



Florian Arnold, BSc

Nichtlineare Berechnung einer Federstufe

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur

Masterstudium Maschinenbau

eingereicht an der

Technische Universität Graz

Betreuer

Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Christian Moser

Institut für Leichtbau

Fakultät für Maschinenbau und Wirtschaftswissenschaften

Graz, im Juni 2015

In Kooperation mit:

Siemens AG Österreich
Sektor Infrastructure & Cities
Division Rail Systems
Bogies

SIEMENS

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Masterarbeit identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

.....
Datum / date

.....
Unterschrift / signature

Kurzfassung

Die vorliegende Masterarbeit beschäftigt sich mit der nichtlinearen Berechnung von Federstufen. Konkret wird eine Primärfederstufe eines modernen Schienenfahrzeuges, bestehend aus einem Schraubendruckfedersatz und einer Gummi-Schichtfeder betrachtet. Die Ergebnisse der Berechnungen von Bauteilen im Maschinenbau sollen immer genauer und realitätsnaher werden. Das für Schraubendruckfedern zurzeit übliche Berechnungsverfahren nach der EN 13906-1 wird diesen Anforderungen nicht mehr gerecht. Die analytische Berechnung von Gummibauteilen ist aufgrund der materiellen Nichtlinearität ohnedies nur für kleine Bereiche möglich, in denen ein näherungsweise lineares Verhalten auftritt. Die betrachtete Federstufe ist nicht nur durch die Werkstoffeigenschaften des Gummis nichtlinear sondern auch aufgrund des Anlegeverhaltens der Schraubendruckfedern. Kern der Arbeit ist die Entwicklung neuer, leistungsfähigerer Berechnungsmethoden.

Mit Hilfe der nichtlinearen Finiten Elemente Methode werden die Steifigkeiten und Betriebsspannungen bei realen Belastungssituationen der Schraubendruckfeder simuliert und die Ergebnisse mit Messungen verifiziert. Dazu müssen geeignete FE-Modelle der Einzelkomponenten erstellt werden. Bei der Gummifeder wird das hyperelastische Materialverhalten mit einem entsprechenden phänomenologischen Materialmodell beschrieben. Neben der numerischen Berechnungsmethode wird für die Schraubendruckfedern die bekannte analytische Methode weiterentwickelt und adaptiert. Die Ergebnisse aus Numerik, Analytik und Experiment werden gegenübergestellt und diskutiert.

Im letzten Teil der Arbeit, werden die Eigenfrequenzen der nicht eingespannten Schraubendruckfeder experimentell und numerisch ermittelt.

Abstract

This master thesis deals with the non-linear calculation of spring stages. Concretely a primary spring stage of a modern rail vehicle is considered which consists of a helical compression spring set and a rubber layer spring. The results of the calculations of mechanical components have to be more and more accurate and realistic. The currently used method of calculation for helical compression springs in accordance with the EN 13906-1 does not meet these requirements. Due to the nonlinear material properties of rubber components, an analytical calculation is only possible in small areas where an approximately linear behaviour occurs. The considered spring stage is not only nonlinear as a result of the material properties of the rubber, but also because of the geometrical nonlinearity and the contact of the helical compression spring. Main part of the thesis is the development of new, more efficient calculation methods.

The stiffness and stresses for real load situations for the helical compression springs are simulated with the aid of nonlinear Finite Element Methods. The results are verified by appropriate measurements. For a Finite Element Analysis appropriate models of the individual components have to be created. The hyperelastic material behaviour of the rubber spring is described with a corresponding phenomenological material model. In addition to the numerical calculation method, the existing analytical method for the helical springs is developed further and adapted accordingly. The results of numerical analysis, analytic analysis and experiment are compared and discussed.

In the final part, the natural frequencies of the completely free helical compression spring are experimentally and numerically determined.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit ist im Zuge des Schraubendruckfeder-Forschungs- und Entwicklungsprojektes am Institut für Leichtbau der Technischen Universität Graz entstanden. Das Projekt wird im Auftrag und Zusammenarbeit mit dem Fahrwerkkompetenzzentrum der Siemens AG durchgeführt. An dieser Stelle möchte ich mich bei den beteiligten Institutionen für das interessante Thema und die gute Zusammenarbeit bedanken.

Für die Betreuung der Arbeit am Institut für Leichtbau möchte ich mich recht herzlich bei Herrn Dr. Christian Moser bedanken. Besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Markus Götz, der mich stets unterstützt und entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei meinen Arbeitskollegen für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Arbeitsklima.

Mein herzlichster Dank gilt schließlich meiner Familie. Ganz besonders danke ich meinen Eltern, dass sie mir das Studium ermöglicht und mich auf meinem Weg bedingungslos unterstützt haben.

Graz, im Mai 2015

Florian Arnold

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Ausgangssituation.....	2
1.2	Motivation.....	2
1.3	Ziele.....	2
1.4	Vorgehensweise.....	3
2	Allgemeines zu Schienenfahrzeugen	5
2.1	Laufwerk.....	5
2.2	Federung.....	5
2.3	Radsatzführung.....	6
2.4	Definition der Koordinatensysteme.....	6
2.5	Aufbau der SF100 Primärfederung.....	7
3	Theoretische Grundlagen	9
3.1	Schraubendruckfedern.....	9
3.1.1	Allgemeines zu Schraubendruckfedern.....	10
3.1.2	Analytische Berechnung von Schraubendruckfedern.....	12
3.2	Elastomere und Gummifedern.....	17
3.2.1	Werkstoffaufbau von Elastomeren.....	17
3.2.2	Materialeigenschaften und Verhalten von Elastomeren.....	18
3.2.3	Grundlagen der Kontinuumsmechanik.....	22
3.2.4	Werkstoffmodelle für Elastomere.....	25
3.2.5	Analytische Berechnung von Gummifedern.....	30
3.3	Grundlagen der Finite Elemente Methode.....	32
3.3.1	Prinzipielle Vorgehensweise bei der FEM.....	32
3.3.2	Matrixmethode der linearen FEM.....	33
3.3.3	Aussagesicherheit und Genauigkeit der FE-Analyse.....	34
3.3.4	Qualitätsstandards.....	35
3.3.5	Diskretisierung.....	35
3.3.6	Nichtlineare FEM.....	36
4	Experimentelle Untersuchungen	42
4.1	Durchführung der Schraubendruckfeder-Versuche.....	42
4.2	Durchführung der Schichtfeder-Versuche.....	44
5	Analytische Berechnung	45

5.1	Allgemeines, Eingabedaten und Randbedingungen	45
5.2	Federsteifigkeiten und axiale Federkennlinie der SDF.....	46
5.3	Schubspannungsberechnung.....	47
6	Berechnung mit der Finite Elemente Methode	48
6.1	Schraubendruckfeder	48
6.1.1	Fertigung der Schraubendruckfedern	48
6.1.2	Modellbildung mit Hilfe optischer Vermessung	49
6.1.3	Modellbildung mit Hilfe von Parametern	51
6.1.4	Systematik bei der Modell- und Ergebnisbezeichnung	53
6.1.5	Aufbau des FE-Modelles Schraubendruckfeder	53
6.1.6	Einfluss der Reibung bei der Kontaktdefinitionen	55
6.1.7	Ergebnisse der Steifigkeitsberechnung	57
6.1.8	Ergebnisse der Spannungsberechnung.....	62
6.2	Federsatz	73
6.3	Primärschichtfeder	75
6.3.1	Verwendete Werkstoffparameter	75
6.3.2	Auswertung der Messungen.....	78
6.3.3	Modellierung der Schichtfeder.....	82
6.3.4	Analytische Berechnung der Gummischichtfeder	87
6.4	Federstufe	89
6.4.1	Axiale Steifigkeit.....	89
6.4.2	Einfluss der Schichtfeder auf die Schubspannungen.....	90
6.4.3	Ersatzmodell der Schichtfeder in der Federstufe	92
7	Modalanalyse der Schraubendruckfeder	94
7.1	Experimentelle Modalanalyse.....	94
7.2	Numerische Modalanalyse	95
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	97
	Literaturverzeichnis	99
	Abbildungsverzeichnis	102
	Tabellenverzeichnis	105
	Abkürzungsverzeichnis	106
	Anhang.....	107

1 Einleitung

Das in Graz Eggenberg ansässige Fahrwerkkompetenzzentrum der Siemens AG Österreich und die TU Graz haben eine strategische Partnerschaft zur Durchführung von Forschungs- und Entwicklungsvorhaben im Bereich der Bahntechnik. Die Wichtigkeit von Forschungs- und Entwicklungstätigkeiten im Bereich des Schienenverkehrs soll im Folgenden kurz erläutert werden.

Die Mobilität hat in unserer Gesellschaft einen sehr hohen Stellenwert. Die voranschreitende Globalisierung, der Zugang von immer mehr Menschen zu modernen Fortbewegungsmitteln, usw. wird voraussichtlich das Verkehrsaufkommen in den nächsten Jahren weiter ansteigen lassen. Des Weiteren stellen Umwelt- und Klimaprobleme sowie Ressourcenverknappung eine große Herausforderung für unser Verkehrssystem da. Unter den motorisierten Verkehrsträgern schneidet der Schienenverkehr, mit Ausnahme des Verkehrslärm, in praktisch allen Umweltkategorien besser ab als die Konkurrenz. Die Elektromobilität die durch die aktuellen Entwicklungen der Automobilindustrie heute in aller Munde ist, soll die Abhängigkeit vom Rohstoff Öl reduzieren. Im Schienenverkehr spielt die Elektromobilität schon lange eine wichtige Rolle, dadurch können theoretisch schon heute erneuerbare Energien für den Schienenverkehr genutzt werden. Ein weiterer Vorteil des Schienenverkehrs ist die systembedingte Energieeffizienz. Der Rollwiderstand ist beim Schienenverkehr deutlich geringer als beim Straßenverkehr. Auch bei der System-Auslastung, dem Verhältnis von Fahrzeuggewicht zu Nutzlast oder der Rückgewinnung von Bremsenergie kann das Schienenfahrzeug punkten und zählt somit zu den energieeffizientesten Verkehrsträgern. Dem Schienenverkehr kommt daher in den kommenden Jahren ein besonderer Stellenwert zu. Wie die zukünftige Rolle des Schienenverkehrs im Gesamtverkehrssystem aussehen wird ist nicht zuletzt auch von politischen Entscheidungen abhängig. Die Unternehmen der Bahnbranche sind aber auch selbst in der Pflicht durch Innovationen den Schienenverkehr weiter zu verbessern.¹

Innovationen am Gebiet des Leichtbaus von Schienenfahrzeugen führen zu Gewichtseinsparungen und somit zu einer Reduzierung des Energieverbrauchs. Moderne Methoden zur Berechnung der Spannungen und in weiterer Folge der Betriebsfestigkeit von Bauteilen haben in diesem Zusammenhang eine besondere Bedeutung.

Die vorliegende Arbeit ist im Zuge des Projektes „Auslegungstool für Schraubendruckfedern“ entstanden, welches seitens der TU Graz vom Institut für Leichtbau durchgeführt wird.

¹ Vgl. (Flege, et al., 2011)

1.1 Ausgangssituation

Zurzeit werden die in Fahrwerken verbauten Schraubendruckfedern beim Industriepartner nach der europäischen Norm EN 13906-1 (früher: DIN 2089) ausgelegt. Beziehungsweise fließen diverse Erfahrungswerte in die Berechnung mit ein. Die Gummischichtfeder, welche einen wesentlichen Bestandteil der betrachteten Primärfederstufe darstellt, wird nur über Abschätzungen und Erfahrungswerten in der Auslegung berücksichtigt. Des Weiteren wurde beobachtet, dass die im Betrieb befindlichen und nach Norm ausgelegten Federn die zulässigen Festigkeitsgrenzen überschreiten. Auch treten immer wieder dynamische Problemstellungen auf die mit den aktuellen Methoden nicht berechnet werden können.

1.2 Motivation

Die Ergebnisse der Berechnungen von Bauteilen im Maschinenbau, im vorliegenden Fall von Schraubendruckfedern, sollen immer genauer und realitätsnaher werden. Das zurzeit eingesetzte geschlossene Berechnungsverfahren (EN 13906-1) wird diesen Anforderungen nicht mehr gerecht.

Außerdem nimmt die Bedeutung der Lebensdauervorhersage mit dem Zwang zur weiteren Verkürzung und Straffung der Produktentwicklungs- und Produkterprobungszeiten einerseits und der Zunahme der Komplexität und Intensität der Nachweisführung im Hinblick auf Qualitätssicherung und Produkthaftung andererseits deutlich zu.²

Durch eine zuverlässige numerische Simulation des Lebensdauerverhaltens könnte somit der Einsatz von kosten- und zeitintensiven Lebensdauertests reduziert werden.

1.3 Ziele

Am Beispiel der Primärfederstufe des Siemens Laufwerks mit der Bezeichnung SF100 soll die vorliegende Arbeit folgende Ziele erfüllen:

- Erstellung eines FE-Modells für eine nichtlineare Schraubendruckfeder-Berechnung
- Berechnung der Einzel- und Systemsteifigkeiten sowie der Federbewegung
- Berechnung der im Betrieb auftretenden Spannungen in der Schraubendruckfeder unter elastischer Verformung
- Erstellung eines FE-Modells der Gummischichtfeder mit einem entsprechenden Materialmodell
- Untersuchung des Einflusses der Gummischichtfeder auf die Spannungen in den Schraubendruckfedern bei realen Belastungssituationen
- Weiterentwicklung und Adaption des analytischen Berechnungsverfahrens der EN 13906 mit Hilfe der neu gewonnenen Erkenntnisse.
- Auswertung der Versuchsdaten und Verifikation der numerischen (FEM) und analytischen Methode

² Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 499)

- Rechnerische und experimentelle Bestimmung der Eigenfrequenzen der nicht eingespannten Einzelfedern im relevanten Frequenzbereich

Die Ergebnisse dieser Arbeit bilden die Grundlage für eine Lebensdaueranalyse, sowie für zukünftige dynamische Untersuchungen der Primärfederstufe.

Um eine rechnerische Aussage über die Lebensdauer eines Bauteils treffen zu können muss dessen Spannungszustand bekannt sein. Prinzipiell ergibt sich der Spannungszustand durch eine Überlagerung der Betriebsspannungen mit den Eigenspannungen. Die Eigenspannungen der Feder die beim Herstellungsprozess entstehen (z.B. beim Setzen) werden in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt. Außerdem ist eine Veränderung des Spannungszustandes durch auftretenden Verschleiß an den Kontaktstellen, etc. nicht Gegenstand dieser Arbeit.

1.4 Vorgehensweise

Die Analytik, die Numerik und das Experiment bilden das Dreieck der Steifigkeits- und Spannungsanalyse (siehe Abbildung 1). Den Kern der Arbeit bildet die numerische, nichtlineare Berechnung mit der Finiten-Elemente-Methode (FEM). Daneben werden in dieser Arbeit auch die beiden anderen grundlegenden Methoden parallel verfolgt und deren Ergebnisse miteinander verglichen und diskutiert. Speziell die experimentelle Ermittlung der Steifigkeiten und Spannungen ist in Hinblick auf die Validierung der Rechenergebnisse besonders von Bedeutung.

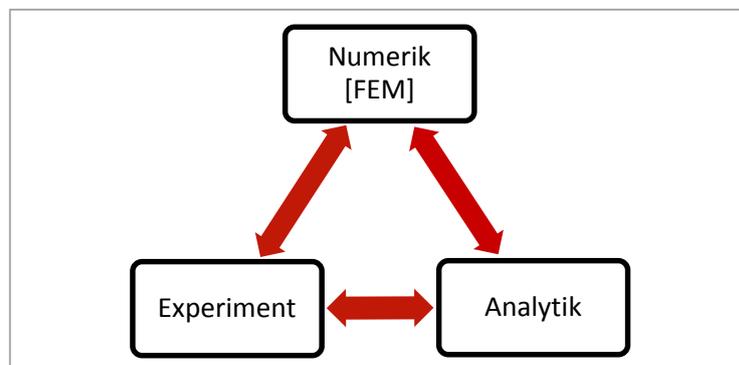


Abbildung 1: Dreieck der Steifigkeits- und Spannungsanalyse

Im ersten Schritt werden die geometrischen Einflüsse der Schraubendruckfeder auf die Federsteifigkeiten und Spannungen ermittelt. Darauf basierend wird ein FE-Modell der Schraubendruckfeder erstellt. Die damit ermittelten Einzelsteifigkeiten und Spannungen werden mit jenen aus den Messungen und analytischen Berechnungen verglichen und validiert. Im nächsten Schritt werden die Einzelfedern zu einem Federsatz zusammengeführt. Um die Beanspruchung der Schraubendruckfedern auch in der Federstufe numerisch berechnen zu können, ist ein FE-Modell der Gummischichtfeder erforderlich. Dieses muss lediglich die Steifigkeiten möglichst realitätsnah abbilden können. Die Spannungen die in der Gummischichtfeder auftreten spielen für diese Arbeit keine Rolle, da das Hauptaugenmerk auf

den Schraubendruckfedern liegt. Bei der Gummischichtfeder kommt der Wahl eines geeigneten Materialmodells bzw. der Bestimmung der Konstanten für ein ausgewähltes Modell, aufgrund der besonderen Eigenschaften von Gummi, besondere Aufmerksamkeit zu. Nach dem alle Einzelkomponenten validiert wurden, erfolgt im nächsten Schritt die Berechnungen der gesamten Federstufe und der Vergleich mit den Messergebnissen. In weiteren Folge wird das Volumenmodell der Gummischichtfeder durch ein einfaches eindimensionales Element ersetzt um die Rechenzeit der Federstufe entsprechend zu reduzieren. Der Ablauf der statischen FE-Berechnung ist in der Abbildung 2 überblicksmäßig dargestellt. Zur Erstellung geeigneter Prüfvorschriften für die experimentellen Untersuchungen werden zum Teil bereits im Vorfeld erste FE-Simulationen durchgeführt, um die Randbedingungen der Versuche besser bestimmen zu können. Abschließend erfolgt eine experimentelle Ermittlung der Eigenfrequenz der frei aufgehängten Schraubendruckfeder. Auch hier soll vorab eine FE-Simulation Aufschluss über die zu erwartenden Eigenfrequenzen und Eigenformen geben.

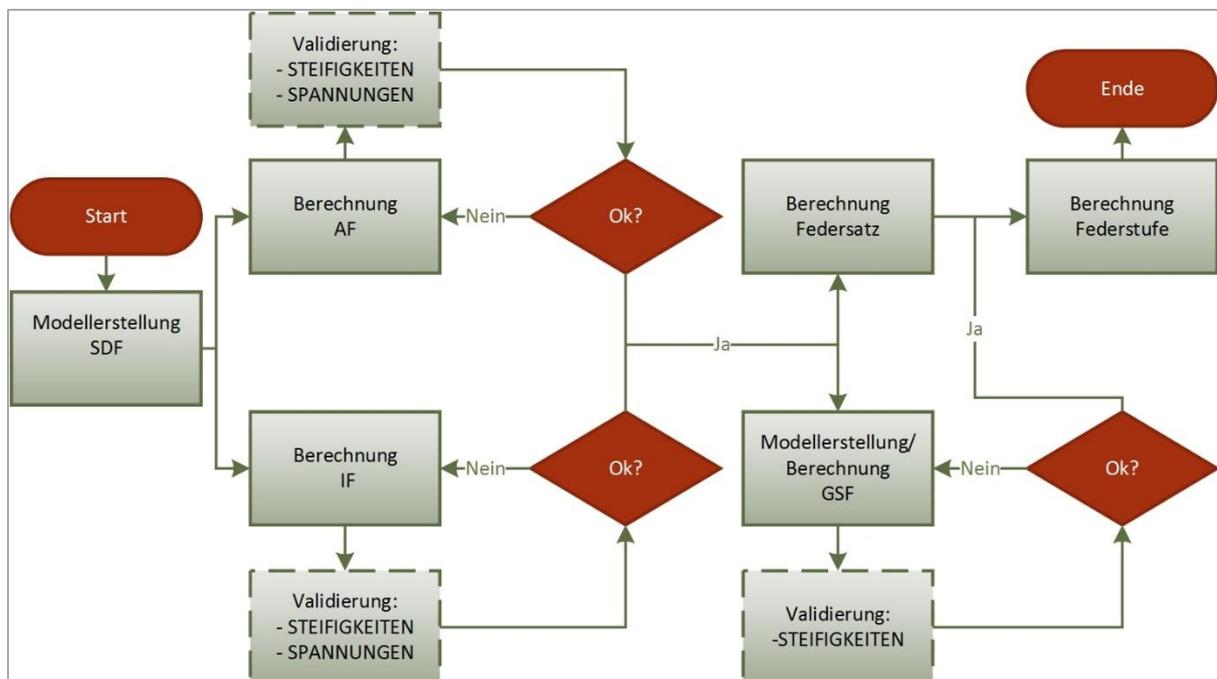


Abbildung 2: Ablauf für die statische FE-Berechnung

2 Allgemeines zu Schienenfahrzeugen

Der Begriff „Schienenfahrzeuge“ steht in der Regel für Eisenbahnfahrzeuge, die auf paarweise und parallel angeordneten Schienen fahren sowie Güter und Personen befördern.

2.1 Laufwerk³

Schienenfahrzeuge sind spurgeführte Fahrzeuge, bei dem das Laufwerk die Führung im Gleis, die Übertragung der Last sowie deren Federung übernimmt. Außerdem übernimmt es die Übertragung der Bremskräfte und bei angetriebenen Fahrzeugen die Übertragung der Antriebskräfte. Heute sind fast alle Schienenfahrzeuge Drehgestellfahrzeuge, bei denen der Radsatz die Verbindung zwischen dem Fahrzeug und der Schiene herstellt. Der Radsatz besteht in der Regel aus den beiden Rädern, der Radsatzlagerung und der Radsatzwelle. Als Drehgestell wird ein Laufwerk mit zwei oder mehr in einem Rahmen angeordneten Radsätzen bezeichnet, das sich gegenüber dem Fahrzeugkasten um einen Drehpunkt verdrehen kann. Hauptziele der Verwendung von Drehgestellen sind sowohl eine bessere Kurvengängigkeit längerer Fahrzeuge als auch die Verwirklichung einer zweiten Federstufe, die für eine möglichst weitgehende Entkopplung des Wagenkastens von den Unregelmäßigkeiten der Gleislage und somit für guten Fahrkomfort sorgt.

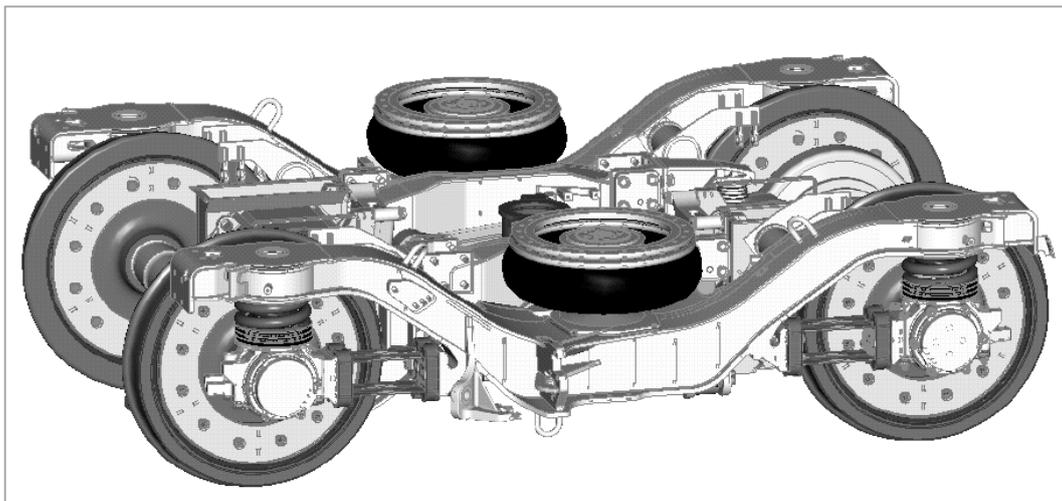


Abbildung 3:Aufbau eines Drehgestells⁴

2.2 Federung⁵

Die Federung von Schienenfahrzeugen wird häufig zweistufig ausgeführt, um den Laufkomfort zu erhöhen. Dabei befindet sich die Sekundärfederung zwischen Fahrzeugkasten und Drehgestellrahmen und die in dieser Arbeit betrachtete Primärfederung zwischen Drehgestellrahmen und Radsatz (siehe Abbildung 4).

³ Vgl. (Janicki, et al., 2008)

⁴ (Haigermoser, 2002 S. 183)

⁵ Vgl. (Janicki, et al., 2008 S. 87 f.)

Die Federung bei Schienenfahrzeugen hat folgende Aufgaben zu erfüllen:

- Übertragung von statischen und quasistatischen Kräften (Gewichtskräfte, Fliehkräfte)
- Gewährleistung der Entgleisungssicherheit in Gleisverwindungen
- Schutz des Drehgestellrahmens und Fahrzeugkastens vor Fahrbahnstößen und Beschleunigungsspitzen
- Schwingungstechnische und akustische Entkoppelung des Fahrzeugkastens vom Radsatz
- Gewährleistung eines guten Schwingungskomforts



Abbildung 4: Primärfederstufe SF100 im eingebauten Zustand⁶

Je nach Fahrzeugbauart und Ausführung des Laufwerkes kommen verschiedene Federarten zum Einsatz. Blattfedern, Parabelfedern, Schraubenfeder, Gummifedern und Luftfedern sind die am häufigsten eingesetzten Federbauformen. Bei Schraubendruckfedern ist zu beachten, dass sie praktisch keine Eigendämpfung besitzen und deshalb zusätzliche Dämpfungselemente benötigen.

2.3 Radsatzführung⁷

Die Radsatzführung übernimmt die funktionssichere Führung der Radsätze. Bei manchen Laufwerksarten wird diese Aufgabe gemeinsam mit der Federung von einem Bauteil erfüllt. Bei der sogenannten Lenkerführung (Radsatzlenker) verbinden Radsatzlenker den Radsatz über das Radsatzlagergehäuse mit dem Drehgestellrahmen. Eine besondere Form der Radsatzlenkung ist die Schwingenführung. Sie ist auf der einen Seite direkt mit dem Radsatzlagergehäuse verbunden, während die andere Seite über eine gummigefederte Verbindung zum Drehgestellrahmen hin elastisch gelagert ist.

2.4 Definition der Koordinatensysteme

Bei Schienenfahrzeugen wird die Achse normal zum Boden als Hochachse und die Achse entlang der Radsatzwelle als Querachse bezeichnet. Die Längsachse zeigt in Fahrtrichtung.

⁶ Quelle: Siemens

⁷ Vgl. (Janicki, et al., 2008 S. 90 ff.)

Diese drei Vektoren bilden das Fahrzeugkoordinatensystem. In der weiteren Arbeit wird jedoch meist ein eigenes Bauteilkoordinatensystem für die Schraubendruckfeder verwendet. Dabei entspricht die z-Achse der Achse der Schraubendruckfeder (vertikale Richtung), die x-Achse geht in Richtung der Banderole (Kennzeichnungsband auf der Feder) der Schraubendruckfeder und für ein kartesisches Koordinatensystem ergibt sich dann die Richtung der y-Achse von selbst. Die Richtungen normal auf die z-Achse (x- und y-Richtung) werden als laterale („seitlich“) Richtungen bezeichnet. Wird die Schraubendruckfeder so eingebaut, dass die Banderolenrichtung in Fahrtrichtung zeigt, dann entspricht das Koordinatensystem der Feder dem Fahrzeugkoordinatensystem (zumindest was die Richtungen betrifft). Wird nichts anderes erwähnt wird dies im Folgenden so gehandhabt.

2.5 Aufbau der SF100 Primärfederung

Beim SF100 Laufwerk wird zur Radsatzführung eine Schwingenführung eingesetzt. Als Primärfederung wird ein Schraubendruckfedersatz mit einer in Reihe geschalteten Gummischichtfeder verwendet (siehe Abbildung 5). Beim Einfedern ist aufgrund der Schwingenkinematik zu beachten, dass der Fußpunkt der Primärfederung sich in Längsrichtung (x-Richtung) verschiebt (Lateralverschiebung) und um die Querachse (y-Achse) dreht (gilt wenn die Banderolenrichtung parallel zur Längsachse ist). Diese Tatsache begründet das Vorhandensein einer Gummischichtfeder in dieser Konfiguration. Sie entlastet den Schraubendruckfedersatz und nimmt einen mehr oder weniger großen Teil der Bewegungen aufgrund der Schwingenkinematik auf.

Trotz der Gummischichtfeder erfahren die Schraubendruckfedern nicht nur eine rein axiale Belastung (in z-Richtung) sondern auch eine Belastung normal dazu in lateraler Richtung (x-Richtung) und eine Belastung durch die Rotation um die Querachse (ry-Richtung).

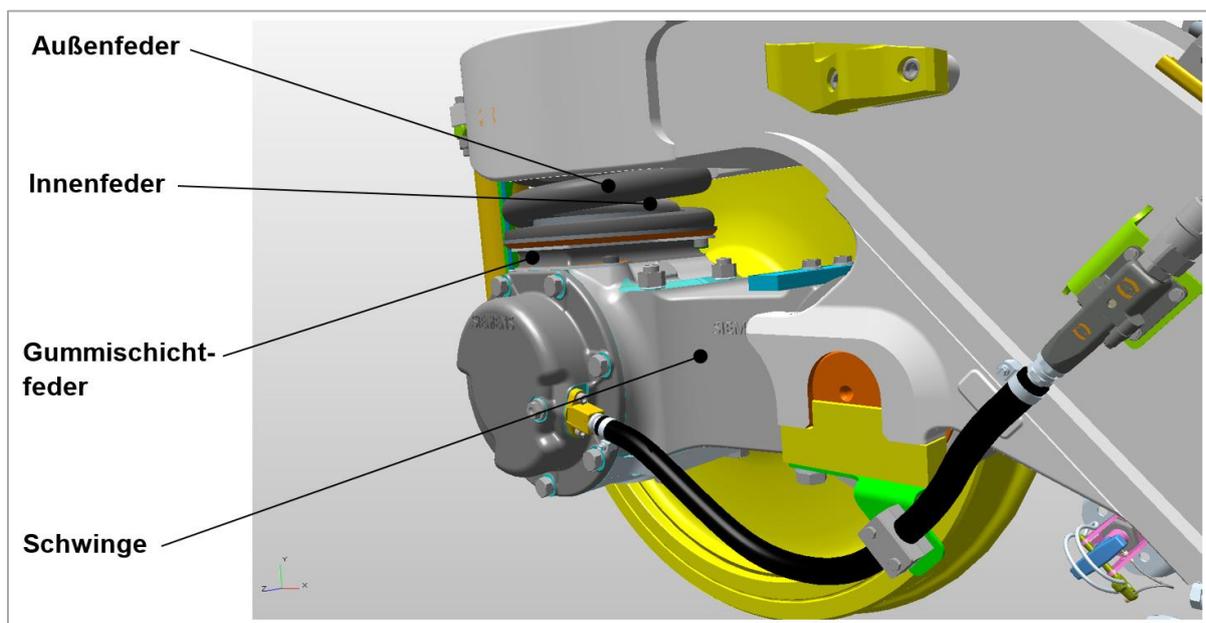


Abbildung 5: Aufbau der Federstufe⁸

⁸ Quelle: Siemens

Die Einzelteile und Baugruppen die für diese Arbeit von Interesse sind, sind in der Abbildung 5 im eingebauten Zustand ersichtlich. Die Abbildung 6 liefert einen hierarchischen Überblick über die für die Berechnung erforderlichen Bauteile und –gruppen (Bauteile die für diese Arbeit nicht von Interesse sind werden nicht angeführt). Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten kurz beschrieben.

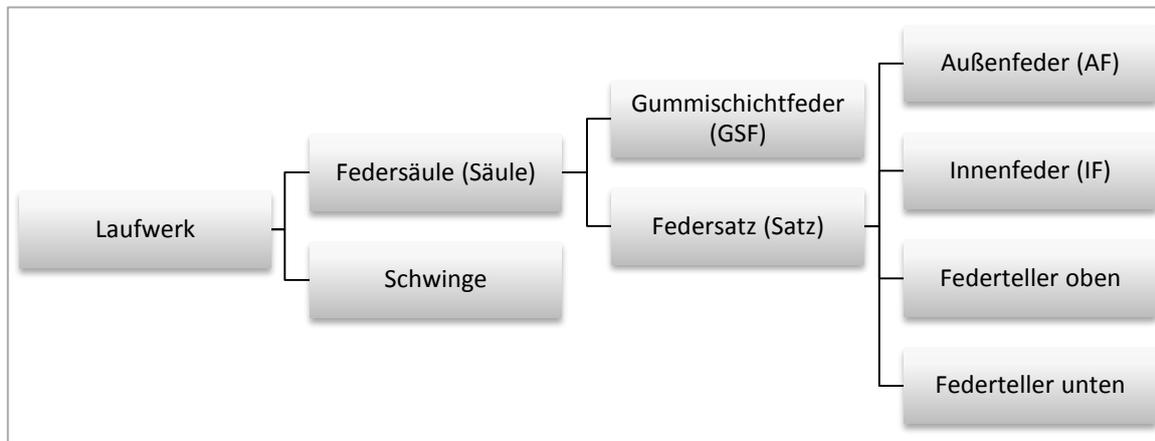


Abbildung 6: Hierarchische Darstellung der Baugruppen

Außenfeder und Innenfeder:

Es handelt sich um Schraubendruckfedern mit kreisrundem Drahtquerschnitt aus Federstahl. Die Formgebung erfolgt durch Warmumformung. Die Federenden sind geschmiedet oder gewalzt, angelegt und plangeschliffen ausgeführt. Die Federn werden nach dem Härten kugelstrahlverdichtet und lackiert. Auf jeder Feder befindet sich ein Kennzeichnungsband, die sogenannte Banderole. Sie wird dort angebracht, wo die größte Nullpunktverschiebung auftritt. Diese wird experimentell bestimmt. Dazu wird die Feder auf einem Kreuztisch mit der Prüfkraft vorgespannt und die resultierende Wegrichtung des Kreuztisches bestimmt. Die Banderole liegt auf der positiven x-Achse der jeweiligen Einzelfeder. Die Daten aus der technischen Spezifikation der Firma Siemens sind dem Anhang zu entnehmen.

Federsatz:

Die Außenfeder und die Innenfeder werden in einer konzentrischen Anordnung ineinander gesetzt, das heißt sie werden parallel geschaltet. Dadurch wird das Belastungsvermögen erhöht. Die Federn werden beidseitig von sogenannten Federtellern aufgenommen. Deren Aufgabe neben der Krafteinleitung auch die Zentrierung ist.

Metall-Gummischichtfeder:

Die Hauptaufgabe dieser Feder ist es die Verschiebungen in lateraler Richtung und die Rotationen aufzunehmen um die Belastungen der Schraubendruckfedern zu reduzieren.

Federsäule:

Die Federsäule bezeichnet die in Serie geschalteten Komponenten Federsatz und Gummischichtfeder.

3 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die, für diese Arbeit wichtigsten, theoretischen Grundlagen vorgestellt werden. Es ist dies nicht als umfassende und vollständige Darstellung dieser Grundlagen zu verstehen, sondern als eine für das Verständnis der Arbeit aufs Wesentliche reduzierte Zusammenfassung. Detailliertere Informationen zu diesen Thematiken können der im Literaturverzeichnis angegebenen Fachliteratur entnommen werden.

3.1 Schraubendruckfedern

Federn sind Maschinenelemente die sich sehr stark elastisch verformen lassen und nach der Entlastung wieder ihre Ausgangsform annehmen. Die Elastizität kann über eine entsprechende Formgebung (z.B. Schraubendruckfedern) und/oder über eine geeignete Werkstoffwahl (z.B. Gummifedern) realisiert werden. Federn können für eine Vielzahl von Aufgaben eingesetzt werden. Sie können mechanische Energie aufnehmen, speichern und wieder abgeben sowie mechanische Energie durch Reibeffekte in Wärmeenergie umwandeln. Schon sehr lange macht sich der Mensch elastische Materialien zu nutze. Zuerst wurden Federn vor allem im Waffenbau eingesetzt, später kamen Uhren und Schlösser zu den Einsatzgebieten hinzu. Besonders aber die Schienenfahrzeug- und Automobilindustrie haben die Entwicklung der Federn vorangetrieben. Im Laufe der Zeit hat sich eine Vielzahl von verschiedenen Federarten entwickelt welche sich nach unterschiedlichsten Merkmalen einteilen lassen. So ist zum Beispiel die Einteilung nach der Federgestalt (Tellerfeder, Schraubenfeder, Spiralfeder) oder nach der Art der Werkstoffbeanspruchung (Biegefeder, Torsionsfeder) weit verbreitet (siehe Abbildung 7).

Einteilung der Federn		Federn (Technische Federn)			
		Festkörperfedern		Flüssigkeitsfedern	Gasfedern
		Metallfedern	Nichtmetallfedern		
METALLFEDERN	Federwerkstoffbeanspruchung	Zug- und Druckstabfedern		Ringfeder	
		Biegeformen		Scheiben- u. Sonderformen	
	Verdrehung	Drehstabfeder		Nichtzylindrische Schraubenfedern	
		Zylindrische Schraubenfedern			

Das Diagramm zeigt die Einteilung technischer Federn in Metallfedern, unterteilt in Beanspruchungsarten (Zug/Druck, Biegung, Verdrehung) und Formtypen (Gerade, Gewundene, Scheiben- u. Sonderformen). Es enthält Zeichnungen von verschiedenen Federarten wie Zug- und Druckstabfedern, Ringfedern, Biegestabfedern (Blattfeder), Spiralfeder, Drehfeder, Tellerfeder, Membranfeder, Drehstabfeder, Zylindrische Schraubenfedern (Druckfeder, Zugfeder) und Nichtzylindrische Schraubenfedern (Kegelstumpf-, Tonnen-, Taillenfeder).

Abbildung 7: Einteilung technischer Federn⁹

⁹Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 4)

3.1.1 Allgemeines zu Schraubendruckfedern

Eine zylindrische Schraubendruckfeder entsteht wenn man einen meist runden Federdraht entlang einer Schraubenlinie um einen zylindrischen Dorn wickelt bzw. mit einer entsprechenden Windmaschine windet. Eine Umdrehung wird als Windung bezeichnet. Die Schraubendruckfeder wird zwar im Wesentlichen durch in Achsrichtung angreifende Druckkräfte belastet (deshalb Druckfeder), die auf den Federdraht wirkende Belastung ist jedoch hauptsächlich eine Torsionsbeanspruchung. Aus diesem Grund zählen Schraubendruckfedern zu den Torsionsfedern.

3.1.1.1 Windungen und Steigungsverlauf

Die Federenden dienen der Kräfteinleitung und werden dementsprechend gestaltet. Ziel ist es ein möglichst axiales Einfedern zu erreichen. Man erreicht dies durch eine Verminderung der Windungssteigung zur auslaufenden Windung hin, Anlegen mindestens einer Windung, durch Abschleifen der letzten Windung (normal zur Federachse) oder durch Versetzen der Drahtenden um 180° . In den meisten Fällen werden die Federenden angelegt und geschliffen.¹⁰

Dadurch ergibt sich der für Schraubendruckfedern typische Steigungsverlauf (Höhe h über Windungsanzahl n) einer Sinoide. Wie die Abbildung 8 zeigt, wird in der Analytik oft die Sinoide (1) durch einen linearen Steigungsverlauf (2) angenähert.

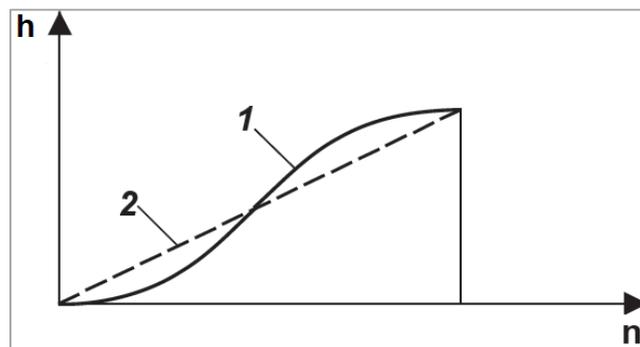


Abbildung 8: Steigungsverlauf einer Schraubendruckfeder¹¹

Die gesamte Anzahl der Windungen setzt sich demnach aus den freien (federnden) Windungen, den Übergangswindungen und den festen Windungen zusammen.

Die festen Windungen sind jene die nicht an der Federung beteiligt sind (z.B. aufgrund des Anschleifens von Anfang an nicht beteiligt oder durch das Anlegen). Die Windungen der Feder die zwischen den Windungen mit konstanter Steigung und den festen Windungen liegen werden als Übergangswindungen bezeichnet.

Die Anzahl der federnden Windungen kann aufgrund der Tatsache, dass sich die Torsionsspannungen auch noch in den bereits angelegten Windungen fortsetzen und diese somit zur Federung beitragen, nicht optisch ermittelt werden.¹²

¹⁰ Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 137)

¹¹ Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 138)

¹² Vgl. (Lutz, 2000 S. 13)

Da aber die Zahl der federnden bzw. wirksamen Windungen für die analytische Berechnung von Schraubendruckfedern essentiell ist, wurden in der Vergangenheit eine Vielzahl von theoretischen Überlegungen und Versuchen durchgeführt, die das Ziel verfolgten die federnden Windungen zu bestimmen. Als Resultat dieser Untersuchungen wird zu den optisch sichtbaren freien Windungen meist eine Konstante addiert. Je nach zugrunde liegender Untersuchung sind in der Literatur stark unterschiedliche Werte dafür zu finden.

Wird die Feder so weit zusammengedrückt, dass sich alle Windungen gegenseitig berühren, ist die Blocklänge L_c der Feder erreicht.

Es sei hier erwähnt, dass die axiale Krafteinleitung nicht nur über die Gestaltung der Federenden erreicht werden kann, sondern auch durch speziell geformte Federtellern. Aus technischer Sicht wäre dies eigentlich zu bevorzugen, da Nachteile wie Brüche in den Endwindungen, exzentrische Belastung oder die Existenz von Übergangswindungen vermieden werden können.¹³

3.1.1.2 Federkennlinie und Federrate

Durch Auftragen der Federkraft F über den Federweg s , erhält man die Federkennlinie. Bei steilen Federkennlinien spricht man von „harten“ Federn und bei eher flach verlaufenden Kennlinien von „weichen“ Federn. Liegt ein linear elastischer Federwerkstoff vor, so ist auch die Federkennlinie meist linear. Durch Reibungseinflüsse bzw. durch die Gestaltung der Feder treten aber in der Realität oft nichtlineare Kennlinienverläufe auf (oft bewusst gewünscht). Die verschiedenen Kennlinien sind in Abbildung 9 dargestellt. In gewissen Grenzen kann auch bei Schraubendruckfedern mit einer linearen Kennlinie gerechnet werden.

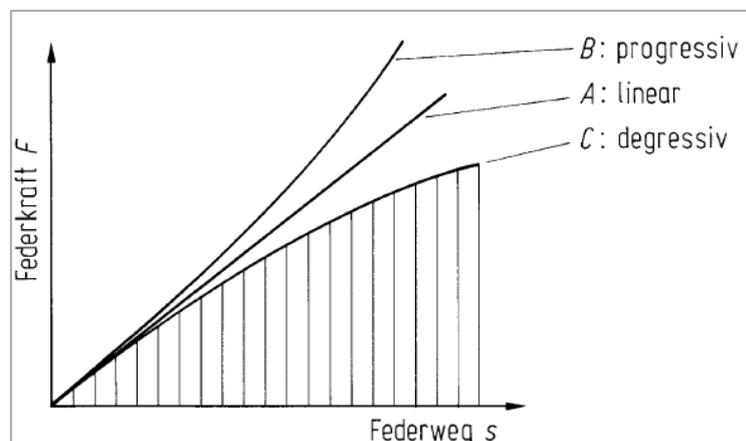


Abbildung 9: Federkennlinien¹⁴

Jedoch legen sich bei steigender Axialkraft, die Übergangswindungen nach und nach an. Dies ist der Grund dafür, dass die statische Kennlinie von Schraubendruckfedern im Allgemeinen nicht linear, sondern progressiv ist. Die Fläche unter der Federkennlinie entspricht der Federungsarbeit W (siehe Abbildung 9). Die Steigung der Federkennlinie wird als Federrate bzw. Federsteifigkeit R bezeichnet. Es gilt folgender Zusammenhang:

¹³ Vgl. (Gross, 1960 S. 101)

¹⁴ Vgl. (Niemann, et al., 2005 S. 483)

$$R = \frac{dF}{ds} \quad (1)$$

Die Federrate, die später im Kapitel 3.1.2.1 für Schraubendruckfedern analytisch hergeleitet wird, ist aufgrund der Progressivität keine Konstante (deshalb nicht Federkonstante) sondern eine Funktion der federnden Windungen. Die Geometrischen Nichtlinearitäten beschränken sich aber nicht nur auf die Änderung der federnden Windungen. So ändert sich beispielsweise auch der Federdurchmesser durch Aufweiten der Windungen bei einer axialen Belastung.

3.1.1.3 Setzen von Schraubendruckfedern

Schraubendruckfedern werden in der Regel vorgesetzt. Dabei wird die Feder zuerst länger als gewünscht gewickelt und dann zusammengedrückt. Liegt die Kraft über der Elastizitätsgrenze so verkürzt sich die Feder nach der Entlastung um den Setzweg. Die Elastizitätsgrenze wird dadurch erhöht und das Belastungsvermögen somit vergrößert. Wird dieser Vorgang wiederholt ist der neue Setzweg deutlich geringer. Nach weiteren Wiederholungen ist irgendwann keine Setzung mehr zu beobachten, man sagt die Feder steht.

3.1.2 Analytische Berechnung von Schraubendruckfedern

Die Berechnung von Schraubendruckfedern aus runden Drähten und Stäben ist in der DIN EN 13906-1 genormt. Beim Berechnungsverfahren nach der Norm wird von einer linearen Federkennlinie ausgegangen, dies entspricht, wie vorher beschrieben, jedoch nicht den tatsächlichen Gegebenheiten. In der Praxis erfolgt die Auslegung aktuell zumeist trotzdem nach dieser Norm.

3.1.2.1 Beanspruchung des Federdrahtes und axiale Federrate

Eine der wichtigsten Größen zur Berechnung von Schraubendruckfedern ist die Federrate R , die einen Zusammenhang zwischen Federkraft und Federweg herstellt (siehe Formel (1)). Die allgemein bekannte und in der DIN-Norm angegebene Formel für die Federrate in Achsrichtung wurde bereits im Jahre 1938 von Groß und Lehr (siehe (Gross, et al., 1938)) publiziert und deren Herleitung wird im Folgenden kurz wiedergegeben.

In Abbildung 10 ist eine normal zur Windungslinie durchgeschnittene Windung dargestellt, d.h. der Drahtquerschnitt (Kreis) ist ersichtlich. Die Federkraft F wirkt in Richtung der Federachse, welche den Abstand r (entspricht dem halben Windungsdurchmesser $D_m/2$) zum Mittelpunkt (=Schwerpunkt) der Schnittfläche hat. Die Schnittfläche ist zur Federachse um den Steigungswinkel α geneigt. Die Federkraft kann in eine Komponente in der Schnittebene F_Q und eine normal dazu F_D zerlegt werden. Diese beiden Kraftkomponenten können nun durch Verschiebung in den Schwerpunkt der Schnittfläche und Aufbringen von zwei Drehmomenten $F \cdot r \cdot \cos(\alpha)$ und $F \cdot r \cdot \sin(\alpha)$ ersetzt werden. Somit wirken im Querschnitt folgende Belastungen:

- die Normalkraft $F_D = F \cdot \sin(\alpha)$
- die Querkraft $F_Q = F \cdot \cos(\alpha)$
- das Biegemoment $M_b = F \cdot r \cdot \sin(\alpha)$
- das Drehmoment $T = F \cdot r \cdot \cos(\alpha)$

Nun wird angenommen dass der Winkel α klein ist. Demnach kann $\sin(\alpha)=0$ und $\cos(\alpha)=1$ gesetzt werden. Biegemoment und Normalkraft werden nach dieser Annahme somit vernachlässigt. Da es sich beim Federdraht gewöhnlich um einen langen und schlanken Stab handelt wird auch die Scherung aufgrund der Querkraft vernachlässigt, da diese gegenüber der Torsionsbeanspruchung deutlich kleiner ausfällt.

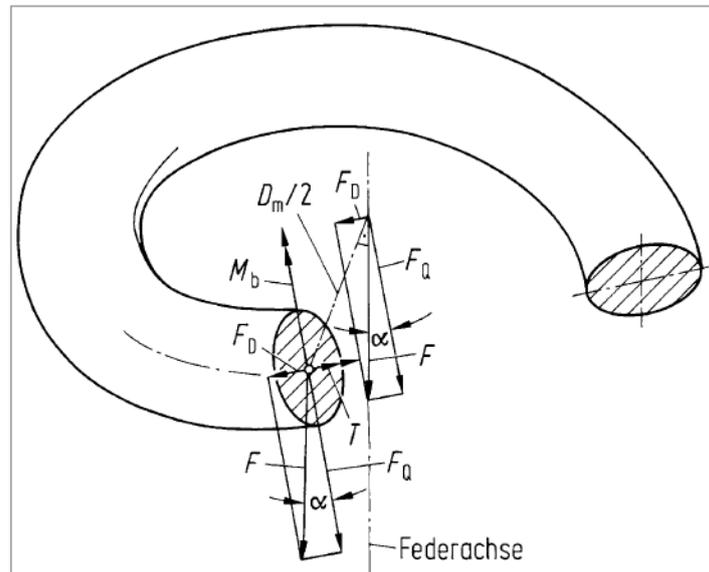


Abbildung 10: Kräfte und Momente bei axialer Belastung¹⁵

Nun soll die Federung f entlang der Federachse berechnet werden. Dabei wird angenommen, dass die Krümmung der Windungslinie klein ist. Damit kann die Windungslinie dx zwischen zwei um den Winkel $d\phi$ auseinanderliegenden Querschnitten als gerade angenommen werden. Demnach ist $dx=r*d\phi$. Der Winkel $d\psi$, um den sich die beiden Querschnitte gegeneinander verdrehen ergibt sich zu

$$d\psi = \frac{T * dx}{I_p * G} = \frac{F * r * r * d\phi}{I_p * G} \quad (2)$$

Nun kann die Verschiebung des Kraftangriffspunktes, welche der Federung $ds=r*d\psi$ entspricht, berechnet werden. Durch Integration über den Winkel aller an der Federung beteiligten Windungen n kann die gesamte Federung berechnet werden.

$$s = \int_0^{2\pi n} r * d\psi = \frac{F * r^3}{I_p * G} \int_0^{2\pi n} d\phi = 2\pi * \frac{F * r^3 * n}{I_p * G} = \frac{8 * F * D^3 * n}{d^4 * G} \quad (3)$$

Daraus ergibt sich folgender analytische Zusammenhang für die axiale Federrate:

$$R = \frac{d^4 * G}{8 * D^3 * n} \quad (4)$$

¹⁵ Vgl. (Niemann, et al., 2005 S. 514)

3.1.2.2 Berechnung der Schubspannungen¹⁶

Wie vorher erwähnt werden bei der Berechnung der Schubspannungen die Querkraftanteile vernachlässigt. Außerdem wird die endliche Krümmung nicht berücksichtigt. Es ergibt sich ein linearer Schubspannungsverlauf über den Drahtquerschnitt. Die größte Spannung tritt am Rand auf und kann nach Gleichung (5) berechnet werden. Der lineare Verlauf ist in Abbildung 11 mit einer Strichlinie dargestellt und die Randspannung mit τ_i bezeichnet.

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{8 * D * F}{\pi * d^3} \quad (5)$$

Betrachtet man jedoch einen gekrümmten Stab, so kann man am Querschnittsrand an der Innenseite eine Erhöhung der Schubspannungen feststellen, da die Faserlänge an der Windungsinenseite kürzer ist als an der Windungsaußenseite. Demnach ist bei Schraubendruckfedern die Innenseite der Windungen den größten Belastungen ausgesetzt. Dieser Effekt ist umso größer je größer das Wickelverhältnis $w=D/d$ der Feder ist. In Abbildung 11 ist die tatsächliche Spannungsverteilung über den Querschnitt für einen gekrümmten Stab dargestellt.

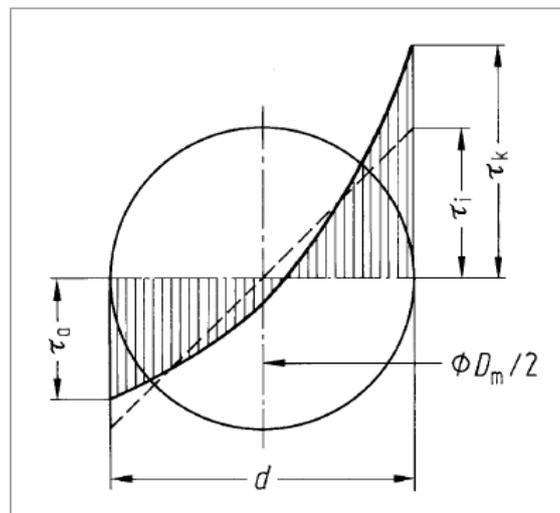


Abbildung 11: Schubspannungsverteilung im Drahtquerschnitt¹⁷

Die nach Gleichung (5) durchgeführte Berechnung der Schubspannungen, liefert demnach tendenziell einen zu niedrigen Wert. Diese Tatsache wird in der DIN EN 13906-1 durch einen Korrekturfaktor k berücksichtigt. Dieser Korrekturfaktor kann in Abhängigkeit vom Wickelverhältnis w mit Näherungsgleichung oder Diagrammen ermittelt werden. In der Literatur finden sich dazu verschiedene Ansätze. Durch Multiplikation der nach Gleichung (5) berechnete Spannung mit dem Spannungskorrekturfaktor ergibt sich die sogenannte korrigierte Schubspannung.

$$\tau_k = k * \tau \quad (6)$$

Die korrigierte Schubspannung wird nach Norm bei dynamisch beanspruchten Federn verwendet. Bei statischer Beanspruchung wird keine Korrektur vorgenommen.

¹⁶ Vgl. (Wahl, 1966)

¹⁷ Vgl. (Niemann, et al., 2005 S. 514)

3.1.2.3 Querverföderung

Häufig werden Schraubendruckfedern nicht nur axial belastet sondern auch normal dazu. Für solche Belastungen (siehe Abbildung 12) finden sich auch in der Norm geeignete Berechnungsansätze zur Bestimmung der Querverföerrate. Die Querverföerrate kann hier mit einem Verföerratenverhältnis η berechnet werden.

$$R_Q = \eta * R = \frac{F_Q}{s_Q} \quad (7)$$

Jedoch finden sich in der einschlägigen Literatur auch anderer Ansätze. Alle haben gemein, dass nur parallele Federauflageflächen berücksichtigt werden können (keine Biegung).

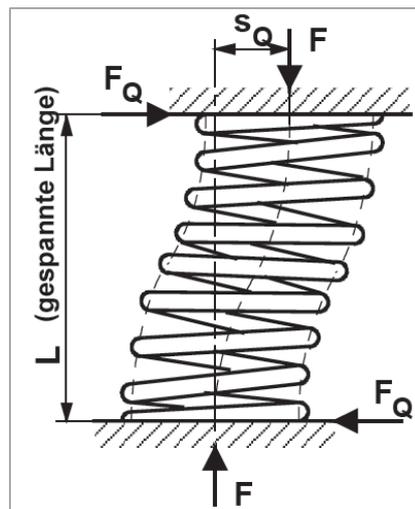


Abbildung 12: SDF unter Axial- und Querverlastung¹⁸

3.1.2.4 Schubspannungsverlauf entlang der Windungen

Werden die Schubspannungen über den Windungen aufgetragen wird auch bei reiner statischer Belastung der für Schraubendruckfedern typische Sinusverlauf der Schubspannungen festgestellt (siehe auch Kapitel 6.1.8.2). Ursachen für dieses Phänomen sind in den vorhandenen geometrischen Nichtlinearitäten, z.B. infolge der Übergangswindungen, und in der nicht zentrischen Wirkung der resultierenden Federkraft zu suchen.¹⁹ Im Allgemeinen fällt die resultierende z-Kraft nicht mit der Federachse zusammen sondern wirkt außermittig. Durch diese außermittige Belastung wird die Spannung auf der einen Federseite erhöht und auf der anderen Seite verringert. Die Exzentrizität kann näherungsweise mit der Formel von Keysor ermittelt werden:²⁰

$$\frac{e}{r} = 1,123 * (Z - 1) \quad (8)$$

$$Z = 1 + \frac{0,5043}{N} + \frac{0,1213}{N^2} + \frac{2,058}{N^3}$$

Dabei ergibt sich N zu $N=1,5+i'$, wobei i' den völlig freien Windungen entspricht.

¹⁸ Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 149)

¹⁹ Vgl. (Meissner, et al., 2007 S. 494)

²⁰ Vgl. (Wahl, 1966 S. 67 f.)

3.1.2.5 Anwendungsbereiche des Berechnungsverfahrens nach Norm

In der Tabelle 1 soll veranschaulicht werden für welche Anwendungsbereiche die Norm DIN EN 13906-1 gilt und in wie weit dies von den realen Gegebenheiten beim Einsatz in Schienenfahrzeugfederungen abweicht.

Tabelle 1: Anwendungsbereich der DIN EN 13906-1

Charakteristik	warmgeformte Druckfedern	SDF in
	Nach DIN EN 13906-1	Schienenfahrzeugen
Draht- oder Stabdurchmesser	$8\text{mm} \leq d \leq 60\text{mm}$	$d > 60\text{mm}$ ist möglich
Anzahl der federnden Windungen	$n \geq 3$	häufig $n < 3$
Windungsdurchmesser	$D \leq 460\text{mm}$	$D > 460\text{mm}$ ist möglich
Wickelverhältnis	$3 \leq w \leq 12$	
Länge der unbelasteten Feder	$L_0 \leq 800\text{mm}$	
Federkennlinie	linear	progressiv
Federauflageflächen	parallel	durch Schwingenführung häufig nicht parallel

Diese Aufstellung macht deutlich, dass die Auslegung nach DIN EN 13906-1 nur bedingt für die Berechnung von Schraubendruckfedern in Federstufen von Schienenfahrzeugen geeignet ist. Ein für die realen Gegebenheiten angepasstes Auslegungstool wäre demnach äußerst wünschenswert.

3.2 Elastomere und Gummifedern

Kunststoffe spielen im Maschinenbau und folglich auch in der Konstruktion von Schienenfahrzeugen eine immer wichtigere Rolle. Ein Vertreter dieser Werkstoffgruppe sind die Elastomere. Sie kommen heute in den verschiedensten Formen, als Feder-, Puffer- oder Dämpferelementen in modernen Schienenfahrzeugen vor.

Gummifedern sind Bauteile aus hochelastischen Werkstoffen. Die hohe Elastizität ist primär eine Stoffeigenschaft. Die Eigenart der Gummifedern wird deutlich beim Vergleich mit Metallfedern. Metallfedern sind nicht hochelastisch aus dem Stoff heraus, sondern nur aufgrund ihrer Konstruktionsform, wie dies beispielsweise die zylindrischen Schraubenfedern deutlich zeigen.²¹

Zur Kraftein- und Kraftausleitung und als Verbindung zu den anderen Bauteilen werden häufig Metallplatten mit dem Gummi fest verbunden. Solche Bauteile werden auch als gebundene Gummifedern bezeichnet.

Die Bindung zwischen Elastomer und Metallteilen erfolgt durch Haftvermittler, die auf die Metalloberfläche aufgebracht werden und dann bei der anschließenden Vulkanisation für die feste Verbindung zwischen Elastomer und Metall sorgen.²²

3.2.1 Werkstoffaufbau von Elastomeren

Elastomere, auch Gummi oder Vulkanisate genannt entstehen durch hauptvalenzmäßige Vernetzung von Kautschuk. Der molekulare Aufbau von Elastomeren ist in Abbildung 13 schematisch dargestellt. Darin sieht man die langkettigen Makromoleküle (Polymere), die sich miteinander verschlaufen und an einigen wenigen Stellen durch chemische Verbindungen miteinander vernetzt sind. Auf eine Belastung reagiert dieses Netz solange mit einer Deformation, bis ausreichend viele der Molekülketten gespannt sind, um die äußeren Kräfte aufzunehmen. Durch Zusatzwerkstoffe wie Weichmacher, Füllstoffe etc. lassen sich die Eigenschaften des Werkstoffes gezielt einstellen.

Elastomere sind also weitmaschig vernetzte Polymere, deren Glasübergangstemperatur unterhalb der Gebrauchstemperatur liegt. Bei Temperaturen unter der Glasübergangstemperatur erstarren sie glasartig, im Gebrauchstemperaturbereich verhalten sie sich entropieelastisch (gummielastisch). Das unterschiedliche Verhalten zwischen idealen Festkörpern und Elastomeren beruht auf dem unterschiedlichen Mechanismus der Energiespeicherung bei der Verformung. In energieelastischen Werkstoffen liegen die Atome im Raum definiert vor. Bei einer Deformation ändern sich die Atomabstände bzw. Valenzwinkel, wozu hohe Kräfte erforderlich sind. Die Elastizität beruht auf der Änderung der inneren Energie. Die weitmaschig (chemisch) vernetzten Polymerketten der Elastomere liegen bei Gebrauchstemperatur in Form eines flexiblen, statistisch angeordneten Molekülknäuels vor. Die Molekülgruppen bzw. Kettensegmente können rotatorische und translatorische

²¹ Vgl. (Göbel, 1969 S. 1)

²² Vgl. (Röthemeyer, et al., 2006 S. 957)

Bewegungen durchführen. Die statistisch wahrscheinlichste Knäuelform entspricht dem Zustand maximaler Entropie. Bei der Verformung nehmen die Molekülgruppen eine andere Konformation im Raum ein, die Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten nimmt ab. Bei Entlastung kehren sie wieder in den ursprünglichen Zustand der statistisch wahrscheinlichsten Konformation zurück. Das Verformungsverhalten der Elastomere beruht auf der Änderung der Entropie.^{23 24}

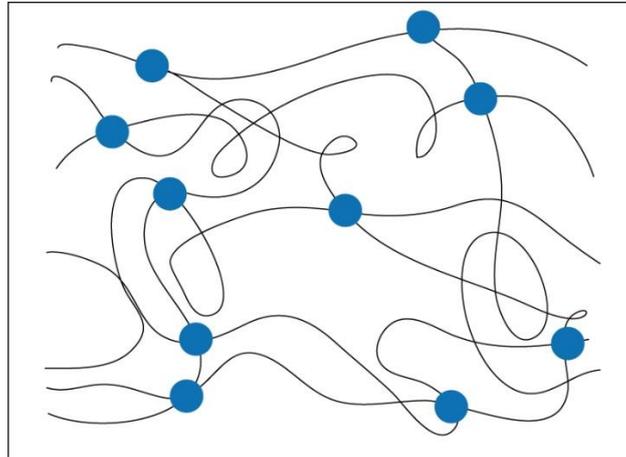


Abbildung 13: Schematische Darstellung des Aufbaus von Elastomeren²⁵

3.2.2 Materialeigenschaften und Verhalten von Elastomeren

Im Folgenden wird auf die wichtigsten Eigenschaften von Elastomeren genauer eingegangen. Ihr mechanisches Verhalten unterscheidet sich deutlich von dem der metallischen Werkstoffe. Weder wird hier auf alle Effekte und Eigenschaften eingegangen, noch werden die angeführten Eigenschaften bis in die Tiefe diskutiert. Es soll lediglich ein „Gefühl“ für den Werkstoff Gummi vermittelt und der Unterschied zu den metallischen Werkstoffen aufgezeigt werden.

3.2.2.1 Spannungs-Dehnungsverhalten

Bei metallischen Werkstoffen geht man, solange man sich unter der Fließgrenze befindet, von einem linear-elastischen Materialverhalten aus. Elastisches Werkstoffverhalten zeichnet sich dadurch aus, dass jeder Belastung eindeutig eine Dehnung zuordenbar ist. Es ist irrelevant ob ein Spannungszustand durch Be- oder Entlastung erreicht wird, oder wie lange die Belastung schon aufrechterhalten wurde.²⁶

Bei Elastomeren ist aufgrund ihres Werkstoffaufbaues eine sehr hohe Elastizität zu beobachten, so können sie bis weit über hundert Prozent reversibel gedehnt werden. Die Spannung-Dehnungs-Kurve ist stark nichtlinear. In diesem Fall spricht man von einem hyperelastischen Materialverhalten.

²³ Vgl. (Röthemeyer, et al., 2006 S. 13)

²⁴ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 35)

²⁵ (ChemgaPedia)

²⁶ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 19)

Elastomerbauteile werden in der Regel nichtlinear berechnet. Da beim Verformungs- und Beanspruchungsverhalten von Elastomeren werkstoffliche und geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt werden müssen. Die bei Metallen übliche Annahme des linear-elastischen Werkstoffverhaltens ist nicht mehr anwendbar. Durch die großen Verformungen von Elastomeren muss die sogenannte Theorie der großen Deformationen, die Änderungen der beanspruchten Bauteilquerschnitte und der Lastangriffspunkte mathematisch berücksichtigt, verwendet werden (siehe auch Kapitel Geometrische Nichtlinearität 3.3.6.2).²⁷

Ebenfalls zu beachten ist, dass das Spannungs-Verformungsverhalten von Elastomeren, die an starren Platten gebunden sind (Gummi-Metall-Produkte), von der Geometrie abhängig ist. Da die Querverformung an den Kontaktflächen unterbunden ist, kommt es wegen der Inkompressibilität der Elastomere bei einer Druckverformung zu einer Volumenverdrängung in die freie Oberfläche, der Körper wölbt sich aus. Der Verbundkörper wird umso steifer, je größer das Verhältnis der gebundenen Fläche zur freien Oberfläche ist.²⁸

Bei der Schichtfeder, wie sie in Kapitel 6.3 beschrieben wird, ist infolge der festhaftenden, anvulkanisierten Metallplatten die Querdehnung an den Stirnflächen völlig verhindert. Unter der Einwirkung äußerer Druckkräfte werden die einzelnen, parallel zu den Stirnflächen liegenden Schichten des Gummis nach außen gedrückt, wodurch zwischen den einzelnen Schichten Schubspannungen auftreten. Sie sind an den Haftflächen am größten, da dort die Querdehnung gleich Null ist. Die Schubspannungen haben in der Symmetrieebene und in der Achse den Wert Null. Sie wachsen nach außen und zu den Stirnflächen hin an. Es ergibt sich daraus, dass die Festigkeit der äußerlich auf Druck beanspruchten Gummifeder durch die größte auftretende Schubspannung bestimmt wird.²⁹

3.2.2.2 Viskoelastisches Werkstoffverhalten

Ist die aus einer Belastung resultierende Verformung eines Körpers abhängig von der Zeit, so spricht man von einem viskosen Materialverhalten. Bei Kunststoffen überlagern sich elastisches und viskoses Materialverhalten. Aus diesem Grund werden Kunststoffe als viskoelastische Werkstoffe bezeichnet.³⁰

Der Grund für diese Zeitabhängigkeit kann wieder im Werkstoffaufbau gefunden werden. Bei schneller Belastung haben die Polymerketten nicht ausreichend Zeit um sich zu entfädeln, das heißt der Werkstoff verhält sich steif. Hingegen haben die Ketten bei langsamer Belastung ausreichend Zeit sich neu zu ordnen, somit verhält sich der Werkstoff weicher.

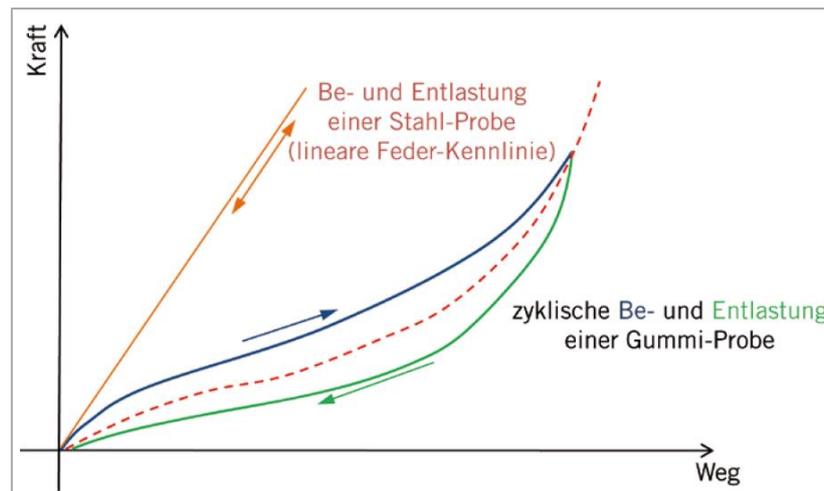
Bei viskoelastischen Materialien kann einem bestimmten Spannungszustand nicht mehr eindeutig eine Dehnungsantwort zugeordnet werden. Es tritt auch schon bei quasistatischen Belastungen eine Energiedissipation auf. Dadurch entsteht eine Hysterese zwischen Be- und Entlastungskurve. Die Fläche die von der Hysterese-Schleife eingeschlossen wird ist ein Maß für die dissipierte Energie und somit für die Dämpfung des Werkstoffes (siehe Abbildung 14).

²⁷ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 2 f.)

²⁸ Vgl. (Röthemeyer, et al., 2006 S. 18)

²⁹ Vgl. (Göbel, 1969 S. 18 f.)

³⁰ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 20 f.)

Abbildung 14: Federkennlinie von Stahl- und Gummiprobe³¹

3.2.2.3 Verhalten gegenüber Volumenänderung

Zur Veränderung des Volumens sind bei Gummibauteilen sehr hohe Belastungen notwendig. Die Querkontraktionszahl liegt bei knapp unter 0,5. Für viele Anwendungen kann mit guter Näherung ein inkompressibles Verhalten angenommen werden. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass im Glasbereich (energieelastischer Bereich), die Volumenkonstanz nicht mehr gilt und die Querkontraktionszahl dementsprechend sinkt.

3.2.2.4 Relaxation und Kriechen

Infolge einer plötzlichen Dehnung des Werkstoffes werden die Polymerketten zunächst gespannt. Wird die Dehnung aufrechterhalten, so haben die Moleküle ausreichend Zeit, um sich zu entschlafen und aneinander abzugleiten. Die Ketten geben dadurch langsam nach, die Spannung im Material sinkt. Dieser Effekt wird als Relaxation bezeichnet. Umgekehrt geben die Molekülketten auch unter einer konstant wirkenden Kraft langsam immer mehr nach und die Dehnung des Materials nimmt kontinuierlich zu. Man spricht in diesem Zusammenhang von einem Kriechen oder einer Retardation des Werkstoffes.³²

3.2.2.5 Mullins Effekt

Als Mullins-Effekt bezeichnet man den Effekt, dass ein noch nicht belastetes Bauteil bei wiederholter Belastung weicher wird, bis sich ein annähernd stabiler Verlauf einstellt. Wird das Belastungsniveau weiter erhöht, kann dieser Effekt neuerlich beobachtet werden. Der Mullins-Effekt ist also abhängig von seiner maximalen Last- bzw. Wegkonditionierung des Bauteils während seiner Belastungshistorie. Wird das Bauteil während seiner Belastungshistorie auch nur mit wenigen Überlastfällen beansprucht, kann das zu einer deutlichen Änderung der Federcharakteristik führen.³³

Der Mullins-Effekt ist schematisch in der Abbildung 15 dargestellt. Nach der Erstbelastung wird die Probe wieder entlastet. Dabei liegt der Entlastungspfad deutlich unter der Erstbelastungskurve und geht nicht unbedingt in den Ursprung zurück. Auch eine erneute

³¹ (Baaser, 2010 S. 365)

³² Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 25)

³³ Vgl. (Madritsch, 2009 S. 9 f.)

Belastung zeigt ein Verhalten unterhalb der Erstbelastung, bis die Kraft nahezu wieder ihren vorigen Maximalwert erreicht. Ein bekanntes Beispiel dafür ist das Aufblasen eines Luftballons: Beim ersten Versuch muss man kräftiger pusten, während es bei Folgeversuchen deutlich leichter geht. Der Werkstoff hat sich sein Erstbelastungsniveau „gemerkt“ – ein Effekt, der als Konditionierung auf ein bestimmtes Niveau bezeichnet wird.³⁴

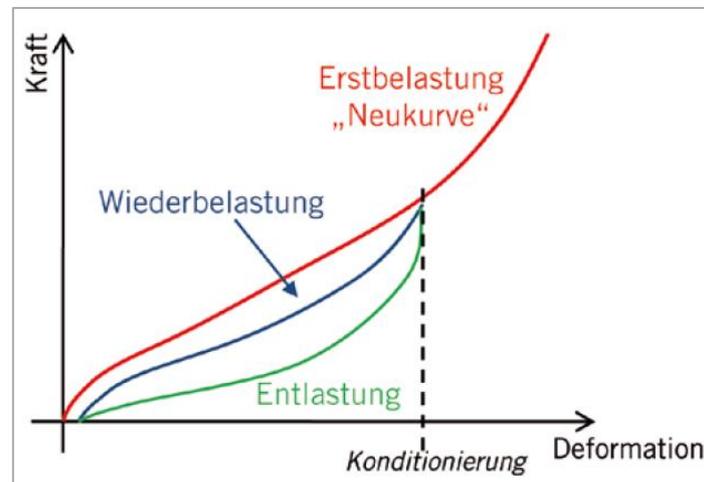


Abbildung 15: Mullins-Effekt³⁵

3.2.2.6 Temperatureinfluss

Die Temperatur hat einen erheblichen Einfluss auf die Eigenschaften von Polymerwerkstoffen. In Abbildung 16 ist der Schubmodul eines Elastomers in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt.

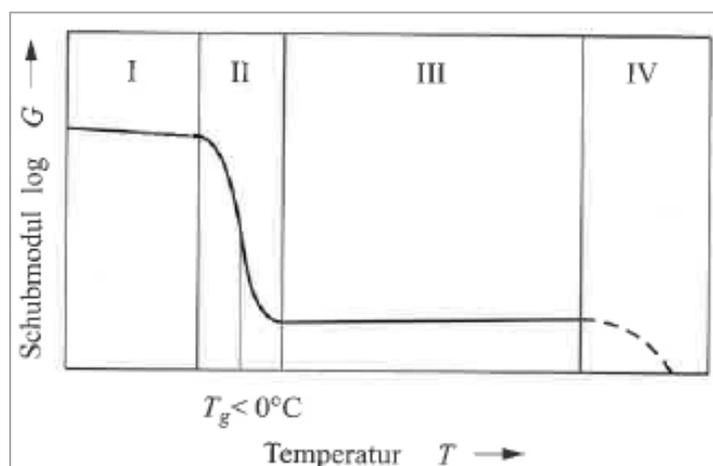


Abbildung 16: Schematische Darstellung der Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls von Elastomeren nach DIN 7724³⁶

Der Temperaturverlauf kann in vier Bereiche unterteilt werden, in denen die Polymere charakteristische Eigenschaften haben. Bei niedrigen Temperaturen sind die Polymermoleküle glasartig eingefroren, man spricht hier vom energieelastischen Bereich. Der Schubmodul ist hier sehr groß (Bereich I). Mit zunehmender Temperatur kommt es zum

³⁴ Vgl. (Baaser, 2010 S. 365 f.)

³⁵ (Baaser, 2010 S. 366)

³⁶ Vgl. (Röthemeyer, et al., 2006 S. 20)

Erweichen und zur Zunahme der Beweglichkeit der Polymerkettensegmente. In diesem Übergangsbereich ist die Temperaturabhängigkeit besonders ausgeprägt (Bereich II). Der Wendepunkt wird als Glasübergangstemperatur T_g bezeichnet. Im darauf folgenden entropieelastischen Bereich besitzen die Kettensegmente eine sehr hohe Beweglichkeit (Bereich III). Dieser Bereich ist der Anwendungsbereich der Elastomere. Das heißt die Einsatztemperatur des Bauteils muss in diesem Bereich liegen um die Eigenschaften von Elastomeren nutzen zu können. Wird die Temperatur noch weiter erhöht, kommt es bei Elastomeren zur Zersetzung (Bereich IV).³⁷

3.2.2.7 Eigenschaften bei dynamischen/zyklischen Beanspruchung

Aufgrund des viskoelastischen Werkstoffverhaltens sind Elastomere Frequenzabhängig. Mit zunehmender Frequenz nimmt die Steifigkeit im Allgemeinen zu. Die dynamische Steifigkeit ist zudem von der Belastungsamplitude abhängig. Diese Amplitudenabhängigkeit wird auch als Payne-Effekt bezeichnet. Mit abnehmenden Amplituden nimmt die Steifigkeit ebenfalls zu.

3.2.3 Grundlagen der Kontinuumsmechanik^{38 39}

Um in weiterer Folge die mechanischen Eigenschaften von Werkstoffen beschreiben zu können, hier im speziellen von Elastomer-Werkstoffen, sollen hier einige wichtige Grundlagen der Kontinuumsmechanik wiederholt werden. Tensoren und Vektoren werden im Folgenden fett dargestellt.

3.2.3.1 Deformationsgradient und Verzerrungsmaße

Der Deformationsgradient \mathbf{F} definiert die Abbildung eines infinitesimalen Linienelements von der anfänglichen Konfiguration (Referenzkonfiguration) $d\mathbf{X}$ in die laufende Konfiguration (Momentankonfiguration) $d\mathbf{x}$.

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (9)$$

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X} \quad (10)$$

Der Deformationsgradient \mathbf{F} beinhaltet auch Starrkörperdeformationen und ist als Verzerrungsmaß somit ungeeignet. Mit Hilfe des polaren Zerlegungsansatzes kann der Deformationsgradient in eine Starrkörperrotation (Rotationstensor \mathbf{R}) und eine Streckung (Strecktensor \mathbf{U}) zerlegt werden.

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \quad (11)$$

Durch die polare Zerlegung von \mathbf{F} erhält man schlussendlich

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (12)$$

³⁷ Vgl. (Röthemeyer, et al., 2006 S. 19 f.)

³⁸ Vgl. (Altenbach, 2012)

³⁹ Vgl. (Bonet, et al., 2008)

Der Tensor \mathbf{C} , wird als Rechte-Cauchy-Green-Tensor oder als Green'scher Deformationstensor bezeichnet. Der Strecktensor \mathbf{U} wird normalerweise nicht als Formänderungsmaß verwendet, sondern der Cauchy-Green-Tensor. Das heißt man geht von den Quadraten der Linienelemente als Grundlage für die Maßfestlegung aus.

$$dx \cdot dx = d\mathbf{X} \cdot \mathbf{C} d\mathbf{X} \quad (13)$$

Sehr oft ist es sinnvoll, mit einem Verzerrungsmaß zu arbeiten, dass für die Referenzkonfiguration und für reine Starrkörperdeformation, nicht wie \mathbf{C} die Einheitsmatrix \mathbf{I} , sondern den Nulltensor $\mathbf{0}$ annimmt. Der Green-Lagrange-Verzerrungstensor \mathbf{E} erfüllt diese Eigenschaft.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (14)$$

Analog zu der oben durchgeführten rechten polaren Zerlegung kann man auch eine linke polare Zerlegung durchführen. Auf diese wird hier nicht näher eingegangen, da sie für die weiteren Betrachtungen nicht relevant ist. In der angegebenen Literatur ist aber auch diese ausführlich beschrieben.

3.2.3.2 Verzerrungen und Verstreckgrad

Beim Green Lagrange Verzerrungstensor sind die Verzerrungen auf die Ausgangslänge bezogen.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Eine weitere wichtige Größe ist der Verstreckgrad λ er ist definiert als Verhältnis zwischen aktueller Länge l und der Ausgangslänge L . Häufig wird der Verstreckgrad bei der Definition von hyperelastischen Materialmodellen eingesetzt.

$$\lambda_i = \frac{l_i}{L_i} \quad i = 1,2,3 \quad (16)$$

Der Verstreckgrad kann in die Green-Lagrange Verzerrung ε^G eingesetzt werden und es ergibt sich:

$$\varepsilon_{ii}^G = \frac{1}{2} \left(\frac{dl_i^2 - dL_i^2}{dL_i^2} \right) = \frac{1}{2} (\lambda_i^2 - 1) \quad (17)$$

Die technische Dehnung ε^t (auch Cauchy Dehnung genannt) ist der Quotient aus aktueller Längenänderung und der ursprünglicher Länge. Die Dehnung entspricht im Allgemeinen nicht der Verzerrung. Die Dehnung ist eine Physikalische Größe und die Verzerrung ist eine mathematische Größe.

$$\varepsilon_i^t = \frac{l_i - L_i}{L_i} = \lambda_i - 1 \quad (18)$$

Bei der Hencky-Dehnung oder auch wahre Dehnung ε^w genannt, wird die Dehnung auf die aktuelle Länge l bezogen und nicht auf die Ausgangslänge L .

$$\varepsilon_i^w = \int_{L_i}^{l_i} \frac{dl_i}{l_i} = \ln \frac{l_i}{L_i} = \ln(\lambda_i) = \ln(1 + \varepsilon_i^t) \quad (19)$$

Bei kleinen Dehnungen und Winkeländerungen muss kein Unterschied zwischen den physikalischen Dehnungen und den mathematischen Verzerrungen gemacht werden. Das heißt die Dehnungen und Verzerrungen sind näherungsweise gleich.

3.2.3.3 Spannungen

Der Spannungstensor σ , welcher den Spannungszustand eines Elementes beschreibt ist ein Maß für die Werkstoffbeanspruchung.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Man unterscheidet zwischen technischer und wahrer Spannung. Dabei spricht man von der technischen Spannung wenn als Querschnittsfläche jene des unbelasteten Körpers zur Berechnung herangezogen wird. Diese Berechnung ist bei der Betrachtung von Elastomeren mit großen Fehlern behaftet. Wird hingegen mit der tatsächlichen Querschnittsfläche gerechnet, so spricht man von der wahren Spannung.

Der Zusammenhang zwischen wahrer und technischer Spannung kann für inkompressibles Materialverhalten folgendermaßen angegeben werden:

$$\sigma_i^w = (1 + \varepsilon_i^t) * \sigma_i^t \quad (21)$$

3.2.3.4 Die Invarianten des Cauchy-Green-Tensors

Der Cauchy-Green-Tensor \mathbf{C} lässt sich im Hauptachsensystem wie folgt angeben:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Die drei Invarianten, also jene aus dem Tensor gebildeten Größen die sich auch bei der Wahl eines anderen Koordinatensystems nicht ändern, lauten:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 * \lambda_2^2 * \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (23)$$

Die erste Invariante drückt die Längenänderung der Raumdiagonalen eines Würfels aus. Die zweite Invariante beschreibt die Änderung der Oberfläche und die dritte Invariante die Volumenänderung des Würfels.⁴⁰

Für inkompressible Werkstoffe gilt somit $I_3=1$.

⁴⁰ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 14)

3.2.4 Werkstoffmodelle für Elastomere

Für die Berechnung quasistatischer Bauteileigenschaften für kurzzeitige Belastungsvorgänge kann bei Elastomeren mit Materialmodellen gearbeitet werden, die ein nichtlinear-elastisches und inkompressibles Werkstoffverhalten erfassen. Solche Materialmodelle werden auch hyperelastische Modelle genannt. Die großen Deformationen von Elastomeren führen zu geometrischen Nichtlinearitäten. Dadurch kann die Spannungs-/Dehnungs-Beziehung nicht mehr linearisiert über den E-Modul beschrieben werden sondern muss über die Formänderungsenergiedichte W abgeleitet werden.⁴¹

In der einschlägigen Literatur findet sich eine Vielzahl von Materialmodellen die auf unterschiedliche Weise die Formänderungsenergiedichte beschreiben. Im Folgenden werden einige der am weitest verbreiteten Materialmodelle, die auch von vielen kommerziellen FEM-Programmen unterstützt werden, beschrieben.

Es ist zu beachten dass für langzeitige und dynamische Belastungen solche Materialmodelle unbrauchbar sind, da hier auch das viskoelastische Werkstoffverhalten modelliert werden muss.

3.2.4.1 Neo-Hooke-Modell

Die technische Spannung kann aus der partiellen Ableitung der Formänderungsenergiedichte W nach dem Verstreckgrad ermittelt werden:

$$\sigma_i^t = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (24)$$

Beim Neo-Hooke-Modell wird die Formänderungsenergiedichte wie folgt berechnet:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad (25)$$

Dabei ist C_{10} ein Werkstoffparameter der mit Hilfe eines uniaxialen Zugversuches angepasst werden muss.

Liegen keine Versuchsdaten vor, so kann aus der Shore-A Härte H_A des verwendeten Werkstoffes ein Schubmodulwert G^{SH} berechnet werden. Die folgende Formel basiert auf einer analytischen Betrachtung der mechanischen Größen an dem Prüfkörper des Shore-Härte-Messverfahrens.⁴²

$$G^{SH} = \frac{0,07515 H_A + 0,549}{(4,1 + 3,9 * e^{-1,397h})(0,395h + 0,315h)^2} \quad (26)$$

$$\text{mit } h = 0,025 * (100 - H_A)$$

Grundlage für eine solche Berechnung ist die Tatsache, dass bei Elastomeren die Steifigkeit mit der Härte des Werkstoffes zusammenhängt. In der Literatur gibt es einige solcher Ansätze

⁴¹ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 76)

⁴² Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 96)

die unterschiedliche Ergebnisse liefern. Häufig wird auch folgender experimentell ermittelter Zusammenhang zwischen Shore-A Härte und Schubmodul eingesetzt:

$$G^{SH} = 0,086 * 1,045^{HA} \quad (27)$$

Einige Näherungsformeln geben entsprechende Zusammenhänge für den Elastizitätsmodul an. Deshalb wird im Folgenden nochmals kurz der Zusammenhang zwischen E-Modul und Schubmodul aufgezeigt. Der E-Modul kann mittels Querkontraktionszahl μ und Schubmodul G berechnet werden:

$$E = 2 * (1 + \mu) * G \quad (28)$$

Für einen inkompressiblen Werkstoff (kann für Gummi mit guter Näherung angenommen werden) kann die Querkontraktionszahl $\mu=0,5$ gesetzt werden und damit ergibt sich für den E-Modul:

$$E = 3 * G \quad (29)$$

Mit Hilfe des Schubmoduls kann dann der Werkstoffparameter des Neo-Hooke-Modells bestimmt werden.

$$C_{10} = \frac{1}{2} G^{SH} \quad (30)$$

Mit Berechnungen nach diesen Methoden können lediglich erste Abschätzungen des Bauteilverhaltens, nicht aber Dimensionierungen des Bauteils durchgeführt werden.⁴³ Trotzdem hat dieses Verfahren durch die sehr einfache und schnell durchführbare Shore-A Härtemessung seine Daseinsberechtigung.

3.2.4.2 Mooney-Rivlin-Modell

Polynomansatz von Rivlin:

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} * (I_1 - 3)^i * (I_2 - 3)^j \quad (31)$$

mit:

C_{ij} Materialparameter

N Ordnungsgrad des Polynoms

I_1, I_2 erste und zweite Invariante des Cauchy-Green-Tensors

Für den Ordnungsgrad $N=1$ erhält man das weitverbreitete Mooney-Rivlin-Modell:

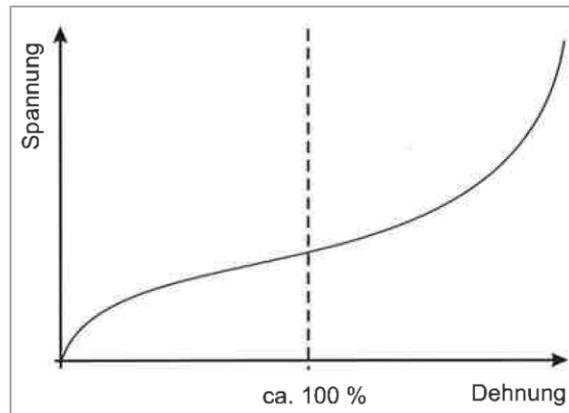
$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (32)$$

Das Mooney Rivlin Modell kann in Bereichen bis ca. 100% technischer Dehnung das mechanische Werkstoffverhalten der Elastomere näherungsweise beschreiben. Die Grenze ist der Wendepunkt, der sogenannte „upturn“ der Spannungs-/Dehnungs-Kurve, welchen dieses Modell nicht nachbilden kann. Dies ist in der Abbildung 17 dargestellt.⁴⁴

Man sieht, dass das Neo-Hooke-Modell ein Spezialfall des Mooney-Rivlin-Modells ist, bei dem $C_{01}=0$ gesetzt wird.

⁴³ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 97)

⁴⁴ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 76 f.)

Abbildung 17: Grenze des Mooney-Rivlin-Modells⁴⁵

Auch für die Parameter des Mooney-Rivlin-Modells können näherungsweise über die Shore-A Härte ermittelt werden. Zum Beispiel kann wie beim Neo-Hooke Modell beschrieben wurde, zuerst der Schubmodul berechnet und dann mit Hilfe der folgenden Ansätze die beiden Werkstoffparameter näherungsweise bestimmt werden.

$$G = 2 * (C_{10} + C_{01}) \quad (33)$$

$$\frac{C_{01}}{C_{10}} \approx \frac{1}{4} \quad (34)$$

Außerdem finden sich in der Literatur zahlreiche Tabellen aus denen Werte für die Werkstoffparameter entnommen werden können, umso erste Überschlagsrechnungen bzw. kosten- und zeitgünstige Rechnungen durchführen zu können.

3.2.4.3 Yeoh-Modell

Im Gegensatz zum Mooney-Rivlin Modell ist dieses Modell kubisch formuliert und kann auch den Wendepunkt in der Spannungs-Dehnungs-Kurve (siehe Abbildung 17) abbilden. Dadurch kann das Dehnungsverhalten für große Dehnungen gut beschrieben werden. Jedoch ergeben sich für kleine Dehnungen schlechtere Übereinstimmungen mit entsprechenden Messungen.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (35)$$

3.2.4.4 Third-order-deformation-Modell (TOD)

Auch dieses Modell ist im Stande den „upturn“ zu modellieren. Ein entscheidender Nachteil zum Mooney-Rivlin Modell ist die Tatsache, dass die Werkstoffparameter nicht über die Shore-A Härte bestimmbar sind. Außerdem müssen Abstriche bei der Stabilität gemacht werden.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3) * (I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (36)$$

3.2.4.5 Ogden-Modell

Dieses Modell beschreibt die Formänderungsenergiedichte als Funktion der Hauptstreckungen des Cauchy-Green-Tensors.

⁴⁵ (Stommel, et al., 2011 S. 77)

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\beta_i} (\lambda_1^{\beta_i} + \lambda_2^{\beta_i} + \lambda_3^{\beta_i} - 3) \quad (37)$$

mit

μ_i, β_i Materialparameter

N Ordnungsgrad des Polynoms

Mittlerweile gibt es schon einige leistungsfähigere und werkstoffgerechtere Materialmodelle für Elastomere. Diese werden aber noch eher selten eingesetzt da sie in kommerziellen FEM-Programmen noch nicht bzw. nur in Ausnahmefällen vorhanden sind.⁴⁶

3.2.4.6 Experimentelle Ermittlung der Werkstoffparameter

Die Materialparameter von hyperelastischen Materialmodellen können nicht direkt bestimmt werden sondern müssen an gemessene Daten angepasst werden. Deshalb haben alle beschriebenen Modelle gemeinsam, dass ihre Materialparameter auf experimentellem Wege ermittelt werden müssen. Wie bereits zuvor erwähnt wurde, beeinflussen Prüftemperatur, Prüfgeschwindigkeit aber auch andere mediale Bedingungen die Ergebnisqualität der Versuche beträchtlich.

Bei Elastomeren muss bei der Werkstoffprüfung außerdem der Mullins-Effekt berücksichtigt werden. Bei Bauteilen die im Einsatzfall üblicherweise unbelastet sind oder sich der Mullins-Effekt nach dem Einsatz durch eine entsprechende Pause zurückstellen kann (z.B. Pufferelemente), wird nach dem ersten Lastzyklus ausgewertet ansonsten erfolgt die Auswertung bei einem späteren Lastzyklus.⁴⁷

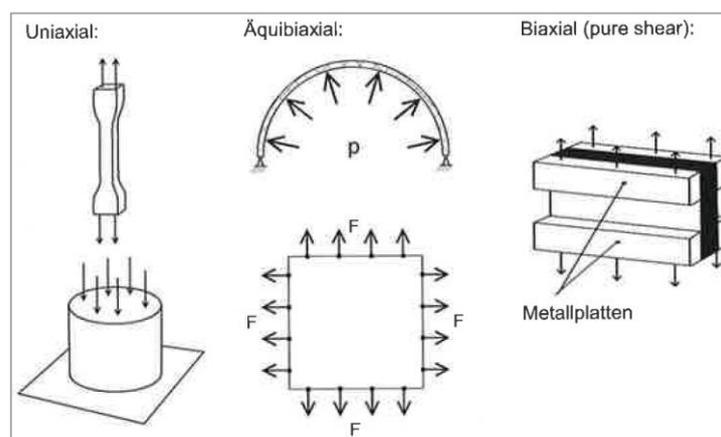


Abbildung 18: Übersicht Werkstoffprüfungen⁴⁸

Neben den uniaxialen Versuchen (Zug- oder Druckversuch) werden auch biaxiale Prüfungsmethoden angewendet (siehe Abbildung 18) um eine bessere Kalibrierung des Materialmodelles zu erhalten. Bei ausschließlicher uniaxialer Werkstoffprüfung besteht die Gefahr, dass das Materialmodell für allgemeine mehraxiale Beanspruchungszustände eine unzureichende Genauigkeit besitzt. Die uniaxiale Belastung regt nur die erste Invariante an. Soll z.B. das Mooney-Rivlin-Modell verwendet werden, so muss die Werkstoffprüfung auch die

⁴⁶ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 80)

⁴⁷ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 92)

⁴⁸ (Stommel, et al., 2011 S. 91)

zweite Invariante ansprechen. Dies ist der Grund warum viele hyperelastische Materialmodelle nur mit der ersten Invarianten arbeiten, ein Beispiel dafür ist das Yeoh-Modell.⁴⁹

Grundsätzlich kann festgehalten werden, je genauer das Materialverhalten modelliert werden soll, desto mehr Belastungsmoden sind zu prüfen.⁵⁰

Nach erfolgten Messungen müssen nun die Materialparameter des Materialmodelles so angepasst werden, dass die Messungen bestmöglich von dem gewählten Materialmodell angenähert werden. Dies wird meist mittels einer Regressionsanalyse, der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt. Die Summe der Abweichungen zwischen den mit dem Materialmodell berechneten und den gemessenen Kurven sollen minimal werden. Für jede Messung (uniaxial, biaxial, usw.) soll folgender Ausdruck also so klein als möglich werden.

$$\sum_{i=1}^N (\sigma_{\text{Materialmodell},i} - \sigma_{\text{Messung},i})^2 \quad (38)$$

Einige Softwarepakete, z.B. MARC Mentat, berechnen die Materialparameter eigenständig. Dazu müssen lediglich die gemessenen Spannungs-/Dehnungs-Kurven dem Programm übergeben werden.

Man muss sich immer darüber im Klaren sein, dass die zuvor besprochenen Materialmodelle reine mathematische Modelle sind und somit nur im angepassten Datenbereich verwendet werden dürfen (siehe Abbildung 19).

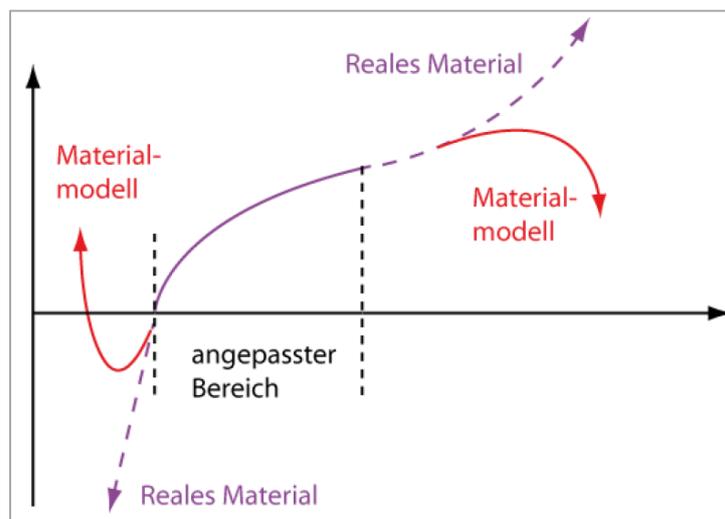


Abbildung 19: Gültigkeitsbereich von Materialmodellen⁵¹

Zur Stabilität von hyperelastischen Werkstoffmodellen und hier insbesondere von den Mooney-Modellen können folgende Aussagen getätigt werden:⁵²

- Für ein stabiles Mooney-Modell sollten die Koeffizienten prinzipiell positiv gewählt werden.
- Je einfacher das Material Modell, desto höher die Wahrscheinlichkeit, dass dieses stabil über einen großen Dehnungsbereich funktioniert.

⁴⁹ Vgl. (Stommel, et al., 2011 S. 91)

⁵⁰ Vgl. (Baaser, 2010 S. 365)

⁵¹ (Institut für Maschinenelemente, 2012 S. 14)

⁵² Vgl. (MSC.Software Corporation, 2010 S. 116)

3.2.4.7 Härteprüfung bei Elastomeren

Bei Elastomeren wird die Eindringtiefe während der Krafteinwirkung gemessen. Beim Verfahren nach Shore wird die Kraft über eine Feder aufgebracht und ist von der Eindringtiefe abhängig. Die Härte nach Shore entspricht einem bestimmten Eindringwiderstand, das heißt sie gibt an wie weit der Eindringkörper in die Probe eindringen kann. Bei der Shore-A Härteprüfung wird als Eindringkörper ein Kegelstumpf verwendet. Die Messwerte hängen wegen der viskoelastischen Eigenschaften von der Messdauer ab, deshalb erfolgt die Ablesung nach einer definierten Zeit. Das Messgerät zur Bestimmung der Shore-Härte wird Durometer genannt. Die Härtemessung nach dem Shore-Verfahren ist in der DIN ISO 7619-1 genormt. Für nähere Informationen zum Verfahren und dessen Durchführung sei hier auf diese Norm verwiesen. Außerdem sei darauf hingewiesen dass vor einigen Jahren eine alte Norm durch die oben genannte ersetzt wurde. Messungen nach der neuen Norm führen zu anderen Messergebnissen als Messungen nach der alten Norm. Dies ist beim Vergleich verschiedener Literaturquellen etc. unbedingt zu beachten.

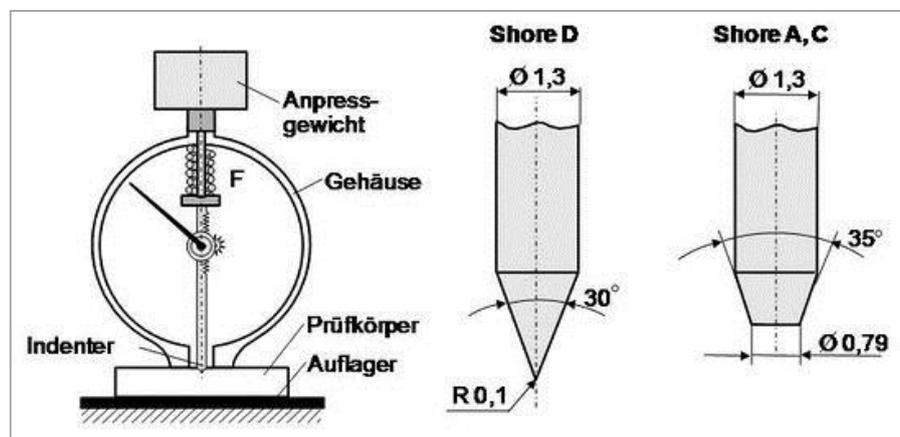


Abbildung 20: Shore-Härtemessung⁵³

3.2.5 Analytische Berechnung von Gummifedern⁵⁴

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die analytische Berechnung von Gummifedern gegeben werden. Die vorgestellte Vorgangsweise zur Berechnung von Gummifedern ist bereits in vielen Standardwerken des Maschinenbaus in gleicher oder ähnlicher Weise publiziert worden und ist schon lange bekannt.

Die Hyperelastizität wird bei dieser Art der Berechnung nicht berücksichtigt. Das Materialverhalten wird mittels dem Hookeschen Gesetz beschrieben. Der Schubmodul G kann wie vorhin schon dargestellt über Näherungsformeln berechnet oder aus Diagrammen ermittelt werden. Abbildung 21 zeigt den Schubmodul in Abhängigkeit der Shore-A Härte. Daraus kann dann der E-Modul bestimmt werden. Dieser E-Modul ist meist nicht brauchbar, da sich durch die Querdehnungsbehinderung ein oft deutlich größerer E-Modul einstellt. Diese Tatsache wird mittels dem Formfaktor k' berücksichtigt. Mit Hilfe von k' kann dann der rechnerische E-Modul E_{rechn} mit dem zweiten Diagramm in Abbildung 21 in Abhängigkeit der Shore-Härte ermittelt werden. Der Formfaktor ist das Verhältnis zwischen krafteinleitender zur freien Oberfläche und kann für rechteckige Gummifedern nach der Formel (39) berechnet werden.

⁵³ (polymerservice-merseburg)

⁵⁴ Vgl. (Niemann, et al., 2005)

$$k' = \frac{bh}{2L_0(b+h)} \quad (39)$$

Dabei ist L_0 die Federhöhe und b und h die Breite und die Länge der Feder.

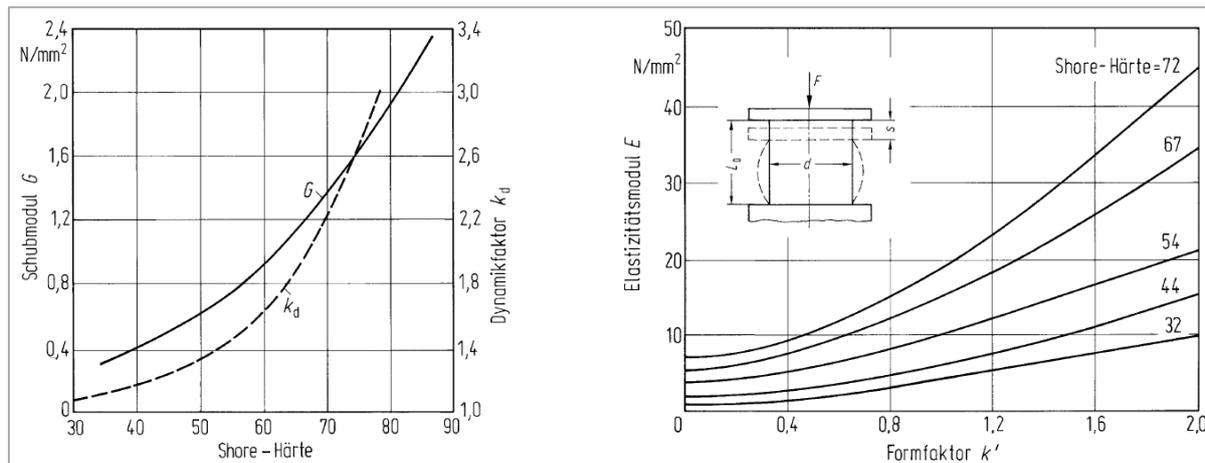


Abbildung 21: Schubmodul G und rechnerischer E -Modul von Gummi ⁵⁵

Für den Fall einer Druckbelastung kann nun der Zusammenhang zwischen Kraft F und Weg s nach Gleichung (40) beschrieben werden.

$$F = s \frac{bhE_{rechn}}{L_0} \quad (40)$$

Auch für die Federkennlinie in lateraler Richtung existieren analytische Formeln. Der Zusammenhang zwischen lateraler Verschiebung s_x und Schubkraft F_x ist in Gleichung (41) dargestellt.

$$F_x = s_x \frac{bhG}{L_0} \quad (41)$$

Die vorgestellten analytischen Formeln gelten wie auch die hyperelastischen Werkstoffmodelle nur bei statischen und quasistatischen Belastungen. Außerdem ist der lineare Ansatz des Hookeschen Gesetzes nur solange anwendbar solange die Federkennlinien annähernd linear sind. Es finden sich daher in der Literatur Grenzwerte für den maximalen Federweg bei Druck und bei Schub. Das Verhältnis zwischen Federweg und Federhöhe soll für die Verwendung der analytischen Formeln bei Druck $\frac{s}{L_0} \leq 0,2$ und bei Schub $\frac{s_x}{L_0} \leq 0,35$ sein.

⁵⁵ Vgl. (Niemann, et al., 2005 S. 526)

3.3 Grundlagen der Finite Elemente Methode

Durch die enorme Steigerung der Rechnerleistung von Computern in den letzten Jahrzehnten ist es heute Ingenieuren möglich physikalische und technische Phänomene, die in der Vergangenheit nur in Versuchen nachgebildet werden konnten, heute am Rechner zu simulieren. Anders als beim Versuch, ist bei der Simulation kein reales Modell mehr nötig und kann somit bereits in frühen Phasen der Entwicklung eingesetzt werden. Eines der wichtigsten Verfahren ist die Finite-Elemente-Methode (FEM). Durch die allgemeingültige Formulierung, kann diese Methode in vielen Gebieten des Ingenieurwesens eingesetzt werden, eines der bekanntesten Einsatzgebiete ist die Strukturmechanik.⁵⁶

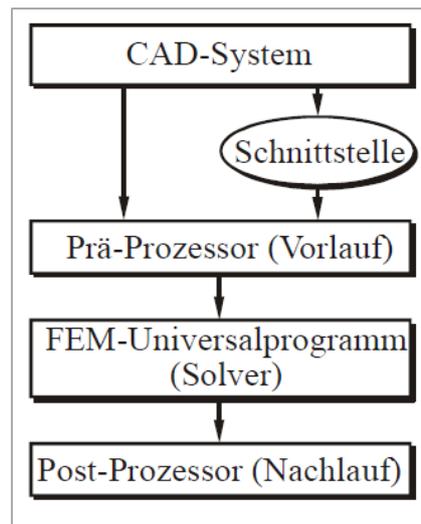
Ganz ohne Zweifel bringen Simulationen im Maschinenbau viele Vorteile mit sich. Neben der Reduzierung der Entwicklungszeiten und –kosten, können mit Simulationen teilweise Informationen visualisiert werden, die bei Versuchen nicht oder nur sehr schwer darstellbar sind. Oft ist sogar ein Versuch erst gar nicht möglich und eine Simulation die einzige Möglichkeit. Trotzdem kann auf experimentelle Versuche nicht verzichtet werden. Der Versuch und die Simulation sollen nicht als konkurrierende Verfahren angesehen werden sondern als Ergänzungen in der Entwicklung, die ohneeinander in der heutigen Zeit nicht oder nur schwer bestehen können.

Auf mathematische Formulierungen der FEM wird in der vorliegenden Arbeit verzichtet und auf die zahlreiche Fachliteratur zu diesem Thema verwiesen. Es soll im Folgenden ein kurzer Überblick über die prinzipielle Vorgehensweise bei der Berechnung mit modernen FE-Werkzeugen gegeben werden. Anschließend wird auf die Genauigkeit und Qualitätssicherung von FE-Berechnungen eingegangen um den Leser diesbezüglich entsprechend zu sensibilisieren. Nach einer kurzen und eher praktisch gehaltenen Übersicht zum Thema Diskretisierung wird abschließend kurz die für diese Arbeit wichtige Nichtlineare-FEM beleuchtet.

3.3.1 Prinzipielle Vorgehensweise bei der FEM

Abbildung 22 zeigt den prinzipiellen Ablauf einer FE-Simulation. Heute erfolgen die Erstellung der Geometrie und die anschließende Berechnung dieser oft in ein und demselben Softwarepaket. Somit kann die Bauteilgeometrie direkt übernommen werden, ohne den Umweg über Schnittstellen gehen zu müssen. Im Prä-Prozessor wird ein berechenbares Modell erstellt. Dabei wird die vorhandene Geometrie zuerst vereinfacht (idealisiert) und anschließend in finite (endliche) Elemente unterteilt. Dieser Vorgang wird als Vernetzung oder Diskretisierung bezeichnet. Als nächstes werden noch Randbedingungen, Belastungen und Werkstoffdaten definiert. Der sogenannte Solver führt das Modell in ein Gleichungssystem über und löst dieses numerisch. Die Ergebnisse der Berechnung können anschließend im Post-Prozessor grafisch dargestellt werden.

⁵⁶ Vgl. (Steinke, 2012 S. 3)

Abbildung 22: Ablauf einer FE-Berechnung⁵⁷

3.3.2 Matrixmethode der linearen FEM⁵⁸

In der Elastostatik können zur Analyse komplexer Strukturen die Matrixmethoden als Ausgangspunkt für Anwendungen der Finite-Elemente-Methode betrachtet werden. Bei den Matrixmethoden unterscheidet man die Kraftmethoden (statische Methoden), die auf einer direkten Ermittlung der statisch unbestimmten Kräfte beruhen, und die Verschiebungsmethoden (kinematische Methoden), die die Verschiebungen als unbekannte Größen betrachten. Vorrangiges Teilziel ist es, die Steifigkeitsbeziehung für die Gesamtstruktur aufzustellen. Die Grundlage der Matrix-Verschiebungsmethode bildet folgende Steifigkeitsbeziehung (Hauptgleichung der Finite-Elemente-Methode):

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (42)$$

In \mathbf{F} sind sämtliche Knotenkräfte und in \mathbf{u} sämtliche Knotenverschiebungen zusammengefasst (Spaltenmatrizen). Die Matrix \mathbf{K} repräsentiert die Steifigkeitsmatrix der kompletten Struktur. Ein einzelnes Element ist dadurch charakterisiert, dass es über Knoten mit anderen Elementen gekoppelt ist. An jedem Knoten werden Verschiebungen und Kräfte eingeführt. Bei der Lösung des Gesamtproblems müssen die Kompatibilität und das Gleichgewicht erfüllt sein. Bei realer Anwendung der Matrix-Verschiebungsmethode (Kontinuum) können jedoch nur endlich viele Knoten berücksichtigt werden. Damit können von den geforderten Bedingungen zur Kompatibilität und zum Gleichgewicht nicht beide gleichzeitig exakt erfüllt werden. Entweder die Kompatibilität oder das Gleichgewicht werden nur im Mittel erfüllt. Bei der Matrix-Verschiebungsmethode führt man die Knotenverschiebungen als wesentliche Unbekannte ein. Der Verschiebungsvektor an einem Knotenpunkt wird für alle an diesem Knoten zusammenhängenden Elemente gemeinsam gültig definiert. Die Elemente der Gesamtsteifigkeitsmatrix ergeben sich durch Addition der entsprechenden Elemente der Einzelsteifigkeitsmatrizen. Damit lassen sich die Knotenverschiebungen und -kräfte in Abhängigkeit der äußeren Lasten ermitteln. Für die Festigkeitsanalyse eines einzelnen

⁵⁷ Vgl. (Klein, 2012 S. 6)

⁵⁸ Vgl. (Merkel, et al., 2010)

Elementes ist der Verzerrungs- und Spannungszustand im Innern des Elements maßgeblich. Üblicherweise wird der Verschiebungsverlauf über die Knotenverschiebungen und Approximationsfunktionen beschrieben. Über die Kinematikbeziehung lässt sich dann das Verzerrungsfeld und weiter über das Stoffgesetz das Spannungsfeld bestimmen.

3.3.3 Aussagesicherheit und Genauigkeit der FE-Analyse

Die Ergebnisse von FE-Analysen müssen stets kritisch betrachtet werden. Die FEM ist eine Näherungslösung deren Genauigkeit von einer Vielzahl von Fehlerquellen beeinflusst wird. Trotzdem ist die FEM mit ca. 7-10% Abweichung vom realen Verhalten eine der genauesten Berechnungsverfahren.⁵⁹

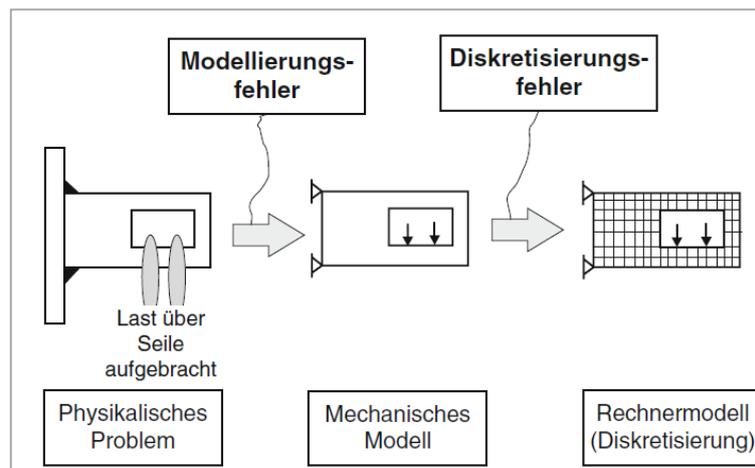


Abbildung 23: Modellierungs- u. Diskretisierungsfehler⁶⁰

In Abbildung 23 sind zwei Fehlertypen dargestellt. Einerseits treten Modellierungsfehler auf, die durch unvollständige bzw. vereinfachte Erfassung, Beschreibung und Darstellung des physikalischen Problems bedingt sind (oft auch als Idealisierungsfehler bezeichnet). Andererseits tritt durch die Zerlegung des Rechengebietes in finite Elemente ein sogenannter Diskretisierungsfehler auf.⁶¹

Außerdem sind Programmfehler, die nie vollständig ausgeschlossen werden können, sowie numerische Fehler vorhanden. Besonders sei auf die Fehler seitens des Anwenders hingewiesen, diese können durch ein entsprechendes Verständnis des Berechnungsingenieurs, für die Arbeitsweise von FE-Programmen und durch eine sorgfältige Arbeitsweise (Vermeidung von Eingabefehlern), vermindert werden.

Neben den bereits genannten Fehlerarten treten auch noch stochastische Fehler auf (Abmessungsschwankungen, streuende Materialdaten). Sollen Rechenergebnisse mit Experimenten verglichen werden, müssen abgesicherte Materialdaten verwendet werden. Werden als Eingangsgrößen (E-Modul, Dichte, etc.) Standardwerte verwendet (z.B. E-Modul für Stahl = 210000 N/mm²) muss man sich im Klaren sein, dass die damit erzielten

⁵⁹ Vgl. (Klein, 2012 S. 306 ff.)

⁶⁰ Vgl. (Vajna, et al., 2009 S. 244)

⁶¹ Vgl. (Vajna, et al., 2009 S. 244)

Rechenergebnisse für eine ganze Werkstoffgruppe gelten. Da die Abweichungen von den Standardwerten teilweise erheblich sind, ergeben sich auch entsprechend große Fehler.⁶²

Die Vielzahl von Fehlern macht deutlich, dass eine entsprechende Kontrolle der Ergebnisse unerlässlich ist. Kontrollen durch Plausibilitätskontrollen und Überschlagsformeln über analytische Modelle bis hin zum Vergleich mit Messungen sind somit ein wichtiger Bestandteil einer FE-Analyse wie dies auch im folgenden Kapitel erläutert wird.

3.3.4 Qualitätsstandards⁶³

Die FEM unterliegt zunehmend den Maßstäben von Qualitätssicherungsmodellen. Mit dem Ziel die Ausführungsqualität von Berechnungen zu erhöhen, in dem diese nachvollziehbar (validierbar) und überprüfbar (verifizierbar) gemacht sowie persönliche Verantwortlichkeiten geschaffen werden. Die Erfüllung der Forderungen eines QM-Systems stellt im Schadensfall einen wesentlichen Entlastungsbeweis da, um die Organisationshaftung zu begrenzen.

Am verbreitetsten ist die DIN EN ISO 9001. Entsprechend dieser Norm sind auch für FE-Berechnung bezüglich der Ausführungsqualität gewisse Vorgaben umzusetzen und einzuhalten. Einer der wichtigsten Punkte ist, dass Dienstleistungen validiert werden müssen, wenn die Ergebnisse nicht durch Messungen verifiziert werden können. Im Sinne der Norm bedeutet Validieren, dass Berechnungsergebnisse als gültig erklärt werden müssen und Verifizieren verlangt eine Überprüfung auf Richtigkeit. Interpretiert man dies, so wird also verlangt, dass mittels analytischer Handrechnung Vergleichsergebnisse herangezogen werden. Weisen diese die gleiche Größenordnung auf, so ist zu vermuten, dass das Ergebnis „richtig“ ist.

3.3.5 Diskretisierung

Unter Diskretisierung versteht man das Unterteilen des Modells in Elemente. Es gibt eine große Anzahl verschiedener Elemente. Man unterscheidet im Wesentlichen:

- 0D-Elemente (Punktmassen)
- 1D-Elemente (Stab, Balken)
- 2D-Elemente (Scheiben, Platten Schalen)
- 3D-Elemente (Volumenelemente)

Eine weitere Unterteilung der Elemente ist anhand ihrer Form (Dreieckselemente, Viereckselemente) und nach dem Polynomgrad der Ansatzfunktion (linear, quadratisch, höhere Ordnung) möglich. Bei Quadratischen Elementen sind auf den Elementkanten Zwischenknoten angebracht. Um die Genauigkeit der Ergebnisse zu steigern kann einerseits die Anzahl der Elemente gesteigert oder andererseits die Polynomordnung der Ansatzfunktion erhöht werden. In der Praxis sind beiden Methoden durch die damit verbundene Erhöhung der Rechenzeit Grenzen gesetzt.

⁶² Vgl. (Klein, 2012 S. 319 f.)

⁶³ Vgl. (Klein, 2012 S. 10 u. 320 f.)

Bei der dreidimensionalen Vernetzung kommen prinzipiell Hexaeder- und Tetraederelemente zum Einsatz. Tetraederelemente ermöglichen meist eine schnelle, automatische Vernetzung von komplizierten Geometrien. Aufgrund ihres steifen Verhaltens zählen sie aber zu den schlechtesten Elementen überhaupt und sollen deshalb eher sparsam eingesetzt werden (Füllelemente in unkritischen Bereichen). In Hinblick auf die Genauigkeit der FE-Analyse soll mit Hexaederelementen gearbeitet werden. Sie erzielen bei gleichem numerischem Aufwand eine deutlich bessere Qualität. Bei Tetraederelemente sollen prinzipiell quadratische Elemente verwendet werden (lineare Elemente viel zu steif), bei Hexaederelementen werden z.B. bei Kontaktproblemen lineare Elemente empfohlen.⁶⁴

Oft ist es sinnvoll Teilbereiche eines Modells feiner zu vernetzen als den Rest. Dies ist insbesondere dann erforderlich, wenn an gewissen Stellen hohe Gradienten (z.B. Spannungsgradienten) zu erwarten sind. Es sollte dabei beachtet werden, dass der Elementgrößenunterschied angrenzender Elemente nicht zu groß wird.

Dynamische Probleme reagieren sehr träge auf Element- und Netzvariationen (geringer Einfluss auf Eigenkreisfrequenz), hier ist also meist ein sehr grobes Netz ausreichend. Verformungen und Spannungen reagieren hingegen proportional auf Steifigkeitsänderungen, somit erfordern solche Problemstellungen feinere Netze. Bei Lebensdaueranalysen ist ein sehr feines Netz nötig, da die Lebensdauer auf Spannungsänderungen überproportionale Auswirkungen hat. Diese Zusammenhänge sind in Abbildung 24 grafisch dargestellt.⁶⁵

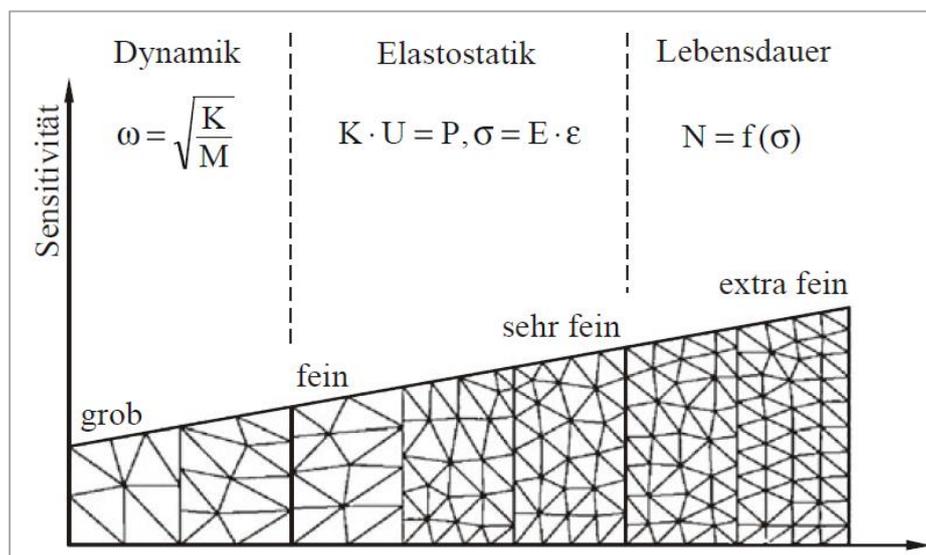


Abbildung 24: Modelladäquatheit⁶⁶

3.3.6 Nichtlineare FEM

Bei linearen Analysen werden die zu lösenden Gleichungen nur einmal aufgestellt. Bei der nichtlinearen FEM wird die Steifigkeitsmatrix K während der iterativen Lösung ständig

⁶⁴ (Nasdala, 2012 S. 247 f.)

⁶⁵ Vgl. (Klein, 2012 S. 322 f.)

⁶⁶ Vgl. (Klein, 2012 S. 322)

aktualisiert, d.h. die Steifigkeit ist nicht konstant. Mathematisch bedeutet dies, dass die Matrix K von der Lösung u abhängig ist:

$$K = K(u) \quad (43)$$

Demnach ist ein iteratives Verfahren erforderlich mit dem solche Problemstellungen gelöst werden können. Aus diesem Grund sind nichtlineare Berechnungen mit einem sehr großen Rechenaufwand verbunden und müssen in der Praxis äußerst sorgfältig eingesetzt werden. Die Änderung der Steifigkeit kann unterschiedliche Ursachen haben. Man kann das nichtlineare Verhalten in folgende Kategorien unterteilen:

- Geometrische Nichtlinearität:
 - Große Verschiebungen oder Rotationen
 - Große Dehnungen
 - Stabilitätsprobleme
- Materielle Nichtlinearität:
 - Plastizität
 - Viskoelastizität
 - Schädigung
- Struktur-Nichtlinearität
 - Kontakt

Die materiellen Nichtlinearitäten werden an dieser Stelle nicht mehr näher diskutiert. Auf das viskoelastische Werkstoffverhalten wurde bereits im Kapitel 3.2 ausführlich eingegangen. Auch auf die zu den geometrischen Nichtlinearitäten zählenden Stabilitätsprobleme wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

3.3.6.1 Lösungsverfahren der nichtlinearen FEM ⁶⁷

Lineare Gleichungssysteme wie sie bei der linearen FEM vorkommen können mit dem Gauß-Algorithmus gelöst werden. Bei nichtlinearen Gleichungssystemen wird meist das Newton- oder Newton-Raphson-Verfahren verwendet. Dabei wird die Lösung iterativ ermittelt. Man unterscheidet hier zwischen der äußeren Schleife und der inneren Schleife. Bei der äußeren Schleife werden die Lasten oder Randbedingungen schrittweise verändert, man spricht von Zeitschritten Δt . Die Zeitschritte werden dabei vom Benutzer vorgegeben (die echte Zeit spielt keine Rolle). Bei der inneren Schleife (Gleichgewichts- bzw. Equilibrium-Iteration) wird nach der Lasterhöhung versucht die Verformungen wieder möglichst korrekt einzustellen, man spricht von Gleichgewichtsschritten i . Zuerst wird also die Steifigkeitsmatrix K berechnet und dann mit der Kraft F die Verschiebung u ermittelt. Verhält sich das Modell nichtlinear sind nun gewisse Konvergenzgrößen ungleich Null. So eine Konvergenzgröße (Residuum) ist z.B. die Differenz aus der äußeren und inneren Energie aber auch z.B. das Gleichgewicht der Kontaktkräfte. Sind die Residuen groß, sind wir weit vom richtigen Ergebnis entfernt und es müssen Korrekturen durchgeführt werden. Der Grund für die Fehler ist, dass die Steifigkeiten am Anfang ermittelt wurden aber sich die Steifigkeiten infolge der Nichtlinearität ändern. Eine

⁶⁷ Vgl. (Anderl, et al., 2014 S. 284 ff.)

verbesserte Steifigkeit wird gefunden in dem man die Steifigkeitsmatrix mit dem verformten Modell und auch den aktuellen Kontaktkräften und Materialeigenschaften neu errechnet. Sind die Residuen noch zu groß (d.h. größer als ein vorgegebener Grenzwert) wird eine weitere Gleichgewichtsiteration gebraucht. Sind die Residuen kleiner dem Grenzwert, hat der Zeitschritt Δt konvergiert und der nächste Zeitschritt wird aufgebracht.

Im Folgenden werden einige Möglichkeiten vorgestellt um bei Abgebrochenen Lösungen Konvergenz zu erreichen. Die Beschreibungen beziehen sich auf das Softwarepaket Siemens PLM Software NX 8.5 und den Nastran Solver 601, jedoch bieten vergleichbare Softwarepakete zum Teil die gleichen Möglichkeiten an.

- Anzahl der Gleichgewichtsschritte erhöhen: Unter *Solution* → *Case Control* → *Strategy Parameters* → *Equilibrium* wird die Maximale Anzahl der Iterationen pro Zeitschritt angegeben (MAXITE). Die voreingestellten 15 Schritte sind erfahrungsgemäß vor allem bei Kontaktrechnungen deutlich zu gering und müssen entsprechend erhöht werden.
- Anzahl der Zeitschritte erhöhen: Mehr Zeitschritte verbessert im Allgemeinen die Lösungsfindung erheblich. Unter *Solution* → *Case Control* → *Time Step Intervall* können die entsprechenden Einstellungen vorgenommen werden.
- Nutzung des ATS (automatic-time-stepping): Dies ist ein automatisches Zeitschrittverfahren, dass vor allem beim Vorhandensein von Kontakt sehr hilfreich ist. Beim nicht konvergieren eines Zeitschrittes, wird dieser automatisch verkleinert und wiederholt. Auf der anderen Seite wird ein Zeitschritt auch wieder vergrößert, wenn der vorher durchgeführte problemlos abgelaufen ist. Auf diese Weise kann an problematischen Bereichen der Zeitschritt sehr fein eingestellt werden. Trotzdem wird in den übrigen Bereichen mit groben Zeitschritten gerechnet und daher keine Rechenleistung verschenkt. Unter *Solution* → *Case Control* → *Strategy Parameters* → *ATS Scheme* können entsprechende Einstellungen vorgenommen werden. Zuvor muss jedoch unter *Solution* → *Case Control* → *Strategy Parameters* → *Analysis Control* als „Automatic Incrementation Scheme“ ATS ausgewählt werden.
- Ändern der Konvergenzgrenzen: Das Vergrößern der Grenzen führt zu einer leichteren Konvergenzfindung, allerdings auch zu einer ungenaueren Lösung und sollte daher gut überlegt angewendet werden. Unter *Solution* → *Case Control* → *Strategy Parameters* → *Equilibrium* kann die „Relative Energy Tolerance“ und die „Relative Contact Force Tolerance“ angegeben werden.

3.3.6.2 Geometrische Nichtlinearität ⁶⁸

Bei einer geometrisch linearen Berechnung geht man von folgenden Voraussetzungen aus:

- Gleichgewicht am unverformten System
- Kleine Rotationen, damit linearisierte Kinematik
- Kleine Dehnungen (Längenänderung immer auf Ausgangslänge bezogen)

⁶⁸ Vgl. (Rust, 2011 S. 8 ff.)

Man kann also von einer sich nicht wesentlich verändernden Geometrie während der Berechnung ausgehen und mit einem linearen Verschiebungsansatz (siehe Abbildung 25) rechnen. Um reale Problemstellungen berechnen zu können, ist dieser Ansatz aber oft nicht ausreichend. Es sei hier erwähnt, dass bei kleinen Rotationen und Dehnungen (lineare Berechnung) mit technischen Dehnungen und technischen Spannungen gearbeitet wird.

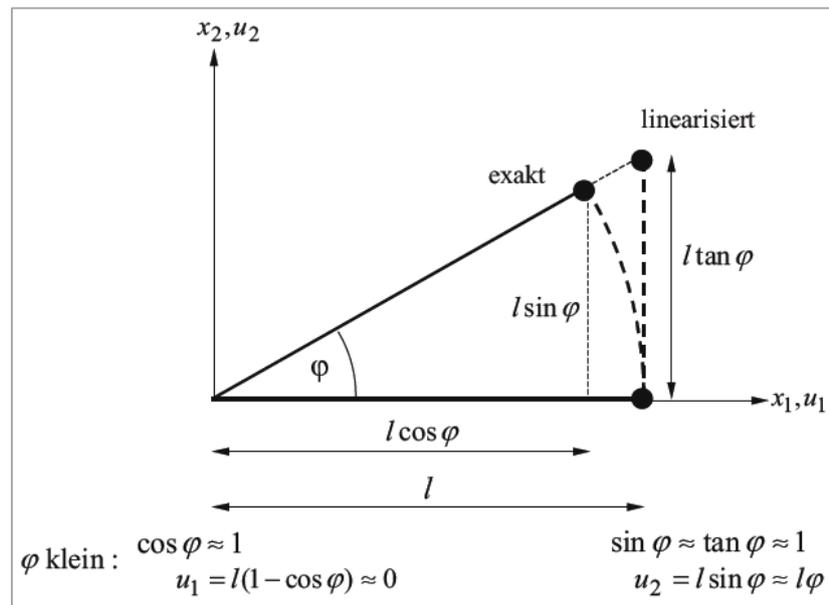


Abbildung 25: linearisierte Kinematik⁶⁹

Große Drehungen (Rotationen)

Als Beispiel sei hier ein schlanker auskragender Biegeträger angeführt.

Wird das Gleichgewicht am verformten System angesetzt, so spricht man von der Theorie 2. Ordnung (die Winkelfunktionen werden dabei bis Terme 2. Ordnung einer Taylor-Reihenentwicklung berücksichtigt). Für große Rotationen ist die Theorie 2. Ordnung aber nicht ausreichend, da die linearisierte Kinematik hier nicht mehr angewendet werden kann. Dies ist mit Sicherheit dann der Fall wenn Drehwinkel größer fünf Grad auftreten. Außerdem ist hier zu berücksichtigen, dass sich bei großen Verformungen die Lastrichtung mit der Verformung ändern kann. Bei großen Rotationen ist die technische Dehnung nicht mehr geeignet. Es ist hier ein Dehnungsmaß erforderlich, dass bei Starrkörperrotationen mit beliebigen Drehwinkeln keine Dehnungen erzeugt. Die Green-Lagrange Verzerrung erfüllt diese Anforderung. Zu den Green-Lagrange Verzerrungen gehören die zweiten Piola-Kirchhoff Spannungen. Ihre physikalische Deutung ist ebenso begrenzt wie die der Green-Lagrange Verzerrungen.

Große Dehnungen

Als Beispiel seien hier Gummibauteile angeführt. Als Richtwert kann eine Dehnung von 2% angegeben werden ab welcher mit großen Dehnungen gerechnet werden sollte.

Die Green-Lagrange Verzerrungen sind für große Rotationen gemacht und hier wenig sinnvoll. Am besten eignet sich hier die wahre Dehnung (Hencky-Dehnung). Das geeignete Spannungsmaß ist die wahre (Cauchy-) Spannung. Wenn ein FE-Programm große

⁶⁹ Vgl. (Rust, 2011 S. 8)

Dehnungen verwendet, müssen gemessene Fließkurven (gewöhnlich technische-Maße) in wahre Dehnungen und wahre Spannungen umgerechnet werden.

Da es wahrscheinlich ist, dass große Dehnungen in Kombination mit großen Drehungen auftreten, müssen beide Phänomene in derselben Theorie berücksichtigt werden (Anm.: in vielen FE-Programmen sind bei Auswahl großer Dehnungen immer auch große Drehungen aktiviert). Dazu gibt es verschiedene Wege. Eine Möglichkeit ist, basierend auf der Beziehung zwischen wahrer und technischer Dehnung, die technische Dehnung durch ein Maß für große Rotationen (Green-Lagrange Verzerrungen) zu ersetzen.

Bei der Berechnung von Bauteilen die große Dehnungen aufweisen, kommt es häufig zu stark verzerrten Elementen. Dies führt zu einem schlechteren Ergebnis und gegebenenfalls zu Konvergenzproblemen. Abhilfe können hier dynamische Vernetzungsmethoden bieten, dies wird im Kapitel 6.3.3 noch genauer erläutert. Eine andere Möglichkeit ist das Netz im Ausgangszustand so zu erstellen, dass es bei der zu erwartenden Verzerrung eine gute Elementqualität aufweist, d.h. man erstellt verzerrte Elemente.

3.3.6.3 Kontakt

Üblicherweise wird Kontakt zwischen Teilen des Simulationsmodells angeordnet, die nicht fest oder direkt durchgehend miteinander verbunden sind. Zwischen den Teilen findet eine Interaktion statt, die vom Abstand der Teile zueinander abhängt. Wenn sich die Teile berühren, erfolgt eine Interaktion (Übertragung von Kräften oder Wärme). Wenn sich die Teile voneinander lösen und sich voneinander entfernen, wird die Interaktion (Übertragung) unterbrochen. Damit ist die Verbindung am Kontakt abhängig von den Verschiebungen der Teile gegeneinander. Durch diese Abhängigkeit stellt der Kontakt eine Nichtlinearität der Strukturmechanik dar, es ist eine iterative Lösung erforderlich. Die numerische Abbildung des geschlossenen Kontaktes entspricht einer elastischen Verbindung. Damit muss bei einer Kraftübertragung eine (geringe) Eindringung in Kauf genommen werden. Ein idealer, unendlich steifer Kontakt ist nicht praktikabel simulierbar. Das Ziel der Steuerung des Kontaktes ist es, über eine geeignete Kontakt-Steifigkeit die Eindringung soweit wie möglich zu minimieren. Dabei ist abzuwägen zwischen:

- einer technisch akzeptablen Lösung (hohe Steifigkeit, weniger Eindringung, schlechtere Konvergenz der Lösung) und
- einer schnelle numerischen Lösung (geringe Steifigkeit, mehr Eindringung, gute Konvergenz der Lösung).

In der Praxis haben sich für Kontakte die Methoden des Penalty-Faktors und des Lagrange-Multiplikators bewährt. Mit dem Penalty-Faktor wird bei Berührung am Kontakt eine Element-Steifigkeitsmatrix erstellt und damit ein Beitrag in der Gesamt-Steifigkeitsmatrix eingefügt. Der geschlossene Kontakt wird damit wie ein Feder-Element zwischen den Teilen des Modells simuliert. Mit dem Lagrange-Multiplikator werden bei Berührung am Kontakt Beiträge im Lastvektor eingefügt. Der geschlossene Kontakt wird damit durch die entsprechenden Kontaktkräfte zwischen den Teilen des Modells simuliert. Es ist üblich, eine geringe Eindringung in Kauf zu nehmen und daraus die Kontaktkräfte abzuleiten. Bei linearen Analysen (z.B. bei Modalanalysen) kann Kontakt nicht berücksichtigt werden, der Zustand des

Kontaktes bleibt unabhängig von der berechneten Eigenform und ändert sich nicht durch die Verschiebungen. Die Analyse geht von dem Zustand aus, den der Kontakt am Anfang hat. Damit ist es wichtig, diesen Anfangszustand (offen, geschlossen) für diese Analyse passend einzustellen. Wenn Berührungen auftreten können und in der Simulation berücksichtigt werden sollen, dann muss die Simulation den Abstand laufend beobachten und eine Berührung erkennen und die Interaktion zwischen den Elementen und Knoten der Oberflächen herstellen. Vom Anwender muss dazu vorher bei der Diskretisierung der mögliche Kontakt zwischen den Oberflächen modelliert werden. Dazu wird:

- eine Oberfläche des Modells als Ziel-Seite (target bzw. master) deklariert. Diese Oberfläche stellt damit die Grenze des "zulässigen" Bewegungsbereiches dar.
- und dieser wird die Gegenseite als Kontakt-Seite (contact bzw. slave), oder auch Quell-Seite genannt, zugeordnet.

Bei der Lösung der Simulation wird in jeder Iteration geprüft, ob sich die Kontakt-Seite im "zulässigen" Bewegungsbereich befindet (also entfernt von der Ziel-Seite, der Kontakt ist "offen") oder im "unzulässigen" Bewegungsbereich (also an der Ziel-Seite anliegend oder in die Ziel-Seite eingedrungen, der Kontakt ist "geschlossen").⁷⁰

Beim Master-Slave-Konzept dürfen die Quell-Knoten die Zielbereiche nicht durchdringen (siehe Abbildung 26). Daher ist die richtige Zuordnung von Quell- und Zielregion in vielen Fällen äußerst wichtig.

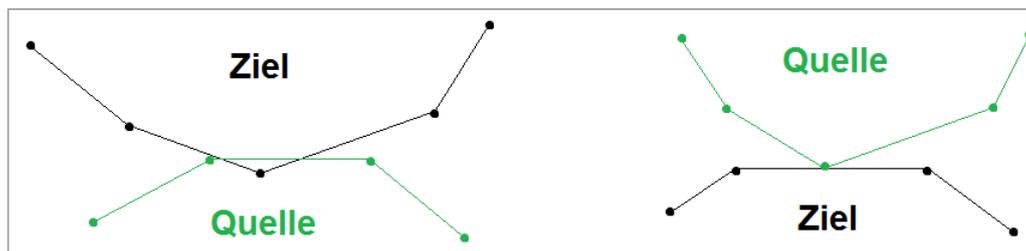


Abbildung 26: Auswahl von Quell- und Zielseite

Zur richtigen Auswahl von Quell- und Zielseite sind folgende Regeln anzuwenden:⁷¹

- Die gröber vernetzte Seite wird Ziel
- Die überstehende Fläche wird Ziel
- Die konkave, schwächer gekrümmte oder ebene Fläche wird Ziel
- Die Fläche mit höherer Ansatzordnung für die Geometrie wird Ziel
- Die Fläche mit dem darunter liegenden steiferen Material wird Ziel

Die Regeln können einander widersprechen. Dann ist symmetrischer Kontakt zu empfehlen, d.h. der Kontakt wird ein zweites Mal unter Vertauschung von Quell- und Zielseite definiert.

⁷⁰ Vgl. (CADFEM)

⁷¹ Vgl. (Rust, 2011 S. 285 f.)

4 Experimentelle Untersuchungen

Sämtliche statische bzw. quasistatische Versuche wurden von der Firma Siemens durchgeführt. Die Versuchsergebnisse wurden in einem Bericht seitens der Siemens zusammengefasst. Die Messschriebe aller durchgeführten Versuche liegen als Excel-Dokumente vor.

Eine Tabelle aller Versuche mit den jeweiligen Bezeichnungen ist dem Anhang zu entnehmen. Die Versuchsobjekte wurden aus der laufenden Serie entnommen und befanden sich bei Prüfbeginn im Neuzustand. Es wurden folgende Bauteile geprüft:

- Außenfeder (Kennzeichnung: 211-8.9-387)
- Innenfeder (Kennzeichnung: 387)
- Schichtfedern (mit den Nummern 636, 639 und 649)

4.1 Durchführung der Schraubendruckfeder-Versuche

Die Versuche wurden zum einen auf der Universalprüfmaschine UTS100 und zum anderen am Hexamove-Versuchsstand durchgeführt. Die Versuche fanden alle bei Raumtemperatur statt. Mit der UTS100 wurden sowohl für die Einzelfedern als auch für den Federsatz Kraft-Wegmessungen in axialer Richtung durchgeführt. Bei jeder Messung wurden vier Zyklen aufgenommen, d.h. es wurde viermal bis zur maximalen Axialkraft belastet. Desweiteren wurde die Bänderolenausrichtung der Innenfeder zu jener der Außenfeder variiert (0° , 90° , 180° und 270°). In Abbildung 27 ist der Versuchsaufbau auf der Universalprüfmaschine ersichtlich.



Abbildung 27: Versuchsaufbau auf der UTS100⁷²

Bei den Versuchen am Hexamove wurden jeweils 4 Zyklen dokumentiert. Prinzipiell wurden folgende Versuche am Hexamove durchgeführt:

- Vertikalkennlinien u. Lateralkennlinien
- Taumelbewegungen u. Kreisbahnbewegungen
- Wanken u. Nicken
- Schwingenbewegung

⁷² Quelle: Siemens

Die Bänderolen der Außen- und Innenfeder waren dabei jeweils in Richtung positiver x-Achse ausgerichtet und die gestempelten Federenden befanden sich immer auf der fixen Referenzplatte. Bei allen Versuchen mit rein translatorischen Bewegungen wurden die Rotationen immer gesperrt. Zur Messung der vertikalen Wegänderung wurde zusätzlich ein Seilpotentiometer angebracht. In Abbildung 28 ist der Hexamove-Versuchsstand und der Prüfaufbau ersichtlich.

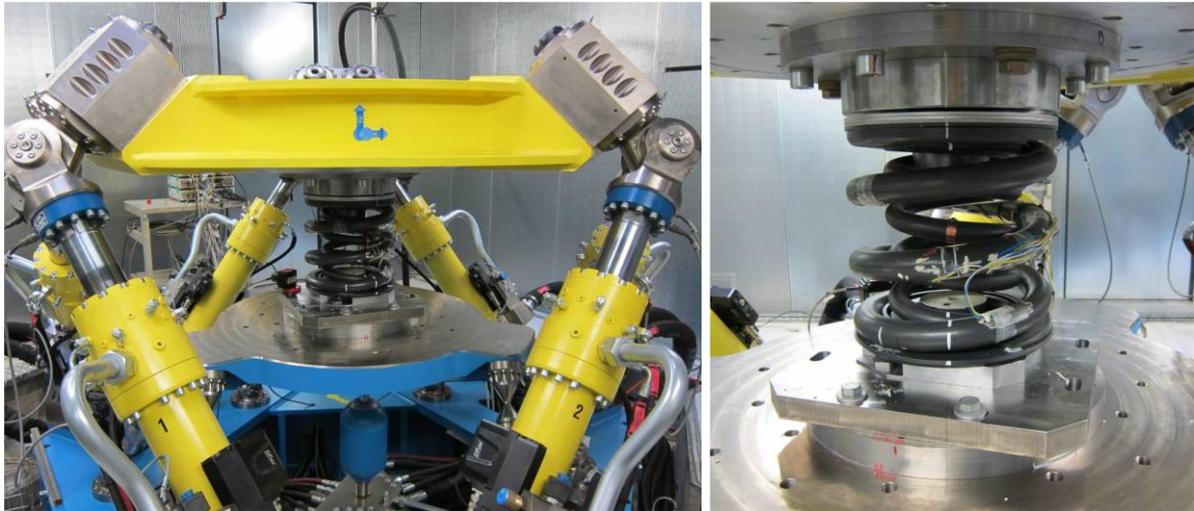


Abbildung 28: Versuchsaufbau am Hexamove-Versuchsstand⁷³

An der Außenfeder wurden Dehnmessstreifen (DMS) an der Windungsinnenseite angebracht und die Dehnungen bei allen Versuchen mit der Außenfeder mitgemessen. Eine Übersicht zur Anordnung der DMS ist dem Anhang zu entnehmen. In den Messschrieben wurden die gemessenen Dehnungen bereits in Hauptnormalspannungen, Hauptschubspannung und Hauptnormalspannungsrichtung basierend auf dem Hooke'schen Gesetz umgerechnet (siehe hierzu auch Kapitel 6.1.8.1).



Abbildung 29: Außenfeder mit applizierten DMS⁷⁴

⁷³ Quelle: Siemens

⁷⁴ Quelle: Siemens

4.2 Durchführung der Schichtfeder-Versuche

Um einen ungefähren Überblick über die material- und fertigungsbedingten Streuungen bei den Gummischichtfedern zu erhalten wurden drei Schichtfedern (636,639 und 649) untersucht. Alle drei Bauteiluntersuchungen wurden am Hexamove-Versuchsstand mit dem gleichen Prüfablauf durchgeführt. Da die Schichtfederhöhe für den Versuchsstand zu gering ist, musste ein Stahl-Dummy gefertigt werden der die Versuche mit dem Hexamove-Versuchsstand ermöglichte.

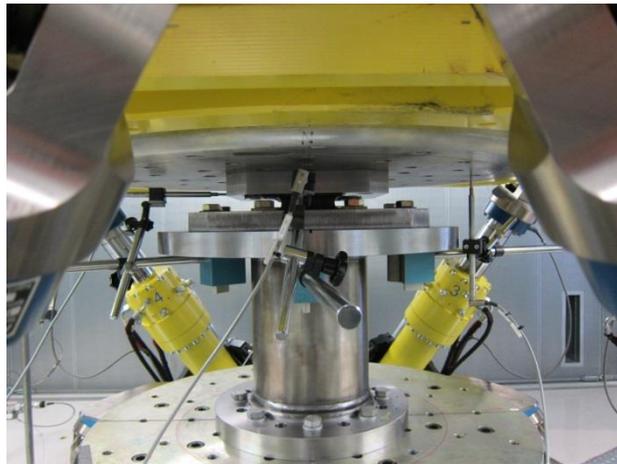


Abbildung 30: Versuchsaufbau der Schichtfeder-Versuche⁷⁵

Wie in Abbildung 30 zu sehen ist, wurde die Federhöhe zusätzlich zu der internen Hexamove-Messung aus Genauigkeitsgründen mittels eines externen induktiven Wegaufnehmers direkt am Bauteil gemessen. Zudem wurde die Bauteiltemperatur aufgenommen. Da es mit den gewählten Prüfgeschwindigkeiten zu keiner nennenswerten Temperaturerhöhung im Bauteil kam, werden die Ergebnisse der Temperaturmessung nicht weiter diskutiert.

⁷⁵ Quelle: Siemens

5 Analytische Berechnung

Für die analytische Berechnung von Schraubendruckfedern wurde im Softwarepaket Mathcad ein Berechnungstool (ILB-Tool) entwickelt. Die Schichtfeder wird nicht berechnet, kann aber durch die Eingabe der entsprechenden Steifigkeitswerte berücksichtigt werden. Gegenüber dem Berechnungsverfahren nach der EN 13906-1 bietet das ILB-Tool unter anderem folgende Vorteile:

- Berücksichtigung von Belastungen in z-, x- und ry-Richtung
- Berechnung und Berücksichtigung der progressiven Federkennlinie
- Berücksichtigung der exzentrischen Federbelastung
- Berechnung der Schubspannungen als Funktion des Windungswinkels

Im Folgenden wird die analytische Berechnung der Schraubendruckfedern auf Basis des analytischen ILB-Tools der Version 14 kurz beschrieben.

5.1 Allgemeines, Eingabedaten und Randbedingungen

Als Eingangsparameter dienen prinzipiell die Daten aus der technischen Spezifikation der Schraubendruckfedern.

Als Laufvariable wird der Windungswinkel δ verwendet der ausgehend von der x-Achse in Wickelrichtung läuft (siehe Abbildung 31).

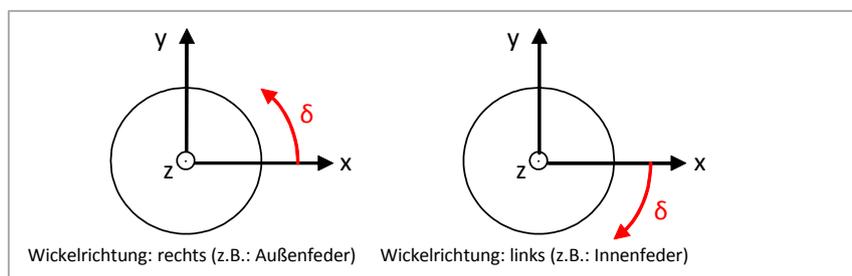


Abbildung 31: Prinzips-Skizze Windungswinkel

Der Startwinkel χ des unteren Federendes entspricht dem Winkel zwischen der x-Achse und dem Federende und ist vorzeichenrichtig anzugeben.

Die festen, von Anfang an nicht an der Federung beteiligten Windungen n_{fest} und die Übergangswindungen $n_{\text{ü}}$ werden durch Anpassung der errechneten, axialen Federkennlinien an die aus den Versuchen ermittelten Federkennlinien ermittelt. Liegen keine Messungen für den zu berechnenden Federtypen vor muss für n_{fest} und $n_{\text{ü}}$ auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden. Das entwickelte Berechnungstool dient zur Auslegung der Schraubendruckfedern, deshalb wird auf eine analytische Berechnung der Schichtfeder, wie sie in Kapitel 3.2.5 beschrieben wurde, verzichtet. Ihr Einfluss in der Primärfederstufe auf die Schraubendruckfedern soll aber sehr wohl berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Angabe der experimentell ermittelten Steifigkeiten der Gummischichtfeder in x-, z- und ψ -Richtung. In ψ -Richtung wird außerdem berücksichtigt, dass sich die Steifigkeiten, bei verschiedenen Vorspannungen in z-Richtung, ändern (siehe 6.3.2). Dafür wurde auf drei

Niveaus eine annähernd konstante Federrate ermittelt und aus diesen Werten wieder ein linearer Zusammenhang berechnet. Das heißt man erhält eine lineare Funktion der Steifigkeit in Abhängigkeit von der Vorspannkraft bzw. vom Vorspannweg. In x-Richtung kann, wie später gezeigt wird, ebenfalls eine Abhängigkeit vom Vorspannweg festgestellt werden. Die Unterschiede sind aber deutlich geringer, weshalb hier für die Steifigkeit ein konstanter Wert verwendet wird. Außerdem würde die sogenannte Steifigkeitsumkehr (siehe 6.3.2), bei der Darstellung der lateralen Steifigkeit in Abhängigkeit vom Vorspannweg zu Problemen führen. In den Randbedingungen werden im Wesentlichen die Belastungen der gesamten Federstufe definiert. Dabei wird einerseits die z-Kraft „Wagenkasten leer“ $F_{zSäule_WK}$, diese ergibt sich aus den Berechnungen der Radaufstandskraft und andererseits die Schwingenlänge L_{SW} und der Schwingenwinkel ψ_{SW} definiert. Aus den Definitionen der Schwinde (Länge und Winkel) kann man den durch die Schwingenbewegung eingeleiteten zusätzlichen Weg in z- und x-Richtung berechnen (siehe Abbildung 32).

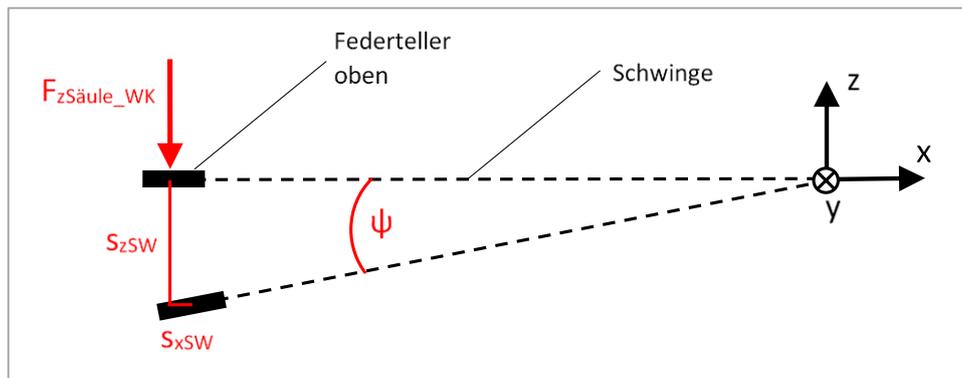


Abbildung 32: Verschiebungen durch die Schwingenkinematik

Die Federstufe wird somit durch eine Kraft und eine Verschiebung in z-Richtung, durch eine Verschiebung in x-Richtung und durch eine Rotation in ψ -Richtung belastet. Es ist zu beachten, dass Druckbelastungen in z-Richtung positiv, Belastungen in Richtung positiver x-Achse positiv und Rotationen in positiver Rotationsrichtung um die y-Achse positiv definiert sind. Das heißt der Winkel in Abbildung 32 ist negativ die übrigen Belastungen sind positiv. Des Weiteren ist anzumerken das die Einleitung der Belastungen, anders als im Betrieb, am Federteller oben erfolgt (wie bei den Versuchen am Hexamove-Versuchsstand). Außerdem kann man in den Randbedingungen die Einzelkomponenten ein- bzw. ausschalten. Ausschalten heißt, die jeweilige Einzelkomponente wird in der Berechnung quasi nicht berücksichtigt, das heißt es werden für diesen Fall anstelle der Komponentensteifigkeiten sehr hohe bzw. sehr niedrige Steifigkeiten verwendet, die das übrigbleibende System nicht bzw. vernachlässigbar beeinflussen.

5.2 Federsteifigkeiten und axiale Federkennlinie der SDF

Die axiale Federsteifigkeit der Schraubendruckfedern wird im ersten Schritt nach Formel (4) berechnet wobei die freien Windungen n noch um eine viertel Windung vergrößert wird. Diese Korrektur resultiert aus der in 3.1.1.1 erwähnten Ermittlung der federnden Windungen (vgl. hierzu auch (Wahl, 1966 S. 64)). Der Iterationsfaktor ITF ist vorerst gleich 1 zu setzen und

somit wirkungslos. Die beiden Schraubendruckfedern sind parallel und der Federsatz ist mit der Gummischichtfeder seriell geschaltet. Mit den Gesetzmäßigkeiten für Serienschaltung (45) und Parallelschaltung (47) werden die axialen Steifigkeiten des Federsatzes und der Federsäule berechnet.

$$R_{Ges} = R_1 + R_2 \quad (44)$$

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (45)$$

Zur Ermittlung der Querfederrate der Schraubendruckfedern wird wie in der Norm zuerst das Federratenverhältnis berechnet über das dann die Querfederrate ermittelt werden kann. Für den Satz und die Säule werden sowohl hier als auch bei der Berechnung der Federrate in ψ -Richtung die oben angeführten Schaltungsgesetze verwendet. Die Federrate der Schraubendruckfedern in ψ -Richtung kann folgendermaßen berechnet werden:

$$R_{\psi} = \frac{E * d^4}{32 * D * n * (2 + \nu)} \quad (46)$$

Dieser Zusammenhang ergibt sich z.B. durch Herleitung mit dem 2. Satz von Castigliano für sehr kleine Steigungswinkel der Schraubendruckfeder. Parallel zur Berechnung der Steifigkeiten, können die Federwege bzw. Federwinkel und die dazugehörigen Federkräfte bzw. Federmomente für alle Komponenten ermittelt werden.

Im nächsten Schritt werden der Verlauf des Federdrahtes, die freien Windungen bei der belasteten Feder und die sich daraus ergebende nichtlineare, axiale Federkennlinie berechnet. Der dafür notwendige Formelapparat wurde aus (Lutz, 2000) entnommen. Wie Eingangs bereits erwähnt werden nun die festen Windungen und die Übergangswindungen so angepasst, damit die errechnete Federkennlinie möglichst gut mit jener aus der Messung übereinstimmt (sofern experimentell ermittelte Kennlinien vorliegen). Nun kann die am Anfang berechnete axiale Steifigkeit durch einige Iterationsschritte mithilfe des Iterationsfaktors ITF so angepasst werden, dass diese im Betriebspunkt passt.

5.3 Schubspannungsberechnung

Der Verlauf des Federdrahtes wurde für die unbelastete Feder schon berechnet. Um eine Spannungsanalyse an jedem Punkt der Windungslinie durchführen zu können ist es notwendig die Höhe des Windungspunktes in Abhängigkeit vom Windungswinkel $z(\delta)$ zu bestimmen. Um dies möglichst einfach zu gestalten wurden ein linear ansteigender bzw. abfallender Anfangs-/Endbereich und ein dazwischen liegender Bereich der freien Windungen mit ebenfalls konstanter Steigung gewählt. Die Berücksichtigung der außermittigen Belastung erfolgt nach Gleichung (8). Abschließend erfolgt die Berechnung der Schubspannungen der Schraubendruckfeder in Abhängigkeit vom Windungswinkel. Die gesamte Schubspannung setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen:

- Schubspannung aufgrund der Axialkraft F_z
- Schubspannungen aufgrund der Querkraft F_x
- Schubspannungen aufgrund des Biegemomentes M_b

6 Berechnung mit der Finite Elemente Methode

Die nichtlineare Finite Elemente Berechnung der Federstufe bildet den Kern dieser Arbeit. In diesem Kapitel wird auf die Modellbildung und FE-Berechnung der einzelnen Bauteile sowie der gesamten Federstufe detailliert eingegangen. Die Ergebnisse werden mit jenen aus den Versuchen und den analytischen Berechnungen verglichen und diskutiert.

Als FE-Programm wurde das Softwarepaket Siemens NX 8.5 verwendet. Dieses bietet neben CAD (Computer Aided Design) Funktionen unter anderem auch ein umfangreiches CAE (Computer Aided Engineering) Paket. Als FEM-Solver kommt NX Nastran (Nasa Structural Analysis System) zum Einsatz.

6.1 Schraubendruckfeder

In der späteren Anwendung der entwickelten Berechnungsmethodik, muss die Modellerstellung möglichst unkompliziert und schnell erfolgen können. Ziel ist es durch Eingabe diverser (möglichst weniger) Federparameter (Drahtdurchmesser, Federhöhe, etc.) ein fertiges FE-Modell zu erhalten, mit dem die Steifigkeiten und Spannungen hinreichend genau berechnet werden können (parametrisierte Federerstellung). Die Genauigkeit ist aber nur dann zufriedenstellend, wenn die Geometrie möglichst Realitätsnah abgebildet werden kann. Insbesondere bei nichtlinearen Betrachtungen, beeinflusst die Geometrie im Bereich der Federenden das Anlegeverhalten und somit die Steifigkeiten und Spannungen maßgeblich. Damit steigt der Komplexitätsgrad einer automatischen Geometrierstellung gegenüber Modellen für lineare Berechnungen stark an. Erste Testrechnungen haben gezeigt, dass eine parametrisiert erstellte Geometrie auf Basis der bis dato spezifizierten Geometrieabmessungen (n , D , d , L_0 , siehe Anhang) den Kontaktbereich unzureichend genau abbildet. Es braucht neue, zusätzliche Parameter. Wie später (Kapitel 6.1.1) aufgezeigt wird, können diese nicht ohne weiteres vom Fertigungsprozess abgeleitet bzw. vorhergesagt werden. In der vorliegenden Arbeit werden zwei unterschiedliche FE-Modelle der Schraubendruckfeder betrachtet welche in den folgenden Abschnitten beschrieben werden. Sie unterscheiden sich in der Art der Geometrierstellung:

- Dreidimensionale optische Vermessung der Federoberfläche und überführen der Messergebnisse in ein Volumenmodell
- Parametrisierte Geometrierstellung durch händisches Vermessen der benötigten Parameter

Nach der Geometrie- und Modellerstellung werden die Ergebnisse der Steifigkeits- und Spannungsberechnung vorgestellt und diskutiert.

6.1.1 Fertigung der Schraubendruckfedern

Die zu berechnenden Schraubendruckfedern werden von der Firma Langen & Sondermann bzw. von der Firma Grüber hergestellt. Für die Modellierung der Federn ist es von großer

Bedeutung den Fertigungsablauf und die unterschiedlichen Fertigungsparameter zu kennen. Besonders im Hinblick auf eine parametergesteuerte Federnerstellung ist dies essentiell. Im Gegensatz zu kaltgeformten Federn, die größtenteils vollautomatisiert gefertigt werden, ist dies bei warmgeformten Federn nicht möglich. Ab einem gewissen Drahtdurchmesser ist es aus wirtschaftlicher und fertigungstechnischer Sicht nicht mehr sinnvoll Schraubendruckfedern kalt zu formen. Bei der Warmformung werden die Rundstäbe zuerst auf die erforderliche Länge gebracht. Anschließend erfolgt der Walzvorgang der Federenden. Die Enden des Stangenmaterials werden teilweise noch manuell in die Walzmaschine eingeführt und anschließend solange ausgewalzt bis das Federende eine Höhe von $d/2$ erreicht hat. Durch das Auswalzen kommt es zur „Entenschnabelbildung“, deshalb wird das Ende manchmal noch gekürzt. Das zweite Federende wird dann manuell mittels einer Winkelmessuhr zum Ersten ausgerichtet. Der Relativwinkel zwischen den Federenden ist so definiert, dass sie im gewickelten Zustand richtig ausgerichtet sind. Jedoch müssen die Federenden nach dem Wickeln meist noch manuell nachgerichtet werden. Zum Teil werden auch schon CNC gesteuerte Reckwalzanlagen eingesetzt (Grüber). Nach dem Walzen werden die Rohlinge vorgewärmt, in einer Wickelmaschine gewickelt und in einem Ölbad gehärtet sowie angelassen. Im nächsten Schritt erfolgt das Warmvorsetzen der Feder. Mittels Kugelstrahlen werden die fertigungsbedingten Eigenspannungen reduziert um eine höhere Bauteillebensdauer zu erreichen. Anschließend werden die Federenden noch geschliffen um möglichst zwei planparallele Aufstandsflächen zu erhalten. Abschließend erfolgt die Lackierung, wobei die Lackschichtdicke um bis zu einen Zehntelmmillimeter schwanken kann. Die kurze Schilderung des Herstellungsprozesses soll verdeutlichen, dass es sehr viele Einflüsse gibt und dass durch den hohen Anteil von manuellen Arbeitsschritten jede Feder ein Unikat ist. Die großen fertigungsbedingten Abweichungen machen eine Parametrisierung der Schraubendruckfedern schwierig.

6.1.2 Modellbildung mit Hilfe optischer Vermessung

Diese Art der Geometrieerstellung ist für die praktische Berechnung von Schraubendruckfedern nicht anwendbar, hier muss der Weg der parametrisiert erstellten Federgeometrie eingeschlagen werden. Um den Einfluss der Geometrie bei der Verifikation mit den Messungen fürs Erste aber möglichst gering zu halten und somit die FE-Simulation besser optimieren zu können, wird vorerst dieser Weg gewählt. Es wurden die beiden SF100 Federn mittels naviSCAN^{3D} von der Firma „Carl Zeiss Industrielle Messtechnik“ vermessen. Mit dieser Art der Vermessung ist theoretisch eine vollständige flächenhafte Vermessung der Geometrie in allen drei Dimensionen möglich. Als Messergebnisse standen entweder Facettenkörper oder Punktwolken zur Verfügung. In Abbildung 33 sind die Facettenkörper der beiden Federn ersichtlich. Vor allem die Windungsinenseiten bei beiden Federn weisen teils erhebliche Lücken auf. Zusätzlich führen die DMS-Stellen der Außenfeder mit ihren Messleitungen zu extrem schlechten Ergebnissen. Mit Hilfe von NX 8.5 kann aus den Facettenkörpern eine geschlossene Geometrien erstellt werden, die dann vernetzt werden kann. Dabei kann nach der im Anschluss beschriebenen Methodik vorgegangen werden. Diese hat sich mit den vorhandenen Mitteln als am geeignetsten erwiesen.

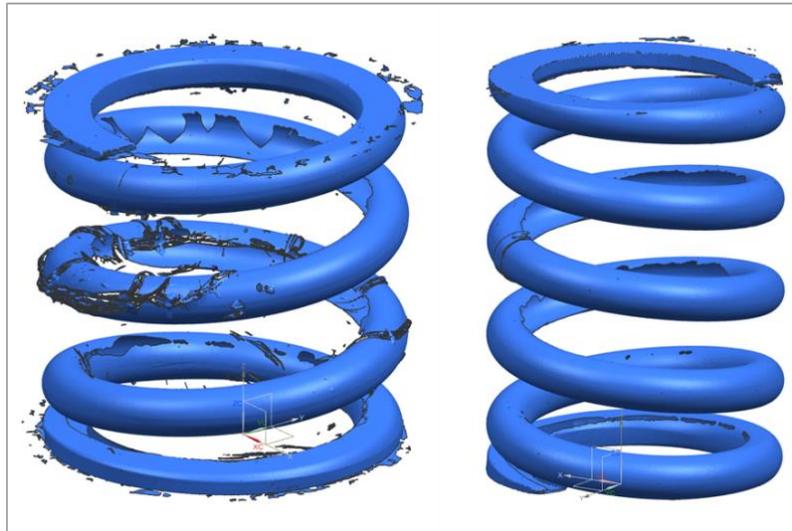


Abbildung 33: Facettenkörper der 3D-Vermessung

Zuerst wird das Koordinatensystem bestimmt und zwar so, dass die x-Achse mit der Bänderolenrichtung übereinstimmt (Bänderole ist am Facettenkörper erkennbar). Als nächstes wird der Facettenkörper mit Ebenen durch die z-Achse (alle 10°) und mit zwei Kreiszyklindern geschnitten. Das Ergebnis ist in Abbildung 34 links am Beispiel der Innenfeder dargestellt. Im nächsten Schritt müssen die teilweise lückenhaften Schnittflächen (entspricht den Projektionen des Drahtquerschnittes) so geschlossen werden, dass sie möglichst der realen Geometrie entsprechen. Die Schnitte mit den Kreiszyklindern dienen als Steigungs-Splines.

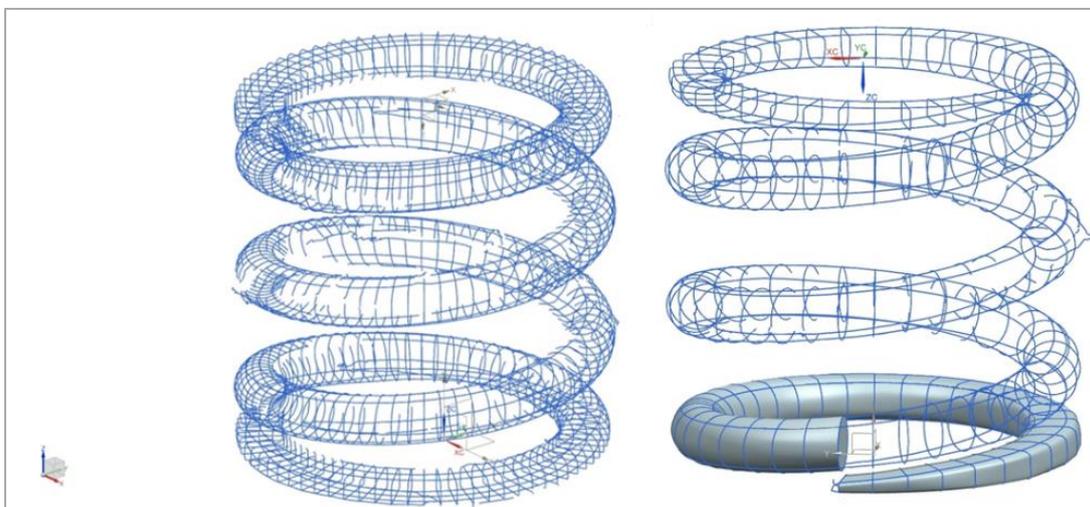


Abbildung 34: Prinzipielle Vorgehensweise bei der Flächenrückführung

Wie in Abbildung 34 rechts am Beispiel der Außenfeder zu sehen, können die geschlossenen Querschnitte nun entlang der Steigungs-Splines gesweept werden. Das Ergebnis ist ein Volumenmodell der Schraubendruckfeder. Diese Geometrie entspricht jedoch nicht dem realen Körper, da die beschriebene Überführung vom Facettenkörper zum Volumenkörper fehlerbehaftet ist. Außerdem führt der Sweep nicht immer zu schönen planen Flächen sondern hat des Öfteren leichte Verwindungen zum Resultat. Diese Flächen sind für eine spätere Vernetzung jedoch unbrauchbar, deshalb muss auch hier ein Kompromiss zwischen möglichst realitätsnaher Geometrie und vernetzbarer Geometrie gemacht werden. Weiter ist

anzumerken, dass die Federn die vermessen wurden lackiert waren, das heißt die Drahtdurchmesser sind um die Lackschichtdicke vergrößert. Dies führt zu einem Fehler der in weiterer Folge berücksichtigt werden muss. Wenn man an die analytischen Formeln denkt, dann geht der Drahtdurchmesser bei der Berechnung der Spannungen zur dritten Potenz und bei der Berechnung der Federrate sogar zur vierten ein.

Die Abbildung 35 zeigt links den fertigen Volumenkörper der in NX 8.5 als Part bezeichnet wird. In der Mitte sind der Part und der Facettenkörper übereinandergelegt und es können rein optisch Abweichungen aufgrund der Überführung festgestellt werden. Das vernetzte Finite Elemente Modell ist ganz rechts zu sehen.

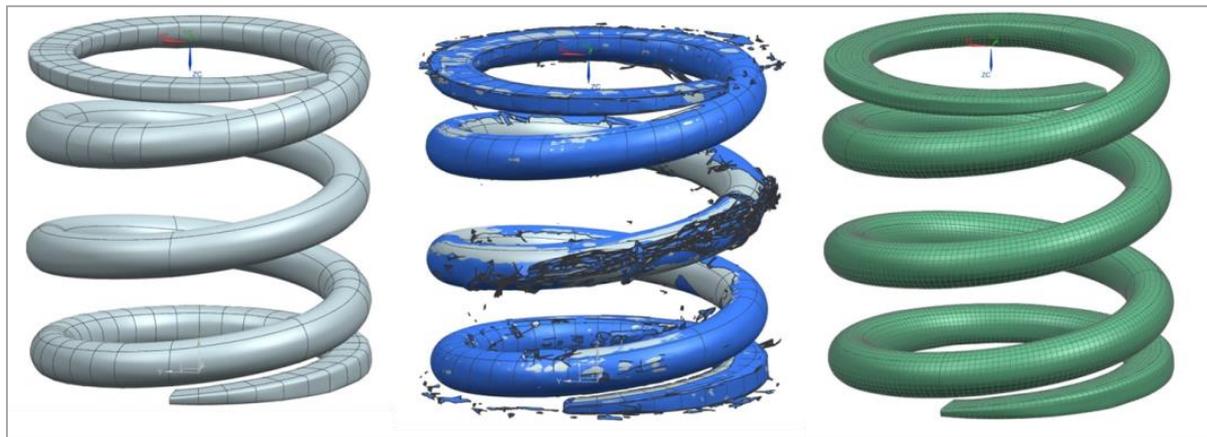


Abbildung 35: Vergleich von Part, Facettenkörper und FE-Modell

6.1.3 Modellbildung mit Hilfe von Parametern

Die Grundlage für diese Art der Geometrieerstellung ist die Schraublinie.

Eine Schraublinie k entsteht, indem ein Punkt $P_0(x_0, y_0, z_0)$ einer gleichförmigen Rotation (d.h. dass der Drehwinkel φ linear von der Zeit abhängt) um eine Achse a (Schraubachse) und gleichzeitig einer Schiebung in Richtung von a mit konstanter Geschwindigkeit unterworfen wird. Der Betrag s des Schiebvektors ist daher eine lineare Funktion des Drehwinkels φ :⁷⁶

$$s = p * \varphi, \quad p = \text{const.} \quad (47)$$

Anders ausgedrückt ist p die Verschiebung bei einer kompletten Drehung ($\varphi=2\pi$) und wird als Ganghöhe oder auch Steigung bezeichnet. Die Schraublinie kann im kartesischen Koordinatensystem mit der z -Achse als Schraubachse und dem Radius r wie folgt dargestellt werden:

$$x(\varphi) = \begin{pmatrix} r * \cos(2\pi\varphi) \\ r * \sin(2\pi\varphi) \\ p * \varphi \end{pmatrix} \quad (48)$$

Nach dem gleichen Prinzip kann auch ein Kreis bzw. auch eine Kreisfläche verschraubt werden. Im zweiten Fall erhält man einen Volumenkörper. Bei der Schraubendruckfeder sind jedoch die Querschnitte nicht konstant. Das Federende ist gewalzt und hat näherungsweise einen rechteckigen Querschnitt dieser geht dann beim Walzende in einen Kreisquerschnitt

⁷⁶ Vgl. (Gfrerrer S. 3 ff.)

über. Dazwischen wird ein Verbindungsstück erzeugt (in der Geometrie wird dies auch als Verbindungstorse bezeichnet), welches mit modernen CAD-Programmen mit wenig Aufwand erzeugt werden kann. In Abbildung 36 sind die zu verschraubenden Flächen in blau dargestellt (hier eigentlich Kurven).

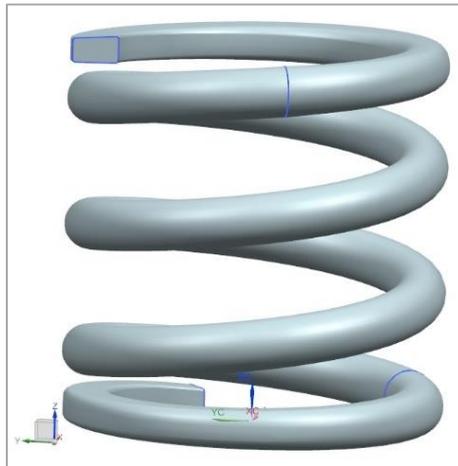


Abbildung 36: Verschraubung der Flächen

Neben den nicht konstanten Flächen ist auch die Steigung bei den Schraubendruckfedern nicht konstant und somit der Steigungsverlauf nichtlinear (siehe Kapitel 3.1.1.1). Das heißt in Formel (48) ist in der z-Komponente das p von φ abhängig $p=p(\varphi)$. Es gilt nun einen möglichst realitätsnahen Steigungsverlauf $p(\varphi)$ zu finden der vor allem das Anlegeverhalten gut abbilden kann. Durch den Walzvorgang und das Planschleifen der Federenden kann die Schraublinienhöhe in den wichtigsten Bereichen, an den Federenden, nicht einfach am realen Bauteil nachgemessen werden. Nur an zwei Punkten kann man diese Höhe ermitteln. Der erste Punkt (P1) der ermittelt werden kann ist jener am Drahtanfang. Dazu muss die Höhe des Federendes gemessen werden (h_{Fe}) und die Walzhöhe des Federendes bekannt sein (h_w). Der Punkt P2 ist beim Schleifende, dort liegt das erste Mal ein Kreisquerschnitt mit Durchmesser d vor, der am Boden aufliegt (sofern das Walzende kürzer ist als das Schleifende). Ab hier kann theoretisch in jedem Punkt die Schraublinienhöhe bestimmt werden. Ein besonders prädestinierter Punkt ist der Punkt P3 der sich genau über dem Federende befindet. Zur Höhenbestimmung wird hier zusätzlich der Spalt über dem Federende (x_{Fe}) bestimmt. Als vierten Punkt P4 wird jener Punkt gewählt ab dem die Steigung näherungsweise konstant verläuft. Dieser Punkt markiert also das Ende der Übergangswindungen. Am oberen Federende kann analog vorgegangen werden, damit ergeben sich die Punkte 8 bis 5. Es ist darauf zu achten, dass die beiden Federenden fertigungsbedingt nicht gleich sind und die Abmessungen stark schwanken, d.h. es müssen sämtliche Abmessungen immer an beiden Enden ermittelt werden. In Abbildung 37 ist der Steigungsverlauf einer Innenfeder auf Basis der oben beschriebenen Punkte dargestellt. Die Knicke im Steigungsverlauf führen bei einer Verschraubung zu Kanten in der Geometrie, deshalb muss entweder mit einem Polynomzug (Spline) oder mit entsprechenden stetig differenzierbaren Kurven gearbeitet werden, die den Steigungsverlauf annähern. Nachdem die Verschraubung erstellt wurde wird die Feder mit zwei parallelen Ebenen abgeschnitten (also

das Anschleifen nachgebildet). Die in der Realität mögliche Schrägstellung der Schraubachse und ein möglicher Relativwinkel zwischen den Schleifflächen werden nicht berücksichtigt.

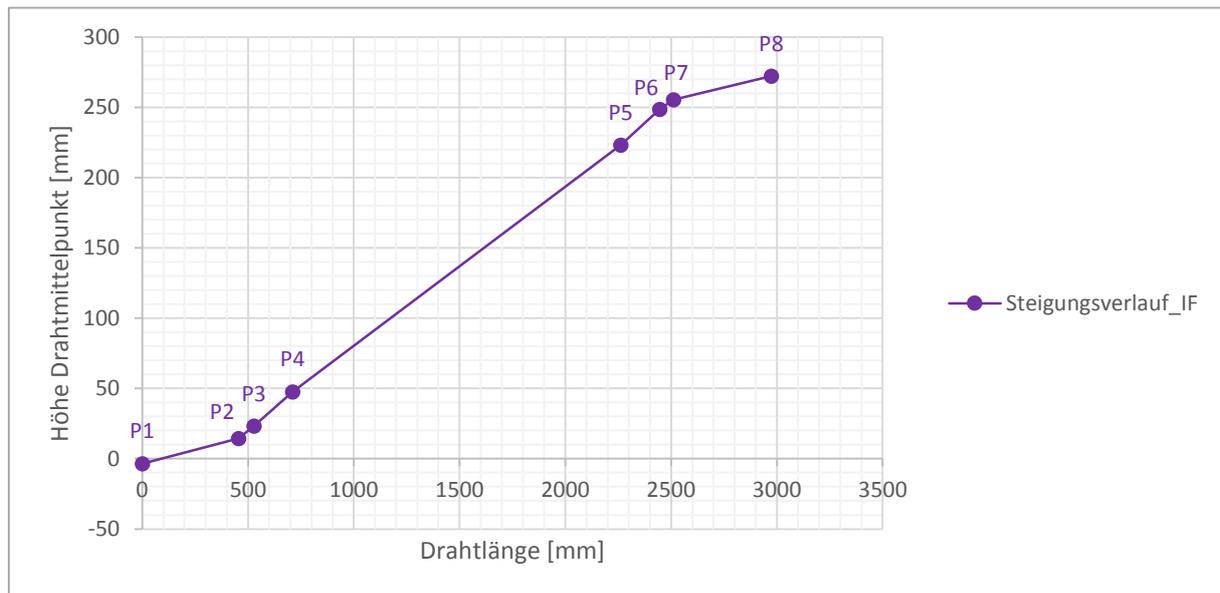


Abbildung 37: Steigungsverlauf einer SF100 Innenfeder

6.1.4 Systematik bei der Modell- und Ergebnisbezeichnung

Alle FE-Modelle werden mit „SIM“ bezeichnet, danach folgt die Bauteilbezeichnung (z.B. AF für Außenfeder) und anschließend werden die Federn die parametrisiert erstellt wurden mit „para“ gekennzeichnet. Versuche werden mit „Messung“ bezeichnet, danach folgen die Bauteilbezeichnung und die Versuchsbezeichnung (z.B. A02). Analytische Berechnungen werden mit „Analytisch“ bezeichnet. Bei analytischen Berechnungen auf Basis des ILB-Tools folgt „ILB“. Wird nach der Norm EN 13906-1 gerechnet, folgt der Zusatz „DIN“. Zur Erläuterung sollen folgende Beispiele dienen:

- SIM_AF → FE-Modell der Außenfeder auf Basis der 3D-Vermessung
- SIM_IF_para → FE-Modell der Innenfeder mit Parametern erstellt
- Messung_AF_V020 → Versuchsergebnis der Außenfeder vom Versuch V020
- Analytisch_ILB_Satz → Analytisches Ergebnis des ILB-Tools vom Federsatz
- Analytisch_DIN_IF → Analytisches Ergebnis der Innenfeder laut Norm

6.1.5 Aufbau des FE-Modelles Schraubendruckfeder

In Abbildung 38 ist der Aufbau des FE-Modelles einer Einzelfeder dargestellt. Es besteht aus den beiden Federtellern, der jeweiligen Feder (AF oder IF) und aus zwei RBE2 Spinnen die mit den Federtellern verbunden sind. Ein RBE2 (Rigid Body Element Type 2) ist ein unendlich steifes, also starres (rigid), Element. Der sogenannte unabhängige Knoten (independent node) gibt die Verschiebung aller anderen abhängigen Knoten (dependent nodes) vor. Damit können einerseits die Verschiebungen und Einspannungen am unabhängigen Knoten aufgebracht sowie Reaktionsgrößen ausgelesen werden. Der untere Federteller wird fixiert (alle

Freiheitsgrade gesperrt), in dem der abhängige Knoten der unteren RBE2 Spinne fixiert wird (in Rot dargestellt). Am oberen Federteller bzw. an der oberen RBE2 Spinne werden dann die Verschiebungen bzw. Verdrehungen aufgebracht (in Abbildung 38 z.B. eine Verschiebung in z-Richtung welche durch den roten Pfeil dargestellt wird).

Die Federteller sind mehr oder weniger als Starrkörper zu betrachten und müssen bei der Vernetzung keinen besonderen Anforderungen genügen. Es wurden achtknotige (lineare) Hexaederelemente verwendet. Wie im Theorie-Teil bereits erwähnt wurde, werden für Kontaktprobleme lineare Hexaederelemente empfohlen. Mit zwanzigknotigen (quadratischen) Hexaederelementen kann der Kreisquerschnitt des Federdrahtes jedoch besser abgebildet werden, weshalb für die Schraubendruckfedern dieser Elementtyp verwendet wurde. Die größere Rechenzeit wird hier für die höhere Genauigkeit in Kauf genommen. Für zukünftige Test- bzw. Variantenrechnungen mit Schraubendruckfedern wird jedoch empfohlen mit linearen Hexaederelementen zu arbeiten. Die Elementgröße wurde mit Hilfe mehrerer Iterationsschleifen bestimmt. Dabei wurde die Elementgröße solange variiert, bis keine Ergebnisveränderung mehr feststellbar war.

Wird eine Schraubendruckfeder zwischen zwei Platten zusammengedrückt, kann zwischen den Platten und der Feder eine Relativbewegung stattfinden, des Weiteren ändert sich die Kontaktsituation an der Auflagefläche laufend. Diese Tatsachen erklären die Notwendigkeit, dass für eine möglichst genaue FE-Rechnung die Feder nicht an den Endwindungen fix eingespannt werden darf, sondern ein Kontakt zwischen Federenden und Federtellern definiert werden muss. Außerdem muss aufgrund des Anlegens der Federwindungen ein Selbstkontakt (Windungskontakt) vorgesehen werden. Das nichtlineare Verhalten der Schraubendruckfeder und die notwendigen Kontaktdefinitionen können mit NX Nastran nur mit dem Solver 601 (Advanced Nonlinear Statics) gelöst werden.

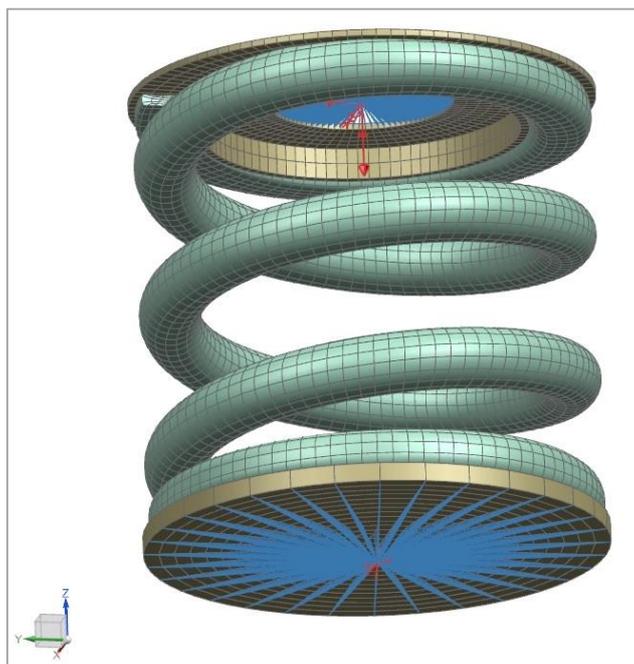


Abbildung 38: Aufbau des Modelles der Einzelfeder

Prinzipiell bietet NX verschiedene Kontakt-Algorithmen an. Hier wurde mit der voreingestellten „Constraint Function“ gerechnet. Dabei wird der numerisch nachteilige ideale Kontakt mit seinen sprunghaften Eigenschaftsänderungen mit einer sogenannten Constraint-Funktion nachgebildet, welche sanftere Übergänge hat. Die Kontaktregionen arbeiten nach dem Master-Slave-Konzept. Es hat sich herausgestellt, dass es sinnvoll ist als Quelle jene Kontaktfläche zu wählen, die auf die Zielfläche drückt (siehe zu Kontakt auch Kapitel 3.3.6.3). In Abbildung 39 links ist die Kontaktregion der Außenfeder für den Kontakt „Außenfeder-Federteller unten“ dargestellt. Diese Kontaktdefinition stellt sicher, dass auch ein Kontakt zwischen der Feder und dem Zentrierabsatz des Federtellers möglich ist. In der rechten Bildhälfte sind die Quell- und Zielregion des Windungskontaktes der Außenfeder dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Kontaktregionen beim unteren Federende genau übereinander liegen. Das heißt die Quelle (Unterseite der Windungen) geht nicht über das Ziel (Oberseite der Windungen) hinaus. Es hat sich gezeigt, dass ein so definierter Kontakt sich positiv auf das Konvergenzverhalten auswirkt. Als Reibungsgesetz wurde das voreingestellte Coulomb-Reibungsmodell mit konstanten Reibungskoeffizienten μ gewählt.

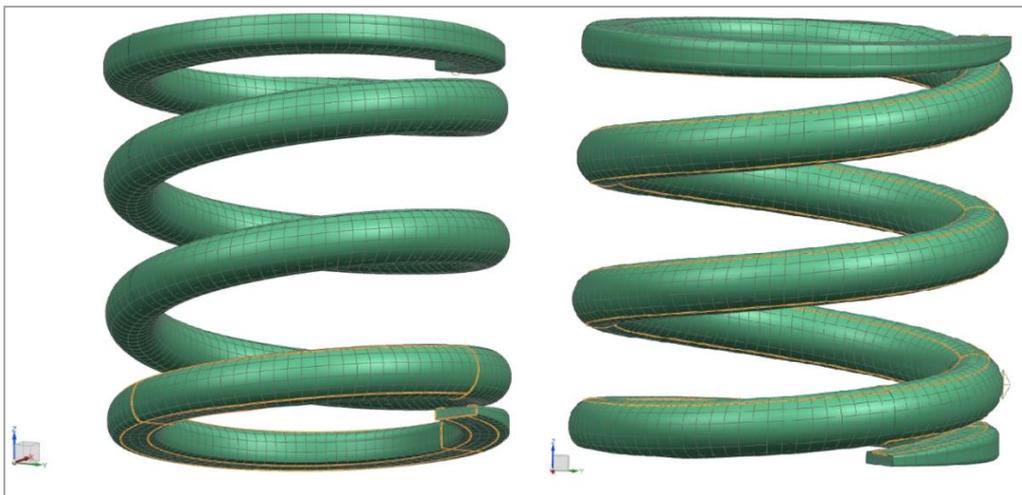


Abbildung 39: Kontaktdefinitionen an der SDF

6.1.6 Einfluss der Reibung bei der Kontaktdefinitionen

Durch Variation des Reibungskoeffizienten, stellte sich heraus, dass dieser einen erheblichen Einfluss auf die Simulationsergebnisse hat. Mit Hilfe des Vergleichs der Reaktionskräfte in x- und y-Richtung beim zusammendrücken der Feder zwischen Versuch und Simulation konnte ein geeigneter μ -Wert bestimmt werden.

In Abbildung 40 ist die Reaktionskraft in x- Richtung über die axiale Kraft F_z aufgetragen. Die Reaktionskräfte aus der Messung wurden für den zweiten, dritten und vierten Zyklus dargestellt. Man sieht dass die Kräfte mit jedem Zyklus abnehmen. Dieser Effekt ist dadurch zu erklären, dass sich die Feder im Entlastungsast in eine für sie optimalere Lage nachdreht. In wieweit sich die Reaktionskräfte bei weiteren Zyklen noch verringern, kann an dieser Stelle noch keine Aussage getroffen werden. Aus den Simulationsergebnissen kann man erkennen, dass die Reaktionskraft mit steigendem μ zunimmt, dies würde man in Betracht auf das

Coulombsche Reibungsmodell auch so erwarten. Mit einem Reibungskoeffizienten von 0,18 ergibt sich die beste Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen. Alles gesagte wurde auch für die Reaktionskraft in y-Richtung beobachtet. Der Reibungskoeffizient wurde für alle Kontakte gleich definiert.

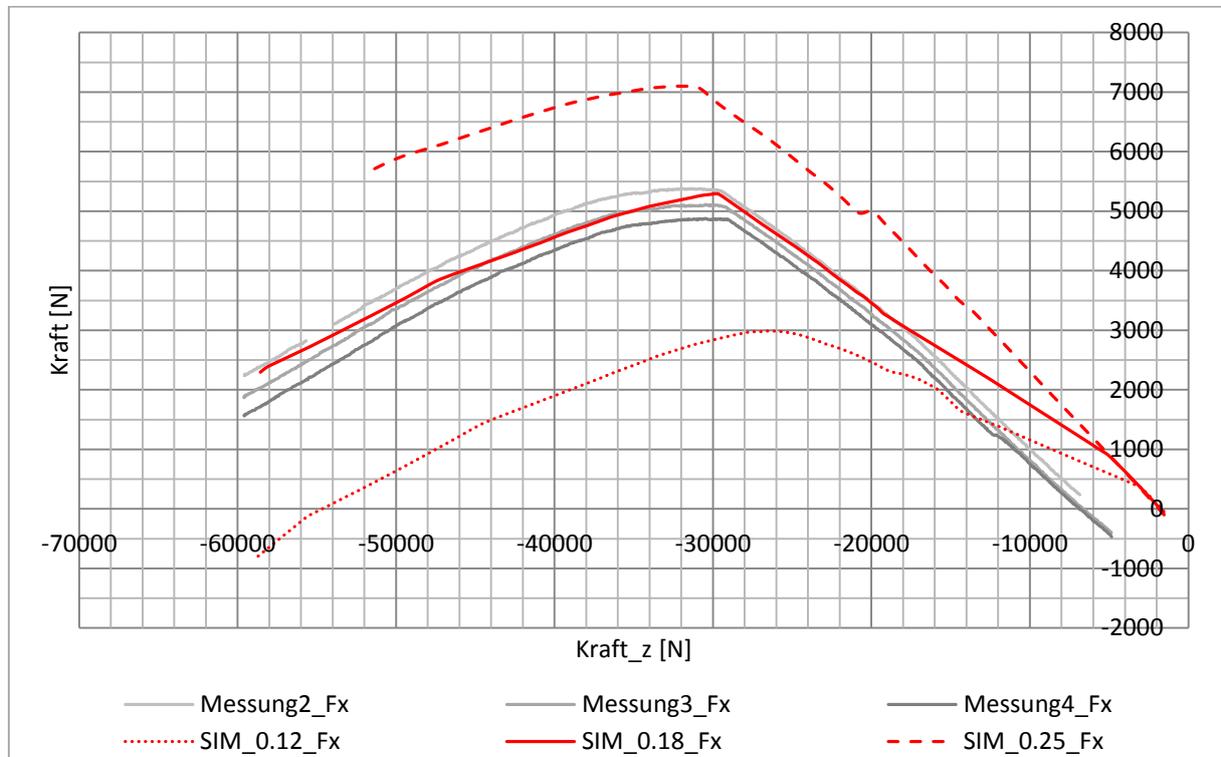


Abbildung 40: Reaktionskraft in x-Richtung

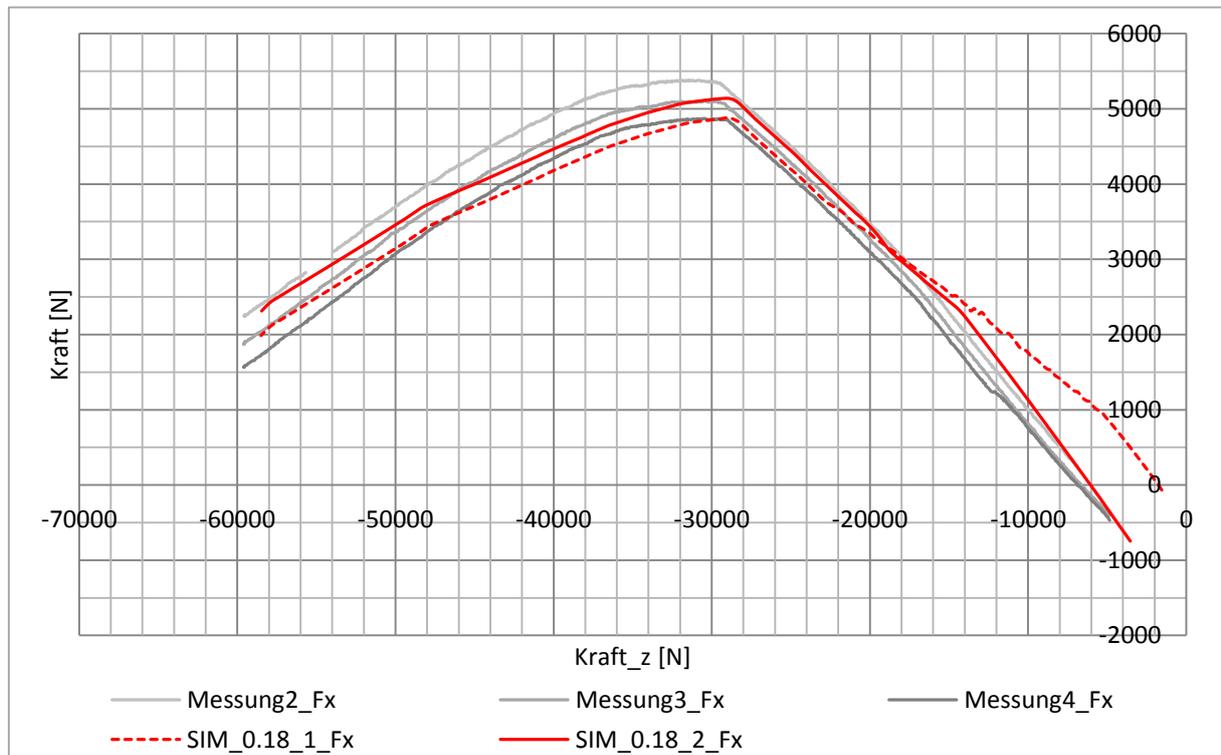


Abbildung 41: Reaktionskraft in x-Richtung 2 Zyklen

Mit Hilfe der Reaktionskräfte kann auch bestimmt werden ob die definierte x-Achse tatsächlich der Bänderolenrichtung entspricht. Es wird der Winkel der resultierenden Kraft in der xy-Ebene berechnet (ausgehend von der x-Achse). Ein Winkel von Null Grad würde bedeuten, dass die x-Achse genau der größten Nullpunktverschiebung und somit der Bänderolenrichtung entspricht. Sowohl bei der Messung als auch bei der Simulation ist im Bereich der Prüfkraft (ca. 35 kN) dieser Winkel annähernd Null Grad. Daraus kann man ableiten, dass die definierte x-Achse der Bänderolenrichtung der realen Feder entspricht. Besonders bevor beide Federenden angelegt sind weicht dieser Winkel jedoch deutlich von den Null Grad ab. Die Bänderolenrichtung ist also nicht konstant sondern eine Funktion der Axialkraft. Wie in Abbildung 41 zu erkennen ist, ändern sich auch bei der Simulation die Reaktionskräfte im zweiten Zyklus. Wird die Anzahl der Zyklen in der Simulation noch weiter erhöht kann jedoch keine nennenswerte Änderung mehr festgestellt werden. Weiter sieht man dass der Offset von ca. 6,5 kN bei der Axialkraft im zweiten Zyklus auch von der Simulation abgebildet werden kann. Aufgrund dieser Erkenntnisse sind alle folgenden Rechnungen mit einem konstanten Reibungskoeffizienten von 0,18 durchgeführt worden.

6.1.7 Ergebnisse der Steifigkeitsberechnung

Die Steifigkeiten der Schraubendruckfedern wurden in axialer (z) und in den lateralen (x,y) Richtungen ermittelt. Die Diskussion der Ergebnisse soll hier am Beispiel der SF100 Außenfeder erfolgen.

6.1.7.1 Axialsteifigkeit

Die experimentell ermittelte Federkennlinie, wie sie in Abbildung 42 (Messung_AF_V020) dargestellt wurde, zeigt deutlich den bereits erläuterten progressiven Verlauf. Die Progressivität kann auch von den beiden neu entwickelten Berechnungsmethoden abgebildet werden. Die Berechnung nach der DIN Norm liefert hingegen eine konstante Federrate und somit eine lineare Federkennlinie. Die Kennlinie des Modells „SIM_AF_para“ ist steifer als jene der Messung und weicht im Gegensatz zum Modell „SIM_AF“ deutlich von dieser ab. Der Unterschied zwischen den beiden Simulationsmodellen ist eindeutig auf die Geometrie zurückzuführen. Obwohl bei der Modellerstellung von „SIM_AF_para“ das reale Bauteil vorlag und dabei etliche Parameter vermessen wurden, kommt es zu diesen Abweichungen. Dass die analytisch ermittelte Federkennlinie mit dem ILB-Tool so gut mit der Messung übereinstimmt, ist dadurch zu erklären, dass wie im Kapitel 5 beschrieben, diese an die Messung angepasst wurde. Diese Vorgehensweise ist auch in der zukünftigen praktischen Anwendung durchaus anwendbar. Da die axiale Steifigkeit der Federn von Herstellerseite bei 100% zu prüfen ist, liegt die entsprechende Federkennlinie jeder Einzelkomponente vor. An dieser Kennlinie kann dann die Anpassung erfolgen. Soll eine Vorausrechnung durchgeführt werden, müssen für die festen Windungen und die Übergangswindungen Annahmen getroffen werden.

In der Tabelle 2 sind die Sehnensteifigkeiten für die Außenfeder zusammengefasst. Unter Sehnensteifigkeit ist die linearisierte Steifigkeit zwischen zwei Belastungsniveaus zu

verstehen. Der Index B steht für den Belastungszyklus, welcher für die Auswertung herangezogen wurde. Bei den Messungen weicht der Entlastungszyklus vom Belastungszyklus ab. Eine Herangehensweise um dies zu berücksichtigen ist eine Mittelung der Ergebnisse vom Be- und Entlastungszyklus. Es stellte sich heraus, dass die Abweichung der nach dieser Methode errechneten Sehnensteifigkeiten zu jenen vom Belastungszyklus kleiner einem Prozent sind. Die in der Tabelle 2 angegebenen Abweichungen in Prozent beziehen sich auf die „Messung_AF_V020“.

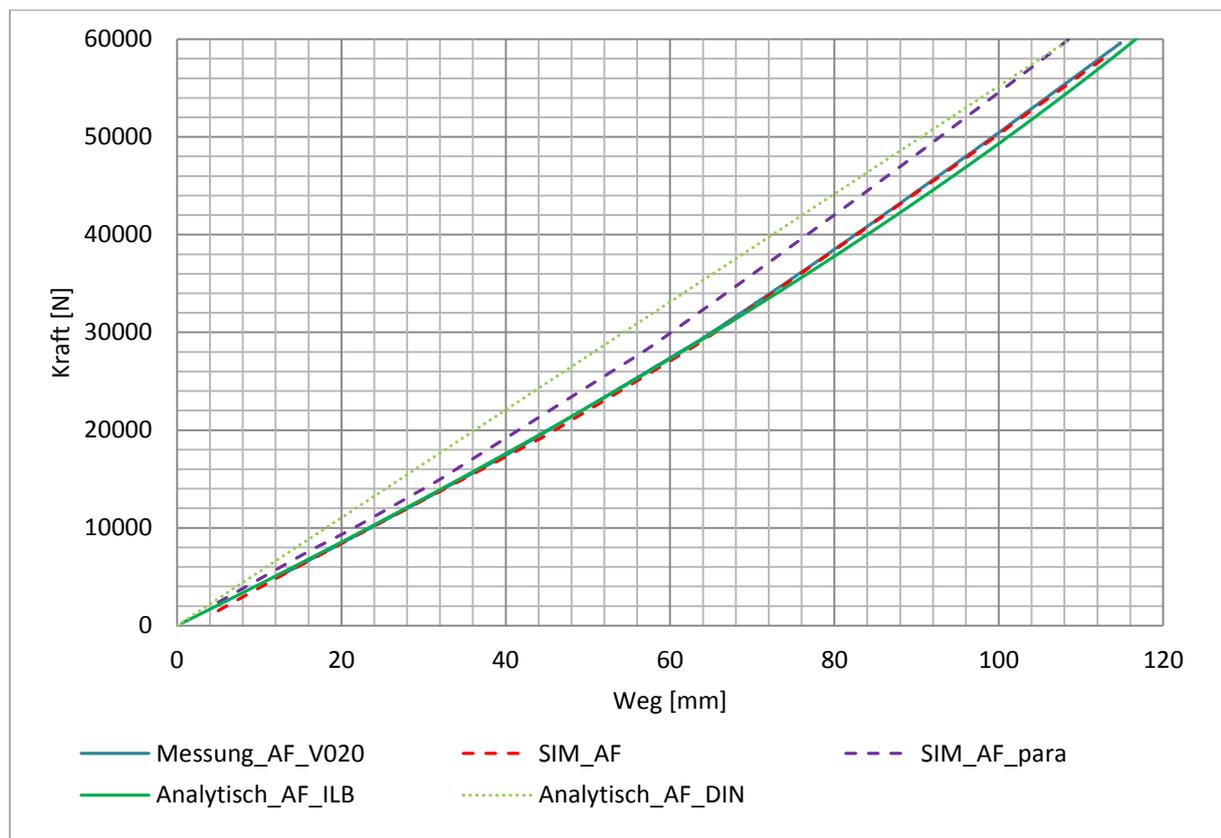


Abbildung 42: Axiale Federkennlinie der AF

Die Abweichungen zwischen den Versuchen sind unter vier Prozent und somit größer als die Abweichungen des Modells „SIM_AF“, die kleiner drei Prozent sind. Auch die Abweichungen von „SIM_AF_para“ liegen deutlich unter 10 Prozent. Damit wurde die gewählte Methodik der FE-Berechnung verifiziert. Außerdem wurde gezeigt, dass der Fehler zum größten Teil vom Geometriemodell der Schraubendruckfeder abhängt. Die höchsten Abweichungen, bis ca. 16 Prozent, liefert die Berechnung nach der Norm (Analytisch_AF_DIN). Im Betrieb ist die Feder nie völlig entspannt, da immer zumindest das Gewicht des leeren Wagenkastens (entspricht ca. 35 kN je Außenfeder) von der Federung aufgenommen werden muss. Aus Sicht der Lauftechnik sind die Steifigkeiten der Feder lediglich im Betriebsbereich interessant. Dafür ist die Berechnung nach der Norm in diesem Fall durchaus brauchbar, da sie in diesem Bereich sehr nahe an die Messung herankommt. Soll aber in weiterer Folge eine Festigkeitsberechnung oder gar eine Lebensdauerbetrachtung durchgeführt werden, so ist die Kenntnis des tatsächlichen Verlaufs der Federkennlinie äußerst wichtig.

Die axialen Steifigkeiten ändern sich in der Realität sprunghaft. Wird die Federrate über die Axialkraft aufgetragen (siehe Abbildung 43) kann man diese Sprünge erkennen. Der Grund für die momentane Änderung der Steifigkeit ist das Anlegen der Windungen. Beim Beginn des Anlegens ist auf einen Schlag eine gewisse Drahtlänge nicht mehr an der Federung beteiligt und die Federrate steigt sprunghaft an. Der erste Sprung ist bei ca. 17,5 kN zu erkennen, dort beginnt sich das untere Federende anzulegen. Das Anlegen des oberen Federendes beginnt bei ca. 28,8 kN. Bei der Idealvorstellung müsste sich der Anlegebereich, bei weiterer Erhöhung der Axialkraft, immer weiter kontinuierlich vom Federende weg bewegen und die Federrate somit kontinuierlich größer werden. Jedoch sind vor allem bei den FE-Simulationen weitere kleinere Sprünge vorhanden. Diese kommen dadurch zustande, dass der Kontaktbereich aufgrund der Geometrie bzw. auch durch die Diskretisierung diskontinuierlich weiterwandert (Sprung von einem Kontaktknoten zum nächsten etc.). In Abbildung 44 sind die Kontaktkräfte auf zwei unterschiedlichen Axialkraftniveaus dargestellt. Im ersten Niveau beginnt sich das untere Federende gerade anzulegen (siehe roter Kreis). Die Kontaktkraft ist noch klein. Im zweiten Niveau, mit einer hohen Axialkraft, ist der Kontaktbereich schon weitergewandert und die Kontaktkraft auch entsprechend höher. Am oberen Federteller kann man erkennen an welchen Stellen die Feder mit dem Federteller in Kontakt steht. Dabei sieht man deutlich, dass es sich um keinen großflächigen Kontakt handelt sondern sich dieser auf einige wenige Punkte konzentriert.

Tabelle 2: Axiale Sehnensteifigkeiten der AF

Modell / Versuch	$R_{1,B}$		$R_{2,B}$		$R_{3,B}$		$R_{4,B}$		$R_{5,B}$	
	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	[%]								
<i>Messung_AF_A01</i>	573	1,2	589	1,5	468	-1,5	544	2,1	589	-0,7
<i>Messung_AF_V019</i>	564	-0,4	558	-3,9	463	-2,6	531	-0,3	591	-0,4
<i>Messung_AF_V020</i>	566		580		475		532		593	
<i>SIM_AF</i>	565	-0,2	580	0,0	468	-1,7	547	2,8	592	-0,2
<i>SIM_AF_para</i>	604	6,7	605	4,3	511	7,5	576	8,2	616	3,9
<i>Analytisch_AF_ILB</i>	536	-5,3	537	-7,4	468	-1,6	514	-3,4	579	-2,3
<i>Analytisch_AF_DIN</i>	552	-2,5	552	-4,8	552	16,1	552	3,7	552	-6,9

$R_{1,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 28,08 kN und 42,12 kN

$R_{2,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 35,0 kN und 35,2 kN

$R_{3,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 10 kN und 25 kN

$R_{4,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 25 kN und 35 kN

$R_{5,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 35 kN und 50 kN

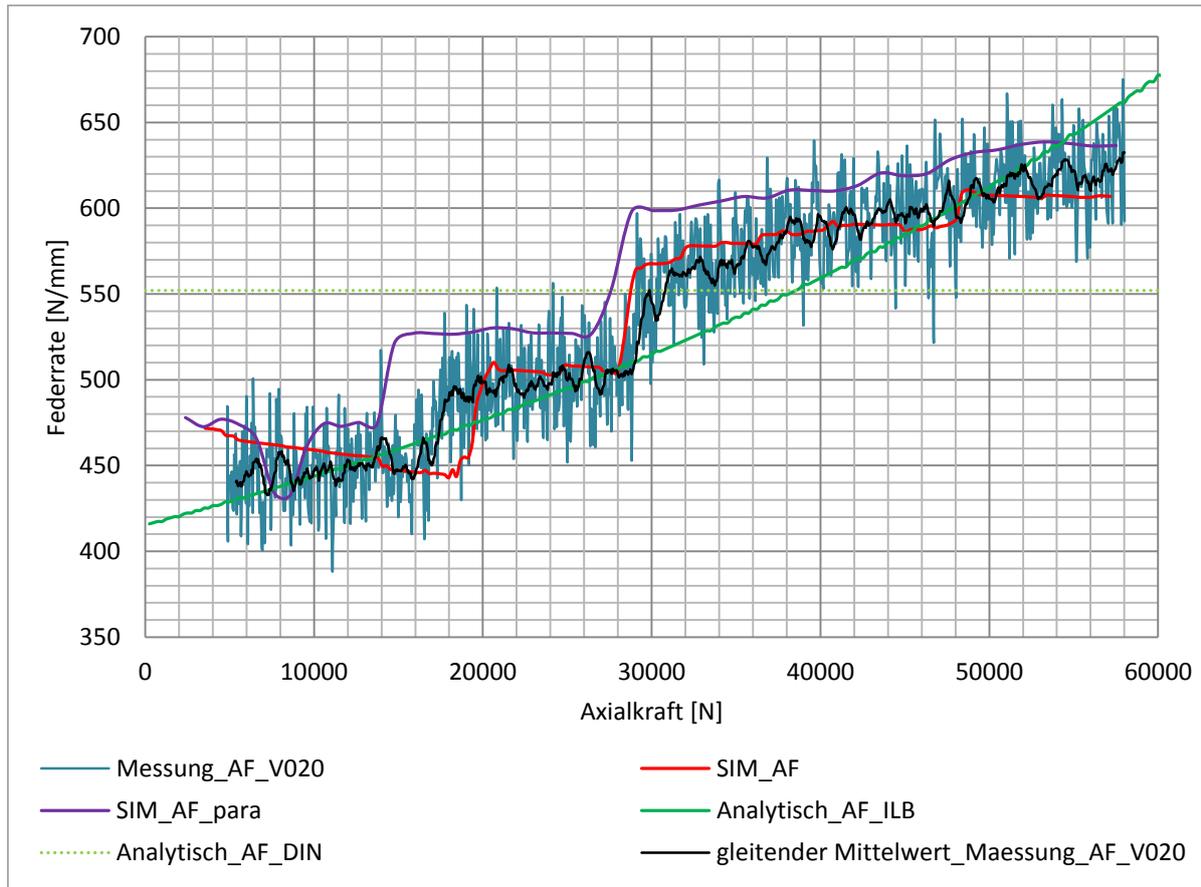


Abbildung 43: Axiale Federsteifigkeit in Abhängigkeit der Vorspannkraft der AF

Wie gut der Anlegezeitpunkt der Simulation mit jenem der Messung übereinstimmt ist ein Maß für die Güte des jeweiligen FE-Modelles der Schraubendruckfeder. Anders ausgedrückt, ist es ein Maß dafür wie gut die Übereinstimmung der Modellgeometrie mit der realen Geometrie ist. Das analytische ILB Tool kann diese Sprünge nicht abbilden, da die Anzahl der freien Windungen und somit die Federrate eine Funktion der Axialkraft ist.

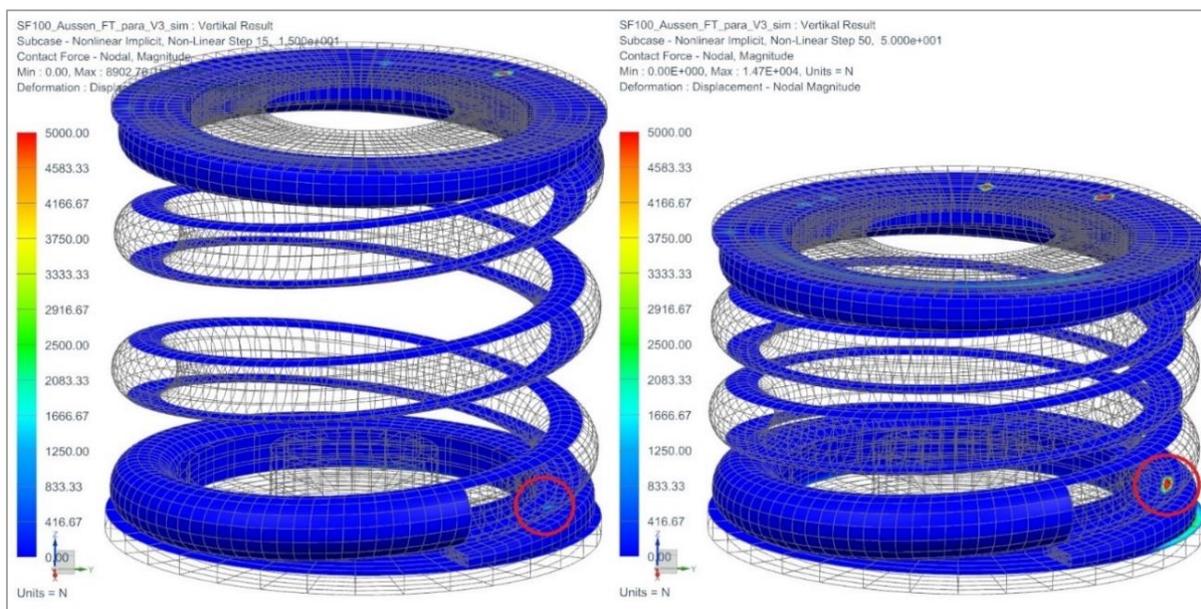


Abbildung 44: Kontaktkraft AF

6.1.7.2 Lateralsteifigkeiten

Unter den lateralen Steifigkeiten sind hier die Steifigkeiten normal auf die Federachse, d.h. normal auf die z-Achse zu verstehen. Im Folgenden werden nur positive und negative Hauptrichtungen betrachtet (+x, -x, +y, -y). Die lateralen Steifigkeiten ändern sich mit der axialen Vorspannkraft (genau genommen mit der Kontaktsituation), deshalb wurden die Steifigkeiten auf drei Vorspannniveaus ermittelt.

Tabelle 3: Laterale Steifigkeiten der AF

Höhe [mm]	Richtung	R ₊					R ₋				
		V0.. [$\frac{N}{mm}$]	SIM_AF [$\frac{N}{mm}$]	[%]	Analytisch_ILB [$\frac{N}{mm}$]	[%]	V0.. [$\frac{N}{mm}$]	SIM_AF [$\frac{N}{mm}$]	[%]	Analytisch_ILB [$\frac{N}{mm}$]	[%]
240	x	543	673	23,9	624	14,9	524	570	8,8	624	19,1
211	x	760	874	15	684	-10	880	910	3,4	684	-22,3
174,2	x	991	1023	3,2	804	-18,9	1064	1138	7	804	-24,4
240	y	641	567	-11,5	624	-2,7	554	442	-20,4	624	12,6
211	y	734	695	-5,3	684	-6,8	730	642	-12,1	684	-6,3
174,2	y	989	963	-2,6	804	-18,7	1235	1034	-16,3	804	-34,9

Die Niveaus wurden mit den jeweiligen Federhöhen bei der entsprechenden Vorspannung definiert (240, 211 und 174,2 mm). Dabei entspricht das 211 mm-Niveau in etwa der Belastung der Außenfeder bei leerem Wagenkasten. In Tabelle 3 sind die lateralen Steifigkeiten der Außenfeder auf den drei Niveaus zusammengefasst und in Abbildung 45 grafisch dargestellt. Dabei sind R₊ die Federrate in positiver Richtung der jeweiligen Achse und R₋ jene in negativer Richtung. Die prozentuellen Abweichungen der FE-Simulation und der analytischen Rechnung beziehen sich immer auf die jeweilige Messung. Die Messungen sind mit „V0...“ bezeichnet und steht stellvertretend für die jeweiligen Versuche in x-Richtung (V021, V022 und V023) und jene in y-Richtung (V030, V031 und V032). Die Federraten sind zwischen Null und Sieben Millimeter Auslenkung in die jeweilige Richtung linearisiert. Da sich die Federkennlinien in lateraler Richtung im betrachteten Bereich quasi linear verhalten, ist diese Linearisierung zulässig.

Die lateralen Steifigkeiten steigen mit größer werdender Vorspannung an. So sind die Steifigkeiten am dritten Niveau zum Teil mehr als doppelt so groß wie am Ersten. Des Weiteren ist die laterale Steifigkeit richtungsabhängig. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass sie in den Hauptrichtungen um bis zu 25% schwankt. Dies macht mehr als deutlich, dass eine konstante laterale Federrate, die den Einfluss der Vorspannung und die Richtungsabhängigkeit nicht abbildet (wie dies laut DIN Norm der Fall ist), für große

Querbelastungen nicht ausreichend ist. Mit dem analytischen ILB-Tool wird die Vorspannung berücksichtigt, da bei der Berechnung über das Federratenverhältnis (siehe Formel (7)) immer die aktuelle axiale Federrate und die aktuelle Federhöhe eingesetzt wird. Die Richtungsabhängigkeit kann aber auch hiermit nicht abgebildet werden.

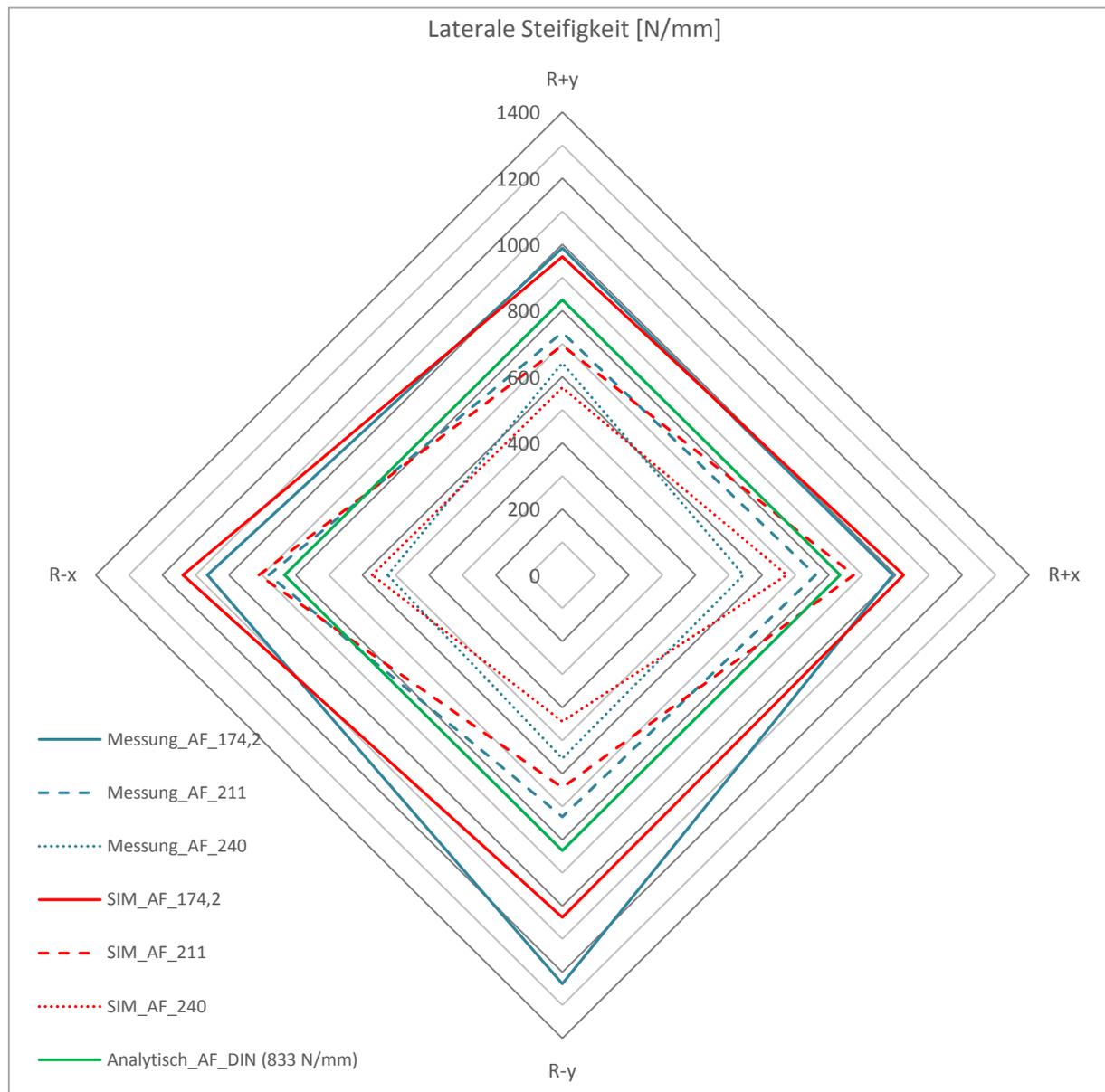


Abbildung 45: Laterale Steifigkeiten der Außenfeder in den Hauptrichtungen

Es kann keine Aussage darüber getroffen werden welche Richtung die höchste oder niedrigste Steifigkeit aufweist, da sich dies von Niveau zu Niveau ändert. Vor allem die Kontaktsituation scheint hierbei wieder einen erheblichen Einfluss zu haben.

6.1.8 Ergebnisse der Spannungsberechnung

Einleitend wird hier der Begriff der Hauptschubspannung erläutert und beschrieben wie diese mit einer experimentellen Methoden ermittelt werden kann. Anschließend werden die Stellen definiert, an denen die Spannungsbetrachtungen erfolgen bzw. nach welcher Systematik die

Spannungen in der Simulation ausgewertet wurden. Danach folgt die eigentliche Diskussion der Ergebnisse der Spannungsberechnung.

Wie in Kapitel 3.1.2.1 theoretisch begründet wurde, werden Schraubendruckfedern in den freien Windungen hauptsächlich auf Torsion beansprucht. Folglich werden in dieser Arbeit nur Schubspannungen betrachtet

6.1.8.1 Hauptschubspannung und deren experimentelle Ermittlung

Der Spannungszustand eines Punktes ist durch den Spannungstensor σ vollständig beschrieben.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Dreht man ein Würfелеlement so, dass die Schnittebenen schubspannungsfrei und die Normalspannungen extremal werden spricht man vom Hauptspannungselement (siehe Abbildung 46). Diese Normalspannungen bezeichnet man dann als Hauptnormalspannungen ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) die in Hauptnormalspannungsrichtung (also senkrecht auf die Schnittflächen) wirken. Die Hauptschubspannungen (τ_1, τ_2, τ_3) wirken jeweils in Schnittebenen, die zu den Hauptnormalspannungsebenen einen Winkel von 45° einschließen und zu einer der Hauptachsen parallel sind. Hauptschubspannungsflächen sind im Allgemeinen nicht normalspannungsfrei.⁷⁷

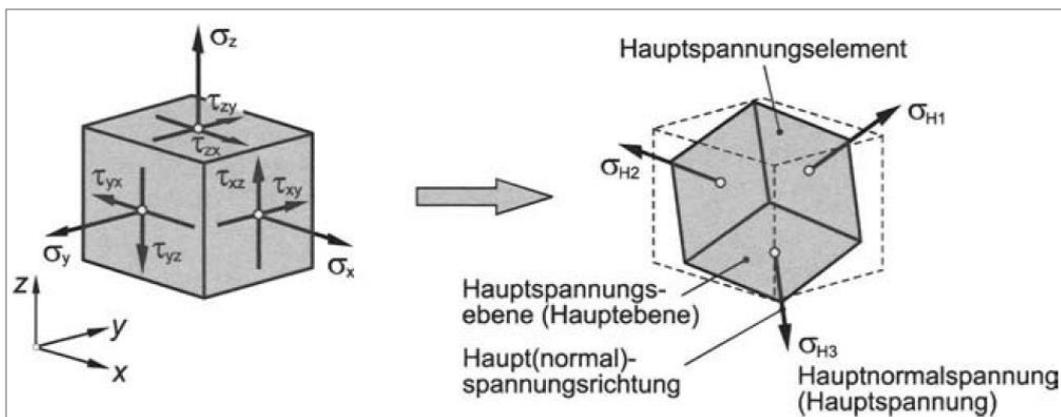


Abbildung 46: Allgemeiner Spannungszustand und Hauptspannungselement⁷⁸

Betrachten wir nun den zweiachsigen (ebenen) Spannungszustand. Beim dazugehörigen Mohr'schen Spannungskreis, entsprechen die beiden Schnittpunkte des Kreises mit der σ -Achse den beiden Hauptnormalspannungen (σ_1, σ_2). Die Hauptschubspannung (τ_{max}) entspricht dem Radius des Mohr'schen Spannungskreises. Aus diesen geometrischen Zusammenhängen ergibt sich:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (50)$$

⁷⁷ Vgl. (Läpple, 2006 S. 78 ff.)

⁷⁸ Vgl. (Läpple, 2006 S. 78)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (51)$$

Ein solcher ebener Spannungszustand liegt auch an der freien Oberfläche des Drahtes vor. Es gilt nun die Hauptschubspannung an dieser experimentell zu ermitteln, was z.B. durch Applikation von Dehnmessstreifen an geeigneten Stellen erfolgen kann. Ein ebener Spannungszustand ruft im Werkstoff im Allgemeinen einen dreidimensionalen Verzerrungszustand hervor. Für die Ermittlung der Spannungen in der Drahtoberfläche sind nur die Dehnungen in der Oberfläche von Relevanz. Die Dehnungen in dieser „Messebene“ (der Krümmungseinfluss wird nicht berücksichtigt) können in Analogie zum Mohr'schen Spannungskreis, in einem Mohr'schen Verzerrungskreis dargestellt werden (siehe Abbildung 47). Die Dehnung ε_φ in einer beliebigen Richtung φ der Ebene kann nach Gleichung (52) berechnet werden.

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} * \cos(2\varphi) \quad (52)$$

Sind nun die Dehnungen und deren Winkel zueinander von drei Richtungen aus Messungen bekannt, können die drei Unbekannten Größen (ε_1 , ε_2 und φ) rechnerisch ermittelt werden. Am besten erfolgt die Messung mit sogenannten DMS Rosetten. Diese haben drei Messgitter die meist entweder um 45° oder 60° gegeneinander versetzt angeordnet sind.

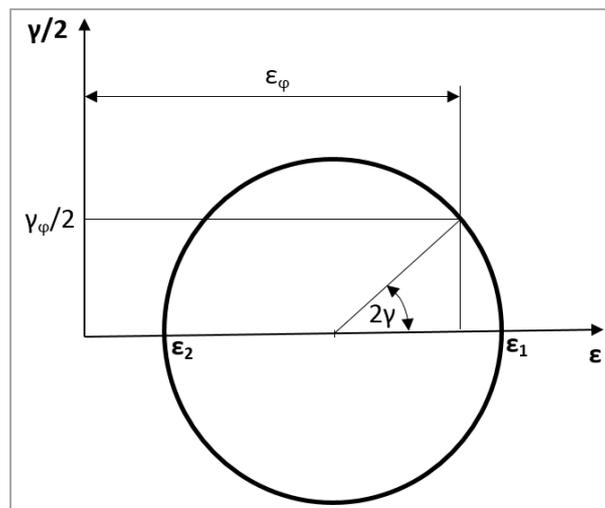


Abbildung 47: Mohr'scher Verzerrungskreis

Sind die Dehnungen in Hauptrichtung bekannt, können diese über das Hookesche Gesetz in die Hauptnormalspannungen umgerechnet werden (Gleichung (53)). Daraus kann man dann die Hauptschubspannung nach Gleichung (51) berechnen.

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu * \varepsilon_2) \quad (53)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\nu * \varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

Die Hauptschubspannung kann dann mit den Simulationsergebnissen verglichen werden. In der Ebene gibt es nur eine Hauptschubspannung. Wenn im Folgenden von Schubspannungen die Rede ist, sind immer diese Hauptschubspannungen gemeint.

6.1.8.2 Orte der Spannungsanalyse

Wie in Kapitel 4 bereits erwähnt wurde sind an der Innenseite der Außenfeder Dehnmessrosetten appliziert worden. Dabei wurden auf den freien Windungen acht Stück (von 0° bis 315°) in 45° Abständen angebracht und zwei weitere DMS (R09 und R10) im Bereich des unteren Federendes (Skizze der Anordnung der DMS ist dem Anhang zu entnehmen). Die Auswertung der Messergebnisse hat gezeigt, dass die Spannungen an der Stelle R10 sehr gering sind (Hauptschub- und Hauptnormalspannungen bei 60kN Axialkraft kleiner 25 N/mm^2). Deshalb wurde diese DMS-Stelle nicht weiter untersucht. Werden die Hauptschubspannungen an der Stelle R9 (über dem unteren Federende) über der Axialkraft aufgetragen, kann man beim Beginn des Anlegens des unteren Federendes einen Knick erkennen. Nach diesem Knick steigen die Spannungen weiter kontinuierlich an, obwohl dieser Bereich optisch nicht mehr an der Federung beteiligt ist. Jedoch erfolgt der Anstieg flacher als vor dem Knick. Bei einer Axialkraft von ca. 35kN wurde beim Versuch für die Hauptschubspannung ein Wert von ca. 320 N/mm^2 ermittelt. Dies ist zwar geringer als in den freien Windungen (Vgl. Abbildung 51), könnte aber aufgrund des Kontaktbereiches und der daraus resultierenden negativen Einflüsse auf den Werkstoff (Lack-Abtrag, Korrosion etc.) durchaus problematisch werden. Diese Thematik wird in dieser Arbeit aber nicht weiter behandelt. In weiterer Folge werden nur die DMS an den freien Windungen betrachtet.

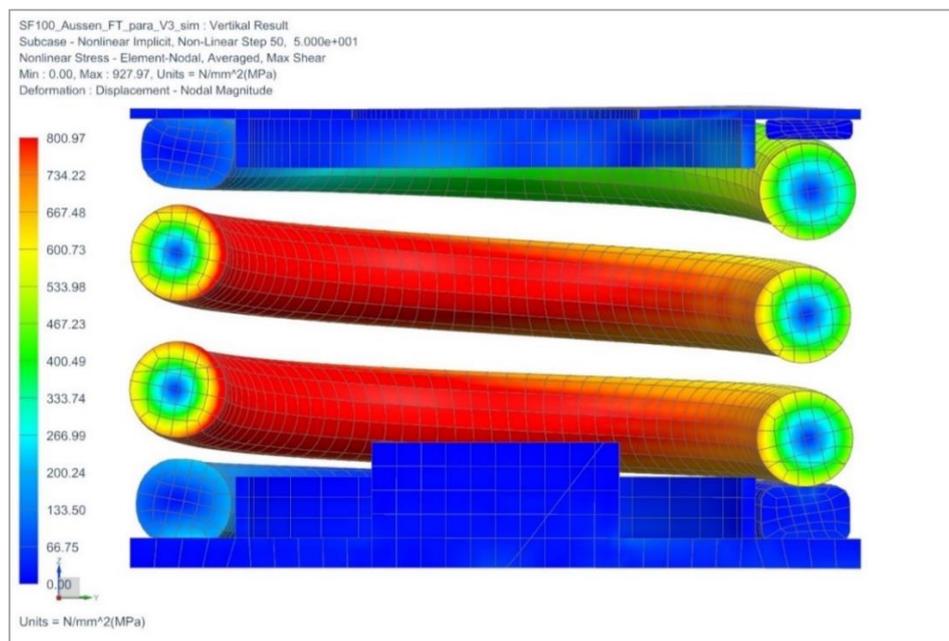


Abbildung 48: Schubspannungsverteilung über den Querschnitt bei der FE-Simulation

Um die FE-Simulation mit dem Versuch vergleichen zu können, wurden virtuell ebenfalls DMS-Stellen definiert. In der Simulation wurden diese aber beinahe auf den gesamten Federdraht ausgeweitet ($+540^\circ$ bis -405°). Im analytischen ILB-Tool werden die Schubspannungen an denselben Stellen ausgegeben. Ein DMS geht über einen endlich großen Bereich der Federoberfläche. Es wurde untersucht wie groß der Einfluss auf die Hauptschubspannung ist, wenn man in der Simulation mehrere Knoten auswertet, die in etwa der Fläche des DMS entsprechen und die Ergebnisse dann mittelt. Als Vergleichsmethode wurde nur die

Hauptschubspannung eines Knotens, welcher sich in etwa in der Mitte des DMS-Gebietes befindet, ausgewertet. Es stellte sich heraus, dass sich die Spannungswerte um weniger als 2% unterscheiden. Aufgrund dieser Erkenntnis werden die weiteren Auswertungen immer über einen mittigen Knoten durchgeführt.

Im Kapitel 3.1.2.2 wurde bereits die Schubspannungsverteilung im Drahtquerschnitt, theoretisch erläutert. Es wurde festgestellt, dass die größten Schubspannungen an der Windungsinnenseite herrschen müssen. In Abbildung 48 ist ein Schnitt entlang der yz-Ebene durch das FE-Simulationsmodell der Außenfeder zu sehen. Dargestellt ist die Hauptschubspannung. Man erkennt, dass die Spannungen, wie es auch theoretisch begründet wurde, an der Innenseite am größten sind. Bei der Außenfeder wurden an der Innenseite, bei reiner axialen Belastung, eine um ca. 45% höhere Schubspannung als an der Windungsaußenseite beobachtet. Demnach sind die am höchstbeanspruchten Stellen der Schraubendruckfeder an der Windungsinnenseite. Dies begründet auch die gewählte Anordnung der DMS-Stellen an der Innenseite.

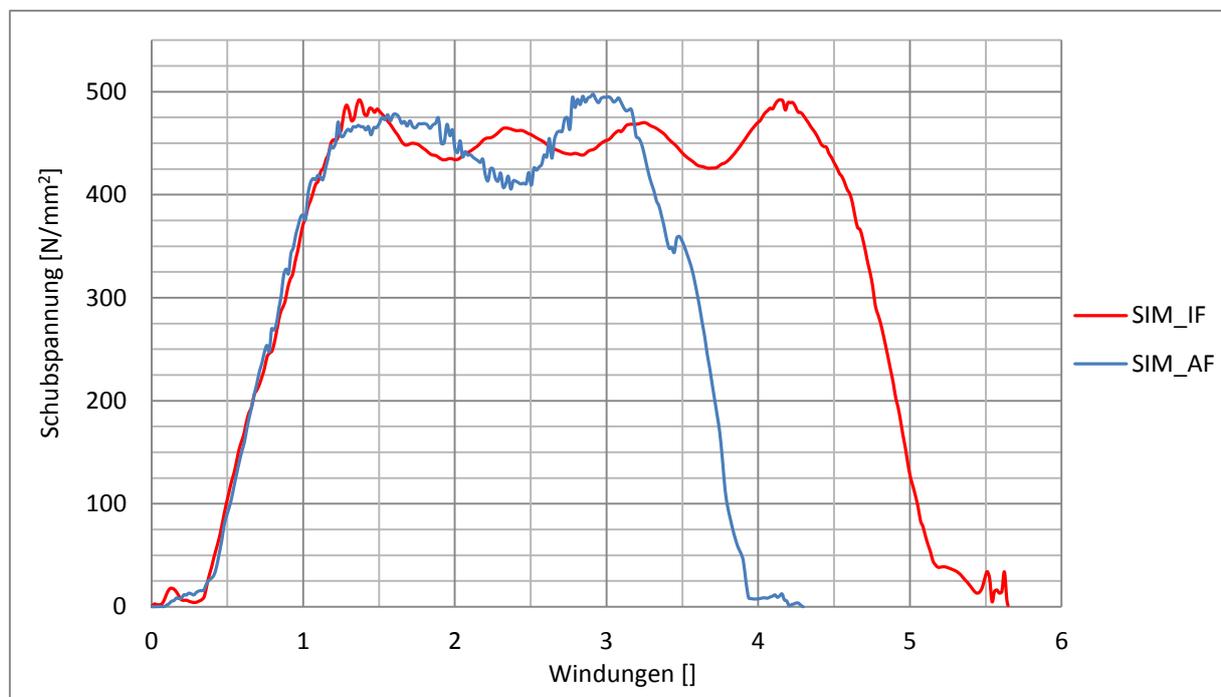


Abbildung 49: Schubspannungsverlauf entlang der Windungen

Es wurde zu einem früheren Zeitpunkt bereits erkannt (siehe 3.1.2.4), dass der Schubspannungsverlauf über die Drahtlänge sinusförmig ist. Der mit Hilfe der FE-Simulation erstellte Schubspannungsverlauf über den Windungen ist für eine reine statische axiale Belastung der Außenfeder bzw. der Innenfeder in Abbildung 49 dargestellt. Aufgrund der größeren Windungsanzahl der Innenfeder ergeben sich im Verlauf mehr Amplituden als beim Verlauf der Außenfeder. Durch den sinusförmigen Schubspannungsverlauf, ist es beim Vergleich zwischen Messung und Simulation äußerst wichtig, dass die DMS-Stellen übereinstimmen. Bereits wenige Grade Abweichung bei der DMS Applikation kann zu beträchtlichen Fehlern führen. Dieser Einfluss wird umso größer, je größer der mittlere Windungsdurchmesser und somit der Spannungsgradient wird.

6.1.8.3 Schubspannungen aufgrund axialer Belastungen

Aufgrund der guten Übersicht wurden zur grafischen Darstellung der Hauptschubspannungen Netzdiagramme gewählt. Abbildung 50 zeigt die Schubspannungen an den DMS-Stellen bei einer Axialkraft von 12,5 kN. Bei dieser Axialkraft sind die Federenden noch nicht angelegt. Die in blau dargestellten Messergebnisse aus den drei unterschiedlichen Versuchen gehen nur von 0° bis 315°, da darüber hinaus keine DMS appliziert wurden. Die Kurve „Analytisch_AF_ILB“ scheint gegenüber der Messung und der FE-Simulation verdreht zu sein, die Spannungswerte zeigen aber eine sehr gute Übereinstimmung. Wie bereits ausgeführt wurde, wird die exzentrische Krafteinleitung in der analytischen Berechnung (ILB-Tool) mitberücksichtigt. Der Betrag der Exzentrizität kann mit den dort angegebenen Formeln zwar bestimmt werden, nicht jedoch ihre Richtung. Sie wurde in x-Richtung angenommen. An der realen Feder und auch in der Simulation verändert sich diese Richtung zudem noch während des Zusammendrückens, da sich durch das Anlegen und wandern des Kontaktes die Kräftesituation laufend ändert. Aus diesem Grund ist eine Verdrehung der analytischen Kurve in dieser Art der grafischen Darstellung häufiger anzutreffen. Außerdem kann die analytische Rechnung den Schubspannungsabfall zum Federende hin nicht abbilden, deshalb wurden die Spannungen für diese DMS-Stellen erst gar nicht ausgewertet.

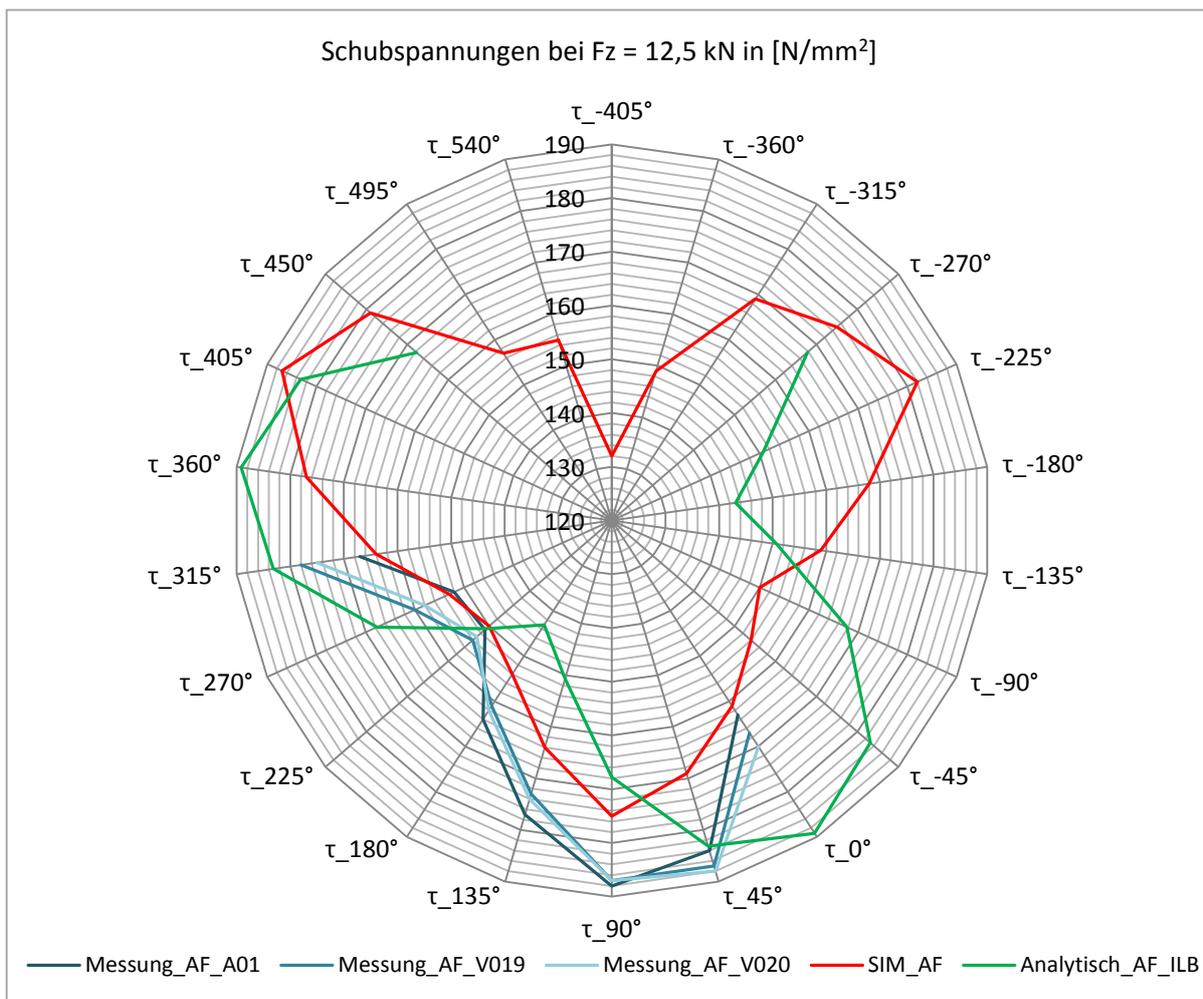


Abbildung 50: Schubspannungen an den DMS-Stellen vor dem Anlegen

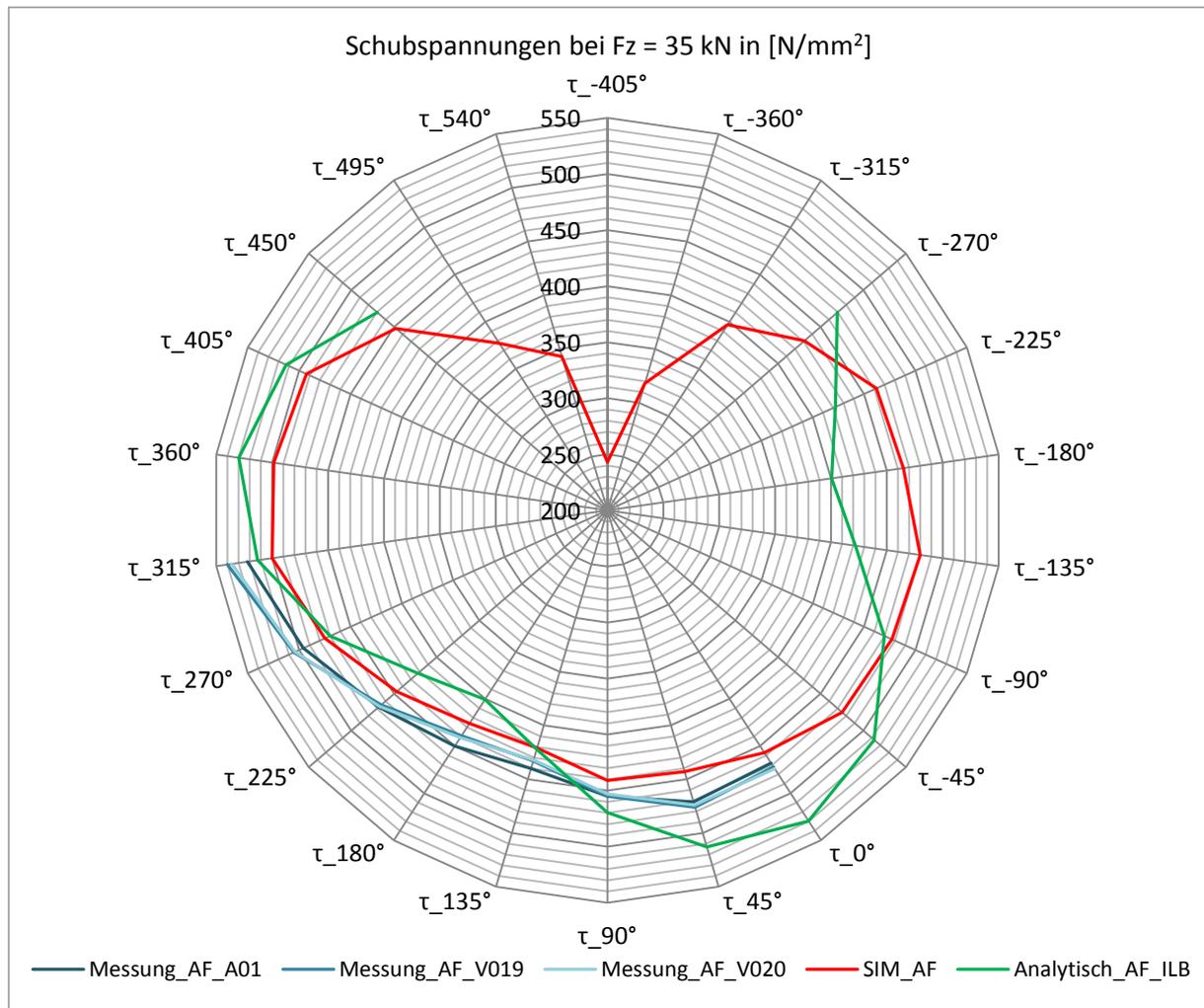


Abbildung 51: Schubspannung an den DMS-Stellen bei leerem Wagenkasten

Die Abbildung 51 zeigt die Spannungen in etwa in jenem Zustand der bei leerem Wagenkasten herrscht. Zu diesem Zeitpunkt sind bereits beide Federenden angelegt. Es ist zu beobachten, dass sich in die Herzform bei steigender Axialkraft immer mehr ausbaucht. Die Amplituden des sinusförmigen Verlaufes sind proportional zur Axialkraft und proportional zur mittleren Schubspannung (entspricht quasi jenem Wert um den der Sinus nach oben verschoben wurde). Dadurch dass die mittlere Spannung in Abbildung 51 bereits ein hohes Niveau hat fallen die Schwankungen aufgrund des sinusförmigen Verlaufes in dieser Darstellungsart nicht mehr so extrem auf (obwohl die Amplituden um den gleichen Faktor gestiegen sind als die mittlere Spannung).

Diese Auswertung wurde insgesamt auf sechs unterschiedlichen Axialkraftniveaus durchgeführt (12,5; 22,5; 27,5; 35; 42,5 und 52,5 kN). Bei der Fehlerberechnung wurde wieder als Bezug die „Messung_V020“ herangezogen. In der Abbildung 52 sind die durchschnittlichen Abweichungen der Schubspannungen an den DMS-Stellen bei den verschiedenen Axialkraftniveaus dargestellt. Im Durchschnitt weicht die FE-Simulation um 4,4% von der Messung (V020) ab (über alle Niveaus und DMS Stellen hinweg). Die maximal auftretende Abweichung beträgt ca. 10%. Die Schubspannungen der Simulation sind ausnahmslos geringer als die gemessenen Werte. Da die Simulation auf der 3d-vermessenen Geometrie

basiert und dort auch die Lackschicht mitgemessen wurde ist der Drahtdurchmesser um diese Schicht erhöht. Dieser leicht vergrößerte Durchmesser korreliert mit den zu niedrigen Spannungen. Trotz der oben diskutierten Problematik bei der analytischen Berechnung ist die durchschnittliche Abweichung bei 7,2% und somit nur 2,8 Prozentpunkte über jener der FE-Rechnung. Der maximale Fehler liegt bei 14,5%.

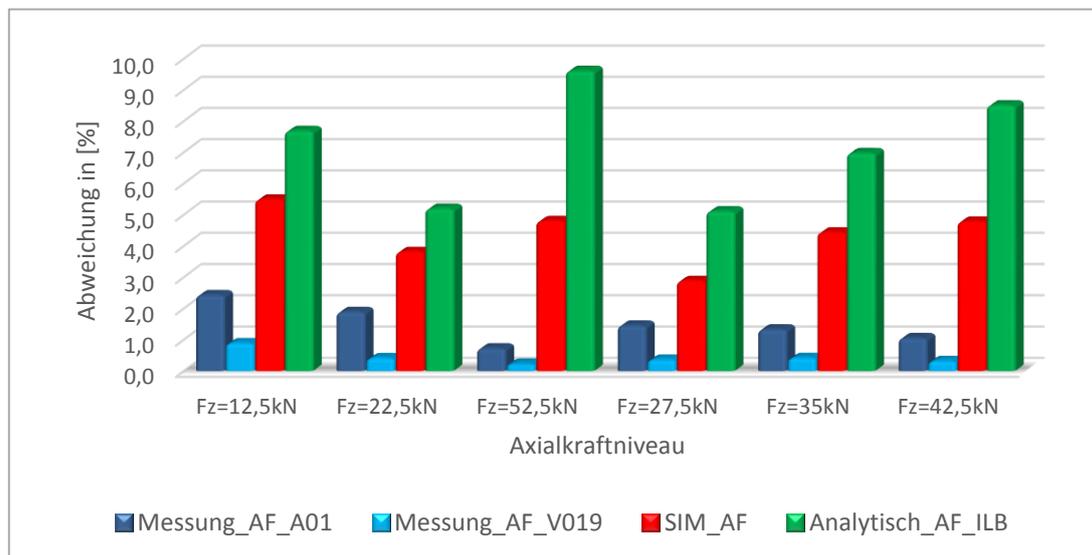


Abbildung 52: Durchschnittliche Abweichungen der Schubspannungen bei den Axialkraftniveaus

6.1.8.4 Schubspannungen aufgrund lateraler Belastungen

Für die in Kapitel 6.1.7.2 angeführten Versuche bzw. Berechnungen wurde auch eine Spannungsauswertung durchgeführt. Als Beispiel soll hier die Auswertung am Axialkraftniveau 211 erfolgen (entspricht einer aktuellen Federhöhe von $L = 211$ mm). In Tabelle 4 sind die maximal auftretenden Spannungen an den DMS-Stellen sowie der Ort, d.h. bei welchem DMS diese vorkommen, für die lateralen Verschiebungen in den Hauptrichtungen angegeben.

Tabelle 4: Maximal auftretende Schubspannungen bei lateraler Verschiebung

L = 211mm	SIM_AF			Messung_AF_V0..			Analytisch_AF_ILB		
	T_{max} [N/mm ²]	ΔT_{max} [%]	Ort [°]	T_{max} [N/mm ²]	ΔT_{max} [%]	Ort [°]	T_{max} [N/mm ²]	ΔT_{max} [%]	Ort [°]
x = y = 0mm	491		360	511		315	518		360
x = +7mm	513	+4,5	360	541	+5,9	315	585	+12,9	-360
x = -7mm	497	+1,2	-45	491	-3,9	270			
y = +7mm	503	+2,4	405	492	-3,7	315			
y = -7mm	496	+1,0	315	526	+2,9	315			

Dabei ist zu beachten, dass bei der Messung nur DMS zwischen Null und 315° zur Verfügung stehen. Es ist also durchaus denkbar, dass es Stellen über diesen Bereich hinaus gibt, die höher beansprucht werden. Außerdem findet man in der Tabelle die Abweichungen der

maximalen Schubspannung bei lateraler Verschiebung zu jenen die nur bei reiner axialer Belastung vorherrschen ($x = y = 0$ mm) in Prozent. Das ILB-Tool kann in der aktuellen Version lediglich Verschiebungen in positiver x-Richtung berücksichtigen (jene Richtung die auch bei der Schwingenbewegung eine Rolle spielt). Wenn man die Werte sichtet, fällt auf, dass durch die lateralen Verschiebungen die größten Schubspannungen laut Versuch um weniger als 6% steigen. In der analytischen Rechnung hat die laterale Belastung scheinbar deutlich größere Auswirkungen (+12,9%) auf die Spannungen als bei der realen Feder. Aus den Messergebnissen könnte man schlussfolgern, dass sich laterale Verschiebungen in $-x$ und $+y$ Richtung positiv auf die Schubspannungen auswirken. Die Simulationsergebnisse zeigen aber, dass sich die Orte der maximalen Schubspannungen bei diesen beiden Belastungen in Bereiche verschieben, die von den applizierten DMS an der realen Feder nicht erfasst werden. Aus diesem Grund kann diese Aussage nicht getroffen werden. Dies ist in Abbildung 53 auch grafisch ersichtlich. Was aber sehr wohl feststellbar ist, ist dass sich Verschiebungen in den unterschiedlichen Richtungen different auf die maximalen Schubspannungen auswirken. Die Verschiebung in positiver x-Richtung, wie sie auch bei der verbauten Feder im Betrieb aufgrund der Schwingenbewegung vorkommt, hat die negativsten Auswirkungen.

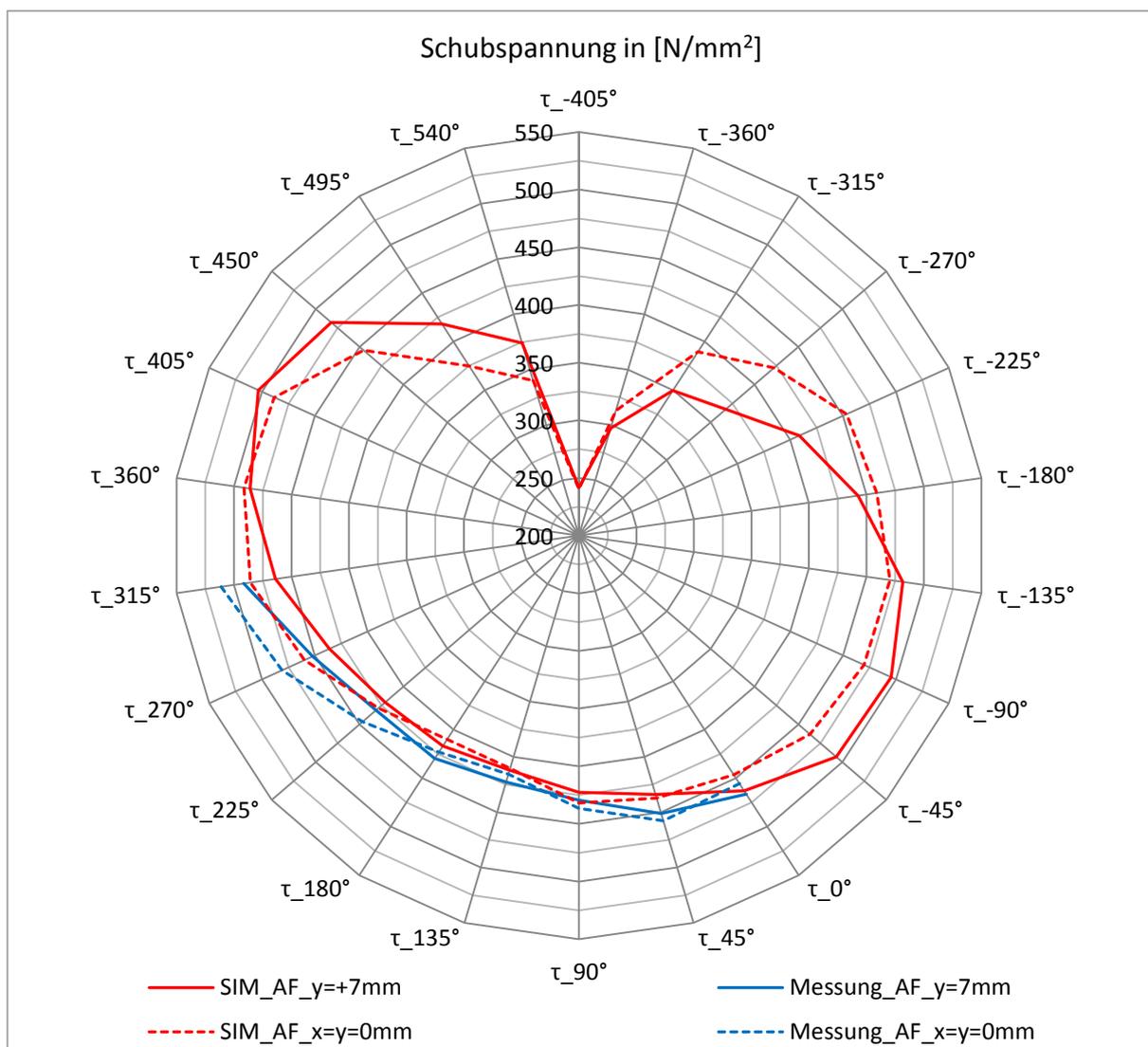


Abbildung 53: Veränderung der Hauptschubspannung bei lateraler Belastung (211 mm)

6.1.8.5 Schubspannung aufgrund des Kippens

Gleich wie im vorigen Kapitel für laterale Belastungen wird hier der Einfluss auf die Schubspannungen aufgrund des Kippens des oberen Federtellers um 5° um die Hauptachsen bei einer axialen Vorspannung auf eine Federlänge von 211 mm diskutiert.

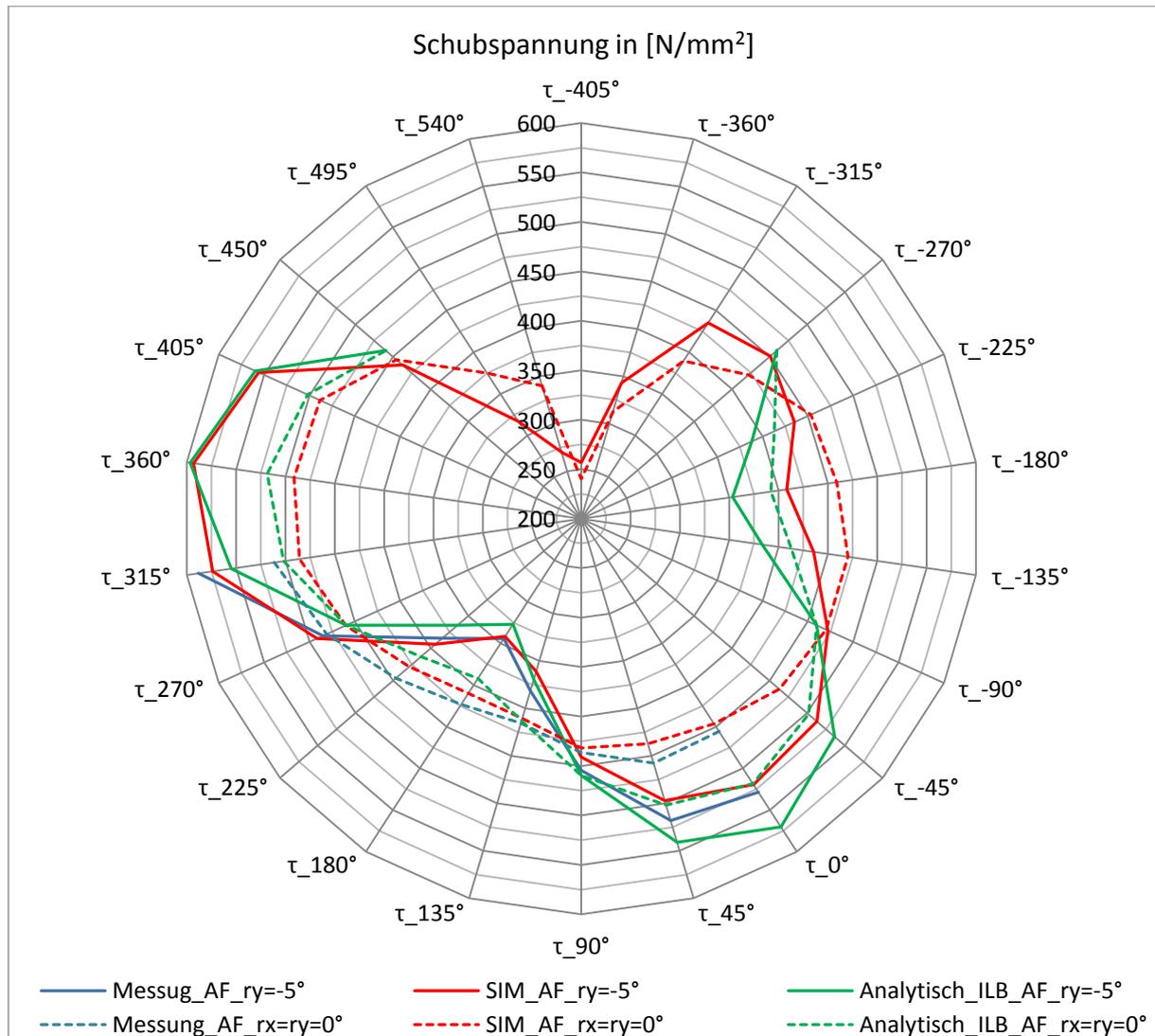


Abbildung 54: Veränderung der Hauptschubspannung bei einer Kippbewegung (211 mm)

Mit dem analytischen ILB-Tool ist es nur möglich Rotationen um die y-Achse zu berechnen (entspricht der Rotation die bei der Schwingenbewegung von Bedeutung ist). Während die Abweichungen bei Rotation um $-ry$ sehr gut mit den Messwerten übereinstimmt weichen bei der analytischen Rechnung diese bei Rotation um $+ry$ etwas weiter ab. Die größte maximale Schubspannung wird hier sogar kleiner, was in der Realität nicht der Fall ist. Ganz allgemein ist zu erkennen, dass die Schubspannungen bei einer Rotation um 5° um bis zu über 20% ansteigen, während bei einer lateralen Verschiebung um 7mm der Anstieg maximal ca. 6% beträgt. Bei der Schwingenbewegung tritt bei einer Rotation der Schwinge von 5° , bei gegebener Schwingenlänge, eine laterale Verschiebung von unter 2 mm auf. Bereits an dieser Stelle kann also festgehalten werden, dass der Einfluss der lateralen Verschiebung auf die maximalen Schubspannungen gegenüber jenem der Rotationen des Federtellers sehr klein

ausfällt. Im eingebauten Zustand werden durch die Schwinge Rotationen um die y-Achse eingeleitet. Dies ist auch aus Sicht der Beanspruchung der Schraubendruckfeder durchaus sinnvoll.

Tabelle 5: Maximal auftretende Schubspannungen beim Kippen

L = 211mm	SIM_AF			Messung_AF_V0..			Analytisch_AF_ILB		
	T _{max} [N/mm ²]	ΔT _{max} [%]	Ort [°]	T _{max} [N/mm ²]	ΔT _{max} [%]	Ort [°]	T _{max} [N/mm ²]	ΔT _{max} [%]	Ort [°]
rx = ry = 0°	491		360	511		315	518		360
rx = +5°	550	+12,0	405	504	-1,4	45			
rx = -5°	596	+21,4	270	616	+20,5	315			
ry = +5°	543	+10,6	180	565	+10,6	225	493	-4,9	-360
ry = -5°	593	+20,8	360	588	+15,1	315	597	+15,2	360

6.1.8.6 Zusammenfassung der Fehler bei der Schubspannungsberechnung

In den vorangegangenen Ausführungen wurden bereits diverse Fehler in Zusammenhang mit der Spannungsanalyse diskutiert, die im Folgenden nochmals zusammengefasst dargestellt werden sollen.

Beim Vergleich zwischen den Versuchen und den FE-Simulationen sind neben den in Kapitel 3.3 dargestellten Fehlern die durch das Wesen der FEM begründet sind (Stichwort Näherungslösung) folgende Fehlerquellen von Relevanz:

- Messungenauigkeiten im Allgemeinen
- Nichtberücksichtigung der Krümmung bei DMS (ESZ)
- Genaue Lage der DMS am (physikalischen) Bauteil
- Einfluss der Lackschichtdicke
- Spannungsauswertung nur in einem Knoten

6.2 Federsatz

Nachdem die die Steifigkeiten und Schubspannungen der Außen- und Innenfeder mit den Versuchsergebnissen verifiziert wurden, werden im nächsten Schritt die beiden Einzelfedern zu einem Federsatz zusammengeführt.

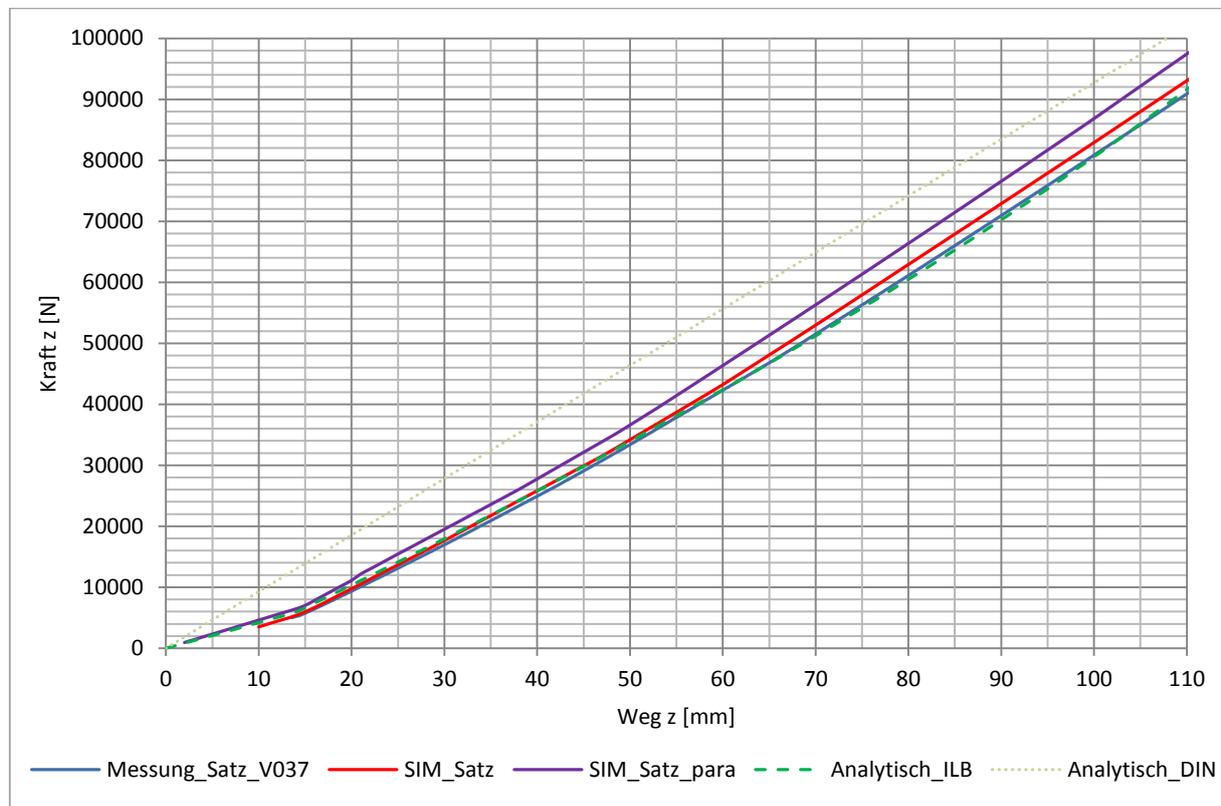


Abbildung 55: Axiale Federkennlinie Federsatz

Die axiale Federkennlinie des Federsatzes kann aus Abbildung 55 entnommen werden. Man kann bei ca. 14 mm einen Knick in der Kennlinie erkennen. Dieser Knick kommt daher, weil die Innenfeder kürzer als die Außenfeder ist, d.h. am Anfang wirkt nur die Außenfeder bis zu dem Zeitpunkt wo die Innenfeder mit dem Federteller in Kontakt tritt. In der FE-Simulation muss die Innenfeder bis zum Zeitpunkt ihres Eingriffes, da sie bis dorthin unzureichend eingespannt ist, festgehalten werden (z.B. durch kleine Axialkraft, etc.). Ansonsten kann dies zum Abbruch der Rechnung führen. Diese Nichtlinearität wird von allen Rechenmodellen erfasst, mit Ausnahme dem analytischen Ansatz nach der Norm in dem die konstanten Einzelfedersteifigkeiten der beiden Schraubendruckfedern einfach aufaddiert werden. Damit ergibt sich eine konstante Federrate für den Federsatz. Wie aus der Tabelle 6 entnommen werden kann sind die Abweichungen (beziehen sich auf den Versuch V037) beim Modell „SIM_Satz“ kleiner 5% und beim Modell „SIM_Satz_para“ kleiner 8%. Mit dem analytischen ILB-Tool, welches die Nichtlinearität durch das spätere Eingreifen der Innenfeder berücksichtigt, zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen (Abweichung ist kleiner 4%). Wie zuvor schon näher ausgeführt resultiert hier diese hohe Genauigkeit durch das Anpassen der Einzelfedersteifigkeiten an die Versuchsergebnisse.

Tabelle 6: Axiale Sehnensteifigkeiten des Federsatzes

Modell / Versuch	$R_{1,B}$		$R_{2,B}$		$R_{3,B}$		$R_{4,B}$		$R_{5,B}$	
	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	[%]								
<i>Messung_V037</i>	955		968		848		924		978	
<i>SIM_Satz</i>	988	3,5	990	2,3	849	0,1	967	4,7	998	2,0
<i>SIM_Satz_para</i>	1000	4,7	1001	3,4	874	3,1	991	7,3	1011	3,4
<i>Analytisch_Satz_ILB</i>	923	-3,4	930	-3,9	815	-3,9	888	-3,9	972	-0,6
<i>Analytisch_Satz_DIN</i>	972	1,8	972	0,4	972	14,6	972	5,2	972	-0,6

$R_{1,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 44,72 kN und 67,08 kN

$R_{2,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 55 kN und 57 kN

$R_{3,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 20 kN und 40 kN

$R_{4,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 40 kN und 55 kN

$R_{5,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 55 kN und 75 kN

6.3 Primärschichtfeder

Im folgenden Kapitel soll auf die Modellierung und Berechnung der Primärschichtfeder (auch Gummischichtfeder oder kurz Schichtfeder genannt) eingegangen werden. Die Schichtfeder in der von uns zu berechnenden Federstufe besteht aus einem Mittelteil, der aus einer Mischung basierend auf Naturkautschuk (Polyisoprenkautschuk) hergestellt wird und aus zwei Stahlplatten (Gummi-Metall-Feder). Sie ist in Abbildung 56 dargestellt. Die y-Achse läuft entlang der Länge, die x-Achse entlang der Breite. Die z-Achse steht folglich normal auf die Stahlplatten. Dieses Koordinatensystem stimmt richtungsmäßig mit dem Fahrzeugkoordinatensystem überein. Demnach erfährt die Schichtfeder aufgrund der Schwingenbewegung in x-Richtung eine Lateralverschiebung und eine Rotation um die y-Achse.



Abbildung 56: Primärschichtfeder

6.3.1 Verwendete Werkstoffparameter

Die zur Berechnung der Schichtfeder verwendeten Werkstoffparameter für die Werkstoffmodelle stammen zum Teil aus Siemens internen Datenbanken. Die dortigen Parameter wurden mittels Messungen am Deutschen Institut für Kautschuktechnologie in Hannover durchgeführt. Als Kautschukmischung wurde eine übliche Standardmischung verwendet, die auch im Schienenfahrzeugbau verwendet wird. Näheres zu den durchgeführten Prüfungen und der Ermittlung der Werkstoffparameter ist in (Madritsch, 2009) zu finden.

Für die folgenden Ausführungen wichtig, ist die Tatsache, dass die Proben für den angestrebten Dehnungszustand vorkonditioniert werden müssen (Mullins-Effekt). Dabei ergeben sich zwei Problemstellungen⁷⁹:

1. Für die Anwendung der Parameter auf reale Bauteile muss ein Konditionierungszustand im Bauteil vorliegen der jenem der Probekörper entspricht. Dies ist allerdings in der Realität nur schwer durchführbar. Außerdem sei darauf hingewiesen, dass wenn die Vorlastzyklen und die maximale Last nicht hinreichend genau spezifiziert sind, die Möglichkeit besteht, die Charakteristika in gewissen Grenzen „frei“ einzustellen.

⁷⁹ (Madritsch, 2009 S. 21)

2. Werden die Probekörper der drei Deformationsmoden (uniaxial, biaxial und planar shear) dem gleichen Dehnungszustand unterworfen ergeben sich unterschiedliche Konditionierungszustände der Proben

In (Madritsch, 2009) wird gezeigt wie die im Punkt 2 angesprochene Problematik für die Werkstoffversuche gelöst werden kann. Er empfiehlt für die Versuche mit den drei Deformationsmoden folgende ingenieurmäßige Dehnungen bei den Versuchen einzustellen:

$$\varepsilon_{uniaxial} = \varepsilon_{planar\ shear} \approx 0,5 * \varepsilon_{biaxial} \quad (54)$$

In Tabelle 7 sind für die Dehnungsmoden 100/100/50 für die verschiedenen Modelle für 55 und 65 Shore-A die Werkstoffparameter aufgelistet.

Tabelle 7: Auszug: Werkstoffparameter - Siemens-Datenbank

Modell	C ₁₀	C ₀₁	C ₁₁	C ₂₀	C ₃₀
55sh Mooney-Rivlin	0,417912	0,0201588			
65sh Mooney-Rivlin	0,644866	0,0550648			
55sh Yeoh	0,487301			-0,0527935	0,015067
65sh Yeoh	0,726756			-0,118976	0,0495462
55sh TOD	0,443553	0,0449038	-0,0078996	-0,0541835	0,0183764
65sh TOD	0,697445	0,0502891	0,0256821	-0,192522	0,0665029

Außerdem wurden mit Hilfe der im Kapitel 3.2.4 beschriebenen Vorgangsweise zur näherungsweise Bestimmung der Werkstoffparameter für das Mooney-Rivlin Modell und das Neo-Hooke Modell, Parameter für Werkstoffe mit 55, 56, 60 und 65 Shore-A berechnet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 8 zusammengefasst. Die Berechnung des Schubmoduls ist nach Gleichung (27) erfolgt. Die Shore-A Werte wurden aufgrund der Herstellerangaben der Schichtfeder von 60±5 Shore-A in diesem Bereich betrachtet. Entsprechende Materialparameter für 60 Shore-A liegen in der Siemens-Datenbank nicht vor.

Tabelle 8: Werkstoffparameter - Berechnung mit Näherungsformel

Modell	C ₁₀	C ₀₁	Modell	C ₁₀	C ₀₁
55sh Mooney-Rivlin	0,387217	0,096804	55sh Neo-Hooke	0,747336	0
56sh Mooney-Rivlin	0,404642	0,101160	56sh Neo-Hooke	0,789608	0
60sh Mooney-Rivlin	0,482543	0,120636	60sh Neo-Hooke	0,990571	0
65sh Mooney-Rivlin	0,601336	0,150334	65sh Neo-Hooke	1,341183	0

In Abbildung 57 sind die Spannung-Dehnungskurven für die in der Tabelle 7 und Tabelle 8 angeführten Werkstoffmodelle für den uniaxialen Fall und für eine Shore-A Härte von 55 dargestellt. Zusätzlich ist das für linear-elastische Materialien eingesetzte Hooke-Modell abgebildet. Man sieht deutlich, dass dieses Modell für Elastomere ungeeignet ist. Des Weiteren ist zu erkennen, dass der „upturn“ nur vom Yeoh und dem TOD Modell berücksichtigt werden kann. Sollten jedoch die Dehnungen des zu berechnenden Bauteils unter diesem Wendepunkt liegen, kann auch mit den deutlich einfacheren Mooney-Rivlin Modell oder mit dem Neo-Hooke Modell gearbeitet werden. Außerdem ist auffallend, dass obwohl die Werkstoffparameter für das Mooney-Rivlin Modell aus der Siemens-Datenbank und jene durch die Näherungsformel ermittelten deutlich voneinander abweichen, die uniaxialen Kurven fast deckungsgleich sind. In der Abbildung 58 soll noch der Einfluss der Shore-A Härte auf die Werkstoffmodelle aufgezeigt werden. Es zeigt sich, dass die Variation der Shore-Härte um ± 5 Shore-A und somit die entsprechende Variation der Werkstoffparameter einen erheblichen Einfluss auf die Spannungs-Dehnungsbeziehung des Elastomers hat. Damit zeigt sich, dass die von der Herstellerseite angeführte Härte von 60 ± 5 Shore-A für eine Finite Elemente Berechnung unzureichend ist. Die genaue Bestimmung der Shore-A Härte des Bauteils scheint demnach sinnvoll zu sein. Eine Messung nach Norm am fertigen Gummi-Metallbauteil ist jedoch aufgrund nichtvorhandener glatter, paralleler Oberflächen nicht durchführbar. Aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse und den zur Verfügung stehenden Daten wurde das TOD und das Mooney-Rivlin Modell zur FE-Berechnung der Gummischichtfeder herangezogen. Wie später gezeigt wird, sind die Abweichungen der beiden Modelle unwesentlich, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass sich die Dehnungen der Feder im Normalbetrieb zum Großteil unter dem upturn-Wendepunkt befinden.

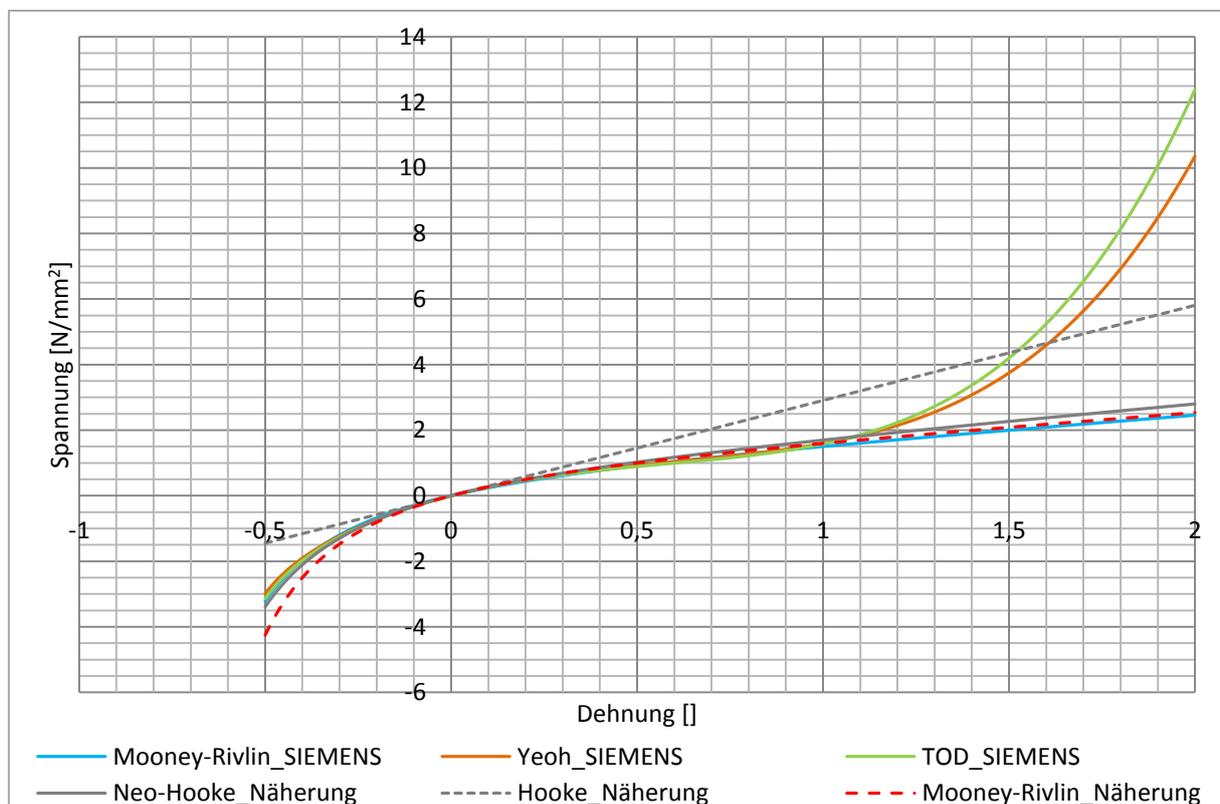


Abbildung 57: Materialmodelle für Elastomere, uniaxial, 55 Shore-A

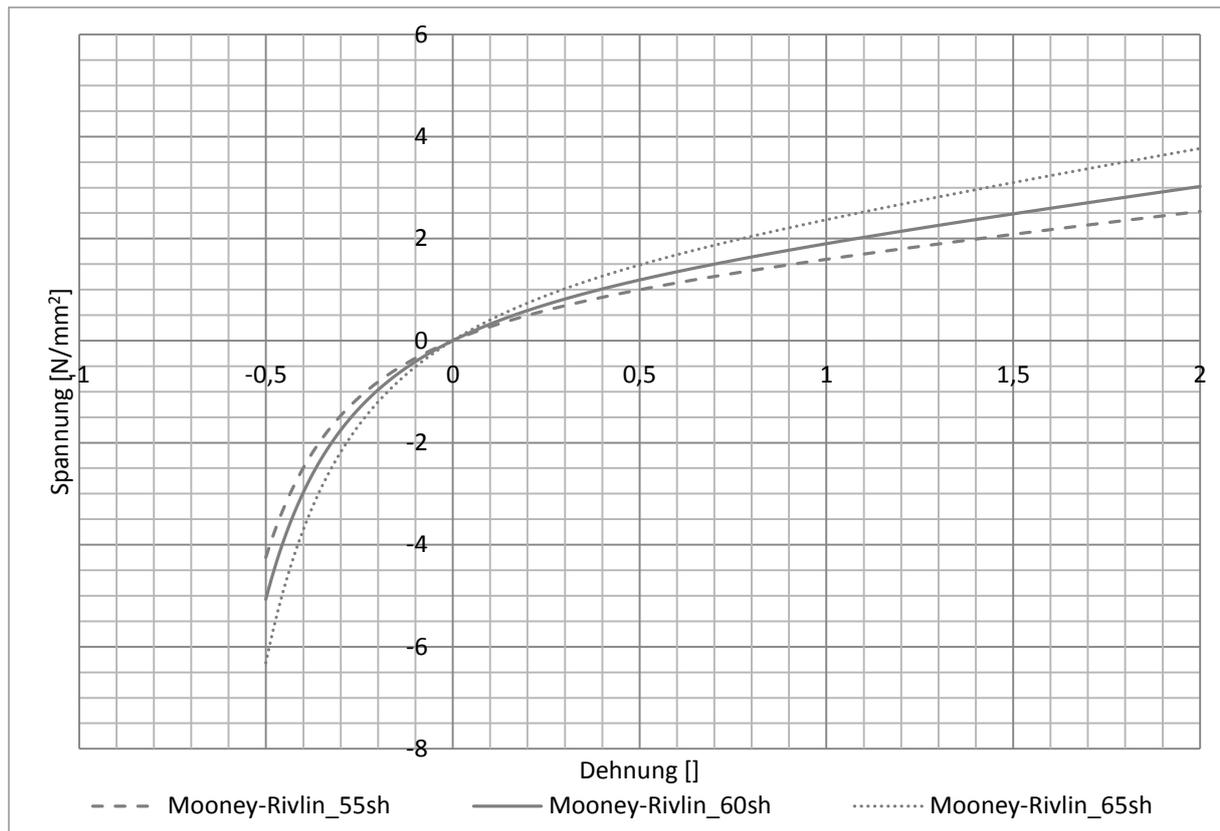


Abbildung 58: Shore-A Härte-Abhängigkeit des Mooney Rivlin Modelles

6.3.2 Auswertung der Messungen

Bei der Auswertung der Messungen vom Hexamove-Prüfstand wurde immer der dritte Belastungszyklus herangezogen. Theoretisch könnte auch der absteigende Ast (Entlastungszyklus) oder ein Mittelwert aus beiden zur Auswertung verwendet werden. Die hier gewählte Methode liefert für eine entsprechende Verschiebung die größtmögliche Kraftantwort, was einem konservativen Ansatz entspricht. In Abbildung 59 ist beispielhaft die Kennlinie der Messung T002 (vertikal, z-Richtung) der Schichtfeder mit der Nummer 636 dargestellt. Zum einen ist zu erkennen, dass ab dem 2. Zyklus fast keine Änderung mehr in der Kennlinie erkennbar und somit die Auswertung des 3. Zyklus gerechtfertigt ist. Zwischen ersten und zweiten Zyklus tritt der Mullins-Effekt deutlich zum Vorschein (vergleiche hierzu auch Abbildung 15). Zum anderen ist auch die deutliche Hysterese der Schichtfeder erkennbar. In Abbildung 60 sind die Zyklen der lateralen Belastung bei einem Vertikalkraftniveau von ca. 28 kN (Versuch T003) dargestellt. Man sieht, dass die Schichtfeder bei ca. 2,8mm Querverschiebung durchrutscht. Dies ist bei Versuchen mit größerer vertikaler Vorspannung nicht mehr zu erkennen, da hier die Reibkraft groß genug ist um der eingeleiteten Querkraft entgegenzuwirken. Auch hier bestätigt sich, dass bereits der 3. Zyklus zur Auswertung geeignet ist. In der Tabelle 9 und Tabelle 10 sind die gemessenen Steifigkeiten der drei Schichtfedern angegeben. Die angegebenen Steifigkeiten entsprechen der Steigung einer Geraden die nach der Methode der kleinsten Quadrate an die jeweilige Messung angepasst wurde. In Microsoft Excel wird diese Funktion als lineare Trendlinie bezeichnet. Da das Verhalten von Elastomeren nicht linear ist, sind die hier angegebenen Steifigkeitswerte

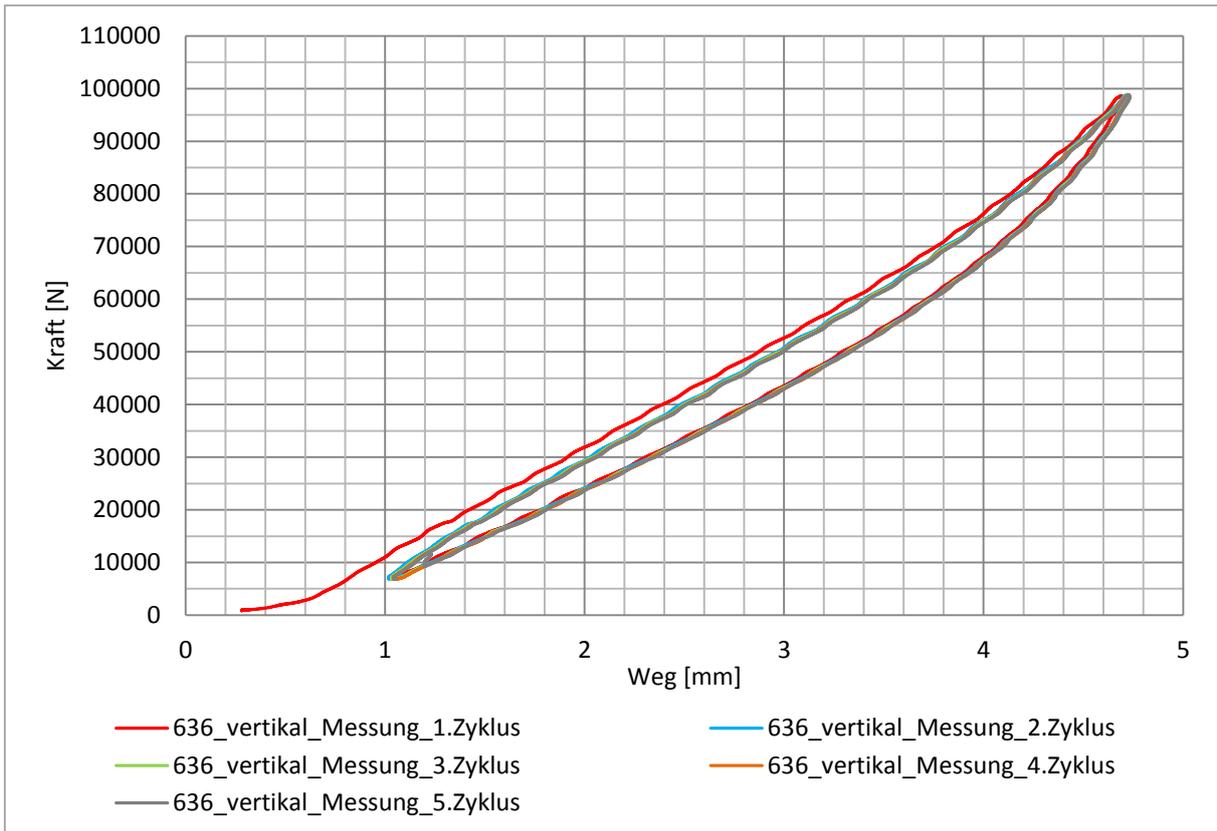


Abbildung 59: Messung T002 (Schichtfeder 636)

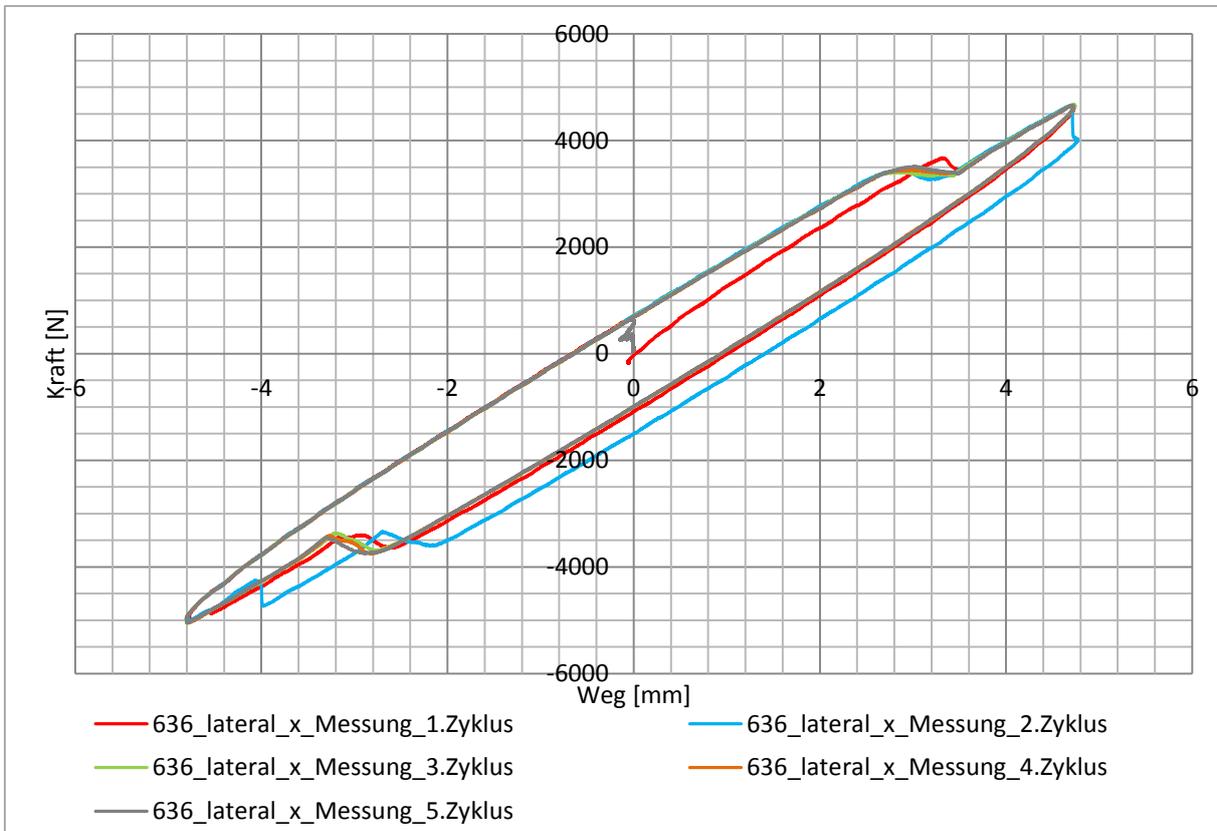


Abbildung 60: Messung T003 (Schichtfeder 636)

als Orientierung und zum Vergleich gedacht. In Abbildung 61 ist für die Vertikalkennlinie (Kennlinie in z-Richtung) der Schichtfeder 636 die Trendlinie dargestellt. In vertikaler Richtung wurde außerdem die Steifigkeit im Arbeitsbereich, was der durchschnittlichen Steigung (Anm.: ist nicht gleich der Steigung der Trendlinie) für den Bereich zwischen 54 und 58 kN entspricht angegeben. Die Belastung bei leerem Wagenkasten ist laut technischer Spezifikation 55,9 kN.

Tabelle 9: Vertikale-Steifigkeiten der Schichtfedern

	Vertikal [N/mm]	<i>Average</i> [N/mm]	<i>Difference</i>	Vertikal Arbeitsbereich [N/mm]	<i>Average</i> [N/mm]	<i>Difference</i>
636	23456			22517		
639	24973	24368	6,5%	23715	23203	5,3%
649	24676			23376		

Im Betrieb sind neben der Steifigkeit in vertikaler Richtung aufgrund der Kinematik der Schwinde vor allem die Steifigkeiten in lateraler-x-Richtung und die Steifigkeit beim Kippen um die y-Achse (r_y) von Bedeutung. Die lateralen Kennlinien bis zu der gemessenen Verschiebung von 5 mm als auch die Kennlinie des Kippen um die y-Achse bis zur gemessenen Rotation von 5° sind näherungsweise linear, somit ist hier die Steigung der Trendlinie quasi gleichzusetzen mit der tatsächlichen Steigung zu jedem Zeitpunkt.

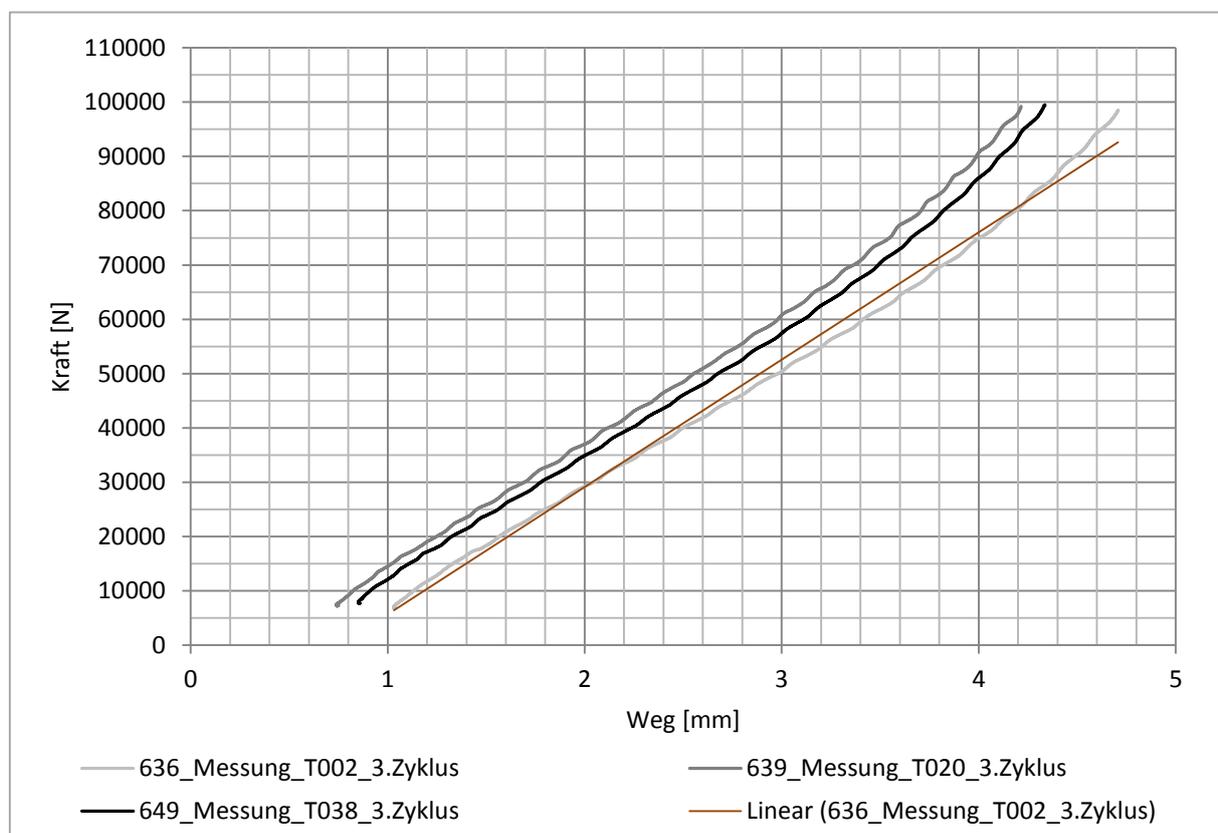


Abbildung 61: Vertikalkennlinie der Schichtfedern

Tabelle 10: Kipp- und laterale-Steifigkeit der Schichtfedern

	Lateral-x			Lateral-y			Kippen-ry		
	[N/mm]			[N/mm]			[Nm/°]		
	27,8kN	54,2kN	90,5kN	27,8kN	54,2kN	90,5kN	28,3kN	55,0kN	91,4kN
636	1015	910	929	1056	1033	1081	159	203	279
639	1088	1001	1017	1125	1102	1149	162	191	280
649	1048	961	995	1088	1071	1134	159	206	281
<i>Average</i>	1050	957	980	1090	1069	1121	160	200	280
<i>Difference</i>	7,2%	10%	9,5%	6,5%	6,7%	6,3%	1,9%	7,8%	0,7%

Die in den Tabellen berechneten Differenzen in Prozent ist das Verhältnis zwischen dem größten und dem kleinsten Wert der Steifigkeit der drei Schichtfedern, d.h. der kleinste Wert entspricht 100%. Betrachtet man die Differenzwerte aller Steifigkeiten sieht man, dass die Abweichung zwischen der steifsten und der weichsten Feder bis zu zehn Prozent beträgt. Obwohl die drei Federn aus der gleichen Charge entnommen worden sind, streuen ihre Steifigkeiten also beträchtlich. Beim Kippen um die y-Achse werden die Schichtfedern bei größerer Vorspannung in z-Richtung immer härter. Bei der lateralen Verschiebung fällt auf, dass die Federn bei einer Verschiebung am zweiten Niveau (54,2 kN) weicher reagieren als am ersten Niveau (27,8 kN). Am dritten Niveau (90,5 kN) werden sie in lateraler Richtung wieder steifer. Im Fall der Verschiebung in y-Richtung liegen die lateralen-Steifigkeiten am dritten Niveau sogar über jenem vom Ersten. Dieser Effekt der „Steifigkeitsumkehr“ ist in Abbildung 62 nochmals dargestellt und wird später noch diskutiert. Die Kennlinien des ersten Niveaus wurden in der Abbildung nur bis zum Beginn des Durchrutschens dargestellt.

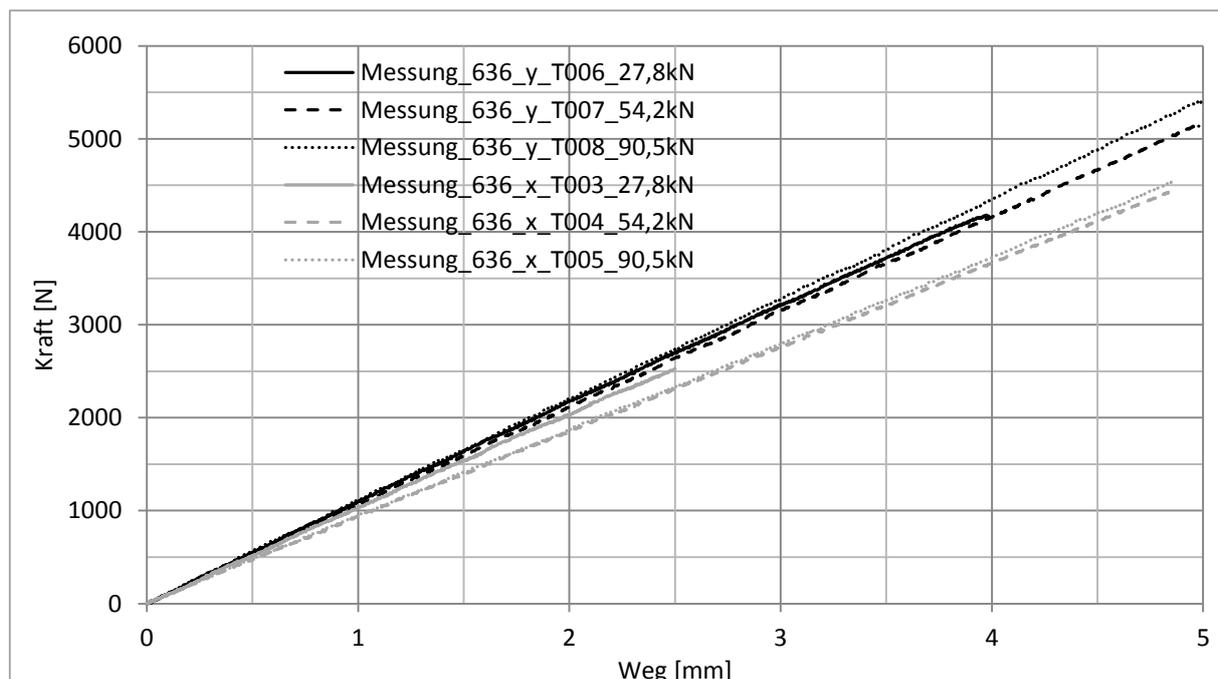


Abbildung 62: Lateralkennlinien (Schichtfeder 636) – in den Nullpunkt verschoben

6.3.3 Modellierung der Schichtfeder

Um die genaue Geometrie der Schichtfeder zu erhalten wurden die drei geprüften Federn vermessen. Dabei wurde festgestellt, dass der Gummiteil der Feder in der Breite um $\pm 0,1$ mm, in der Länge um $\pm 0,3$ mm und in der Höhe um $\pm 0,2$ mm schwankt. Zur Modellierung wurden die Mittelwerte aus den Messungen herangezogen. Der Einfluss der Geometrie auf die Steifigkeiten ist sehr groß. Testrechnungen haben gezeigt, dass bei einer Verringerung des Gummi-Volumens um ca. 5%, die vertikale Steifigkeit um ca. 15% weicher wird. Dieses Beispiel zeigt deutlich wie wichtig eine möglichst genaue Abbildung der Geometrie für die FE-Berechnung ist.

Abbildung 63 zeigt das Modell der Primärschichtfeder. In der Mitte befindet sich der Gummiteil welcher mit achtknotigen Hexaeder-Elementen modelliert wurde. Zwanzigknotige Hexaeder-Elemente erweisen sich beim Gummi als ungeeignet, da durch die großen Verformungen die Elemente, an den zusätzlichen Knoten (an den Kanten), aus- bzw. einknicken. An den beiden planen Oberflächen werden mittels „Surface-to-Surface Gluing“ die beiden Stahlplatten fest mit dem Gummi verbunden. Diese Methode hat den Vorteil, dass so die Elementgröße der Stahlplatten unabhängig von der Netzfeinheit des Gummis gewählt werden kann. Für die Stahlplatten wurden ebenfalls achtknotigen Hexaeder-Elemente verwendet. Zum geeigneten Aufbringen der Lasten und Randbedingungen sowie zur einfacheren Auswertung wurden an jeder Stahlplatte RBE2-Elemente angebracht.

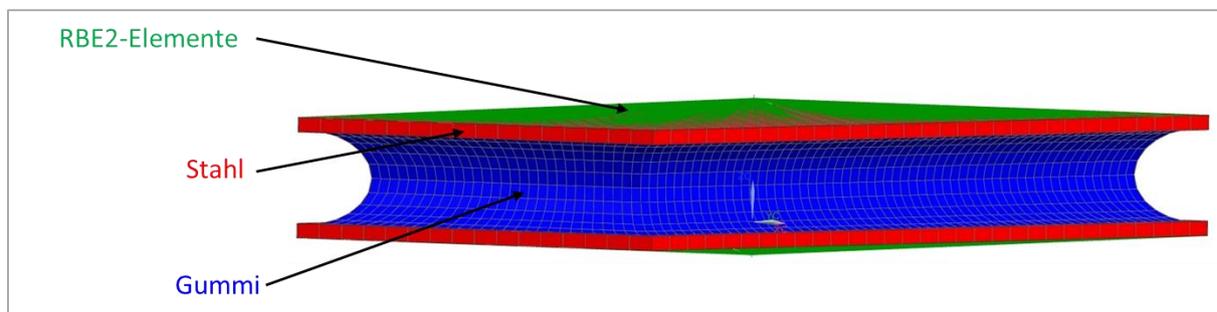


Abbildung 63: Modell der Primärschichtfeder

Die richtige Wahl der Elementgröße ist wie bei allen FE-Rechnungen, auch bei der Berechnung von Elastomeren von entscheidender Bedeutung. Im vorliegenden Fall muss die Rechnung „nur“ die Steifigkeiten der Primärschichtfeder möglichst realitätsnah abbilden können. Wie Abbildung 64 zeigt, wurde das Netz, ausgehend von einer Elementgröße von 12 mm nach und nach verfeinert und der Einfluss auf die vertikale Steifigkeit der Schichtfeder untersucht. Eine Elementgröße von 4 mm hat sich als sinnvoller Kompromiss zwischen Genauigkeit, Rechenzeit und auch Rechenstabilität herausgestellt. Bei dieser Elementgröße wird der Gummiteil in ca. 17000 Elemente unterteilt. In der Abbildung sieht man auch, dass die Rechnung mit einer Elementgröße von 2 mm im letzten Schritt abgebrochen hat (Kennlinie endet vorher), außerdem ist auch schon kurz davor ein Knick in der Kennlinie erkennbar, welcher hier quasi als Vorbote für den Abbruch der Rechnung interpretiert werden kann. Die Ursache für den Abbruch ist, dass es Elemente im Netz gibt, welche zu stark verzerrt sind und

somit die Jacobi Determinante einen negative Wert ergibt In wieweit mit dem gewählten Netz Spannungs- und in weiterer Folge Lebensdauerberechnungen mit ausreichender Genauigkeit durchgeführt werden können, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden.

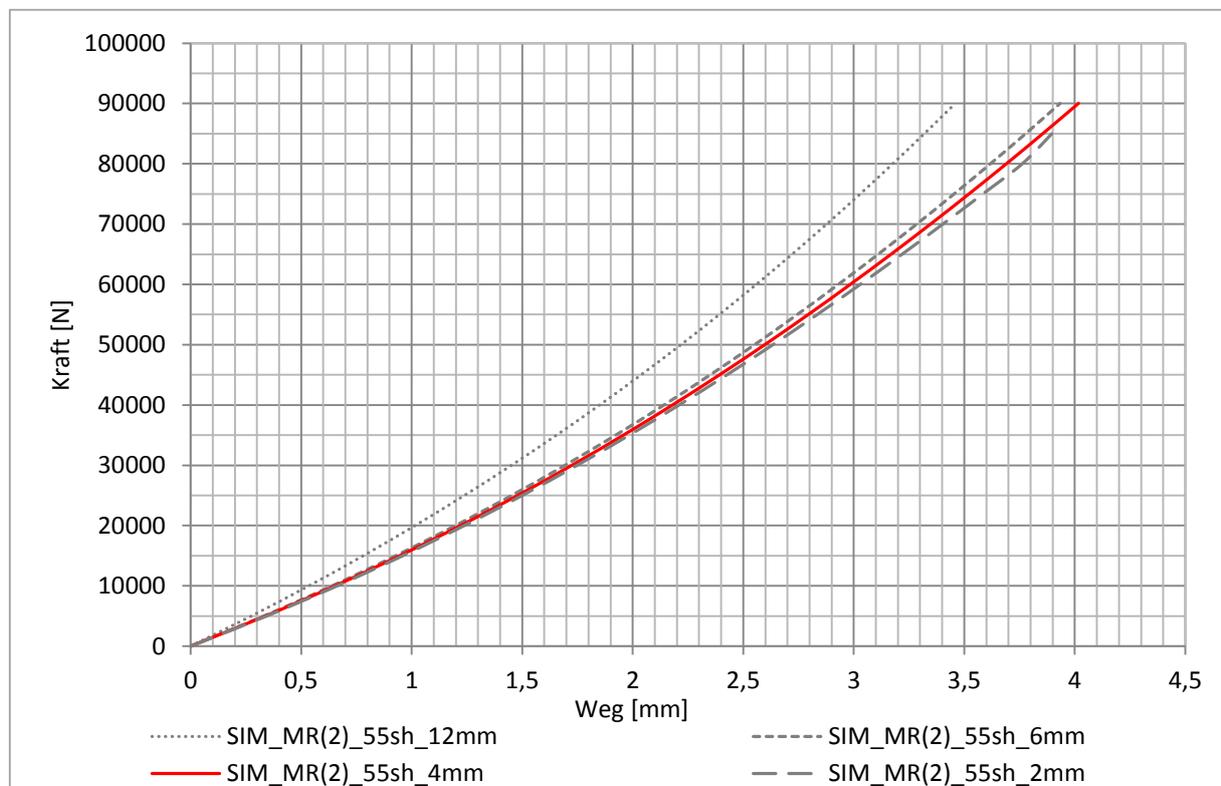


Abbildung 64: Vertikalkennlinie der Schichtfeder in Abhängigkeit der Elementgröße

Aus Abbildung 65 können die berechneten Vertikalkennlinien der Gummischichtfeder für die Werkstoffmodelle Neo-Hooke, Mooney-Rivlin und TOD entnommen werden. Wie schon eingangs festgestellt sind die Unterschiede zwischen dem TOD und dem Mooney-Rivlin Modell für das vorliegende Bauteil und dessen Belastungen gering. Diese geringen Unterschiede wurden auch für die laterale-Verschiebung und das Kippen, sowie auch für unterschiedliche Shore-A Härten festgestellt. Es ist aus diesem Grund für die Berechnung der Steifigkeiten ausreichend mit dem Mooney-Rivlin Modell zu arbeiten. Außerdem zeigt sich, dass die Vertikalkennlinie welche mit den Werkstoffparametern laut Näherungsformeln errechnet wurde (grün) im Vergleich zu jener die mit den Siemens-Parametern erstellt wurde etwas steifer ist. Liegen aber keine anderen Werkstoffparameter vor ist die Parameterbestimmung über die Näherungsformeln durchaus empfehlenswert. Wie man sieht weicht das Ergebnis mit dem einfachen Neo-Hooke Modell, bei gleicher zugrundeliegender Shore-A Härte, doch deutlich von den anderen Ergebnissen ab. Deshalb wird es als durchaus sinnvoll erachtet, für erste Überschlagsrechnungen und beim nichtvorhandensein geeigneter Werkstoffparameter als ersten Schritt Elastomerbauteile mit dem Mooney-Rivlin-Modell zu berechnen. Vollständigkeitshalber sei erwähnt, dass mit einer anderen Näherungsformel für den Schubmodul (z.B. Formel (26)), durchaus eine bessere Übereinstimmung mit den Neo-Hooke Modell erreicht werden kann. Zur Berechnung der Primärschichtfeder wurde schlussendlich das Mooney-Rivlin-Modell verwendet. Da für die Schichtfeder keine genauen

Härte­daten vorliegen wurden die Werkstoffparameter über die Näherungsformel ermittelt. Die Shore-A Härte, die in die Näherungsformel eingeht, wurde so angepasst, dass sich zwischen den Messungen und den Rechnungen möglichst kleine Abweichungen ergeben. Dies wurde bei einer Härte von 56 Shore-A erreicht. Die dazugehörigen Parameter können aus der Tabelle 8 entnommen werden. Es kann nicht davon ausgegangen werden, dass die geprüften Primärschichtfedern tatsächlich eine Shore-A Härte von 56 besitzen. Lediglich das Werkstoffmodell, das auf dieser Härte basiert liefert die besten Übereinstimmungen.

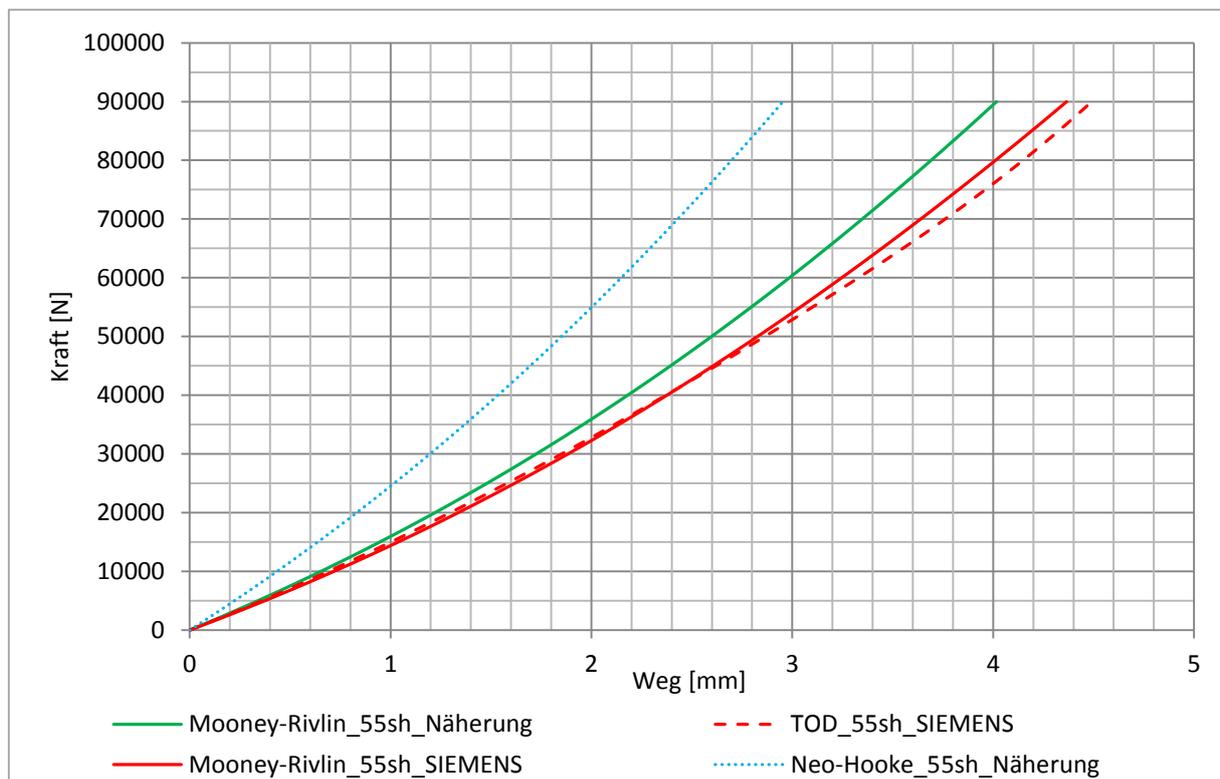


Abbildung 65: Modellvergleich an der Primärschichtfeder (Vertikalkennlinie)

In der Tabelle 11 sind die Steifigkeiten, die mit dem gewählten Materialmodell (Mooney-Rivlin_56_Shore-A_Näherung) berechnet wurden zusammengefasst. Wie auch bei den Messungen entsprechen die angegebenen Steifigkeiten den Steigungen der Trendlinien. Die gelisteten Abweichungen sind bezogen auf die mittleren Ergebnisse der Messungen die in der Tabelle 9 und der Tabelle 10 angegeben wurden.

Wie in Tabelle 11 zu erkennen ist, ist die errechnete Steifigkeit in vertikaler Richtung (also bei Druck) zu steif und in die Steifigkeiten in lateraler Richtung (bei Schub) zu weich. Das Werkstoffmodell wurde so gewählt, dass sich in vertikaler und lateraler Richtung in etwa der gleiche Fehler gegenüber den Messergebnissen ergibt. Daraus kann man den Schluss ziehen, dass selbst genaue Werkstoffs-Versuchsergebnisse und ein daraus ermitteltes mathematisches hyperelastisches Werkstoffmodell (wie sie in der vorliegenden Arbeit vorgestellt wurden), die Genauigkeit der Rechenergebnisse nicht weiter steigern können. Wird nämlich ein weiches Materialmodell verwendet, so nähert sich die Steifigkeit in vertikaler Richtung zwar an jene der Messungen an, jedoch wird die Primärschichtfeder in lateraler Richtung noch weicher und die Differenz zur Messung somit größer. Woher die gegenläufige

Tendenz der Belastungsrichtungen vertikal und lateral konnte nicht geklärt werden. Außerdem ist unklar warum die Steifigkeit in lateraler Richtung bei steigender vertikaler Vorspannung weicher wird. Andererseits wurde für die zuvor schon beschriebene „Steifigkeitsumkehr“ eine nachvollziehbare Erklärung gefunden. Es wird angenommen, dass es durch die großen Verformungen bei der vertikalen Vorspannung irgendwann zu einem Kontakt des Gummis mit sich selbst kommt und sich der Kontaktbereich beim lateralen Verschieben abwälzt. Dieses Abwälzen würde die Erhöhung der Steifigkeit erklären.

Tabelle 11: Berechnete Steifigkeiten der Primärschichtfeder

Steifigkeitsrichtung	Ergebnisse aus der FE-Simulation			Abweichung zur Messung-Average
Vertikal Arbeitsbereich [N/mm]	26739			+15%
	<i>ca. 28 kN</i>	<i>ca. 55 kN</i>	<i>ca. 91 kN</i>	
Lateral-x [N/mm]	858	832	765	-18/-13/-22%
Lateral-y [N/mm]	882	890	891	-19/-17/-21%
Kippen-ry [Nm/°]	178	232	288	+11/+16/+3%
Kippen-rx [Nm/°]	1069	1349	1672	
Rotation-rz [Nm/°]	76,3	77,7	77,8	

Mit dem Softwarepaket NX 8.5, konnte dieser Kontakt nicht nachgebildet werden. Um die Theorie zu untermauern, wurde deshalb auf das Softwarepaket MARC Mentat zurückgegriffen. Diese Software ist im Bereich der nichtlinearen Berechnungen insbesondere auch bei der Berechnung von Elastomerbauteilen weit verbreitet, da es mit einigen Vorteilen gegenüber Konkurrenzprodukten aufwarten kann. Auf eine genaue Beschreibung der Vorteile wird an dieser Stelle verzichtet. Einzig die Funktion „Mesh Adaptivity“ soll hier kurz erläutert werden. Damit ist es möglich, das Netz des Modells beim Erreichen eines definierten Kriteriums (z.B. Kontakt, maximale Dehnung, etc.) automatisch nach jedem Iterationsschritt entweder global neu zu vernetzen (remeshing) oder lokal zu verfeinern. Für ein dreidimensionales Hexaeder-Modell besteht nur die Möglichkeit der lokalen Verfeinerung des Netzes. Diese Funktion wurde auf den Randbereich der Primärschichtfeder, mit den absoluten Dehnungen als Kriterium, angewendet und dadurch konnte eine Kontaktsituation wie in Abbildung 66 dargestellt simuliert werden (rot und gelb entspricht hier Kontakt). Da es nur ein unterteilen der Elemente ist und kein remeshing, versagen jedoch selbst bei reiner vertikaler Belastung die Elemente. Eine Rechnung in lateraler Richtung wurde aufgrund dieser Tatsache nicht durchgeführt. Jedoch sprechen die Ergebnisse dieser Rechnung eindeutig für die „Kontakt-Theorie“. Es sei außerdem angemerkt, dass die Kennlinie in vertikaler Richtung mit Kontakt, sich nicht bedeutend von jener Kennlinie welche mittels NX ohne Kontakt ermittelt wurde unterscheidet.

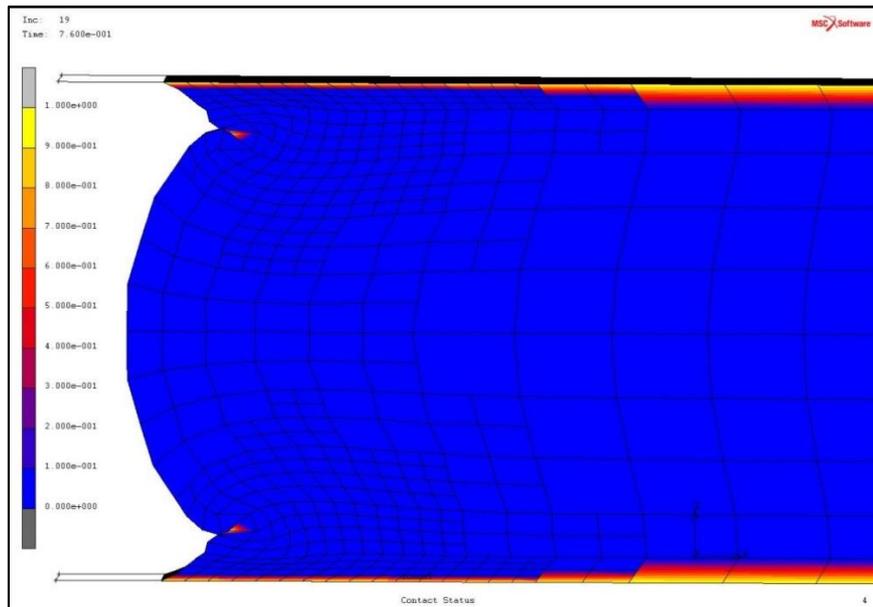


Abbildung 66: Kontakt Status der Primärschichtfeder bei Druckbelastung

Abbildung 67 zeigt noch den Einfluss der verschiedenen Werkstoffparameter auf Grundlage der Shore-A Härte auf die berechneten Steifigkeiten hat. Beim Werkstoffmodell mit einer zugrundeliegenden Härte von 65 Shore-A ist die Primärschichtfeder in vertikaler Richtung um rund 40% härter als mit dem Modell mit 55 Shore-A (betrachtet wurde die Steigung der Trendlinie). Diese Tatsache soll nochmals deutlich machen, dass mit der herstellerseitigen Angabe der Shore-A Härte von 60 ± 5 Shore-A, keine zuverlässige FE-Rechnung durchgeführt werden kann. Idealerweise braucht es immer eine Messung um das Rechenmodell mit dieser zu verifizieren.

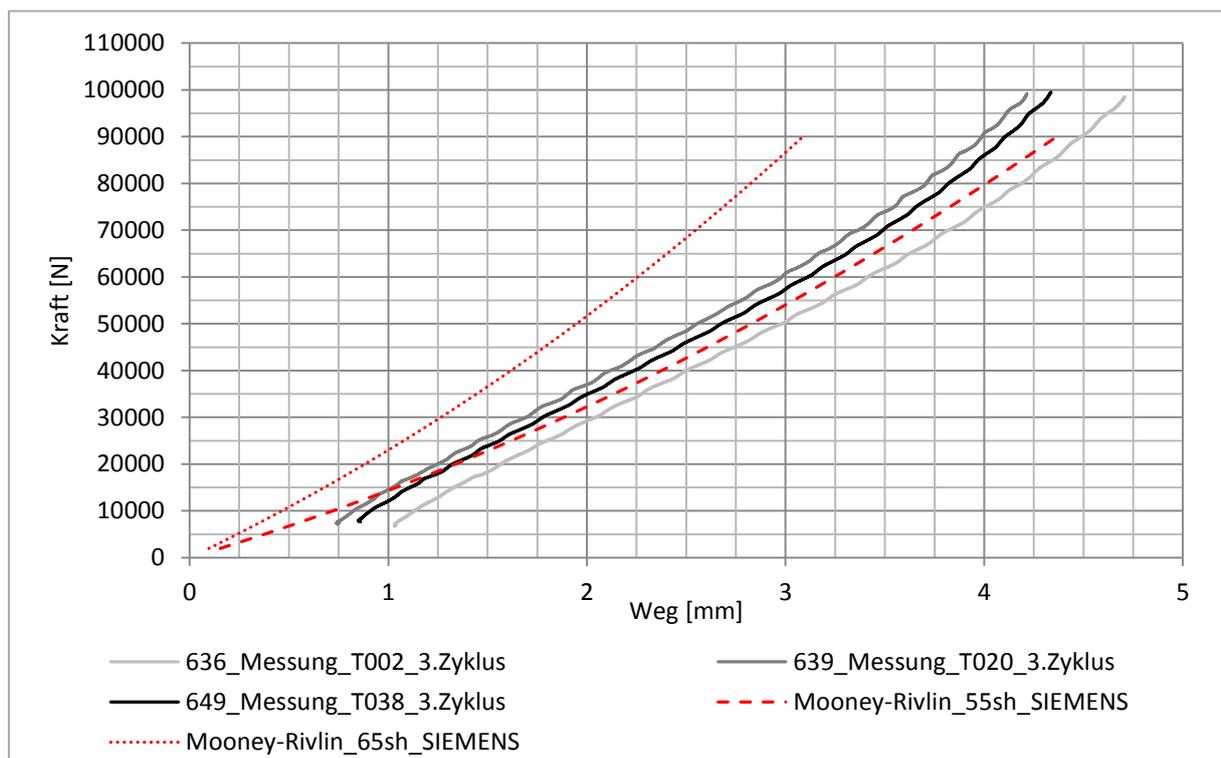


Abbildung 67: Vertikalkennlinie Simulation mit 55 und 65 Shore-A

6.3.4 Analytische Berechnung der Gummischichtfeder

Die analytische Berechnung erfolgt nach der in Kapitel 3.2.5 vorgestellten Berechnungsmethode. Aus Abbildung 21 kann der Schubmodul für die gegebene Shore-A Härte von 60 Shore-A ermittelt werden. Man erhält einen Schubmodul von ca. 1 N/mm^2 . Mit der Annahme dass der Gummi inkompressibel ist folgt ein E-Modul E von 3 N/mm^2 . Wird die Primärschichtfeder näherungsweise als Quader betrachtet ($116 \times 236 \times 25,3 \text{ mm}$) kann mit Hilfe des Formfaktors nach Gleichung (39) ein rechnerischer E-Modul von ca. 19 N/mm^2 aus dem Diagramm ermittelt werden. Als Grenzwerte für die Gültigkeit des analytischen Ansatzes ergeben sich für die maximal zulässigen Federwege $s = 5,1 \text{ mm}$ und $s_x = 8,9 \text{ mm}$. Laut dieser Definition könnte die Schichtfeder somit auch mit den analytischen Formeln berechnet werden, da die auftretenden Federwege kleiner als die max. zulässigen Wege sind.

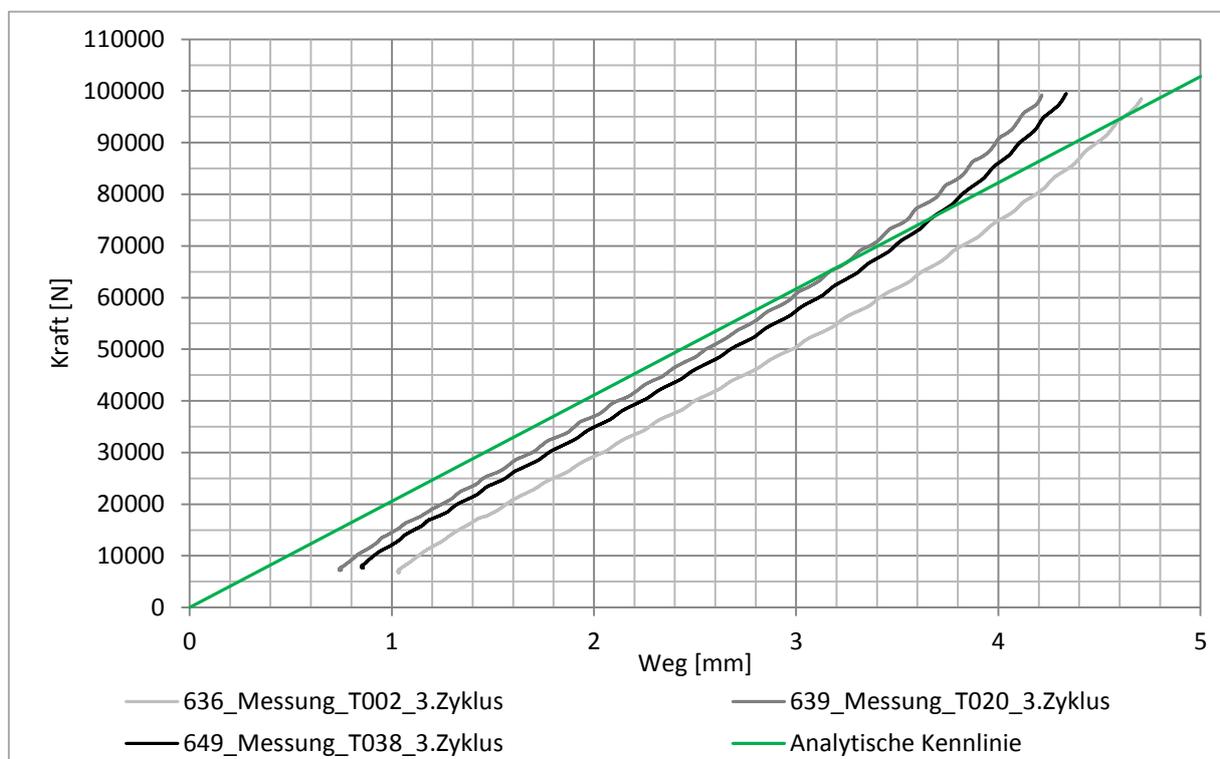


Abbildung 68: Analytische und gemessene Vertikalkennlinien

Für den Schub, also für die Lateralkennlinie, zeigen die Messungen, wie vorher schon gezeigt wurde, ein annähernd lineares Verhalten. Somit kann der Grenzwert für den Schub durchaus bestätigt werden. Die Vertikalkennlinie der Messung (siehe Abbildung 68) zeigt aber bereits ab ca. 3 mm Federweg ein nichtlineares Verhalten.

Die analytisch berechneten Federsteifigkeiten für die Primärschichtfeder sind in Tabelle 12 angeführt. Man kann erkennen, dass mit den analytischen Formeln nicht berücksichtigt werden kann, ob der Schub in x- oder y-Richtung erfolgt, d.h. die Steifigkeiten sind bei der analytischen Methode in beide Richtungen gleich groß. Außerdem kann nicht zwischen den Steifigkeiten auf den verschiedenen Niveaus unterschieden werden. Zwar geht in die Formel für die analytische Berechnung der Schubkraft die Federhöhe L_0 mit ein, jedoch steht diese im

Nenner. Würde man nun die Federhöhe den Niveaus entsprechend anpassen, so würde die Feder mit steigender Vorspannung härter werden (da L_0 kleiner wird). Dies wäre aber genau der gegenläufige Trend zu den Messungen und der Simulation. Auch wenn die vertikale Federsteifigkeit im Arbeitsbereich eine durchaus vertretbare Abweichung von 11% zu den Messungen aufweist, so ist die analytische Berechnung durch das nicht berücksichtigen der Nichtlinearität im letzten Teil der tatsächlichen Kennlinien in vertikaler Richtung äußerst kritisch zu betrachten.

Tabelle 12: Analytisch berechnete Federsteifigkeiten

Steifigkeitsrichtung	Ergebnisse aus analytischen Berechnung			Abweichung zur Messung-Average
Vertikal Arbeitsbereich [N/mm]	20559			-11%
	<i>ca. 28 kN</i>	<i>ca. 55 kN</i>	<i>ca. 91 kN</i>	
Lateral-x [N/mm]	1082	1082	1082	+3/+13/+10%
Lateral-y [N/mm]	1082	1082	1082	-1/+1/-3%

Trotz all der beschriebenen Nachteile sind die Abweichungen zu den Messungen vor allem auch im Vergleich zu den erzielten Ergebnissen der FEM-Berechnung durchaus vertretbar.

6.4 Federstufe

Nachdem alle Einzelkomponenten verifiziert wurden, kann mit der Berechnung der Federstufe begonnen werden. Auf eine Berechnung der Federstufe mit den Modellen der Schraubendruckfedern auf Basis der optischen Vermessung wurde verzichtet. Die Federstufe wurde nur mit den parametrisiert erstellten Federn berechnet.

6.4.1 Axiale Steifigkeit

Die axiale Federkennlinie der Primärfederstufe ist in Abbildung 69 in bekannter Art und Weise dargestellt.

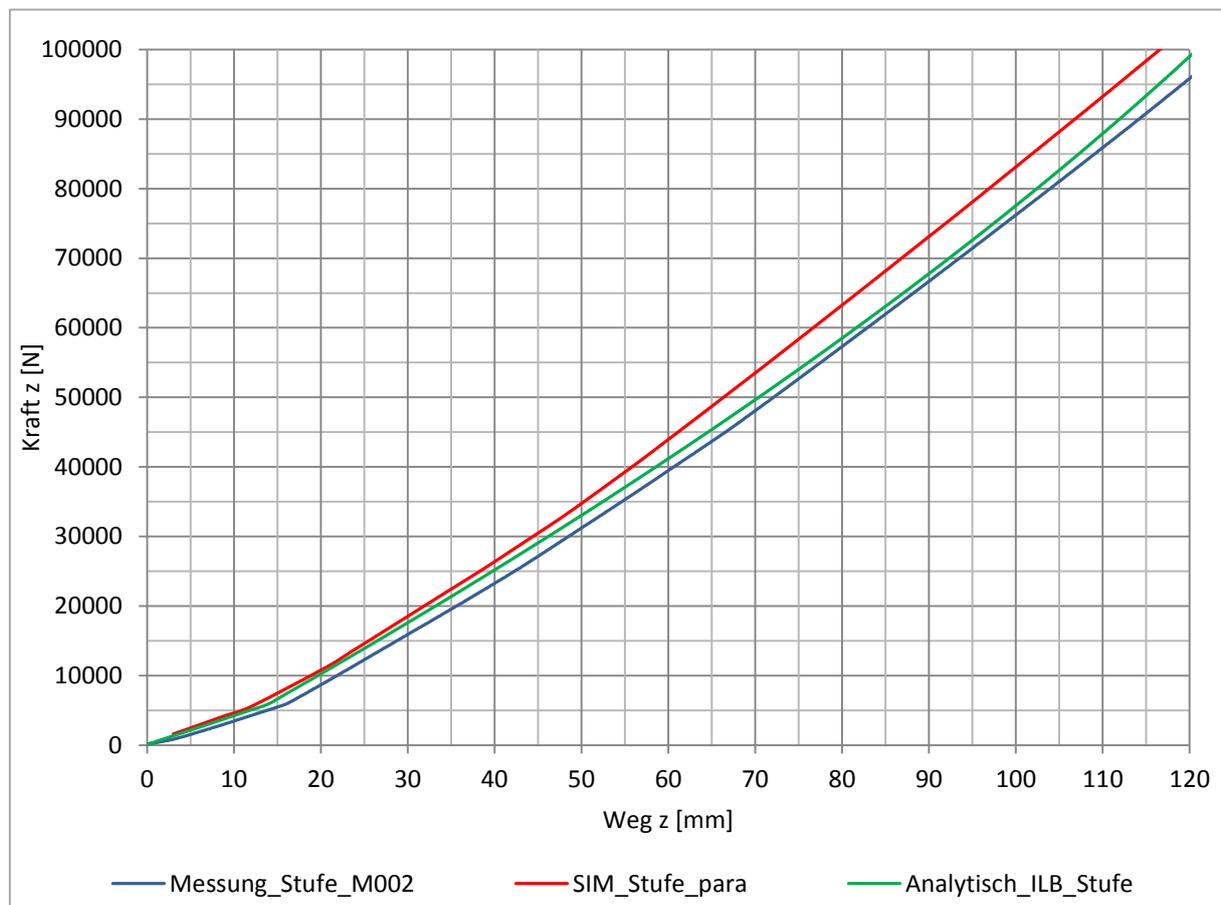


Abbildung 69: Axiale Federkennlinie Federstufe

In Tabelle 13 sind wieder die Sehnensteifigkeiten in axialer Richtung für die Messung, die FE-Simulation und die analytische Berechnung angegeben. Die Niveaus für die Sehnensteifigkeiten der Federstufe sind gegenüber jenen des Federsatzes die gleichen. Da der Federsatz mit der Gummischichtfeder in Serie geschaltet ist bleiben die Kraftniveaus ident. Vergleicht man die Steifigkeiten bzw. die Abweichungen mit jenen des Federsatzes, kann festgestellt werden, dass die Abweichungen der Simulation bei der Federstufe größer sind. Das ist dadurch zu erklären, dass sich die Fehler vom Satz (zu steif) und von der Schichtfeder (zu steif) aufsummieren. Bei der analytischen Berechnung werden durch die lineare Schichtfeder-Kennlinie die Fehler gegenüber dem Federsatz teilweise kompensiert.

Tabelle 13: Axiale Federsteifigkeiten der Federstufe

Modell / Versuch	$R_{1,B}$		$R_{2,B}$		$R_{3,B}$		$R_{4,B}$		$R_{5,B}$	
	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	[%]								
Messung_M002	925		926		800		888		942	
SIM_Stufe_para	968	4,6	974	5,2	841	5,1	955	7,5	983	4,4
Analytisch_Stufe_ILB	890	-3,7	894	-3,4	788	-1,5	856	-3,6	935	-0,7

$R_{1,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 44,72 kN und 67,08 kN

$R_{2,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 55 kN und 57 kN

$R_{3,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 20 kN und 40 kN

$R_{4,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 40 kN und 55 kN

$R_{5,B}$ Sehnensteifigkeit zwischen einer Axialbelastung von ca. 55 kN und 75 kN

6.4.2 Einfluss der Schichtfeder auf die Schubspannungen

Um zu klären in wie weit die Gummischichtfeder die negativen Einflüsse durch die Rotation und die Querbelastung bei der Schwingenbewegung auf die Schraubendruckfedern absorbiert, wurden die in Abbildung 70 dargestellten Modelle miteinander verglichen. Das Modell „SIM_Stufe_para“ ist inklusive Schichtfeder und das Modell „SIM_Satz_para“ ohne.

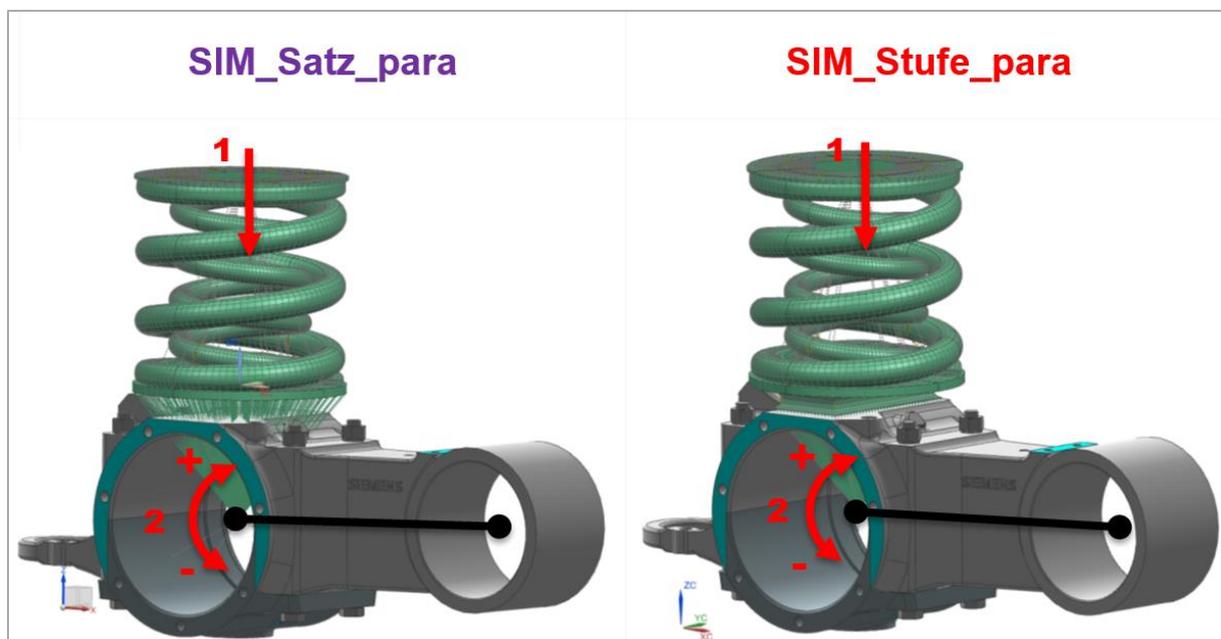


Abbildung 70: Modelle zur Berechnung des Schichtfedereinflusses

Drei Zustände wurden betrachtet:

- Zustand a: reine axiale Belastung (1) auf dem Niveau vom leeren Wagenkasten

- Zustand b: ausgehend vom Zustand a wird in einem zweiten Schritt (2) die Schwinge um -5° gedreht (oberer Federteller ist im Schritt 2 fixiert)
- Zustand c: ausgehend vom Zustand a wird in einem zweiten Schritt (2) die Schwinge um $+5^\circ$ gedreht (oberer Federteller ist im Schritt 2 fixiert)

Aus der Tabelle 14 können die maximal auftretenden Hauptschubspannungen im jeweiligen Zustand bei der Außenfeder und der Innenfeder entnommen werden. Die Differenz, also die Spannungsabsenkung der Schichtfeder, in Prozent zeigt deutlich den positiven Einfluss der Schichtfeder. Schon bei reiner axialer Belastung werden die Spannungen um bis zu 10% verringert. Jedoch sind die Simulationen weggesteuert durchgeführt worden wodurch hier ein kleiner Fehler entsteht. Bei der Schwingenbewegung wird der Einfluss der Schichtfeder deutlich sichtbar. So können im höchstbeanspruchten Zustand c die größten Hauptschubspannungen um bis zu über 20% verringert werden. Die Abbildung 71 zeigt das Spannungs-Netzdiagramm für den Zustand c der Außenfeder.

Tabelle 14: Schichtfedereinfluss auf die maximalen Hauptschubspannungen

Zustand	SIM_Satz_para	SIM_Stufe_para	Differenz	SIM_Satz_para	SIM_Stufe_para	Differenz
	AF [N/mm ²]	AF [N/mm ²]	[%]	IF [N/mm ²]	IF [N/mm ²]	[%]
a	545	513	6	495	447	10
b	399	236	41	318	174	45
c	1034	873	16	968	761	21

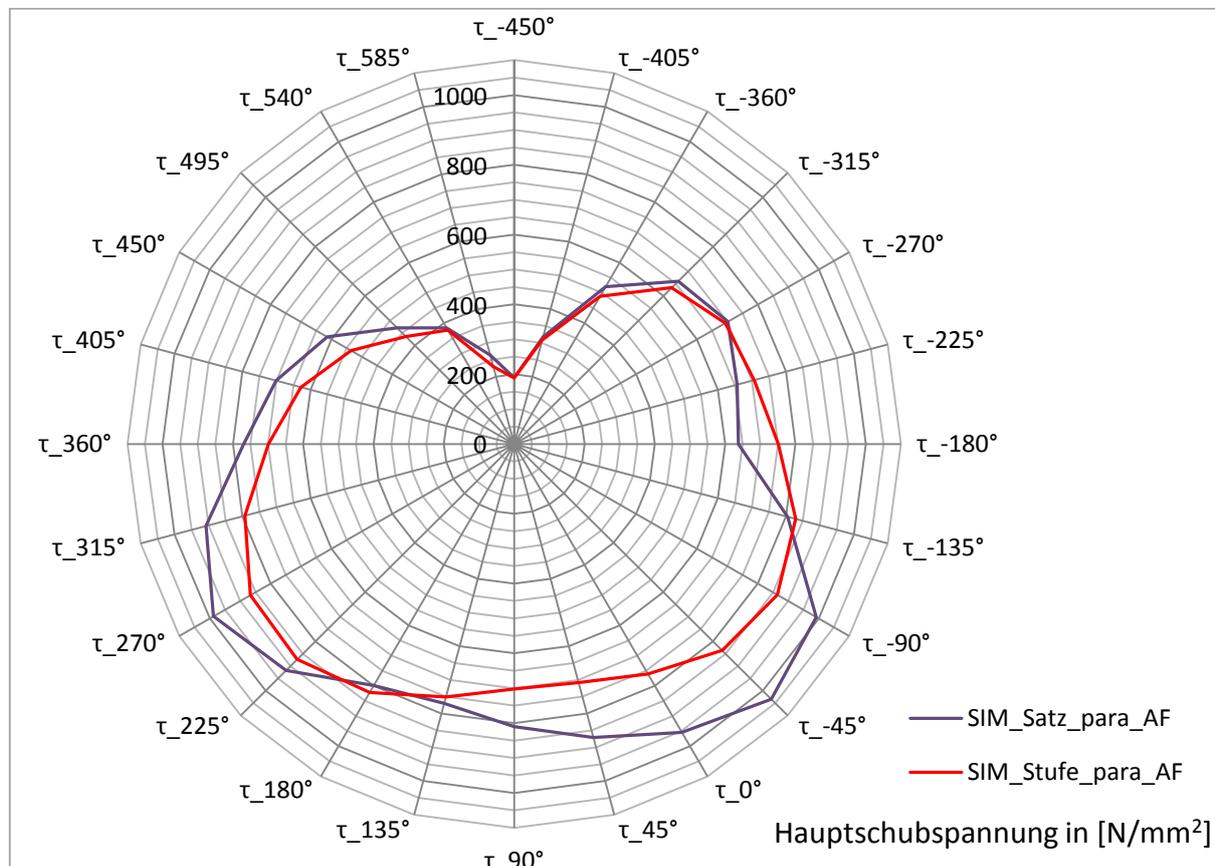


Abbildung 71: Hauptschubspannungen der AF im Zustand 3

6.4.3 Ersatzmodell der Schichtfeder in der Federstufe

In vielen praktischen Anwendungen mit Augenmerk auf die Schraubendruckfedern ist es sinnvoll das Volumenmodell der Schichtfeder in der FE-Simulation durch ein Ersatzmodell auszutauschen (siehe Abbildung 72). Dadurch kann einerseits Rechenzeit eingespart und andererseits die Stabilität des Modells, durch Wegfall der großen Verformungen und Dehnungen im Gummi, verbessert werden. Die Schichtfeder kann dabei durch ein eindimensionales Element (CBUSH) ersetzt werden. Diesem Element werden Ersatzsteifigkeiten in allen Richtungen zugewiesen. Voraussetzung für diese Methode ist, dass die Steifigkeiten der Schichtfeder in allen Richtungen vorliegen. Im vorliegenden Fall können die Steifigkeiten sofern vorhanden aus den Messungen (Average, Niveau von „Wagenkasten leer“) bzw. von jenen Richtungen die nicht gemessen wurden (rx, rz) aus der Simulation entnommen werden. Die verwendeten Ersatzsteifigkeiten sind in Tabelle 15 noch einmal zusammengefasst.

Tabelle 15: Ersatzsteifigkeiten der Schichtfeder

Richtung	x [N/mm]	y [N/mm]	z [N/mm]	rx [Nm/°]	ry [Nm/°]	rz [Nm/°]
Steifigkeit	957	1069	23203	1349	200	78

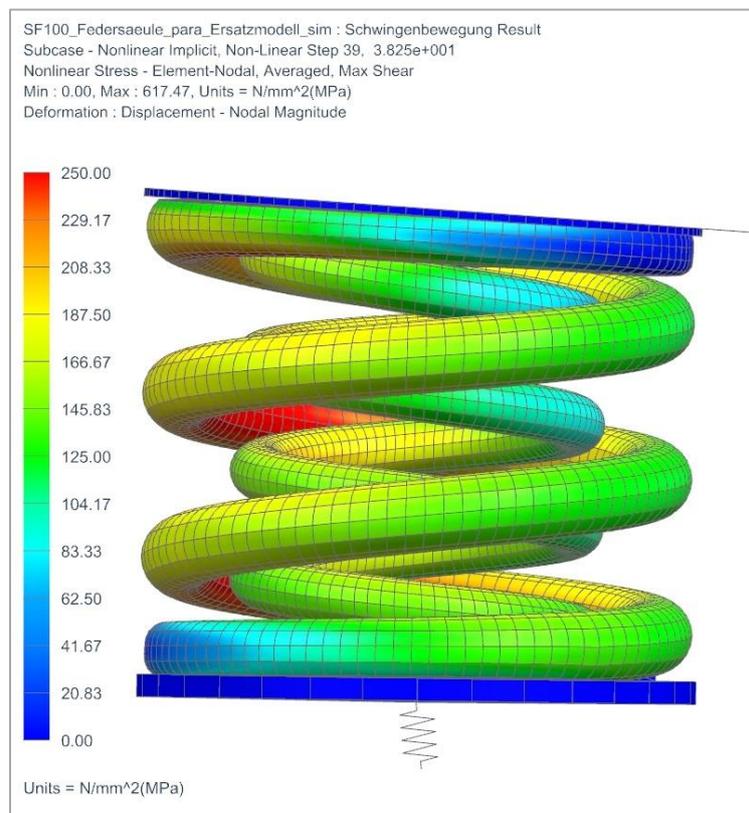


Abbildung 72: Federstufe mit Ersatzmodell der Gummischichtfeder

Um festzustellen in wie weit sich der Einfluss der Schichtfeder auf die Schraubendruckfedern durch das Ersatzmodell verändert, wurden die Verschiebungen und Rotationen zwischen der Schichtfeder bzw. dem Ersatzmodell und dem unteren Federteller ausgewertet. Diese

Verschiebungen und Rotationen sind quasi als Randbedingungen für die Schraubendruckfedern anzusehen. Liefern Volumenmodell und Ersatzmodell die gleichen Werte so wären diese äquivalent. Es wurde sowohl eine rein axiale Belastung, als auch die Schwingenbewegung untersucht. Die Verschiebungen an der beschriebenen Stelle über der Axialkraft sind der Abbildung 73 zu entnehmen. In z-Richtung kann das Ersatzmodell die Progressivität des Gummis nicht abbilden und ist deshalb zu Beginn etwas zu steif. Da das Volumenmodell in lateraler Richtung zu weich ist (siehe vorher) und für das Ersatzmodell die Steifigkeiten aus den Versuchsergebnissen verwendet wurden ist auch das steifere Verhalten des Ersatzmodells in x-Richtung plausibel. Die dargestellten Unterschiede sind in Anbetracht der noch relativ großen Abweichungen beim Schichtfeder-Volumenmodell ausreichend klein, um bei bekannten Schichtfeder-Steifigkeiten Berechnungen der Schraubendruckfedern mit dem Schichtfeder-Ersatzmodell durchzuführen. Auch bei der Schwingenbewegung, welche eine komplexe Bewegung darstellt, sind die Unterschiede in den Verschiebungen (kleiner 0,35mm) und Rotationen (kleiner $0,3^\circ$) vertretbar.

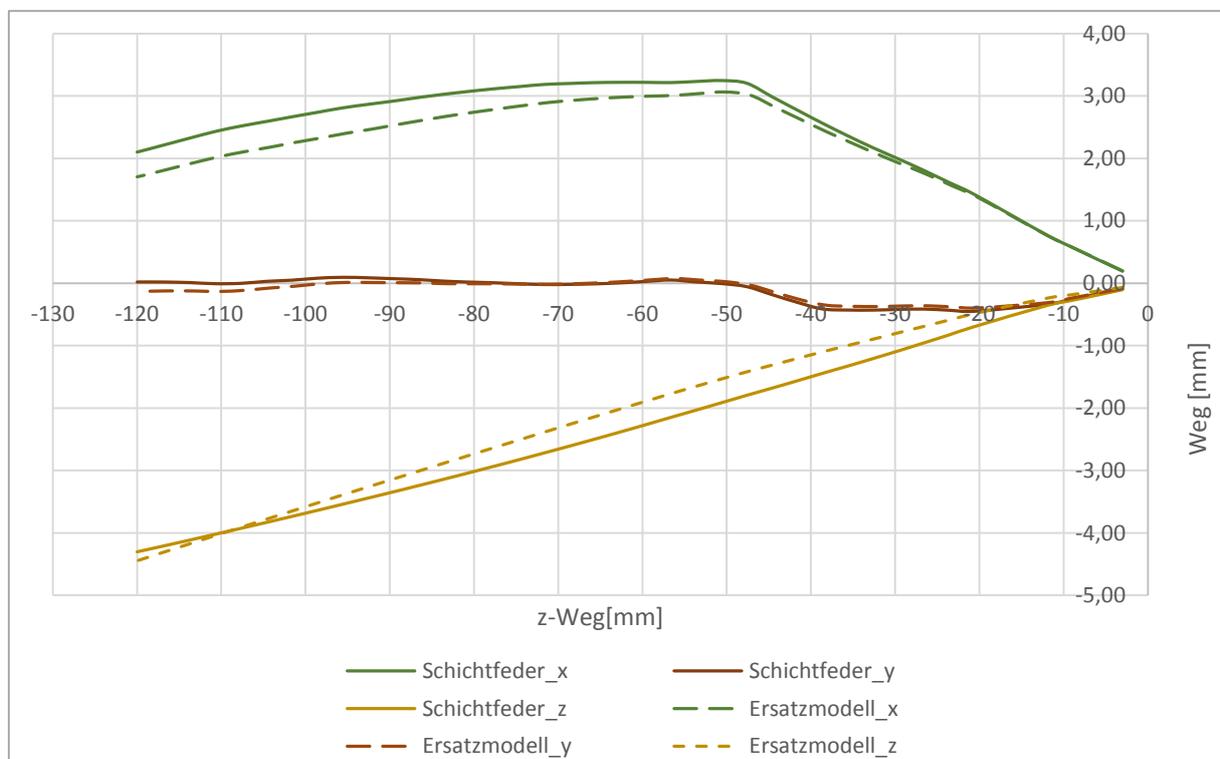


Abbildung 73: Einfluss des Schichtfedern-Ersatzmodells auf die SDF

7 Modalanalyse der Schraubendruckfeder

Im dynamischen Betrieb in der Nähe der Eigenfrequenzen kommt es zu Spannungsüberhöhungen. Außerdem treten bei Schraubendruckfedern dynamische Phänomene, wie etwa das Windungsschlagen, das Anschlagen der Federn an benachbarte Bauteile oder das Abheben der Endwindungen auf. Um solche dynamischen Problemstellungen zukünftig berechnen zu können sollen in einem ersten Schritt die modalen Parameter, Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen (Moden), der nicht eingespannten Einzelfedern im relevanten Frequenzbereich numerisch berechnet und mittels Messungen validiert werden. Die Bestimmung der Eigenschwingungsgrößen (modale Parameter) wird als Modalanalyse bezeichnet.

7.1 Experimentelle Modalanalyse

Um die Messergebnisse mit den berechneten Eigenfrequenzen vergleichbar zu machen, muss beim Versuch die möglichst gleiche Einspannsituation als bei der numerischen Simulation herrschen. Dort wurde eine völlig freie Feder betrachtet. Durch ein an langen Seilen aufgehängtes Bauteil kann diese Situation mit guter Näherung nachgestellt werden (siehe Abbildung 74). Idealerweise erfolgt die Aufhängung an Stellen an denen Schwingungsknoten erwartet werden.



Abbildung 74: Messaufbau Eigenfrequenzmessung

Zur experimentellen Bestimmung der Eigenfrequenzen, wurde die Feder mit einem Impulshammer angeregt und die Strukturantwort mit Hilfe eines dreiachsigen Beschleunigungsaufnehmers bestimmt. Mit der schnellen Fourier-Transformation (FFT) können die Messergebnisse vom Zeitbereich in den Frequenzbereich (Spektralbereich) übergeführt werden. Das Spektrum einer Messung an der Außenfeder ist in Abbildung 75 für einen Frequenzbereich von 50 bis 200 Hz dargestellt. Es ist zu beachten, dass das Koordinatensystem des Beschleunigungssensors nicht mit dem Koordinatensystem der Feder zusammenpasst: $x_{\text{Sensor}} = x_{\text{Feder}}$; $y_{\text{Sensor}} = z_{\text{Feder}}$ und $z_{\text{Sensor}} = -y_{\text{Feder}}$. Die Peaks im Spektrum weisen auf eine Eigenfrequenz hin. Vergleicht man diese mit den numerisch berechneten Eigenfrequenzen (siehe Tabelle 16), kann eine sehr gute Übereinstimmung beobachtet werden.

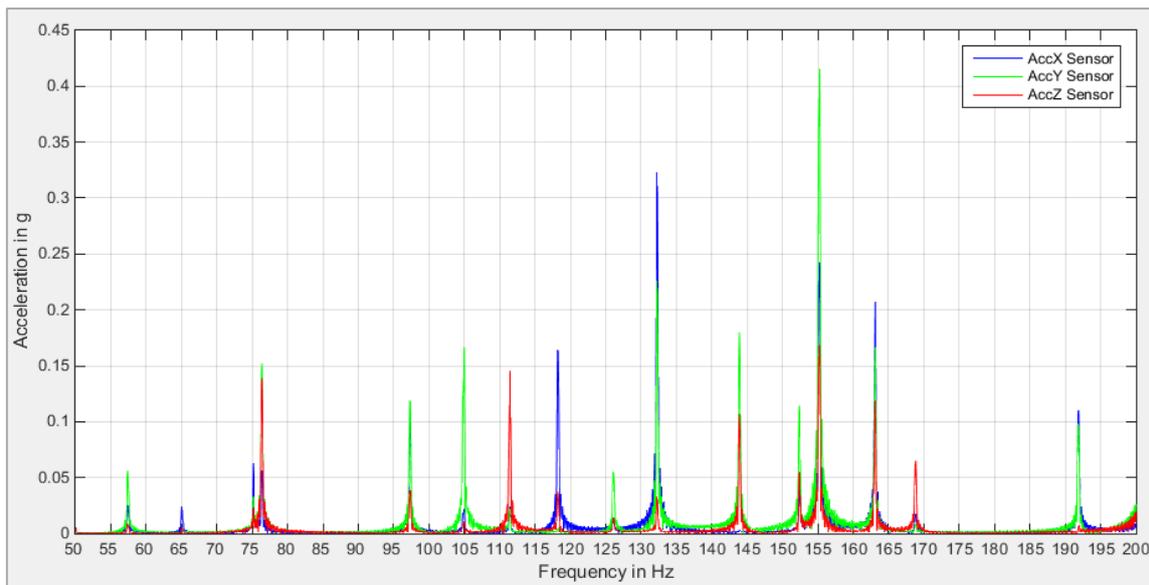


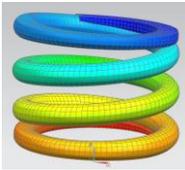
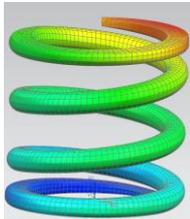
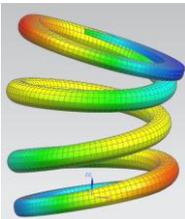
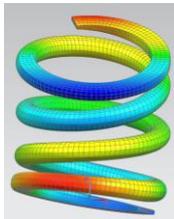
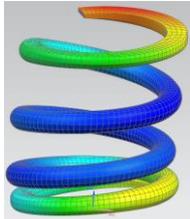
Abbildung 75: Spektrum der Eigenfrequenzmessung an der AF

Durch Anbringung des Beschleunigungssensors an Schwingungsbäuchen und gezielter Anregung, kann auch die Eigenschwingungsform die in der Simulation bei der jeweiligen Frequenz errechnet wurde experimentell überprüft werden.

7.2 Numerische Modalanalyse

Die numerische Modalanalyse ist eine lineare Analyse. D.h. Nichtlinearitäten werden nicht berücksichtigt. Als Ergebnis erhält man die Eigenfrequenzen mit den dazugehörigen Eigenformen. Die dargestellten Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen für eine bestimmte Eigenform sind nicht die tatsächlich auftretenden Größen. Sie dienen lediglich zum Vergleich, wo in der berechneten Struktur bei einer Anregung mit dieser Frequenz große Spannungen auftreten und wo eher kleine. Wird das Bauteil ohne Einspannung berechnet, treten Starrkörper-Moden auf, deren Frequenz bei ca. Null liegt (nur ca. weil Näherungslösung).

Tabelle 16: Eigenfrequenzen und Eigenformen der Außenfeder

Nr.	1	2	3	4	5
Frequenz Messung	57 Hz	65 Hz	75 Hz	76 Hz	97 Hz
Frequenz SIM	56 Hz	65 Hz	74 Hz	76 Hz	99 Hz
Form SIM					

Eine Übersicht der Eigenfrequenzen und Eigenformen bis 100 Hz (ohne Starrkörper-Moden) kann der Tabelle 16 entnommen werden. Die erste Eigenfrequenz wird als erste Längseigenfrequenz bezeichnet. Dabei schwingen die Windungen gleichsinnig in axialer Richtung. Bei der zweiten Eigenfrequenz, versuchen sich die Windungen quasi aufzuweiten. Die Moden 3 und 4 sind Biegeeigenfrequenzen um die x- bzw. y-Achse. Bei einem symmetrischen Bauteil wären die beiden Biegeeigenfrequenzen gleich. Da die Schraubendruckfeder aber asymmetrisch ist, ergeben sich zwei sehr nahe beieinander liegende Frequenzen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Mit dieser Arbeit wurde die Grundlage für eine zeitgemäße Berechnung von Schraubendruckfedern in Federstufen geschaffen. Beispielhaft wurde die Primärfederstufe eines Schienenfahrzeuges, bestehend aus zwei Schraubendruckfedern und einer seriell geschalteten Gummischichtfeder betrachtet.

Einerseits wurde ein analytisches Berechnungsverfahren entwickelt welches zum Teil auch Nichtlinearitäten berücksichtigen kann und mit nur wenigen Eingabeparametern die Schubspannungen und Federkennlinien von Schraubendruckfedern liefert. Bei Vorhandensein einer experimentell ermittelten Federkennlinie kann man durch einen Iterationsvorgang die Rechnung an die Messung anpassen. Für den Fall der Vorauslegung, müssen für die Anzahl der Übergangswindungen und festen Windungen Annahmen getroffen werden. Für den zukünftigen Einsatz des Tools ist es empfehlenswert durch Vermessung von vielen unterschiedlichen Federn und anschließender statistischer Auswertung der Ergebnisse, eine geeignete Bestimmungsmethode dieser Parameter zu finden. Der Einfluss der Gummischichtfeder wird bei der analytischen Berechnung zwar berücksichtigt, es müssen aber die Federsteifigkeiten dieser vorgegeben werden.

Andererseits wurde die Berechnung der Federstufe mit Hilfe der FEM durchgeführt. Die Modellbildung der Schraubendruckfedern erfolgte auf zwei unterschiedlichen Wegen. Die Modellbildung auf Basis einer optischen Vermessung des Bauteils diente lediglich zur Validierung der Berechnungsmethode und ist für die praktische Anwendung nicht einsetzbar. Bei der Modellerstellung auf Basis von Parametern werden dem FE-Programm Bauteilabmessungen übergeben mit denen anschließend automatisch die Federgeometrie erstellt wird. Durch den hohen Anteil von manuellen Arbeitsschritten bei der Federfertigung sind alle Federn Unikate, deren Abmessungen sehr stark streuen. Deshalb sind die für die Berechnung erforderlichen Parameter nicht vorherzusehen. Ein Vorausrechnen, d.h. eine FE-Berechnung ohne ein real vorliegendes Bauteil, kann nur mit einer angenäherten Geometrie erfolgen, was erhebliche Abstriche in der Genauigkeit mit sich bringt. Soll die Berechnung für eine bereits existierende Feder erfolgen so können die benötigten Parameter durch Messungen ermittelt werden. Doch auch hier kann die Geometrie lediglich abstrahiert werden. Die Steifigkeiten und Schubspannungen der Schraubendruckfedern wurden für verschiedene Belastungen berechnet und mit Versuchen und den analytischen Ergebnissen verglichen. Eine Weiterentwicklung der Parametrisierung auf Basis von Untersuchungen vieler unterschiedlicher Federn, wie dies auch für das analytische Tool vorgeschlagen wurde, ist auch für eine aussagesichere FE-Berechnung der Schraubendruckfedern notwendig. Für die FE-Berechnung der Gummischichtfeder wurde als Werkstoffmodell das Mooney-Rivlin Modell verwendet. Die dafür nötigen Werkstoffparameter wurden mit Hilfe von Näherungsformeln auf Basis der Shore-A Härte bestimmt. Die damit berechneten Steifigkeiten sind für die Berechnungen der Federstufe ausreichend genau, auch wenn gummitypische Effekte, die in der Arbeit näher beschrieben wurden, nicht in die Berechnung miteingehen. Für nähere Betrachtungen des Gummibauteils selbst (z.B. Lebensdauerberechnungen) muss die

Treffsicherheit der FE-Berechnung jedoch noch weiter erhöht werden. Dabei kann die Verwendung leistungsfähigerer Werkstoffmodelle zielführend sein. Für die relativ einfache Geometrie der Gummischichtfeder konnte, mit den aus der Literatur bekannten analytischen Ansätzen, eine ähnliche Genauigkeit erzielt werden als mit der numerischen Simulation. Diese analytischen Ansätze sind aber lediglich bei einfachen Geometrien sowie einigen wenigen definierten Belastungsfällen eine echte Alternative zu der numerischen Berechnung. Außerdem wurde gezeigt, dass das Volumenmodell der Schichtfeder, bei der Berechnung der gesamten Federstufe, durch ein einfaches eindimensionales Element ersetzt werden kann. Für das Ersatzmodell müssen lediglich die Steifigkeiten der Gummifeder angegeben werden. Diese können, sofern keine Messungen vorhanden sind, mittels dem FE-Volumenmodell vorab ermittelt oder mit den aus der Literatur bekannten analytischen Ansätzen berechnet werden.

Bei einer abschließenden Modalanalyse der Schraubendruckfedern, wurden die Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Eigenformen der freien Feder mit Hilfe der FEM bestimmt. Es konnte eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Eigenfrequenzen erreicht werden. Aufbauend auf diese Ergebnisse soll in einem weiteren Schritt der Einfluss der Steifigkeitsänderung aufgrund des Anlegens der Windungen auf die Eigenfrequenzen untersucht werden. Auch die tatsächliche Einbausituation, die sie sich wesentlich von der hier betrachteten freien Feder unterscheidet, soll zukünftig berücksichtigt werden. Die Eigenfrequenzuntersuchungen dienen als Vorarbeit für dynamische Untersuchungen der Primärfederstufe.

Literaturverzeichnis

Altenbach, Holm. 2012. *Kontinuumsmechanik*. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2012.

Anderl, Reiner und Binde, Peter. 2014. *Simulation mit NX*. 3., aktualisierte und erweiterte Auflage. München : Carl Hanser Verlag, 2014.

Baaser, Herbert. 2010. Simulationsmodelle für Elastomere. *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*. 2010, 2010-05.

Bonet, Javier und Wood, Richard D. 2008. *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. 2. Edition. Cambridge : Cambridge University Press, 2008.

CADFEM. CADFEM-WikiPLUS. [Online] [Zitat vom: 19. März 2015.] <http://www.esocaet.com/wikiplus/index.php/Kontakt>.

ChemgaPedia. ChemgaPedia. [Online] [Zitat vom: 15. 10 2014.] http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/16/schulmaterial/mac/eigenschaften/eigenschaften.vlu/Page/vsc/de/ch/16/schulmaterial/mac/eigenschaften/eig_innerer_aufbau3.vscml.html.

Deger, Yasar. 2004. *Die Methode der Finiten Elemente*. 3., erweiterte Auflage. Renningen : expert verlag, 2004.

Flege, Dirk und Geißler, Andreas. 2011. *Die zukünftige Rolle des Schienenverkehrs in einer nachhaltigen Mobilität*. Berlin : Allianz pro Schiene e.V., 2011.

Gaida, Gregor. 2001. Nichtlineare FEM – Berechnung zur Drehmomentoptimierung beim Betätigen von Absperrklappen. *Dissertation*. Essen : s.n., 2001.

Gfrerrer, Anton. *Kurven und Flächen – eine Einführung*.

Göbel, E.F. 1969. *Gummifedern*. 3. neubearbeitete und erweiterte Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag, 1969.

Gross, Siegfried. 1960. *Berechnung und Gestaltung von Metallfedern*. 3. Auflage. Berlin Göttingen Heidelberg : Springer Verlag, 1960.

Gross, Siegfried und Lehr, Franz. 1938. *Die Federn*. Berlin : VDI-Verlag GmbH, 1938.

Haigermoser, Andreas. 2002. *Vorlesungsskriptum Schienenfahrzeuge*. Graz : s.n., 2002.

Institut für Maschinenelemente. 2012. Kennwertermittlung für die FEM-Simulation. s.l. : UNI Stuttgart, 2012.

Janicki, Jürgen und Reinhard, Horst. 2008. *Schienefahrzeugtechnik*. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage. Mainz : Bahn Fachverlag Heidelberg, 2008.

Klein, Bernd. 2012. *FEM*. 9., verbesserte und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2012.

Läpple, Volker. 2006. *Einführung in die Festigkeitslehre*. Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2006.

Lutz, Steffen. 2000. *Kennlinie und Eigenfrequenzen von Schraubenfedern*. Ilmenau : ISLE Verlag, 2000.

Madritsch, Christian. 2009. Diplomarbeit. *Ein Konzept zur Lebensdauerberechnung von Elastomerbauteilen für Fahrwerke von Schienenfahrzeugen unter Mehrachsiger dynamischer Belastung*. Graz : s.n., 2009.

Meissner, Manfred und Schorcht, Hans-Jürgen. 2007. *Metallfedern*. 2., ergänzte Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer-Verlag, 2007.

Merkel, Markus und Öchsner, Andreas. 2010. *Eindimensionale Finite Elemente*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2010.

MSC.Software Corporation. 2010. *Experimental Elastomer Analysis*. U.S.A. : s.n., 2010.

Nasdala, Lutz. 2012. *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik*. 2. Auflage. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2012.

Niemann, Gustav, Winter, Hans und Höhn, Robert. 2005. *Maschinenelemente Band 1*. 4. bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 2005.

polymerservice-merseburg. polymerservice-merseburg. [Online] [Zitat vom: 21. 10 2014.] <http://wiki.polymerservice-merseburg.de/index.php/Shore-H%C3%A4rte>.

Röthemeyer, Fritz und Sommer, Franz. 2006. *Kautschuk Technologie*. 2. überarbeitete Auflage. München Wien : Carl Hanser Verlag, 2006.

Rust, Wilhelm. 2011. *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnung*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2011.

Steinke, Peter. 2012. *Finite-Elemente-Methode*. 4., neu bearbeitete und ergänzte Auflage. Berlin Heidelberg : Springer Verlag, 2012.

Stommel, Markus, Stojek, Marcus und Korte, Wolfgang. 2011. *FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen*. München : Carl Hanser Verlag, 2011.

Vajna, Sandro, et al. 2009. *CAX für Ingenieure*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2009.

Wahl, Arthur M. 1966. *Mechanische Federn*. Düsseldorf : Michael Tritsch Verlag, 1966.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Dreibein der Steifigkeits- und Spannungsanalyse	3
Abbildung 2: Ablauf für die statische FE-Berechnung	4
Abbildung 3: Aufbau eines Drehgestells	5
Abbildung 4: Primärfederstufe SF100 im eingebauten Zustand	6
Abbildung 5: Aufbau der Federstufe	7
Abbildung 6: Hierarchische Darstellung der Baugruppen.....	8
Abbildung 7: Einteilung technischer Federn.....	9
Abbildung 8: Steigungsverlauf einer Schraubendruckfeder	10
Abbildung 9: Federkennlinien	11
Abbildung 10: Kräfte und Momente bei axialer Belastung.....	13
Abbildung 11: Schubspannungsverteilung im Drahtquerschnitt	14
Abbildung 12: SDF unter Axial- und Querbelastrung	15
Abbildung 13: Schematische Darstellung des Aufbaus von Elastomeren	18
Abbildung 14: Federkennlinie von Stahl- und Gummiprobe	20
Abbildung 15: Mullins-Effekt	21
Abbildung 16: Schematische Darstellung der Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls von Elastomeren nach DIN 7724.....	21
Abbildung 17: Grenze des Mooney-Rivlin-Modells	27
Abbildung 18: Übersicht Werkstoffprüfungen.....	28
Abbildung 19: Gültigkeitsbereich von Materialmodellen.....	29
Abbildung 20: Shore-Härtemessung.....	30
Abbildung 21: Schubmodul G und rechnerischer E-Modul von Gummi	31
Abbildung 22: Ablauf einer FE-Berechnung.....	33
Abbildung 23: Modellierungs- u. Diskretisierungsfehler	34
Abbildung 24: Modelladäquatheit	36
Abbildung 25: linearisierte Kinematik.....	39
Abbildung 26: Auswahl von Quell- und Zielseite	41
Abbildung 27: Versuchsaufbau auf der UTS100	42
Abbildung 28: Versuchsaufbau am Hexamove-Versuchsstand.....	43
Abbildung 29: Außenfeder mit applizierten DMS	43

Abbildung 30: Versuchsaufbau der Schichtfeder-Versuche	44
Abbildung 31: Prinzips-Skizze Windungswinkel.....	45
Abbildung 32: Verschiebungen durch die Schwingenkinematik	46
Abbildung 33: Facettenkörper der 3D-Vermessung	50
Abbildung 34: Prinzipielle Vorgehensweise bei der Flächenrückführung	50
Abbildung 35: Vergleich von Part, Facettenkörper und FE-Modell.....	51
Abbildung 36: Verschraubung der Flächen.....	52
Abbildung 37: Steigungsverlauf einer SF100 Innenfeder.....	53
Abbildung 38: Aufbau des Modelles der Einzelfeder.....	54
Abbildung 39: Kontaktdefinitionen an der SDF	55
Abbildung 40: Reaktionskraft in x-Richtung	56
Abbildung 41: Reaktionskraft in x-Richtung 2 Zyklen.....	56
Abbildung 42: Axiale Federkennlinie der AF	58
Abbildung 43: Axiale Federsteifigkeit in Abhängigkeit der Vorspannkraft der AF	60
Abbildung 44: Kontaktkraft AF	60
Abbildung 45: Laterale Steifigkeiten der Außenfeder in den Hauptrichtungen	62
Abbildung 46: Allgemeiner Spannungszustand und Hauptspannungselement	63
Abbildung 47: Mohr'scher Verzerrungskreis	64
Abbildung 48: Schubspannungsverteilung über den Querschnitt bei der FE-Simulation	65
Abbildung 49: Schubspannungsverlauf entlang der Windungen	66
Abbildung 50: Schubspannungen an den DMS-Stellen vor dem Anlegen.....	67
Abbildung 51: Schubspannung an den DMS-Stellen bei leerem Wagenkasten	68
Abbildung 52: Durchschnittliche Abweichungen der Schubspannungen bei den Axialkraftniveaus	69
Abbildung 53: Veränderung der Hauptschubspannung bei lateraler Belastung (211 mm)	70
Abbildung 54: Veränderung der Hauptschubspannung bei einer Kippbewegung (211 mm)..	71
Abbildung 55: Axiale Federkennlinie Federsatz	73
Abbildung 56: Primärschichtfeder	75
Abbildung 57: Materialmodelle für Elastomere, uniaxial, 55 Shore-A.....	77
Abbildung 58: Shore-A Härte-Abhängigkeit des Mooney Rivlin Modelles	78
Abbildung 59: Messung T002 (Schichtfeder 636)	79
Abbildung 60: Messung T003 (Schichtfeder 636)	79

Abbildung 61: Vertikalkennlinie der Schichtfedern	80
Abbildung 62: Lateralkennlinien (Schichtfeder 636) – in den Nullpunkt verschoben	81
Abbildung 63: Modell der Primärschichtfeder	82
Abbildung 64: Vertikalkennlinie der Schichtfeder in Abhängigkeit der Elementgröße.....	83
Abbildung 65: Modellvergleich an der Primärschichtfeder (Vertikalkennlinie)	84
Abbildung 66: Kontakt Status der Primärschichtfeder bei Druckbelastung.....	86
Abbildung 67: Vertikalkennlinie Simulation mit 55 und 65 Shore-A.....	86
Abbildung 68: Analytische und gemessene Vertikalkennlinien.....	87
Abbildung 69: Axiale Federkennlinie Federstufe.....	89
Abbildung 70: Modelle zur Berechnung des Schichtfedereinflusses	90
Abbildung 71: Hauptschubspannungen der AF im Zustand 3	91
Abbildung 72: Federstufe mit Ersatzmodell der Gummischichtfeder	92
Abbildung 73: Einfluss des Schichtfedern-Ersatzmodells auf die SDF	93
Abbildung 74: Messaufbau Eigenfrequenzmessung	94
Abbildung 75: Spektrum der Eigenfrequenzmessung an der AF.....	95

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Anwendungsbereich der DIN EN 13906-1.....	16
Tabelle 2: Axiale Sehnensteifigkeiten der AF	59
Tabelle 3: Laterale Steifigkeiten der AF.....	61
Tabelle 4: Maximal auftretende Schubspannungen bei lateraler Verschiebung	69
Tabelle 5: Maximal auftretende Schubspannungen beim Kippen	72
Tabelle 6: Axiale Sehnensteifigkeiten des Federsatzes	74
Tabelle 7: Auszug: Werkstoffparameter - Siemens-Datenbank.....	76
Tabelle 8: Werkstoffparameter - Berechnung mit Näherungsformel.....	76
Tabelle 9: Vertikale-Steifigkeiten der Schichtfedern.....	80
Tabelle 10: Kipp- und laterale-Steifigkeit der Schichtfedern.....	81
Tabelle 11: Berechnete Steifigkeiten der Primärschichtfeder	85
Tabelle 12: Analytisch berechnete Federsteifigkeiten	88
Tabelle 13: Axiale Federsteifigkeiten der Federstufe	90
Tabelle 14: Schichtfedereinfluss auf die maximalen Hauptschubspannungen	91
Tabelle 15: Ersatzsteifigkeiten der Schichtfeder	92
Tabelle 16: Eigenfrequenzen und Eigenformen der Außenfeder	95

Abkürzungsverzeichnis

AF	Außenfeder
CAD	Computer-aided design
CAE	Computer-aided engineering
DIN	Deutsches Institut für Normung
DMS	Dehnungsmessstreifen
EN	Europäische Norm
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast Fourier transform
IF	Innenfeder
ILB	Institut für Leichtbau
NASTRAN	Nasa Structural Analysis System
RBE2	Rigid Body Element Type 2
SDF	Schraubendruckfeder
TOD	Third-order-deformation-Modell

Anhang

Anhang 1: Versuchsübersicht.....	108
Anhang 2: Auszug aus der technischen Spezifikation der SDF.....	112
Anhang 3: Anordnung der Dehnmessstreifen.....	113

Anhang 1: Versuchsübersicht

Versuche auf Universalprüfmaschine:

Versuch	Prüfling	F_max [kN]	Bemerkung
A01	Außenfeder	ca. 55	Krafteinleitung gegenüber Federende mit
A02			Stempelung
A03			Krafteinleitung auf Seite Federende mit
A04			Stempelung
I01	Innenfeder	ca.33	Krafteinleitung gegenüber Federende mit
I02			Stempelung
S01*	Federsatz	ca. 80	Band Innenfeder bei R01 (0°)
S02*			Band Innenfeder bei R03 (90°)
S03*			Band Innenfeder bei R05 (180°)
S04*			Band Innenfeder bei R07 (270°)
S05*			Band Innenfeder bei R01 (0°)

Versuche am Hexamove - Schraubendruckfedern:

Versuch	Objekt	Rz [°]	Tx [mm]	Ty [mm]	Tz [mm]	v [mm/s]	Zyklen	Beschreibung
V000	AF	0	0	0				Vorversuch
V019	AF	0	0	0	168-	5	4	Vertikal
V020	AF	0	0	0	168-	5	4	Vertikal
V021	AF	0	±7	0	211	5	4	Lateral
V022	AF	0	±7	0	240	5	4	Lateral
V023	AF	0	±7	0	174	5	4	Lateral
V024	AF	45	±7	0	211	5	4	Lateral
V025	AF	45	±7	0	240	5	4	Lateral
V026	AF	45	±7	0	174	5	4	Lateral
V027	AF	-45	±7	0	211	5	4	Lateral
V028	AF	-45	±7	0	240	5	4	Lateral
V029	AF	-45	±7	0	174	5	4	Lateral
V030	AF	0	0	±7	211	5	4	Lateral
V031	AF	0	0	±7	240	5	4	Lateral
V032	AF	0	0	±7	174	5	4	Lateral
V033	AF	0				5	4	Kreisbahn
V034	AF	0				5	4	Taumel
V035	Satz	0	0	0				Vorversuch
V036	Satz	0	0	0	168-	5	4	Vertikal

V037	Satz	0	0	0	168-	5	4	Vertikal
V038	Satz	0	± 7	0	211	5	4	Lateral
V039	Satz	0	± 7	0	240	5	4	Lateral
V040	Satz	0	± 7	0	174	5	4	Lateral
V041	Satz	45	± 7	0	211	5	4	Lateral
V042	Satz	45	± 7	0	240	5	4	Lateral
V043	Satz	45	± 7	0	174	5	4	Lateral
V044	Satz	-45	± 7	0	211	5	4	Lateral
V045	Satz	-45	± 7	0	240	5	4	Lateral
V046	Satz	-45	± 7	0	174	5	4	Lateral
V047	Satz	0	0	± 7	211	5	4	Lateral
V048	Satz	0	0	± 7	240	5	4	Lateral
V049	Satz	0	0	± 7	174	5	4	Lateral
V050	Satz	0				5	4	Kreisbahn
V051	Satz	0				5	4	Taumel
V052	IF	0	0	0				Vorversuch
V053	IF	0	0	0	168-	5	4	Vertikal
V054	IF	0	0	0	168-	5	4	Vertikal
V055	IF	0	± 7	0	211	5	4	Lateral
V056	IF	0	± 7	0	240	5	4	Lateral
V057	IF	0	± 7	0	174	5	4	Lateral
V058	IF	45	± 7	0	211	5	4	Lateral
V059	IF	45	± 7	0	240	5	4	Lateral
V060	IF	45	± 7	0	174	5	4	Lateral
V061	IF	-45	± 7	0	211	5	4	Lateral
V062	IF	-45	± 7	0	240	5	4	Lateral
V063	IF	-45	± 7	0	174	5	4	Lateral
V064	IF	0	0	± 7	211	5	4	Lateral
V065	IF	0	0	± 7	240	5	4	Lateral
V066	IF	0	0	± 7	174	5	4	Lateral
V067	IF	0				5	4	Kreisbahn
V068	IF	0				5	4	Taumel
V069	Satz	0	0	0				Nullabgleich
V070	Satz	0	0	0	211	1	4	Wanken
V071	Satz	0	0	0	240	1	4	Wanken
V072	Satz	0	0	0	174	1	4	Wanken
V073	Satz	0	0	0	211	1	4	Nicken
V074	Satz	0	0	0	240	1	4	Nicken
V075	Satz	0	0	0	174	1	4	Nicken

V076	Satz	0	0	0	211	1	4	Schwingenbewegung
V077	Satz	0	0	±10	211	1	4	Schwingenbewegung
V078	AF	0	0	0				Nullabgleich
V079	AF	0	0	0	211	1	4	Wanken
V080	AF	0	0	0	240	1	4	Wanken
V081	AF	0	0	0	174	1	4	Wanken
V082	AF	0	0	0	211	1	4	Nicken
V083	AF	0	0	0	240	1	4	Nicken
V084	AF	0	0	0	174	1	4	Nicken
V085	AF	0	0	0	211	1	4	Schwingenbewegung
V086	AF	0	0	±10	211	1	4	Schwingenbewegung
V087	AF	0	0	0	168-	5	4	WH V020
V088	AF	0	±7	0	211	5	4	WH V021
V089	AF							WH V033
V090	AF							WH V033
V091	AF							WH V033

Versuche am Hexamove - Schichtfeder:

Versuch	Objekt	Ry [°]	Tx [mm]	Ty [mm]	Fz [kN]	v [mm/s] [N/s] [°/s]	Zyklen	Beschreibung
T000	SF_636	0	0	0	0	0.2		Vorversuch
T001	SF_636	0	0	0	0-97	5000	5	Vertikal
T002	SF_636	0	0	0	0-97	0.5	5	Vertikal
T003	SF_636	0	±5	0	28	0.5	5	Lateral -x
T004	SF_636	0	±5	0	54.5	0.5	5	Lateral -x
T005	SF_636	0	±5	0	90.5	0.5	5	Lateral -x
T006	SF_636	0	0	±5	28	0.5	5	Lateral -y
T007	SF_636	0	0	±5	54.5	0.5	5	Lateral -y
T008	SF_636	0	0	±5	90.5	0.5	5	Lateral -y
T009	SF_636	±5	0	0	28	0.5	5	Nicken
T010	SF_636	±5	0	0	54.5	0.5	5	Nicken
T011	SF_636	±5	0	0	90.5	0.5	5	Nicken
T012	SF_636	±5	2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T013	SF_636	±5	2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T014	SF_636	±5	2	0	90.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T015	SF_636	±5	-2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T016	SF_636	±5	-2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T017	SF_636	±5	-2	0	90.5		5	Lateral+Nicken

T018	SF_639	0	0	0	0	0.2		Vorversuch
T019	SF_639	0	0	0	0-97	5000	5	Vertikal
T020	SF_639	0	0	0	0-97	0.5	5	Vertikal
T021	SF_639	0	± 5	0	28	0.5	5	Lateral -x
T022	SF_639	0	± 5	0	54.5	0.5	5	Lateral -x
T023	SF_639	0	± 5	0	90.5	0.5	5	Lateral -x
T024	SF_639	0	0	± 5	28	0.5	5	Lateral -y
T025	SF_639	0	0	± 5	54.5	0.5	5	Lateral -y
T026	SF_639	0	0	± 5	90.5	0.5	5	Lateral - y
T027	SF_639	± 5	0	0	28	0.5	5	Nicken
T028	SF_639	± 5	0	0	54.5	0.5	5	Nicken
T029	SF_639	± 5	0	0	90.5	0.5	5	Nicken
T030	SF_639	± 5	2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T031	SF_639	± 5	2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T032	SF_639	± 5	2	0	90.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T033	SF_639	± 5	-2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T034	SF_639	± 5	-2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T035	SF_639	± 5	-2	0	90.5		5	Lateral+Nicken
T036	SF_649	0	0	0	0	0.2		Vorversuch
T037	SF_649	0	0	0	0-97	5000	5	Vertikal
T038	SF_649	0	0	0	0-97	0.5	5	Vertikal
T039	SF_649	0	± 5	0	28	0.5	5	Lateral -x
T040	SF_649	0	± 5	0	54.5	0.5	5	Lateral -x
T041	SF_649	0	± 5	0	90.5	0.5	5	Lateral -x
T042	SF_649	0	0	± 5	28	0.5	5	Lateral -y
T043	SF_649	0	0	± 5	54.5	0.5	5	Lateral -y
T044	SF_649	0	0	± 5	90.5	0.5	5	Lateral - y
T045	SF_649	± 5	0	0	28	0.5	5	Nicken
T046	SF_649	± 5	0	0	54.5	0.5	5	Nicken
T047	SF_649	± 5	0	0	90.5	0.5	5	Nicken
T048	SF_649	± 5	2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T049	SF_649	± 5	2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T050	SF_649	± 5	2	0	90.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T051	SF_649	± 5	-2	0	28	0.5	5	Lateral+Nicken
T052	SF_649	± 5	-2	0	54.5	0.5	5	Lateral+Nicken
T053	SF_649	± 5	-2	0	90.5		5	Lateral+Nicken

Anhang 2: Auszug aus der technischen Spezifikation der SDF

SIEMENS		Siemens Transportation Systems	
Technische Spezifikation		0 - Anlage 1	
SF100 NDW	Teil 1 (äußere Feder)	Teil 2 (innere Feder)	Federsatz
Windungsrichtung	rechtsgewickelt	linksgewickelt	
Gesamtanzahl der Windungen	$n_{t1} = 4.30$	$n_{t2} = 5.60$	
Anzahl der wirksamen Windungen	$n_1 = 2.60$	$n_2 = 3.90$	
Stabdurchmesser	$d_1 = 39.00$ [mm]	$d_2 = 29.00$ [mm]	
Mittlerer Windungsdurchmesser	$D_1 = 251.0$ [mm]	$D_2 = 168.0$ [mm]	
Aussendurchmesser	$D_{e1} = 290.0$ [mm]	$D_{e2} = 197.0 + 0 - 3.1$ [mm]	
Innendurchmesser	$D_{i1} = 212.0 + 3.0 - 0$ [mm]	$D_{i2} = 139.0$ [mm]	
Prüflast	$F_{Pr1} = 35.100.0$ [N]	$F_{Pr2} = 20.800.00$ [N]	
Prüfhöhe	$L_{Pr1} = 211.0$ [mm]	$L_{Pr2} = 211.00$ [mm]	
Masse	$m_1 = 29.0$ [kg]	$m_2 = 14.0$ [kg]	$m_{s,atz} = 43.0$ [kg]
Spannungsbeiwert (nach DIN EN 13906-1)	$k_1 = 1.2198$	$k_2 = 1.2479$	
Schubmodul für Stahl	$G_1 = 78500$ [N/mm ²]	$G_2 = 78500$ [N/mm ²]	
Federrate	$R_1 = 552.1 \pm 44$ [N/mm]	$R_2 = 375.3 \pm 26$ [N/mm]	$R_{s,atz} = 927.4 \pm 70$ [N/mm]
Schubspannung	$\tau_{t1}(F) = 0.0131 \times F$ [N/mm ²]	$\tau_{t2}(F) = 0.0219 \times F$ [N/mm ²]	
	$\tau_{t1}(s) = 7.257 \times s$ [N/mm ²]	$\tau_{t2}(s) = 8.215 \times s$ [N/mm ²]	
Länge der unbelasteten Feder	$L_{01} = 274.6$ [mm]	$L_{02} = 266.4$ [mm]	
Block - Federlänge	$L_{c1} = 156.0$ [mm]	$L_{c2} = 153.7$ [mm]	
Sicherheitsabstand zur Blocklänge	$S_{a1} > 13.9$ [mm]	$S_{a2} > 16.2$ [mm]	
Block - Federweg	$S_{e1} = L_{01} - L_{c1}$ [mm]	$S_{e2} = L_{02} - L_{c2}$ [mm]	
Max. Betriebsfederweg	$S_{max1} = 106.9$ [mm]	$S_{max2} = 98.7$ [mm]	$S_{max,atz} = 106.9$ [mm]
Max. Betriebsspannung inkl. Querweg	$\tau_{kmax1} = 795.5$ [N/mm ²]	$\tau_{kmax2} = 836.7$ [N/mm ²]	
Blockspannung	$\tau_{c1} = 705.4$ [N/mm ²]	$\tau_{c2} = 742.1$ [N/mm ²]	
Querfederrate bei Prüfhöhe	$R_{Q1} = 833.3$ [N/mm]	$R_{Q2} = 357.7$ [N/mm]	$R_{Q,atz} = 1.191.0$ [N/mm]
Querweg	$S_{qmax1} = 2.2$ [mm]	$S_{qmax2} = 2.2$ [mm]	
Anschlaglast (am Festanschlag)	$F_{A1} = 57.784.5$ [N]	$F_{A2} = 36.219.3$ [N]	$F_{A,atz} = 94.003.8$ [N]
Federlänge am Anschlag	$L_{A1} = 169.9$ [mm]	$L_{A2} = 169.9$ [mm]	$L_{A,atz} = 169.9$ [mm]
<p>Prüfhöhe eines Federsatzes LPr = 211.0 +2 -2 mm bei einer Prüflast von FPr = 55.900 N</p> <p>Der zulässige Kraftverlust nach 48 Stunden Belastung mit 35.100.0 N für Teil 1 bzw. 20.800 N für Teil 2 beträgt 2% (entspricht einer Setzung von 1.3 mm für Teil 1 bzw. 1.1 mm für Teil 2)</p>			

Stüts: freigegeben GROSS_JUE 24.09.2009
 DCC: M0B041 OKZ Prod: TS_RED19

Anhang 3: Anordnung der Dehnmessstreifen

