}_{45}))\eta_1))))/ \\ & ((c_{61} + c_{64}v_1)(-\tilde{c}_{34}(-v_2 - (-1+c_{46})\xi_1 + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(-v_2 - (-1+c_{46})\xi_1 + \tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) + \\ & (c_{62} - c_{65}v_1) \\ & (-\tilde{c}_{32}(-v_2 - (-1+c_{46})\xi_1 + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(c_{42} + c_{21}(-v_2 + \xi_1 - c_{46}\xi_1 + \tilde{c}_{45}))))). \end{aligned} \quad (\text{B.6b})$$

Die beiden Differentialgleichungen (B.5c) und (B.5d) beschreiben die interne Dynamik des exakt linearisierten Systems. Da die Größen  $\xi_1$  und  $\xi_2$  auf alle Fälle beschränkt sind, wird die interne Dynamik für deren Stabilitätsanalyse in der Ruhelage  $\boldsymbol{\xi}_R = [v_2 \ v_3]^T$  betrachtet. Wird zusätzlich die Größe  $v_4 = u_1$  durch die tatsächlich wirksame totzeitverzögerte Größe  $v_4(t - t_{\text{TBB}})$  ersetzt, so erhält man das dynamische System mit der Struktur

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1(d_1) & 0 \\ a_2(v_1, d_1) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(d_1) \\ b_2(d_1) \end{bmatrix} v_4(t - t_{\text{TBB}}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta(\mathbf{v}, d_4, d_5). \quad (\text{B.7})$$

Dabei werden die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. die Funktion  $\theta$  wie folgt berechnet:

$$a_1 = \frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.8a})$$

$$\begin{aligned} a_2 = & \frac{c_{11}c_{12}}{1+c_{12}d_1} + (c_{21}(c_{41}(-c_{62} + c_{65}v_1)\tilde{c}_{33} - c_{62}(-c_{11}\tilde{c}_{33}\tilde{c}_{45} + \tilde{c}_{31}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) + \\ & v_1(c_{65}(-c_{11}\tilde{c}_{33}\tilde{c}_{45} + \tilde{c}_{31}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) + c_{63}(-\tilde{c}_{34}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})))))/ \\ & ((c_{61} + c_{64}v_1)(-\tilde{c}_{34}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) + \\ & (c_{62} - c_{65}v_1)(-\tilde{c}_{32}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(c_{42} + c_{21}\tilde{c}_{45}))) \end{aligned} \quad (\text{B.8b})$$

$$b_1 = \frac{d_1}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.8c})$$

$$b_2 = \frac{1}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.8d})$$

$$\begin{aligned} \theta = & (c_{21}c_{38}d_4(c_{62} - c_{65}v_1)(d_5 - v_3)(c_{46}v_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}))/ \\ & ((c_{61} + c_{64}v_1)(c_{46}v_2(-\tilde{c}_{33} + \tilde{c}_{34}) - \tilde{c}_{34}(\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) + \\ & (c_{62} - c_{65}v_1)(\tilde{c}_{32}(c_{46}v_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33}(c_{42} + c_{21}(-c_{46}v_2 + \tilde{c}_{45}))))). \end{aligned} \quad (\text{B.8e})$$

Um die Stabilität dieser internen Dynamik zu gewährleisten wird die Eingangsgröße  $v_4$  über eine Regelung vorgegeben. In Abschnitt 4.2.3 werden dafür zwei Möglichkeiten vorgeschlagen.

## B.2 Inverse Streckendynamik

In Abschnitt 4.3.2 wird der Entwurf der inversen Streckendynamik für das Reglerentwurfmodell (A.10) vorgestellt. Dabei wurde gezeigt, dass

$$\mathbf{z} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = \mathbf{x} := \Psi_{\mathbf{x}} \quad (\text{B.9})$$

ein flacher Ausgang des Modells ist. Damit ist bereits die Parametrierung  $\Psi_{\mathbf{x}}$  vollständig gegeben. Werden die vier Komponenten des flachen Ausgangs  $\mathbf{z}$  einmal zeitlich abgeleitet, so tauchen im resultierenden Gleichungssystem alle Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  auf. Wird dieses Gleichungssystem nach  $\mathbf{u}$  aufgelöst und der Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  durch den flachen Ausgang  $\mathbf{z}$  ersetzt, so erhält man die Parametrierung

$$\mathbf{u} = \Psi_{\mathbf{u}}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \begin{bmatrix} \frac{c_{11}}{d_1} z_1 + \frac{1+c_{12}d_1}{d_1} \dot{z}_1 \\ \frac{c_{11}z_1 + \dot{z}_1 - d_1\dot{z}_2}{c_{21}d_1d_6z_2} \\ \Psi_{\mathbf{u},3}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \\ \Psi_{\mathbf{u},4}(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

Die beiden Funktionen  $\Psi_{\mathbf{u},3}$  und  $\Psi_{\mathbf{u},4}$  werden wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathbf{u},3} = & (\tilde{c}_{34}(z_1c_{41} + z_1c_{11}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{45}) + d_7(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45})) - \\ & \frac{1}{c_{21}d_1}(\dot{z}_1 + z_1c_{11} - \dot{z}_2d_1) \\ & (\tilde{c}_{34}(c_{42} - c_{21}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{45})) + \tilde{c}_{32}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45})) + \\ & (\dot{z}_3 + c_{38}d_4(z_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31} - d_7\tilde{c}_{34})(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}))/ \\ & (\tilde{c}_{33}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{34}(-\dot{z}_4 - z_4c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) \end{aligned} \quad (\text{B.11a})$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathbf{u},4} = & ((\dot{z}_1 + z_1c_{11} - \dot{z}_2d_1)(c_{42}\tilde{c}_{33} + \tilde{c}_{32}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45})) - \\ & c_{21}((\dot{z}_1 + z_1c_{11})\tilde{c}_{33}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{45}) + d_1 \\ & (\dot{z}_3\dot{z}_4 - z_1\dot{z}_4\tilde{c}_{31} - \dot{z}_2\dot{z}_4\tilde{c}_{33} + z_1\dot{z}_4c_{11}\tilde{c}_{33} + z_1c_{41}\tilde{c}_{33} + \dot{z}_4d_7\tilde{c}_{33} - \dot{z}_4d_7 \\ & \tilde{c}_{34} + z_4c_{46}(\dot{z}_3 + c_{38}d_4(z_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31} + (-\dot{z}_2 + z_1c_{11} + d_7)\tilde{c}_{33} - d_7\tilde{c}_{34}) - \\ & \dot{z}_3\tilde{c}_{43} + z_1\tilde{c}_{31}\tilde{c}_{43} + d_7\tilde{c}_{34}\tilde{c}_{43} - d_7\tilde{c}_{33}\tilde{c}_{44} + c_{38}d_4(z_3 - d_5)(\dot{z}_4 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + \\ & (-\dot{z}_3 + z_1\tilde{c}_{31} + (\dot{z}_2 - z_1c_{11} - d_7)\tilde{c}_{33} + d_7\tilde{c}_{34})\tilde{c}_{45}))/ \\ & (c_{21}d_1(\tilde{c}_{33}(\dot{z}_4 + z_4c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{34}(-\dot{z}_4 - z_4c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}))). \end{aligned} \quad (\text{B.11b})$$

Zur Berechnung der inversen Streckendynamik muss das dynamische System  $\Psi_{\tilde{\mathbf{y}} \rightarrow \mathbf{z}}$  bestimmt werden. Hierfür werden die einzelnen Komponenten der Ausgangsgröße  $\tilde{\mathbf{y}}$

$$\tilde{\mathbf{y}} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ \tilde{y}_4]^T = \left[ \frac{-c_{61}d_6x_2u_2 + c_{62}(u_4 + d_7)}{c_{63}x_1 + c_{64}d_6x_2u_2 + c_{65}(u_4 + d_7)} \ x_4 \ x_3 \ u_1 \right]^T \quad (\text{B.12})$$

dem zugehörigen vektoriiellen relativen Grad  $\tilde{\mathbf{r}} = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$  entsprechend oft abgeleitet und die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  bzw. die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  durch ihre Parametrierungen  $\Psi_{\mathbf{x}}$  bzw.  $\Psi_{\mathbf{u}}$  ersetzt. Das resultierende System von Differentialgleichungen wird anschließend

in das System  $\Psi_{\tilde{y} \rightarrow z}$  umgeformt:

$$\frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} \Phi_1(z_1, \tilde{y}_4) \\ \Phi_2(z_1, y_1, y_2, y_3, \tilde{y}_4, \dot{y}_2, \dot{y}_3) \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Dabei werden die Funktionen  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  wie folgt berechnet:

$$\Phi_1 = -\frac{c_{11}z_1}{1+c_{12}d_1} + \frac{d_1\tilde{y}_4}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.14a})$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & ((\tilde{y}_4 + z_1c_{11}c_{12})(c_{62}(c_{42}\tilde{c}_{33} + \tilde{c}_{32}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45})) - \\ & y_1c_{65}(c_{42}\tilde{c}_{33} + \tilde{c}_{32}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45})) - \\ & (c_{61} + y_1c_{64})(\tilde{c}_{33}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{34}(-\dot{y}_2 - y_2c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}))) + \\ & c_{21}(-c_{62}(\dot{y}_2\dot{y}_3 + \dot{y}_2y_3c_{38}d_4 - \dot{y}_2c_{38}d_4d_5 - \dot{y}_2z_1\tilde{c}_{31} + \dot{y}_2\tilde{y}_4\tilde{c}_{33} + \\ & \dot{y}_2z_1c_{11}\tilde{c}_{33} + z_1c_{41}\tilde{c}_{33} + y_2c_{46}((1+c_{12}d_1)(\dot{y}_3 + c_{38}d_4(y_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31}) + \\ & (\tilde{y}_4 + z_1c_{11}(1+c_{12}(1+d_1)))\tilde{c}_{33}) - \dot{y}_3\tilde{c}_{43} - y_3c_{38}d_4\tilde{c}_{43} + c_{38}d_4d_5\tilde{c}_{43} + \\ & z_1\tilde{c}_{31}\tilde{c}_{43} - (\dot{y}_3 + c_{38}d_4(y_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31} + (\tilde{y}_4 + z_1c_{11})\tilde{c}_{33})\tilde{c}_{45} + c_{12} \\ & (z_1c_{11}\tilde{c}_{33}(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{45}) + d_1(z_1\tilde{c}_{33}(c_{41} + c_{11}(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{45})) + \dot{y}_3(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + \\ & c_{38}d_4(y_3 - d_5)(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + z_1\tilde{c}_{31}(-\dot{y}_2 + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})))) + y_1 \\ & (-z_1c_{63}(1+c_{12}d_1)(\tilde{c}_{33}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{34}(-\dot{y}_2 - y_2c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) + \\ & c_{65}(\dot{y}_2\dot{y}_3 + \dot{y}_2y_3c_{38}d_4 - \dot{y}_2c_{38}d_4d_5 - \dot{y}_2z_1\tilde{c}_{31} + \dot{y}_2\tilde{y}_4\tilde{c}_{33} + \\ & \dot{y}_2z_1c_{11}\tilde{c}_{33} + z_1c_{41}\tilde{c}_{33} + y_2c_{46}((1+c_{12}d_1)(\dot{y}_3 + c_{38}d_4(y_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31}) + \\ & (\tilde{y}_4 + z_1c_{11}(1+c_{12}(1+d_1)))\tilde{c}_{33}) - \dot{y}_3\tilde{c}_{43} - y_3c_{38}d_4\tilde{c}_{43} + c_{38}d_4d_5\tilde{c}_{43} + \\ & z_1\tilde{c}_{31}\tilde{c}_{43} - (\dot{y}_3 + c_{38}d_4(y_3 - d_5) - z_1\tilde{c}_{31} + (\tilde{y}_4 + z_1c_{11})\tilde{c}_{33})\tilde{c}_{45} + c_{12}(z_1c_{11} \\ & \tilde{c}_{33}(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{45}) + d_1(z_1\tilde{c}_{33}(c_{41} + c_{11}(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{45})) + \dot{y}_3(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + \\ & c_{38}d_4(y_3 - d_5)(\dot{y}_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + z_1\tilde{c}_{31}(-\dot{y}_2 + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})))))))/ \\ & ((1+c_{12}d_1)(c_{62}(\tilde{c}_{33}(c_{42} - c_{21}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{45})) + \tilde{c}_{32}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45})) + \\ & y_1c_{65}(\tilde{c}_{33}(-c_{42} + c_{21}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{45})) + \tilde{c}_{32}(-\dot{y}_2 - y_2c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) - \\ & (c_{61} + y_1c_{64})(\tilde{c}_{33}(\dot{y}_2 + y_2c_{46} - \tilde{c}_{44} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{34}(-\dot{y}_2 - y_2c_{46} + \tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}))))). \end{aligned} \quad (\text{B.14b})$$

Für eine asymptotisch stabile inverse Streckendynamik muss (B.13) asymptotisch stabil sein. Die letzten beiden Differentialgleichungen sind entkoppelt und für sinnvolle Größen  $\dot{y}_2$  und  $\dot{y}_3$  asymptotisch stabil. Daher wird die Stabilität der ersten beiden Differentialgleichungen näher untersucht. Die Größen  $y_2$  und  $y_3$  werden für diesen Zweck in deren Ruhelage  $\dot{y}_2 = \dot{y}_3 = 0$  betrachtet und die Größe  $\tilde{y}_4 = u_1$  durch die tatsächlich wirksame totzeitverzögerte Größe  $\tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}})$  ersetzt. Das zu untersuchende System besitzt die zu (B.7) identische Struktur

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1(d_1) & 0 \\ a_2(y_1, d_1) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(d_1) \\ b_2(d_1) \end{bmatrix} \tilde{y}_4(t - t_{\text{TBB}}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta(y_1, y_2, y_3, d_4, d_5). \quad (\text{B.15})$$

Dabei werden die Parameter  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  bzw. die Funktion  $\theta$  wie folgt berechnet:

$$a_1 = \frac{c_{11}}{1+c_{12}d_1} \quad (\text{B.16a})$$

$$\begin{aligned}
a_2 = & \frac{c_{11}c_{12}}{1 + c_{12}d_1} + (c_{21} (c_{41} (-c_{62} + c_{65}y_1) \tilde{c}_{33} - c_{62} (-c_{11}\tilde{c}_{33}\tilde{c}_{45} + \tilde{c}_{31} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) + \\
& y_1 (c_{65} (-c_{11}\tilde{c}_{33}\tilde{c}_{45} + \tilde{c}_{31} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45})) + c_{63} (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})))))/ \\
& ((c_{61} + c_{64}y_1) (-\tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) + \\
& (c_{62} - c_{65}y_1) (-\tilde{c}_{32} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33} (c_{42} + c_{21}\tilde{c}_{45}))) \quad (B.16b)
\end{aligned}$$

$$b_1 = \frac{d_1}{1 + c_{12}d_1} \quad (B.16c)$$

$$b_2 = \frac{1}{1 + c_{12}d_1} \quad (B.16d)$$

$$\begin{aligned}
\theta = & (c_{21}c_{38}d_4 (c_{62} - c_{65}y_1) (d_5 - y_3) (c_{46}y_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}))/ \\
& ((c_{61} + c_{64}y_1) (c_{46}y_2 (-\tilde{c}_{33} + \tilde{c}_{34}) - \tilde{c}_{34} (\tilde{c}_{43} + \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33} (\tilde{c}_{44} + \tilde{c}_{45})) + \\
& (c_{62} - c_{65}y_1) (\tilde{c}_{32} (c_{46}y_2 - \tilde{c}_{43} - \tilde{c}_{45}) + \tilde{c}_{33} (c_{42} + c_{21} (-c_{46}y_2 + \tilde{c}_{45}))))). \quad (B.16e)
\end{aligned}$$

Um die Stabilität für dieses System zu gewährleisten, muss die Eingangsgröße  $\tilde{y}_4$  über eine Regelung vorgegeben werden. In Abschnitt 4.3.2 wurden dafür zwei Möglichkeiten vorgeschlagen.

# Anhang C

## Symbolverzeichnis

Nachfolgend sind alle verwendeten Symbole und Variablen aufgelistet. Dabei wurden die Indizes zu den einzelnen Größen getrennt in einer eigenen Tabelle angegeben.

### C.1 Skalare Größen

Symbol	Einheit	Beschreibung
$a$	div.	Konstante
$A$	[m <sup>2</sup> ]	Querschnittsfläche
$b$	div.	Konstante
$c$	div.	Konstante
$d$	div.	Störgröße
$D$	[m]	Durchmesser
$e$	div.	Regelfehler
$e^x$	[-]	Exponentialfunktion
$f$	[1/s]	Frequenz
$\tilde{f}$	[-]	normierte Frequenz
$f(x)$	[-]	allgemeine skalare Funktion
$F(s)$	[-]	Filter-Übertragungsfunktion
$g(x)$	div.	skalare Funktion
$G(s)$	[-]	Übertragungsfunktion
$h$	[J/kg]	spezifische Enthalpie
$H$	[J]	Enthalpie
$\dot{H}$	[J/s]	Enthalpiestrom
$i$	[-]	Laufindex
$j$	[-]	Laufindex bzw. imaginäre Einheit
$J$	[kg · m <sup>2</sup> ]	Trägheitsmoment
$k$	[-] bzw. div.	Laufindex bzw. Konstante
$l$	[√kg · m]	Leitwert

$L$	[-]	Lie-Ableitung
$L(s)$	[-]	Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises
$m$	[kg] bzw. [-]	Masse bzw. Anzahl an Ein- bzw. Ausgangsgrößen
$\dot{m}$	[kg/s]	Massenstrom
$M$	[kg/mol] bzw. [Nm]	molare Masse bzw. Drehmoment
$n$	[mol] bzw. [-]	Stoffmenge bzw. Systemordnung
$\dot{n}$	[mol/s]	Stoffmengenstrom
$N$	[-]	Polynomgrad
$N(s)$	[-]	Nennerpolynom in $s$
$p$	[Pa]	Druck
$\Delta p$	[Pa]	Druckdifferenz
$P(s)$	[-]	Übertragungsfunktion der Strecke
$\tilde{P}$	[-]	Reglerentwurfsmodell
$\tilde{P}^{-1}$	[-]	inverse Streckendynamik
$q$	$[\sqrt{\text{kg} \cdot \text{m}}]$	Polynomkoeffizient
$Q(s)$	[-]	Übertragungsfunktion des Korrekturgliedes
$\dot{Q}$	[J/s]	Wärmeleistung
$r$	[-] bzw. div.	relativer Grad bzw. Führungsgröße
$R$	div.	Widerstandsbeiwert
$R(s)$	[-]	Übertragungsfunktion des Reglers
$s$	[-]	Laplace-Operator
$S$	[-]	Schlupf
$S(s)$	[-]	Stör-Übertragungsfunktion
$t$	[s]	Zeit
$T$	[K]	Temperatur
$T(s)$	[-]	Führungs-Übertragungsfunktion
$u$	[kg/s]	Eingangsgröße
$v$	div.	interne Größe
$V$	[-]	Verstärkungsfaktor
$\bar{V}$	[m <sup>3</sup> ]	Fördervolumen pro Umdrehung
$w_{*,\#}$	[kg*/kg#]	Massenanteil
$x_{*,\#}$	[mol*/mol#]	Stoffmengenanteil
$x$	div.	Zustandsgröße
$y$	div.	Ausgangsgröße
$\tilde{y}$	div.	Ausgangsgröße über Modell berechnet
$z$	div.	Zustandsgröße bzw. flache Ausgangsgröße
$Z$	[-]	Polpaarzahl
$Z(s)$	[-]	Zählerpolynom in $s$
$\alpha$	[-]	Konstante
$\beta$	[-]	Konstante bzw. Filterordnung
$\gamma(x)$	div.	skalare Funktion
$\delta$	[-] bzw. div	Durchflusszahl bzw. Fehlergröße

$\Delta(s)$	[-]	Übertragungsfunktion
$\zeta$	div.	Zustandsgröße
$\eta$	div. bzw. [Pa · s]	Zustandsgröße bzw. dynamische Viskosität
$\theta(x)$	[-]	skalare Funktion
$\kappa$	[-]	Konstante
$\lambda$	[-]	Verbrennungs-Luftverhältnis
$\nu$	[-]	allgemeine Variable
$\xi$	div.	Zustandsgröße
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\tau$	[s]	Zeitkonstante bzw. fiktive Zeit
$\varphi$	[-]	Klappenstellung
$\varphi(x)$	div.	skalare Funktion
$\Phi(x)$	div.	skalare Funktion
$\omega$	[1/s] bzw. [rad/s]	Ventilator Drehzahl bzw. Winkelgeschwindigkeit
$\Omega$	[1/s]	Drehfeldfrequenz

## C.2 Vektorielle Größen

Symbol	Einheit	Beschreibung
<b>d</b>	div. bzw. [J/mol]	zusammengefasste Störgrößen bzw. zusammengefasste Konstanten
<b>f(x)</b>	[-]	allgemeine vektorielle Funktion
<b>g(x)</b>	[-]	allgemeine vektorielle Funktion
<b>k</b>	[J/mol K]	zusammengefasste Konstanten
<b>ṁ</b>	[kg/s]	zusammengefasste Massenströme
<b>M</b>	[kg/mol]	zusammengefasste molare Massen
<b>n̄</b>	[kg/kg]	zusammengefasste Stoffmengen bezogen auf 1kg Brennstoff
<b>ṅ</b>	[mol/s]	zusammengefasste Stoffströme
<b>q(x)</b>	div.	vektorielle Funktion
<b>r</b>	[-] bzw. div.	vektorieller relativer Grad bzw. zusammengefasste Führungsgrößen
<b>R</b>	[-]	Verbrennungsmatrix
<b>u</b>	[kg/s]	Eingangsvektor
<b>v</b>	div.	zusammengefasste interne Größen
<b>w</b>	[kg/kg]	zusammengefasste Massenanteile
<b>x</b>	div. bzw. [mol/mol]	Zustandsvektor bzw. zusammengefasste Stoffmengenanteile
<b>y</b>	div.	Ausgangsvektor
<b>z</b>	div. bzw. div.	Zustandsvektor bzw. flacher Ausgangsvektor
<b>Γ(x)</b>	div.	vektorielle Funktion
<b>δ</b>	div.	zusammengefasste Fehlergrößen

$\zeta$	div.	Zustandsvektor
$\eta$	div.	Zustandsvektor
$\nu$	[-]	allgemeine vektorielle Größe
$\xi$	div.	Zustandsvektor
$\Phi(\mathbf{x})$	div.	vektorielle Funktion
$\Psi(\mathbf{x})$	div.	vektorielle Funktion

### C.3 Indizes

Index	Beschreibung
0	Bezugspunkt, Offset
ad	adiabat
A	Antrieb
Ab	Abbau
B	Blende
BB	Brennstoffbett
BS	trockener Brennstoff
BSv	verbrannter trockener Brennstoff
C	Kohlenstoff (im Brennstoff fest gebunden)
CO <sub>2</sub>	Kohlendioxid (gasförmig)
CHO	trockener Brennstoff in Abbauzone
d	gefilterte hinreichend oft differenzierbare Größe bzw. diskret
DS	Dosierschnecke
E	Ende
FL	Falschluf
FR	Feuerraum
g	Geometrie
G	Getriebeübersetzung bzw. Gas
h	heiß
H	Wasserstoff (im Brennstoff fest gebunden)
H <sub>2</sub> O	Wasser (gasförmig/flüssig)
k	kalt
K	Korrektur bzw. Kippunkt bzw. Klappe
l	Leitwert
L	Luft
Lmin	minimal benötigte Luft
m	molar
max	Maximalwert
min	Minimalwert
n	normiert
N	Nachstellzeit bzw. Nenner
N <sub>2</sub>	Stickstoff (gasförmig)

---

O	Sauerstoff (im Brennstoff fest gebunden)
O <sub>2</sub>	Sauerstoff (gasförmig)
O <sub>2</sub> RG	Sauerstoffanteil im Rauchgas
p	prädiiziert bzw. Polynom
pm	isobar und molar
P	proportional
PL	Primärluft
PVZ	Primärverbrennungszone
R	Ruhelage bzw. Rohr bzw. Reibung
RG	Rauchgas
RGmin	minimal resultierendes Rauchgas
RGoRZ	Rauchgas ohne rezirkuliertes Rauchgas
RL	Rücklauf
RZ	rezirkuliertes Rauchgas
RZD	Rezirkulationsleitung vor Düse
RZK	Rezirkulationsleitung nach Kamin
s	Sollwert
S	Schlupf
Sch	Schamott
SE	Temperatursensor
SL	Sekundärluft
SVZ	Sekundärverbrennungszone
T	Trockensubstanz der Biomasse
T*	Totzeit im System *
u	bezogen auf Eingangsgröße
uCHO	Heizwert
V	Ventilator bzw. Vorsteuerung
Vd	Verdampfung
VL	Vorlauf
W	Wasser (flüssig)
WT	Wärmetauscher bzw. Wärmeübertrager
x	Zustandsgröße
y	Ausgangsgröße
z	flacher Ausgang
Z	Zähler
φ	Klappenstellung
ω	Ventilator Drehzahl
Ω	Drehfeldfrequenz



# Literaturverzeichnis

- [1] ADAMY J.: Nichtlineare Regelungen. Springer, 2009.
- [2] BAEHR H. D.: Thermodynamik. Springer-Verlag, 12. Aufl., 2005.
- [3] BAUER R.: Modellbildung und modellbasierte Regelungsstrategien am Beispiel einer Biomasse-Feuerungsanlage. Habilitationsschrift, Technische Universität Graz, 2009.
- [4] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Modellierung der Druck- und Volumenstromverhältnisse in einer Biomasse-Feuerung. at – Automatisierungstechnik, 55:404–410, August 2007.
- [5] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Was messen Temperatursensoren in Biomassefeuerungsanlagen wirklich?. at – Automatisierungstechnik, 55:600–607, Dezember 2007.
- [6] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Modellierung des dynamischen Verhaltens der Wärmeübertragung in einem Rauchrohr-Wärmeübertrager. at – Automatisierungstechnik, 56:513–520, Oktober 2008.
- [7] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Eine Methode zur Bestimmung des Rauchgas-Massenstroms in einer Biomasse-Feuerung. International Journal Automation Austria, 17(1):1–10, 2009.
- [8] BAUER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Modelling of Grate Combustion in a Medium Scale Biomass Furnace for Control Purposes. Biomass and Bioenergy, 34(4):417–427, 2010.
- [9] BELIMO HOLDING AG: Belimo – Programmierbarer Klappenantrieb. T2-NMQ24A-MF de v1.2 08.2010.
- [10] BISCHOF J., BAUMBACH G. und STRUSCHKA M.: A New Approach For CO-Based Control of Small-Scale Biomass Furnaces. In: 21st European Biomass Conference and Exhibition, ETA-Florence Renewable Energies, Copenhagen, Denmark, June 2013.
- [11] BOMMES L., FRICKE J. und GRUNDMANN R.: Ventilatoren. Vulkan-Verlag, 2. Aufl., 2002.

- [12] DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS: Durchflußmessung mit genormten Düsen, Blenden und Venturidüsen, August 1971. DIN 1952.
- [13] ELEKTOROR AIRSYSTEMS GMBH: Niederdruckventilatoren (Produktkatalog). 702018 03.07/03.
- [14] FLIESS M., LEVINE J., MARTIN P. und ROUCHON P.: On differentially flat nonlinear systems. *Nonlinear Control Systems Design* (M. Fliess, Ed.), S. 408–412, 1992.
- [15] FLIESS M., LEVINE J., MARTIN P. und ROUCHON P.: Flatness and defect of nonlinear systems: Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61:1327–1361, 1995.
- [16] GÖLLES M.: Entwicklung mathematischer Modelle einer Biomasserostfeuerungsanlage als Grundlage für modellbasierte Regelungskonzepte. Dissertationsschrift, Technische Universität Graz, 2008.
- [17] GÖLLES M., BAUER R., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Model based control of a biomass grate furnace. In: *European Conference on Industrial Furnaces and Boilers*, April 2011.
- [18] GOOD J.: Verbrennungsregelung bei automatisch beschickten Holzschnitzelfeuerungen. Juris Druck & Verlag, 1992.
- [19] GOOD J. und NUSSBAUMER T.: Efficiency Improvement and Emission Reduction by Advanced Combustion Control Technique (ACCT) with CO/Lambda Control and Setpoint Optimization. In: *Biomass for Energy and Industry: European Conference and Technology Exhibition*, Bd. 10. C.A.R.M.E.N., June 1998.
- [20] HANUS R., KINNAERT M. und HENROTTE J.: Conditioning Technique, a General Anti-windup and Bumpless Transfer Method. *Automatica*, 23:729–739, Juni 1987.
- [21] HIPPE P.: *Windup in Control: Its Effects and Their Prevention*. Springer-Verlag, 2006.
- [22] ISIDORI A.: *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, 1995.
- [23] KALTSCHMITT M. und HARTMANN H.: *Energie aus Biomasse*. Springer-Verlag, 2001.
- [24] KHALIL H.: *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [25] KORTELA J. und JÄMSÄ-JOUNELA S.-L.: Model Predictive Control for BioPower Combined Heat and Power (CHP) Plant. In: *11th International Symposium on Process Systems Engineering*, Bd. 15, S. 435–439. Elsevier, 2012.
- [26] LAMTEC GMBH & CO.KG: Kombi Sonde KS1D. DLT3022-11-aEN-003.
- [27] LENZE: Frequenzumrichter. Lenze Frequenzumrichter de 01/2009.

- [28] LESKENS M., VAN-KESSEL L. und BOSGRA O.: Model predictive control as a tool for improving the process operation of MSW combustion plants. *Waste Management*, 25:788–798, Oktober 2005.
- [29] LUNZE J.: *Regelungstechnik 1*. Springer-Verlag, 4. Aufl., 2004.
- [30] MORARI M. und ZAFIRIOU E.: *Robust Process Control*. Prentice Hall, 1989.
- [31] OBERNBERGER I.: *Nutzung fester Biomasse in Verbrennungsanlagen*. dbv-Verlag, Dezember 1998.
- [32] PACES N., VOIGT A., JAKUBEK S., SCHIRRER A. und KOZEK M.: Combined Control of Combustion Load and Combustion Position in a Moving Grate Biomass Furnace. 19th Mediterranean Conference on Control and Automation, Corfu, Greece, S. 1447 – 1452, Juni 2011.
- [33] PADINGER R.: *Regelungstechnik für die Hausheizung der Zukunft*. Techn. Ber., Joanneum Research, Institut für Energieforschung, Dezember 2001.
- [34] REISINGER H., POINTNER G., OBERNBERGER I., THONHOFER P. und E. R.: Fuzzy Logic Controlled CHP Plant for Biomass Fuels Based on a Highly Efficient ORC Process. Techn. Ber., Stadtwärme Lienz, Bios Bioenergiesysteme GmbH, August 2003.
- [35] ROBERT BOSCH GMBH: Heißfilm-Luftmassenmesser Datenblatt. 0 280 218 119.
- [36] ROBERT BOSCH GMBH: *Sensoren im Kraftfahrzeug*, 2001.
- [37] ROTHFUSS R.: *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. Dissertationsschrift, Universität Stuttgart, 1997.
- [38] ROTHFUSS R., RUDOLPH J. und ZEITZ M.: Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. *at – Automatisierungstechnik*, 45:517–525, November 1997.
- [39] RUDOLPH J.: Flachheit: Eine nützliche Eigenschaft auch für Systeme mit Totzeit. *at – Automatisierungstechnik*, 53:178–188, April – Mai 2005.
- [40] RUMPF M.: *Ausbrandregelung von Biomasse-Kleinfeuerungsanlagen*. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 2013.
- [41] SCHÖRGHUBER C., GÖLLES M., DOURDOUMAS N., BRUNNER T. und OBERNBERGER I.: Modellbildung von Luftversorgungs- und Rauchgasrezirkulations-Leitungen bei Biomasse-Feuerungsanlagen. SSRP 2013 - 18. Steirisches Seminar über Regelungstechnik und Prozessautomatisierung, 18:135–153, 2013.
- [42] SCHÖRGHUBER C., GÖLLES M., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Modellbasierte Regelung des Sekundärluftmassenstromes bei Biomasse-Feuerungsanlagen. *at – Automatisierungstechnik*, 62:487–499, Juli 2014.

- 
- [43] SCHRÖDER D.: Elektrische Antriebe 1. Springer-Verlag, 1994.
- [44] SCHWARZMANN D., LUNZE J. und NITSCHKE R.: A Flatness-Based Approach to Internal Model Control. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference, Minneapolis, Minnesota, USA, Juni 2006.
- [45] SEEBER R.: Zustandsschätzung und modellbasierte Regelung einer Biomassefeuerungsanlage. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 2012.
- [46] SEEBER R., GÖLLES M., BRUNNER T., DOURDOUMAS N. und OBERNBERGER I.: Erweiterung eines modellbasierten Regelungskonzepts für Biomassefeuerungsanlagen. akzeptiert für Publikation in at – Automatisierungstechnik, 2013.
- [47] SLOTINE J. und LI W.: Applied Nonlinear Control. Prentice Hall, 1991.
- [48] SMITH O. J.: A controller to overcome dead-time. ISA Journal, 6:28–33, Februar 1959.
- [49] SUN J., WANG J., FANG H. und WU J.: Study on the fuzzy adaptive PID algorithm for control system of biomass boiler. In: International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, S. 661–664. IEEE, 2010.
- [50] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE: VDI-Wärmeatlas, 7. Aufl., 1994.
- [51] VIDYASAGAR M.: Nonlinear Systems Analysis. Siam, 2 Aufl., 1993.
- [52] ZEITZ M.: Differentielle Flachheit: Eine nützliche Methodik auch für lineare SISO-Systeme. at – Automatisierungstechnik, 58:5–13, Januar 2010.