

Philipp Bodonji, BSc

## Einfluss von Antriebsstrangkomponenten auf Fahrdynamikregelungen

### MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Elektrotechnik

eingereicht an der

### Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Dipl.-Ing. Andreas Hackl, Dipl.-Ing. Martin Ackerl Institut für Fahrzeugtechnik

## Danksagung

Zu Beginn möchte ich mich an dieser Stelle bei all jenen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Arbeit unterstützt haben.

Besonderer Dank gilt meinen Betreuern Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn, Dipl.-Ing. Andreas Hackl sowie Dipl.-Ing. Martin Ackerl. Zum einen hat mich ihr Fachwissen immer wieder auf neue Ideen gebracht, zum anderen wurde ich durch ihr kritisches Hinterfragen immer wieder angespornt mich noch genauer mit der Materie zu befassen. Ihre Tür stand immer offen für mich.

Anschließend möchte ich meinen Studienkollegen Franz Leichtfried und Patrick Lontschar, mit welchen ich mir während dieser Arbeit ein Büro geteilt habe, für anregende Fachgespräche während der Kaffeepausen danken.

Danken möchte ich auch meinem langjährigen Freund und Studienkollegen Michael Zisser für die schöne Zeit während des Studiums, sowie dafür, dass er sich diese Arbeit durchgesehen hat, als ich den berühmten Wald vor lauter Bäumen nicht mehr gesehen habe.

Zu guter Letzt möchte ich meiner Familie danken. Vor allem meinen Eltern, welche das Vertrauen in mich hatten, dieses Studium zu meistern, und mir dies durch ihre finanzielle Unterstützung erst möglich gemacht haben.

Danke!

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

Datum

Unterschrift

## Kurzfassung

Die vorliegende Diplomarbeit befasst sich mit der mathematischen Modellierung eines Personenkraftwagens (PKW) inklusive dessen Antriebsstranges sowie anschließender Fahrdynamikregelung. Es wird der Einfluss von nichtidealen Eigenschaften des Antriebsstranges auf den Reglerentwurf betrachtet.

Beim untersuchten Fahrzeug handelt es sich um einen allradangetriebenen PKW mit vier radnahen Elektromotoren mit jeweils nachgeschaltenem Planetengetriebe.

Untersucht wird der Einfluss der Torsion, des Zahnflankenspiels des Getriebes, die Leistungsbegrenzung des Motors sowie die Reifendynamik 1. Ordnung. Als Fahrdynamikregelungen werden die Antriebsschlupfregelung sowie das Antiblockiersystem entworfen.

Zuerst werden die Regelungen für einen als "ideal" angenommenen Antriebsstrang (steif, kein Zahnflankenspiel, keine Reifendynamik) entworfen und anschließend auf den "realen" Antriebsstrang adaptiert. Für den idealen Antriebsstrang werden bei der Antriebsschlupfregelung zwei Regler umgesetzt und verglichen: eine Vorsteuerung sowie ein Sliding Mode Regler. Im Bremsfall wird eine mechanische Bremse mit konventionellem Antriblockiersystem verwendet. Zur Verbesserung dieses Systems wird ein Konzept für eine Zusatzregelung durch den Elektromotor entworfen. Die Adaption auf den "realen" Antriebsstrang wird mittels Kaskadenregelung realisiert.

Abschließend werden die Einflüsse des Antriebsstranges in einer Auswertung analysiert. Im Zuge des Vergleiches von idealem und realem Antriebsstrang wird die Funktionalität der entworfenen Regelkonzepte gezeigt.

## Abstract

This thesis deals with the design of driver assistance systems for a passenger car under the consideration of real characteristics of the drivetrain, which are often neglected in drivetrain models. The goal of this work is to determine the impact of these characteristics on the control design process for particular drive assistance systems.

Drivelines have characteristics like torsional flexibility, transmission backlash, moments of inertia, power limit of the engine or first order tire dynamics. In this particular case the driveline consists of an electric motor, a transmission, a drive shaft and a wheel. The transmission and the driveshaft are assumed with a damped torsional flexibility. At the wheels first order tire dynamics are taken into account. The considered driver assistance systems are an anti-lock braking system and a traction control system.

First of all the passenger car is modelled mathematically. The used mathematical model is chosen to be a single-track model. This type offers sufficient accuracy for the control design as well as a resonable computation time. First the control systems are designed for an as "ideal" considered drivetrain: stiff, no transmission backlash, no tire dynamics. Two controller concepts are designed for the ideal drivetrain, namely a feed-forward control in combination with a proportional feedback controller and a sliding mode concept. These controllers are also implemented into the drivetrain model, in which the non ideal characteristics are taken into account. In order to use the designed controllers within this structures, a cascade control structure is implemented.

The carried out results are compared with the ones of the ideal drivetrain. By means of this comparison, the functionality of the implemented controllers is shown. A discussion of the results and the observed impacts of the real characteristics of the drivetrain on the controller design finalize this work.

# Inhaltsverzeichnis

Danksagung								
Kurzfassung Abstract								
1.	Einle	eitung		1				
	1.1.	Motiva	ation	1				
	1.2.	Aufgal	benstellung und Zielsetzung	1				
	1.3.	Gliede	rung	2				
2.	Modellbildung							
	2.1.	Grund	lagen	5				
	2.2.	Fahrze	eug	8				
		2.2.1.	Horizontaldynamik	8				
		2.2.2.	Reifendynamik	9				
			2.2.2.1. Reifendynamik 1. Ordnung	12				
		2.2.3.	Vertikaldynamik	15				
			2.2.3.1. Alternative Betrachtungen	17				
		2.2.4.	Validierung des Simulationsmodells	19				
	2.3.	Antrie	bsstrang	25				
		2.3.1.	Modellierung	26				
			2.3.1.1. Torsion	26				
			2.3.1.2. Motorbegrenzung	28				
			2.3.1.3. Getriebespiel	29				
		2.3.2.	Parameter	30				
		2.3.3.	Validierung	31				
3.	Reg	elung		35				
	3.1. Einleitung/Gliederung							
	3.2.	Theore	etische Betrachtungen	35				
		3.2.1.	Grundlagen	35				
		3.2.2.	Antriebsschlupfregelung	38				
		3.2.3.	Antiblockiersystem	39				

	3.3. Reglerentwurf						
		3.3.1.	Sollwertbestimmung	41			
		3.3.2.	Idealer Antriebsstrang	45			
			3.3.2.1. Antriebsschlupfregelung	45			
			3.3.2.1.1. Sliding Mode Control	46			
			3.3.2.1.2. Vorsteuerung	50			
			3.3.2.2. Antiblockiersystem	53			
		3.3.3.	Realer Antriebsstrang	54			
			3.3.3.1. Kaskadenregelung	54			
			3.3.3.1.1. Innerer Regelkreis	55			
4.	Auswertung						
	4.1.	Antrieb	sschlupfregelung (ASR)	61			
		4.1.1.	Idealer Antriebsstrang	61			
		4.1.2.	Realer Antriebsstrang	64			
	4.2.	Antiblo	ckiersystem (ABS)	70			
		4.2.1.	Idealer Antriebsstrang	70			
		4.2.2.	Realer Antriebsstrang	73			
	4.3.	Fahrzyk	dus	79			
5.	5. Zusammenfassung und Ausblick						
Ab	Abbildungsverzeichnis						
Literaturverzeichnis							
Α.	Anhang						
	A.1. Parameter						

## 1. Einleitung

### 1.1. Motivation

Durch die steigende Anzahl an Sensoren und Aktoren im Fahrzeug ist es immer einfacher in das Verhalten eines Fahrzeuges dynamisch, mittels Regeleingriffen, einzugreifen. Dies dient in vielen Fällen der Sicherheit - wie z.B. beim Antiblockiersystem - wird aber auch immer öfter für den Komfort genutzt (z.B. Klimaautomatik). Eine in dieser Arbeit umgesetzte Regelung ist das Antiblockiersystem, welches darauf abzielt, die Fahrstabilität während einer Vollbremsung zu gewährleisten, sowie den Bremsweg zu verkürzen. Da es für den Fahrer oft schwierig ist, diese Forderungen in einer Notsituation umzusetzen, werden hier Regler eingesetzt. Um diese Regelungen zu entwerfen ist ein möglichst realitätsnahes Fahrzeugmodell nötig.

Bei der Modellierung des Fahrzeuges stellen sich einige Aspekte heraus, die nützlich sind um diese Forderungen zu erfüllen. Da der längsdynamische Eingriff auf das Fahrverhalten über den Antriebsstrang geschieht, ist es wichtig diesen möglichst gut zu kennen. Ziel dieser Arbeit ist es den Antriebsstrang zu modellieren und den Einfluss auf ausgewählte Fahrdynamikregelungen zu untersuchen.

## 1.2. Aufgabenstellung und Zielsetzung

Im Zuge der Arbeit soll der Antriebsstrang eines Fahrzeuges mathematisch modelliert werden. Mithilfe eines geeigneten Fahrzeugmodells sollen passende Regelstrategien für eine Antriebsschlupfregelung (ASR) und ein Antiblockiersystem (ABS) entworfen werden. Ziel der Arbeit ist es, den Einfluss des Antriebsstranges auf den Reglerentwurf zu untersuchen.

### Fahrdynamikregelungen:

- Antriebsschlupfregelung (ASR)
- Antiblockiersystem (ABS)

### Die Komponenten des Antriebsstranges:

- Elektromotor
- Planetengetriebe

• Antriebswelle

Der Elektromotor ist als Synchronmotor ausgeführt, hier sollten die Rotorträgheit sowie die Leistungsbegrenzung berücksichtigt werden. Beim Getriebe handelt es sich um ein Planetengetriebe. Bei diesem sollten die Trägheit, die Torsion sowie das Zahnflankenspiel berücksichtigt werden. Die Antriebswelle wird als masselos angenommen, hier wird nur die Torsion betrachtet. Alle Verbindungen des Antriebsstranges werden als steif angenommen.

### Rahmenbedingungen:

- Beim Fahrzeug handelt es sich um einen PKW mit vier radnahen Elektromotoren, jeweils mit einem nachgeschalteten Planetengetriebe.
- Die Parametrierung für das Reifenmodell TM\_simple ist vorhanden.
- Das Fahrzeug- und Antriebsstrangmodell sollten selbst entworfen werden.
- Es soll ein Antriebsschlupfregler (ASR) entworfen werden.
- Beim Antiblockiersystem (ABS) kann auf einen Regler, der am Institut für Fahrzeugtechnik entwickelt wurde, aufgebaut werden, siehe [1]. Da bei dieser vorhandenen Regelung nur hydraulisch gebremst wird, soll die Regelung in dieser Arbeit durch unterstützende elektrische Bremsung verbessert werden.

Der Antriebsstrang hat die Aufgabe den Fahrerwunsch an das Fahrzeug auf die Straße zu übertragen. Will der Fahrer das Fahrzeug beschleunigen, so tritt er auf das Fahrpedal. Abhängig von der Fahrpedalstellung stellt der Motor ein Antriebsmoment zur Verfügung. Die Komponenten des verwendeten Antriebsstranges sind ein Elektromotor, ein Getriebe sowie eine Antriebswelle über welche das Moment an das Rad weitergegeben wird.

### 1.3. Gliederung

In Kapitel 2 wird zuerst ein mathematisches Modell des Fahrzeuges erstellt. Dieses wird daraufhin mit Messwerten validiert. Bevor ein Regler entworfen wird, wird der Antriebsstrang modelliert. Die Modellierung des Antriebsstranges wird in Kapitel 2.3 beschrieben.

Anschließend wird in Kapitel 3 die Regelung für dieses Modell entworfen. Zuerst werden die Regelstrategien unter Vernachlässigung der realen Eigenschaften des Antriebsstranges konzipiert. Hier wird in der Arbeit vom "idealen" Antriebsstrang gesprochen: der Antriebsstrang wird als steif angenommen und das Zahnflankenspiel im Getriebe wird ignoriert. Daraufhin werden diese Regler auf den "realen" Antriebsstrang (torsionsflexibel, sowie Zahnflankenspiel) angewendet und sofern nötig angepasst. Es ist damit zu rechnen, dass sich die Regler für den idealen Antriebsstrang nicht direkt für den realen Antriebsstrang einsetzen lassen.

In Kapitel 4 erfolgt eine Auswertung der Arbeit anhand von Simulationsergebnissen. Abschließend folgt in Kapitel 5 eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick.

## 2. Modellbildung

Früher wurden Verbesserung am Fahrzeug durch Entwerfen von Prototypen und aufwändigen Tests erreicht. Dies ist sehr teuer und zeitintensiv. Durch die Computertechnologie ist es unter anderem möglich, diese Verbesserungen durch Simulationen von mathematischen Fahrzeugmodellen zu bewerten. Es spart zum einen Zeit und zum anderen Geld. Durch immer stärkere gesetzliche Regulierungen steigen die Anforderungen an das Fahrzeug. In der Entwicklung müssen somit immer mehr Bedingungen berücksichtigt werden, daher wären diese Tests mit Prototypen kaum mehr durchführbar. Ein wichtiger Grund für die Simulation ist auch, dass kritische Fahrmanöver in der Entwicklung nicht mehr von Menschen durchgeführt werden müssen. Die Simulation ermöglicht auch eine Variation von Parametern während den Fahrmanövern, was mit Prototypen nur sehr schwer möglich ist. Für solche Simulationen werden jedoch gute Fahrzeugmodelle benötigt. Die vielen verschiedenen Varianten und Ausstattungsmöglichkeiten eines Fahrzeuges können so mit einfachen Parameteränderungen getestet werden. Dies führt zu massiven Kosteneinsparungen, da nicht jede Variante aufgebaut und experimentell getestet werden muss [2].

### 2.1. Grundlagen

Doch was ist nun ein mathematisches **Modell**? Ein Modell ist ein Abbild der Realität, beschrieben in mathematischen Gleichungen. Da die Realität nicht beliebig genau beschrieben werden kann, werden hier oft Vereinfachungen getroffen. Zum Einen ist es schwer möglich die Realität unendlich genau darzustellen, zum Anderen wird dies auch oft nicht benötigt. Reduziert man die Genauigkeit des Modells, dient dies der Übersichtlichkeit und außerdem verringert sich die Rechenzeit. Ein Modell besteht aus Eingängen, Ausgängen, Störungen sowie den dynamischen Zusammenhängen. Eingänge sind z.B. die Stellung des Fahrpedals, ein dazugehöriger Ausgang wäre hier z.B. die Geschwindigkeit und Störungen sind Umwelteinflüsse die nicht im Modell berücksichtigt werden können.

Will man die Bewegungsvorgänge eines Fahrzeuges in mathematischen Gleichungen beschreiben, so spricht man von der **Modellbildung in der Fahrzeugdynamik**. In dieser mathematischen Formulierung werden die dynamischen Vorgänge eines Fahrzeuges abgebildet. Betrachtet man die Interaktion mit der Umwelt und dem Fahrer, so spricht man von **Fahrdynamik** [3]. In Abbildung 2.1 ist der Zusammenhang zwischen Fahrer, Fahrzeug und Umwelt dargestellt.

Beschrieben wird dies in Differentialgleichungen, welche die Beschleunigungen des Fahr-



Abbildung 2.1.: System Fahrzeug-Fahrer-Umwelt, vgl. [4].

zeuges und der Räder in Abhängigkeit der wirkenden Kräfte und Momente darstellen. Eine mögliche Aufteilung des Fahrzeugmodells ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Hier wird das Fahrzeugmodell in Horizontaldynamik, Vertikaldynamik, sowie in die Interaktion des Rades mit der Straße aufgeteilt. Die Horizontaldynamik befasst sich mit der Bewegung des Schwerpunktes in der Ebene. Diese beinhaltet die Längsdynamik, die Querdynamik, sowie Antrieb und Bremse. In dieser Arbeit werden die **Längsdynamik**, das Rad, die **Vertikaldynamik** sowie Antriebsstrang betrachtet. Die Querdynamik wird vernachlässigt, da bei den in dieser Arbeit untersuchten Fahrdynamikregelungen nur Regelungen in Längsrichtung betrachtet werden. Die abgeschlossene Modellierung des Fahrzeuges wird in Punkt 2.2.4 mit Messfahrten validiert.



Abbildung 2.2.: Einteilung Gesamtfahrzeugmodell, vgl. [5].

Für die Beschreibung von allen vektoriellen Größen (Kräfte, Momente, Drehgeschwindigkeiten), egal ob rotatorisch oder translatorisch wird ein Koordinatensystem benötigt. In dieser Arbeit wird, wie in Abbildung 2.3 das Koordinatensystem nach ISO 8855 verwendet, [6]. Die translatorischen Bewegungen werden Fahren (Bewegung entlang x-Achse, Längsdynamik), Heben (Bewegung entlang der z-Achse, Vertikaldynamik) sowie Schieben (Bewegung entlang der y-Achse, Querdynamik) genannt. Die rotatorischen Bewegungen um diese Achsen werden Nicken (Winkel  $\theta$ , Rotation um y-Achse), Wanken (Winkel  $\Phi$ , Rotation um x-Achse) sowie Gieren (Winkel  $\Psi$ , Rotation um z-Achse) genannt [3].

Beim Beschleunigen sowie Bremsen des Fahrzeuges kommt es zu einer Nickbewegung der Karosserie, dies führt zu dynamischen Achslastverschiebungen. Aufgrund dieser Achslastverschiebungen ändert sich die Kraft, welche der Reifen an die Straße übertragen kann. Da man bei der ABS- bzw. ASR-Regelung im Prinzip auf die übertragene Längskraft des Reifens regeln will, so sollte dies eingebunden werden. Die dynamische Achslastverschiebung wird in Punkt 2.2.3 betrachtet.



Abbildung 2.3.: Koordinatensystem nach ISO 8855, vgl. [4].

Die vom Reifen übertragbare Längskraft  $F_x$  hängt unter anderem auch vom Reibkoeffizienten  $\mu$  ab. Auch Kraftschlussbeiwert genannt, gibt  $\mu$  das Verhältnis von maximal übertragener Längskraft  $F_{x,max}$  zur Aufstandskraft  $F_z$  an [4]:

$$\mu = \frac{F_{x,max}}{F_z} \tag{2.1}$$

Bei trockener Fahrbahn liegt der Wert  $\mu$  etwa bei 1. Je "rutschiger" die Fahrbahn und je älter der Reifen, desto niedriger ist dieser Wert und die übertragbare Längskraft sinkt.

Befinden sich die Reifen links und rechts auf unterschiedlichem Straßenbelag (z.B. rechte Seite trockene Fahrbahn, linke Seite Schnee), so spricht man von " $\mu$ -split" [5]. Hier besitzen die Räder einen unterschiedlichen Kraftschlussbeiwert  $\mu$ . Dies stellt sehr hohe Anforderungen an den Regler. Die Regelung muss diese Situation unbedingt detektieren, und das Antriebsmoment jenes Rades mit dem höheren Kraftschlussbeiwert drosseln bzw. auf einen niedrigeren Schlupfwert regeln. Ansonsten würde ein Drehimpuls um die Hochachse entstehen und das Fahrzeug ausbrechen.

### 2. Modellbildung

Für die Regelungen in dieser Arbeit ist eine möglichst genaue Kenntnis des Reibwertes notwendig. Das Problem ist jedoch, dass sich dieser Wert nicht direkt messen lässt [7]. Je nachdem wie gut dieser Wert geschätzt wird, funktioniert die Regelung besser. In dieser Arbeit wird von einem bekannten Reibwert ausgegangen.

### 2.2. Fahrzeug

Ein starrer, frei beweglicher Körper besitzt 6 Freiheitsgrade, drei rotatorische sowie drei translatorische. Betrachtet man ein Fahrzeug vereinfacht mit 5 Körpern - 4 Räder und ein Aufbau - so ergeben sich hier 30 Freiheitsgrade [8]. Da für die hier behandelten Betrachtungen viele Freiheitsgrade nicht nötig sind, werden einige Vereinfachungen getroffen.

Für die Antriebsschlupfregelung sowie das Antiblockiersystem wird nur die Geradeausfahrt betrachtet - Gieren und Wanken des Fahrzeugaufbaus werden vernachlässigt. Somit wird das Verhalten auf  $\mu$ -split ebenfalls nicht betrachtet. Ebenso werden sämtliche Querbeschleunigungen vernachlässigt. Des Weiteren wird angenommen, dass sich das Fahrzeug auf einer ebenen Fahrbahn bewegt - der Steigungswiderstand wird somit ebenfalls ignoriert.

Das verwendete Fahrzeugmodell resultiert in 5 Freiheitsgraden: der Aufbau kann sich nur in Längsrichtung bewegen, was einem Freiheitsgrad entspricht. Da die Räder an der Achse befestigt sind, können sie sich nur drehen. Dies entspricht je Rad einem Freiheitsgrad.

### 2.2.1. Horizontaldynamik



Abbildung 2.4.: Kräfte am Fahrzeug in Längsrichtung, vgl. [4].

Abbildung 2.4 zeigt die auf das Fahrzeug wirkenden Kräfte in Längsrichtung. Da die Querdynamik nicht betrachtet wird, bildet dies die gesamte Horizontaldynamik ab. Das zweite Newton'sche Axiom - oder auch Bewegungsgleichung genannt - ergibt sich zu:

$$m_A \cdot \ddot{x} = F_{x,v} + F_{x,h} - W_L \tag{2.2}$$

Der Strömungs- bzw. Luftwiderstand  $W_L$  lässt sich laut [5] unter Kenntnis von horizontaler Anströmfläche  $A_x$ , dem Strömungswiderstandskoeffizienten  $c_w$ , der Luftdichte  $\rho_L$ sowie der Horizontalgeschwindigkeit  $v_x$  wie folgt berechnen:

$$W_L = \frac{v_x^2 \cdot \rho_L \cdot c_w \cdot A_x}{2} \tag{2.3}$$

#### 2.2.2. Reifendynamik

Nachdem laut Aufgabenstellung jedes Rad von einem eigenen Motor angetrieben wird, wird der Drallsatz für alle vier Räder gleich aufgestellt. Es werden jeweils die linken und rechten Räder einer Achse zusammengefasst. Man spricht hier von einem **Einspurmo-dell**. Abbildung 2.5 zeigt die auftretenden Momente und Beschleunigungen am Rad. Da die Skizze für beide Achsen gilt, ist der Index i für Vorder- bzw. Hinterachse durch v bzw. h zu ersetzen.



Abbildung 2.5.: Kräfte und Momente am Rad, vgl. [4].

Der Drallsatz der beiden Achsen ist in den Gleichungen (2.4) bzw. (2.5) ersichtlich.

$$\dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R = M_{A,v} + M_{B,v} - \underbrace{(F_{x,v} + F_{z,v} \cdot a_R) \cdot r_{dyn,v}}_{M_{L,v}}$$
(2.4)

$$\dot{\omega}_{R,h} \cdot J_R = M_{A,h} + M_{B,h} - \underbrace{(F_{x,h} + F_{z,h} \cdot a_R) \cdot r_{dyn,h}}_{M_{L,h}} \tag{2.5}$$

Während eines Brems- bzw. Beschleunigungsvorganges kommt es zu dynamischen Achslastverschiebungen. Durch diese Änderung der Reifenaufstandskraft  $F_z$  ändert sich die übertragbare Längskraft  $F_x$ , sowie der Rollwiderstand. Das jeweilige Antriebsmoment an der Achse  $M_{A,v}$  bzw.  $M_{A,h}$  wird vom Antriebsschlupfregler vorgegeben. Bei  $M_{B,v}$  und  $M_{B,h}$  handelt es sich um die Bremsmomente an der vorder bzw. Hinterachse. Die Längskräfte  $F_{x,v}$  und  $F_{x,h}$  bezeichnen die Kräfte, welche für den Vortrieb des Fahrzeugs verantwortlich sind. Sie sind unter anderem abhängig von der Reifenaufstandskraft  $F_z$ , dem Reifenlängsschlupf  $s_x$  sowie dem Reibkoeffizienten  $\mu$ , auf welche in dieser Arbeit eingegangen wird.

Um diese Längskraft zu berechnen wird das Reifenmodell TM\_simple [9] verwendet. In Abbildung 2.6 kann man die Abhängigkeit der Längskraft vom Schlupf, wie sie in TM\_simple berechnet wird, erkennen. Diese Kennlinie ist außerdem abhängig von der Aufstandskraft und wurde für die Abbildung mit verschiedenen konstanten Aufstandskräften berechnet. Die Kurve entspricht nicht ganz der Realität, da hier angenommen wird, dass in beide Richtungen die gleichen Kräfte übertragen werden können. Reifenprofile sind jedoch meist asymmetrisch aufgebaut, wodurch dies nur eine Näherung ist.



Abbildung 2.6.: Längskraft  $F_x$  in Abhängigkeit des Schlupfes, Berechnet mit Reifenmodell TM\_simple für verschiedene Aufstandskräfte.

Bei TM\_simple handelt es sich um ein semi-physikalisches Reifenmodell, welches aufgrund der Reifenaufstandskraft  $F_z$ , des Reifenschlupfwertes  $s_x$  und den Reifenparametern eine Längskraft  $F_x$  berechnet:

$$F_x = F_{x,max} \cdot \sin\left[B(1 - e^{\frac{-|s_x|}{A}}) \cdot \operatorname{sgn}(s_x)\right]$$
(2.6)

Der Parameter  $F_{x,max}$  beschreibt die maximale durch den Reifen übertragbare Längskraft. Die Parameter A bzw. B berechnen sich wie folgt:

$$A = \frac{1}{dF_{x,0}} \cdot F_{x,max} \cdot B \tag{2.7}$$

$$B = \pi - \arcsin \frac{F_{x,\infty}}{F_{x,max}} \tag{2.8}$$

 $dF_{x,0}$  bezeichnet die Reifensteifigkeit in Längsrichtung bzw. die Anfangssteigung der Kurve,  $F_{x,\infty}$  die Längskraft im Gleitbereich. Die Parameter  $F_{x,max}$ ,  $dF_{x,0}$  sowie  $F_{x,\infty}$  hängen unter anderem von der aktuellen Aufstandskraft  $F_z$ , sowie der nominellen Aufstandskraft  $F_{z,nom}$  ab und berechnen sich laut [9] wie folgt:

$$F_{x,max} = a_1 \cdot \frac{F_z}{F_{z,nom}} + a_2 \left(\frac{F_z}{F_{z,nom}}\right)^2 \tag{2.9}$$

$$dF_{x,0} = b_1 \cdot \frac{F_z}{F_{z,nom}} + b_2 \left(\frac{F_z}{F_{z,nom}}\right)^2$$
(2.10)

$$F_{x,\infty} = c_1 \cdot \frac{F_z}{F_{z,nom}} + c_2 \left(\frac{F_z}{F_{z,nom}}\right)^2 \tag{2.11}$$

Die Parameter  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  und  $c_2$  sind Reifenspezifisch und können durch Messungen am Prüfstand bestimmt werden. Da das Modell TM\_Simple nur einen nominellen Reibwert  $\mu_0$  berücksichtigt, wird das Modell um den Einfluss des Reibwertes  $\mu$  in Anlehnung an das Modell TM\_easy [10] modifiziert. Ein reduzierter Reibwert äußert sich laut [10] in einer reduzierten Maximalkraft  $F_{x,max}$ , sowie einer reduzierten Kraft im Gleitbereich  $F_{x,\infty}$ . Dies wird wie folgt einbezogen:

$$F_{x,max} = a_1 \cdot \frac{F_z}{F_{z,nom}} + a_2 \left(\frac{F_z}{F_{z,nom}}\right)^2 \cdot \frac{\mu}{\mu_0}$$
(2.12)

$$F_{x,\infty} = c_1 \cdot \frac{F_z}{F_{z,nom}} + c_2 \left(\frac{F_z}{F_{z,nom}}\right)^2 \cdot \frac{\mu}{\mu_0}$$
(2.13)

Die Reifensteifigkeit bzw. Anfangssteigung in der Kurve wird nicht durch den Reibwert beeinflusst und wird laut Gleichung (2.11) berechnet.

Der Antriebsschlupf ist die Differenz der Radumlaufgeschwindigkeit  $\omega_R \cdot r_{dyn}$  zur Fahrzeuggeschwindigkeit, bezogen auf die Radumlaufgeschwindigkeit. Er gibt im Wesentlichen an, wieviel Antriebskraft in eine Vorwärtsbewegung umgesetzt werden kann und berechnet sich wie folgt:

$$s_A = \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} - v_x}{|\omega_R \cdot r_{dyn}|} \tag{2.14}$$

Im Bremsfall berechnet sich der Schlupf wieder aus der Differenz der Radumlaufgeschwindigkeit und der Fahrzeuggeschwindigkeit, diesmal jedoch bezogen auf die Fahrzeuggeschwindigkeit:

$$s_B = \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} - v_x}{|v_x|} \tag{2.15}$$

Der Rollwiderstand  $F_z \cdot a_R$  ist das Resultat der Reifenverformung durch die Aufstandskraft. Da die Ein- und Ausfederkräfte eine unsymmetrische Druckverteilung am Latsch hervorrufen, wirkt die Reifenaufstandskraft  $F_z$  nicht in der Radmitte, sondern um eine Exzentrizität  $e_i$  versetzt. Die Reifenaufstandskraft wird durch die Vertikaldynamik berechnet, dies wird in Kapitel 2.2.3 genauer erläutert. Der Rollwiderstandsbeiwert berechnet sich laut [4] wie folgt:

$$F_R \cdot r_s = F_z \cdot e_i \quad \to \quad F_R = \frac{e_i}{r_s} \cdot F_z = a_R \cdot F_z$$
 (2.16)



Abbildung 2.7.: Zusammenhang der Reifenradien, vgl. [4].

Bei  $r_s$  handelt es sich um den statischen Reifenradius.  $a_R$  ist der Rollwiderstandsbeiwert des Reifens.

Da der Rollwiderstand als Moment in die Beschleunigung des Rades einfließt, wird die Kraft noch mit dem dynamischen Reifenradius  $r_{dyn}$  multipliziert:

$$M_R = F_R \cdot r_{dyn} \tag{2.17}$$

Der dynamische Reifenradius kennzeichnet die Lage des Momentanpols und ändert sich in Abhängigkeit der Aufstandskraft  $F_z$ . Als Näherungsformel gilt laut [3]:

$$r_{dyn} \approx \frac{2}{3}r_0 + \frac{1}{3}r_s = r_0 - \frac{1}{3}\Delta z = r_0 - \frac{1}{3}\frac{F_z}{k_z}$$
(2.18)

 $k_z$  ist die Reifensteifigkeit in Vertikalrichtung. Abbildung 2.7 zeigt die Zusammenhänge von statischem Reifenradius  $r_s$ , dynamischen Reifenradius  $r_{dyn}$  sowie dem undeformierten Radius  $r_0$ .

#### 2.2.2.1. Reifendynamik 1. Ordnung

Ein Reifen benötigt einige Zeit um eine Längskraft an die Straße zu übergeben. Ähnlich einer Feder wird zuerst Energie in die Verformung des Reifens umgesetzt und anschließend die volle Kraft übertragen. In dieser Arbeit werden nur die Phänomene in Längsrichtung betrachtet, die Querrichtung verhält sich ähnlich. Die folgenden Erläuterungen orientieren sich an [11]. Messungen [12] haben gezeigt, dass sich dieses Verhalten sehr gut als System 1. Ordnung modellieren lässt.



Abbildung 2.8.: Reifenverformung in Längsrichtung, vgl. [10].

Das verwendete Reifenmodell TM\_simple liefert zu Längsschlupf  $s_x$  und einer Aufstandskraft  $F_z$  eine statische Längskraft  $F_x^S$  (siehe Abbildung 2.6):

$$F_x^S = f(s_x) \tag{2.19}$$

Da die Dynamik als System 1. Ordnung betrachtet wird, verhält sich die dynamische Längskraft bezogen auf die statische wie folgt:

$$\tau_x \cdot \dot{F}_x^D + F_x^D = F_x^S \tag{2.20}$$

Wechselt man in den Laplace Bereich, lässt sich folgende Übertragungsfunktion bilden:

$$\frac{F_x^D}{F_x^S} = \frac{1}{\tau_x \cdot s + 1}$$
(2.21)

Bei der Variable s handelt es sich hier um den komplexen Frequenzparameter im Laplace Bereich und nicht um den Schlupf. Die Zeitkonstante  $\tau_x$  ist abhängig von der sogenannten Relaxationslänge  $r_x$  und berechnet sich laut [11] wie folgt:

$$\tau_x = \frac{r_x}{r_{dyn} \cdot |\omega_R|} \tag{2.22}$$

Die Relaxationslänge ist der Weg, den das Rad zurücklegt, bis die Längskraft des Reifens 63% der statischen Längskraft entspricht. [13]

Wie eingangs erwähnt wird erst eine Kraft übertragen, sobald sich der Reifen verformt hat. Die dynamische Längskraft  $F_x^D$  ist somit auch von der Verformung  $x_e$  abhängig, siehe Abbildung 2.8.

$$F_x^D = k_x \cdot x_e + d_x \cdot \dot{x}_e \tag{2.23}$$

Bildet man die Taylorreihe von  $F_x^D$  und bricht nach dem ersten Glied ab, so ergibt sich folgende Approximation, [11]:

$$\underbrace{F_x(v_x + \dot{x}_e)}_{F_x^D} \approx \underbrace{F_x(v_x)}_{F_x^S} + \frac{\partial F_x}{\partial v_x} \cdot \dot{x}_e \tag{2.24}$$

13

Die Ableitung der Längskraft in Abhängigkeit der Längsgeschwindigkeit nach der Geschwindigkeit im Aufstandspunkt kann wie folgt berechnet werden:

$$\frac{\partial F_x}{\partial v_x} = \frac{\partial F_x}{\partial s_x} \frac{\partial s_x}{\partial v_x} = \frac{\partial F_x}{\partial s_x} \frac{-1}{r_{dyn}|\omega_R|}$$
(2.25)

Kombiniert man Gleichungen (2.20), (2.23), (2.24) und (2.25) so ergibt sich laut [11]:

$$x_e + \dot{x}_e \underbrace{\left(\frac{d_x}{k_x} + \frac{1}{k_x r_{dyn} \omega_R} \frac{\partial F_x}{\partial s_x}\right)}_{\tau_x} = \frac{F_x^S}{k_x}$$
(2.26)

Aus (2.22) und (2.26) kann nun die Relaxationslänge  $r_x$  berechnet werden:

$$r_x = r_{dyn} |\omega_R| \underbrace{\frac{d_x}{k_x}}_{\approx 0} + \frac{1}{k_x} \frac{\partial F_x}{\partial s_x}$$
(2.27)

Aufgrund der geringen Dämpfung  $d_x$  im Vergleich zur Federsteifigkeit  $k_x$ , wird der erste Term vernachlässigt. Es wird angenommen, das man sich im linearen Bereich der Schlupfkurve bewegt. Somit kann die Näherung

$$\frac{\partial F_x}{\partial s_x} \approx \frac{F_x}{s_x} \tag{2.28}$$

verwendet werden. Dadurch ergibt sich als Näherung für die Relaxationslänge:

$$r_x = \frac{1}{k_x} \frac{F_x}{s_x} \tag{2.29}$$

Infolgedessen lautet die Zeitkonstante  $\tau_x$ :

$$\tau_x = \frac{F_x}{k_x \cdot \omega_R \cdot r_{dyn} \cdot s_x} \tag{2.30}$$

Abbildung 2.9 zeigt Verläufe der statischen Längskraft in Abhängigkeit des Reifenschlupfes sowie der Aufstandskraft im Antriebsfall. In Abbildung 2.10 sind die dazugehörigen Relaxationslängen für die gegebenen Aufstandskräfte abgebildet. Es zeigt sich, dass bei geringerer Aufstandskraft eine geringere Relaxationslänge resultiert. Dies führt dazu, dass die statische Längskraft umso früher erreicht ist, je kleiner die Aufstandskraft ist. Das lässt sich damit erklären, dass der Reifen bei geringerer Aufstandskraft weniger verformt wird, und so schneller Kraft aufgebaut werden kann.



Abbildung 2.9.: Längskraftverlauf in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifenschlupfes im Antriebsfall.



Abbildung 2.10.: Relaxationslänge in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifenschlupfes im Antriebsfall.

### 2.2.3. Vertikaldynamik

Im Antriebs- bzw. Bremsfall kommt es zu dynamischen Achslastverschiebungen. Aus diesem Grund können die Reifenaufstandskräfte nicht als konstant angenommen werden. Die Aufstandskräfte werden für die Bestimmung der Längskraft über TM\_simple, zur Bestimmung des Rollwiderstands und des dynamischen Reifenradius benötigt.

Anfangs wurden zwei Modelle zur Berechnung der Aufstandskraft betrachtet, welche aufgrund fehlender Parameter keine zufriedenstellenden Ergebnisse lieferten bzw. gar nicht erst getestet wurden. Auf diese beiden Modelle und deren Probleme wird in Kapitel 2.2.3.1 kurz eingegangen. Als relativ gut geeignet hat sich die im folgenden Abschnitt erklärte Näherung der Aufstandskraft nach [3] herausgestellt.

Im Prinzip wird von einer statischen Aufstandskraft  $F_z^S$  pro Achse ausgegangen, welche aus Messungen für das Testfahrzeug bekannt war. Im Antriebs- und Bremsfall kommt es zu dynamischen Achslastverschiebungen  $F_z^D$ , wodurch sich die Aufstandskraft folgendermaßen zusammensetzt:



Abbildung 2.11.: Dynamische Achslastverschiebung, vgl. [3].

Betrachtet man Abbildung 2.11 und bildet den Drallsatz um den vorderen Reifenaufstandspunkt  $W_v$ , unter Annahme des Momentengleichgewichts um  $W_v$  so ergibt sich im stationären Fall (keine Fahrzeugbeschleunigung):

$$\Sigma M_{W,v} = 0 \quad \to 0 = -m_A \cdot g \cdot l_v + F_{z,h}^S \cdot (l_v + l_h) \tag{2.32}$$

Umgeformt auf  $F_{z,h}^S$  ergibt dies:

$$F_{z,h}^S = \frac{m_A \cdot g \cdot l_v}{l_v + l_h} \tag{2.33}$$

Bildet man nun den Drallsatz unter Einbeziehung der Fahrzeugbeschleunigung, so ergibt sich unter Annahme des Momentengleichgewichts:

$$0 = -m_A \cdot g \cdot l_v + m_A \cdot \ddot{x} \cdot h + (F_{z,h}^S + F_{z,h}^D) \cdot (l_v + l_h)$$
(2.34)

Kombiniert man Gleichungen (2.33) und (2.34) so lässt sich die dynamische Achslastverschiebung an der hinteren Achse $F^D_{z,h}$  berechnen:

$$F_{z,h}^D = \frac{h}{l_v + l_h} \cdot m_A \cdot \ddot{x} \tag{2.35}$$

Da sich die Fahrzeugmasse beim Bremsen bzw. Antreiben nicht ändert, gilt für die vordere Achse:

$$F_{z,v}^D = -F_{z,h}^D (2.36)$$

Für die Aufstandskräfte vorne bzw. hinten ergeben sich nun:

$$F_{z,v} = F_{z,v}^S + F_{z,v}^D, \quad F_{z,h} = F_{z,h}^S + F_{z,h}^D$$
(2.37)

16

Durch diese einfache Näherung der Aufstandskraft werden sehr zufriedenstellende Ergebnisse erreicht. In [3] ist folgende Umrechnung auf den stationären Nickwinkel  $\theta$  zu finden:

$$\theta = \frac{-hm_A \ddot{x}}{k_v l_v^2 + k_h l_h^2} \tag{2.38}$$

Die Parameter  $k_v$  bzw.  $k_h$  bezeichnen die Federsteifigkeit des Aufbaus vorne bzw. hinten. Um den Vergleich zwischen realem und durch Näherung berechneten Nickwinkel  $\theta$  darzustellen wurde ein Fahrmanöver durchgeführt. Der Verlauf des gemessenen und durch die Näherung berechneten Nickpols ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Wie sich erkennen lässt, erzielt man sogar ein noch besseres Ergebnis, wenn die Schwerpunktshöhe in Gleichung (2.38) durch die Höhe des Nickpols ersetzt wird. Diese war beim Testfahrzeug bekannt. Hier ist jedoch anzumerken, dass sich der Nickpol abhängig der Fahrsituationen verschiebt und nicht über die gesamte Fahrt konstant ist.



Abbildung 2.12.: Darstellung des Nickwinkels während einem Fahrmanöver. Abgebildet sind der gemssene Nickpol, sowie der berechnete durch die Näherung.

Da man nun die dynamische Aufstandskraft kennt und vom Reifen der undeformierte Radius  $r_0$  sowie die Reifensteifigkeit  $k_x$  bekannt sind, kann man den dynamischen bzw. effektiven Rollradius berechnen. Dieser ist die Entfernung vom Mittelpunkt der Achse zum Momentanpol (engl.: wheel point) des Rades. Zuerst berechnet man die vertikale Deformierung  $\Delta z$  des Reifens in Abhängigkeit dessen vertikaler Steifigkeit  $k_z$ :

$$\Delta z = \frac{F_z}{k_z} \tag{2.39}$$

Daraus berechnet sich der dynamische Reifenradius [4]:

$$r_{\rm dyn} = r_0 - \frac{1}{3} \cdot \Delta z \tag{2.40}$$

#### 2.2.3.1. Alternative Betrachtungen

Nun folgen zwei Modelle welche ebenfalls die Vertikaldynamik beschreiben. Diese haben sich jedoch nicht als ideal für die Untersuchungen in dieser Arbeit herausgestellt. Der Vollständigkeit halber wird hier trotzdem darauf eingegangen.

### Hub-Nick-Modell

Eine weitere Betrachtung ist das Hub-Nick-Modell [3] welches in Abbildung 2.13 dargestellt ist. In der Literatur wird hier meist auf Längskräfte verzichtet, um die Vertikaldynamik zu untersuchen. Hier wird meist die Auslenkung aufgrund einer Kantenüberfahrt betrachtet. Für die vorliegende Arbeit hat sich das Modell als nicht ideal herausgestellt.



Abbildung 2.13.: Hub-Nick-Modell, vgl. [3].

#### Hub-Nick-Modell abgestützt an Lenkern

Dieses Modell basiert auf einer Betrachtung, bei welcher die Antriebs- und Bremsmomente mittels starren Lenkern an der Karosserie abgestützt werden. Dies ist in Abbildung 2.14 dargestellt. Vorne sitzt ein geschobener, hinten ein gezogener Lenker. Für genauere Beschreibung siehe [8]. Das Modell an sich wäre sehr gut für die Betrachtung geeignet, ist jedoch sehr aufwändig zu parametrieren und hat womöglich aufgrund ungenauer/falscher Parametrierung zu keinen zufriedenstellenden Ergebnissen geführt.



Abbildung 2.14.: Hub-Nick-Modell abgestützt an Lenkern, vgl. [8].

### 2.2.4. Validierung des Simulationsmodells

Bevor ein Regler für den Versuchsträger entworfen wird, wird das mathematische Modell mit Messdaten validiert. Dazu wird das Modell in der Simulationssoftware Matlab/Simulink aufgebaut. Im Unterschied zu dem in der Aufgabenstellung beschriebenen Fahrzeug wurde bei den Messfahrten jedoch ein Fahrzeug mit Frontantrieb verwendet, somit fällt an der hinteren Achse das Antriebsmoment weg. Der Wunsch für die Validierung ist, aus den Messungen ein Antriebsmoment an der Achse zu bestimmen und dies als Eingang in die Simulation zu schicken, da später durch den Regler ebenfalls ein Moment vorgegeben wird. Es wurde zwar das Motormoment gemessen, jedoch ist es nicht Ziel dieser Arbeit den Antriebsstrang des Testfahrzeuges zu modellieren. Somit wurde das Antriebsmoment am Reifen berechnet.

#### Antriebsfall

Im Antriebsfall verändert sich aufgrund des Vorderantriebs des Versuchsfahrzeugs der Drallsatz der hinteren Achse. Zusammengefasst lauten die Differentialgleichungen des Gesamtfahrzeuges für den Antriebsfall:

$$m_A \cdot \ddot{x} = F_{x,v} + F_{x,h} - W_L \tag{2.41}$$

$$\dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R = M_A - (F_{x,v} + F_{z,v} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,v} \tag{2.42}$$

$$\dot{\omega}_{R,h} \cdot J_R = -(F_{x,h} + F_{z,h} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,h} \tag{2.43}$$

Sowie die Vertikaldynamik:

$$F_{z,v}^D = F_{z,v}^S - \frac{h}{l_v + l_h} \cdot m \cdot \ddot{x}$$

$$(2.44)$$

$$F_{z,h}^D = F_{z,h}^S + \frac{h}{l_v + l_h} \cdot m \cdot \ddot{x}$$

$$(2.45)$$

Nun muss noch ein Antriebsmoment  $M_A$  aus den Messungen bestimmt werden. Um dies zu erhalten wird Gleichung 2.42 auf  $M_A$  umgeformt:

$$M_A = \dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R + (F_{x,v} + F_{z,v} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,v}$$

$$(2.46)$$

Das Trägheitsmoment der Vorderachse ist für das Testfahrzeug bekannt, für die Winkelbeschleunigung  $\dot{\omega}_{R,v}$  wird das gemessene Signal  $\omega_{R,v}$  abgeleitet. Die Aufstandskräfte  $F_{z,v}$  und  $F_{z,h}$  können - wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben - berechnet werden. Nun gilt es noch die Längskraft  $F_{x,v}$  zu berechnen.

Im Antriebsfall wird angenommen, dass das Hinterrad schlupffrei ist, da hier nicht angetrieben wird. Daher gilt:

$$\dot{\omega}_{R,h} = \frac{\ddot{x}}{r_{dyn,h}} \tag{2.47}$$

Eingesetzt in Gleichung 2.43 und umgeformt auf  $F_{x,h}$  erhält man:

$$F_{x,h} = -\frac{\ddot{x}}{r_{dyn,h}^2} \cdot J_R - F_{z,h} \cdot a_r \tag{2.48}$$

Setzt man dies in Gleichung 2.41 ein, lässt sich  $F_{x,v}$  berechnen:

$$F_{x,v} = \ddot{x} \cdot (m + \frac{J_R}{r_{dyn,h}^2}) + F_{z,h} \cdot a_r + W_L$$
(2.49)

Schlussendlich sind alle Unbekannten zur Berechnung von  $M_A$  bekannt. Für die Versuche wird aus den Messfahrten nur der Bereich betrachtet, in dem angetrieben wurde. Dies wurde aufgrund der Fahrpedalstellung, welche mitgemessen wurde, überprüft. Abbildung 2.15 zeigt das berechnete Antriebsmoment an der Achse. Die Annahme, dass bei positiver Beschleunigung angetrieben wird, wäre auch möglich gewesen, ist jedoch nicht so akkurat wie über die Fahrpedalstellung, da es auch bei einem Gefälle zu einer positiven Beschleunigung kommen kann, ohne dass angetrieben wird. In Abbildung 2.16 sieht man den Verlauf der Geschwindigkeit des Fahrmanövers. Es wurde aus dem Stand auf etwa 50 km/h beschleunigt. Die Abbildungen 2.17, 2.18, 2.19, 2.20 zeigen die Beschleunigung, den Schlupf, die Aufstandskraft sowie die Längskraft während des Fahrmanövers. Wie man in Abbildung 2.18 erkennen kann, weicht der simulierte Schlupf vom gemessenen leicht ab. Dies kommt daher, da die gemessenen Geschwindigkeits- bzw. Drehzahlsignale zur Schlupfberechnung gefiltert wurden.



Abbildung 2.15.: Antriebsmoment an der Vorderachse während des Beschleunigungsversuches.



Abbildung 2.16.: Verlauf von gemessenen und simulierten Geschwindigkeiten während des Beschleunigungsversuches.



Abbildung 2.17.: Verlauf von gemessener und simulierter Fahrzeugbeschleunigung während des Beschleunigungsversuches.



Abbildung 2.18.: Verlauf des Schlupfes während des Beschleunigungsversuches. Berechnungen aus simulierten sowie gemessenen Geschwindigkeits- und Drehzahlwerten.



Abbildung 2.19.: Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Beschleunigungsversuches.



Abbildung 2.20.: Verlauf von gemessener und simulierter Längskraft während des Beschleunigungsversuches.

#### Bremsfall

Im Bremsfall kann am Hinterrad nicht von der Bedingung in Gleichung 2.47 ausgegangen werden, da beim Bremsen auch am Hinterrad ein Schlupf auftritt. Zusammengefasst lauten die Differentialgleichungen für den Bremsfall:

$$m_A \cdot \ddot{x} = F_{x,v} + F_{x,h} - W_L \tag{2.50}$$

Da beim Bremsen nicht angetrieben wird, kann  $M_A = 0$  angenommen werden:

$$\dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R = M_{B,v} - (F_{x,v} + F_{z,v} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,v} \tag{2.51}$$

$$\dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R = M_{B,h} - (F_{x,h} + F_{z,h} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,h} \tag{2.52}$$

Mithilfe von Gleichung 2.50 kann die gesamte Längskraft an beiden Achsen berechnet werden:

$$F_{x,ges} = F_{x,v} + F_{x,h} = m \cdot \ddot{x} + W_L \tag{2.53}$$

Da keine konstante Bremskraftaufteilung bekannt ist, besteht hier das Problem der Aufteilung der Längskraft auf die beiden Achsen. Nachdem beim Bremsen durch die Achslastverschiebung größere Aufstandskräfte auf die Vorderräder wirken, werden die Aufstandskräfte an den Hinterrädern geringer. Dies führt dazu, dass an den Hinterrädern weniger Bremsleistung übertragbar wird, was schnell dazu führen kann, dass die Räder blockieren. Dies muss aus Sicherheitsgründen unbedingt verhindert werden. Bei Bremsvorgängen während der Kurvenfahrt soll sich das Fahrzeug nicht eindrehen, sondern eher eine untersteuernde Tendenz aufweisen [4]. Eine Möglichkeit dieses Problem zu umgehen ist, dass an der Vorderachse über ein konstantes Verhältnis mehr Bremskraft verfügbar ist (z.B. 70% vorne, 30% hinten) [14]. Beim Testfahrzeug ist jedoch ein elektronisches System für die Bremskraftverteilung zuständig. Für die Versuche wurde das Verhältnis aufgrund des gemessenen Bremsdrucks festgelegt, da man bei diesen Signalen bereits eine Begrenzung an der Hinteren Achse erkennen kann. Dies führte zu den besten Ergebnissen. In Abbildung 2.21 ist diese Bremskraftaufteilung erkennbar. Eine Aufteilung anhand der Aufstandskraft oder einem konstanten Verhältnis führte zu keinen zufriedenstellenden Ergebnissen.

Die Bremsmomente lauten wie folgt:

$$M_{B,v} = \dot{\omega}_{R,v} \cdot J_R + (F_{x,ges} \cdot \frac{p_{B,v}}{p_{B,v} + p_{B,h}} + F_{z,v} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,v}$$
(2.54)

$$M_{B,h} = \dot{\omega}_{R,h} \cdot J_R + (F_{x,ges} \cdot \frac{p_{B,h}}{p_{B,v} + p_{B,h}} + F_{z,h} \cdot a_r) \cdot r_{dyn,h}$$
(2.55)

 $p_{B,v}$  bzw.  $p_{B,h}$  beschreiben den Bremsdruck vorne bzw. hinten. In den folgenden Diagrammen lässt sich erkennen, dass die Ergebnisse für große Geschwindigkeiten sehr gut übereinstimmen, gegen Stillstand jedoch weiter abweichen. Ein Grund hierfür ist, dass in der Simulation die Längskräfte über ein Reifenmodell bestimmt wurden, in welches als Eingangsgrößen der Schlupf und die Aufstandskraft wirken. Die Berechnung des Schlupfes aufgrund von Messwerten ist jedoch bei kleiner werdenden Geschwindigkeiten nicht ganz unproblematisch, da hier Messfehler sehr stark einwirken. Aus diesem Grund schalten viele Antiblockiersysteme ab Unterschreitung einer gewissen Geschwindigkeit ab.



Abbildung 2.21.: Simulierte Bremsmomente an Vorder- bzw. Hinterachse während des Bremsversuches.



Abbildung 2.22.: Gemessene sowie simulierte Geschwindigkeiten während des Bremsversuches.



Abbildung 2.23.: Gemessene sowie simulierte Fahrzeugbeschleunigung während des Bremsversuches.



Abbildung 2.24.: Verlauf des Schlupfes während des Bremsversuches. Berechnungen aus simulierten Geschwindigkeits- und Drehzahlwerten.


Abbildung 2.25.: Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Bremsversuches.



Abbildung 2.26.: Verlauf von gemessener und simulierter Längskraft während des Bremsversuches.

# 2.3. Antriebsstrang

In diesem Kapitel wird die Modellierung des Antriebsstranges beschrieben. Der hier verwendete Antriebsstrang besteht aus einem Elektromotor, der über eine als steif angenommene Welle mit einem Getriebe verbunden ist. Das Getriebe ist über eine torsionsflexible Welle mit dem Rad verbunden. Alle Verbindungen werden als steif, sowie die Welle als masselos angenommen. Das Fahrzeug besitzt je Reifen einen identischen Antriebsstrang, welcher in Abbildung 2.27 als Blockschaltbild abgebildet ist. Als Eingang besitzt der Antriebsstrang das vom Fahrer gewünschte Moment  $M_d$ , als Ausgang das an der Achse an das Rad abgegebene Moment  $M_A$ . Theoretisch könnte man das Rad noch zum Antriebsstrang zählen, dieses wurde jedoch bereits in Kapitel 2.2.2 in Zusammenhang mit dem Fahrzeug modelliert.

Ziel ist es, die nicht-idealen Eigenschaften des Antriebsstrangs eines Fahrzeuges für die Regelung zu beschreiben. Betrachtet werden die Trägheiten von Motor und Getriebe, die Torsion von Getriebe und Antriebswelle und das Zahnflankenspiel des Getriebes.

Wie erwähnt ist die **Torsionssteifigkeit** ein Problem bei der Regelung von Antriebssträngen. In der Realität ist kein Material unendlich steif und biegefest. Das Ziel bei der



Abbildung 2.27.: Blockschaltbild des Antriebsstranges.

Konstruktion ist es, einen relativ steifen Antriebsstrang zu entwerfen um das Antriebsmoment möglichst verlustfrei an das Rad zu übertragen. Hier ist zu untersuchen wie sich dies auf die Regelung auswirkt.

Damit sich ein Getriebe überhaupt drehen kann, benötigt es ein Zahnflankenspiel. Je kleiner das Spiel, desto schwergängiger läuft das Getriebe (entspricht mehr Verlusten). Vergrößert man das Spiel jedoch zu sehr, steigt die Abnutzung der Zähne und ab einem gewissem Punkt berühren sich die Zahnräder nicht mehr und es wird kein Moment übertragen. Bevor ein Antrieb also sein Moment über ein Getriebe übertragen kann, muss er je nach Stellung der Zahnräder zueinander mehr oder weniger Leerweg überwinden.

Im Übrigen soll die Leistungsbegrenzung des Motors berücksichtigt werden. Die ist deshalb von besonderer Bedeutung, da dem Motor sonst bei der Simulation unendlich viel Leistung zu Verfügung stehen würde.

#### 2.3.1. Modellierung

#### 2.3.1.1. Torsion

Bei der Modellbildung wird zunächst nur die Torsion betrachtet. Abbildung 2.28 zeigt die Komponenten des Antriebsstranges mit dazugehörigen Momenten und Drehzahlen. Um die Gleichungen übersichtlicher zu gestalten, wird das Getriebe in zwei Blöcke unterteilt. Ein Block beschreibt das steife Getriebe, welcher für die Übersetzung zuständig ist, ein zweiter Block beschreibt rein die Verformung.



Abbildung 2.28.: Detailliertes Blockschaltbild des Antriebsstranges.

Nun zur mathematischen Beschreibung der einzelnen Komponenten: Der Drallsatz für den **Elektromotor** beschreibt die Beschleunigung der Motorwelle  $\dot{\omega}_M$ . Die Welle beschleunigt in Abhängigkeit der Trägheit der Motorwelle  $J_M$ , dem gewünschten Motormoment  $M_M$  mal dem mechanischen Wirkungsgrad  $\eta_M$  abzüglich des abgegebenen Momentes an das Getriebe  $M_{GE}$ , siehe Gleichung (2.56).

$$J_M \cdot \dot{\omega}_M = M_M \cdot \eta_M - M_{GE} \tag{2.56}$$

Gleicher Zusammenhang für das Getriebe, siehe Gleichung (2.57): Die Beschleunigung der Welle auf der Ausgangsseite  $\dot{\omega}_{GA}$  mal dem Trägheitsmoment des Getriebes  $J_{GA}$ (bezogen auf die Ausgangsseite) hängt ab vom eingehenden Moment  $M_{GE}$  mal der Übersetzung  $i_G$ , abzüglich der viskosen Reibung  $M_{GR}$  und dem Moment, das an die Antriebswelle übergeben wird. Das Reibungsmoment  $M_{GR}$  hängt von der Drehzahl  $\omega_{GA}$  und dem viskosen Dämpfungsfaktor  $d_v$  ab.

$$J_{GA} \cdot \dot{\omega}_{GA} = i_G \cdot M_{GE} - \underbrace{d_v \cdot \omega_{GA}}_{M_{GR}} - M_{GA}$$
(2.57)

Die Eingangsdrehzahl  $\omega_M$  ist die Übersetzung  $i_G$  mal der Ausgangsdrehzahl  $\omega_{GA}$ :

$$\omega_M = i_G \cdot \omega_{GA} \tag{2.58}$$

Trägheiten werden durch das Getriebe quadratisch übersetzt.

$$J_{GA} = J_{GE} \cdot i_G^2 \tag{2.59}$$

Da die Motordrehzahl  $\omega_M$  und die Drehzahl hinter dem Getriebe  $\omega_{GA}$  linear über Gleichung (2.58) zusammenhängen, lassen sich die beiden Drallsätze (2.56) und (2.57) mithilfe von Gleichung (2.59) zu einem Drallsatz kombinieren:

$$\underbrace{(J_M + J_{GE})}_{J_{MG}} \cdot \dot{\omega}_M = M_M \cdot \eta_m - d_v \cdot \omega_M \cdot \frac{1}{i_G^2} - M_{GA} \cdot \frac{1}{i_G}$$
(2.60)

Wie in der Einleitung erwähnt, wird auch die Torsion des Getriebes betrachtet. Für diesen zweiten, künstlich eingeführten Block "Getriebe (Torsion)" (siehe Abb. 2.28) wird wieder der Drallsatz aufgestellt. Hier wird angenommen, dass der Block keine Trägheit besitzt. Somit entspricht das Eingangsmoment dem Ausgangsmoment. Dieses lässt sich wie folgt beschreiben [15]:

$$M_{GA} = M_{AW} = k_G(\alpha_{GE} - \alpha_{GA}) + d_G(\omega_{GE} - \omega_{GA})$$
(2.61)

$$=k_G(\alpha_M \cdot \frac{1}{i_G} - \alpha_{GA}) + d_G(\omega_M \cdot \frac{1}{i_G} - \omega_{GA})$$
(2.62)

Die Antriebswelle wird mit der gleichen Annahme, wie zuvor das Getriebe betrachtet. Aufgrund der vernachlässigten Trägheit entspricht das Eingangsmoment wieder dem Ausgangsmoment.

$$M_{AW} = M_R = k_{AW}(\alpha_{GA} - \alpha_R) + d_{AW}(\omega_{GA} - \omega_R)$$
(2.63)

Die beiden Feder-Masse-Systeme wirken in Serie und können laut [15] wie folgt berechnet werden:

$$k_{AS} = \frac{k_G \cdot i_G^2 \cdot k_{AW}}{k_G \cdot i_G^2 + k_{AW}} \qquad \qquad d_{AS} = \frac{d_G \cdot i_G^2 \cdot d_{AW}}{d_G \cdot i_G^2 + d_{AW}}$$
(2.64)

Der Antriebsstrang mit berücksichtigter Torsion in Getriebe und Antriebswelle kann nun folgendermaßen beschrieben werden:

$$J_{MG} \cdot \dot{\omega}_M = M_M \cdot \eta_M - d_v \cdot \omega_M \cdot \frac{1}{i_G^2} - M_A \cdot \frac{1}{i_G}$$
(2.65)

$$M_A = k_{AS}(\alpha_M \cdot \frac{1}{i_G} - \alpha_R) + d_{AS}(\omega_M \cdot \frac{1}{i_G} - \omega_R)$$
(2.66)

#### 2.3.1.2. Motorbegrenzung

Es gibt kaum einen technischen Prozess, bei dem die Regelung ohne Stellgrößenbeschränkung auskommt. Auch hier gibt es eine Beschränkung in Form einer Leistungsbeschränkung. Die Leistung  $P_m$  ist das Produkt aus Drehzahl  $\omega_M$  und dem Moment  $M_M$ :

$$P_m = \omega_M \cdot M_M \tag{2.67}$$

Der verwendete Motor besitzt laut Datenblatt [16] folgende Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinie:



Abbildung 2.29.: Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinie des verwendeten Motors.

In Simulink wird die Begrenzung mittels des Blocks "Saturation Dynamic" realisiert. Hierzu wird dem Block eine obere bzw. untere Grenze in Abhängigkeit der Motordrehzahl gegeben. Als Begrenzungskennlinie wurde der Momentenverlauf bei Maximalleistung als absolute Grenze nachgebildet. Auf Dauer sollte diese Grenze jedoch als Rücksicht auf die Lebensdauer des Motors nicht erreicht werden, [17]. Beobachtungen von Simulationen haben gezeigt, dass das Motormoment nie in die Nähe dieser Grenze kommt und sich bei Volllast meist bei 80% des erlaubten Dauermomentes einpendelt. In Zukunft könnte man hier ein Thermomanagement einbauen und diese Begrenzung dynamischer gestalten.

#### 2.3.1.3. Getriebespiel

Weiters wird das Zahnflankenspiel im Getriebe berücksichtigt. Ohne Spiel würde das Getriebe feststecken, ein gewisses Minimalspiel ist also nötig. Außerdem wird im Spalt zwischen den Zahnrädern Schmierstoff eingebracht [18]. Bei zu viel Spiel würden sich allerdings die Zähne nicht mehr berühren und es könnte kein Moment übertragen werden. Das Problem bei Spiel im Getriebe ist jedoch, dass die Welle weitestgehend ohne Last beschleunigen kann [19]. Bei einer sprunghaften Änderung des Motormoments kann die Motorwelle so bereits hohe Drehzahlen erreichen, bevor das Spiel überwunden ist. Hierbei prallen die Zahnräder sehr stark aufeinander und es kann zu hohen Abnutzungserscheinungen kommen. Man kann davon ausgehen, dass sich das Getriebespiel mit der Zeit aufgrund Abnutzungserscheinungen der Zähne vergrößert. [19]



Abbildung 2.30.: Schematische Darstellung des Zahnflankenspiels  $\alpha_S$  zwischen zwei Zahnrädern, vgl. [20].

Abbildung 2.30 zeigt eine schematische Darstellung des Zahnflankenspiels zwischen zwei Zahnrädern, angelehnt an [21]. In der Realität sind die Zahnräder meist in Evolventenverzahnung ausgeführt [18]. Wie sich erkennen lässt, ist der Winkel  $\alpha_S$  der maximale Leerweg, den ein Zahnrad zurücklegen kann. In den weiteren Betrachtungen wird als  $\alpha_S$ das reduzierte Zahnflankenspiel für das gesamte Getriebe bezeichnet, und nicht wie im Bild nur auf zwei Zahnräder. Der Wert  $\alpha_S$  wurde aus der Arbeit von Martin Lasshofer (siehe [22]) erhalten und bezieht sich auf die Ausgangsseite des Getriebes bei festgehaltener Eingangswelle. Kennt man die genauen Maße und Abstufungen des Getriebes, so lässt sich das reduzierte Spiel laut [18] berechnen. Da die Motorwelle zuerst einen gewissen Drehwinkel überwinden muss, bevor ein Moment an die andere Seite des Getriebes übertragen wird, wird das Spiel wie folgt einbezogen [19]:

$$M_{GA} = \begin{cases} k_{AS}(\frac{\alpha_M - \alpha_S}{i_G} - \alpha_R) + d_{AW}(\omega_M \cdot \frac{1}{i_G} - \omega_R), & |\alpha_M| > \frac{\alpha_S}{2} \\ 0, & |\alpha_M| \le \frac{\alpha_S}{2} \end{cases}$$
(2.68)

Dies ist in Abbildung 2.31 bildlich dargestellt:



Abbildung 2.31.: Getriebespiel: Momentenverlauf in Abhängigkeit des Wellenwinkels  $\alpha_M$ , vgl. [19]

#### 2.3.2. Parameter

Um mit diesem mathematischen Modell Simulationen durchführen zu können, benötigt man einige Parameter von Getriebe und Antriebswelle. Vom Getriebe benötigt man für dieses Modell die Übersetzung, die Torsionssteifigkeit  $k_G$ , die Torsionsdämpfung  $d_G$ , den viskosen Dämpfungsfaktor  $d_v$  sowie das Getriebespiel  $\alpha_S$ . Diese Parameter wurden in einer anderen Arbeit am Institut für Fahrzeugtechnik [22] bestimmt.

Nun benötigt man noch die Parameter der Antriebswelle. Hier werden die Torsionssteifigkeit  $k_{AW}$  und die Torsionsdämpfung  $d_{AW}$  benötigt. Für eine fertige Welle kann man die Parameter aus Messungen bestimmen. In dieser Arbeit wird jedoch davon ausgegangen, dass keine gefertigte Welle vorliegt und somit nicht auf Messungen zurückgegriffen werden kann. Kennt man allerdings das Material und die Abmessungen der Welle, so lassen sich Näherungen davon berechnen.

Die Torsionssteifigkeit berechnet sich laut [23] zu:

$$k_{AW} = \frac{G \cdot I_T}{l_{AW}} \tag{2.69}$$

In Abhängigkeit des Materials der Welle kann aufgrund des dazugehörigen Schubmoduls G, der Länge  $l_{AW}$  und des Außenradius  $R_{AW}$  des Schafts das Torsionsträgheitsmoment  $I_T$  bestimmt werden [23]. Der Wert des Schubmoduls kann aus Tabellen entnommen werden [18].

$$I_T = \frac{1}{2} \cdot R^4_{AW} \cdot \pi \tag{2.70}$$

Der Zusammenhang von Steifigkeit zu Dämpfung wird über das Lehr'sche Dämpfungsmaß D beschrieben:

$$D = \frac{d_{AW}}{2\sqrt{k_{AW}m_{AW}}} \tag{2.71}$$

Die Dämpfungskonstante kann durch Umformen von Gleichung (2.71) berechnet werden. Das Lehr'sche Dämpfungsmaß wird mit D = 0.01 angenommen. Dieser Wert stammt aus [18] und gilt für Wellen.  $J_{AW}$  entspricht dem Trägheitsmoment der Welle. Diese wird zwar in der Simulation vernachlässigt, wird aber benötigt um die Dämpfungskonstante zu berechnen.

$$d_{AW} = 2 \cdot D \cdot \eta_{AW} \cdot \sqrt{k_{AW} \cdot J_{AW}}$$
(2.72)

Das Trägheitsmoment wird näherungsweise für einen massiven Zylinder berechnet:

$$J_{AW} = \frac{m_{AW}}{2} \cdot (R_{AW}^2)$$
 (2.73)

Hierzu wird die Masse  $m_{AW}$  benötigt, welche sich einfach über das Volumen V und der Dichte  $\rho_{AW}$  berechnet:

$$m_{AW} = \rho_{AW} \cdot V = \rho_{AW} \cdot A \cdot l_{AW} = \rho_{AW} \cdot R_{AW}^2 \cdot \pi \cdot l_{AW}$$
(2.74)

Somit sind alle unbekannten Parameter bestimmt und das vorliegende Modell kann validiert werden.

#### 2.3.3. Validierung

Da es nicht möglich war, das Modell mittels Messwerten zu validieren, wurde das Modell in Matlab/Simulink und ebenso in einer Multiphysik Software erstellt. Daraufhin wurden einige Versuche durchgeführt, in welchen der Verdrehwinkel  $\Delta \alpha$  in beiden Programmen betrachtet wurde.

$$\Delta \alpha = \alpha_m / i - \alpha_R \tag{2.75}$$

Der Versuchsablauf ist folgender: Auf der einen Seite der Welle wird ein Eingangsmoment  $M_E$  angelegt, auf der anderen Seite der Welle wirkt ein gleich großes Gegenmoment  $M_G$ . Damit kann ein Stillstehen bzw. Festhalten der Welle simuliert werden. Der Versuch wird mit Testsignalen durchgeführt: eine Sprungfunktion, eine Sinusfunktion, sowie einer Rampenfunktion. Der Maximalwert bzw. die Amplitude in den Versuchen ist das Maximalmoment des Motors (M = 220Nm). Die Abbildungen 2.32, 2.34 und 2.33 zeigen den Verdrehwinkel  $\Delta \alpha$  zwischen Motorwelle und Rad für die drei Eingangssignale. Wie sich erkennen lässt, ist der Unterschied marginal und erst etwa ab der vierten Nachkommastelle ersichtlich.

Um die Torsion unter realistischeren Bedingungen zu zeigen, wurde ein Fahrzyklus simuliert. Gewählt wurde hier der Fahryklus FTP75. Das Geschwindigkeitsprofil wird in Abbildung 2.35 dargestellt. Abbildung 2.36 die Motor- sowie die Raddrehzahl (diese wurde für den Vergleich mit der Getriebeübersetzung multipliziert). Nachdem der Antriebsstrang in Summe sehr steif ist, findet hier kaum eine Verdrehung statt.



Abbildung 2.32.: Validierung des Verdrehwinkels durch Antriebsmoment als Sprung-Funktion.



Abbildung 2.33.: Validierung des Verdrehwinkels durch Antriebsmoment als Sinus-Funktion.



Abbildung 2.34.: Validierung des Verdrehwinkels durch Antriebsmoment als Rampen-Funktion.



Abbildung 2.35.: Ausschnitt Fahrzyklus FTP75: Fahrzeuggeschwindigkeit.



Abbildung 2.36.: Ausschnitt Fahrzyklus FTP75: Motordrehzahl (multipliziert mit Übersetzung) und Raddrehzahl.



Abbildung 2.37.: Ausschnitt Fahrzyklus FTP75: Antriebsstrang Torsion $\Delta \alpha.$ 

# 3. Regelung

# 3.1. Einleitung/Gliederung

Heutige Fahrzeuge besitzen wie bereits erwähnt eine Menge an Sensoren und Aktuatoren. So kann das Fahrgeschehen überwacht - und beispielsweise bei Erkennen einer Notsituation - eingegriffen werden. In gewissen Situationen ist es so möglich, den Fahrer zu entlasten und ihm einige Aufgaben abzunehmen. Diese sogenannten Fahrassistenzsysteme basieren auf im Hintergrund laufenden Regelungen. Eine der ersten Regelungen im Fahrzeug war das Antiblockiersystem, welchem viele weitere folgten [7].

Der Hauptaspekt von Fahrerassistenzsystemen ist die Sicherheit. Es gibt aber auch Regelungen, deren Ziel es ist den Komfort zu erhöhen, wie z.B. den Tempomaten, bei welchem eine gewisse Geschwindigkeit gehalten wird. Gleichzeitig kann sich der Fahrer wieder mehr auf das Straßengeschehen konzentrieren, da ihm Aufgaben abgenommen werden, was somit auch die Sicherheit steigert.

Die in dieser Arbeit betrachteten Fahrdynamikregelungen sind das Antiblockiersystem, sowie die Antriebsschlupfregelung. Bei beiden dient der Längsschlupf als Regelgröße.

Anfangs werden wie im Kapitel zuvor einige Grundbegriffe von Regelungen erklärt. Daraufhin wird definiert welche Größen und warum überhaupt geregelt werden soll (Kapitel 3.2.3 und 3.2.2). Danach werden die Regelungen für einen "idealen" Antriebsstrang (Kapitel 3.3.2) entworfen und anschließend in Kapitel 3.3.3 auf den "realen" Antriebsstrang adaptiert.

# 3.2. Theoretische Betrachtungen

# 3.2.1. Grundlagen

Im folgenden werden einige Grundbegriffe aus der Regelungstechnik erklärt. Die Erklärungen beziehen sich auf [24], woraufhin für vertiefende Betrachtungen verwiesen wird. Ein Regler arbeitet meist nach dem in Abbildung 3.1 dargestellten Prinzip. Das Ziel des Reglers ist es, den Ausgang eines Systems (die Messgröße y) auf einen bestimmten Sollwert (die Führungsgröße r) zu bringen. Bei einem Tempomaten hat der Regler beispielsweise die Aufgabe, das Fahrzeug auf einer gewissen Geschwindigkeit zu halten. Er bildet die Differenz aus Sollgeschwindigkeit und aktueller Geschwindigkeit, genannt



Abbildung 3.1.: Standardregelkreis, vgl. [24].

Regelfehler e, und versucht diese Größe gegen 0 zu führen.

$$e = r - y \tag{3.1}$$

Dies realisiert er, indem er dem Fahrzeug eine Sollgröße u beaufschlagt, was hier je nach Vorzeichen einem Brems- oder Antriebsmoment entspricht. Man spricht hier vom *Standardregelkreis*.

## **Bode Diagramm**

Beim Entwurf von Reglern, auch Reglersynthese genannt, werden häufig sogenannte Bode-Diagramme verwendet. Ein Bode-Diagramm stellt das Verhalten eines Systems in Abhängigkeit der angeregten Frequenz dar.



Abbildung 3.2.: Bode Diagramm eines PT1-Gliedes.

Betrachtet werden lineare zeitinvariante Systeme (kurz: LZI-Systeme). Beaufschlagt man ein ein solches System mit einer sinusförmigen Größe, so stellt sich am Ausgang eben-

falls eine sinusförmige Größe mit der selben Frequenz ein. Lediglich der Betrag und die Phasenverschiebung können differieren. Abbildung 3.2 zeigt das Bode Diagramm für ein System mit PT1-Verhalten. Der Betrag wird in Dezibel und die Frequenz logarithmisch dargestellt, um einen möglichst großen Bereich abbilden zu können.

Hier gibt es zwei für die Regelung interessante Größen:

• Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$ : Jene Frequenz bei welcher der Betrag des Frequenzganges den Wert 1 (entspricht 0 dB) annimmt:

$$|L_{PT1}(j\omega_c)| = 1 \tag{3.2}$$

• Phasenreserve  $\phi_r$ : Der Abstand, den der Phasenverlauf bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  zu -180° aufweist:

$$\phi_r = \operatorname{arc}\{L(j\omega_c)\} + \pi \tag{3.3}$$

#### **PI-Regler**

Der PI-Regler setzt sich aus einem Proportionalanteil sowie einem integrierenden Anteil zusammen.

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau$$
(3.4)

Dargestellt ist dieser in Abbildung 3.3. Der Proportionalanteil multipliziert den aktuellen Wert des Regelfehlers e mit einem Proportionalkoeffizienten  $k_p$ . Der integrierende Anteil berücksichtigt den Verlauf des Regelfehlers indem er ihn integriert und ebenfalls mit einem Koeffizienten  $k_i$  multipliziert. Der integrierende Anteil ist dazu da, die bleibende Regelabweichung zu kompensieren.



Abbildung 3.3.: Strukturbild eines PI-Reglers, vgl. [24].

Die meisten realen Strecken besitzen eine sogenannte Stellgrößenbeschränkung. Diese begrenzt das Ausgangssignal des Reglers auf eine Maximalgröße  $u_{max}$ :

$$u(t) = \begin{cases} u_{max}, & |\tilde{u}(t)| > u_{max} \\ \tilde{u}(t), & |\tilde{u}(t)| \le u_{max} \end{cases}$$
(3.5)

Das Problem ist hier die Kombination aus Begrenzung und Integrator. Erreicht der Ausgang  $\tilde{u}(t)$  die Begrenzung, so integriert der Integrator weiter und erhöht die Stellgröße, obwohl diese bereits begrenzt ist. Hier spricht man vom sogenannten *Windup-Effekt* ("Aufwickeln des Integrators"). Hier muss man sich eine Maßnahme überlegen, welche



Abbildung 3.4.: PI-Regler mit Anti-Windup Maßnahme, vgl. [24].

geeignet ist, diesen Effekt zu vermeiden. Eine Möglichkeit ist in Abbildung 3.4 dargestellt: Bei Erreichen der Begrenzung wird die Differenz  $\hat{u}(t)$  von gewünschter Stellgröße  $\tilde{u}(t)$  und begrenzter Größe u(t) mit einem Faktor  $k_n$  gewichtet dem Integratoreingang addiert.

$$\hat{u}(t) = u(t) - \tilde{u}(t) \tag{3.6}$$

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \cdot \int_0^t (e(\tau) + k_n \cdot \hat{u}(\tau)) d\tau$$
(3.7)

# 3.2.2. Antriebsschlupfregelung

Wie in Kapitel 2 erwähnt, ist die Kraft, welche der Reifen an den Untergrund übertragen kann, abhängig vom Schlupf. In Diagramm 3.5 lässt sich erkennen, dass es einen bestimmten Schlupfwert gibt, bei dem die maximale Kraft (durch roten Punkt markiert) übertragen werden kann.



Abbildung 3.5.: Längskraft in Abhängigkeit des Schlupfes bei konstanter Aufstandskraft.

Je nach Untergrund erreicht man diesen Punkt schneller oder langsamer. Auf Eis genügt etwa bereits wenig Motormoment um über diesen Punkt hinauszuschießen. Die Folge dessen ist, dass die Reifen durchdrehen und nur ein begrenzter Anteil der Motorleistung in Vortrieb umgesetzt wird. Um bei durchdrehenden Reifen besser beschleunigen zu können hilft es nicht das Fahrpedal fester zu treten, nach dem Motto "viel hilft viel", sondern eher das Pedal zu lösen um die Motorleistung zu verringern. Verringert man das Moment, so sinkt die Drehzahl und somit der Schlupf - man nähert sich dem idealen Schlupf an, und es kann mehr Kraft übertragen werden. Im Prinzip ist dies die Aufgabe der Antriebsschlupfregelung.

Um dies umzusetzen wurden zwei Regelungskonzepte entworfen: zum einen ein nichtintegrierender Sliding Mode Regler sowie eine Vorsteuerung mit zusätzlichem Proportionalregler.

# 3.2.3. Antiblockiersystem

Um ein Fahrzeug zum Stehen zu bringen und während der Fahrt unter Kontrolle zu halten benötigt man eine Bremsanlage. Die ersten Bremsen wurden in Fuhrwerken eingesetzt, um das Fuhrwerk auch bergab unter Kontrolle zu halten [7]. Hierzu wurden anfangs vermutlich Holzpfosten ähnlich einem Anker in den Boden gerammt und so gebremst. Dies wurde immer weiter verfeinert und in den Anfängen des Automobilbaus kamen bereits Felgenbremsen zum Einsatz. Diese ersten Bremsen produzierten das Bremsmoment indem sie Bremsklötze gegen die Flanken der Felgen drückten. Die Ansteuerung geschah meist über Hebel. Aufgrund der schwachen Motorisierung der ersten Automobile wurden an die Bremsen jedoch keine allzu großen Anforderungen gestellt. Anfangs wurden auch nur die Hinterräder gebremst. Einige Jahrzehnte nach den ersten PKWs wurden auch die Vorderräder mit Bremsen versehen. Diese wurden teilweise schon mit Seilzügen angesteuert. Springt man in der Geschichte wieder einige Jahre nach vorne, so wurde die Ansteuerung durch ein Hydrauliksystem ersetzt. Dies wird auch heutzutage noch verwendet. Vor allem im Rennsport wird aber immer mehr auf elektronische Ansteuerung, sogenanntes "brake-by-wire" gesetzt, da hydraulische Systeme relativ träge sind [25].

Ende der 1970er Jahre wurde das erste Antiblockiersystem in Serienfahrzeugen verbaut [26]. Das Ziel des Antiblockiersystems ist es bei einer Vollbremsung erstens das Blockieren der Reifen zu verhindern, sowie zweitens für die ideale Verzögerung zu sorgen. Das Blockieren der Reifen soll verhindert werden um die Lenkbarkeit des Fahrzeugs auch in Notsituationen zu gewährleisten. Die ideale Verzögerung sorgt für den kürzest möglichen Bremsweg. Diese beiden Kriterien lassen sich mit der Regelung auf einen bestimmten Sollschlupf erfüllen. Wie in Abbildung 3.6 zu erkennen, sieht der Kraftverlauf ähnlich dem in die positive Schlupfrichtung aus. Auch hier gibt es einen Schlupf  $s^*$ , mit einer - in die negative Richtung - maximalen Längskraft.

Man könnte nun einfach einen Antriebsschlupfregler entwerfen und diesen mit anderem Vorzeichen als Antiblockiersystem verwenden. Jedoch ist es nicht möglich rein elektrisch zu Bremsen. Ist die Batterie des Fahrzeuges geladen, so muss die Bremsenergie auf anderem Wege abgeführt werden. Aus diesem Grunde wird in dieser Arbeit eine konventionelle mechanische Bremse eingesetzt. Diese besitzt bereits ein Antiblockiersystem, welches über eine Ventilsteuerung der hydraulischen Bremsen angesteuert wird. Die konventionelle Bremse bzw. dessen ABS besitzt einiges an Verbesserungspotential. Die Ansteuerung



Abbildung 3.6.: Längskraft in Abhängigkeit des Schlupfes bei konstanter Aufstandskraft.

über die Hydraulikschläuche ist sehr träge, dies kann als PT1-Verhalten mit einer Zeitkonstante von etwa 200 ms betrachtet werden [5].

Zusätzliches Verbesserungspotential ergibt sich dadurch, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit durch das ABS-Systems nur geschätzt wird. Dies geschieht aufgrund der Radumlaufgeschwindigkeiten [26]. Es wird davon ausgegangen, dass das zu regelnde Fahrzeug aufgrund des Allradantriebs über Beschleunigungssensoren verfügt [7]. Durch diese kann die geschätzte Geschwindigkeit näher an die reale angenähert werden. In dieser Arbeit wird jedoch davon ausgegangen, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit bekannt ist.

#### Konventionelles ABS

Die Diagramme in Abbildung 3.7 zeigen das Bremsverhalten mit konventionellem ABS ohne zusätzliche Eingriffe durch den Elektromotor. Wie man erkennen kann schwankt die Radumlaufgeschwindigkeit sehr stark und somit auch der Schlupf. Das Prinzip des ABS Systems funktioniert vereinfacht wie folgt: der Fahrer betätigt das Bremspedal, die Bremse beginnt das Rad zu bremsen, sobald ein bestimmter Bremschlupf unterschritten wird, wird die Bremse wieder gelöst. Sobald dieser Sollschlupf wieder überschritten wird, wird die Bremse wieder betätigt bis das Rad blockiert, usw. Die Ansteuerung der Bremse geschieht durch Öffnen bzw. Schließen von Ventilen und wird durch ein hydraulisches System an den Bremskolben weitergeleitet. In Fahrzeugen ohne Allrad ist meist kein Beschleunigungssensor verbaut. Somit wird beim mechanischen ABS die Fahrzeuggeschwindigkeit über die Radumlaufgeschwindigkeiten geschätzt, dadurch basiert der Schlupf auf einer Schätzung der Fahrzeuggeschwindigkeit.

Die Realisierung dieses ABS-Systems war nicht Teil dieser Arbeit. Eine Implementierung in Matlab/Simulink wurde in einer anderen Arbeit am Institut für Fahrzeugtechnik erstellt und fertig erhalten, [1].



Abbildung 3.7.: Bremsverhalten mit konventionellem ABS

# 3.3. Reglerentwurf

# 3.3.1. Sollwertbestimmung

Bevor man sich über die Regelstrategie Gedanken macht, muss zuerst eine Führungsgröße bestimmt werden. Ziel der Regelung ist es, das Überschreiten des idealen Schlupfes zu verhindern. Würde man immer auf den idealen Schlupf regeln, wäre hier das Problem, dass man nicht sanft beschleunigen könnte. Man hätte so immer die für die aktuellen Verhältnisse maximal mögliche Beschleunigung. Eine weitere Variante ist, erst ab Überschreiten des idealen Schlupfes die Regelung zu aktivieren. Bei der hier umgesetzten Variante ist der Regler immer aktiv. Die Führungsgröße wird unter anderem aufgrund der aktuellen Fahrpedalstellung berechnet.

Der Sollschlupf  $\tilde{s}$ , auf den geregelt wird, ist hier abhängig vom Reibwert  $\mu$ , dem Verlauf der Fahrpedalstellung sowie der Aufstandskraft  $F_z$ . Je nach Untergrund erreicht man bei unterschiedlichen Schlupfwerten die maximale Längskraft. Ziel der Regelung ist es, auf diesen Wert zu regeln. Abbildung 3.8 zeigt den Verlauf der Längskraft bei unterschiedlichen Reibwerten.

Im Unterschied zum realen Fahrzeug, werden in dieser Arbeit folgende Annahmen getroffen:

- Der Reibkoeffizient  $\mu$  zwischen Reifen und Fahrbahn sei bekannt.
- Die Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_x$  sei bekannt, dadurch kann der Schlupf ohne Schätzungen berechnet werden.

Wie bereits erwähnt hängt der ideale Schlupf für die aktuelle Fahrsituation hauptsächlich vom Reibwert, der Aufstandskraft und dem Verlauf der Fahrpedalstellung ab. Hierzu wurde eine Funktion gesucht, welche aufgrund der Informationen Reibwert  $\mu$ , Aufstands-



Abbildung 3.8.: Längskraft in Abhängigkeit des Schlupfes bei unterschiedlichen Straßenverhältnissen und konstanter Aufstandskraft  $F_z$ .

kraft  $F_z$ , Fahrpedalstellung P sowie der zeitlichen Änderung der Fahrpedalstellung  $\frac{d}{dt}$ P der Sollschlupf berechnet.

Da der Regler immer aktiv ist, soll sich der Schlupf bei theoretisch nicht notwendiger Regelung so verhalten, als ob der Regler inaktiv wäre. So wird gewährleistet, dass das Verhalten des Fahrzeuges bei moderater Fahrweise nicht zu sehr vom Regler beeinflusst wird.

Gesucht ist nun eine Funktion, für die gilt:

$$\tilde{s} = f(\mathbf{P}, \frac{d}{dt}\mathbf{P}, \mu, F_z) \tag{3.8}$$

Die Vorgehensweise ist folgende: Zuerst wird ein Beschleunigungsvorgang ohne Regelung simuliert. Die Stellung des Fahrpedals wird gleichmäßig bis zum Maximum erhöht und dort konstant gehalten (siehe Abbildung 3.9).



Abbildung 3.9.: Verlauf der Fahrpedalstellung.

Anschließend wird aus Diagramm 3.10 der Schlupf  $s^*$ , bei dem die maximale Längskraft auftritt, bestimmt.



Abbildung 3.10.: Längskraft in Abhängigkeit des Schlupfes bei konstanter Aufstandskraft.

In Diagramm 3.11 sind auf der x-Achse die Fahrpedalstellung und auf der y-Achse der zugehörige Schlupfwert aufgetragen. Die Kurve wird nur bis zum idealen Schlupf für die jeweilige Fahrbahn abgebildet, da es das Ziel der Regelung ist, das Überschreiten des idealen Schlupfes zu verhindern.



Abbildung 3.11.: Schlupf in Abhängigkeit der Fahrpedalstellung.

Es lässt sich erkennen, dass die abgebildete Kurve einer Exponentialfunktion der Form

$$f(\mathbf{P}) = A \cdot (e^{B \cdot \mathbf{P}} - 1) \tag{3.9}$$

ähnelt. Betrachtet man diese Kurve für unterschiedlich große Änderungen der Fahrpedalstellung  $\frac{d}{dt}$ P (Diagramm 3.12), so lässt sich erkennen, dass die Kurve immer ähnliches Verhalten aufzeigt. (siehe Diagramm 3.13)

Sucht man für verschiedene  $\frac{d}{dt}$ P die Werte A und B um die Kurve zu beschreiben, so wurde in Simulationen erkannt, dass der Wert B sich kaum verändert. Aus diesem Grund wird der Wert für alle  $\frac{d}{dt}$ P konstant gehalten. Der Parameter A wird für unterschiedliche  $\frac{d}{dt}$ P bestimmt. In Diagramm 3.14 ist ersichtlich, dass sich der Parameter A in Abhängigkeit von  $\frac{d}{dt}$ P ebenfalls wie eine Exponentialfunktion verhält:

$$A(\frac{d}{dt}\mathbf{P}) = a \cdot e^{b \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{P}} + c \tag{3.10}$$



Abbildung 3.13.: Idealer Schlupf für unterschiedliche Verläufe der Fahrpedalstellung

Die Parameter wurden mit der Matlab-Funktion EzyFit ermittelt, [27].



Dies führt zu folgender Funktion für den Sollschlupf:

$$\tilde{s}(\mathbf{P}, \frac{d}{dt}\mathbf{P}) = (a \cdot e^{b \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{P}} + c) \cdot (e^{B \cdot \mathbf{P}} - 1)$$
(3.11)

Bei Überschreiten des idealen Schlupfes $s^*$ soll  $\tilde{s}$ auf den für den Reibwert $\mu$ idealen

Schlupf beschränkt werden:

$$0 \le \tilde{s} \le s^* \tag{3.12}$$

**Kraftschlussbeiwert**  $\mu$ : Wie man in den Diagrammen 3.15 und 3.16 erkennen kann, äußert sich der Einfluss des Reibwertes lediglich in einem anderen Schlupf für maximale Kraftübertragung. Erst ab dort besitzen die Schlupfverläufe eine unterschiedliche Abreisscharakteristik.



Abbildung 3.15.: Schlupfverlauf in Abhängigkeit der Fahrpedalstellung bei  $\mu = 1$ .



Abbildung 3.16.: Schlupfverlauf in Abhängigkeit der Fahrpedalstellung bei  $\mu = 0.6$ .

# 3.3.2. Idealer Antriebsstrang

Zuerst wird eine Regelung für einen als "ideal" bezeichneten Antriebsstrang entworfen. Hierzu werden das Getriebe sowie die Antriebswelle als steif angenommen. Außerdem werden das Zahnflankenspiel im Getriebe und die Reifendynamik 1. Ordnung vernachlässigt.

#### 3.3.2.1. Antriebsschlupfregelung

Das System, das geregelt werden soll, ist nichtlinear. Wäre es linear, könnte man auf verschiedene Methoden der systematische Reglersynthese zurückgreifen. Für die Antriebsschlupfregelung gilt dies jedoch aufgrund von Begrenzungen und einiger nichtlinearer Zusammenhänge (Schlupf, Reifenmodell) leider nicht, also werden hier zwei verschiedene Konzepte erstellt:

- Sliding Mode Regelung
- Vorsteuerung mit Proportionalregler und Sollwertbestimmung

#### 3.3.2.1.1. Sliding Mode Control

Die erste umgesetzte Regelung behandelt den Sliding Mode Regler. Diese Regelung, auch als Strukturvariable Regelung bezeichnet, kann unter anderem bei nichtlinearen Regelungen eingesetzt werden und ist robust gegenüber Parameteränderungen der Strecke [28]. Beim Sliding Mode Controller wird eine sogenannte Sliding Surface  $\sigma$  definiert. Das Ziel des Reglers ist es, die Trajektorie des Regelfehlers *e* auf diese Sliding Surface zu bringen und um diese in die Ruhelage  $\sigma_0$  zu "sliden". Zuerst wird der Regelfehler mit

$$e = r - y \tag{3.13}$$

definiert. Anschließend bildet man einen Zustandsvektor  $\epsilon$  in Abhängigkeit des Regelfehlers. Die Zustandsvariable  $\epsilon_1$  entspricht dem Regelfehler, die Zustandsvariable  $\epsilon_2$  dem Integral des Regelfehlers über der Zeit in Abhängigkeit eines Faktors  $\kappa$ :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \epsilon_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} e & \kappa \cdot \int e \, dt \end{bmatrix}^T \tag{3.14}$$

Die Sliding Surface  $\sigma$  wird wie folgt definiert, [29] :

$$\sigma = e + \kappa \cdot \int e \, dt \tag{3.15}$$

Sofern die Ruhelage  $\sigma = 0$  attraktiv und stabil ist, ergibt sich über den Zusammenhang (3.15) der in Abbildung 3.17 zu sehende Trajektorienverlauf im Zustandsraum.

In dieser Arbeit wird ein nichtintegrierender Sliding Mode Regler umgesetzt, da die stationäre Genauigkeit bei der Antriebsschlupfregelung eine untergeordnete Rolle spielt [31]. Im nichtintegrierenden Fall [32] entspricht die Sliding Surface  $\sigma$  dem Regelfehler *e*. Auf die Antriebsschlupfregelung angewendet berechnet sich dieser zu:

$$\sigma = e = \tilde{s} - s_A \tag{3.16}$$

Hier entspricht  $\tilde{s}$  dem Sollschlupf und  $s_A$  dem aktuellen Antriebsschlupf, welcher sich wie folgt berechnet:

$$s_A = \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} - v}{\omega_R \cdot r_{dyn}} \tag{3.17}$$

Ziel der Regelung ist es, den Zustand  $\sigma = 0$  zu erreichen. Dazu muss die Ruhelage  $\sigma = 0$ auf Attraktivität und Stabilität überprüft werden. Zum einen wird hier überprüft ob die Ruhelage erreicht wird, zum anderen ob der Zustand in der Ruhelage verweilt. Gesucht wird dazu eine Lyapunov Funktion  $V(\sigma)$  mit den Eigenschaften [28]:



Abbildung 3.17.: Sliding Mode Regler, Trajektorienverlauf der "Sliding Surface", vgl. [30].

- 1.  $V(\sigma) > 0$
- 2.  $\dot{V}(\sigma) < 0$

Als geeignet hat sich hier folgende Funktion herausgestellt:

$$V(\sigma) = \frac{1}{2}\sigma^2 \tag{3.18}$$

Diese Funktion ist positiv für alle  $\sigma$ . Die erste Bedingung ist somit erreicht. Die Ableitung der Funktion lautet:

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \cdot \dot{\sigma} \tag{3.19}$$

Da  $\dot{V}(\sigma) < 0$  für alle  $\sigma$  gelten soll, damit der Zustand  $\sigma = 0$  in endlicher Zeit erreicht wird, wird die Ableitung mit folgender immer negativer Funktion gleichgesetzt:

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} \le -\beta \cdot \sigma \cdot \operatorname{sgn}(\sigma) < 0 \tag{3.20}$$

 $\beta$  ist hier eine positive Größe. Formt man dies um auf  $\dot{\sigma}$ , erhält man folgenden Ausdruck:

$$\dot{\sigma} \le -\beta \cdot \operatorname{sgn}(\sigma) \tag{3.21}$$

Leitet man nun Gleichung (3.16) nach der Zeit ab, erhält man:

$$\dot{\sigma} = -\dot{s}_A \tag{3.22}$$

Setzt man dies gleich mit (3.21) und formt es um auf  $\dot{s}_A$ , ergibt sich für die Ableitung des Antriebsschlupfes  $\dot{s}_A$ :

$$\dot{\mathbf{s}}_A \ge \beta \cdot \operatorname{sgn}(\sigma)$$
 (3.23)

Leitet man die Regelgröße  $s_A$  nach der Zeit ab, erhält man:

$$\dot{s}_A = -\frac{\dot{v}}{\omega_R \cdot r_{dyn}} + \frac{v \cdot \dot{\omega}_R}{r_{dyn} \cdot \omega_R^2} \tag{3.24}$$

Somit erhält man aus (3.24) und (3.23):

$$\beta \cdot \operatorname{sgn}(\sigma) = -\frac{\dot{v}}{\omega_R \cdot r_{dyn}} + \frac{v \cdot \dot{\omega}_R}{r_{dyn} \cdot \omega_R^2}$$
(3.25)

Als Stellgröße für den Schlupf kann das Motormoment vorgegeben werden. Dies erhält man aus dem Drallsatz des Rades, siehe Kapitel 2.2.2:

$$J_R \cdot \dot{\omega}_w = M_A - M_B - F_x \cdot r - F_z \cdot a_r \cdot r_{dyn} \tag{3.26}$$

Die Ableitung der Geschwindigkeit ergibt sich aus der Bewegungsgleichung des Fahrzeuges:

$$\dot{v} = \ddot{x} = \frac{1}{m_A} (F_x - W_L)$$
 (3.27)

Vernachlässigt man den Luftwiderstand  $W_L$  so ergibt sich aus den Gleichungen (3.27), (3.17), (3.26) und (3.25) umgeformt auf  $M_A$  folgendes Regelgesetz:

$$\tilde{M}_A = \frac{J_R \cdot \omega_R}{1 - s_A} \cdot \beta \cdot \operatorname{sgn}(\sigma) + \left(\frac{J_R}{(1 - s_A) \cdot r_{dyn} \cdot m_A} + r_{dyn}\right) \cdot F_x$$
(3.28)

**Chattering Problem:** In Abbildung 3.17 ist eine ideale Umsetzung des Regelgesetzes dargestellt. In der Realität wären hier vom Aktuator unendlich hohe Schaltgeschwindigkeiten nötig, welche von realen Schaltgliedern nicht aufgebracht werden können [30],[28]. Dies wird als "chattering problem, bezeichnet, da man sozusagen um den Sollwert bzw. die Sliding Surface herumzittert ("chattering"). In Abbildung 3.18 wird das Verhalten des Sliding Mode Reglers bei Auftreten des chattering Problems gezeigt. In der Abbildung ist das Verhalten des integrierenden Reglers gezeigt, da das Problem beim nicht-integrierenden schwer zu visualisieren ist.

Dies kann zu starken Abnutzungserscheinungen bei Aktuatoren führen und sollte verhindert werden [33]. Als Abhilfe wird die Signum-Funktion (Abb. 3.19) durch eine Sättigungsfunktion (Abb. 3.20) ersetzt, in welcher der Wert  $\sigma$  durch eine Größe  $\epsilon$  skalieren wird, wie in Gleichung (3.29) definiert.

$$\operatorname{sat}(\frac{\sigma}{\epsilon}) = \begin{cases} -1, & \frac{\sigma}{\epsilon} \le -1\\ \frac{\sigma}{\epsilon}, & -1 \le \frac{\sigma}{\epsilon} \le 1\\ 1, & \le \frac{\sigma}{\epsilon} \le 1 \end{cases}$$
(3.29)



Abbildung 3.18.: Sliding Mode: Chattering Problem, vgl. [30]



Abbildung 3.19.: Signum-Funktion

Abbildung 3.20.: Sättigungsfunktion

Das Regelgesetz mit den beiden Regelparametern  $\beta$  und  $\epsilon$  lautet nun:

$$M_A = \frac{J_R \cdot \omega_R}{1 - s_A} \cdot \beta \cdot \operatorname{sat}(\frac{\sigma}{\epsilon}) + \left(\frac{J_R}{(1 - s_A) \cdot r_{dyn} \cdot m_A} + r_{dyn}\right) \cdot F_x$$
(3.30)

Beim berechneten Antriebsmoment  $\tilde{M}_A$  handelt es sich um ein gewünschtes Moment, welches am Rad benötigt wird um die Forderungen der Regelung zu erfüllen. Da auch im Falle des "idealen" Antriebsstranges die Motorbegrenzung berücksichtigt wird, wird dieses Moment noch begrenzt. Aus diesem Grunde wird in weiterer Folge das in Gleichung (3.30) berechnete Moment als  $\tilde{M}_A$  bezeichnet. Da der Regler direkt ein Antriebsmoment  $\tilde{M}_A$  berechnet, muss noch auf ein gewünschtes Motormoment  $\tilde{M}_M$  umgerechnet werden. Es gilt aufgrund der Übersetzung im Getriebe:

$$\tilde{M}_A = \tilde{M}_M \cdot i_G \quad \to \quad \tilde{M}_M = \frac{M_A}{i_G}$$
(3.31)

Dieses Moment wird anschließend aufgrund der Leistungsbegrenzung auf ein maximales Motormoment  $M_{max}(\omega_M)$  begrenzt:

$$M_M = \begin{cases} \tilde{M}_M, & \tilde{M}_M \le M_{max}(\omega_M) \\ M_{max}(\omega_M), & \tilde{M}_M > M_{max}(\omega_M) \end{cases}$$
(3.32)

Wie man im Regelgesetz (Gleichung (3.30)) erkennen kann, kann erst ein Moment aufgebaut werden, nachdem der Reifen einen Schlupf besitzt. Der Regler wird hier deshalb so implementiert, dass er erst aktiviert wird, sobald sich der Schlupf in der Nähe des Schlupfes mit der maximalen Kraftübertragung befindet. Da der Regler wie Anfangs erwähnt immer aktiv sein soll ist dieses Verhalten nicht ideal. Aus diesem Grund wird in Kapitel 3.3.2.1.2 zum Vergleich eine zweite Regelstrategie entwickelt.

Um zu zeigen, dass die Regelung trotzdem noch sehr gut funktioniert, hier einige Diagramme während eines Beschleunigungsmanövers: Bei dem Manöver wurde das Fahrpedal kontinuierlich bis zum Maximum erhöht und dort gehalten. Abbildung 3.21 zeigt das Verhalten des Fahrzeuges ohne aktivierte Antriebsschlupfregelung. Abbildung 3.22 zeigt das Verhalten des Schlupfes bei aktivierter Regelung. Wie sich erkennen lässt, nähert sich der Schlupf (im Diagramm mit *s* beschrieben) ab Aktivieren der Regelung nach kurzer Zeit dem Sollschlupf.



Abbildung 3.21.: Antriebsstrang "ideal", Sliding Mode Regelung deaktiviert.

#### 3.3.2.1.2. Vorsteuerung

Zusätzlich zum Sliding Mode Regler wird ein zweites Regelkonzept entworfen. Da man relativ gut über das Fahrzeugverhalten Bescheid weiß, liegt es nahe dieses Wissen für die Regelung zu nutzen. Der Wunsch ist nun mittels einer Vorsteuerung das Motormoment zu berechnen, welches für einen bestimmten Schlupf benötigt wird. Bei der Vorsteuerung



Abbildung 3.22.: Antriebsstrang "ideal", Sliding Mode Regelung aktiviert.

handelt es sich, wie der Name bereits vermuten lässt, um eine Steuerung. Eine Steuerung besitzt im Unterschied zur Regelung keine Rückkopplung des Systems, und reagiert somit nicht auf Störungen sowie äußere Einflüsse. Um dies zu berücksichtigen wird zusätzlich ein Regler benötigt. Als Regler wird hier ein Proportional-Regler eingesetzt, da stationäre Genauigkeit bei der Antriebsschlupfregelung keine große Bedeutung hat, [31]. Die Struktur der Vorsteuerung mit zusätzlicher Regelung ist in Abbildung 3.23 zu sehen.



Abbildung 3.23.: Blockschaltbild Vorsteuerung, vgl. [34].

Beim Entwurf der Vorsteuerung wird das Moment berechnet, welches für einen bestimmten Sollschlupf nötig ist. Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, lautet die Formel für den Antriebsschlupf:

$$s_A = \frac{\omega_R \cdot r_{dyn} - v_x}{\omega_R \cdot r_{dyn}} \tag{3.33}$$

Beim Entwurf der Vorsteuerung geht man davon aus, dass sich der Schlupf nach Erreichen des Sollschlupfes nicht mehr ändert. Hierzu bildet man die Ableitung des Schlupfes:

$$\dot{s}_A = -\frac{\dot{v}_x}{r_{dyn} \cdot \omega} + \frac{v_x \cdot \dot{\omega}_R}{r_{dyn} \cdot \omega_R^2} \tag{3.34}$$

Und setzt diese zu 0:

$$\dot{s}_A \stackrel{!}{=} 0 \tag{3.35}$$

51

Man erhält damit folgende Gleichung:

$$0 = -\frac{\dot{v}_x}{r_{dyn} \cdot \omega_R} + \frac{v_x \cdot \dot{\omega}_R}{r_{dyn} \cdot \omega_R^2}$$
(3.36)

Formt man Gleichung (3.33) auf die Geschwindigkeit um, erhält man:

$$v_x = (1 - s_A) \cdot \omega_R \cdot r_{dyn} \tag{3.37}$$

Setzt man dies in Gleichung (3.36) ein, so kürzen sich die Fahrzeuggeschwindigkeit sowie die Raddrehzahlen:

$$\dot{v} = (1 - s_A) \cdot r_{dyn} \cdot \dot{\omega}_R \tag{3.38}$$

Hier können nun der Drallsatz des Rades (3.39), sowie die Bewegungsgleichung des Fahrzeuges (3.40) eingesetzt werden.

$$\dot{\omega}_R \cdot J_R = M_A - (F_x + F_z \cdot a_r) \cdot r_{dyn} \tag{3.39}$$

$$\dot{v}_x \cdot m_A = \sum F_x - W_L \tag{3.40}$$

Umgeformt auf das Antriebsmoment  $M_A$  erhält man als Steuergesetz für die Vorsteuerung:

$$M_{A,vorst} = F_x \cdot \left(\frac{2 \cdot J_R}{(1 - s_A) \cdot r_{dyn} \cdot m_A} + r\right) + r_{dyn} \cdot a_r \cdot F_z \tag{3.41}$$

Da es sich, wie der Name bereits andeuten lässt, um eine Steuerung handelt, wird hier nicht auf dynamische Änderungen reagiert. Deshalb wird zusätzlich zur Vorsteuerung ein Regler benötigt, der etwaige Parameterschwankungen, Störungen oder ähnliches ausregelt. Hierzu wird ein einfacher Proportionalregler verwendet:

$$M_{A,p} = (\tilde{s} - s_A) \cdot k_p \tag{3.42}$$

Untersuchungen haben gezeigt, dass die stationäre Genauigkeit bei der Antriebsschlupfregelung keine allzugroße Bedeutung hat [31]. Somit wird der integrierende Teil des PI-Reglers aus Kapitel 3.2.1 vernachlässigt.

Die Stellgröße setzt sich nun aus den von Vorsteuerung und Proportionalregler berechneten Momenten zusammen:

$$M_A = M_{A,vorst} + M_{A,p} \tag{3.43}$$

Wie beim Sliding Mode Regler muss hier noch auf das Motormoment umgerechnet werden, da dies aufgrund der Leistungsbegrenzung begrenzt wird:

$$M_A = \tilde{M}_M \cdot i_G \quad \to \quad \tilde{M}_M = \frac{M_A}{i_G} \tag{3.44}$$



Abbildung 3.24.: Antriebsstrang "ideal", Regelung durch Vorsteuerung deaktiviert.



Abbildung 3.25.: Antriebsstrang "ideal", Regelung durch Vorsteuerung aktiviert.

## Ergebnisse der Vorsteuerung:

Wie sich erkennen lässt, werden mit Vorsteuerung inklusive Proportionalregler sehr zufriedenstellende Ergebnisse erziehlt. Der Schlupf (im Diagramm mit s beschrieben) folgt dem vorgegebenen Sollschlupf besser als die Regelung mittels Sliding Mode Regler (vgl. Abbildung 3.22). Wie sich erkennen lässt, weicht der Schlupf in den ersten Sekunden weniger vom Sollwert ab. Aufgrunddessen werden die weiteren Betrachtungen unter Verwendung dieses Regelkonzeptes durchgeführt.

### 3.3.2.2. Antiblockiersystem

#### Regelungskonzept

Hier muss ein Konzept entworfen werden, bei welchem zwei vorhandene Regler - das konventionelle ABS System, sowie die Regelung des Elektromotors - so kombiniert, dass sich diese Regler gegenseitig ergänzen. Es muss auf jeden Fall vermieden werden, dass die Regler gegeneinander arbeiten, d.h. ein Regler die Funktionalität des anderen beeinträchtigt bzw. außer Kraft setzt. Lässt man beide Systeme gleichzeitig regeln, so wird das System vermutlich zur Gänze vom Elektromotor geregelt: Der Elektromotor wird sofort auf den nötigen Schlupf regeln, das konventionelle ABS System erkennt keinen Grund bei der Bremsung mitzuhelfen, da der ideale Schlupf bereits durch den Elektromotor erreicht wird. Während der Bremsung funktioniert der Motor als Generator. Hier wird mechanische in elektrische Energie umgewandelt. Durch die Belastung des Generators mit der Batterie bildet sich ein Moment welches dem Antriebsmoment entgegenwirkt und somit zur Bremsung führt.

Da diese Energie abgeführt werden muss, kann nur gebremst werden solange die Batterie nicht voll geladen ist. Der Ladezustand der Batterie wird in dieser Arbeit nicht betrachtet, somit wird davon ausgegangen, dass der Hauptanteil des Bremsmomentes von der mechanischen Bremse aufgebracht werden soll und der Elektromotor nur als Zusatzregelung dient.

In dieser Arbeit wird das Problem wie folgt gelöst: Zuerst wird von einem Regler das nötige Bremsmoment  $M_B$  für den Sollschlupf berechnet, anschließend wird das Bremsmoment der hydraulischen Bremse  $M_{B,h}$  von diesem Moment abgezogen und dem Elektromotor als Sollgröße vorgegeben. Am Rad summieren sich diese beiden Momente wieder und sorgen für die Verzögerung.



Abbildung 3.26.: Aufteilung der Bremsmomente.

## 3.3.3. Realer Antriebsstrang

Die reine Schlupf-Regelung wie in Kapitel 3.3.2.1 beschrieben, ist für einen realen Antriebsstrang nicht zielführend, da das System aufgrund der Torsion zu träge auf Momentenänderungen reagiert. Versuche mit einem weniger aggressiven Regler waren nicht sehr vielversprechend. Da es sich beim Antriebsstrang um ein lineares System handelt, kann man dies in Form einer Kaskadenregelung umsetzen.

## 3.3.3.1. Kaskadenregelung

Bei einer Kaskadenregelung werden mehrere Regler ineinander geschalten. Hier dient die Stellgröße des äußeren Reglers als Führungsgröße des inneren. Abbildung 3.27 zeigt das

Blockschaltbild der Kaskadenregelung. Mit dem äußeren Regelkreis wird das benötigte Moment am Rad für einen Sollschlupf vorgegeben, während im inneren Regelkreis gewährleistet wird, dass dies auch am Rad ankommt (in Abb. 3.27 blau dargestellt). Der äußere Regler regelt hier ein nichtlineares System, der innere ein lineares. Der Vorteil dadurch ist, dass bei linearen Systemen eine einfachere Reglersynthese möglich ist.



Abbildung 3.27.: Blockschaltbild der Kaskadenregelung.

Das Ziel des inneren Regelkreises ist es, die nicht idealen Eigenschaften des Antriebsstranges auszuregeln. Er soll dafür sorgen, dass das vom äußeren Regler geforderte Moment am Rad ankommt. Da es sich beim inneren Regelkreis um ein lineares System handelt, bietet es sich an, den Regler mittels klassischer Verfahren zu entwerfen.

Für den äußeren Regelkreis wird hier der in Kapitel 3.3.2.1 entworfene Schlupfregler übernommen.

#### 3.3.3.1.1. Innerer Regelkreis

Um einen systematischen Reglerentwurf durchführen zu können, wird zuerst die Übertragungsfunktion des Antriebsstranges gebildet. Der Antriebsstrang wird hier als Mehrgrößensystem mit den Eingängen Motormoment  $M_m$  und Raddrehzahl  $\omega_R$ , sowie den Ausgängen Antriebsmoment  $M_A$  und Motordrehzahl  $\omega_M$  (siehe Abbildung 2.28) betrachtet:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} M_M \\ \omega_R \end{bmatrix} \tag{3.45}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} M_A \\ \omega_M \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

Der Zustandsvektor wird wie folgt gewählt:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \alpha_R \\ \alpha_M \\ \omega_M \end{bmatrix}$$
(3.47)

Mithilfe der Gleichungen 2.65 und 2.66 lässt sich das Zustandsraummodell bilden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{AS}}{i_G \cdot (J_M + J_{GE})} & -\frac{k_{AS}}{i_G^2} & -\frac{d_{AS} + d_v}{i_G^2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{(J_M + J_{GE})} & \frac{d_{AS}}{i_G \cdot (J_M + J_{GE})} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -k_{AS} & \frac{k_{AS}}{i_G} & \frac{d_{AS}}{i_G} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 & -d_{AS} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}$$
(3.49)

Die Übertragungsfunktion eines solchen Mehrgrößensystems entspricht einer Matrix, [35]:

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$
(3.50)

Für die Regelung relevant ist in diesem Fall jedoch nur die Übertragungsfunktion von  $M_M$  zu  $M_A$ , in den weiteren Betrachtungen  $G_{AS}(s)$  genannt.

$$G_{11}(s) = G_{AS}(s) = \frac{M_A(s)}{M_M(s)}$$
(3.51)

Durch den inneren Regelkreis soll erreicht werden, dass das Signal am Ausgang dem Signal am Eingang möglichst schnell folgt. Hierzu wird die Sprungantwort von  $G_{AS}(s)$  betrachtet. Abbildung 3.28 lässt erkennen, dass die Übertragungsfunktion sehr stark zum Schwingen neigt. Diese Schwingung benötigt auch etwa 15 – 20s bis sie abklingt



Abbildung 3.28.: Sprungantwort der ungeregelten Strecke  $G_{AS}(s)$  (multipliziert mit  $\frac{1}{i_G}$ ).

und sich die Ausgangsgröße der Eingangsgröße angleicht. Da die Eingangsgröße aufgrund der Regelung jedoch ein sehr dynamisches Verhalten aufweist, ist dies nicht akzeptabel. Betrachtet man das Bode-Diagramm dieser Übertragungsfunktion in Abbildung 3.29, so fällt auf, dass bei  $\omega_{res}$  eine Resonanzfrequenz auftritt.

Diese Resonanzfrequenz wird mithilfe eines Notch-Filters gefiltert, [36]. Dieser wird auch als Kerb-Filter oder Bandsperre bezeichnet. Wie der Name bereits andeuten lässt, dämpft dieser Filter den Betragsverlauf in einem gewissen engen Frequenzbereich. Die Betragskennlinie des entworfenen Filters ist in Abbildung 3.30 dargestellt.

Entworfen wurde der Filter mit *sisotool* in Matlab. Der Filter wurde für eine bekannte Resonanzfrequenz ausgelegt, die als konstant und bekannt angenommen wird. Hat man jedoch mehrere Resonanzfrequenzen auszuregeln, so bietet es sich an, den Filter dynamisch auszulegen. Dazu sei auf [37] verwiesen.



Abbildung 3.29.: Bode Diagramm der ungeregelen Übertragungsfunktion  $G_{AS}(j\omega)$ .

#### Reglerentwurf

Da es sich beim inneren Regelkreis um ein lineares Modell handelt, bieten sich einige einfache systematische Methoden zum Reglerentwurf an. In dieser Arbeit wird das Frequenzkennlinienverfahren (siehe [24]) genutzt. Beim Frequenzkennlinienverfahren wird das Bode Diagramm des offenen Regelkreises verwendet. Aufgrund des Bode Diagrammes des offenen Regelkreises kann auf das Verhalten des geschlossenen Regelkreises geschlossen werden.

Definiert man für den geschlossenen Regelkreis eine gewünschte Anstiegszeit  $t_r$  sowie ein maximal erlaubtes prozentuales Überschwingen  $\ddot{u}$ , so kann unter Zuhilfenahme folgender Faustformeln ein geeigneter Regler entworfen werden [24]:

$$\phi_r + \ddot{u} = 70, \qquad \omega_c \cdot t_r = 1.5$$
 (3.52)

Als Wunsch für die Sprungantwort des offenen Regelkreises werden nun eine Anstiegszeit von  $t_r = 1$  ms, sowie ein maximales prozentuales Überschwingen von 10 % festgelegt. Dies bedeutet, dass die Durchtrittsfrequenz bei  $\omega_c = 1500$  rad/s liegen und die Phasenreserve an dieser Stelle  $\phi_{r,soll} = 60^{\circ}$  betragen soll.



Abbildung 3.30.: Bodediagramm des entworfenen Notchfilters.

Als Ausgangsübertragungsfunktion für die Regelung wird das gefilterte System betrachtet:

$$L_{AS,f}(j\omega) = G_{AS}(j\omega) \cdot F_{notch}(j\omega)$$
(3.53)

Der Betrags- und Phasenverlauf dieses Systems sind in Abbildung 3.31 dargestellt.

Beim Entwurf mittels Frequenzkennlinienverfahren befasst man sich zuerst mit der Phasenreserve an der gewünschten Durchtrittsfrequenz und anschließend mit dem Betrag. Die Phasenreserve an der gewünschten Durchtrittsfrequenz  $\omega_c$  beträgt nach der Filterung  $-5^{\circ}$ , sie muss also um  $\Delta \phi = 65^{\circ}$  angehoben werden.

$$\Delta \phi = \phi_{r,soll} - \phi_r \tag{3.54}$$

Da mittels eines Lead-Gliedes die Phase nur um 60° angehoben werden kann [24], werden hier zwei Lead-Glieder in Serie geschalten, welche beide die Phase um  $\frac{\Delta\phi}{2}$  anheben sollen. Ein Lead-Glied ist wie folgt definiert:

$$R_l(s) = \frac{\frac{1}{\omega_z}s + 1}{\frac{1}{\omega_n}s + 1}$$
(3.55)

Die Frequenzen  $\omega_z$  und  $\omega_n$  berechnen sich über die Hilfsgröße m zu:

$$\omega_z = \frac{\omega_c}{\sqrt{m}} \tag{3.56}$$



Abbildung 3.31.: Bode Diagramm des offenen Regelkreises.

$$\omega_n = \omega_z \cdot m \tag{3.57}$$

$$m = \frac{1 + \sin \Delta \phi}{1 - \sin \Delta \phi} \tag{3.58}$$

Nun kann die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises wie folgt gebildet werden:

$$L_{AS,f,r}(j\omega) = G_{AS}(j\omega) \cdot F_{notch}(j\omega) \cdot R_l(j\omega) \cdot R_l(j\omega)$$
(3.59)

Das Frequenzverhalten von  $L_{AS,f,r}(j\omega)$  lässt sich in Abbildung 3.31 betrachten. Wie man erkennen kann, stimmt die Phasenreserve an der Frequenz  $\omega_c$  mit der gewünschten Phasenreserve überein. Nun muss noch die Durchtrittsfrequenz an die Stelle  $\omega_c$  gebracht werden. Hierzu wird die gesamte Betragskennlinie mittels Proportionalfaktor  $k_p$  angehoben:

$$L_{AS,f,r,k}(j\omega) = G_{AS}(j\omega) \cdot F_{notch}(j\omega) \cdot R_l(j\omega) \cdot R_l(j\omega) \cdot k_p$$
(3.60)

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises berechnet sich nun zu:

$$T_{AS}(s) = \frac{L_{AS,f,r,k}(s)}{1 + L_{AS,f,r,k}(s)}$$
(3.61)

Nun ist der Reglerentwurf abgeschlossen und es wird wieder die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises betrachtet. Wie sich in Abbildung 3.32 erkennen lässt, werden die an den Regler gestellten Wünsche umgesetzt.



Abbildung 3.32.: Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

Die Momentenbegrenzung kann während des Entwurfs per Frequenzkennlinienverfahren nur sehr aufwändig berücksichtigt werden [38]. Hier wird die Begrenzung während des Entwurfs ignoriert. Anschließend wurden einige Tests durchgeführt, die zeigen, dass das Motormoment genügend weit von der Begrenzung entfernt war. Würde die Begrenzung überschritten werden, so müsste man den Entwurf mit einer größeren Anstiegszeit erneut durchführen [39].
# 4. Auswertung

## 4.1. Antriebsschlupfregelung (ASR)

Die folgenden Versuche zeigen die Wirkung der Antriebsschlupfregelung, jeweils bei einem idealen Antriebsstrang, sowie bei einem realen Antriebsstrang. Beim idealen Antriebsstrang wird das Getriebe sowie die Antriebswelle als steif angenommen. Außerdem wurden das Zahnflankenspiel im Getriebe und die Reifendynamik 1. Ordnung vernachlässigt. Die Leistungsbegrenzung des Motors sowie die Trägheiten von Motor und Getriebe wurden sowohl bei realem als auch idealem Antriebsstrang berücksichtigt. Die ersten Versuche zeigen Simulationen von Beschleunigungsvorgängen. Hier wird auf einer Fahrbahn mit einem Reibungskoeffizienten von  $\mu = 0.6$  für ca. 3 Sekunden das Fahrpedal bis zum Anschlag betätigt. In den Versuchen sind jeweils drei Diagramme abgebildet welche die Fahrpedalstellung, den Schlupfverlauf sowie den Geschwindigkeitsverlauf während des Versuchs darstellen. Der Schlupf wird in den Diagrammen, unabhängig ob Antriebsoder Bremsschlupf mit dem Symbol s bezeichnet.

#### 4.1.1. Idealer Antriebsstrang

Die Abbildungen 4.1 und 4.2 zeigen den Beschleunigungsvorgang für einen als steif angenommenen Antriebsstrang. Abbildung 4.1 zeigt einen Versuch mit deaktiviertem Antriebsschlupfregler. Wie sich deutlich erkennen lässt, steigt der Schlupf zuerst mit dem berechneten Sollschlupf an. Am Punkt der maximalen Beschleunigung angelangt, beginnen die Räder durchzudrehen - sie beschleunigen immer weiter und der Schlupf steigt auf nahezu 100%. Aufgrund der Leistungsbegrenzung des Motors nimmt der Schlupf wieder ab.

Wird nun der Antriebsschlupfregler aktiviert, so lässt sich in Abbildung 4.2 erkennen, dass der Schlupf dem Sollschlupf folgt und ihn nicht überschreitet. Erreicht der Schlupf den Wert der maximalen Beschleunigung, so verweilt er dort. Die Beschleunigung bleibt maximal und das Fahrzeug erreicht eine höhere Endgeschwindigkeit. In den folgenden Abbildungen wird als Antriebsschlupfregler die Variante mittels Vorsteuerung inklusive Proportionalregler gewählt, da sich diese wie in Kapitel 3.3.2.1.2 als geeigneter herausgestellt hat.

Vergleicht man nun die Endgeschwindigkeiten des Fahrzeugs mit und ohne Regler, so ist



Abbildung 4.1.: Beschleunigungsversuch bei "idealem" Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfregelung ist hier deaktiviert.

zu erkennen, dass das Fahrzeug durch die Regelung einen deutlichen Geschwindigkeitszuwachs erhält. Ohne Antriebsschlupfregelung besitzt das Fahrzeug eine Endgeschwindigkeit von 52.56 km/h, mit Antriebsschlupfregelung 70.18 km/h, was einer Steigerung von 33% entspricht.



Abbildung 4.2.: Beschleunigungsversuch bei "idealem" Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert.

#### 4.1.2. Realer Antriebsstrang

In den Abbildungen 4.3 sowie 4.4 wird nun derselbe Versuch mit berücksichtigter Torsion betrachtet. Das Verhalten des torsionsbehafteten Antriebsstranges (Abb. 4.3) ohne Antriebsschlupfregelung weicht hier, wie man deutlich erkennen kann, vom steifen Antriebsstrang (Abb. 4.1) ab. Das Schlupfverhalten ist um einiges träger und neigt zum Schwingen. Die Abbildung 4.4 zeigt die zeitlichen Verläufe für den torsionsbehafteten Antriebsstrang mit aktivierter Antriebsschlupfregelung. Da hier eine Kaskadenregelung zum Einsatz kommt und der innere Regelkreis dafür sorgt, dass das richtige Antriebsmoment das Rad erreicht, lässt sich kaum ein Unterschied zur Regelung des steifen Antriebsstranges feststellen. Die Reifendynamiken und das Getriebespiel werden hier noch vernachlässigt, dies wird in den Abbildungen 4.5 und 4.6 extra gezeigt, da der Einfluss relativ gering ist.

Vergleicht man nun wieder die Endgeschwindigkeiten des Fahrzeugs mit und ohne Regler, so ist zu erkennen, dass das Fahrzeug durch die Regelung wieder einen Geschwindigkeitszuwachs erhält. Ohne Antriebsschlupfregelung besitzt das Fahrzeug eine Endgeschwindigkeit von 52.12 km/h, mit Antriebsschlupfregelung 70.26 km/h, was hier einer Steigerung von 34% entspricht.



Abbildung 4.3.: Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfregelung ist hier deaktiviert.

**Getriebespiel**: Die Abbildungen 4.5 und 4.6 zeigen das Verhalten mit berücksichtigter Torsion sowie Getriebespiel. In Abbildung 4.5 wurde das Spiel mit dem realen Wert des verwendeten Getriebes angenommen. Angegeben sind als Maximal- bzw. Minimalspiel  $0.2006^{\circ}$  bzw.  $0.1291^{\circ}$ , [22]. Hier wird als Mittelwert  $\alpha_S = 0.15^{\circ}$  angenommen. Es ist erkennbar, dass sich die Verläufe mit und ohne Getriebespiel nur geringfügig unterscheiden, das Spiel hat also einen marginalen Einfluss. Der Schlupf schwingt mit einer Amplitude von 0.05% um den Sollschlupf. Abbildung 4.6 zeigt das Verhalten bei einem übertriebenen Getriebespiel von  $\alpha_S = 30^{\circ}$  um den Einfluss besser aufzeigen zu können. Hier lässt sich beim Antriebsmoment erkennen, dass sich wie in Kapitel 2.3 beschrieben ein Momentensprung ergibt, da die Zahnräder des Getriebes aufeinanderprallen.



Abbildung 4.4.: Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert.



Abbildung 4.5.: Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit Getriebespiel  $\alpha_S = 0.15^{\circ}$ . Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert.



Abbildung 4.6.: Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit Getriebespiel  $\alpha_S = 30^{\circ}$ . Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert.

Aufgrund der **Reifendynamiken** dauert es eine kurze Zeit bis der Reifen seine Kraft auf die Straße übertragen kann. Der Reifen verhält sich dynamisch ähnlich einem PT1-Glied - jedoch mit veränderlicher Zeitkonstante [11]. Der oben beschriebene Effekt der zeitverzögerten Längskraftübertragung des Reifens ist in Abbildung 4.7 gut ersichtlich. Wie sich aus den Plots schließen lässt, benötigt der Reifen etwas Zeit um die nötige Längskraft an die Straße zu übertragen - bringt diese jedoch nach kurzer Zeit auf und der Schlupf folgt dem Sollschlupf.



Abbildung 4.7.: Beschleunigungsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit zusätzlich betrachteten Reifendynamiken. Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert.

## 4.2. Antiblockiersystem (ABS)

#### 4.2.1. Idealer Antriebsstrang

Die Abbildungen 4.8 - 4.14 zeigen Simulationen von Bremsvorgängen. Hier wurde dem Fahrzeug eine Startgeschwindigkeit vorgegeben und anschließend das Bremspedal bis zum Anschlag betätigt. Die Manöver wurden wie im vorherigen Punkt auf einer Fahrbahn mit einem Reibungskoeffizienten von  $\mu = 0.6$  durchgeführt.

Abbildung 4.8 zeigt den Bremsvorgang bei "idealem" Antriebsstrang. Der Antriebsstrang wird hier wieder als steif angenommen, gebremst wird in diesem Versuch nur mittels mechanischer Bremse (mit konventionellem ABS) ohne zusätzlichen Regeleingriff durch den Elektromotor. Wie sich erkennen lässt schwingt der Schlupf sehr stark um den idealen Schlupf (Abb. 4.8). Dies hat zwei Gründe: Zum einen wird beim konventionellen Antiblockiersystem die Fahrzeuggeschwindigkeit (und somit der Schlupf) nur geschätzt, und zum anderen wird die mechanische Bremse über eine hydraulische Ventilsteuerung angesteuert. Diese ist sehr träge, da der Druck an der Bremse erst aufgebaut werden muss. Hier besteht Verbesserungspotential durch den Elektromotor. Da dieser ein sehr dynamisches Verhalten besitzt, gilt es nun diese Schlupfschwankungen auszugleichen und somit den Bremsweg zu verkürzen. Eine rein elektrische Bremsung wäre aufgrund der Leistungsbegrenzung des Motors nicht möglich.

Abbildung 4.9 zeigt den Bremsfall unter Zuhilfenahme des Elektromotors. Wie zu erkennen ist, verkürzt sich der Bremsweg bzw. die Dauer bis zum Erreichen des Stillstandes. Wird ohne Zusatzregelung ein Bremsweg von 30.21 m erreicht, so wird der Bremsweg durch die Zusatzregelung um 2.84 m bzw. 10% auf 27.37 m verkürzt.

Allerdings schwingt der Schlupf noch immer. Könnte man rein elektrisch bremsen, so würde der Schlupfverlauf dem in Abbildung 4.4 ähneln, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen.



Abbildung 4.8.: Bremsvorgang bei "idealem" Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt rein durch die mechanische Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem. Die Zusatzregelung durch den Elektromotor ist hier deaktiviert.



Abbildung 4.9.: Bremsvorgang bei "idealem" Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatzregelung durch den Elektromotor.

#### 4.2.2. Realer Antriebsstrang

Nun werden die selben Versuche bei realem Antriebsstrang durchgeführt. Hier wird zuerst nur die Torsion als nicht-ideale Eigenschaft betrachtet. Die Abbildung 4.10 zeigt den Bremsvorgang ohne zusätzlichen Eingriff durch den Elektromotor. Da hier nicht über den Elektromotor gebremst wird, besitzt der Antriebsstrang keinen Einfluss auf den Bremsverlauf. Abbildungen 4.11 zeigt den Bremsvorgang bei realem Antriebsstrang mit aktivierter Regelung. Auch hier wird der Bremsweg verkürzt. Ohne Zusatzregelung wird ein Bremsweg von 30.21 m erreicht, durch die Zusatzregelung wird dieser um 3.35 m bzw. 11% auf 26.86 m verkürzt.

**Getriebespiel** Der Einfluss des Getriebespiels auf die Regelung des Antiblockiersystems wird ebenfalls betrachtet. Abbildung 4.12 zeigt das Verhalten des Fahrzeuges bei aktivierter Zusatzregelung durch den Elektromotor. Das Verhalten ohne Zusatzregelung wird hier nicht betrachtet, da das Getriebespiel keinen Einfluss auf die mechanische Bremse hat. Da das durch die Zusatzregelung hervorgerufene Bremsmoment jedoch über das Getriebe übertragen wird, muss das Spiel bei aktivierter Zusatzregelung berücksichtigt werden. Wie sich in Abbildung 4.12 erkennen lässt, hat es - ähnlich wie bei der Antriebsschlupfregelung - nur einen sehr geringen Einfluss auf die Zusatzregelung des Antiblockiersystems.

Reifendynamiken In den folgenden Abbildungen wird der Einfluss der Reifendynamiken auf das Antiblockiersystem untersucht. Abbildung 4.13 zeigt das Verhalten des konventionellen Antiblockiersystems unter Berücksichtigung der Reifendynamiken. Die Reifendynamiken haben hier keinen großen Einfluss auf die Zusatzregelung. Wohl auch deshalb, da ein Großteil der Bremsung von der mechanischen Bremse übernommen wird.



Abbildung 4.10.: Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt rein durch die mechanische Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem. Die Zusatzregelung durch den Elektromotor ist hier deaktiviert.



Abbildung 4.11.: Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatzregelung durch den Elektromotor.



Abbildung 4.12.: Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtigtem Getriebespiel. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatzregelung durch den Elektromotor.



Abbildung 4.13.: Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtigten Reifendynamiken. Die Bremsung erfolgt rein durch die mechanische Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem. Die Zusatzregelung durch den Elektromotor ist hier deaktiviert.



Abbildung 4.14.: Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtigten Reifendynamiken. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatzregelung durch den Elektromotor.

## 4.3. Fahrzyklus

Der Vollständigkeit halber wird noch ein Fahrzyklus simuliert um die Funktion unter realen Verhältnissen zu zeigen. Dem Fahrzeug wurde ein Geschwindigkeitsregler vorgeschalten, welcher als Stellgrößen die Gas- bzw. Bremspedalstellung ausgibt. Dem Geschwindigkeitsregler wurde als Führungsgröße der Fahrzyklus "US06" vorgegeben. Der Fahrzyklus US06 gilt als aggressiver Fahrzyklus, er wird eingesetzt um zu überprüfen ob Abgasnormen eingehalten werden, [40].

Wie die Abbildung 4.15 zeigt, folgt das Fahrzeug den Vorgaben. Abbildung 4.16 zeigt hier einen vergrößerten Ausschnitt des Fahrzyklus. Dargestellt werden die Sollgeschwindigkeit aus dem Test  $v_{soll}$  sowie die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_{ist}$ 



Abbildung 4.16.: Ausschnitt Fahrzyklus US06.

# 5. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit behandelt die mathematische Modellierung eines PKWs inklusive dessen Antriebsstranges. Es wurde angenommen dass es sich um ein Fahrzeug mit vier radnahen Elektromotoren - ausgeführt als Synchronmotoren - handelt. Diesen Elektromotoren wurde ein Planetengetriebe nachgeschalten. Das Moment wird über eine Antriebswelle an das Rad übergeben. Beim Rad wurde zusätzlich zur Trägheit die Reifendynamik 1. Ordnung berücksichtigt.

Ziel der Arbeit war es, den Einfluss der nicht-idealen Eigenschaften des Antriebsstranges auf ausgewählte Fahrdynamikregelungen zu beurteilen. Es hat sich herausgestellt, dass das dynamische Verhalten des Fahrzeuges bzw. des Antriebsstranges sehr gut bekannt sein muss, um eine geeignete Regelung zu entwerfen.

Betrachtet wurden der Einfluss von **Trägheiten**, **Torsion**, **Getriebespiel** sowie **Reifendynamiken**. Die **Torsion** wurde als Feder-Masse-System modelliert. Dieses System weist eine bzw. mehrere Resonanzfrequenzen auf, welche einen starken Einfluss auf die Regelung haben. Daher ist es essentiell diese möglichst genau bestimmen zu können. Um die Resonanzfrequenzen auszuregeln wurde eine Kaskadenregelung umgesetzt. Der äußere Regelkreis regelt den Schlupf und gibt ein Moment vor, welches am Rad ankommen soll. Der innere Regler sorgt dafür, dass dies auch zeitnah geschieht.

Als Schlupfregler wird zum einen eine Sliding-Mode-Regelung und zum anderen eine Vorsteuerung mit zusätzlichem Proportionalregler umgesetzt, wobei sich letztere als geeigneter herausgestellt hat. Mit dem Wissen der Resonanzfrequenzen des Antriebsstranges kann ein (Notch-)Filter entworfen werden, womit sich der Entwurf des Reglers des inneren Regelkreises einfacher gestaltet. Entweder man berechnet die Resonanzfrequenzen über die Steifigkeit/Dämpfung des Antriebsstranges, oder bestimmt sie durch Messungen. In dieser Arbeit wird der Momentenregler des Antriebsstranges mittels Frequenzkennlinienverfahren entworfen.

Durch eine **Sollschlupfvorgabe** konnte das Regelverhalten enorm verbessert werden. Die Regelung wird nicht erst ab Überschreiten eines maximalen Schlupfes aktiviert, sondern ist immer aktiv. Abhängig von der Pedalstellung wird ein Sollschlupf vorgegeben auf welchen geregelt wird. Für diese Vorgabe müssen das Fahrzeug sowie die Reifendaten und der Reibkoeffizient  $\mu$  gut bekannt sein, da hier der Sollschlupf dem des ungeregelten

Systems entspricht. Weichen die Modellparameter von den realen Fahrzeugparametern stark ab, so wird dem Fahrzeug durch die Regelung ein anderes dynamisches Verhalten aufgeprägt.

Das **Getriebespiel** hat relativ wenig Einfluss auf die Regelung. Allerdings stellt sich folgendes Problem: Bis das Spiel überwunden ist, kann die Welle ohne Last beschleunigen. Ist das Getriebespiel durchlaufen, prallen die Zähne der Getriebezahnräder aufeinander. Da in dieser Arbeit jedoch ein Sollschlupfverlauf ohne sprungartige Änderungen vorgegeben wird, muss sich auch das Antriebsmoment nicht sprungartig ändern. Dadurch tritt dieses Problem nur bei einem Vorzeichenwechsel des Momentes auf. Ab einem Getriebespiel von etwa 30° stellt sich allerdings ein leichtes Schwingen beim Sollschlupf ein das Spiel des verwendeten Getriebes liegt bei etwa  $0.15^{\circ}$  und somit weit unterhalb dieses Wertes.

Die **Reifendynamik 1. Ordnung** hat ebenfalls keinen allzugroßen Einfluss auf die Regelung. Dieser Umstand ist für den Reglerentwurf von Vorteil. Bei der Reifendynamik handelt es sich um ein PT1-Glied mit dynamischer Zeitkonstante. Die Berücksichtigung dieser dynamischen Änderung wäre im Reglerentwurf nur sehr schwer möglich.

In weiterführenden Arbeiten könnte ein Energiemanagement für die Zusatzregelung durch den Elektromotor beim Antiblockiersystem entwickelt werden, um die Regelung effektiver zu gestalten. Weiters wäre eine Erweiterung des Modells auf ein Zweispurmodell wünschenswert. Dadurch könnten die Regelungen dann auf  $\mu$ -Split ausgelegt werden. Darüber hinaus könnte ein Elektronisches Stabilitätsprogramm mittels Torque Vectoring entworfen werden, um auch hier die nicht-idealen Eigenschaften des Antriebsstranges untersuchen zu können.

# Abbildungsverzeichnis

System Fahrzeug-Fahrer-Umwelt, vgl. [4]	6
Einteilung Gesamtfahrzeugmodell, vgl. [5].	6
Koordinatensystem nach ISO 8855, vgl. [4]	7
Kräfte am Fahrzeug in Längsrichtung, vgl. [4].	8
Kräfte und Momente am Rad, vgl. [4]	9
Längskraft $F_x$ in Abhängigkeit des Schlupfes, Berechnet mit Reifenmodell	
TM_simple für verschiedene Aufstandskräfte.	10
Zusammenhang der Reifenradien, vgl. [4]	12
Reifenverformung in Längsrichtung, vgl. [10]	13
Längskraftverlauf in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifen-	
schlupfes im Antriebsfall.	15
Relaxationslänge in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifenschlup-	
fes im Antriebsfall.	15
Dynamische Achslastverschiebung, vgl. [3]	16
Darstellung des Nickwinkels während einem Fahrmanöver. Abgebildet	
sind der gem ssene Nickpol, sowie der berechnete durch die Näherung. $\ $ .	17
Hub-Nick-Modell, vgl. [3]	18
Hub-Nick-Modell abgestützt an Lenkern, vgl. [8]	18
Antriebsmoment an der Vorderachse während des Beschleunigungsversu-	
ches	20
Verlauf von gemessenen und simulierten Geschwindigkeiten während des	
Beschleunigungsversuches	21
Verlauf von gemessener und simulierter Fahrzeugbeschleunigung während	
des Beschleunigungsversuches	21
Verlauf des Schlupfes während des Beschleunigungsversuches. Berechnun-	
gen aus simulierten sowie gemessenen Geschwindigkeits- und Drehzahlwer-	
ten	21
Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Be-	
schleunigungsversuches.	22
Verlauf von gemessener und simulierter Längskraft während des Beschleu-	
nigungsversuches	22
Simulierte Bremsmomente an Vorder- bzw. Hinterachse während des Brems-	
versuches	23
Gemessene sowie simulierte Geschwindigkeiten während des Bremsversu-	
ches	24
	System Fahrzeug-Fahrer-Umwelt, vgl. [4].         Einteilung Gesamtfahrzeugmodell, vgl. [5].         Koordinatensystem nach ISO 8855, vgl. [4].         Kräfte am Fahrzeug in Längsrichtung, vgl. [4].         Kräfte und Momente am Rad, vgl. [4].         Längskraft Fx in Abhängigkeit des Schlupfes, Berechnet mit Reifenmodell         TM_simple für verschiedene Aufstandskräfte.         Zusammenhang der Reifenradien, vgl. [10].         Längskraftverlauf in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifenschlupfes im Antriebsfall.         Relaxationslänge in Abhängigkeit der Aufstandskraft und des Reifenschlupfes im Antriebsfall.         Dynamische Achslastverschiebung, vgl. [3].         Darstellung des Nickwinkels während einem Fahrmanöver. Abgebildet sind der gemssene Nickpol, sowie der berechnete durch die Näherung.         Hub-Nick-Modell abgestützt an Lenkern, vgl. [8].         Antriebsment an der Vorderachse während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessenen und simulierter Geschwindigkeiten während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessener und simulierter Aufstandskraft während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessener und simulierter Längskraft während des Beschleunigungsversuches.         Verlauf von gemessener und simulierter Längskraft während

3.20	Sättigungsfunktion	49
3.21	Antriebsstrang "ideal", Sliding Mode Regelung deaktiviert	50
3.22.	Antriebsstrang "ideal", Sliding Mode Regelung aktiviert	51
3.23	Blockschaltbild Vorsteuerung, vgl. [34]	51
3.24	Antriebsstrang "ideal", Regelung durch Vorsteuerung deaktiviert	53
3.25	Antriebsstrang "ideal", Regelung durch Vorsteuerung aktiviert	53
3.26	Aufteilung der Bremsmomente.	54
3.27	Blockschaltbild der Kaskadenregelung.	55
3.28	Sprungantwort der ungeregelten Strecke $G_{AS}(s)$ (multipliziert mit $\frac{1}{i_G}$ )	56
3.29	Bode Diagramm der ungeregelen Übertragungsfunktion $G_{AS}(j\omega)$ .	57
3.30	Bodediagramm des entworfenen Notchfilters.	58
3.31	Bode Diagramm des offenen Regelkreises.	59
3.32.	Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.	60
4.1.	Beschleunigungsversuch bei "idealem" Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfre-	
4.0	gelung ist hier deaktiviert.	62
4.2.	Beschleunigungsversuch bei "idealem" Antriebsstrang. Die Antriebsschlupfre- gelung ist hier aktiviert.	63
4.3.	Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die An-	
	triebsschlupfregelung ist hier deaktiviert	65
4.4.	Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die An-	
	triebsschlupfregelung ist hier aktiviert.	66
4.5.	Beschleunigungsversuch bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit Ge-	67
46	triebespier $\alpha_S = 0.15$ . Die Antriebsschlupfregelung ist nier aktiviert Beschleunigung gewennuch bei tengioneheheftetern. Antriebestrenne mit Ce	07
4.0.	beschleungungsversuch bei torsionsbehaltetem Antriebssträng mit Ge- triebespiel $\alpha q = 30^{\circ}$ Die Antriebsschlupfregelung ist hier aktiviert	68
17	Beschleunigungsvorgang hei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit zu-	00
4.1.	sätzlich betrachteten Reifendynamiken. Die Antriebsschlupfregelung ist	
	hier aktiviert.	69
4.8.	Bremsvorgang bei "idealem" Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt rein	
	durch die mechanische Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem.	
	Die Zusatzregelung durch den Elektromotor ist hier deaktiviert	71
4.9.	Bremsvorgang bei "idealem" Antriebsstrang. Die Bremsung erfolgt durch	
	die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiers	ystem
	und Zusatzregelung durch den Elektromotor.	72
4.10.	Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang. Die Bremsung er-	
	Ioigt rein durch die mechanische Bremse mit konventionellem Antiblockiersyst	$\frac{1}{74}$
1 11	Bromsvorgang hai torsionshahaftatom Antrichestrang Die Bromsung er	14
4.11.	folgt durch die Kombination aus mechanischer Bremse mit konventionel-	
	lem Antiblockiersystem und Zusatzregelung durch den Elektromotor	75

4.12.	Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtig-	
	tem Getriebespiel. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus me-	
	chanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatzre-	
	gelung durch den Elektromotor	76
4.13.	Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtig-	
	ten Reifendynamiken. Die Bremsung erfolgt rein durch die mechanische	
	Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem. Die Zusatzregelung durch	
	den Elektromotor ist hier deaktiviert.	77
4.14.	Bremsvorgang bei torsionsbehaftetem Antriebsstrang mit berücksichtig-	
	ten Reifendynamiken. Die Bremsung erfolgt durch die Kombination aus	
	mechanischer Bremse mit konventionellem Antiblockiersystem und Zusatz-	
	regelung durch den Elektromotor	78
4.15.	Fahrzyklus US06	79
4.16.	Ausschnitt Fahrzyklus US06.	79

# Literaturverzeichnis

- [1] M. Großmann. MOVES<sup>2</sup> Modeling of ABS&TCS Algorithms. Masterarbeit. Technische Universität Graz, 2014.
- [2] D. Schramm, M. Hiller, and R. Bardini. Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [3] W. Hirschberg and H. M. Waser. *Kraftfahrzeugtechnik, Vorlesungsskript*. Institut für Fahrzeugtechnik, Technische Universität Graz, 2012.
- [4] W. Hirschberg and H. M. Waser. Fahrzeugdynamik, Vorlesungsskript. Institut für Fahrzeugtechnik, Technische Universität Graz, 2014.
- [5] Rolf Isermann. Fahrdynamik-Regelung: Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik. Vieweg Verlag, 2006.
- [6] Deutsches Institut für Normung. Normenausschuss Kraftfahrzeuge. Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten: Begriffe, ISO 8855 Ausgabe 1991, modifiziert. Deutsche Normen. Beuth, 1994.
- [7] Konrad Reif. Bremsen und Bremsregelsysteme. Bosch Fachinformation Automobil. Vieweg+Teubner Verlag, 2010.
- [8] M. Mitschke and H. Wallentowitz. Dynamik der Kraftfahrzeuge, 4. Auflage. Springer, 2004.
- [9] W. Hirschberg. *TM\_simple: A Simple to Use Tyre Model*. Institut für Fahrzeugtechnik, TU Graz.
- [10] Georg Rill. TMeasy a handling tire model based on a three-dimensional slip approach. Proceedings of the XXIII International Symposium on Dynamic of Vehicles on Roads and on Tracks, 2013.
- [11] G. Rill. First order tire dynamics. European Conference on Computational Mechanics, 2006.
- [12] P. van der Jagt and Technische Universiteit Eindhoven. The Road to Virtual Vehicle Prototyping; New CAE-models for Accelerated Vehicle Dynamics Development: Proefschrift. Technische Universiteit Eindhoven, 2000.
- [13] V. Cossalter. *Motorcycle Dynamics*. Lightning Source Incorporated, 2006.
- [14] D. Ammon. Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik. Teubner, 1997.

- [15] Uwe Kiencke and Lars Nielsen. Automotive Control Systems, For Engine, Driveline, and Vehicle. Springer Verlag, 2005.
- [16] BRUSA. HSM1-6.17.12 Hybrid Synchron Motor. http://www.brusa. eu/fileadmin/Diverses/Download/Datenblaetter/BRUSA\_DB\_DE\_HSM1.pdf, 2015.03.25.
- [17] A. Mütze. *Grundlagen elektrischer Antriebe*. Insitut für elektrische Antriebstechnik und Maschinen, TU Graz, 2009.
- [18] B. Schlecht. Maschinenelemente 2: Getriebe, Verzahnungen und Lagerungen. Pearson Studium, 2009.
- [19] Hans Dresig and Franz Holzweißig. *Maschinendynamik*. Springer, 2005.
- [20] Autodesk. Inventor, 2014.
- [21] Ferdinand Bodenstein and Horst Haberhauer. Maschinenelemente: Gestaltung, Berechnung, Anwendung. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [22] M. Lasshofer. Auslegung und Konstruktion eines Getriebes für einen radselektiven Elektroantriebsstrang, Bachelorarbeit (unveröffentlicht). Technische Universität Graz, 2015.
- [23] Dietmar Gross, Werner Hauger, Jörg Schröder, and Wolfgang A. Wall. Technische Mechanik 2: Band 2: Elastostatik (Springer-Lehrbuch). Springer, Berlin, 10. vollst. neu bearb. aufl. edition, 2009.
- [24] Martin Horn and Nicolaos Dourdoumas. Regelungstechnik: rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise. Elektrotechnik : Regelungstechnik. Pearson Studium, 2004.
- [25] H.R. Reichel. Elektronische Bremssysteme: vom ABS zum Brake-by-Wire. Reihe Technik. expert-Verlag, 2003.
- [26] Konrad Reif. Fahrstabilisierungssysteme und Fahrerassistenzsysteme. Bosch Fachinformation Automobil. Vieweg+Teubner Verlag, 2010.
- [27] Frédéric Moisy. *EzyFit.* http://www.fast.u-psud.fr/ezyfit/, 2012.
- [28] O. Föllinger. Nichtlineare Regelungen I. Methoden der Regelungs- und Automatisierungstechnik. Oldenbourg, 1998.
- [29] Martin Ringdorfer and Martin Horn. A robust wheel slip controller for a hybrid braking system. 5(11):2093 – 2097, 2011.
- [30] M. Horn and et. al. Sliding-mode Regelung von elektrischen Drosselklappen. International Journal Automation Austria, 2008.
- [31] Markus Haas. Modellbildung und Simulation eines PKW Antriebsstrangs, Masterarbeit. Technische Universität Graz, 2013.
- [32] J. Adamy. Nichtlineare Regelungen. Springer Berlin Heidelberg, 2009.

- [33] J.J.E. Slotine and W. Li. Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall International Editions. Prentice-Hall, 1991.
- [34] M. Zeitz. Flachheit eine nützliche methodik auch für lineare siso–systeme. SSRP 2009, 2009.
- [35] G. Schulz and K. Graf. Regelungstechnik 2: Mehrgrößenregelung, Digitale Regelungstechnik, Fuzzy-Regelung. Regelungstechnik 2. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2013.
- [36] Herrad Schmidt and Manfred Schwabl-Schmidt. Digitale Filter. Vieweg+Teubner Verlag, 2014.
- [37] Heiko Schmirgel. Automatische Parametrierung der Regelkreise von Servoreglern über systematische Auswertung einer Frequenzanalyse. *Fachhochschule Köln*, 2008.
- [38] F. Gausch, A. Hofer, and K. Schlacher. *Digitale Regelkreise*. Institut f
  ür Regelungsund Automatisierungstechnik, TU Graz, 1991.
- [39] A. Kugi. Systemtheorie 1, Vorlesungsskript. Institut für Automatisierungstechnik, TU Wien, 2008.
- [40] Dieselnet. Emission Test Cycles: SFTP-US06. https://www.dieselnet.com/ standards/cycles/ftp\_us06.php, 2015.04.21.

# A. Anhang

## A.1. Parameter

Symbol	Wert	Einheit	Bezeichnung			
$\rho_l$	1.2	$kg/m^3$	Luftdichte			
g	9.81	$m/s^2$	Erdbeschleunigung			
m	1796	kg	Fahrzeugmasse			
$k_v$	53617	N/m	Federsteifigkeit Aufbau vorne (links und rechts zusammengefasst)		Federsteifigkeit Aufbau vorne (links und rechts zusammengefa	
$k_h$	48967	N/m	Federsteifigkeit Aufbau hinten (links und rechts zusammengefasst)			
$m_A$	1684	kg	Fahrzeugmasse			
$h_{cg}$	0.549	m	Höhe Schwerpunkt			
$h_n$	0.31	m	Höhe Nickpol			
$l_v$	1337	m	Horizontaler Abstand Fahrzeugschwerpunkt zu Vorderachse			
$l_h$	1472	m	Horizontaler Abstand Fahrzeugschwerpunkt zu Hinterachse			
$F_{z,h}^S$	9171	N	Statische Aufstandskraft Vorderachse			
$F_{z,v}^{\acute{S}}$	8329	N	Statische Aufstandskraft Hinterachse			
$A_x$	2.2	$m^2$	Frontale Anströmfläche			
$c_w$	0.31	_	Luftwiderstandsbeiwert			
$a_1$	4234	_	Reifenparameter TM_simple			
$a_2$	-445	_	Reifenparameter TM_simple			
$b_1$	2415	_	Reifenparameter TM_simple			
$b_2$	-452	—	Reifenparameter TM_simple			
$c_1$	3173	_	Reifenparameter TM_simple			
$c_2$	-364	_	Reifenparameter TM_simple			
$F_{z,nom}$	3000	N	Nominelle Aufstandskraft			
$r_0$	0.326	m	Undeformierter Reifenradius			
$k_z$	282000	N/m	Vertikale Federsteifigkeit Reifen			
$k_x$	200000	N/m	Federsteifigkeit Reifen in Längsrichtung			
$J_R$	2	$kg \cdot m^2$	Trägheitsmoment Rad			

Tabelle A.1.: Parameter Teil 1

### A. Anhang

Symbol	Wert	Einheit	Bezeichnung
$k_G$	1269	$N \cdot m/rad$	Torsionssteifigkeit Getriebe
$d_G$	12.16	$N \cdot s/m$	Torsionsdämpfung Getriebe
$d_v$	0.104	$N \cdot s/m$	
k <sub>AW</sub>	203580	$N \cdot m/rad$	Torsionssteifigkeit Antriebswelle
$d_{AW}$	0.637	$N \cdot s/m$	Torsionsdämpfung Antriebswelle
k <sub>AS</sub>	11948	$N \cdot m/rad$	Torsionssteifigkeit Antriebsstrang
G	80000		Schubmodul Stahl
l <sub>AW</sub>	$1.27 \cdot 10^{-6}$		Torsionsträgheitsmoment Antriebswelle
R <sub>AW</sub>	0.03	m	Radius Antriebswelle
$m_{AW}$	11.09	kg	Masse Antriebswelle
$\eta_{AW}$	1	_	Wirkungsgrad Antriebswelle
$\alpha_S$	0.15	0	Getriebespiel
$J_{AW}$	0.005	$kg \cdot m^2$	Trägheitsmoment Antriebswelle
D	0.01	_	Lehr'sches Dämpfungsmaß Antriebswelle
$\rho_{AW}$	7850	$kg/m^3$	Dichte Stahl
V	0.0014	$m^3$	Volumen Antriebswelle
$i_G$	10.2	_	Übersetzung Getriebe
β	50	_	Sliding Mode Regelparameter
$\epsilon$	1	_	Sliding Mode Regelparameter
$k_p$	0.04	_	Proportionalfaktor

Tabelle A.2.: Parameter Teil 2