

# DIPLOMARBEIT

## MECHANISCHE AUSLEGUNG VON KURBELTRIEB UND ANTRIEBSSTRANG EINES 150 CM<sup>3</sup> VIERTAKTMOTORS

Herbert Haas

Matrikelnummer: 0630913

Studienkennzahl: F 704

Eingereicht am Institut für Verbrennungskraftmaschinen  
und Thermodynamik der Technischen Universität Graz

Vorstand:

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Helmut Eichlseder

Betreuer:

Dipl.-Ing. Jürgen Tromayer

Dipl.-Ing. Dr. techn. Roland Kirchberger

März 2014

Geheimhaltung bis März 2016

## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am .....

.....

(Unterschrift)

## **Statutory Declaration**

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/ resources, and that I have explicitly marked all material which has been quoted either literally or by content from the used sources.

.....

(date)

.....

(signature)

## **Vorwort**

Diese Diplomarbeit entstand im Rahmen eines Industrieprojekts am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik im Fachbereich für Konstruktion und Auslegung.

Ich bedanke mich beim Institutsvorstand für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik, Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Helmut Eichseder und dem Leiter des Fachbereichs Konstruktion und Auslegung, Herrn Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Roland Kirchberger für die Ermöglichung der Durchführung dieser Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dipl.-Ing. Jürgen Tromayer für die hervorragende und freundschaftliche Unterstützung während meiner gesamten Zeit am Institut und bei der Durchführung dieser Arbeit.

Auch allen anderen Institutsmitgliedern im Bereich Konstruktion und Auslegung möchte ich für das angenehme Arbeitsklima und die Unterstützung danken.

Der größte Dank gilt meiner Familie, insbesondere meinen Eltern und meiner Schwester die mir immer eine riesengroße Stütze waren. Ihnen möchte ich diese Arbeit widmen.

Herbert Haas

## **Kurzfassung**

Das Ziel dieser Diplomarbeit war die Auslegung von Kurbeltrieb und Antriebsstrang eines 150 cm<sup>3</sup>-Viertakt-Motorradmotors, der im Rahmen eines Industrieprojekts am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik entwickelt wurde. Dabei mussten die Zielvorgaben des Industriepartners sowie die zu Beginn der Arbeit bereits bestehenden Mess-, Simulations- und Konstruktionsdaten berücksichtigt werden.

Die Aufgabenstellung umfasst die Berechnung der Fahrzeug-Fahrleistungen, die Auslegung der Kurbeltriebsbauteile sowie deren Analyse mit dem FEM-Simulationsmodul von Catia V5R16 und die mechanische Auslegung des Antriebsstrangs bestehend aus Flihkraftkupplung auf der Kurbelwelle, Mehrscheiben-Lamellenkupplung und 6-Gang Getriebe.

Im Rahmen der Kurbeltrieb-Auslegung musste für einen vollständigen Ausgleich der Massenkraft 1.Ordnung die Forderung des Auftraggebers nach einem Baukastenprinzip, welches zusätzlich zur 150 cm<sup>3</sup>-Variante eine 125 cm<sup>3</sup>- und eine 176 cm<sup>3</sup>-Variante vorsieht, berücksichtigt werden.

## **Abstract**

The task of this diploma thesis was the dimensioning of crankshaft drive and powertrain system for a 150 cm<sup>3</sup> four-stroke motorcycle engine which was developed within an industry project at the institute of internal combustion engines and thermodynamics.

Based on requirements set by the industry partner and already existing engine data in terms of test bench measurements, computer aided simulations and part design the calculation of vehicle performance, dimensioning of the crank drive by use of the FEM simulation module of Catia V5R16 and mechanical powertrain dimensioning had to be realised. For the powertrain in particular the executed calculation included the used centrifugal clutch on the crankshaft, the multi disk clutch and a six speed gearbox.

Another demand was the realisation of an engine capacity with 125 cm<sup>3</sup> and 176 cm<sup>3</sup> by the use of a modular system that is still capable to realize a full balanced first-order inertia force.

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b>	<b>1</b>
1.1	PROJEKTÜBERSICHT	1
1.2	AUFGABENSTELLUNG	2
<b>2</b>	<b>ERMITTLUNG DER FAHRZEUG-FAHRLEISTUNGEN</b>	<b>3</b>
2.1	GRUNDLAGEN [9],[15]	3
2.1.1	<i>Kräfte am Fahrzeug</i>	3
2.1.2	<i>Fahrzeugbeschleunigung</i>	7
2.1.3	<i>Fahrzeuggeschwindigkeit</i>	8
2.2	BERECHNUNG DER FAHRLEISTUNGEN FÜR PROTOTYPENFAHRZEUG	9
2.2.1	<i>Eingabedaten zur Berechnung von Fahrleistungen</i>	9
2.2.2	<i>Erstellung des Fahrzustandsschaubildes</i>	10
2.2.3	<i>Kraftschlussbedingtes Beschleunigungsvermögen [9]</i>	16
2.2.4	<i>Darstellung des Beschleunigungsverhaltens</i>	20
2.3	ERGEBNIS DER FAHRLEISTUNGS-BERECHNUNGEN	27
<b>3</b>	<b>AUSLEGUNG DES KURBELTRIEBS</b>	<b>28</b>
3.1	GRUNDLAGEN DER KINEMATIK UND KRÄFTE DES KURBELTRIEBS	29
3.1.1	<i>Kinematik des ungeschränkten Kurbeltriebs [3]</i>	29
3.1.2	<i>Kinematik des geschränkten Kurbeltriebs [10],[17]</i>	31
3.1.3	<i>Kräfte am Kurbeltrieb [3]</i>	33
3.2	KINEMATIK DES PROTOTYPEN-KURBELTRIEBS [10]	41
3.3	BESTIMMUNG DER KRÄFTE IM KURBELTRIEB	45
3.3.1	<i>Gaskraft</i>	45
3.3.2	<i>Massenkräfte und deren Ausgleich</i>	46
3.3.3	<i>Kraftermittlung für relevante Lastpunkte anhand der Daten aus der Zylinderdruckindizierung</i>	58
3.4	DIMENSIONIERUNG DER KURBELWELLENBAUTEILE MITTELS FINITE ELEMENTE METHODE [7],[16]	61
3.4.1	<i>Methodik bei der Modellerstellung [7]</i>	61
3.4.2	<i>Berechnung der Spannungen bei statischer Beanspruchung</i>	62
3.4.3	<i>Knickanalyse des Pleuels</i>	76
3.4.4	<i>Modalanalyse der Kurbelwelle</i>	80
3.4.5	<i>Harmonische Analyse der Erregerkräfte</i>	87
3.4.6	<i>Harmonischer Antwortprozess</i>	91
3.5	DIMENSIONIERUNG DER AUSGLEICHSWELLE	95
<b>4</b>	<b>AUSLEGUNG DES ANTRIEBSSTRANGS</b>	<b>97</b>
4.1	BESTIMMUNG DER KRÄFTE UND BELASTUNGEN IM ANTRIEBSSTRANG	98
4.1.1	<i>Stoßfaktor für Drehmomentbildung</i>	99
4.1.2	<i>Erstellung eines Lastkollektivs</i>	101
4.2	DIMENSIONIERUNG DER STIRNRADVERZÄHNUNGEN [8]	105
4.2.1	<i>Grundlagen der modifizierten Schadensakkumulationshypothese nach Miner [11],[14]</i>	105
4.2.2	<i>Dimensionierung der Ausgleichswellen-Stirnräder</i>	107
4.2.3	<i>Dimensionierung der Primärtrieb-Stirnräder</i>	107
4.2.4	<i>Dimensionierung der Getriebe-Stirnräder</i>	108
4.3	LAGER-DIMENSIONIERUNG [13]	110
4.3.1	<i>Dimensionierung der Kurbelwellen-Hauptlager</i>	111
4.3.2	<i>Dimensionierung der Ausgleichswellenlager</i>	112
4.3.3	<i>Dimensionierung der Getriebelager</i>	113
4.4	AUSLEGUNG DER FLIEHKRAFTKUPPLUNG	114
4.4.1	<i>Berechnung der Fliehkraftkupplungen</i>	114
4.5	AUSLEGUNG DER MEHRSCHLEIBEN-LAMELLENKUPPLUNG [4]	118
4.5.1	<i>Berechnung der Flächenpressung</i>	118
4.5.2	<i>Berechnung des übertragbaren Drehmoments</i>	119
4.6	ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE	121

<b>5 ANHANG .....</b>	<b>122</b>
<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>130</b>
<b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>	<b>134</b>
<b>LITERATUR.....</b>	<b>136</b>

# 1 Einleitung

Im Rahmen eines Industrieprojektes, welches von einer malaysischen Firma am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik in Auftrag gegeben wurde, soll die Konstruktion und Auslegung eines wassergekühlten 150cm<sup>3</sup>-Viertakt-Motorradmotors mit Benzineinspritzung und einem 6-Gang-Schaltgetriebe durchgeführt werden.

Der Motor muss die Anforderungen des lokalen- und internationalen-Marktes hinsichtlich Abgasgesetzgebung und geringem Kraftstoffverbrauch erfüllen und die Basis für die in dieser Fahrzeugkategorie sportlichen Fahrleistungen bilden.

Im Rahmen der Konstruktion soll ein Baukastenprinzip verwirklicht werden, welches es ermöglichen soll mit geringen technischen Änderungen weitere Hubraumvariationen mit 125cm<sup>3</sup> und 176cm<sup>3</sup> zu realisieren. Dies ist die Grundlage für eine Vielzahl von zukünftigen Fahrzeugvarianten, die sich hauptsächlich durch die Anordnung des Motors im Fahrgestell und das Fahrzeugstyling unterscheiden.

Bei der Auslegung und Konstruktion des Antriebsstrangs ist ein manueller- und semi-automatischer-Schaltmechanismus für die Betätigung des 6-Gang-Schaltgetriebes zu realisieren. Zusätzlich zum herkömmlichen Anfahren mittels Handbetätigter Kupplung, soll das automatische Anfahren mit Hilfe einer Fliehkraftkupplung ermöglicht werden.

Betrachtet man den malaysischen Markt, so dominieren vor allem Fahrzeuge mit modernem, sportlichem Design und „einfachen“ technischen Lösungen, welche im realen Fahrbetrieb mit hoher Zuverlässigkeit, geringem Wartungs- und Reparaturaufwand und somit geringen Kosten verbunden sind. Im Gegensatz zum europäischen Markt, wo Kleinmotorräder hauptsächlich für Kurzstrecken auf Bundesstraßen bzw. Freilandstraßen genutzt werden, sind diese in Malaysia überwiegend auf der Autobahn im Einsatz, wodurch innerhalb kurzer Zeit wesentlich höhere Fahrstrecken zurückgelegt und höhere Belastungen durch hohen Volllastanteil erreicht werden.

## 1.1 Projektübersicht

Zu Beginn des Projektes wurde eine Benchmarkanalyse durchgeführt, in der Vergleichsfahrzeuge definiert wurden, welche als Referenz für die Auslegung von Motor und Antriebsstrang dienten.

Dabei handelte es sich um die Yamaha-Modelle YZF-125 und FZ-150, da bei Ihnen zum einen ein Baukastensystem, wie vom Auftraggeber angestrebt, verwendet wurde. Zum anderen handelt es sich beim Modell FZ-150 um ein weitverbreitetes Fahrzeugmodell im malaysischen Raum, das sich auf diesen Märkten bereits bewährte und in großer Stückzahl verkauft wurde.

Da im Rahmen eines früheren Projektes das Modell YZF-125 bereits am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik untersucht wurde, konnte auf dieses Fahrzeug zurückgegriffen und Basisvermessungen am Motorprüfstand durchgeführt werden.

Nach Festlegung der verwendeten Benchmarkfahrzeuge und Abschluss der Basisvermessung am Motorprüfstand folgten die Abstimmungsarbeiten der 1D- und 3D-CFD-Simulationen für die Vorauslegung des zu entwickelnden Motors und Antriebsstrangs. Parallel dazu wurde in einem frühen Stadium des Projektes mit der Konstruktion und Auslegung der Motor- und Antriebskomponenten begonnen.

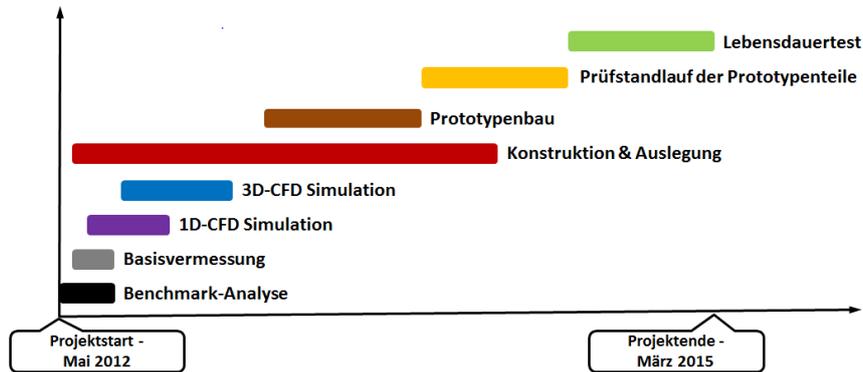


Abbildung 1-1: Übersicht und Ablauf der Projektphasen

Zu Beginn dieser Diplomarbeit befand sich das Projekt in der Prototypenbau-Phase womit auf eine bereits bestehende Konstruktion und abgeschlossene 1D-CFD-Motorprozessrechnung aufgebaut werden konnten. Dies bildete die Grundlage für die in dieser Arbeit durchgeführte Dimensionierung von Kurbeltrieb und Antriebsstrang.

## 1.2 Aufgabenstellung

Das Ziel dieser Arbeit war die mechanische Auslegung von Kurbeltrieb und Antriebsstrang unter Berücksichtigung der bereits bestehenden Mess-, Simulations- und Konstruktionsdaten. Folgende Punkte mussten enthalten sein:

- Ermittlung der Fahrleistungen des Fahrzeuges
- Bestimmung der Kräfte und Belastungen im Antriebsstrang sowie die Erstellung eines Lastkollektivs

Unter Berücksichtigung des Baukastenprinzips erfolgte:

- Die Bestimmung der Kräfte im Kurbeltrieb
- Der Ausgleich der Massenkräfte 1.Ordnung

Für die 150 cm<sup>3</sup>-Variante:

- Tangentialkraftermittlung für relevante Lastpunkte aus der Zylinderdruckindizierung
- Harmonische Analyse der Tangentialkraftverläufe sowie die Beurteilung kritischer Lastfälle
- Dimensionierung der Kurbelwellenbauteile und Hauptlager
- Dimensionierung der Ausgleichswelle und deren Lagerung
- Auslegung von Primär-Fliehkraftkupplung und Mehrscheiben-Lamellenkupplung
- Auslegung von Primärtrieb und den einzelnen Getriebestufen

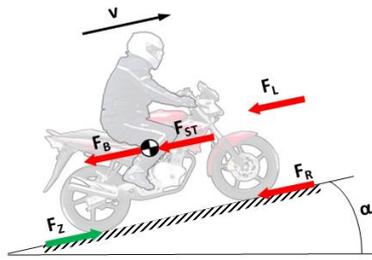
## 2 Ermittlung der Fahrzeug-Fahrleistungen

### 2.1 Grundlagen [9],[15]

In diesem Kapitel werden die verwendeten Grundlagen für die Berechnung der Fahrleistungen eines Kraftrades angeführt. Dabei wird gezeigt, welche Kräfte am Kraftrad während der Fahrt wirken und wie aus diesen die momentane Fahrzeugbeschleunigung ermittelt wird, aus der sich die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit ableitet.

#### 2.1.1 Kräfte am Fahrzeug

Für die beschleunigte Geradeausfahrt auf einer Steigung mit dem Winkel  $\alpha$  ergibt sich die in Abbildung 2-1 dargestellte Kräftesituation. Dabei wirkt die Zugkraft  $F_Z$  die das Fahrzeug in Fahrtrichtung antreibt und die Fahrwiderstandskräfte die der Vorwärtsbewegung entgegenwirken. Im Folgenden werden die wirkenden Kräfte und deren mathematische Formulierung beschrieben.



$F_Z$	... Zugkraft [N]
$F_{ST}$	... Steigungswiderstand [N]
$F_L$	... Luftwiderstand [N]
$F_R$	... Rollwiderstand [N]
$F_B$	... Gesamter Beschleunigungswiderstand [N]
$v$	... Fahrzeuggeschwindigkeit [m/s]
$\alpha$	... Steigungswinkel [°]

Abbildung 2-1: Kräfte am Fahrzeug [9]

##### 2.1.1.1 Zugkraft

Die Zugkraft  $F_Z$  wirkt in der Reifenauflandsfläche des Antriebsrades ohne Berücksichtigung des Radwiderstandes. Zur Ermittlung der Zugkraft ist die Kenntnis von Motordrehmoment, Gesamtübersetzung, dynamischen Radhalbmesser und Antriebswirkungsgrad  $\eta_{An}$  notwendig.

$$F_Z = \frac{M_{Motor} \cdot i_{Ges} \cdot \eta_{An}}{r_{Dyn}} \quad (2.1)$$

$M_{Motor}$	... Motordrehmoment [Nm]
$i_{Ges}$	... Gesamtübersetzung [-]
$\eta_{An}$	... Antriebswirkungsgrad [-]
$r_{Dyn}$	... Dynamischer Radhalbmesser [m]

Der Antriebswirkungsgrad  $\eta_{An}$  berücksichtigt die Verluste durch Reibung, die bei der Leistungsübertragung zum Hinterrad durch Primärübersetzung, Getriebe und den Kettenantrieb verursacht werden.  $\eta_{An}$  liegt ungefähr zwischen 90% und 96%. [15]

### 2.1.1.2 Fahrwiderstandskräfte

Bei den Fahrwiderständen unterscheidet man zwischen stationären und instationären Fahrwiderstandskräften. Ist die Fahrzeuggeschwindigkeit konstant, so wirken nur die stationären Fahrwiderstände. Wird das Fahrzeug beschleunigt, so treten zusätzlich die instationären Fahrwiderstände auf. Abbildung 2-2 zeigt die Einteilung bzw. Zuordnung der Fahrwiderstände am Kraftrad.

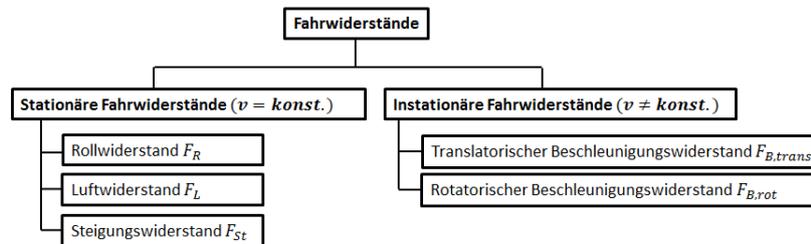


Abbildung 2-2: Fahrwiderstände von Krafträdern [9]

#### Stationäre Fahrwiderstände

- Rollwiderstand  $F_R$

$$F_R = f_R \cdot m_{Ges} \cdot g \quad (2.2)$$

$f_R$  ... Rollwiderstandsbeiwert [-]  
 $m_{Ges}$  ... Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer) [kg]  
 $g$  ... Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]

Üblicherweise gilt für den Rollwiderstandsbeiwert auf fester Fahrbahn  $f_R \approx 0,015 - 0,02$ . Bei weicher Fahrbahn, z.B. im Gelände auf losen Schotter, kann der Rollwiderstandsbeiwert durch die zusätzliche Verformung des Untergrunds  $f_R \approx 0,2 - 0,3$  betragen. Für Nässe werden je nach Wasserhöhe und Geschwindigkeit Werte von  $f_R \approx 0,01 - 0,04$  angenommen.

- Luftwiderstand  $F_L$

$$F_L = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad (2.3)$$

$F_L$  ... Luftwiderstandskraft [N]  
 $v$  ... Effektive Anströmgeschwindigkeit [m/s]  
 $c_W$  ... Dimensionsloser Luftwiderstandsbeiwert [-]  
 $A$  ... Angeströmte Fläche [m<sup>2</sup>]  
 $\rho$  ... Gasdichte [kg/m<sup>3</sup>] (=1,167 kg/m<sup>3</sup> bei 20°C, 987 mbar, 60% relative Feuchte)  
 $\frac{\rho}{2} \cdot v^2$  ... Staudruck [Pa]

Wirbelbildungen und Strömungsablösung führen zu sehr ungünstigen Strömungsverhältnissen beim Kraftrad. Der Luftwiderstandsbeiwert liegt bei Krafträdern in der Größenordnung von  $c_W \approx 0,5 - 0,8$ .

- Steigungswiderstand  $F_{St}$

$$F_{St} = m_{Ges} \cdot g \cdot \sin \alpha_{St} \quad (2.4)$$

$m_{Ges}$  ... Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer) [kg]  
 $g$  ... Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 $\alpha_{St}$  ... Steigungswinkel [°]

### Stationärer Fahrwiderstand am Rollenprüfstand [12]

Der Fahrwiderstand am Rollenprüfstand wird nach Gleichung 2.5 berechnet:

$$F_W = 2 \cdot a + b \cdot v^2 \quad (2.5)$$

Darin werden Rollwiderstand und Luftwiderstand zusammengefasst. Der konstante Anteil beschreibt den Einfluss des Rollwiderstandes und der quadratische Anteil den Luftwiderstand.

Die Ermittlung der Koeffizienten  $a$  und  $b$  erfolgt nach Tabelle 2-1, die ein Auszug aus der EN-Richtlinie zur Bestimmung des Fahrwiderstandes am Rollenprüfstand für Krafträder der Klasse M2 ist. Die Gesamtmasse (Fahrzeugmasse inklusive Fahrermasse) wird hier als Bezugsmasse  $m_{ref}$  bezeichnet und ist die entscheidende Größe für die Zuordnung der Koeffizienten.

Äquivalente Schwungmasse

Bezugsmasse $m_{ref}$ (kg)	Äquivalente Schwung- masse $m_i$ (kg)	Rollwiderstand des Vor- derrads „a“ (N)	Luftwiderstandsbeiwert „b“ (N/(km/h) <sup>2</sup> )
$95 < m_{ref} \leq 105$	100	8,8	0,0215
$105 < m_{ref} \leq 115$	110	9,7	0,0217
$115 < m_{ref} \leq 125$	120	10,6	0,0218
$125 < m_{ref} \leq 135$	130	11,4	0,0220
$135 < m_{ref} \leq 145$	140	12,3	0,0221
$145 < m_{ref} \leq 155$	150	13,2	0,0223
$155 < m_{ref} \leq 165$	160	14,1	0,0224
$165 < m_{ref} \leq 175$	170	15,0	0,0226
$175 < m_{ref} \leq 185$	180	15,8	0,0227
$185 < m_{ref} \leq 195$	190	16,7	0,0229
$195 < m_{ref} \leq 205$	200	17,6	0,0230
$205 < m_{ref} \leq 215$	210	18,5	0,0232

**Tabelle 2-1: Fahrwiderstandstabelle in Abhängigkeit der Bezugsmasse [12]**

## Instationäre Fahrwiderstände

Wird ein Fahrzeug beschleunigt oder verzögert, wirken translatorische und rotatorische Trägheitskräfte. Nicht rotierende Bauteile erfahren eine rein translatorische Trägheitskraft. Rotierende Bauteile (Kurbelwelle, Primärtrieb, Kupplung, Getriebe, Sekundärtrieb, Räder) werden translatorisch und rotatorisch beschleunigt.

- Translatorischer Beschleunigungswiderstand  $F_{B,trans}$

$$F_{B,trans} = m_{Ges} \cdot a \quad (2.6)$$

$m_{Ges}$  ... Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer) [kg]  
 $a > 0$  ... Beschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 $a < 0$  ... Verzögerung [m/s<sup>2</sup>]

- Rotatorischer Beschleunigungswiderstand  $F_{B,rot}$

Die Anwendung des Drallsatzes am Antriebsrad liefert den rotatorischen Beschleunigungswiderstand nach Gleichung 2.7.

$$F_{B,rot} = \frac{J_{red}}{r_{Dyn}} \cdot \ddot{\varphi}_R = \frac{J_{red}}{r_{Dyn}^2} \cdot a \quad (2.7)$$

Für die Berechnung des rotatorischen Beschleunigungswiderstandes wird das Massenträgheitsmoment aller drehenden Teile unter Berücksichtigung ihrer Übersetzung auf das Antriebsrad reduziert.

$$J_{red} = J_R + \sum_{i=1}^n J_{Tw,i} \cdot i_i^2 \quad (2.8)$$

Um die Winkelbeschleunigung des Antriebsrades durch die translatorische Beschleunigung auszudrücken wird Gleichung 2.9 verwendet.

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{a}{r_{Dyn}} \quad (2.9)$$

$r_{Dyn}$  ... Dynamischer Radhalbmesser [m]  
 $\ddot{\varphi}_R$  ... Drehbeschleunigung des Rades [rad/s<sup>2</sup>]  
 $J_{red}$  ... Auf das Antriebsrad reduzierte Trägheitsmoment aller rotierenden Teile [kgm<sup>2</sup>]  
 $J_R$  ... Trägheitsmoment der Räder [kgm<sup>2</sup>]  
 $J_{Tw,i}$  ... Trägheitsmoment des jeweiligen Triebwerksteil [kgm<sup>2</sup>]  
 $i_i$  ... Übersetzung des jeweiligen Triebwerkteils bis zum Antriebsrad [-]

- Gesamter Beschleunigungswiderstand  $F_B$

Der gesamte Beschleunigungswiderstand setzt sich aus dem translatorischen und dem rotatorischen Beschleunigungswiderstand zusammen. Wird in den Gleichungen 2.6 und 2.7 die translatorische Beschleunigung verwendet, so kann die reduzierte Masse in Gleichung 2.10 eingeführt werden. Die reduzierte Masse setzt sich aus der Gesamtmasse (Kraftrad inkl. Fahrer) und dem nach Gleichung 2.8 bestimmten reduzierten Massenträgheitsmoment auf das Antriebsrad zusammen.

$$F_B = F_{B,trans} + F_{B,rot} = \underbrace{\left( m_{Ges} + \frac{J_{red}}{r_{Dyn}^2} \right)}_{m_{red}} \cdot a \quad (2.10)$$

$F_B$  ... Gesamter Beschleunigungswiderstand [N]  
 $F_{B,trans}$  ... Translatorischer Beschleunigungswiderstand [N]  
 $F_{B,rot}$  ... Rotatorischer Beschleunigungswiderstand [N]  
 $m_{red}$  ... Auf das Antriebsrad reduzierte Masse [kg]

## Gesamter Fahrwiderstand

Aus der Summe der zuvor genannten Einzelwiderstände kann der gesamte Fahrwiderstand wie folgt ausgedrückt werden:

$$F_W = F_R + F_L + F_{St} + F_B \quad (2.11)$$

$$F_W = \underbrace{f_R \cdot m_{Ges} \cdot g}_{\text{Rollwiderstand}} + \underbrace{c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2}_{\text{Luftwiderstand}} + \underbrace{m_{Ges} \cdot g \cdot \sin \alpha_{St}}_{\text{Steigungswiderstand}} + \underbrace{m_{red} \cdot a}_{\text{Beschleunigungswiderstand}} \quad (2.12)$$

### 2.1.2 Fahrzeugbeschleunigung

Die erreichbare Beschleunigung kann mit dem Zugkraftüberschuss  $F_{Z\ddot{u}}$  und der reduzierten Masse auf das Antriebsrad  $m_{red}$  berechnet werden. Der Zugkraftüberschuss ist die zur Beschleunigung zur Verfügung stehende Kraft.

$$a = \frac{F_{Z\ddot{u}}}{m_{red}} \quad (2.13)$$

$$F_{Z\ddot{u}} = F_Z - (F_R + F_L + F_{St}) \quad (2.14)$$

$a$  ... Beschleunigung [m/s<sup>2</sup>]  
 $F_{Z\ddot{u}}$  ... Zugkraftüberschuss [N]  
 $F_Z$  ... Zugkraft [N]  
 $m_{red}$  ... Auf Antriebsachse reduzierte Masse [kg]  
 $m_{Ges}$  ... Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer) [kg]  
 $J_{red}$  ... Auf das Antriebsrad reduzierte Trägheitsmoment aller rotierenden Teile [kgm<sup>2</sup>]  
 $r_{Dyn}$  ... Dynamischer Radhalbmesser [m]

### 2.1.3 Fahrzeuggeschwindigkeit

Die Berechnung der Fahrzeuggeschwindigkeit erfolgt durch Integration von Gleichung 2.15.

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (2.15)$$

Um diesen Zusammenhang numerisch zu lösen muss er in eine Differenzgleichung übergeführt werden.

$$a_{i-1} = \frac{v_i - v_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \quad (2.16)$$

$a_{i-1}$  ... Beschleunigung zum vorherigen Zeitpunkt [m/s<sup>2</sup>]  
 $v_i$  ... Geschwindigkeit zum neuen Zeitpunkt [m/s]  
 $v_{i-1}$  ... Geschwindigkeit zum vorherigen Zeitpunkt [m/s]  
 $t_i$  ... Neuer Zeitpunkt [s]  
 $t_{i-1}$  ... Vorheriger Zeitpunkt [s]

Durch Umformen erhält man die Beziehung für die zu berechnende neue Geschwindigkeit.

$$v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad (2.17)$$

## 2.2 Berechnung der Fahrleistungen für Prototypenfahrzeug

Um die Fahrleistungen des Prototypenfahrzeuges vorauszuberechnen, wurde ein Fahrzustandsschaubild erstellt, in dem die Zugkraft der einzelnen Gangstufen und der am Rollenprüfstand ermittelte stationäre Fahrwiderstand über die Fahrgeschwindigkeit eingetragen sind. Damit konnten folgende Informationen gewonnen werden:

- Die erreichbare Höchstgeschwindigkeit bei ebener Fahrbahn
- Der zur Verfügung stehende Zugkraftüberschuss je Gang für die Berechnung der Fahrzeugbeschleunigung
- Das maximal mögliche Steigvermögen bei maximalem Zugkraftüberschuss

Mit der ermittelten Fahrzeugbeschleunigung wurde das kraftschlussbedingte Beschleunigungsvermögen berechnet um zu beurteilen, unter welchen Voraussetzungen im realen Fahrbetrieb ein Durchdrehen des Antriebsrades eintritt. Zusätzlich wurde die Grenzbeschleunigung für das Abheben des Vorderrades berechnet und kontrolliert ob dieser Fahrzustand bei normaler Fahrzeugnutzung möglich ist.

Zur weiteren Beurteilung des Beschleunigungsvermögens des Prototypenfahrzeuges wurde der Geschwindigkeitsverlauf über der Zeit ermittelt. Dabei wurde der Einfluss des Schaltverhaltens des Fahrers (Schaltdrehzahl, Schaltdauer) in der Berechnung des Geschwindigkeitsverlaufs miteinbezogen.

Um die Fahrleistungen des Prototypenfahrzeuges besser einordnen zu können, wurden Vergleichsrechnungen mit der Yamaha FZ-150 durchgeführt und in der Ergebnisdarstellung berücksichtigt.

### 2.2.1 Eingabedaten zur Berechnung von Fahrleistungen

An dieser Stelle wird eine Übersicht der notwendigen Fahrzeug- und Motordaten für die Berechnung der Fahrleistungen des Prototypenfahrzeuges, basierend auf die in Kapitel 2.1 angeführten Zusammenhänge wiedergegeben. Sind die Größen für die Berechnung von Zugkraft, Fahrwiderstände und Fahrzeugabmessungen bekannt, so können daraus alle weiteren für die Beurteilung der Fahrleistungen benötigten Größen berechnet werden. Zusätzlich wird kurz beschrieben wie die Ermittlung der Fahrzeugdaten erfolgte.

#### Zugkraft

- Motordrehmoment: Aus den Volllastpunkten der 1D-CFD-Motorprozessrechnung für den Prototypenmotor wurde ein Drehmomentpolynom berechnet, dass die Berechnung des Motordrehmoments bei beliebig vorgegebener Motordrehzahl ermöglicht.
- Übersetzungen des Antriebs: Die Werte für Primärübersetzung, Getriebeübersetzungen und Sekundärübersetzung stammen aus den bestehenden Konstruktionsdaten des Antriebstrangs.
- Antriebswirkungsgrad: Wurde mit 90% angenommen.
- Dynamischer Reifenhalbmesser: Dieser wurde durch Messung des Abrollumfangs am Vergleichsfahrzeug Yamaha FZ-150 ermittelt.

## Stationärer Fahrwiderstand am Rollenprüfstand und instationärer Fahrwiderstand

- Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer): Die Fahrzeugmasse ist ein festgelegter Zielwert aus der Benchmarkanalyse. Die Masse des Fahrers wurde mit 75 kg angenommen.
- Massenträgheitsmomente der drehenden Antriebsteile: Diese wurden aus den bestehenden CAD-Daten der Bauteile ermittelt.
- Übersetzungen des Antriebs: (siehe Zugkraft)

### Fahrzeugabmessungen

- Radstand: Wurde von Yamaha FZ-150 übernommen.
- Lage des Gesamtschwerpunktes (Fahrzeug inkl. Fahrer): Der Gesamtschwerpunkt wurde mit dem bekannten Fahrzeugschwerpunkt der Yamaha FZ-150 und unter Annahme des Fahrersschwerpunktes ermittelt. Das Vorgehen ist in Kapitel 2.2.3.1 beschrieben.

## 2.2.2 Erstellung des Fahrzustandsschaubildes

### 2.2.2.1 Berechnung der Zugkraft

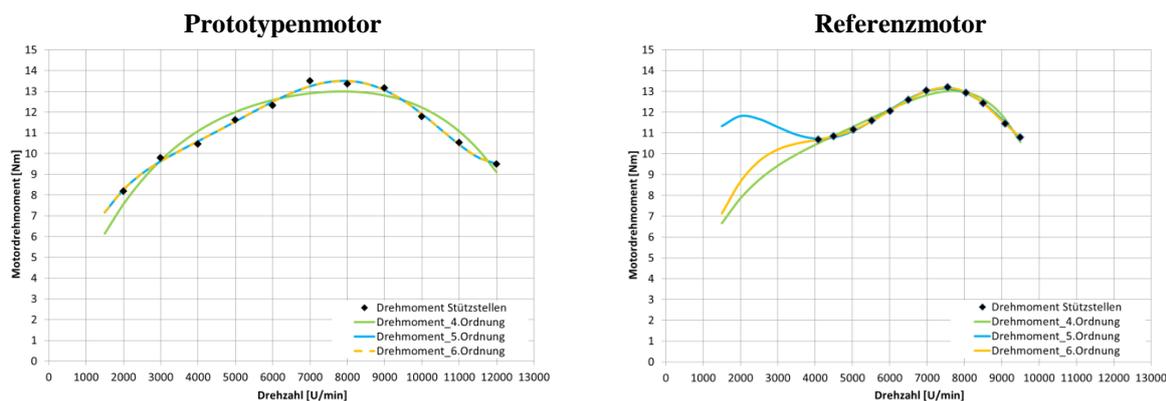
Die Berechnung der Zugkraft am Hinterrad erfolgt nach Gleichung 2.1. In den folgenden Abschnitt wird auf die Ermittlung der einzelnen Größen eingegangen.

$$F_Z = \frac{M_{Motor} \cdot \dot{i}_{Ges} \cdot \eta_{An}}{r_{Dyn}} \quad (2.1)$$

### Berechnung des Motordrehmomentes $M_{Mot}$

Die Werte für das Vollast-Motordrehmoment des Prototypenfahrzeuges stammen aus einer 1D-CFD-Motorprozessrechnung. Die Variation der Motordrehzahl erfolgte von 2000 - 12000 U/min mit einer Schrittweite von 1000 U/min. Für das Vergleichsfahrzeug Yamaha FZ-150 standen Motorprüfstandsmessungen des Motordrehmomentes bei Vollast zur Verfügung. Es lagen die Drehmomentwerte von 4500 - 9500 U/min mit einer Schrittweite von 500 U/min vor. Aufgrund der Grenzen für die Prüfstandsbremse waren Drehmomentmessungen unter 4500 U/min nicht vorhanden.

Für beide Fahrzeuge liegen somit nur einzelne Lastpunkte bzw. Stützwerte ihres Drehmomentverlaufs vor. Ziel der Motordrehmomentberechnung ist es, mit den aus der Simulation oder Messung stammenden Stützwerten eine Gleichung zu entwickeln, die einen kontinuierlichen Verlauf des Motordrehmomentes in Abhängigkeit der Motordrehzahl wiedergibt.



**Abbildung 2-3: Aus Stützstellen berechnete Drehmomentverläufe für Prototypenmotor und Referenzmotor**

Für diesen Zweck wird ein Polynom höherer Ordnung gewählt, dass folgende Form besitzt:

$$M_{Mot}(n) = m_5 \cdot n^5 + m_4 \cdot n^4 + m_3 \cdot n^3 + m_2 \cdot n^2 + m_1 \cdot n^1 + d \quad (2.18)$$

$M_{Mot}$  ... Motordrehmoment  
 $n$  ... Motordrehzahl  
 $d, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  ... Mit Stützstellen zu bestimmende Koeffizienten

Die Koeffizienten des Polynoms werden mit den bekannten Drehmomentwerten aus der Motorprozessrechnung bzw. Messung bestimmt.

Bei der Wahl der Ordnung ist zu beachten, dass bei hohen Ordnungen die Abweichungen ausserhalb des vorgegebenen Stützstellenbereiches stark zunehmen können, aber innerhalb des Bereiches eine gute Genauigkeit erreicht wird. Daher ist die Wahl einer höheren Ordnung von Vorteil, wenn hohe Genauigkeit innerhalb der vorgegebenen Stützstellen benötigt wird. Sollen Aussagen über den Bereich ausserhalb der Stützstellen gemacht werden, so kann auch die Verwendung einer niedrigeren Ordnung zu guten Ergebnissen führen. Der Unterschied zwischen einem Polynom 4.Ordnung, 5.Ordnung und 6.Ordnung mit vorgegebenen Stützstellen für den Prototypenmotor und den Referenzmotor der Yamaha FZ-150 wird in Abbildung 2-3 dargestellt.

Im Fall des Prototypenmotors wird nach Gleichung 2.18 ein Polynom 5.Ordnung für die Berechnung des Motordrehmoments verwendet, da die 4.Ordnung zu starke Abweichungen von den Stützstellen verursacht und die 6.Ordnung mit der 5.Ordnung beinahe ident innerhalb des betrachteten Bereichs ist.

Bei der Bestimmung der Koeffizienten mit den Stützstellen der Yamaha FZ-150 führte bereits die Anwendung eines Polynoms 4.Ordnung zu befriedigenden Ergebnissen. In Abbildung 2-3 ist zu erkennen, dass die Verwendung eines Polynoms 4.Ordnung innerhalb des durch Stützstellen vorgegeben Bereichs nicht zu stark gegenüber den höheren Ordnungen abweicht und einen realistischen Drehmomentverlauf bei niederen Drehzahlen bis hin zur Leerlaufdrehzahl wiedergibt. Die 5.Ordnung führt zu sehr großen Abweichungen bei niederen Drehzahlen bis hin zur Leerlaufdrehzahl. Bei der 6.Ordnung ergibt sich bei niederen Drehzahlen ausserhalb des vorgegebenen Stützstellenbereichs eine Überhöhung im Drehmomentverlauf die so nicht zu erwarten ist.

In Microsoft Excel 2010 konnten die Koeffizienten der Polynome höherer Ordnung mit der Matrixfunktion RGP bestimmt werden. Die notwendige Matrix für die Koeffizienten-Berechnung eines Polynoms 5.Ordnung besitzt die in Tabelle 2-2 gezeigte Form.

Drehzahl	Ordnung				Drehmoment
n	2	3	4	5	M <sub>Boost</sub>
[U/min]					[Nm]
2000	4,000E+06	8,000E+09	1,600E+13	3,200E+16	8,192
3000	9,000E+06	2,700E+10	8,100E+13	2,430E+17	9,801
4000	1,600E+07	6,400E+10	2,560E+14	1,024E+18	10,459
5000	2,500E+07	1,250E+11	6,250E+14	3,125E+18	11,621
6000	3,600E+07	2,160E+11	1,296E+15	7,776E+18	12,325
7000	4,900E+07	3,430E+11	2,401E+15	1,681E+19	13,497
8000	6,400E+07	5,120E+11	4,096E+15	3,277E+19	13,351
9000	8,100E+07	7,290E+11	6,561E+15	5,905E+19	13,153
10000	1,000E+08	1,000E+12	1,000E+16	1,000E+20	11,781
11000	1,210E+08	1,331E+12	1,464E+16	1,611E+20	10,523
12000	1,440E+08	1,728E+12	2,074E+16	2,488E+20	9,487

Trendfunktion 5.Ordnung - Motordrehmoment					
m <sub>5</sub>	m <sub>4</sub>	m <sub>3</sub>	m <sub>2</sub>	m <sub>1</sub>	d
1,23E-18	-4,01E-14	4,73E-10	-2,60E-06	7,74E-03	0

**Tabelle 2-2: Berechnungstabelle für die Ermittlung der Koeffizienten**

Je nach Höhe der Ordnung des Drehmomentpolynoms müssen die höheren Ordnungen für die Drehzahl bestimmt werden. Die dazugehörigen Drehmomentwerte werden ebenfalls in eine Spalte eingetragen. Da ein Verbrennungsmotor bei Drehzahl = 0 U/min kein Drehmoment produziert muss dies mit der Vorgabe des Koeffizienten d = 0 berücksichtigt werden. Als Ergebnis der Matrixfunktion werden die gesuchten Koeffizienten  $m_5$ ,  $m_4$ ,  $m_3$ ,  $m_2$ ,  $m_1$  ausgegeben.

Der Vorteil dieses Aufbaus ist die automatische Anpassung der Koeffizienten und somit des gesamten Drehmomentpolynoms bei Vorgabe von Stützwerten aus Messungen oder 1D-CFD Motorprozessrechnungen.

### Berechnung der Gesamtübersetzung $i_{Ges}$

Die Gesamtübersetzung  $i_{Ges}$  ergibt sich aus der Multiplikation der Teilübersetzungen im Antriebsstrang. Im Antriebsstrang des Prototypenfahrzeuges und der Yamaha FZ-150 sind die Übersetzung des Primärtriebs, die Getriebeübersetzung des im Eingriff befindlichen Gangs und die Übersetzung des Sekundärtriebs zu berücksichtigen.

$$i_{Ges} = i_P \cdot i_G \cdot i_S$$

(2.19)

Tabelle 2-3 zeigt eine Gegenüberstellung der Übersetzungsstufen von Prototypenfahrzeug und Yamaha FZ-150. Tabelle 2-4 zeigt die Gesamtübersetzungen der Fahrzeuge für die einzelnen Gangstufen.

	Prototyp			Yamaha FZ-150		
	$z_1$	$z_2$	$i$	$z_1$	$z_2$	$i$
Primärübersetzung	24	81	3,375	24	73	3,042
1.Gang	10	27	2,700	12	34	2,833
2.Gang	17	29	1,706	16	30	1,875
3.Gang	20	26	1,300	21	30	1,429
4.Gang	22	24	1,091	21	24	1,143
5.Gang	21	20	0,952	23	22	0,957
6.Gang	22	19	0,864	-	-	-
Sekundärübersetzung	14	45	3,214	14	42	3,000

Tabelle 2-3: Übersetzungsstufen der Fahrzeuge

	Prototyp	Yamaha FZ-150
	$i_{Ges}$	$i_{Ges}$
1.Gang	29,290	25,854
2.Gang	18,506	17,109
3.Gang	14,506	13,036
4.Gang	11,834	10,429
5.Gang	10,332	8,728
6.Gang	9,369	-

Tabelle 2-4: Gesamtübersetzungen der Fahrzeuge für die einzelnen Gangstufen

### Antriebsstrang-Wirkungsgrad $\eta_{An}$

Bei der Berechnung der Zugkraft von Prototypenfahrzeug und Yamaha FZ-150 wurde zur Berücksichtigung der im Antriebsstrang auftretenden Verluste in Bezug auf bestehende Rollenprüfstandmessungen ein Antriebsstrang-Wirkungsgrad  $\eta_{An} = 0,9$  gewählt. Dieser Wert stellt sich bei Antriebssträngen mit Kettenantrieb als Sekundärantrieb ein.

### Ermittlung des dynamischen Reifendurchmessers $D_{Dyn}$

Der dynamische Raddurchmesser  $d_{Dyn}$  wurde durch Messung des Abrollumfangs für eine volle Radumdrehung an der Yamaha FZ-150 ermittelt. Dafür wurde am Hinterrad eine Bezugsmarkierung angebracht und der Abstand zwischen Startpunkt und Endpunkt gemessen. Mit dem gemessenen Abrollumfang von  $U_{Rad} = 1,825$  m wurde der dynamische Raddurchmesser  $d_{Dyn} = 0,581$  m berechnet. Das Prototypenfahrzeug und die Yamaha FZ-150 besitzen die gleiche Raddimension, ähnliches Fahrzeuggewicht und Reifendruck, somit gilt die an der Yamaha durchgeführte Messung für beide Fahrzeuge.

### 2.2.2.2 Berechnung der Fahrwiderstandskraft [12]

Die Berechnung der Fahrwiderstandskraft erfolgte nach der Definition des stationären Fahrwiderstandes am Rollenprüfstand mit Gleichung 2.5.

$$F_W = 2 \cdot a + b \cdot v^2 \quad (2.5)$$

Für das Prototypenfahrzeug und die Yamaha FZ-150 ergibt sich mit einem 75kg schweren Fahrer je eine Gesamtmasse von 200 kg und daher die gleiche Einstufung nach Tabelle 2-1 für die Berechnung des Fahrwiderstandes. Die verwendeten Werte für Gleichung 2.5 sind:

- Äquivalente Trägheitsmasse  $m_i = 200 \text{ kg}$
- Rollwiderstand des Vorderrades  $a = 17,6 \text{ N}$
- Aerodynamischer Luftwiderstandsbeiwert  $b = 0,023 \text{ N}/(\text{km/h})^2$

### 2.2.2.3 Darstellung der Fahrleistungen im Fahrzustandsschaubild

Nachdem die Zugkraft  $F_Z$  und der Fahrwiderstand  $F_W$  in Abhängigkeit der Geschwindigkeit berechnet wurden, konnten diese in einem Diagramm dargestellt werden. Abbildung 2-4 und 2-5 zeigen die Fahrzustandsschaubilder des Prototypenfahrzeuges und der Yamaha FZ-150. Hier wird das höhere Zugkraftangebot des Prototypenfahrzeuges deutlich, was durch das höhere Motordrehmoment im gesamten Drehzahlbereich und der kürzeren Gesamtübersetzung erreicht wird. Zusätzlich erreicht der Prototypenmotor höhere Drehzahlen als der des Vergleichsfahrzeuges, wodurch trotz größerer Gesamtübersetzung ein weiterer Geschwindigkeitsbereich in jeden Gang abgedeckt wird.

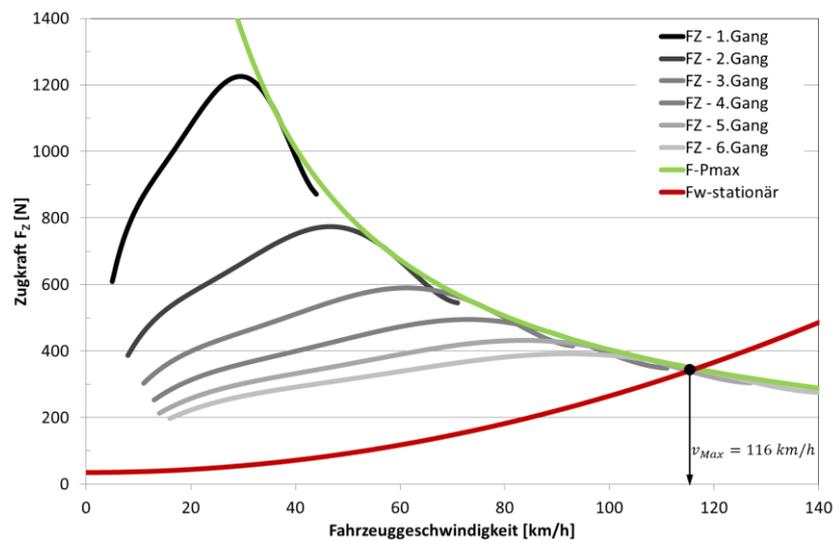


Abbildung 2-4: Fahrzustandsschaubild Prototypenfahrzeug

Der Schnittpunkt von Zugkraft im letzten Gang der Fahrzeuge und der Fahrwiderstandskurve kennzeichnet die erreichte leistungsbedingte Höchstgeschwindigkeit. Die Höchstgeschwindigkeit des Vergleichsfahrzeuges liegt bei 111 km/h und wird im 5.Gang erreicht. Das Prototypenfahrzeug erreicht eine Höchstgeschwindigkeit von 116 km/h im 6.Gang.

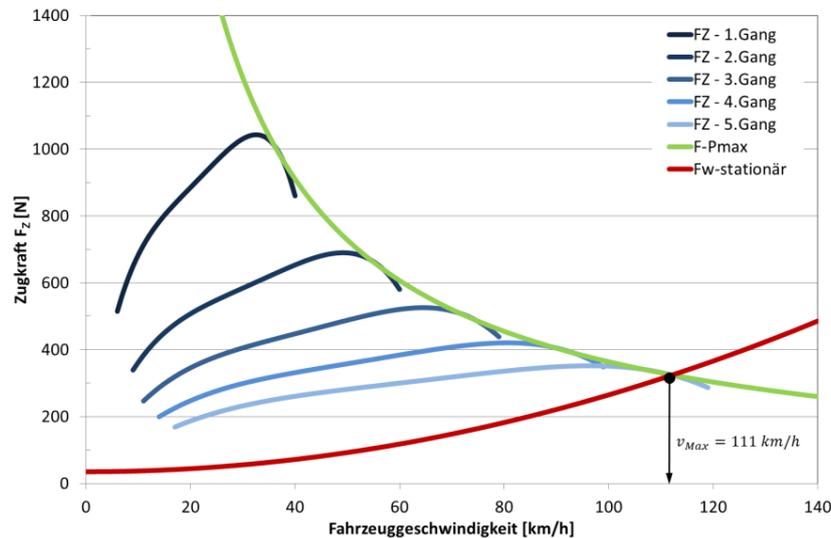


Abbildung 2-5: Fahrzustandsschaubild Yamaha FZ-150

Das maximale Steigvermögen wird im 1.Gang erreicht, wenn der maximale Zugkraftüberschuss vorliegt und dieser vollständig für die Überwindung der Steigung genutzt wird. Dabei ist keine Beschleunigung des Fahrzeuges möglich und die Fahrzeuggeschwindigkeit kann nicht weiter zunehmen. Die maximal mögliche Steigung wird mit Gleichung 2.20 berechnet. Das Ergebnis für die beiden Fahrzeuge ist in Tabelle 2-5 dargestellt.

$$\alpha_{st,max} = \arcsin\left(\frac{F_{Zü,max}}{m_{Ges} \cdot g}\right)$$

(2.20)

			Prototypenfahrzeug	Yamaha FZ-150
Zugkraftüberschuss	$F_{Zü}$	[N]	1170,62	997,25
Gesamtmasse	$m_{Ges}$	[kg]	200,00	200,00
Erdbeschleunigung	$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	9,81	9,81
Geschwindigkeit	$v$	[km/h]	29,00	32,00
Maximale Steigung	$\alpha_{st,max}$	[°]	36,63	30,55

Tabelle 2-5: Maximales Steigvermögen

### 2.2.3 Kraftschlussbedingtes Beschleunigungsvermögen [9]

Zur Beurteilung des kraftschlussbedingten Beschleunigungsvermögens, wurde der am Antriebsrad notwendige Reibbeiwert  $\mu$  berechnet und mit dem theoretischen Reibbeiwert  $\mu_0$  verglichen. Der theoretische Reibbeiwert  $\mu_0$  kann je nach Reifen/Fahrbahn-Kombination unterschiedliche Werte annehmen. Gummi zu Asphalt besitzt folgende Richtwerte [5]:

- Haftreibung trocken: 0,9 – 1,3
- Gleitreibung trocken: 0,8

Der vorhandene Reibbeiwert  $\mu$  wird aus dem Verhältnis von Zugkraft  $F_Z$  am angetriebenen Hinterrad zu Hinterradlast  $G_{h,dyn}$  nach Gleichung 2.21 gebildet. Bildet man die Summe aller Momente um den vorderen Radaufstandspunkt so kann die dynamische Hinterradlast nach Gleichung 2.22 berechnet werden.

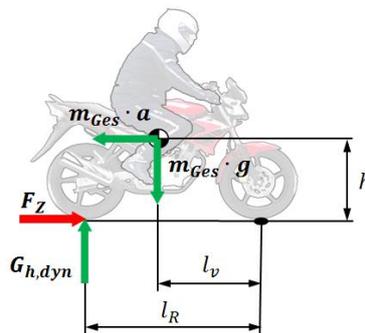


Abbildung 2-6: Kräftesituation für kraftschlussbedingtes Beschleunigungsvermögen [9]

$$\mu = \frac{F_Z}{G_{h,dyn}} \quad (2.21)$$

$$G_{h,dyn} = m_{Ges} \cdot g \cdot \frac{l_v}{l_R} + m_{Ges} \cdot a \cdot \frac{h}{l_R} \quad (2.22)$$

$F_Z$	... Zugkraft am Hinterrad [N]
$G_{h,dyn}$	... Dynamische Hinterradlast [N]
$m_{Ges}$	... Gesamtmasse (Fahrzeug inkl. Fahrer) [kg]
$g$	... Erdbeschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]
$a$	... Momentane Fahrzeugbeschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]
$l_v$	... Horizontaler Abstand zwischen Schwerpunkt und vorderem Radaufstandspunkt [m]
$h$	... Schwerpunkthöhe [m]
$l_R$	... Radstand [m]

Für die Berechnung der dynamischen Hinterradlast nach Gleichung 2.22 muss zusätzlich zur Gesamtmasse und der momentanen Beschleunigung die Lage des Gesamtschwerpunktes bekannt sein. Da die Lage des Gesamtschwerpunktes für die betrachteten Fahrzeuge nicht bekannt war, wurde diese für die Berechnung der dynamischen Hinterradlast nach der im Kapitel 2.2.3.1 beschriebenen Vorgehensweise ermittelt.

### 2.2.3.1 Schwerpunktermittlung

Für die Berechnung des kraftschlussbedingten Beschleunigungsvermögens muss der Gesamtschwerpunkt von Fahrzeug inklusive Fahrer bekannt sein. Dabei war die Vorgabe für den Fahrzeugschwerpunkt aus der Benchmarkanalyse einzuhalten. Dieser soll sich in einer ähnlichen Lage wie der Fahrzeugschwerpunkt der Yamaha FZ-150 befinden. Um diese Forderung zu erfüllen, wurde der Fahrzeugschwerpunkt des Benchmarkfahrzeuges am Institut für Verbrennungskraftmaschinen und Thermodynamik durch einen sogenannten Aufhängerversuch graphisch ermittelt. Anschließend wurde ein Bild eines durchschnittlich großen Motorradfahrers auf das Fahrzeug eingepasst und der Fahrerschwerpunkt abgeschätzt. Dieser kann je nach Größe, und Haltung des Fahrers variieren und in der Rechnung für den Gesamtschwerpunkt berücksichtigt werden.

#### Ermittlung des Fahrzeugschwerpunktes

Bei der Ermittlung des Fahrzeugschwerpunktes im Aufhängerversuch muss das Fahrzeug an zwei unterschiedlichen Punkten aufgehängt werden. An der Yamaha FZ-150 waren dies der Lenkkopf und das Hinterrad wie in Abbildung 2-7 dargestellt. Durch das Anbringen eines Senklotes ergibt sich für die jeweilige Aufhängeposition die dazugehörige Schwerpunktlinie. Die Positionen werden zur Fehlervermeidung möglichst projizierend fotografiert und anschließend übereinandergelegt. Der Schnittpunkt dieser Schwerpunktlinien ergibt den Fahrzeugschwerpunkt.

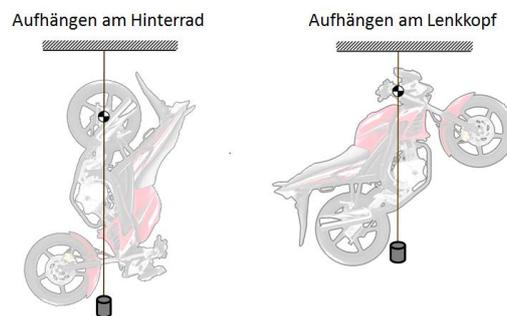


Abbildung 2-7: Aufhängpunkte für Ermittlung der Schwerpunktlinien

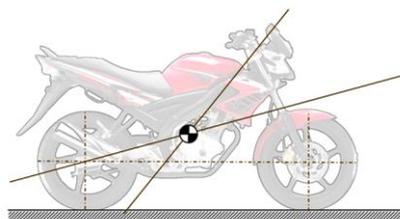


Abbildung 2-8: Ermittlung des Fahrzeugschwerpunktes

## Ermittlung des Gesamtschwerpunktes

Um die Lage des Gesamtschwerpunktes zu ermitteln musste die Position des Fahrers auf dem Motorrad abgeschätzt werden. Dazu wurde das Bild eines durchschnittlich großen Fahrers auf das in Abbildung 2-8 gezeigte Bild für den mittels Aufhängerversuch ermittelten Fahrzeugschwerpunkt eingepasst. Die Abstände für den Fahrzeug- und Fahrerschwerpunkt wurden in Catia V5R16 gemessen. Somit konnte mit den bekannten Massen für Fahrer  $m_F = 75$  kg und Fahrzeug  $m_{FZ} = 125$  kg die Lage des Gesamtschwerpunktes in Bezug auf den hinteren Radaufstandspunkt mit den Gleichungen 2.23 und 2.24 bestimmt werden.

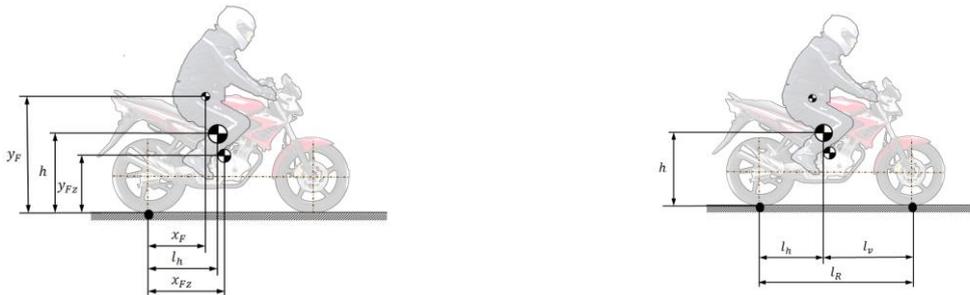


Abbildung 2-9: Gesamtschwerpunkt für Fahrzeug inklusive Fahrer

$$l_h = \frac{m_F \cdot x_F + m_{FZ} \cdot x_{FZ}}{m_F + m_{FZ}} \quad (2.23)$$

$$h = \frac{m_F \cdot y_F + m_{FZ} \cdot y_{FZ}}{m_F + m_{FZ}} \quad (2.24)$$

$$l_v = l_R - l_h \quad (2.25)$$

$m_F$	... Masse des Fahrers [kg]
$m_{FZ}$	... Masse des Fahrzeuges [kg]
$x_F$	... Horizontaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Fahrerschwerpunkt [m]
$x_{FZ}$	... Horizontaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Fahrzeugschwerpunkt [m]
$l_h$	... Horizontaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Gesamtschwerpunkt [m]
$y_F$	... Vertikaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Fahrerschwerpunkt [m]
$y_{FZ}$	... Vertikaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Fahrzeugschwerpunkt [m]
$h$	... Vertikaler Abstand zwischen hinterem Radaufstandspunkt und Gesamtschwerpunkt [m]
$l_v$	... Horizontaler Abstand zwischen vorderem Radaufstandspunkt und Gesamtschwerpunkt [m]
$l_R$	... Radstand [m]

Mit dem bekannten Radstand  $l_R$  konnte der vordere Schwerpunktabstand  $l_v$  nach Gleichung 2.25 ermittelt werden. In Tabelle 2-6 sind die Abmessungen für die Berechnung des kraftschlussbedingten Beschleunigungsvermögens eingetragen.

			Prototypenfahrzeug	Yamaha FZ-150
Radstand	$l_R$	[mm]		1282
Vorderer Schwerpunktabstand	$l_v$	[mm]		742
Hinterer Schwerpunktabstand	$l_h$	[mm]		540
Schwerpunkthöhe	$h$	[mm]		623

Tabelle 2-6: Abmessungen für Gesamtschwerpunkt

### 2.2.3.2 Reibbeiwert-Vergleich

Mit den ermittelten Abmessungen für den Gesamtschwerpunkt und den anderen bekannten Größen kann der notwendige Reibbeiwert berechnet werden. Dieser tritt jeweils bei maximalem Motordrehmoment im 1. Gang auf und beträgt  $\mu = 0,79$  für den Prototypen und  $\mu = 0,66$  für das Vergleichsfahrzeug Yamaha FZ-150.

Bei der Gegenüberstellung des notwendigen Reibbeiwertes  $\mu$  mit dem theoretischen Reibbeiwert  $\mu_0$  ergeben sich zwei Fälle:

#### 1. Fall: $\mu \leq \mu_0$ (Kein Durchdrehen des Antriebsrades)

Für diesen Fall tritt kein Durchdrehen des Antriebsrades auf und es könnte aufgrund des Reibwertes der gesamte am Hinterrad wirkende Zugkraftüberschuss zur Beschleunigung des Fahrzeuges genutzt werden.

Einen limitierenden Faktor für die Nutzung des vollen Zugkraftüberschuss und somit des Beschleunigungsvermögens bildet das Abheben des Vorderrades. Überschreitet die wirkende Fahrzeugbeschleunigung die mögliche Grenzbeschleunigung, so tritt dieser Effekt ein.

Die Grenzbeschleunigung bei abhebendem Vorderrad kann aus dem Momentengleichgewicht um den hinteren Radaufstandspunkt, wie in Abbildung 2-10 gezeigt, berechnet werden. Es wird davon ausgegangen, dass für diesen Fall die vordere Radlast  $G_{v,dyn} = 0$  ist.

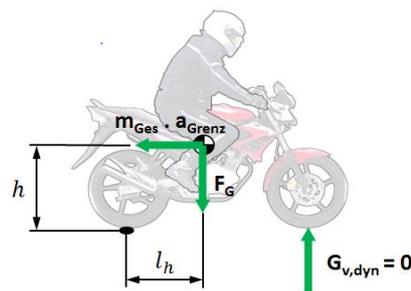


Abbildung 2-10: Kräfte bei Abheben des Vorderrades [9]

Für die Grenzbeschleunigung bei Abheben des Vorderrades gilt:

$$a_{Grenz} = g \cdot \frac{l_h}{h} \quad (2.26)$$

Aus dem Zusammenhang in Gleichung 2.26 ergibt sich die Bedeutung der Lage des Gesamtschwerpunktes auf die Grenzbeschleunigung  $a_{Grenz}$ . Um eine möglichst hohe Grenzbeschleunigung und somit ein spätes Abheben des Vorderrades zu ermöglichen muss die Schwerpunkthöhe möglichst gering sein und der horizontale hintere Schwerpunktabstand  $l_h$  möglichst groß sein.

Für die Yamaha FZ-150 und das Prototypenfahrzeug ergibt sich eine Grenzbeschleunigung von  $a_{Grenz} = 8,51 \text{ m/s}^2$ .

## 2.Fall: $\mu > \mu_0$ (Durchdrehen des Antriebsrades)

In diesem Fall überschreitet der notwendige Reibbeiwert  $\mu$  den Reibbeiwert  $\mu_0$ . Dies führt zum Durchdrehen des Antriebsrades.

### 2.2.4 Darstellung des Beschleunigungsverhaltens

Für die Ermittlung des Beschleunigungsverhaltens wurde die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit berechnet. Um das Schaltverhalten des Fahrers und so den Einfluss auf das Beschleunigungsvermögen zu berücksichtigen, ist der Schaltvorgang in die Berechnung miteinbezogen worden.

#### Beschreibung des Beschleunigungsvorgangs

Die Berechnung der Geschwindigkeit erfolgt nach Gleichung 2.18. Diese Form ist für eine numerische Lösung mit Microsoft Excel 2010 notwendig, da eine analytische Lösung nicht möglich ist. Bei der numerischen Lösung wird die Geschwindigkeit zum neuen Zeitpunkt aus der Addition der Geschwindigkeit zum vorherigen Zeitpunkt und dem Geschwindigkeitsschritt, welcher innerhalb des Zeitintervalls vom alten zu neuem Zeitpunkt erfolgt, berechnet. Gleichung 2.13 liefert die notwendige Beschleunigung.

$$v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad (2.18)$$

$$a_{i-1} = \frac{F_{Zü,i-1}}{m_{red}} \quad (2.13)$$

Der Zugkraftüberschuss  $F_{Zü,i-1}$  errechnet sich aus der Differenz von Zugkraft  $F_{Z,i-1}$  und dem wirkenden stationären Fahrwiderstand  $F_{W,i-1}$  am Rollenprüfstand.

Um die reduzierte Masse auf das Hinterrad nach Gleichung 2.27 zu berechnen, muss die Massenträgheit der angetriebenen und nicht angetriebenen Teile, die einzelnen Übersetzungen im Antriebsstrang und der dynamische Radhalbmesser bekannt sein. Die Massenträgheit der rotierenden Bauteile wurde mit Catia V5R16 ermittelt. Die Ermittlung der Übersetzungen und des dynamischen Radhalbmessers wurden in Kapitel 2.4.1 beschrieben.

$$m_{red} = m_{Ges} + \frac{J_{R,v}}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{R,h}}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Sw} \cdot i_S^2}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Pw} \cdot (i_S \cdot i_G)^2}{r_{dyn}^2} + \frac{J_K \cdot (i_S \cdot i_G)^2}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Kt} \cdot (i_S \cdot i_G \cdot i_P)^2}{r_{dyn}^2} \quad (2.27)$$

Der Vergleich der reduzierten Fahrzeugmasse im 1.Gang für Prototypenfahrzeug und Yamaha FZ-150 zeigt den starken Einfluss von Übersetzung und Massenträgheitsmoment des Kurbeltriebs. Die größere Gesamtübersetzung des Prototyps und die zusätzliche Massenträgheit der Primärkupplung auf der Kurbelwelle führen zu einem wesentlich größeren reduzierten Massenträgheitsmoment auf das Antriebsrad und daher zu einer um ca. 63kg höheren reduzierten Fahrzeugmasse.

Bei hohen Gängen bzw. niedriger Gesamtübersetzung nimmt die reduzierte Fahrzeugmasse ab. Der Unterschied der Gesamtübersetzung der beiden Fahrzeuge in hohen Gängen wird immer geringer wodurch der Unterschied der reduzierten Fahrzeugmasse ebenfalls abnimmt. Bei eingelegetem 5.Gang beträgt der Unterschied ca. 9kg.

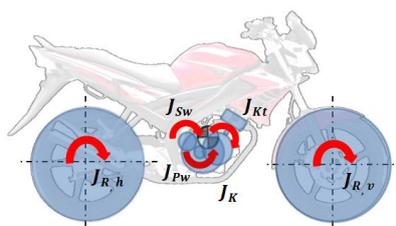


Abbildung 2-11: Berücksichtigte Massenträgheitsmomente bei Beschleunigungsphase

Massenträgheitsmomente für 1.Gang	EM-150	Um Rotationsachse	Reduziert auf Antriebsrad
Kurbeltrieb (inkl. Schwungrad und Primärkupplung)	$J_{kt}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,011478	9,847023
Mehrscheibenkupplung	$J_K$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,006906	0,520143
Primärtriebewelle	$J_{Pw}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,000005	0,000387
Sekundärtriebewelle	$J_{Sw}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,000191	0,001977
Hinterrad	$J_{R,h}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,165000	0,165000
Vorderrad	$J_{R,v}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,115800	0,115800
Gesamtes Massenträgheitsmoment	$J_{Red,1}$ [kgm <sup>2</sup> ]	-	10,65045
Gesamtes Massenträgheitsmoment bei Schaltvorgang	$J_{Red,Schalt,1}$ [kgm <sup>2</sup> ]	-	0,301548
Gesamte reduzierte Fahrzeugmasse	$m_{Red,1}$ [kg]	-	326,24145
Gesamte reduzierte Fahrzeugmasse bei Schaltvorgang	$m_{Red,Schalt,1}$ [kg]	-	203,58610

Tabelle 2-7: Massenträgheitsmomente und reduzierte Fahrzeugmassen für 1.Gang von Prototypenfahrzeug

Massenträgheitsmomente für 1.Gang	FZ-150	Um Rotationsachse	Reduziert auf Antriebsrad
Kurbeltrieb (inkl. Schwungrad ohne Primärkupplung)	$J_{kt}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,006800	4,545378
Mehrscheibenkupplung	$J_K$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,007720	0,557770
Primärtriebewelle	$J_{Pw}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,000160	0,011560
Sekundärtriebewelle	$J_{Sw}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,000540	0,004860
Hinterrad	$J_{R,h}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,115800	0,115800
Vorderrad	$J_{R,v}$ [kgm <sup>2</sup> ]	0,115800	0,115800
Gesamtes Massenträgheitsmoment	$J_{Red,1}$ [kgm <sup>2</sup> ]	-	5,35117
Gesamtes Massenträgheitsmoment bei Schaltvorgang	$J_{Red,Schalt,1}$ [kgm <sup>2</sup> ]	-	0,26254
Gesamte reduzierte Fahrzeugmasse	$m_{Red,1}$ [kg]	-	263,42823
Gesamte reduzierte Fahrzeugmasse bei Schaltvorgang	$m_{Red,Schalt,1}$ [kg]	-	203,12374

Tabelle 2-8: Massenträgheitsmomente und reduzierte Fahrzeugmassen für 1.Gang von Yamaha FZ-150

## Bestimmung der Startgeschwindigkeit

Um den Startpunkt für die Berechnung zu bestimmen, muss die Geschwindigkeit bei eingekuppeltem 1.Gang bekannt sein. Diese Startgeschwindigkeit wird nach Gleichung 2.28 berechnet. Je nach vorgegebener Motordrehzahl beim Einkuppeln variiert die Startgeschwindigkeit. Im erstellten Berechnungsprogramm können verschiedene Motordrehzahlen für das Einkuppeln vorgeben werden.

$$v_0 = \frac{\pi \cdot n}{30 \cdot i_{Ges,1}} \cdot r_{Dyn} \quad (2.28)$$

$v_0$  ... Startgeschwindigkeit für eingekuppelten 1.Gang [m/s]  
 $n$  ... Motordrehzahl für eingekuppelten 1.Gang [U/min]  
 $i_{Ges,1}$  ... Gesamtübersetzung im 1.Gang [-]  
 $r_{Dyn}$  ... Dynamischer Radhalbmesser [m]

## Beschreibung des Schaltvorgangs

Um einen Schaltvorgang durchzuführen, ist die Unterbrechung des Kraftflusses vom Motor zum Getriebe notwendig. Die Unterbrechung führt zu einem Geschwindigkeitsverlust, da am Antriebsrad keine Zugkraft zur Überwindung der Fahrwiderstände wirkt. Es sind der Beschleunigungswiderstand  $F_B$  und der stationäre Fahrwiderstand  $F_W$  am Rollenprüfstand für die Berechnung des Geschwindigkeitsverlustes zu berücksichtigen.

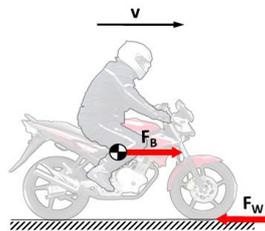


Abbildung 2-12: Kräfte bei Schaltvorgang

Der Geschwindigkeitsverlust  $\Delta v_{Schalt,i}$  während des Schaltens kann aus der Kräfte-Situation in Abbildung 2-12 berechnet werden:

$$\Delta v_{Schalt,i} = \frac{F_{W,i}}{m_{red,Schalt,i}} \cdot \Delta t_{Schalt} \quad (2.29)$$

In Gleichung 2.29 tritt die Schaltdauer  $\Delta t_{Schalt}$  auf, welche das Schaltverhalten des Fahrers charakterisiert. Damit kann der Einfluss einer langen und kurzen Schaltdauer auf das Beschleunigungsverhalten untersucht werden.

Die reduzierte Fahrzeugmasse geht ebenfalls in die Berechnung des Geschwindigkeitsverlustes mit ein. Es muss eine Unterscheidung zwischen Beschleunigungs- und Schaltvorgang gemacht werden. Bei betätigter Kupplung wird der Kurbeltrieb (inkl. Schwungrad und eventuell vorhandener Primärkupplung) vom Antriebsrad entkoppelt, wodurch dessen Übersetzungseinfluss auf die reduzierte Fahrzeugmasse nicht wirksam ist.

Dies führt zu einer wesentlich geringeren reduzierten Fahrzeugmasse während des Schaltvorganges gegenüber der des Beschleunigungsvorgangs. (siehe Tabelle 2-7 und 2-8)

Bei der Kupplung wurde ebenfalls der Übersetzungseinfluss vernachlässigt, da der Großteil der Massenträgheit vom Kupplungskorb und den äußeren Lamellen verursacht wird und diese bei betätigter Kupplung vom Antriebsrad entkoppelt sind. Die reduzierte Fahrzeugmasse während des Schaltvorganges wurde daher wie folgt berechnet:

$$m_{red} = m_{Ges} + \frac{J_{R,v}}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{R,h}}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Sw} \cdot i_S^2}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Pw} \cdot (i_S \cdot i_G)^2}{r_{dyn}^2} + \frac{J_K}{r_{dyn}^2} + \frac{J_{Kt}}{r_{dyn}^2} \quad (2.30)$$

Im Vergleich zum Beschleunigen ergibt sich beim Schalten eine geringere Änderung der reduzierten Fahrzeugmasse der einzelnen Gangstufen.

Der Fahrwiderstand  $F_{W,i}$  kann mit der bereits berechneten Fahrzeuggeschwindigkeit im aktuell noch eingelegten Gang ermittelt werden.

Nun stehen alle Größen für die Berechnung der Anschlussgeschwindigkeit im neu eingelegten Gang zur Verfügung. Dies kann für alle Schaltmanöver in den nächsthöheren Gängen angewandt werden.

$$v_{i,neu} = v_i - \Delta v_{Schalt,i} \quad (2.31)$$

$v_{i,neu}$	... Anschlussgeschwindigkeit für nächsthöheren Gang [m/s]
$v_i$	... Geschwindigkeit im aktuellen Gang bei vorgegebener Schaltdrehzahl [m/s]
$\Delta v_{Schalt,i}$	... Geschwindigkeitsverlust durch Schaltvorgang [m/s]

### Vorgabe Schaltdrehzahl

Die Vorgabe der Schaltdrehzahl war eine weitere Einflussgröße die in der Berechnung berücksichtigt wurde. Dadurch kann beurteilt werden, wie sich das Beschleunigungsverhalten im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm verändert, wenn ein Fahrer bei hoher Drehzahl schaltet, oder schon sehr frühe Schaltvorgänge einleitet.

In der Excel-Berechnung wird dafür eine Zelle definiert, in welcher die Schaltdrehzahl eingetragen wird. Diese Schaltdrehzahl gilt für jeden Gang. Mit Hilfe des VERWEIS-Befehls kann der gewünschte Schaltvorgang in Microsoft Excel 2010 berechnet werden.

Der VERWEIS-Befehl sucht in der Berechnungsspalte des aktuellen Ganges die Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_i$  bzw. den zugehörigen Geschwindigkeitsverlust  $\Delta v_{Schalt,i}$  für die vorgegebene Schaltdrehzahl. Die Differenz der beiden VERWEIS-Befehle nach Gleichung 2-31 ergibt die Anschlussgeschwindigkeit des nächsthöheren Ganges  $v_{i,neu}$  bei vorgegebener Schaltdrehzahl.

## Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm für verschiedene Schaltparameter

Für die Beurteilung des Beschleunigungsverhaltens ist die Zeit bis zum Erreichen einer Geschwindigkeit von 100 km/h als Referenz gewählt worden. Unter der Vorgabe von Schaltdauer  $\Delta t_{Schalt}$  und Schaltdrehzahl  $n_{Schalt}$  wurden für das Prototypenfahrzeug und die Yamaha FZ-150 die Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme angefertigt.

Es sind folgenden Fälle dargestellt:

- 1.Fall: Prototyp  $\Delta t_{Schalt} = 0,4 \text{ s}$   $n_{Schalt} = 11000 \text{ U/min}$
- 2.Fall: Beide Fahrzeuge  $\Delta t_{Schalt} = 0,4 \text{ s}$   $n_{Schalt} = 9500 \text{ U/min}$
- 3.Fall: Beide Fahrzeuge  $\Delta t_{Schalt} = 1,0 \text{ s}$   $n_{Schalt} = 9500 \text{ U/min}$

Im ersten Fall wird nur das Prototypenfahrzeug unter Vorgabe der angezielten Höchstdrehzahl im Betrieb dargestellt. Im zweiten und dritten Fall wurde eine Schaltdrehzahl von 9500 U/min vorgegeben. Dies entspricht der Maximaldrehzahl des Vergleichsfahrzeuges Yamaha FZ-150.

1. Fall: In diesem Fall wird das höhere Drehzahlvermögen des Prototypenfahrzeuges ausgenutzt und damit eine noch bessere Beschleunigung erzielt als im ersten Fall womit die Referenzgeschwindigkeit nach 15,9 s erreicht wird.

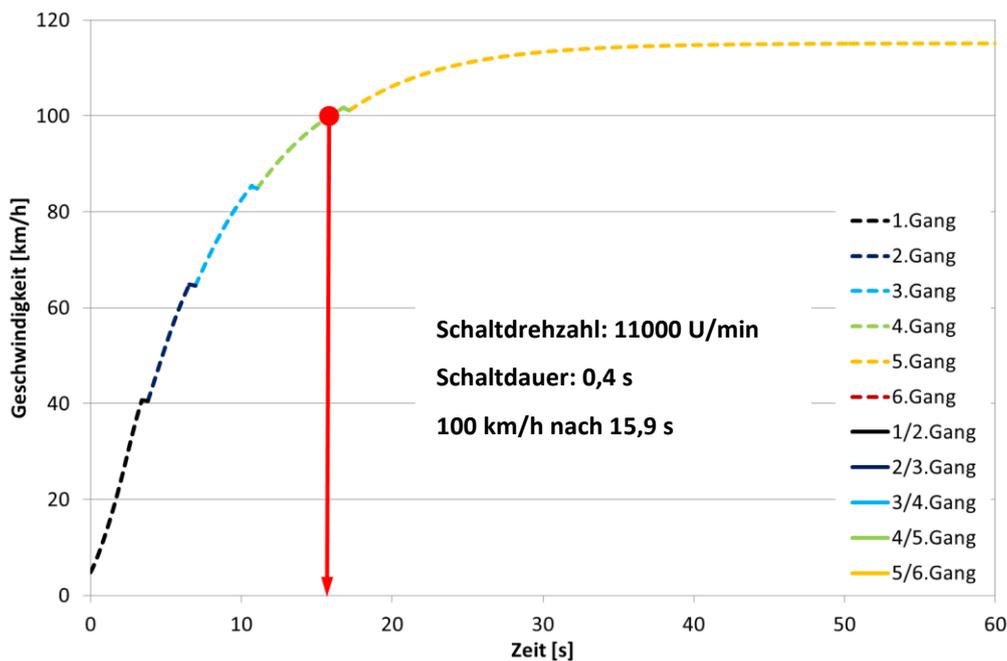


Abbildung 2-13: Beschleunigungsverhalten für 3.Fall mit Prototypenfahrzeug

**2. Fall:** Bei diesem Schaltverhalten erreicht das Prototypenfahrzeug die 100 km/h nach 16,6 s im 5.Gang und somit um eine Sekunde früher als das Vergleichsfahrzeug. Die Yamaha erreicht die Referenzgeschwindigkeit mit dem 4.Gang.

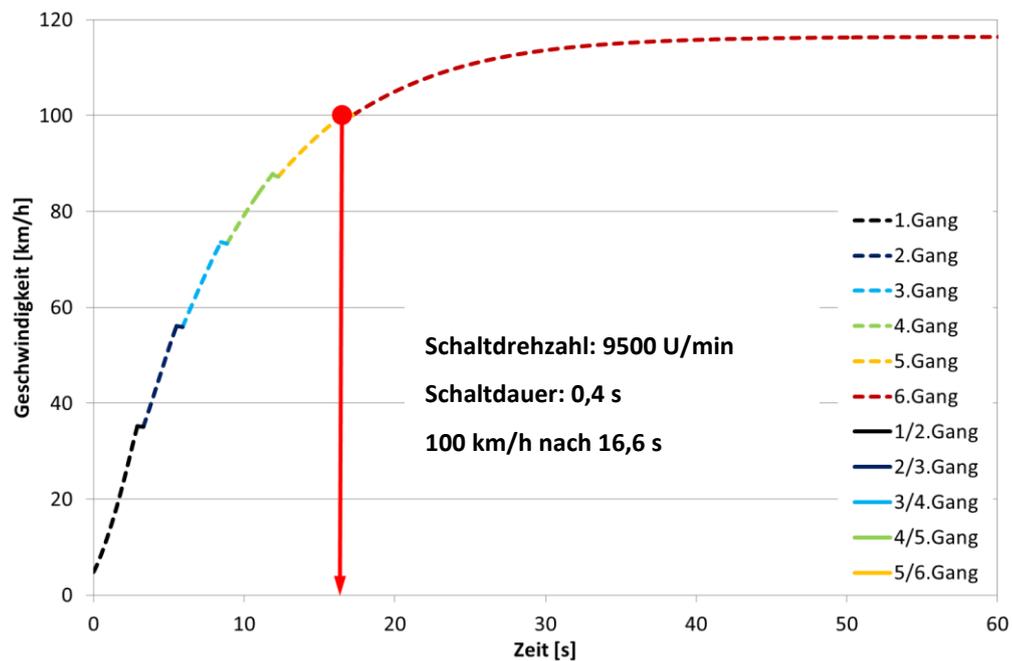


Abbildung 2-14: Beschleunigungsverhalten für 1.Fall mit Prototypenfahrzeug

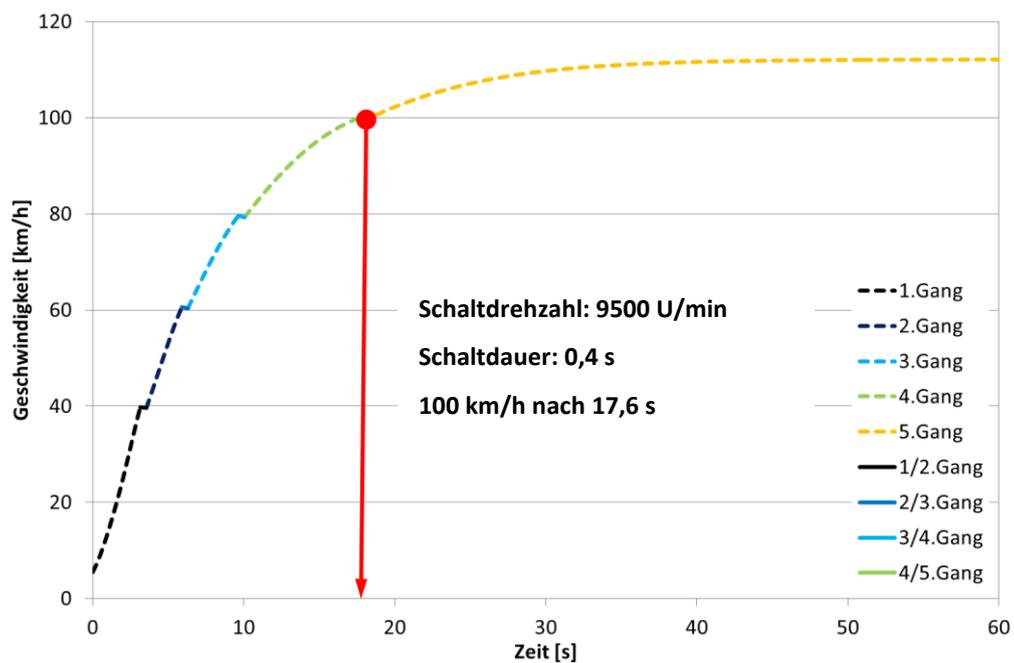


Abbildung 2-15: Beschleunigungsverhalten für 1.Fall mit Yamaha FZ-150

**3. Fall:** Hier erreichen beide Fahrzeuge die Referenzgeschwindigkeit nach 19,6 s. Vergleicht man diesen Fall mit dem ersten, so ergibt sich bei Vorgabe von gleicher Schaltdrehzahl aber verlängerter Schaltdauer eine stärkere Einbuße des Beschleunigungsvermögens beim Prototypenfahrzeug. Dies liegt am zusätzlichen Gangwechsel.

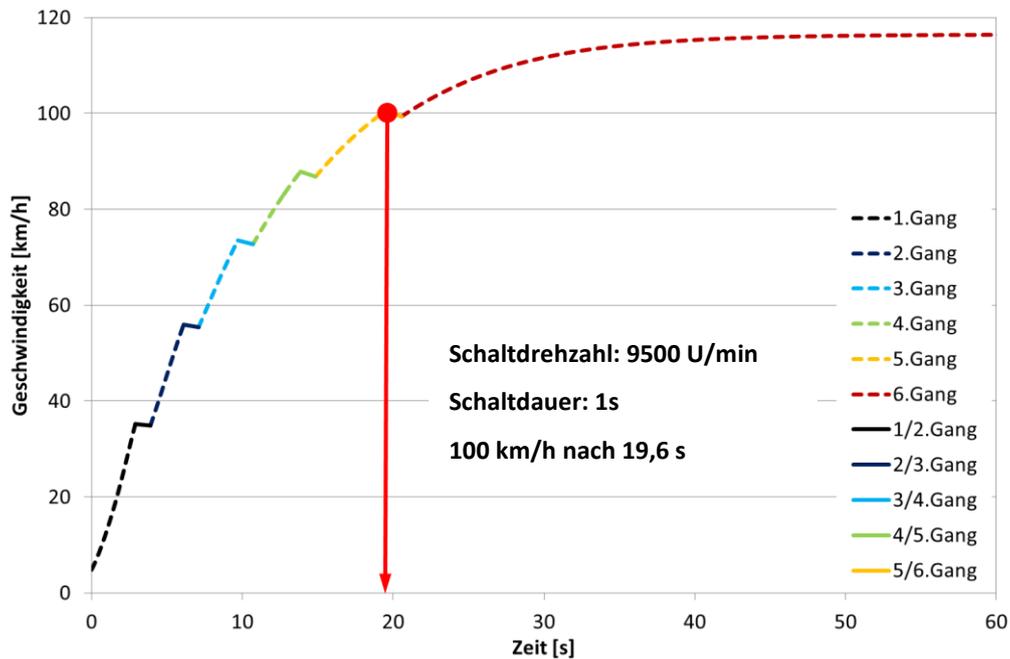


Abbildung 2-16: Beschleunigungsverhalten für 2.Fall mit Prototypenfahrzeug

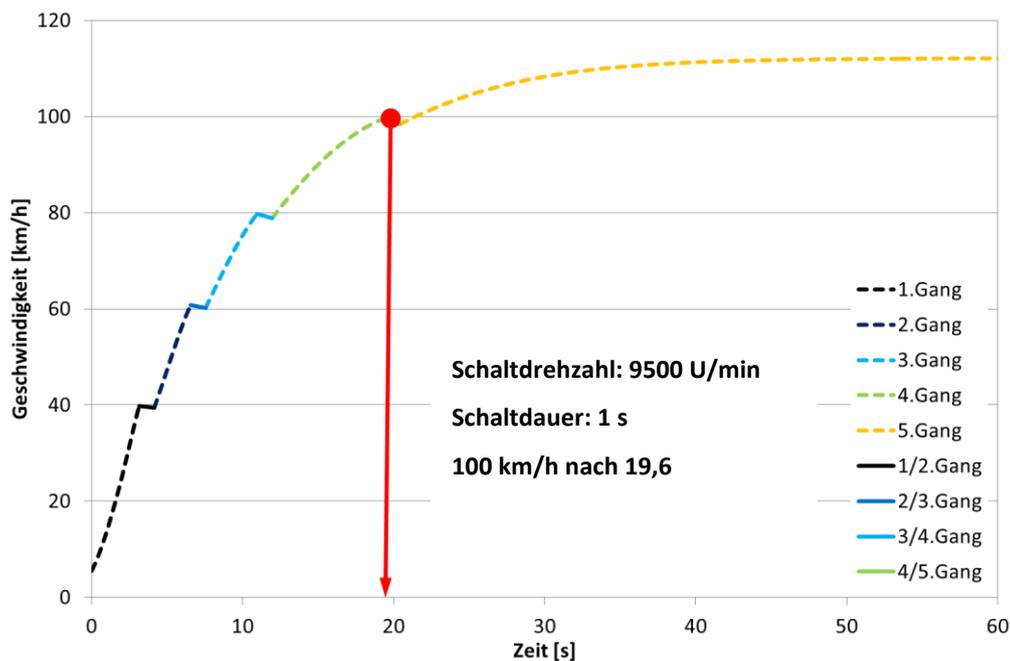


Abbildung 2-17: Beschleunigungsverhalten für 2.Fall mit Yamaha FZ-150

### 2.3 Ergebnis der Fahrleistungs-Berechnungen

Vergleicht man die berechneten Fahrleistungen des Prototypenfahrzeuges mit denen des Referenzfahrzeuges Yamaha FZ-150 so ergibt sich ein positives Fazit.

- Die Höchstgeschwindigkeit des Prototypenfahrzeuges liegt über der des Vergleichsfahrzeuges.
- Der Zugkraftüberschuss liegt durch die höhere Gesamtübersetzung der Gänge und des höheren Motordrehmomentes immer über jener des Referenzfahrzeuges.
- Mit dem Prototypenfahrzeug können größere Steigungen überwunden werden.
- Bei raschen Schaltmanövern und unter Ausnutzung der höheren Motordrehzahlen lässt sich eine für diese Fahrzeugkategorie sehr gute Beschleunigung erzielen.

### 3 Auslegung des Kurbeltriebs

Die rechnerische Auslegung und Dimensionierung des Kurbeltriebs erfolgte unter den in der Benchmark-Phase definierten Randbedingungen. Dabei wurde in Zusammenarbeit mit dem Auftraggeber festgelegt, welche Bauteile neu auszulegen und zu konstruieren sind und welche von bereits bestehenden Motoren übernommen werden.

Die zu berücksichtigenden Randbedingungen bzw. Vorgaben für die Auslegung des Prototypen-Kurbeltriebs im Rahmen dieser Arbeit lauten wie folgt:

#### **Die Referenz für die Kurbeltriebsauslegung ist der Yamaha FZ-150 Motor**

- Verwendung des gleichen Pleuels für den Prototypenmotor
- Verwendung des gleichen Kurbelwellenradius für den Prototypenmotor
- Untersuchung des Einflusses von Schrängung auf Kinematik und Kräfte des Kurbeltriebes. (Der Referenzmotor besitzt einen geschrängten Kurbeltrieb)

#### **Die Forderung nach einem Baukastensystem**

- Hubraumvarianten mit 125 cm<sup>3</sup>, 150 cm<sup>3</sup> und 176 cm<sup>3</sup> sind durch die Variation von Kolbendurchmesser zu realisieren, der Kurbelwellenradius soll für alle Varianten gleich sein
- Für alle Hubraumvarianten ist das Pleuel aus dem Motor der Yamaha FZ-150 zu verwenden
- Für alle Hubraumvarianten soll die gleiche Grundkonstruktion der Kurbelwelle verwendet werden
- Realisierung eines 50%-Ausgleichs der oszillierenden Massenkräfte 1.Ordnung für alle Hubraumvarianten durch die Anpassungen der Kurbelwellenwangen
- Für alle Hubraumvarianten soll die gleiche Grundkonstruktion der Ausgleichswelle verwendet werden
- 50%-Ausgleich der oszillierenden Massenkräfte 1.Ordnung für alle Hubraumvarianten durch die Anpassung der Ausgleichswellengewichte

#### **Verwendung der CAD-Daten bereits konstruierter Kurbeltriebkomponenten des Prototypenmotors**

- Kolbenbaugruppe für alle Hubraumvarianten
- Pleuel von Yamaha FZ-150
- Kurbelwelle für alle Hubraumvarianten
- Ausgleichswelle für alle Hubraumvarianten

Mit den genannten Randbedingungen konnte die rechnerische Auslegung und Dimensionierung der Kurbeltriebsbauteile durchgeführt werden.

Zu Beginn wurde der Einfluss der Schrängung auf die Kinematik des Kurbeltriebs untersucht. Die Basis für die Ermittlung der Kräfte im Kurbeltrieb bildeten die Berechnung von Gaskraft und Massenkräften in vorgegebenen Lastpunkten. Bei den entstehenden Massenkräften und deren Ausgleich ist der Einfluss der Schrängung mitberücksichtigt worden. In der Darstellung aller weiteren Kräfte wurde die Schrängung ebenfalls miteinbezogen, um zu untersuchen in

welchem Bereich sie sich besonders günstig auf die Kräftesituation im Prototypenkurbeltrieb auswirkt.

Danach wurde mit den berechneten Kräften in kritischen Lastpunkten die Dimensionierung der Kurbeltriebsbauteile für die 150 cm<sup>3</sup>-Variante des Prototypenmotors unter Anwendung des FEM-Moduls von Catia V5R16 durchgeführt.

### 3.1 Grundlagen der Kinematik und Kräfte des Kurbeltriebs

In diesem Kapitel werden die verwendeten Grundlagen für die Berechnung der Kinematik und der Kräftesituation am Kurbeltrieb wiedergegeben. Dabei werden zu Beginn die kinematischen Verhältnisse für den ungeschränkten und geschränkten Kurbeltrieb angeführt. Die wirkenden Kräfte im Kurbeltrieb und die Grundlagen des Massenausgleichs für Einzylindermotoren werden auf Basis des ungeschränkten Kurbeltriebs geschildert.

#### 3.1.1 Kinematik des ungeschränkten Kurbeltriebs [3]

In Abbildung 3-1 sind die geometrischen Verhältnisse des ungeschränkten Kurbeltriebs dargestellt.

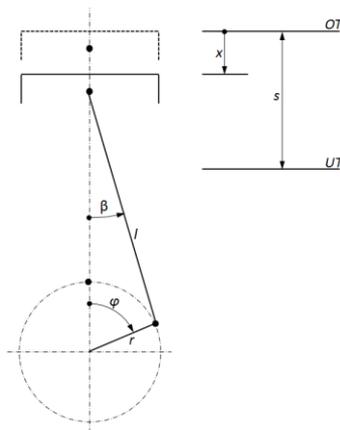


Abbildung 3-1: Kinematik des ungeschränkten Kurbeltriebs [3]

Der Pleuellagerweg  $x$  leitet sich wie folgt ab:

$$x = l + r - l \cdot \cos \beta - r \cdot \cos \varphi \quad (3.1)$$

Damit Gleichung 3.1 nur vom Pleuellagerwinkel  $\varphi$  abhängig ist muss der Ausdruck  $\cos \beta$  umformuliert werden. Die dafür notwendigen Bedingungen sind die Gleichungen 3.2 und 3.3.

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \cdot \sin \varphi \quad (3.2)$$

$$\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1 \quad (3.3)$$

Mit der Einführung des Schubstangenverhältnisses  $\lambda = r/l$  kann  $\cos \beta$  wie folgt geschrieben werden:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi)^2} \quad (3.4)$$

Damit ist der Kolbenweg  $x$  nur vom Kurbelwinkel  $\varphi$  abhängig und kann wie folgt angegeben werden:

$$x = r + l - r \cdot \cos \varphi - l \cdot \sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi)^2} \quad (3.5)$$

Durch Anwendung einer Reihenentwicklung auf Gleichung 3.5 folgt:

$$x = r \cdot \left(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^2 \varphi + \frac{\lambda^3}{8} \cdot \sin^4 \varphi + \frac{\lambda^5}{16} \cdot \sin^6 \varphi + \dots\right) \quad (3.6)$$

Bei den üblichen Schubstangenverhältnissen von  $\lambda = 0,22 - 0,30$  können die höheren Glieder ab der 2.Ordnung vernachlässigt werden, wodurch sich folgende Näherung ergibt:

$$x = r \cdot \left(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^2 \varphi\right) \quad (3.7)$$

Durch die Ableitung des Kolbenwegs erhält man die Kolbengeschwindigkeit nach Gleichung 3.8.

$$v_K = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \omega \quad (3.8)$$

$$v_K(\varphi) = r \cdot \omega \cdot \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2\varphi\right) \quad (3.9)$$

Die Kolbenbeschleunigung nach Gleichung 3.11 erhält man nach Ableitung der Geschwindigkeit.

$$a_K = \frac{dv_K}{dt} = \frac{dv_K}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dv_K}{d\varphi} \cdot \omega \quad (3.10)$$

$$a_K(\varphi) = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \varphi + \lambda \cdot \cos 2\varphi) \quad (3.11)$$

Die maximale Kolbenbeschleunigung ergibt sich für  $\varphi = 0^\circ$ , wenn sich der Kolben in OT befindet.



Damit Gleichung 3.12 nur vom Kurbelwinkel  $\varphi$  abhängig ist, muss der Ausdruck  $\cos \beta$  umformuliert werden. Dafür wird folgende Beziehung benötigt:

$$l \cdot \sin \beta + a = r \cdot \sin \varphi$$

$$\sin \beta = \frac{1}{l} \cdot (r \cdot \sin \varphi - a)$$
(3.13)

Mit der Einführung des Schubstangenverhältnisses  $\lambda = r/l$  und dem Schränkungsverhältnis  $\mu = a/l$  kann Gleichung 3.13 wie folgt geschrieben werden:

$$\sin \beta = \lambda \cdot \sin \varphi - \mu$$
(3.14)

Mit  $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ , folgt für  $\cos \beta$ :

$$\cos \beta = \sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}$$
(3.15)

Damit ist der Kolbenweg  $x$  nur vom Kurbelwinkel  $\varphi$  abhängig und kann wie folgt angegeben werden:

$$x = \sqrt{(r+l)^2 - a^2} - r \cdot \cos \varphi - l \cdot \sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}$$
(3.16)

Die Ableitung des Kolbenweges liefert die Kolbengeschwindigkeit nach Gleichung 3.18:

$$v_K = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx}{d\varphi} \cdot \omega$$
(3.8)

$$v_K(\varphi) = r \cdot \omega \cdot \left( \sin \varphi + \frac{(\lambda \cdot \sin \varphi - \mu) \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} \right)$$
(3.17)

Die Kolbenbeschleunigung erhält man durch Ableitung der Geschwindigkeit:

$$a_K = \frac{dv_K}{dt} = \frac{dv_K}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dv_K}{d\varphi} \cdot \omega$$
(3.10)

$$a_K(\varphi) = r \cdot \omega^2 \cdot \left( \cos \varphi + \frac{\lambda \cdot \cos^2 \varphi - \lambda \cdot \sin^2 \varphi + \mu \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} + \frac{\lambda \cdot \cos^2 \varphi \cdot (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} \right)$$
(3.18)

### 3.1.3 Kräfte am Kurbeltrieb [3]

#### 3.1.3.1 Triebwerkskräfte

##### Gaskraft

$$F_G = A_K \cdot p_G \quad (3.19)$$

$F_G$  ... Gaskraft auf den Kolben [N]  
 $A_K$  ... Kolbenfläche [m<sup>2</sup>]  
 $p_G$  ... Gasdruck [Pa]

##### Massenkräfte

Allgemein gilt für die Trägheitskraft bzw. Massenkraft:

$$F_m = -m \cdot a \quad (3.20)$$

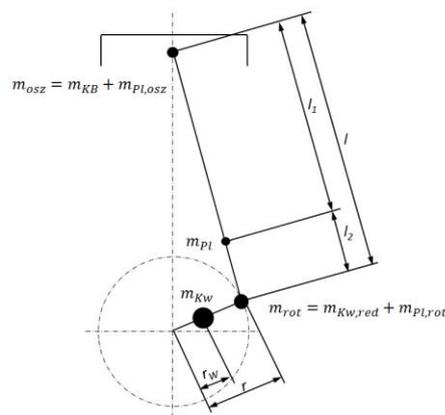


Abbildung 3-3: Massenaufteilung für Kurbeltrieb [3]

Die Pleuelstange führt eine oszillierende Bewegung durch, wobei man sich die Masse der Pleuelstange  $m_{KB}$  in die Pleuelstangenmitte konzentriert vorstellt. Berücksichtigt werden die Massen von Pleuelstange, Pleuelstangenbolzen, Pleuelstangenbolzenbolzen, Pleuelstangenbolzenbolzenbolzen, Pleuelstangenbolzenbolzenbolzenbolzen und Pleuelstangenbolzenbolzenbolzenbolzenbolzen.

Die Bewegung der Pleuelstange ist nur durch eine Dreipunktaufteilung exakt ersetzbar. Dazu wird die Masse der Pleuelstange auf drei Punkte (Pleuelstangenbolzenmitte, Pleuelstangenbolzenbolzenmitte und Pleuelstangenbolzenbolzenbolzenmitte) aufgeteilt. Nur so bleiben alle Trägheitsmomente erhalten.

Als gute Näherung wird die Pleuelmasse in der Zweipunktaufteilung auf die Kolbenbolzen- und Kurbelzapfenmitte aufgeteilt. Dabei muss der Schwerpunkt erhalten bleiben.

Bedingung für gleiche Masse:

$$m_{Pl} = m_{Pl,osz} + m_{Pl,rot} \quad (3.21)$$

Bedingung für gleichen Schwerpunkt:

$$m_{Pl,osz} \cdot l_1 = m_{Pl,rot} \cdot l_2 \quad (3.22)$$

$$l = l_1 + l_2 \quad (3.23)$$

Aufteilung der Pleuelmasse:

$$m_{Pl,osz} = \frac{l_2}{l} \cdot m_{Pl} \quad (3.24)$$

$$m_{Pl,rot} = \frac{l_1}{l} \cdot m_{Pl} \quad (3.25)$$

Die exzentrische Masse der Kurbelwelle (Kurbelwangen, Kurbelzapfen, Kurbelzapfenlager) wird in den Kurbelzapfenmittelpunkt reduziert, sodass die Fliehkraft erhalten bleibt.

$$m_{Kw,red} = \frac{r_{Kw}}{r} \cdot m_{Kw} \quad (3.26)$$

$m_{Kw,red}$  ... In die Kurbelzapfenmitte reduzierte, rotierende Masse [kg]

$m_{Kw}$  ... Masse der Kurbelwelle [kg]

$r_{Kw}$  ... Abstand zwischen Kurbelwellenschwerpunkt und Kurbelwellenachse [m]

$r$  ... Kurbelwellenradius [m]

Bei Annahme einer Zweipunktaufteilung erhält man zwei Massen, die oszillierende Masse und die rotierende Masse.

$$m_{osz} = m_{KB} + m_{Pl,osz} \quad (3.27)$$

$$m_{rot} = m_{Kw,red} + m_{Pl,rot} \quad (3.28)$$

Aus diesen können die oszillierenden Massenkräfte und rotierenden Massenkräfte abgeleitet werden.

## Oszillierende Massenkräfte

Für die Darstellung der oszillierenden Massenkräfte wird die Kolbenbeschleunigung  $a_K$  des ungeschränkten Kurbeltriebs aus Gleichung 3.11 verwendet.

$$F_{osz} = m_{osz} \cdot a_K = \underbrace{m_{osz} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi}_{F_I} + \underbrace{m_{osz} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\varphi}_{F_{II}} \quad (3.29)$$

$F_{osz}$  ... Oszillierende Massenkräfte [N]  
 $F_I$  ... Massenkräfte erster Ordnung [N]  
 $F_{II}$  ... Massenkräfte zweiter Ordnung [N]

Die Massenkräfte erster Ordnung wirken mit Maschinenfrequenz in Richtung der Zylinderachse.

Die Massenkräfte zweiter Ordnung wirken mit doppelter Maschinenfrequenz in Richtung der Zylinderachse. Sie sind zwar um das Schubstangenverhältnis  $\lambda$  (0,22 bis 0,3) kleiner als die Massenkräfte 1.Ordnung, aber wegen der doppelten Frequenz relativ energiereich.

## Rotierende Massenkräfte

Die Beschleunigung in Kurbelrichtung erfolgt mit gleichbleibendem Betrag:

$$a_r = r \cdot \omega^2 \quad (3.30)$$

$$F_{rot} = m_{rot} \cdot a_r = \underbrace{m_{Kw,red} \cdot r \cdot \omega^2}_{F_{Kw,red}} + \underbrace{m_{Pl,rot} \cdot r \cdot \omega^2}_{F_{Pl,rot}} \quad (3.31)$$

$F_{rot}$  ... Summe der rotierenden Massenkräfte [N]  
 $F_{Kw,red}$  ... Rotierende Massenkraft der Kurbelwelle [N]  
 $F_{Pl,rot}$  ... Rotierende Massenkraft des Pleuels [N]

### Resultierende Kräfte [3],[17]

Die Kräfte auf die einzelnen Bauteile ergeben sich durch Addition der Gas- und Massenkraft und ihre Weiterleitung entsprechend Abbildung 3-4.

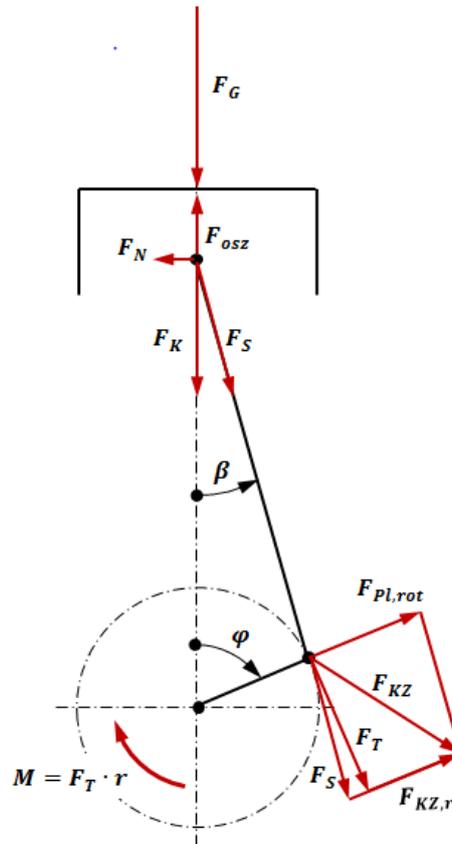


Abbildung 3-4: Kräfte im Kurbeltrieb [3]

Die auf den Pleuellagerbolzen in Zylinderachse wirkende Kraft  $F_K$  erzeugt aufgrund der Auslenkung  $\beta$  der Pleuellagerbolzen die Abstützkraft  $F_N$  auf die Zylinderlaufbahn und die Pleuellagerkraft  $F_S$ , welche von der Pleuellagerbolzen in das Pleuellager weitergeleitet wird. Dort greift zusätzlich die rotierende Massenkraft der Pleuellagerbolzen  $F_{Pl,rot}$  an, wodurch sich eine resultierende Kraft  $F_{KZ}$  am Pleuellagerzapfen ergibt, welche wieder in eine Radialkraft  $F_{KZ,r}$  und eine Tangentialkraft  $F_T$  zerlegt werden kann. Die Tangentialkraft bewirkt wiederum das Drehmoment  $M$  an der Pleuellagerbolzen.

Die Pleuellagerbolzen werden durch die Pleuellagerzapfenkraft  $F_{KZ}$  bzw. ihren Komponenten  $F_T$ ,  $F_R$ ,  $F_{Pl,rot}$  und zusätzlich durch die rotierende Kraft  $F_{Kw,red}$  der Pleuellagerbolzen belastet. Diese ergeben eine resultierende Kraft  $F_{HL}$  auf die Pleuellagerbolzen.

$$F_K = F_G - F_{osz} \quad (3.32)$$

$$F_S = \frac{F_K}{\cos \beta} \quad (3.33)$$

$$F_N = F_S \cdot \sin \beta \quad (3.34)$$

$$F_T = F_S \cdot \cos \gamma \quad (3.35)$$

$$F_R = F_S \cdot \sin \gamma \quad (3.36)$$

$$\gamma = 90^\circ - \beta - \varphi \quad (3.37)$$

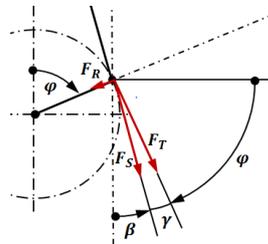


Abbildung 3-5: Winkelzuordnung

$$M = F_T \cdot r \quad (3.38)$$

$$F_{KZ} = \sqrt{F_S^2 + F_{Pl,rot}^2 - 2 \cdot F_S \cdot F_{Pl,rot} \cdot \cos(\beta + \varphi)} \quad (3.39)$$

$$F_{HL} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(F_{rot} + F_R)^2 + F_T^2} \quad (3.40)$$

$F_K$	... Kolbenkraft [N]
$F_G$	... Gaskraft auf den Kolben [N]
$F_{osz}$	... Rotierende Massenkraft des Pleuels [N]
$F_S$	... Schubstangenkraft bzw. Pleuelkraft [N]
$F_N$	... Normalkraft auf Kolben [N]
$F_T$	... Tangentiale Komponente der Schubstangenkraft [N]
$F_R$	... Radiale Komponente der Schubstangenkraft [N]
$F_{HL}$	... Resultierende Kraft auf das Hauptlager [N]
$F_{KZ}$	... Resultierende Kurbelzapfenkraft (Pleuellagerkraft) [N]
$M$	... Drehmoment an Kurbelwelle [N]
$r$	... Kurbelwellenradius [m]



## Ausgleich der oszillierenden Massen

Ein teilweiser Ausgleich der Massenkräfte erster Ordnung  $F_I$  ist möglich, indem die Masse der Gegengewichte erhöht wird.

$$m_{GG} = (\alpha \cdot m_{osz} + m_{rot}) \cdot \frac{r}{r_{GG}}$$

(3.42)

$\alpha$  ... Ausgleichsfaktor der oszillierenden Massenkraft [-]

Dadurch entsteht allerdings eine zusätzliche, senkrecht zur Zylinderachse oszillierende Massenkraft der Größe:

$$F_y = \alpha \cdot m_{osz} \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi$$

(3.43)

Ein vollständiger Ausgleich der Massenkräfte erster Ordnung ist bei der Einzylindermaschine durch die Anordnung zweier gegenläufig zur Kurbelwellendrehung, rotierender Wellen mit Gegengewichten möglich. Diese Wellen sind symmetrisch zur Kurbelwelle anzuordnen, so dass sich die horizontalen Kraftvektoren aufheben.

Wenn man ein resultierendes Kippmoment in Kauf nimmt, kann die in Kurbelwellendrehrichtung umlaufende Welle durch die Kurbelgegengewichte selbst ersetzt werden, sodass eine Ausgleichswelle eingespart wird.

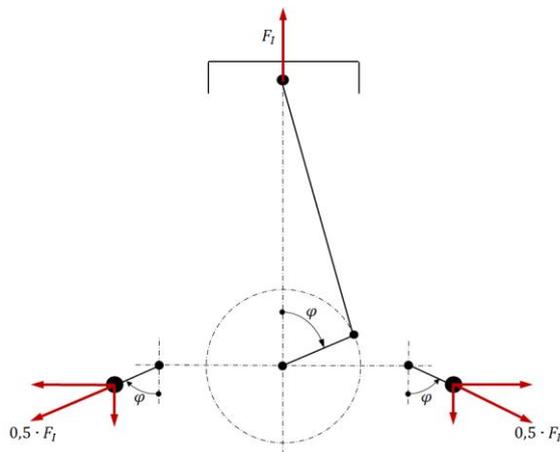


Abbildung 3-7: Vollständiger Ausgleich der Massenkräfte 1. Ordnung durch zwei gegenläufige Ausgleichswellen [3]

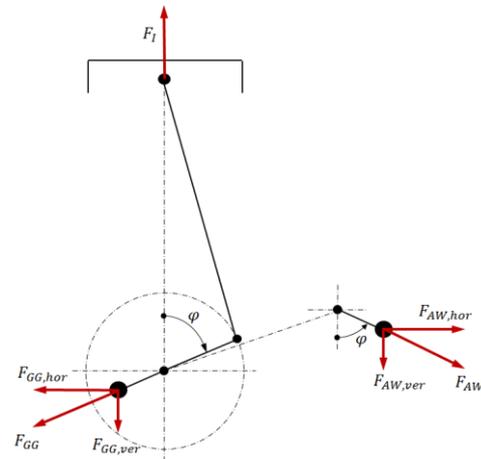


Abbildung 3-8: Ausgleich der Massenkräfte 1. Ordnung mit einer Ausgleichswelle und Kurbelgegengewicht [3]



### 3.2 Kinematik des Prototypen-Kurbeltriebs [10]

Grundlage für die mechanische Auslegung des Kurbeltriebs ist die Berechnung seiner Kinematik. Für den geschränkten Kurbeltrieb müssen zur Berechnung von Kolbenweg, Kolbengeschwindigkeit und Kolbenbeschleunigung der Kurbelwellenradius, die Pleuellänge und das Schränkmaß bekannt sein.

Für den Prototypen-Kurbeltrieb mit dem bereits festgelegten Kurbelwellenradius von  $r = 29,3$  mm und der Pleuellänge  $l = 100$  mm konnte der Einfluss des Schränkmaßes  $a$  ermittelt werden.

#### Der Kolbenweg für verschiedene Schränkungsverhältnisse

$$x = \sqrt{(r + l)^2 - a^2} - r \cdot \cos \varphi - l \cdot \sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}$$

(3.16)

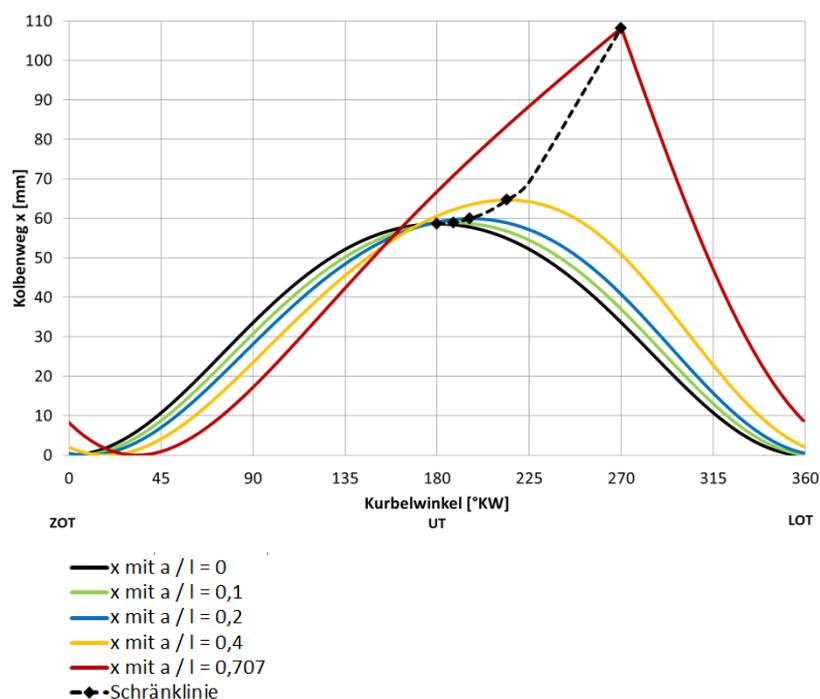


Abbildung 3-10: Kolbenweg für verschiedene Schränkungsverhältnisse

Um den Einfluss der Schränkung auf den Kolbenweg zu zeigen, wurden in Abbildung 3-10 mehrere Verläufe mit unterschiedlichem Schränkungsverhältnis eingetragen. Die eingetragenen Totpunktbezeichnungen sind nur für den ungeschränkten Kurbeltrieb ( $\mu = 0$ ) gültig.

Geht man vom Verlauf des Kolbenwegs für den ungeschränkten Kurbeltrieb aus, so ist mit zunehmendem Schränkmaß  $a$  die Verschiebung von oberem und unterem Totpunkt zu späteren Kurbelwinkellagen ersichtlich. Dabei fällt auf, dass der Einfluss der Schränkung erst mit größeren Werten einen bedeutenden Einfluss auf den Verlauf des Kolbenweges hat. Mit Hilfe der eingetragenen Schränklinie wird die Verschiebung des unteren Totpunktes gezeigt, welche sich mit steigendem Schränkungsverhältnis  $\mu$  viel stärker auf den Kolbenweg auswirkt als die Verschiebung des oberen Totpunktes.

Ausgehend vom ungeschränkten Kurbeltrieb, bei dem der doppelte Kurbelwellenradius gleich dem Kolbenweg ist, tritt beim geschränkten Kurbeltrieb mit gleichem Kurbelwellenradius eine Kolbenweg-Verlängerung ein und nimmt daher Werte an die größer als der doppelte Kurbelwellenradius sind.

Die entstehende Asymmetrie des Kolbenwegs bewirkt, dass der Arbeitshub und der Ansaughub verlängert werden bzw. einen größeren Kurbelwinkelbereich einnehmen. Für den Ausschubhub und den Verdichtungshub wird eine Verkürzung des Kurbelwinkelbereichs erreicht.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Grenz-Schränkung  $a = l - r$  nur für eine theoretische Betrachtung verwendet wird.

### Die Kolbengeschwindigkeit für verschiedene Schränkungsverhältnisse

$$v_K(\varphi) = r \cdot \omega \cdot \left( \sin \varphi + \frac{(\lambda \cdot \sin \varphi - \mu) \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} \right)$$

(3.17)

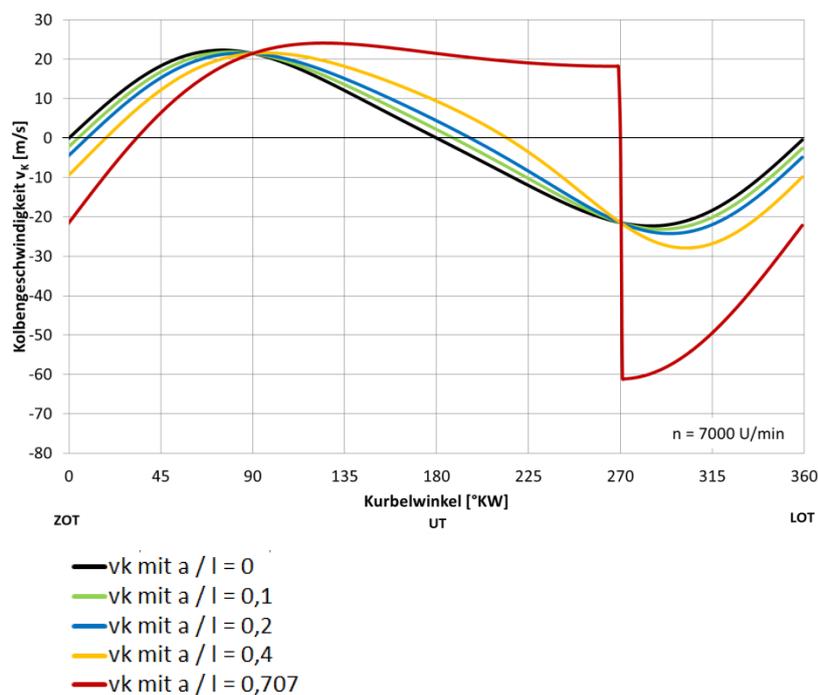


Abbildung 3-11: Kolbengeschwindigkeit für verschiedene Schränkungsverhältnisse

Abbildung 3-11 zeigt den Einfluss der Schränkung auf die Kolbengeschwindigkeit. Auch hier ist die entstehende Asymmetrie für große Schränkungsverhältnisse deutlich zu erkennen. Die Nulldurchgänge der Geschwindigkeitsverläufe, welche die Totpunktlagen kennzeichnen, verschieben sich zu späteren Kurbelwinkellagen.

Bei den maximal erreichbaren Kolbengeschwindigkeiten bewirkt die zunehmende Schränkung, dass während den Ausschube- und Verdichtungshub höhere Kolbengeschwindigkeiten erreicht werden als bei Arbeits- und Ansaughub.

## Die Kolbenbeschleunigung für verschiedene Schränkungsverhältnisse

Der Einfluss der Schränkung wurde für die exakt berechnete Kolbenbeschleunigung nach Gleichung 3.18 und zusätzlich für die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung untersucht. Bevor jedoch die Ergebnisse der exakt ermittelten Kolbenbeschleunigung gezeigt werden, wird die Berechnung der Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung und deren Ergebnisse erläutert.

Um den Einfluss der Schränkung auf die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung des geschränkten Kurbeltriebs zeigen zu können musste diese durch eine Reihenentwicklung des Kolbenwegs und anschließend zweimaliges Ableiten berechnet werden.

Dafür wurde der Wurzelausdruck  $\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}$  in Gleichung 3.16 mit einer McLaurinschen-Reihenentwicklung (Gleichung 3.44) vereinfacht.

$$f(y) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} \cdot y + \frac{f''(0)}{2!} \cdot y^2 + \dots \quad (3.44)$$

Mit der Substitution  $y = \sin \varphi$  folgt für den Wurzelausdruck:

$$f(y) = \sqrt{1 - (\lambda \cdot y - \mu)^2} \quad (3.45)$$

Da für den Massenausgleich des Prototypenmotors nur die 1.Ordnung betrachtet wird, kann auf die höheren Ordnungen verzichtet werden. Der Kolbenweg wird somit zu:

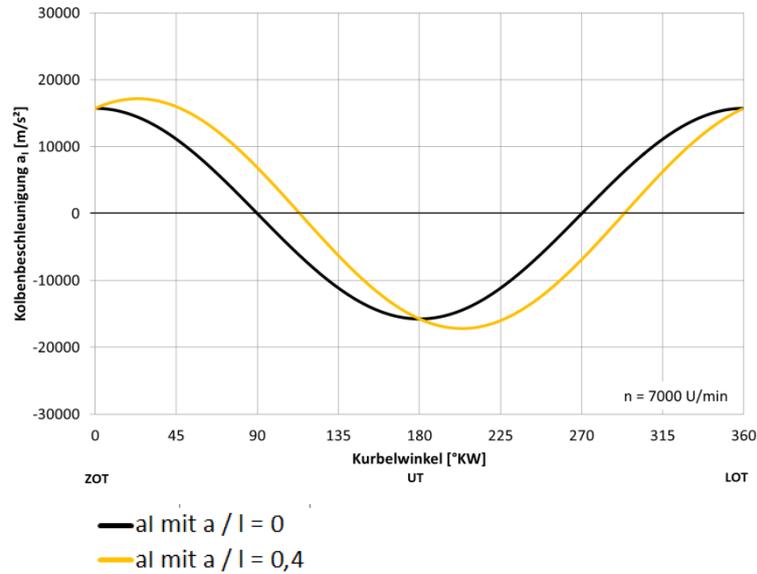
$$x(\varphi) = \sqrt{(r+l)^2 - a^2} - r \cdot \cos \varphi - l \cdot \left( \sqrt{1 - \mu^2} + \frac{\lambda \cdot \mu}{\sqrt{1 - \mu^2}} \cdot \sin \varphi \right) \quad (3.46)$$

Aus Gleichung 3.46 wird durch zweimaliges Ableiten die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung berechnet.

$$a_K(\varphi) = r \cdot \omega^2 \cdot \left( \cos \varphi + \underbrace{\frac{\mu}{\sqrt{1 - \mu^2}} \cdot \sin \varphi}_{(*)} \right) \quad (3.47)$$

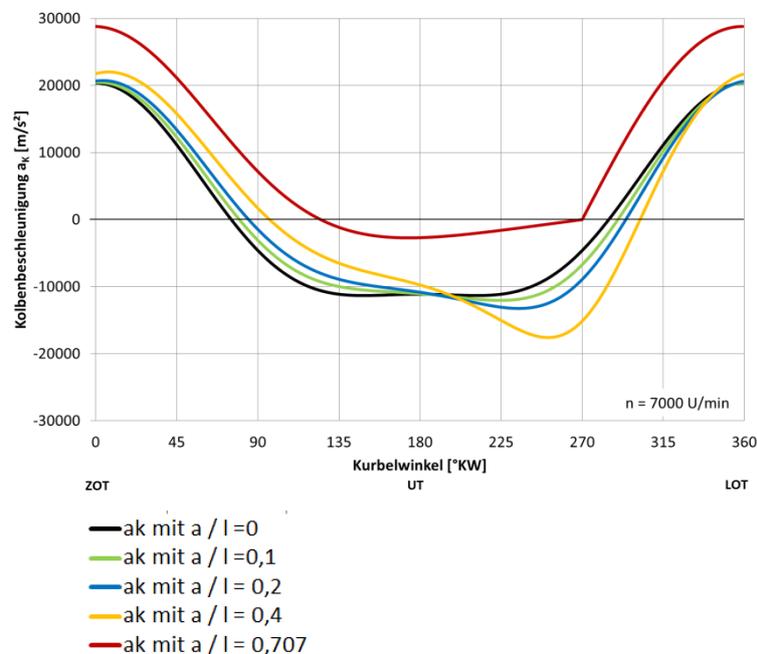
Vergleicht man die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung für den geschränkten Kurbeltrieb nach Gleichung 3.47 mit der Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung des ungeschränkten Kurbeltrieb ( $\mu = 0$ ) in Gleichung 3.11, so fällt der zusätzliche Term (\*) auf.

Dieser zusätzliche Term bewirkt einen Anstieg der Amplitude und eine Phasenverschiebung für die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung. Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge sind in Abbildung 3-12 die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung für den ungeschränkten Kurbeltrieb und einen Kurbeltrieb mit einem Schränkungsverhältnis von  $\mu = 0,4$  eingetragen.



**Abbildung 3-12: Vergleich der Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung für den ungeschränkten Kurbeltrieb und den geschränkten Kurbeltrieb mit  $\mu = 0,4$**

$$a_K(\varphi) = r \cdot \omega^2 \cdot \left( \cos \varphi + \frac{\lambda \cdot \cos^2 \varphi - \lambda \cdot \sin^2 \varphi + \mu \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} + \frac{\lambda \cdot \cos^2 \varphi \cdot (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}{\sqrt[3]{1 - (\lambda \cdot \sin \varphi - \mu)^2}} \right) \quad (3.18)$$



**Abbildung 3-13: Kolbenbeschleunigung für verschiedene Schränkungsverhältnisse**

Beim Verlauf der exakten Kolbenbeschleunigung in Abbildung 3-13, ist der Einfluss durch die Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung wiederzuerkennen. Dies sind die mit steigender Schränkung zunehmende Verschiebung der Maximal- und Minimalwerte im Beschleunigungsverlauf hin zu späteren Winkellagen, sowie die steigenden Werte für die Beschleunigungsamplituden des geschränkten Kurbeltriebs.

### 3.3 Bestimmung der Kräfte im Kurbeltrieb

Grundlage für die Ermittlung der Kräfte im Kurbeltrieb bilden die in Kapitel 3.1.3 vorgestellten Zusammenhänge.

#### 3.3.1 Gaskraft

Für die Bestimmung der Gaskraft benötigt man die Größe der Kolbenfläche und den über ein Arbeitsspiel herrschenden Brennraumdruck.

Mit den festgelegten Kolbendurchmessern von 52 mm, 57 mm und 62 mm für die drei Hubraumvarianten des Prototypenmotors, welche als EM-125, EM-150 und EM-176 bezeichnet werden, lässt sich die Kolbenfläche berechnen.

Aus einer bereits bestehenden 1D-CFD Motorprozessrechnung für die 150 cm<sup>3</sup>-Variante des auszulegenden Motors stammten die Zylinderdrücke. Ausgehend von einer Volllastsimulation, bei der die Drehzahl von 5000 U/min bis 12000 U/min in 1000 U/min – Schritten variiert wurde, sind die Teillastsimulationen für 50%-Last und 20%-Last durch die Anpassungen des Drosselklappenwinkels berechnet worden. Alle restlichen Parameter sind gleich der ursprünglichen Volllastsimulation. In Abbildung 3-14 sind die Zylinderdrücke entsprechend den drei genannten Lastzuständen bei einer konstanten Drehzahl von 7000 U/min dargestellt. Für diesen Drehzahlpunkt wird bei der Volllastsimulation das maximale Motordrehmoment erreicht.

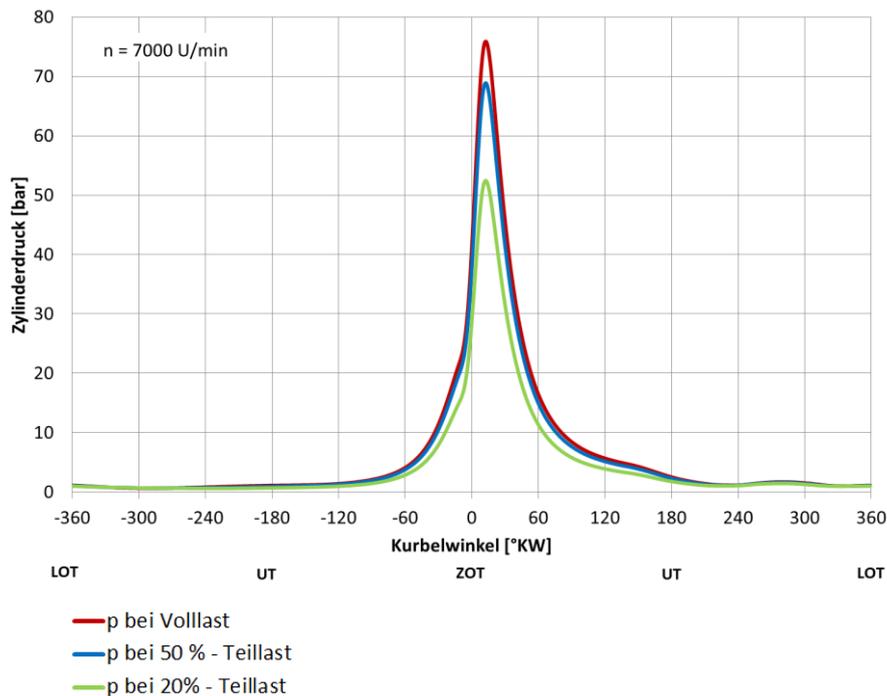


Abbildung 3-14: Zylinderdrücke des Prototypenmotors aus 1D-CFD Motorprozessrechnung bei  $n=7000$  U/min und verschiedenen Lastzuständen

Für die Berechnung der Gaskraft des Referenzfahrzeuges Yamaha FZ-150 lagen Messungen des indizierten Zylinderdrucks für verschiedene Lastzustände und Drehzahlpunkte vor. Der Kolbendurchmesser beträgt 57mm.

### 3.3.2 Massenkräfte und deren Ausgleich

Bei der Berechnung der Massenkräfte und deren Ausgleich waren die Ergebnisse und Vorgaben der Benchmarkanalyse zu beachten. Dabei wurden folgenden Punkte für alle Hubraumvarianten beschlossen:

- Vollständiger Ausgleich der Massenkräfte 1.Ordnung, durch 50%-Ausgleich direkt an der Kurbelwelle und Ausgleich der restlichen 50% mit einer Ausgleichswelle
- Die Massenkräfte 2.Ordnung werden nicht ausgeglichen

Für die Berechnung der Massenkräfte müssen zum einen die wirkenden Beschleunigungen auf die Kurbeltriebsbauteile und zum anderen deren Massen bekannt sein.

Da die Konstruktion des Kurbeltriebs mit dem CAD-Programm Catia-V5R16 erfolgte, konnten damit die erforderlichen Bauteilmassen ermittelt werden. Mit Vorgabe des verwendeten Werkstoffes und mit bekannter Bauteilgeometrie, errechnet Catia die Masse der Bauteile. Zusätzlich hat man die Möglichkeit, die Schwerpunktlagen und die Massenträgheitsmomente der Bauteile um ein vorgegebenes Achsensystem ermitteln zu können.

Im Folgenden wird der Einfluss der Kurbeltriebsbauteile und der Ausgleichswelle auf die Massenkräfte gezeigt.

#### Kolbenbaugruppe

Die Gesamtmasse der Kolbenbaugruppe ist reine oszillierende Masse. In Tabelle 3-1 sind die berücksichtigten Bauteile der Kolbenbaugruppe für die einzelnen Hubraumvarianten aufgelistet. Den größten Anteil an der Gesamtmasse der Kolbenbaugruppe haben der Kolben und der Kolbenbolzen. Zusätzlich wurden die Massen der zwei Kolbenringe, des Ölabbstreifings und der zwei Kolbenbolzen-Sicherungsringe berücksichtigt.

Die Angaben der Masse beziehen sich auf die zu diesem Zeitpunkt der Arbeit vorliegenden Konstruktionen. Dabei war die Kolbenbaugruppe der 150 cm<sup>3</sup> -Variante bereits fertig konstruiert. Bei den 125 cm<sup>3</sup> - und 176 cm<sup>3</sup> -Varianten mussten noch kleine Änderungen gemacht werden, die einen geringen Einfluss auf Massen für Kolben, Kolbenringe und Ölabbstreifring haben. Der verwendete Kolbenbolzen sowie dessen Sicherungsringe sind für alle drei Hubraumvarianten gleich.

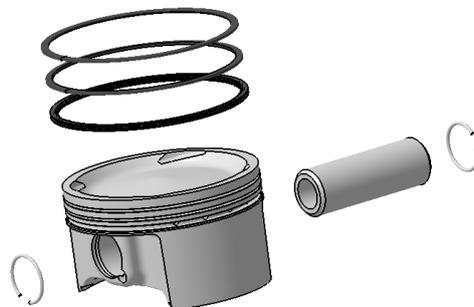


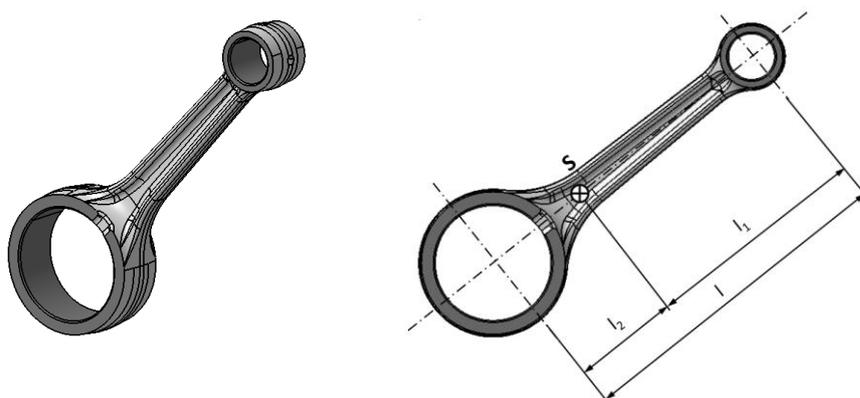
Abbildung 3-15: Kolbenbaugruppe EM-150

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	EM-125	EM-150	EM-176
Bohrung	d	[mm]	52	57	62
Kolben	$m_K$	[g]	64,4	76,5	100,0
Kolbenbolzen	$m_B$	[g]	28,0	28,0	28,0
Kolbenringe	$m_{KR}$	[g]	3,7	4,4	5,2
Ölabstreifring	$m_{ÖR}$	[g]	1,4	1,8	2,3
Kolbenbolzen-Sicherungsringe	$m_{BS}$	[g]	0,5	0,5	0,5
Gesamte Kolbenbaugruppe	$m_{KB}$	[g]	98,0	111,2	134,6

**Tabelle 3-1: Kenndaten der Kolbenbaugruppen für die drei Hubraumvarianten mit 125cm<sup>3</sup>, 150cm<sup>3</sup> und 176cm<sup>3</sup>**

## Pleuel

Das verwendete Pleuel ist jenes der Yamaha FZ150 und ist für alle Hubraumvarianten gleich. Anhand der CAD-Daten wurden die Schwerpunktabstände des Pleuels ermittelt und unter Verwendung der Zweipunktaufteilung die rotierende- und oszillierende Pleuelmasse berechnet. In Tabelle 3-2 sind die ermittelten Kenndaten des Pleuels aufgelistet.



**Abbildung 3-16: Pleuel**

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	EM-125	EM-150	EM-176
Pleuelmasse	$m_{pl}$	[g]	130,0		
Pleuellänge	l	[mm]	100,000		
Schwerpunktabstand 1	$l_1$	[mm]	69,603		
Schwerpunktabstand 2	$l_2$	[mm]	30,397		
Rotierende Pleuelmasse	$m_{pl,rot}$	[g]	90,5		
Oszillierende Pleuelmasse	$m_{pl,osz}$	[g]	39,5		

**Tabelle 3-2: Kenndaten des verwendeten Pleuels**

## Kurbelwelle

Das Design der Kurbelwelle wurde so ausgelegt, dass für alle Hubraumvarianten der Anteil der rotierenden Massenkräfte vollständig ausgeglichen ist und der Anteil der oszillierenden Massenkräfte 1.Ordnung zu 50% ausgeglichen ist.

Konstruktiv wird diese Forderung durch die Anpassung der Kurbelwangen für die jeweilige Hubraumvariante umgesetzt. Die 176 cm<sup>3</sup>-Version bildet dafür die Basis und kommt ohne Kurbelwangenanpassung aus. Die Kurbelwangen für die 125 cm<sup>3</sup>- und 150 cm<sup>3</sup>- Motoren werden mit Bohrungen versehen. Diese Bohrungen unterscheiden sich im Durchmesser und ihrem Abstand von der Kurbelwellenachse (siehe Abbildung 3-18). Vorteil dieser konstruktiven Lösung ist der geringe fertigungstechnische Aufwand womit sich das geforderte Baukastenprinzip schnell und kostengünstig realisieren lässt. Durch die deutliche optische Unterscheidung der Bohrungen und ihrer Abstände lässt sich eine mögliche Verwechslung beim Zusammenbau der unterschiedlichen Hubraumvarianten vermeiden.

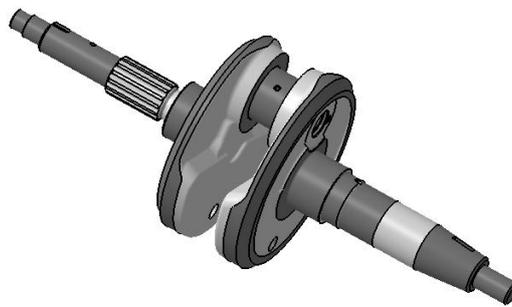


Abbildung 3-17: Kurbelwelle EM-150

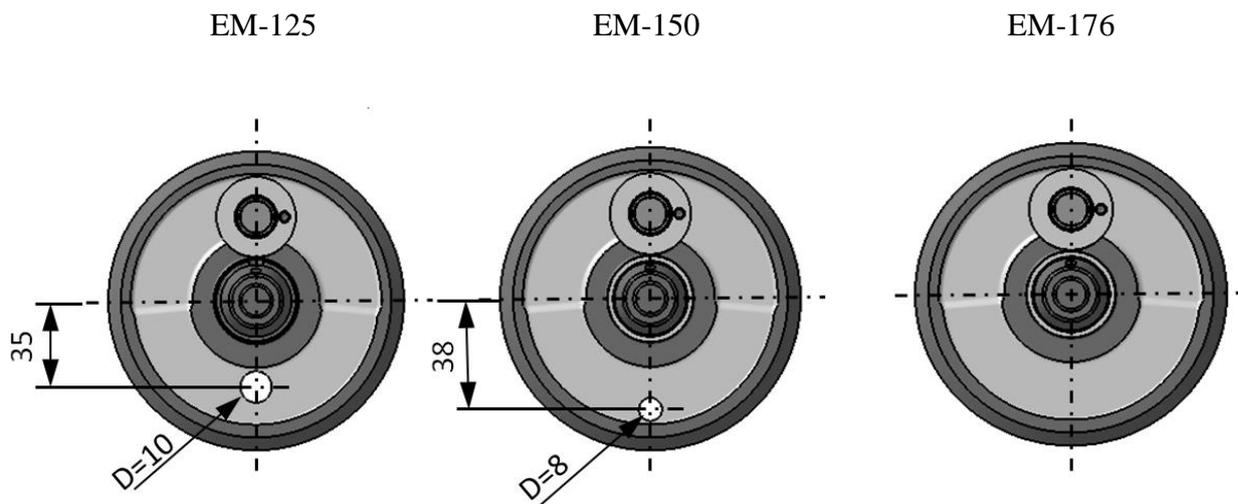


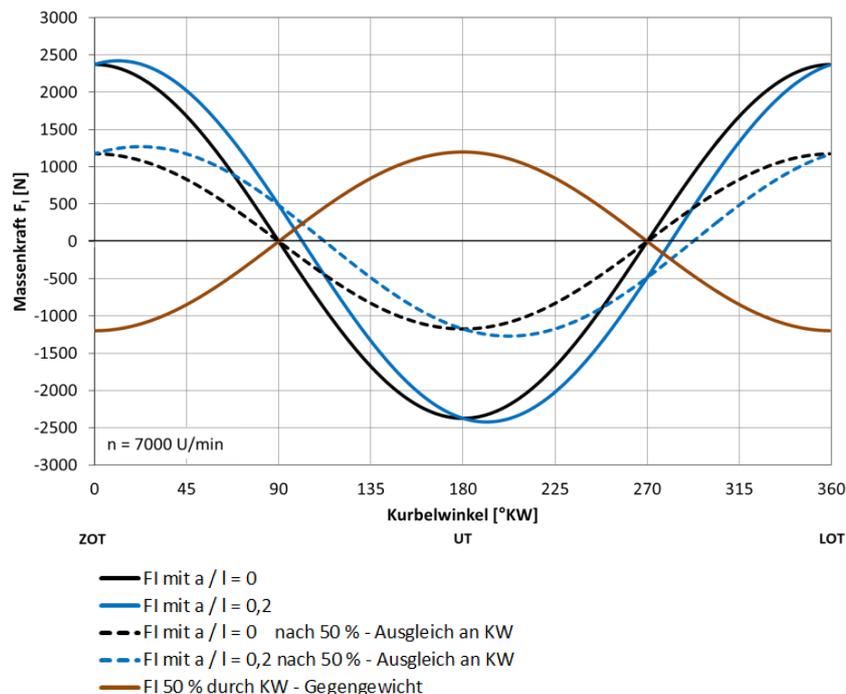
Abbildung 3-18: Anpassung der Kurbelwangen für 50%-Ausgleich bei den drei Hubraumvarianten mit 125cm<sup>3</sup>, 150cm<sup>3</sup> und 176cm<sup>3</sup>

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	EM-125	EM-150	EM-176
Bohrung	d	[mm]	52	57	62
Kurbelwellenradius	r	[mm]	29,3		
Masse linke Kurbelwange	-	[g]	1254,8	1260,8	1267,9
Masse rechte Kurbelwange	-	[g]	1073,5	1079,7	1086,7
Masse Kurbelzapfen	-	[g]	209,1		
Masse Kurbelzapfen Verschlussstopfen	-	[g]	5,2		
Masse Pleuellager	-	[g]	29,3		
Rotierende Pleuelmasse	$m_{\text{Pl,rot}}$	[g]	90,5		
Gesamte Kurbelwellenmasse	$m_{\text{KW,ges}}$	[g]	2662,5	2674,7	2688,8
Exzentrizität Kurbelwellen-Schwerpunkt	$r_{\text{KW}}$	[mm]	0,760	0,834	0,997

**Tabelle 3-3: Kenndaten der Kurbelwellenausführungen für die Hubraumvarianten mit 125cm<sup>3</sup>, 150cm<sup>3</sup> und 176cm<sup>3</sup>**

In der Gesamtmasse für die Kurbelwelle ist der Gegengewichtsanteil für einen 50%-Ausgleich bereits enthalten. Die Exzentrizität des Kurbelwellen-Schwerpunktes bezieht sich auf die gesamte Kurbelwellenmasse.

In Abbildung 3-19 ist der Einfluss des 50%-Ausgleichs an der Kurbelwelle auf die Massenkräfte 1.Ordnung für einen geschränkten und ungeschränkten Kurbeltrieb dargestellt. Lässt sich die Massenkraft 1.Ordnung für den ungeschränkten Kurbeltrieb über den gesamten Kurbelwinkelbereich genau halbieren, so ist dies für den geschränkten Kurbeltrieb durch die vorhandene Phasenverschiebung nicht möglich. In einigen Bereichen führt der 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle sogar dazu, dass die entstehende Restkraft über den Wert der zu reduzierenden Massenkraft 1.Ordnung ansteigt. Über ein Arbeitsspiel ist dies der Fall in einem schmalen Kurbelwinkelbereich nach 90 °KW, 270 °KW, 450 °KW und 630 °KW bei dem sich die Wirkungen addieren. Je größer die Schränkung, desto größer ist dieser Bereich.



**Abbildung 3-19: Einfluss des 50%-Ausgleichs an der Kurbelwelle auf die Massenkräfte 1.Ordnung für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit  $\mu = 0,2$**

## Ausgleichswelle

Das Design der Ausgleichswelle ist so konzipiert, dass mit geringem fertigungstechnischen Aufwand der 50%-Ausgleich für jede Hubraumvariante realisiert werden kann. Dabei werden je nach Motorvariante der Außenradius  $r$  und die Breite  $b$  des Ausgleichswellengewichts unterschiedlich weit „abgedreht“. Dies bewirkt die gewünschte Änderung der Masse und der Exzentrizität des Ausgleichswellen-Schwerpunktes.

In Abbildung 3-21 sind die Bearbeitungsparameter für die unterschiedlichen Ausgleichswellen-Konfigurationen eingezeichnet, diese betragen:

Bezeichnung	Zeichen	Einheit	EM-125	EM-150	EM-176
Breite - Ausgleichswellengewicht	$b$	[mm]	10,0	11,0	11,9
Radius - Ausgleichswellengewicht	$r$	[mm]	34,0	34,5	36,0

Tabelle 3-4: Bearbeitungsparameter der verschiedenen Ausgleichswellenvarianten

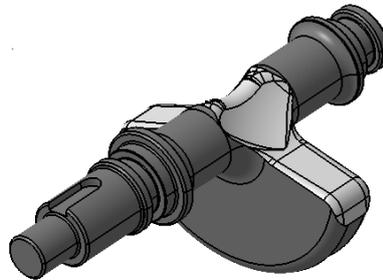


Abbildung 3-20: Ausgleichswelle EM-150

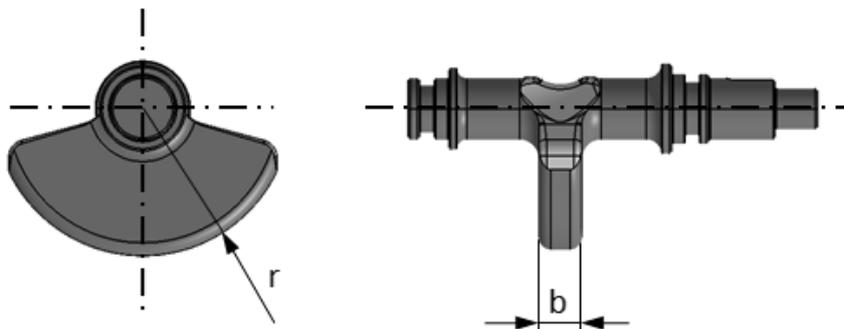
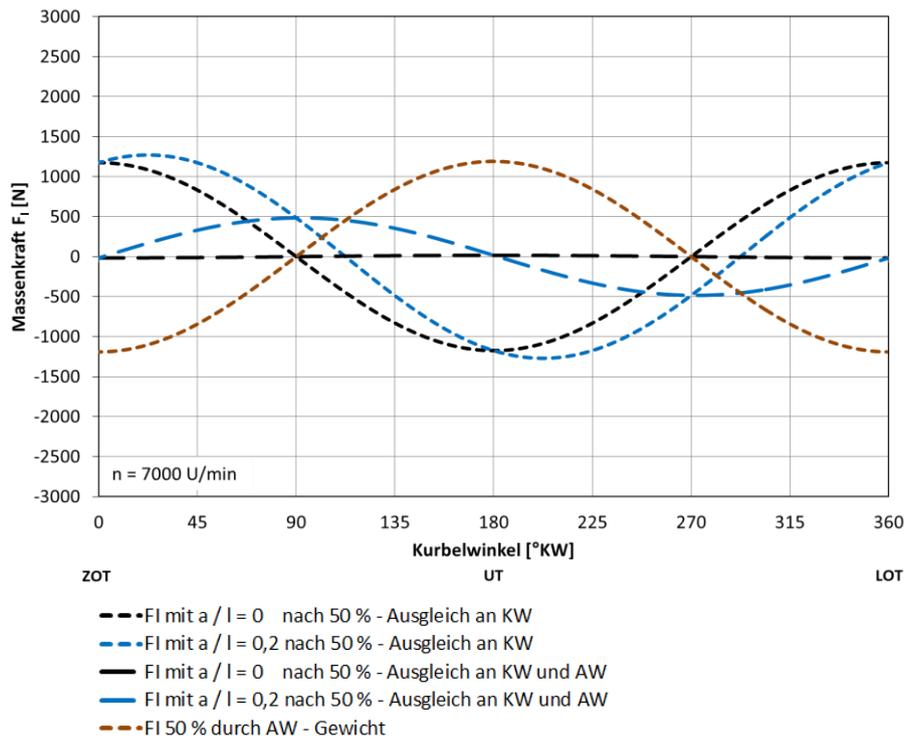


Abbildung 3-21: Bearbeitungsparameter der Ausgleichswelle für Baukastenprinzip

- Einfluss der Ausgleichswelle auf Massenkraft 1.Ordnung

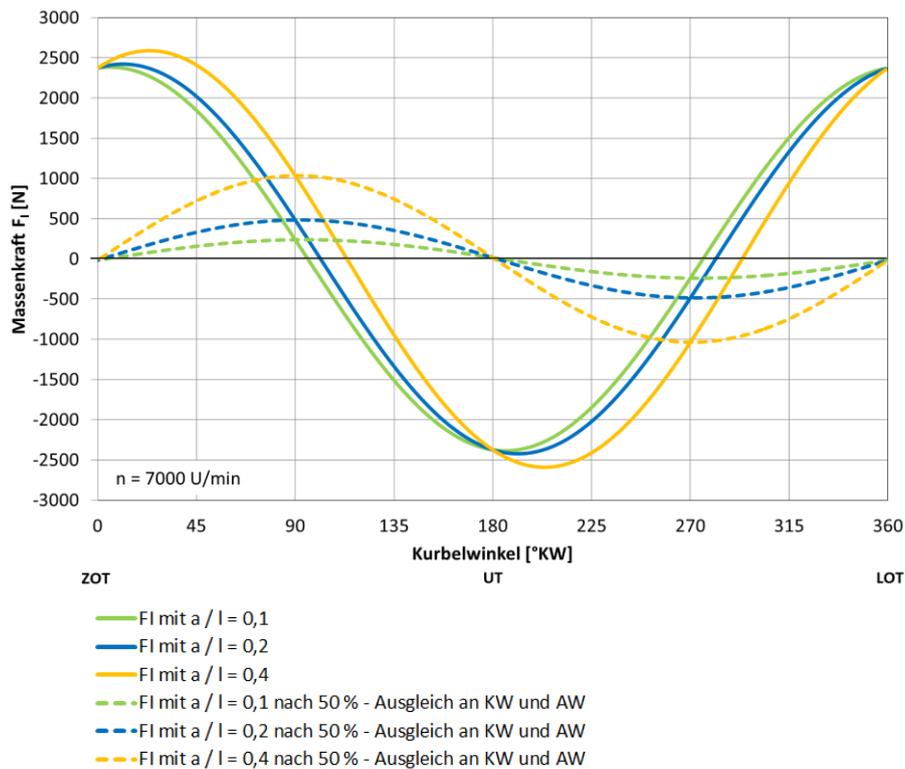
In Abbildung 3-22 wird die Reduktion der bestehenden Restkraft nach dem 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle dargestellt. Beim ungeschränkten Kurbeltrieb führt der weitere 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle zur vollständigen Reduktion der Massenkraft 1.Ordnung.

Für den geschränkten Kurbeltrieb bleibt eine Restkraft auch nach zusätzlichem 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle erhalten. Bei dieser Restkraft fällt auf, dass sie eine weiter reduzierte Amplitude aufweist und ihre Maximalwerte bei  $90^\circ$  KW und  $450^\circ$  KW und ihre Minimalwerte bei  $270^\circ$  KW und  $630^\circ$  KW liegen.



**Abbildung 3-22: Einfluss des 50%-Ausgleichs an der Ausgleichswelle auf die Restkraft 1.Ordnung für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit  $\mu = 0,2$**

In Abbildung 3-23 sind nochmals die Massenkräfte 1.Ordnung für verschiedene Schränkungsverhältnisse eingetragen und die dazugehörigen Restkraftverläufe nach einem 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und der Ausgleichswelle. Für alle Schränkungen entspricht die Lage der Maximal- und Minimalwerte in den Restkraftverläufen den zuvor genannten Kurbelwinkeln. Die Restkraftverläufe unterscheiden sich nur in der Größe ihrer Amplituden.



**Abbildung 3-23: Verbleibende Restkraft 1.Ordnung nach 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit  $\mu = 0,1 / \mu = 0,2 / \mu = 0,4$**

Um einen annähernd vollständigen Ausgleich der Massenkräfte 1.Ordnung mittels 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle zu ermöglichen müssen die verwendeten Schränkungsverhältnisse gering sein.

- Einfluss der Ausgleichswellenposition auf das Massenmoment 1.Ordnung

Die ideale Position für die Ausgleichswelle wäre genau im Ursprung des Motorkoordinatensystems, dann sind keine Hebelarme wirksam mit denen die Kraftkomponenten der Ausgleichswelle ein Massenmoment verursachen können. In der Praxis ist dies konstruktiv nicht umsetzbar, daher muss die Ausgleichswelle nach außen verlegt werden. Die Anordnung der Ausgleichswelle im Prototypenmotor ist in Abbildung 3-24 dargestellt. Diese Lage ist durch den Winkel  $\delta$ , welcher von der Zylinderachse ausgehend im Uhrzeigersinn drehend positiv gezählt wird und den Abstand  $l_{AW,KW}$  zwischen Kurbelwellenachse und Ausgleichswellenachse bestimmt (siehe Abbildung 3-25).  $r_{AW}$  ist der Schwerpunktabstand des Ausgleichswellengewichtes für die jeweilige Ausgleichswellenkonfiguration.

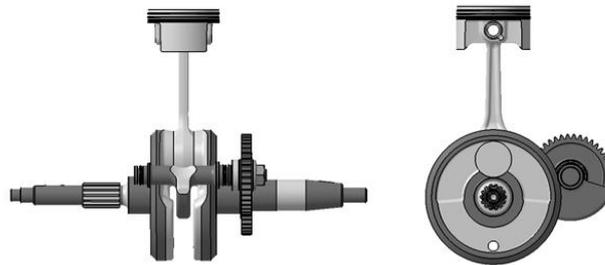


Abbildung 3-24: Anordnung der Ausgleichswelle des Prototypen

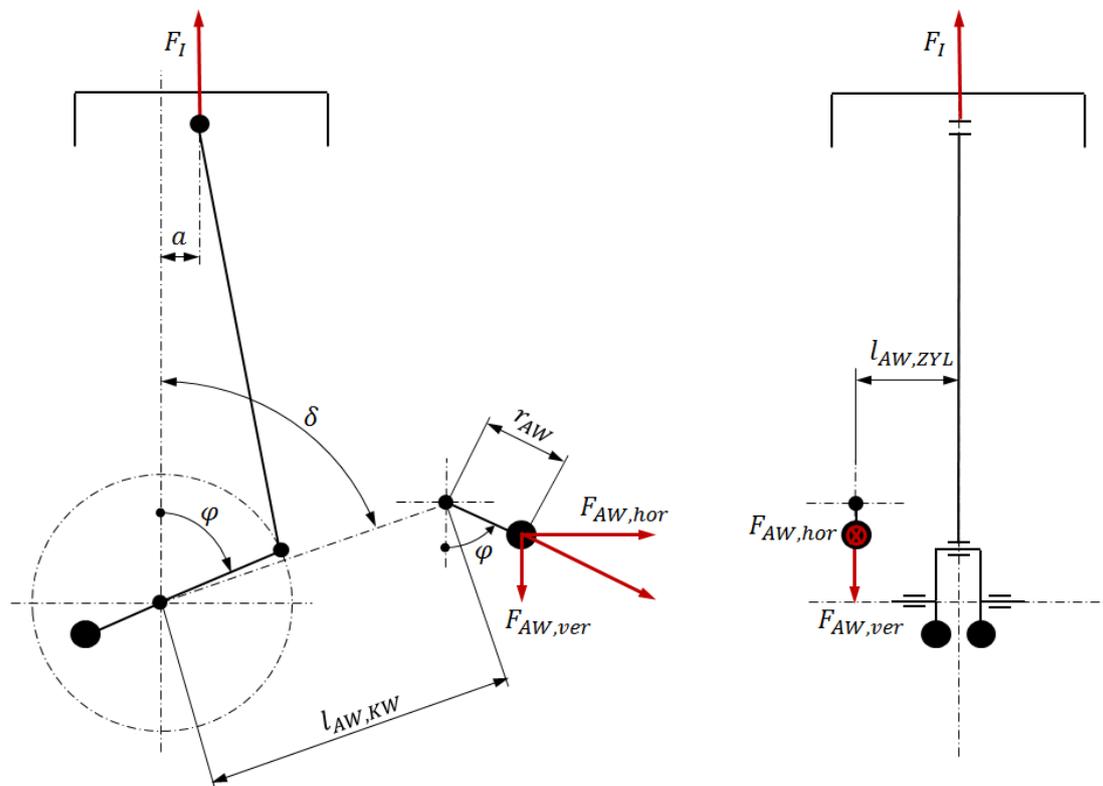


Abbildung 3-25: Anordnung der Ausgleichswelle

Je nach gewählter Lage ergeben sich durch die Ausgleichswelle Massenmomente 1.Ordnung um die Achsen des Motorkoordinatensystems (siehe Abbildung 3-25).

Massenmoment 1.Ordnung um Kurbelwellenachse:

$$M_{AW,KW} = F_{AW,hor} \cdot (l_{AW,KW} \cdot \cos \delta - r_{AW} \cdot \cos \varphi) + F_{AW,ver} \cdot (l_{AW,KW} \cdot \sin \delta + r_{AW} \cdot \sin \varphi) \quad (3.48)$$

Massenmoment 1.Ordnung um Zylinderachse:

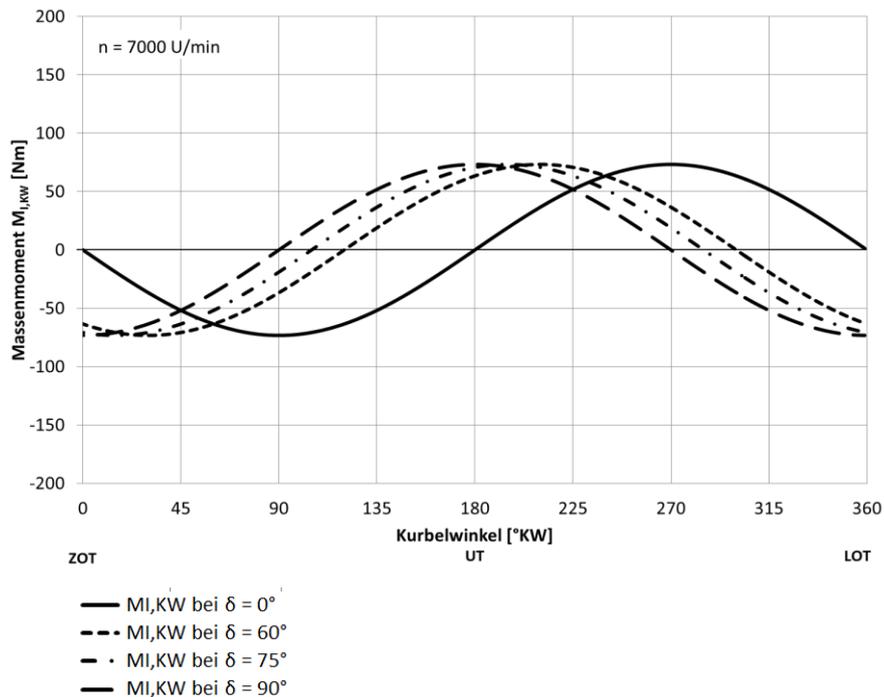
$$M_{AW,ZYL} = F_{AW,hor} \cdot l_{AW,ZYL} \quad (3.49)$$

Massenmoment 1.Ordnung um Motorlängsachse:

$$M_{AW,MLA} = F_{AW,ver} \cdot l_{AW,ZYL} \quad (3.50)$$

Durch die Ausgleichswellenanordnung am Prototypenmotor liegt der Schwerpunkt des Ausgleichswellengewichtes genau in der von Zylinderachse und Motorlängsachse aufgespannten Ebene und erzeugt damit kein Massenmoment 1.Ordnung um die Zylinder- und die Motorlängsachse. Um das verbleibende Massenmoment 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse auf ein Minimum zu reduzieren, wird die Ausgleichswelle so nah wie möglich an der Kurbelwellenachse positioniert. Dabei ist auf einen kollisionsfreien Bewegungsablauf zwischen Pleuel und Ausgleichswellengewicht zu achten.

In Abbildung 3-26 ist der Einfluss der Ausgleichswellenposition auf das Massenmoment 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse dargestellt. Hier wird für den ungeschränkten Kurbeltrieb der Winkel  $\delta$  variiert, was zu einer Phasenverschiebung der Massenmomente 1.Ordnung führt.



**Abbildung 3-26: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmoment 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei ungeschränktem Kurbeltrieb ( $\mu = 0$ ) und Variation des Winkels  $\delta$**

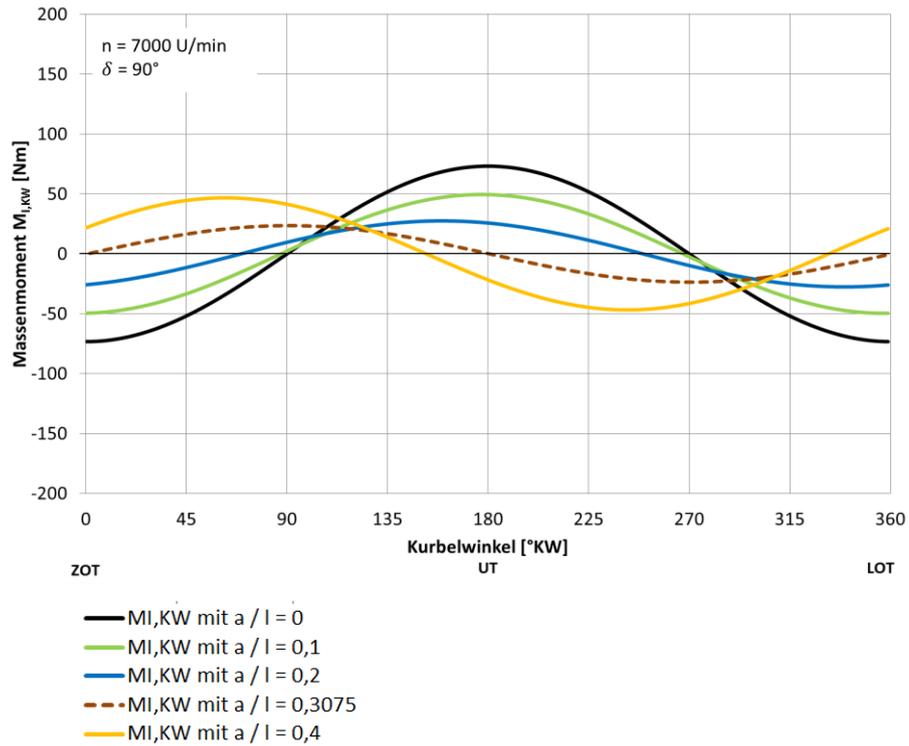
Betrachtet man den geschränkten Kurbeltrieb so verursacht die oszillierende Massenkraft 1.Ordnung mit dem Schränkmaß  $a$  ein Massenmoment 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse (siehe Abbildung 3.25). Dieses Massenmoment kann durch die Position der Ausgleichswelle beeinflusst werden. Dabei ergibt sich je nach Schränkmaß  $a$  für bestimmte Ausgleichswellenanordnungen unter dem Winkel  $\delta$  ein Minimum des Massenmomentes 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse.

Die folgenden Darstellungen gelten für den festgelegten 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle. Aus Packaging-Gründen konnte die Ausgleichswelle nur in einem  $\delta$ -Bereich von  $60^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  positioniert werden. Daher wurde der Positionierungseinfluss der Ausgleichswelle ausschließlich innerhalb des genannten Bereichs untersucht.

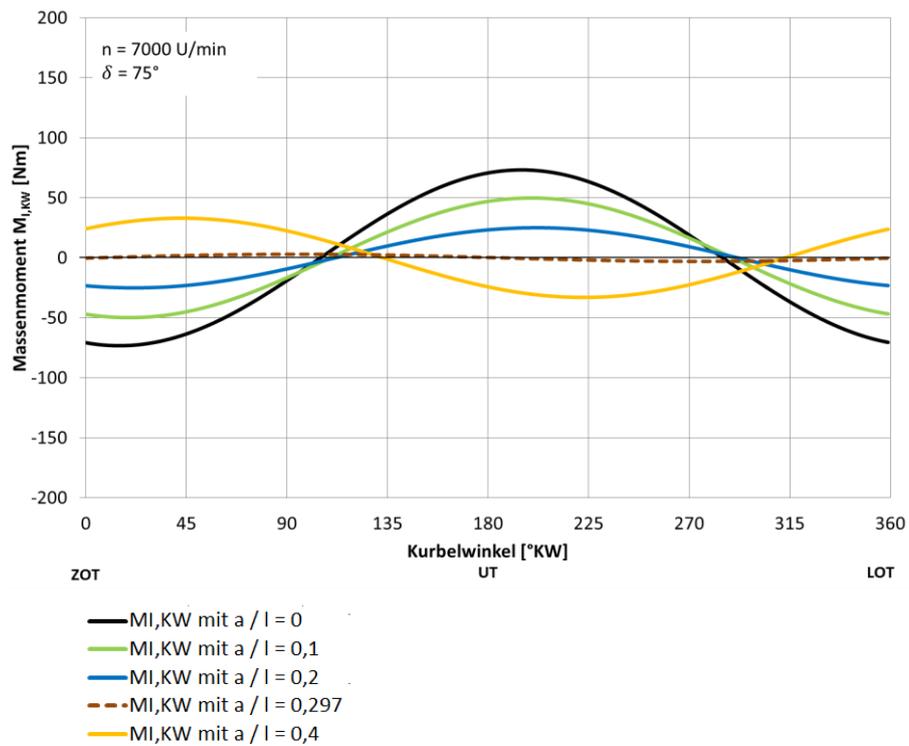
In den Abbildungen 3-27, 3-28 und 3-29 sind unter Vorgabe des Winkels  $\delta$  die Massenmomente 1.Ordnung für verschiedene Schränkungsverhältnisse dargestellt. Die braun strichlierten Verläufe entsprechen jenen Schränkungen bei denen gilt:

$$a = \frac{1}{2} \cdot l_{AW,KW} \cdot \sin \delta \quad (3.51)$$

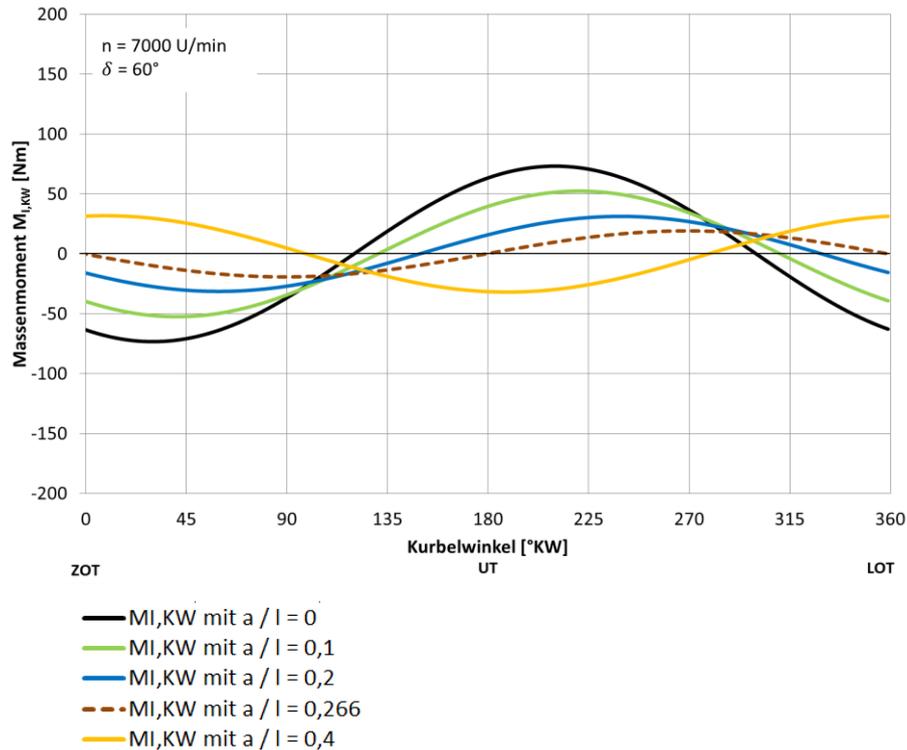
In ihrem Bereich kann das Massenmoment 1.Ordnung für die betrachteten Winkel  $\delta$  minimal werden, erfordert jedoch große Schränkungen. Abbildung 3-28 zeigt, dass bei  $\delta = 75^\circ$  und  $\mu = 0,297$  das Massenmoment 1.Ordnung beinahe vollständig reduziert werden kann.



**Abbildung 3-27: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei  $\delta = 90^\circ$  und verschiedenen Schränkungen**



**Abbildung 3-28: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei  $\delta = 75^\circ$  und verschiedenen Schränkungen**



**Abbildung 3-29: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei  $\delta = 60^\circ$  und verschiedenen Schränkungen**

### Ergebnisse des Massenausgleichs

Nachdem für den Prototypenmotor die Massenkräfte und deren Ausgleich für verschiedene Schränkungsverhältnisse berechnet wurden, konnten folgende Merkmale festgestellt werden:

- Je größer das Schränkmaß  $a$  ist, umso größer ist die Amplitude der Restkraft nach 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle.
- Für Schränkungsverhältnisse  $\mu > 0$ , erfolgt nach 50%-Ausgleich an Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle eine Phasenverschiebung der verbleibenden Massenkraft 1.Ordnung um  $90^\circ$ .
- Für den ungeschränkten Kurbeltrieb wird das Massenmoment 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse durch die Variation der Ausgleichswellenposition mittels des Winkels  $\delta$  nur phasenverschoben, die Größe der Amplitude bleibt dabei unbeeinflusst.
- Für den geschränkten Kurbeltrieb wird das Massenmoment 1.Ordnung um die Kurbelwellenachse durch die Variation der Ausgleichswellenposition mittels des Winkels  $\delta$  phasenverschoben, zusätzlich kann die Amplitude in bestimmten  $\delta$ -Bereichen reduziert werden.

Mit dem festgelegten 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle ohne phasenverschobene Wuchtung ist der vollständige Ausgleich der Massenkräfte 1.Ordnung nur für den ungeschränkten Kurbeltrieb möglich. Größere Schränkungen führen zu immer größeren freien Massenkräften 1.Ordnung.

Die Verwendung von Schränkungen bei denen das Massenmoment 1.Ordnung durch geeignete Positionierung der Ausgleichswelle beinahe vollständig reduziert werden kann ist ebenfalls zu vermeiden, da sie zu großen freien Massenkräften 1.Ordnung führen.

### 3.3.3 Kraftermittlung für relevante Lastpunkte anhand der Daten aus der Zylinderdruckindizierung

Bei Vorgabe eines bekannten Lastpunktes (Zylinderdruck und Drehzahl) kann für den Prototypenmotor die Gaskraft und die oszillierende Massenkraft berechnet werden, aus welchen sich alle weiteren Triebwerkskräfte berechnen lassen. Da bei der Berechnung von oszillierender Massenkraft der Einfluss der Schränkung mitberücksichtigt wurde, musste dieser auch bei der Ermittlung der Gaskraft berücksichtigt werden. Durch das veränderte Hubgesetz des geschränkten Kurbeltriebs können die Zylinderdruckverläufe des ungeschränkten Kurbeltriebs aus der 1D-CFD-Motorprozessrechnung nicht ohne weiteres übernommen werden. Bei Vorgabe der Kinematik des geschränkten Kurbeltriebs für die bestehende 1D-CFD-Motorprozessrechnung würden Anpassungen hinsichtlich Steuerzeiten, Einspritzung, Zündung und Verbrennung notwendig werden. Diese Anpassungen in der bestehenden 1D-CFD-Motorprozesssimulation waren nicht Bestandteil dieser Arbeit, wodurch für die Ermittlung der Zylinderdruckverläufe des geschränkten Kurbeltriebs ausschließlich die entsprechenden Hubgesetze verwendet wurden. Für kleine Schränkungen sind die dadurch verursachten Abweichungen geringer. Bei größer werdenden Schränkungen nimmt der dadurch verursachte Fehler immer mehr zu. Da aufgrund des zuvor erläuterten Massenausgleichs des Prototyps nur kleine Schränkungen in Frage kommen ist dieses Vorgehen zulässig. Die großen Schränkungsverhältnisse werden ausschließlich für eine theoretische Betrachtung dargestellt.

Für die folgende Darstellung der Kraftverläufe wurde der Vollastpunkt gewählt bei dem das maximale Motordrehmoment auftritt. Die Motordrehzahl beträgt in diesem Lastpunkt 7000 U/min. Für den Prototypenmotor sind Kolbenkraft und Normalkraft des ungeschränkten Kurbeltriebs  $\mu = 0$ , sowie des geschränkten Kurbeltriebs mit  $\mu = 0,1$ ,  $\mu = 0,2$  und  $\mu = 0,4$  dargestellt. Zusätzlich sind in der Ergebnisdarstellung die Kraftverläufe mit der Schränkung des Referenzmotors  $\mu = 0,068$  eingetragen. Auf die Darstellung der weiteren Kräfte wurde verzichtet, da sich der Schränkungseinfluss hauptsächlich in der Normalkraft zeigt, welcher aus der Kolbenkraft in Abbildung 3-30 berechnet wurde. Die in den Kraftverläufen eingetragenen Totpunkte beziehen sich alle auf den ungeschränkten Kurbeltrieb.

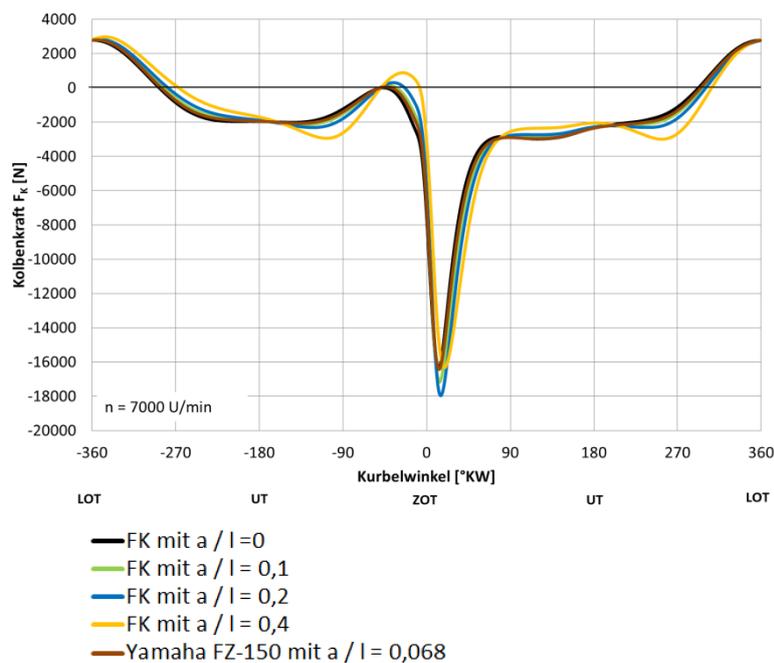
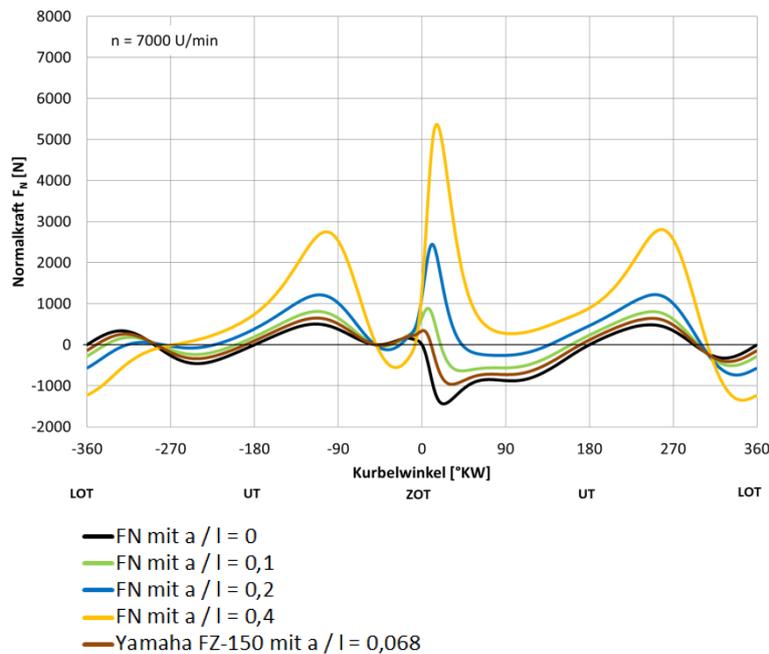


Abbildung 3-30: Kolbenkraft für ein Arbeitsspiel bei verschiedenen Schränkungsverhältnissen

## Normalkraft auf Kolben

Betrachtet man den Verlauf der Normalkraft auf den Kolben, so fällt der starke Einfluss der Schränkung auf den Anlagewechsel und dem Normalkraftausschlag im Arbeitshub auf. Im Kraftverlauf steht jeder Vorzeichenwechsel für einen Anlagewechsel. Bei kleiner Schränkung des Kurbeltriebs wird gegenüber dem ungeschränkten Kurbeltrieb eine Vergleichmäßigung der Normalkraft auf den Kolben im Arbeitshub erreicht. Dies hat positive Auswirkungen auf die Bauteilbelastung und Geräuschentwicklung. Bei sehr großen Schränkungen über  $\mu = 0,4$  steigt die Normalkraft und somit die Reibkraft zwischen Kolben und Zylinder sehr stark an.



**Abbildung 3-31: Normalkraft auf Kolben für ein Arbeitsspiel bei verschiedenen Schränkungsverhältnissen**

Soll der Normalkrafteinfluss möglichst gering sein, so ergibt sich aus der Betrachtung des Normalkraftverlaufs in Abbildung 3-31 ein günstiger Bereich für Schränkungsverhältnisse von  $0,05 \leq \mu \leq 0,1$ . Dies ist auch der Bereich in welchem das Integral des Normalkraftverlaufs eines Arbeitsspiels am geringsten wird. Mit Schränkungsverhältnissen größer  $\mu = 0,1$  beginnt der Normalkraftausschlag nach  $0^\circ \text{KW}$  wieder stärker anzusteigen.

Das Schränkungsverhältnis des Referenzmotors liegt bei  $\mu = 0,068$  und befindet sich im Bereich der geringsten Normalkraftausschlage nach  $0^\circ \text{KW}$ .

## Ergebnis der Kräftesituation

Die Wahl der möglichen Schränkung für den Prototyp richtet sich nach deren Auswirkung auf die Normalkraft des Kolbens. Für den Prototyp empfehlen sich geringe Schränkungsverhältnisse in einem Bereich von  $\mu = 0,05 - 0,1$ .

- Wählt man den ungeschränkten Kurbeltrieb so ergibt sich eine leicht erhöhte Normalkraft im Arbeitshub gegenüber dem des empfohlenen Schränkungsereichs.
- Wählt man Schränkungen innerhalb des empfohlenen Bereichs so ergeben sich die Vorteile einer verringerten Normalkraft während des Arbeitshubes. Für einen vollständigen Ausgleich der Massenkraft 1.Ordnung muss jedoch eine phasenverschobene Wuchtung an der Kurbelwelle und der Ausgleichswelle durchgeführt werden.
- Schränkungen über den empfohlenen Bereich führen durch die immer stärker ansteigende Normalkraft zu erhöhten Belastungen zwischen Kolben und Zylinderlaufbahn.

Da sich einige Motorradhersteller Schränkungen innerhalb des genannten optimalen Bereichs patentrechtlich schützen ließen, wollte der Auftraggeber mögliche Konflikte vermeiden und wählte den ungeschränkten Kurbeltrieb mit  $\mu=0$ .

### 3.4 Dimensionierung der Kurbelwellenbauteile mittels Finite Elemente Methode [7],[16]

Zur Beurteilung der Beanspruchung der Kurbeltriebsbauteile wurde eine FEM-Simulation durchgeführt. Um die Spannungsberechnungen des Prototyps besser beurteilen zu können wurde eine Vergleichsrechnung am Kurbeltrieb der Yamaha FZ-150 durchgeführt.

Da die Motorbauteile mit dem CAD-Programm Catia V5R16 konstruiert wurden und dieses Programmpaket ein FEM-Simulationsmodul enthält, wurde es für die FEM-Berechnung verwendet. Innerhalb dieses FEM-Moduls, welches nur für linear elastisches Werkstoffverhalten bzw. bis zur Werkstoffstreckgrenze zulässig ist, wurden folgende Prozesse zur Bauteiluntersuchung genutzt:

- Statischer Prozess: Für die Ermittlung der lokalen Spannungen aller Kurbeltriebsbauteile bei Aufbringen der Belastungen in einer vorgegebenen Kurbelwinkelstellung
- Beulprozess: Zur Untersuchung des Pleuel-Knickverhaltens
- Frequenzprozess: Für die Ermittlung der Eigenfrequenzen der Kurbelwelle
- Harmonisch dynamischer Antwortprozess: Um das Schwingungsverhalten der Kurbelwelle bei Anregung durch die wirkenden Kräfte zu untersuchen

Auf eine detaillierte Beschreibung der Arbeitsoberfläche des Catia V5R16 FEM-Simulationsmoduls wird in dieser Arbeit verzichtet. Hier sei auf die verwendete Literatur [7] zur Erstellung der Berechnungsmodelle verwiesen.

Zu Beginn dieses Kapitels wird die allgemeine Methodik zur Modellerstellung wiedergegeben. In den folgenden Kapiteln wird auf die im Modellaufbau für den jeweils behandelten Berechnungsprozess zu berücksichtigenden Belastungen während des Motorbetriebs, sowie die Nachbildung von Lagerungen und Bauteilkontakten eingegangen.

#### 3.4.1 Methodik bei der Modellerstellung [7]

Folgende Punkte sind beim prinzipiellen Vorgehen zur Erstellung der Berechnungsmodelle für die zuvor genannten Berechnungsprozesse zu beachten.

1. Bauteilgeometrie vereinfachen, z.B. kleine Radien und Bohrungen entfernen, wenn diese nicht relevant für die kritischen Spannungen sind
2. Material zuordnen
3. Lagerungsrandbedingungen definieren, um Lagerung bzw. Einspannung der Bauteile festzulegen und Lasteinleitung zu bestimmen
4. Kopplungsrandbedingungen definieren, damit der Kontakt zwischen den Bauteilen festgelegt ist z.B. Press-, Gleitverbindung, etc.
5. Lastbedingungen definieren, z.B. Druck, Kraft, Drehmoment, lineare Beschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, etc.
6. Zusätzliche Massen und Massenträgheiten definieren, dies ist für den statischen Prozess nicht notwendig, für die Bestimmung der Eigenfrequenzen aber von großer Bedeutung
7. Erste Vorausberechnungen mit linearen Tetraeder-Elementen um Randbedingungen zu überprüfen (kein Auftreten von Singularitäten)
8. Genaue Berechnungen mit parabolischen Tetraeder-Elementen
9. Überprüfen der Genauigkeit mit globalem Fehlergrad, dabei sollte dieser auf jeden Fall unter 10% sein und in kritischen Bereichen ungefähr 5% betragen
10. Anwendung Adaptivität (Netzverfeinerung nur wo benötigt)
11. Darstellung der Ergebnisse des verformten Netzes und der Spannungen
12. Definition von „Sensoren“ zur Überprüfung von Lagerkräften, Momenten, Spannungen und Verformungen

### 3.4.2 Berechnung der Spannungen bei statischer Beanspruchung

Die Ermittlung der Bauteilspannungen für alle Kurbeltriebsbauteile erfolgte mit Hilfe des statischen Prozesses. Dabei kann die Ermittlung der Spannungen nur für eine Kurbelwinkelstellung des gesamten Arbeitsspiels erfolgen. In dieser Stellung müssen die kritischen Bauteilbelastungen auftreten um eine zulässige Aussage über die Bauteilfestigkeit und somit die Sicherheit gegen die Werkstoff-Streckgrenze bzw. Proportionalitätsgrenze zu treffen.

Betrachtet man die auftretenden Kräfte des Kurbeltriebs, so ergeben sich zwei zu untersuchende Lastfälle:

1. Die Kurbelwinkelstellung für die maximale Kolbenkraft während des Arbeitsspiels
2. Die Kurbelwinkelstellung für die maximale Tangentialkraft während des Arbeitsspiels

Da sich die Kolbenkraft aus der Gaskraft und Massenkraft zusammensetzt und diese bei Volllast über die Motordrehzahl unterschiedliche Werte annehmen, muss aus den Volllastkurven im Motorkennfeld der Punkt, in welchen die maximale Kolbenkraft auftritt, ermittelt werden. Dieser Lastpunkt entspricht für den Prototyp jenem in dem das maximale Motordrehmoment erreicht wird.

Das maximale Drehmoment wurde für den Prototyp in einer 1D-CFD-Motorprozessrechnung ermittelt und ist in Abbildung 3-32 dargestellt. Betrachtet man in diesem Lastpunkt die Verläufe der Kolbenkraft und Tangentialkraft für ein Arbeitsspiel (siehe Abbildung 3-33) so fallen die unterschiedlichen Kurbelwinkelstellungen auf in denen sie ihr Maximum erreichen.

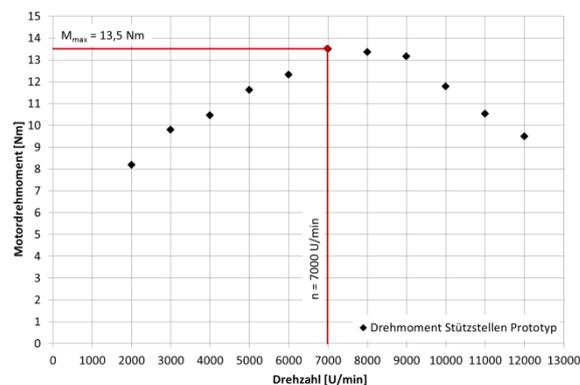


Abbildung 3-32: Drehmoment Stützstellen des Prototypen

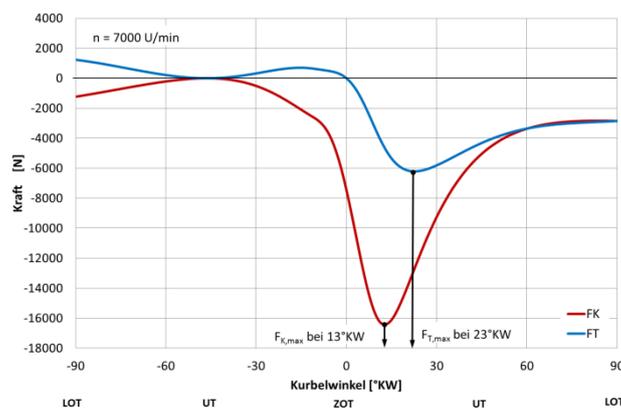


Abbildung 3-33: Maximale Kolben- und Tangentialkraft für Spannungsrechnung des Prototypen

Das maximale Motordrehmoment wurde für die Yamaha FZ-150 am Motorprüfstand ermittelt und ist in Abbildung 3-34 dargestellt. Die entsprechenden Verläufe der Kolbenkraft und Tangentialkraft für ein Arbeitsspiel sind in Abbildung 3-35 eingetragen.

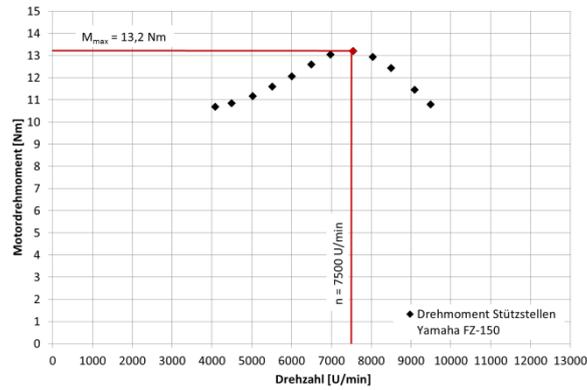


Abbildung 3-34: Drehmoment Stützstellen der Yamaha FZ-150

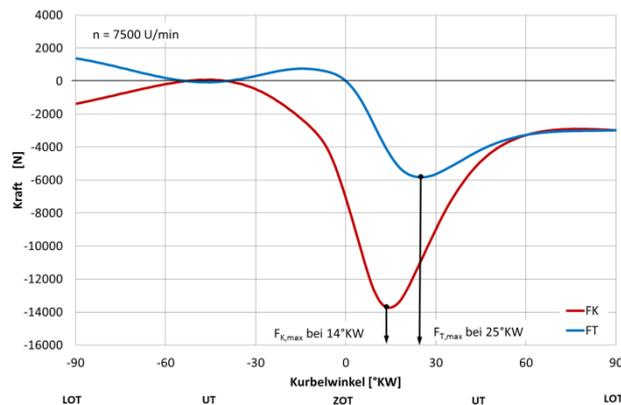


Abbildung 3-35: Maximale Kolben- und Tangentialkraft für die Spannungsberechnung der Yamaha FZ-150

Der Vergleich der Drehmomentverläufe zeigt, dass das maximale Drehmoment der beiden Motoren in etwa gleich ist. Das maximale Drehmoment wird beim Prototyp jedoch um 500 U/min früher erreicht.

Vergleicht man die Kraftverläufe der Motoren, so sind die Maximalwerte von Kolbenkraft und Tangentialkraft bei dem Prototyp höher als beim Referenzmotor.

### 3.4.2.1 Modellaufbau für Kurbeltrieb-Berechnung unter Anwendung des statischen Prozesses in Catia V5R16

Der statische Prozess für die Spannungsberechnung der Kurbeltriebsbauteile benötigt die Definition von Lagerungsrandbedingungen, Kopplungsrandbedingungen zwischen den Bauteilen und Lastbedingungen. Der Aufbau ist für Prototypenmotor und Referenzmotor der gleiche und wird daher nur anhand des Prototyps gezeigt.

#### Lagerungsrandbedingungen

Mit den Lagerungsrandbedingungen wird die Einspannung bzw. Lagerung der Bauteile definiert. Dabei waren das rechte und linke Kurbelwellenlager, die Kolbenführung und die Abstützung des Motordrehmomentes an dem Primärtrieb zu berücksichtigen.

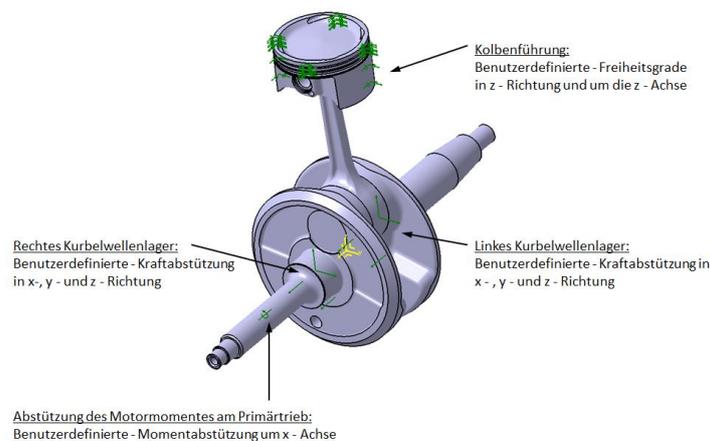


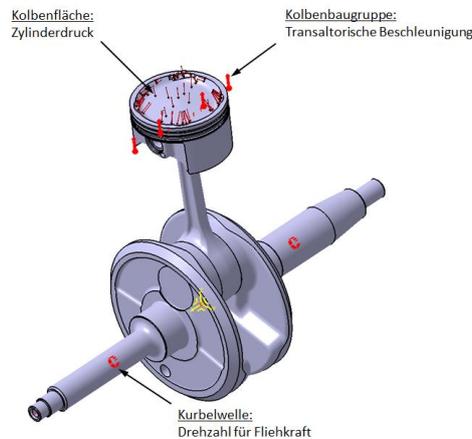
Abbildung 3-36: FEM - Lagerungsrandbedingungen des Prototypenkurbeltriebs

- Kurbelwellenlager: Bei den Kurbelwellenlagern handelt es sich um Rillenkugellager die am Innen- und Außenring fest eingespannt sind und daher keine axiale Verschiebung in x-, y- und z-Richtung zulassen. Zusätzlich zur Rotation um die Kurbelwellenachse bzw. x-Achse ermöglichen sie eine geringe Verdrehung um ihre y- und z-Achse. Um dies nachzubilden wurde die Funktion „Benutzerdefinierte Randbedingungen“ verwendet, sodass die Kraftabstützung in x-, y- und z-Richtung wie Abbildung 3-36 realisiert wird.
- Kolbenführung: Der Kolben wird im Zylinder geführt, dabei stehen zwei Freiheitsgrade zur Verfügung. Dies sind die Verschiebung in Zylinderachsrichtung und die sehr geringe Rotation um die Zylinderachse. Auch hier wurde für die Modellierung der Freiheitsgrade die Funktion „Benutzerdefinierte Randbedingungen“ genutzt.
- Moment-Abstützung am Primärtrieb: Die Abstützung des Motordrehmomentes um die Kurbelwellenachse erfolgt am Primärtrieb. Um die Drehmomentabgabe am rechten Wellenstumpf korrekt nachzubilden, musste der Kurbelwellenbereich der sich in der Zone des Kraftflusses von Kurbelwelle auf Primärtrieb befindet, mit einer Fläche nachgebildet werden. Auf diese Fläche konnte ein virtuelles Element angebracht werden. Die „Benutzerdefinierte Randbedingungen“, welche die Drehmomentabstützung um die Kurbelwellenachse berücksichtigt, wurde auf dieses virtuelle Element bezogen.



## Lastbedingungen

Die Belastungen des Kurbeltriebs sind mit den Lastbedingungen definiert worden.



**Abbildung 3-38: FEM - Lastenbedingungen des Prototypenkurbeltriebs**

Hier wurden folgende Lasten berücksichtigt:

- Gasdruck auf Kolbenfläche: Der auf die Kolbenfläche aufgeprägt Zylinderdruck für die gewählte Kurbelwinkelstellung wird mit der Lastbedingung Druck vorgegeben.
- Beschleunigung der Pleuellagerung: Die translatorische Beschleunigung der Pleuellagerung wird mit der Lastbedingung Beschleunigung berücksichtigt.
- Winkelgeschwindigkeit der Pleuellagerung: Die Fliehkraft der Pleuellagerungsteile wird mit der Bedingung Rotation durch die Vorgabe der Drehzahl berücksichtigt.
- Einfluss des Pleuels wird nicht berücksichtigt: Das Pleuel liefert einen Anteil zur oszillierenden Masse der Pleuellagerung und zur rotierenden Masse der Pleuellagerung. Im FEM-Modul von Catia V5R16 ist es nicht möglich, diese Massenaufteilung zu berücksichtigen und dem Pleuel zwei Beschleunigungen zuzuordnen. In dieser Simulation wurde daher der Beschleunigungseinfluss des Pleuels vernachlässigt. Die Vernachlässigung der Pleuelmassenanteile musste auch bei der analytischen Berechnung der Massenkräfte zur Modellüberprüfung berücksichtigt werden. Durch die geringere oszillierende Masse ergibt sich aus der analytischen Berechnung eine um 4,6% höhere Pleuelkraft für 13°KW und 5,6% für 23°KW.



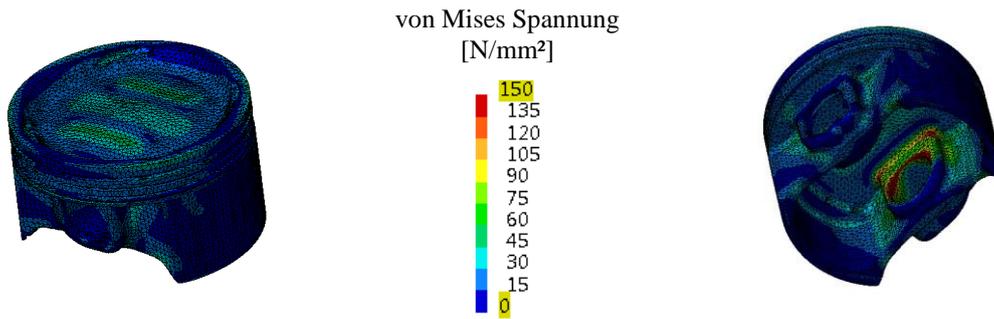


Abbildung 3-40: von Mises-Spannungen für Kolben des Prototypen bei 13°KW n.OT

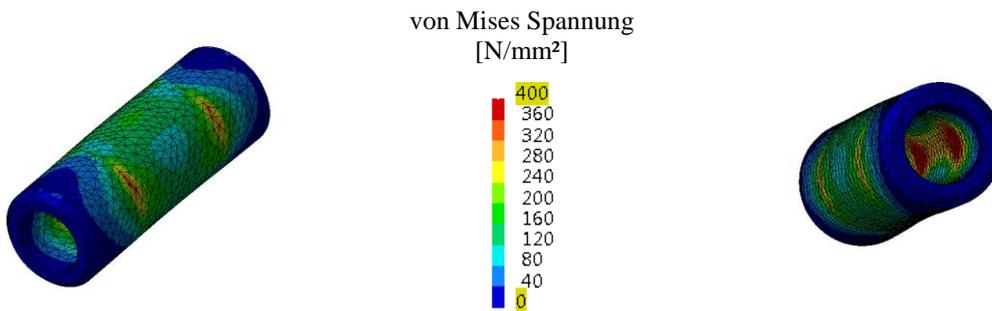


Abbildung 3-41: von Mises-Spannungen für Kolbenbolzen des Prototypen bei 13°KW n.OT

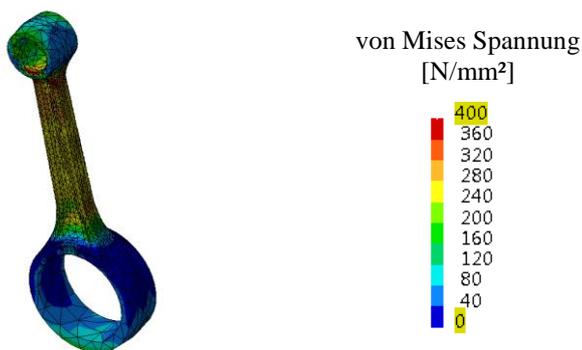


Abbildung 3-42: von Mises-Spannungen für Pleuel des Prototypen bei 13°KW n.OT

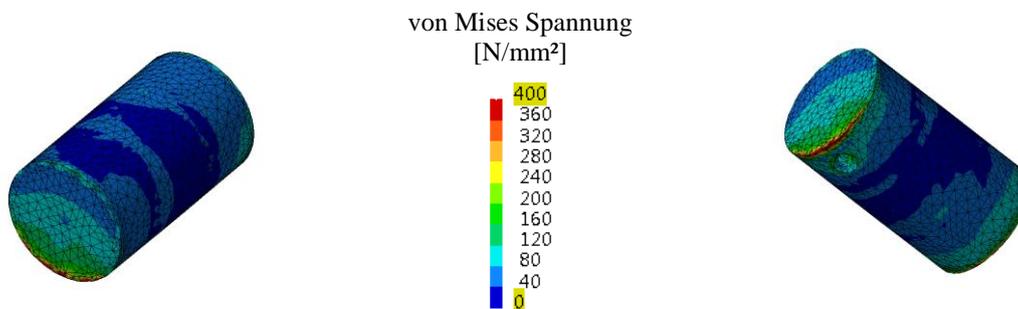


Abbildung 3-43: von Mises-Spannungen für Kurbelzapfen des Prototypen bei 13°KW n.OT

### EM-150 mit 23°KW n.OT

In dieser Kurbelwellenstellung treten am Prototypenmotor die maximalen Belastungen für die beiden Kurbelwellenhälften auf. Diese werden durch die Tangentialkraft und dem dadurch entstehendem Drehmoment auf Torsion beansprucht. An der linken Kurbelwellenhälfte nahe dem Wellenansatz für das linke Kurbelwellenlager liegen die höchsten Spannungen vor, dies ist auch der Bereich in dem die Drehmomentabgabe an den Primärtrieb erfolgt.

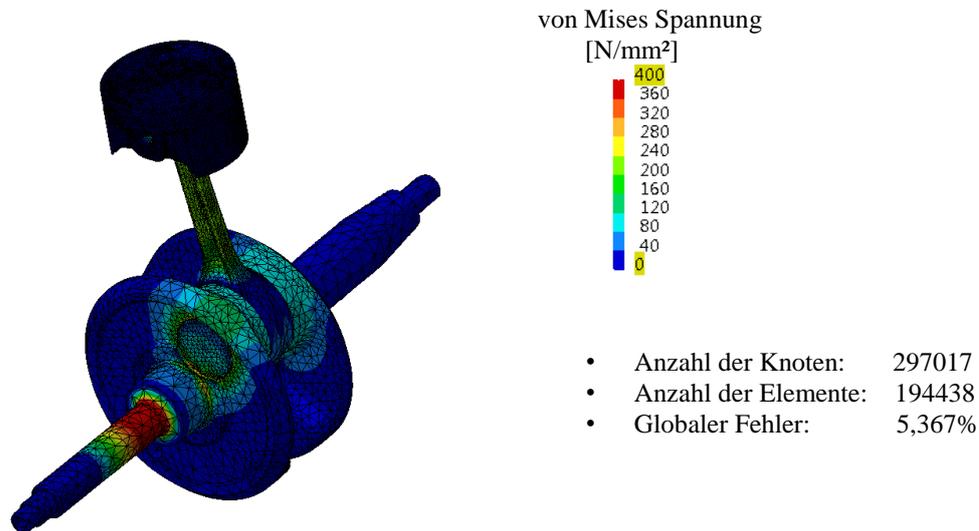


Abbildung 3-44: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Prototypen bei 23°KW n.OT

EM-150 bei 23°KW	Einheit	FEM	analytisch	Differenz [%]
Kolbenkraft	[N]	12931,3	13197,6	2,0
Schubstangenkraft	[N]	13016,9	13285,0	2,0
Drehmoment am Primärtrieb	[Nm]	188,1	192,1	2,1
Rechte Hauptlagerkraft	[N]	7930,6	7169,8	10,6
Linke Hauptlagerkraft	[N]	7882,4	7169,8	9,9
Spannung Pleuelquerschnitt	[N/mm <sup>2</sup> ]	210,0	210,3	0,2

Tabelle 3-6: Überprüfung des FEM-Modells für EM-150 bei 23°KW n.OT

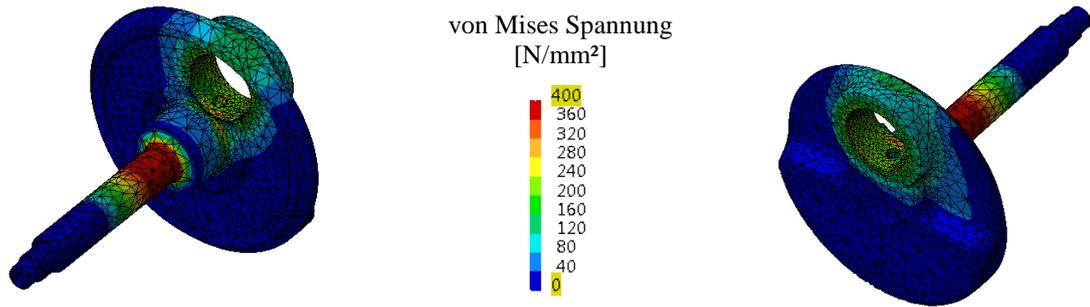


Abbildung 3-45: von Mises-Spannungen für rechte Kurbelwellenhälfte des Prototypen bei 23°KW n.OT

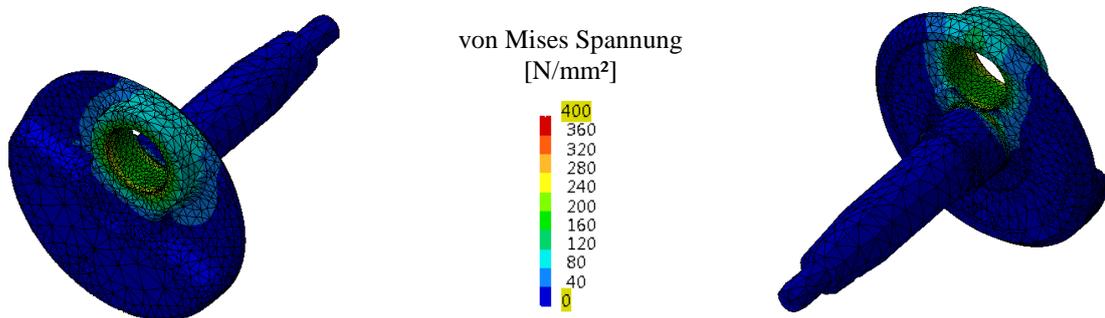
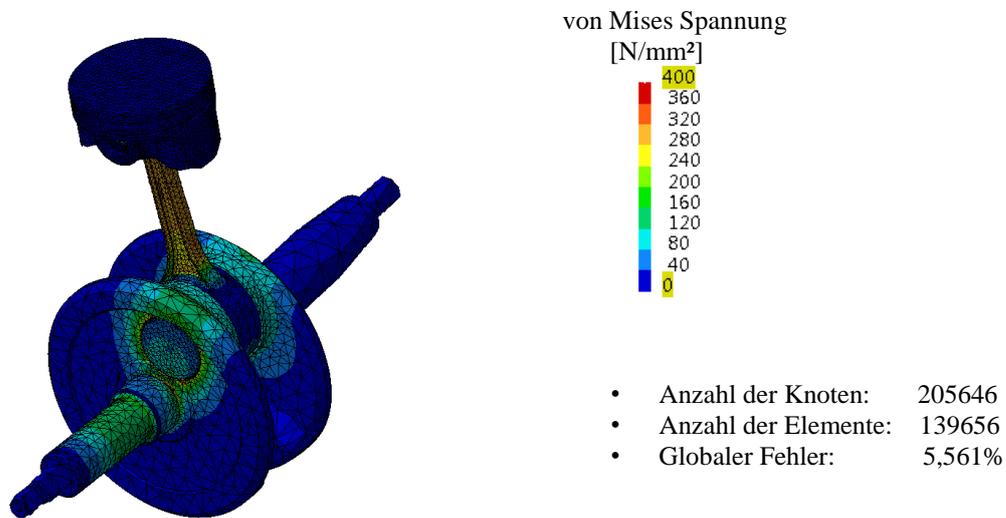


Abbildung 3-46: von Mises-Spannungen für linke Kurbelwellenhälfte des Prototypen bei 23°KW n.OT

**FZ-150 mit 14°KW n.OT**

In dieser Kurbelwellenstellung tritt die maximale Kolbenkraft auf und daher die größte Beanspruchung für Kolben, Kolbenbolzen, Pleuel und Kurbelzapfen.



**Abbildung 3-47: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Referenzmotors bei 14°KW n.OT**

FZ-150 bei 14°KW	Einheit	FEM	analytisch	Differenz [%]
Kolbenkraft	[N]	14518,1	14534,2	0,1
Schubstangenkraft	[N]	14554,7	14570,8	0,1
Drehmoment am Primärtrieb	[Nm]	132,2	132,4	0,1
Rechte Hauptagerkraft	[N]	8414,9	7916,8	6,3
Linke Hauptagerkraft	[N]	8775,3	7916,8	10,8
Spannung Pleuelquerschnitt	[N/mm <sup>2</sup> ]	235,1	230,7	1,9

**Tabelle 3-7: Überprüfung des FEM-Modells für FZ-150 bei 14°KW n.OT**

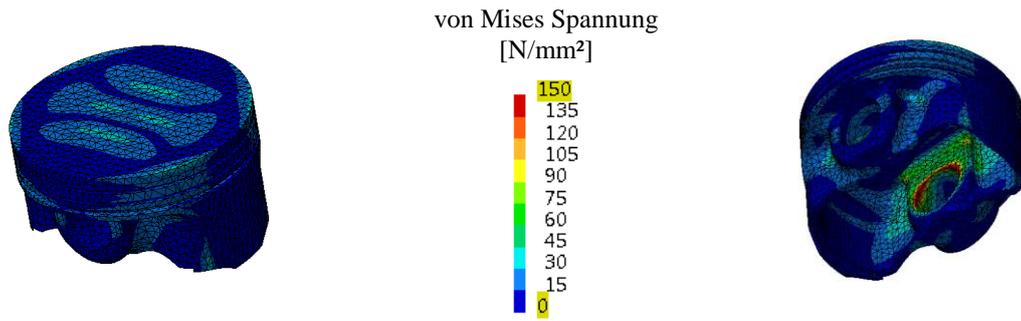


Abbildung 3-48: von Mises-Spannungen für Kolben des Referenzmotors bei 14°KW n.OT

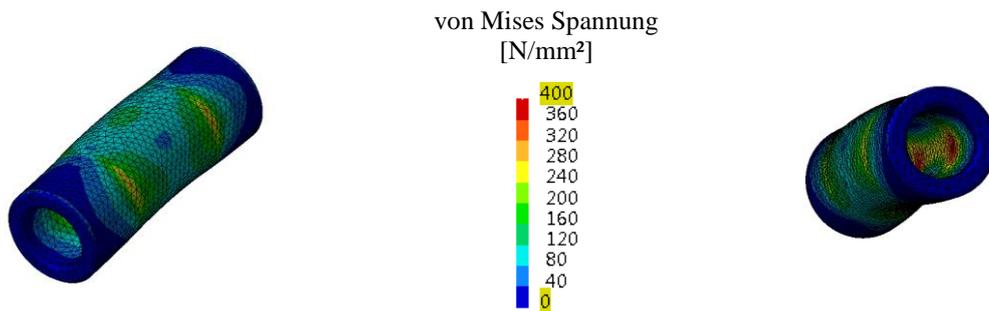


Abbildung 3-49: von Mises-Spannungen für Kolbenbolzen des Referenzmotors bei 14°KW n.OT

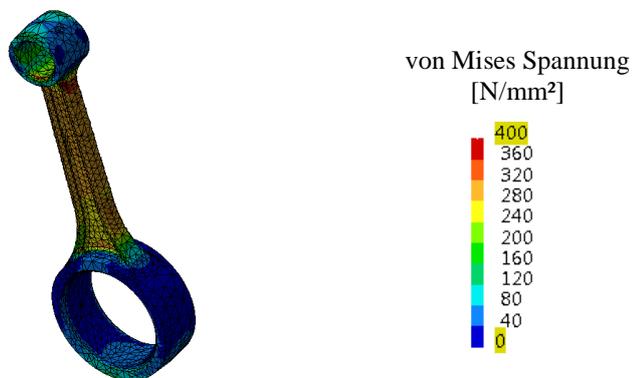


Abbildung 3-50: von Mises-Spannungen für Pleuel des Referenzmotors bei 14°KW n.OT

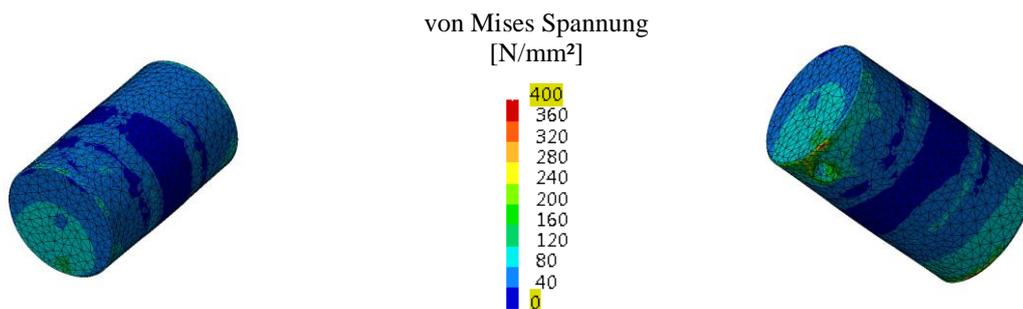
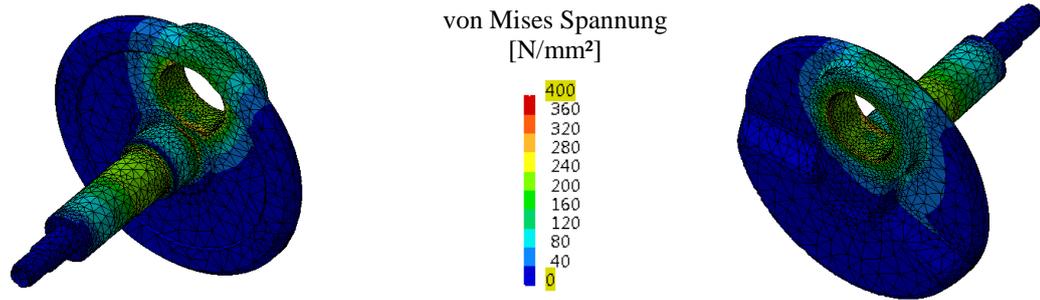
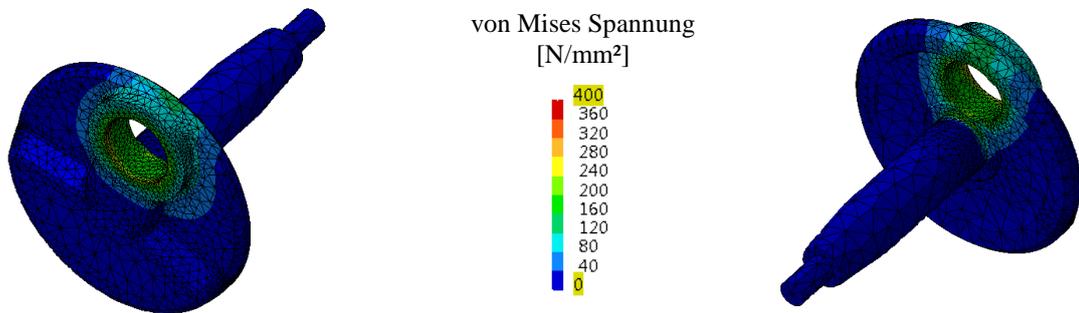


Abbildung 3-51: von Mises-Spannungen für Kurbelzapfen des Referenzmotors bei 14°KW n.OT





**Abbildung 3-53: von Mises-Spannungen für rechte Kurbelwellenhälfte des Referenzmotors bei 25°KW n.OT**



**Abbildung 3-54: von Mises-Spannungen für linke Kurbelwellenhälfte des Referenzmotors bei 25°KW n.OT**

In Catia V5R16 werden die Vergleichsspannungen nach von Mises angezeigt. Die Verwendung der von Mises-Vergleichsspannungen  $\sigma_V$  ist erlaubt, wenn das Überschreiten der zulässigen Gestaltänderungsenergie maßgebend für das Bauteilversagen ist. Bei Überschreitung kann es zu plastischen Verformungen kommen aber auch zum Dauerbruch.

Dieses Verhalten tritt bei zähen Werkstoffen wie z.B. Walzstahl, geschmiedetem Stahl aber auch vergütetem Stahl auf. Bei den Bauteilen des Prototypen-Kurbeltriebs handelt es sich um vergütete Werkstoffe womit die Gestaltänderungsenergiehypothese nach von Mises zulässig ist.

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2}{2} + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \quad (3.52)$$

$\sigma_V$  ... Mises-Vergleichsspannung [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  ... Normalspannungen [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zz}$  ... Schubspannungen [N/mm<sup>2</sup>]

In Tabelle 3-9 sind die kritischen Bauteilspannungen der FEM-Simulation den zulässigen Werkstoffstreckgrenzen gegenübergestellt. Die Sicherheitswerte des Prototyps sind geringer als die des Referenzmotors. Dies ist auf die höhere Belastung durch Kolben- und Tangentialkraft zurückzuführen. Trotz höherer Belastungen treten beim Prototyp ähnliche Spannungsniveaus auf wie beim Referenzmotor. Auch die Bereiche in denen die höchsten Spannungen auftreten sind bei beiden Kurbeltrieben ähnlich. Damit dürfte eine ausreichende Dimensionierung der Bauteile vorliegen.

EM-150	Maximale Mises-Spannung	Streckgrenze	Sicherheit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
Kolben	172,2	200	1,16
Kolbenbolzen	436,5	1034	2,37
Pleuel	511,9	900	1,75
Kurbelzapfen	560,0	785	1,40
Rechte Kurbelwellenhälfte	488,0	680	1,40
Linke Kurbelwellenhälfte	454,6	680	1,49

**Tabelle 3-9: Sicherheit der Prototypen-Kurbeltriebbauteile gegen die Streckgrenze**

FZ-150	Maximale Mises-Spannung	Streckgrenze	Sicherheit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
Kolben	147,5	200	1,36
Kolbenbolzen	373,5	1034	2,76
Pleuel	440,6	900	2,04
Kurbelzapfen	487,7	785	1,61
Rechte Kurbelwellenhälfte	444,1	680	1,53
Linke Kurbelwellenhälfte	440,9	680	1,54

**Tabelle 3-10: Sicherheit der Yamaha-Kurbeltriebbauteile gegen die Streckgrenze**

### 3.4.3 Knickanalyse des Pleuels

Für das Pleuel des Prototypenmotors, welches baugleich mit dem des Referenzmotors der Yamaha FZ-150 ist, wurde zusätzlich zu den Spannungsberechnungen des statischen Prozesses eine Knickanalyse mittels Beulprozess durchgeführt. Für die Auslegung des Pleuels auf Knickung ist die maximal auftretende Schubstangenkraft während eines Arbeitsspiels im Lastpunkt des maximalen Drehmomentes die maßgebende Belastung. Zur Beurteilung der Ergebnisse der Knickanalyse wurden zusätzliche Vergleichsrechnungen mit den bekannten Belastungen des Referenzmotors durchgeführt.

Bevor auf den Modellaufbau und die Ergebnisse der Knickanalyse eingegangen wird, werden einige wichtige Grundlagen zur Knickung aus der verwendeten Literatur [1] angeführt.

#### 3.4.3.1 Grundlagen der Knickung [1]

Ist bei der Beanspruchung auf Druck der Stab sehr schlank, d.h. ist die Stablänge  $l$  im Verhältnis zu seiner Querschnittsfläche  $A$  sehr groß, so besteht die Gefahr des seitlichen Ausknickens. Dies kann geschehen, obwohl die Druckspannung  $\sigma_d$  noch unter der Proportionalitätsgrenze  $\sigma_{dP}$  liegt. Die Tragfähigkeit ist also schon vorher erschöpft, daher ist Knickung ein Stabilitätsproblem. Trotz gleicher Querschnittsfläche  $A$  und gleicher Druckkraft  $F$  steigt die Gefahr des Ausknickens mit zunehmender Länge  $l$ .

Für die Beurteilung, ob Knickung eintritt oder nicht, wird die Knicksicherheit  $s_K$  definiert. Diese beschreibt das Verhältnis aus Knickkraft  $F_K$  bei welcher das Ausknicken gerade beginnt und der tatsächlichen Belastung  $F$ . Dividiert man die Knickkraft  $F_K$  durch den Querschnitt  $A$  so erhält man die Knickspannung  $\sigma_K$ .

$$s_K = \frac{F_K}{F} = \frac{\sigma_K}{\sigma_d} \quad (3.53)$$

Für die Berechnung der Knickkraft bzw. der Knickspannung ist die Unterscheidung zwischen Knicken im elastischen- bzw. unelastischen-Bereich zu machen. Dies wird mit Hilfe des Grenزشlankheitsgrades  $\lambda_0$  beurteilt. Die Euler-Betrachtung der Knickung darf nur im elastischen Bereich angewendet werden, wenn der tatsächliche Schlankheitsgrad  $\lambda$  größer als die Grenزشlankheit  $\lambda_0$  ist. Ist der tatsächliche Schlankheitsgrad  $\lambda$  kleiner als die Grenزشlankheit  $\lambda_0$  so kommt die Tetmajer-Betrachtung für den unelastischen Bereich zur Anwendung.

$$\lambda = \frac{s}{i} \quad (3.54)$$



### 3.4.3.2 Modellaufbau

Abbildung 3-57 zeigt den Modellaufbau für die Knickanalyse des Pleuels. Um die Einspannung und Belastung des Pleuels bestmöglich nachzubilden, mussten für den Beulprozess Lagerungsrandbedingungen und Lastbedingungen definiert werden.

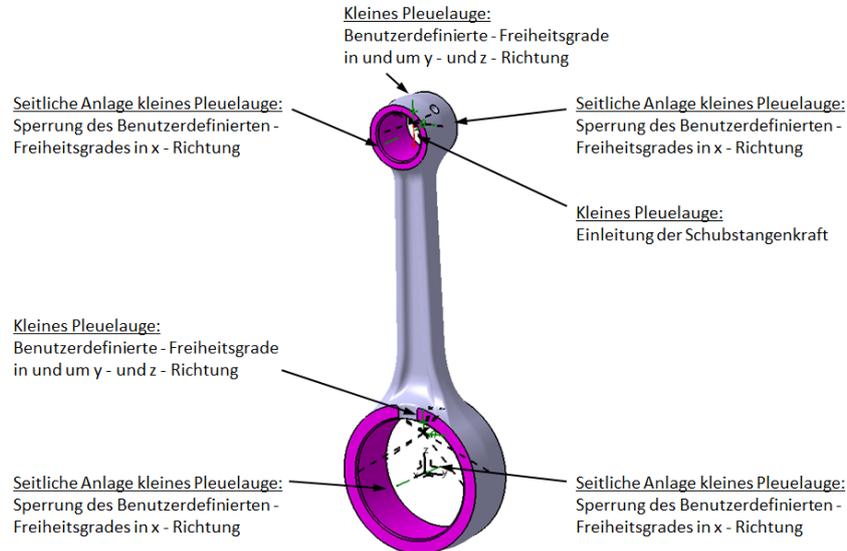


Abbildung 3-57: Bedingungen für Knickanalyse

#### Lagerungsrandbedingungen

Bei den Lagerungsrandbedingungen musste die Einspannung am kleinen und großen Pleuelauge definiert werden. Dabei muss für das kleine Pleuelauge die Rotation um die Achse des Kolbenbolzens und für das große Pleuelauge die Rotation um den Pleuelzapfen erhalten bleiben. Alle restlichen Freiheitsgrade müssen für die Knickanalyse gesperrt werden. Um die seitliche Verschiebung des Pleuels entlang der Pleuelbolzenachse bzw. Pleuelzapfenachse zu verhindern wurden auf die insgesamt vier seitlichen Anlageflächen des Pleuels Sperrungen der Freiheitsgrade in x-Richtung durchgeführt. Die Sperrung der restlichen Freiheitsgrade in und um y- und z-Richtung wurde an den virtuellen Elementen der Pleuelaugenoberflächen definiert. Dadurch konnten die Kontaktverhältnisse zwischen Pleuelbolzen und kleinem Pleuelauge sowie Pleuelzapfen und großem Pleuelauge am besten realisiert werden.

#### Lastbedingungen

Auf das bereits definierte virtuelle Element des kleinen Pleuelauges wurde die Schubstangenkraft angebracht.

### 3.4.3.3 Ergebnis der Knickanalyse

Die Ergebnisse der Knickanalyse des Pleuels mit der Belastung des Prototypen- und Referenzmotors sind in Tabelle 3-11 und den Abbildungen 3-58 und 3-59 dargestellt. Bei denn angegebenen Schubstangenkräften ist der Einfluss der rotierenden und oszillierenden Pleuelmasse mitberücksichtigt.

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	EM-150	FZ-150
Kurbelwinkel	$\varphi$	[°KW]	13	15
Motordrehzahl	$n$	[U/min]	7000	7500
Maximale Schubstangenkraft	$F_S$	[N]	16454,05	13763,17
1.Knickfall	$s_{K,1}$	[-]	11,21	13,39
2.Knickfall	$s_{K,2}$	[-]	20,15	24,09

**Tabelle 3-11: Ergebnisse der Kickenalyse**

Durch die höhere Schubstangenkraft des Prototypenmotors sind erwartungsgemäß die Knicksicherheiten für die beiden Knickfälle geringer als beim Referenzmotor. Die Knicksicherheiten liegen auch unter der höheren Belastung des Prototyps hoch genug um ein Knicken des Pleuels im realen Betrieb auszuschließen.

Im ersten Knickfall  $s_{K,1}$  knickt das Pleuel unter den Belastungen der beiden Motoren in der y-z-Ebene aus. Die freie Knicklänge entspricht dem in Abbildung 3-56 gezeigten 2.Fall.

Im zweiten Knickfall  $s_{K,2}$  tritt ein seitliches Knicken des Pleuelschaftes ein. Hier entspricht die freie Knicklänge des Pleuels dem in Abbildung 3-56 gezeigten 4.Fall.

- Anzahl der Knoten: 15874
- Anzahl der Elemente: 8838



**Abbildung 3-58: 1.Knickfall für EM-150**



**Abbildung 3-59: 2.Knickfall für EM-150**

### 3.4.4 Modalanalyse der Kurbelwelle

Zur Schwingungsbeurteilung wurde für die Kurbelwelle eine Modalanalyse mit dem im Catia FEM-Modul genannten Frequenzprozess durchgeführt. Mit der Modalanalyse konnten die Eigenfrequenzen, bei denen die Kurbelwelle kritische Schwingungszustände bzw. Eigenformen annimmt ermittelt werden.

#### 3.4.4.1 Modellaufbau

Für die Ermittlung der Eigenformen müssen Lagerungsrandbedingungen sowie die vorhandenen Massen und Massenträgheitsmomente der angrenzenden Bauteile definiert werden.

#### Lagerungsrandbedingungen

Die Lagerungsrandbedingungen entsprechen jenen, die bereits für den statischen Prozess definiert wurden.

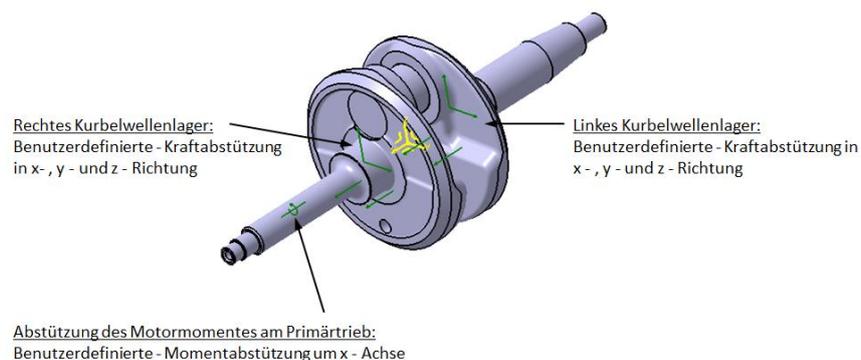


Abbildung 3-60: Lagerungsrandbedingungen für Modalanalyse

#### Massen und Massenträgheit

Zur korrekten Nachbildung des Schwingungsverhaltens der Kurbelwelle, müssen die angrenzenden Bauteile mit ihrer Masse bzw. Massenträgheit berücksichtigt werden. Im Fall des Prototypenmotors waren dies die Fliehkraftkupplung am rechten Kurbelwellenende und die Generatoreinheit am linken Kurbelwellenende.

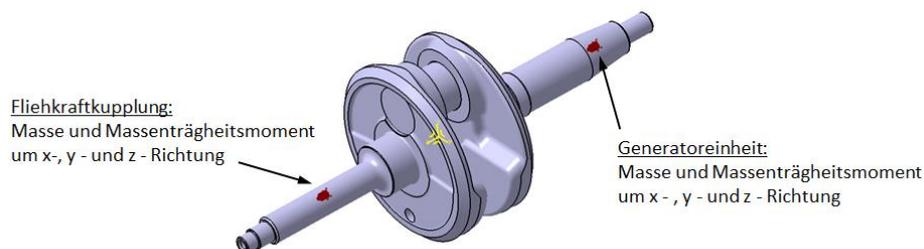


Abbildung 3-61: Definition der zusätzlichen Massen und Massenträgheiten für Modalanalyse

### 3.4.4.2 Ergebnis der Modalanalyse

1.Eigenform: Biegeschwingung am linken Kurbelwellenende in der x-z-Ebene.

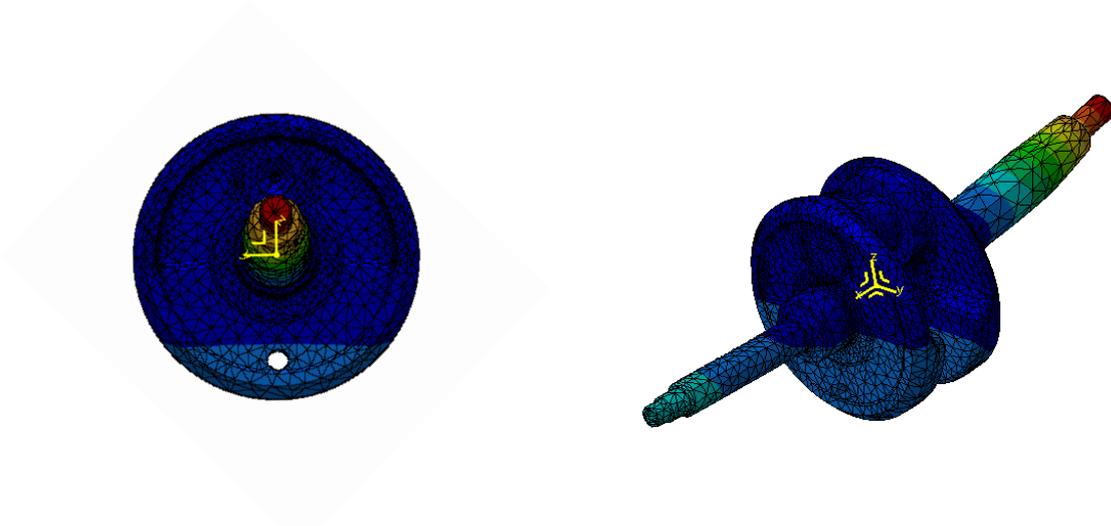


Abbildung 3-62: 1.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 200,09$  Hz

2:Eigenform: Biegeschwingung am linken Kurbelwellenende in der x-y-Ebene.

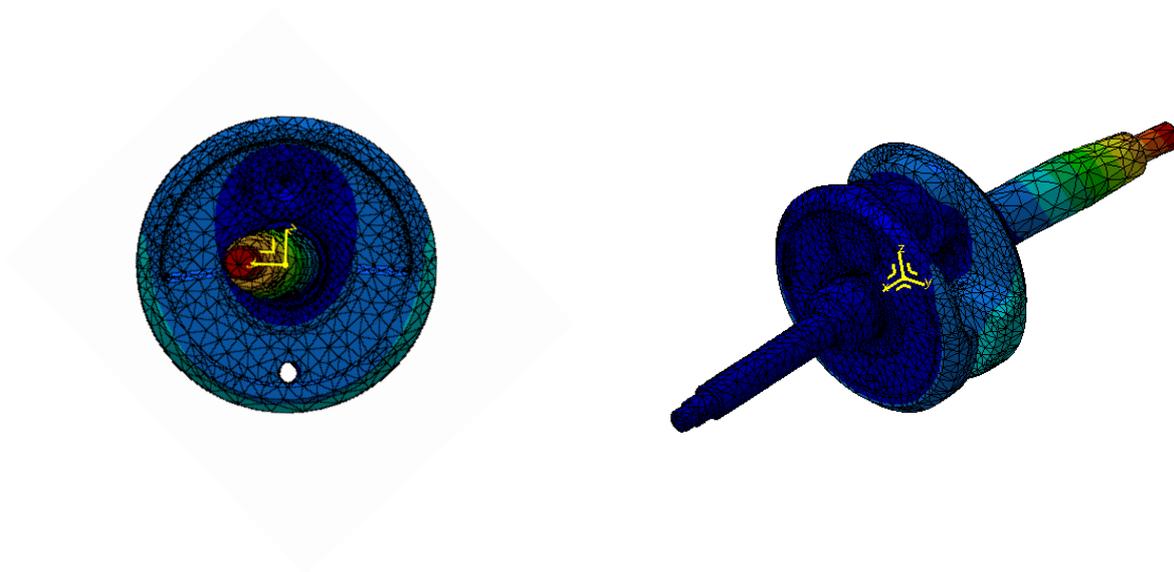


Abbildung 3-63: 2.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 207,71$  Hz

3.Eigenform: Torsionsschwingung der Kurbelwangen und des linken Kurbelwellenendes um die x-Achse. An der Momentabstützung des Primärtriebs tritt keine Verdrehung auf.

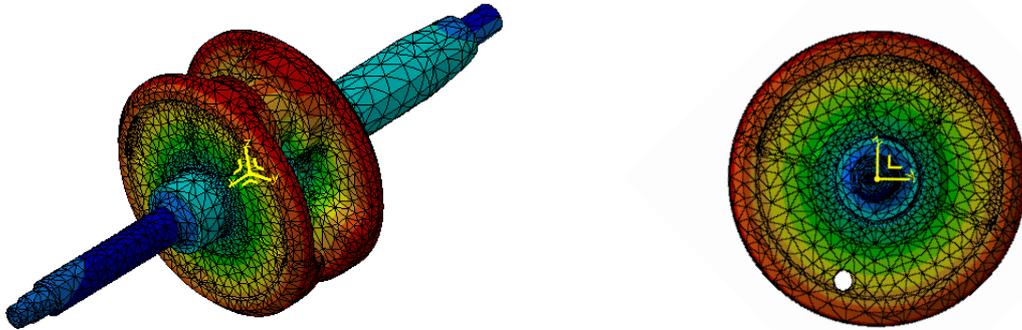


Abbildung 3-64: 3.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 247,10$  Hz

4.Eigenform: Biegeschwingung am rechten Kurbelwellenende in der x-z-Ebene.

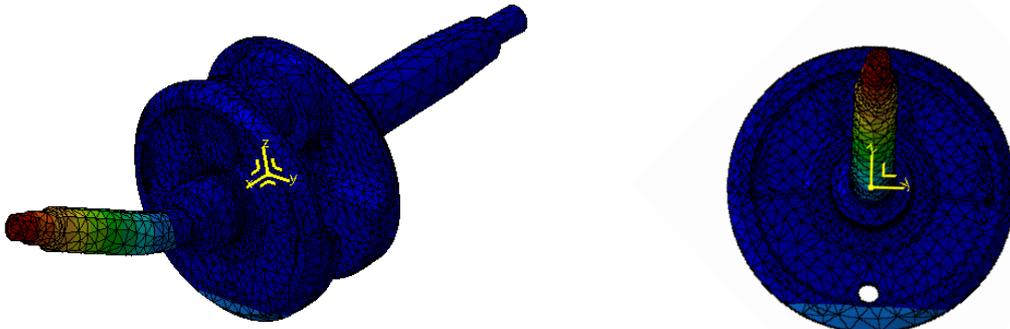


Abbildung 3-65: 4.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 382,69$  Hz

5.Eigenform: Biegeschwingung am rechten Kurbelwellenende in der x-y-Ebene.

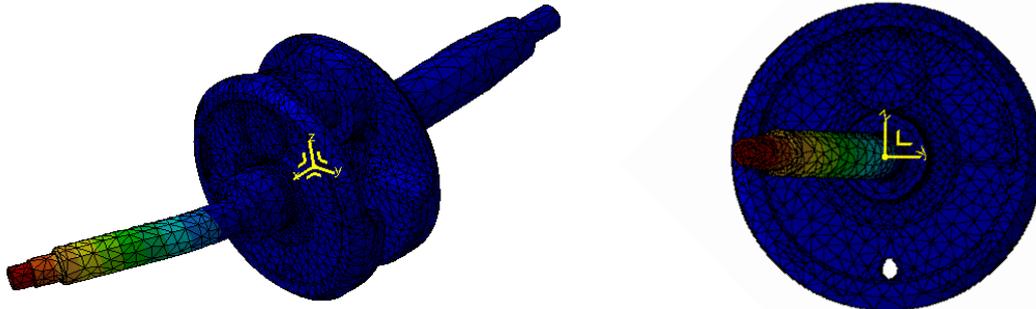


Abbildung 3-66: 5.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 390,50$  Hz

6.Eigenform: Biegeschwingung in der x-z-Ebene. Am linken Kurbelwellenlager tritt keine Verformung auf. Die größten Verformungen treten an der rechten Kurbelwange auf.

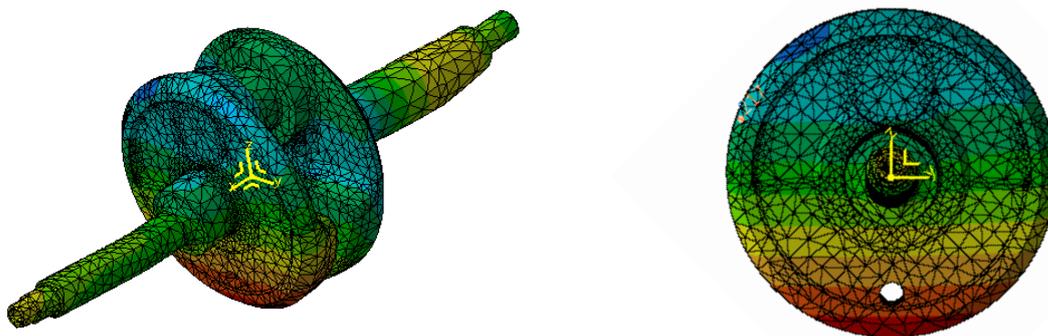


Abbildung 3-67: 6.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 863,10$  Hz

7.Eigenform: Torsionsschwingung der Kurbelwangen um die x-Achse. An der Momentabstützung für den Primärtrieb tritt keine Verdrehung auf. Am linken Kurbelwellenende ist die auftretende Verdrehung gering.

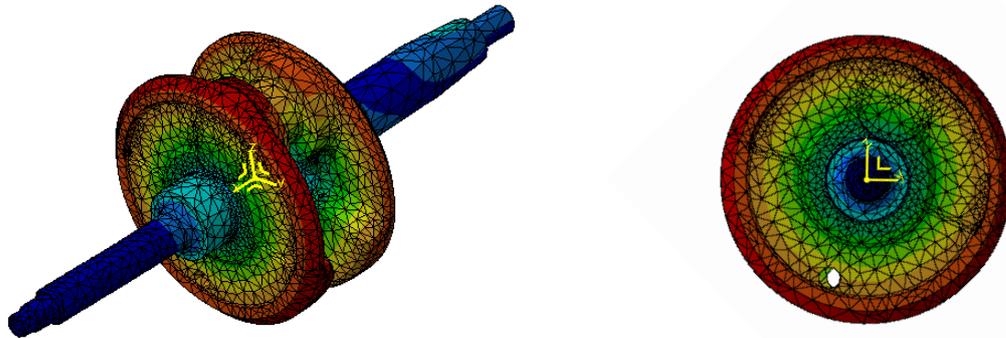


Abbildung 3-68: 7.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 894,20$  Hz

8.Eigenform: Biegeschwingung in der x-y-Ebene. Hier treten die größten Belastungen am linken Kurbelwellenende auf.



Abbildung 3-69: 8.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 1032,99$  Hz

**9.Eigenform:** Biegeschwingung in der x-z-Ebene. Hier treten Schwingungen an beiden Kurbelwellenenden und der rechten Kurbelwange auf. Am linken Kurbelwellenlager tritt keine Verformung auf.

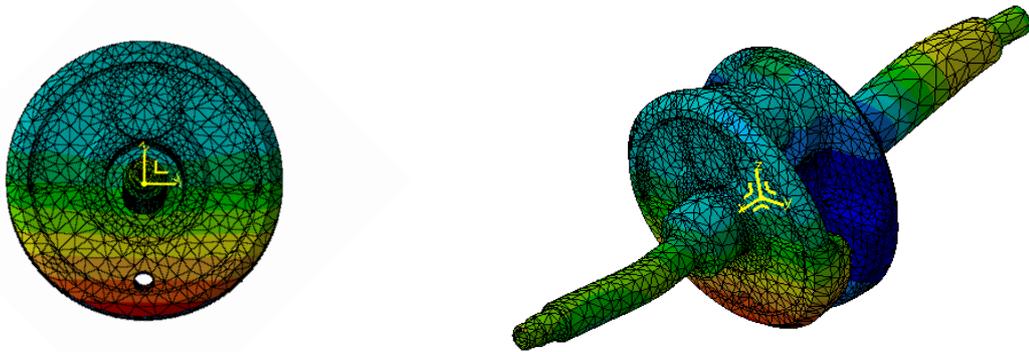


Abbildung 3-70: 9.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 1332,61$  Hz

**10.Eigenform:** Biegeschwingung in der x-y-Ebene. An der Stelle des linken Kurbelwellenlagers und der linken Kurbelwellenhälfte kommt es zu keinen Schwingungen. An den beiden Kurbelwangen und der rechten Kurbelwellenhälfte kommt es zu Verformungen.

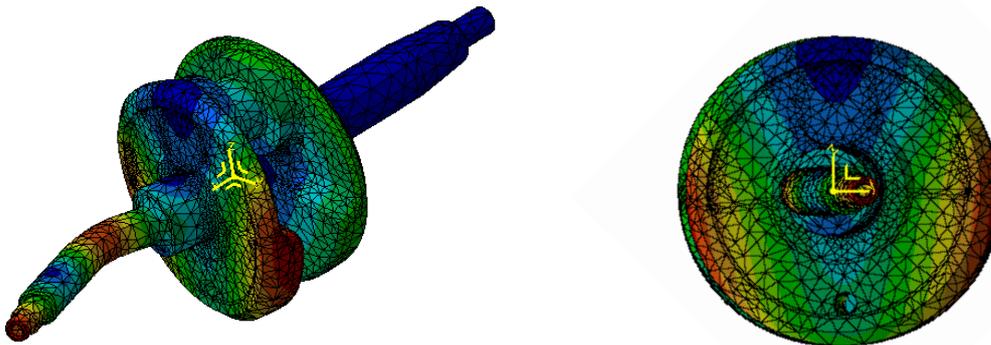
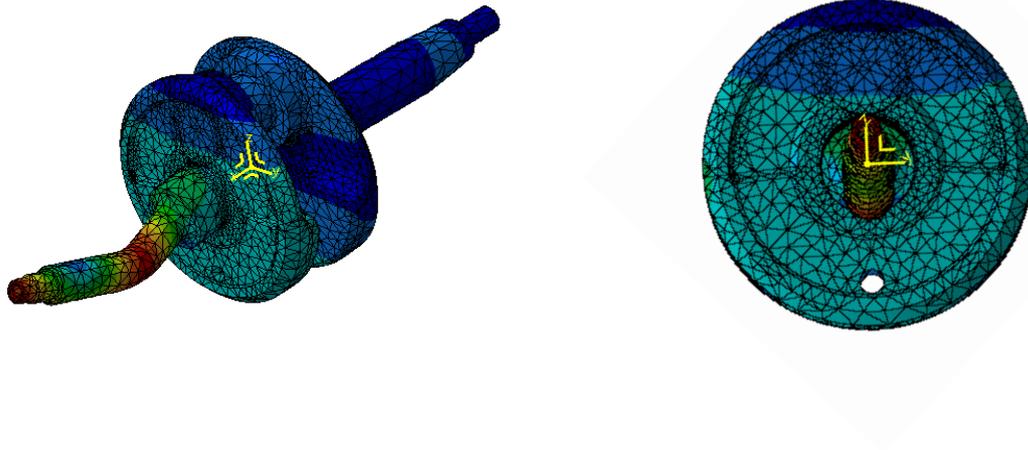


Abbildung 3-71: 10.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 1595,28$  Hz

11.Eigenform: Biegeschwingung in der x-z-Ebene. Die größten Auslenkungen treten am rechten Kurbelwellenende auf. An den beiden Kurbelwangen und dem linken Kurbelwellenende sind die vorhandenen Verformungen sehr gering.



**Abbildung 3-72: 11.Eigenform der Kurbelwelle bei  $f = 1863,15$  Hz**

### 3.4.5 Harmonische Analyse der Erregerkräfte

Die periodischen Erregerkräfte der Kurbelwelle, welche sich aus der Wirkung von Gaskraft und Massenkraft ergeben, wurden mit Hilfe der Harmonischen Analyse nach [10] zerlegt. Dadurch konnten die kritischsten Anregungen herausgefiltert werden und deren Auswirkungen auf die Beanspruchung der Kurbelwelle mit dem in Kapitel 3.4.6 beschriebenen Harmonischen Antwortprozess untersucht werden.

Bei den untersuchten Erregerkräften handelt es sich um die Radial- und Tangentialkraft am Kurbelzapfen sowie die Radial- und Tangentialkraft am Primärtrieb. Diese regen die Kurbelwelle zu folgenden Schwingungen an:

- Torsionsschwingungen durch die Tangentialkraft am Kurbelzapfen
- Biegeschwingungen durch Radialkraft und Tangentialkraft am Kurbelzapfen
- Biegeschwingungen durch die Radial- und Tangentialkraft am Primärtrieb
- Torsionsschwingungen durch die Tangentialkraft am Primärtrieb

Erregerkräfte welche durch Unwucht erzeugt werden treten nur mit Kurbelwellendrehzahl auf und sind bereits harmonisch. Bei dem Prototypenmotor kann eine solche Unwucht an der Fliehkraftkupplung bzw. der Generatoreinheit vorhanden sein. Da die angestrebte Höchstdrehzahl von 11000 U/min einer Frequenz von 183,3 Hz entspricht und unterhalb der Eigenfrequenz der 1.Eigenform liegt wird diese Art der Anregung nicht auftreten.

#### 3.4.5.1 Grundlagen der Harmonischen Analyse [10]

Periodisch ablaufende Schwingungen lassen sich grundsätzlich als Summe harmonischer Funktionen, beziehungsweise harmonische Teilschwingungen darstellen. Für die Berechnung der Triebwerksschwingungen ist die Zerlegung in harmonische Teilschwingungen notwendige Voraussetzung, da der Lösungsansatz der Schwingungsgleichung eine harmonische Funktion ist. Da die periodische Erregung aus einer Vielzahl harmonischer Teilschwingungen besteht, treten im Betriebsbereich einer Verbrennungskraftmaschine stets mehrere Resonanzzustände auf, nämlich immer dann, wenn die Frequenz einer Teilschwingung gleich der Eigenfrequenz des Schwingungssystems ist.

Die Zerlegung eines periodischen Verlaufes in einzelne sinusartige Schwingungen verschiedener Ordnungszahlen, sowie die Bestimmung der Fourier-Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_k$ ,  $b_k$  bezeichnet man als harmonische Analyse.

Der umgekehrte Vorgang - die Zusammensetzung von harmonischen Teilschwingungen, die durch Koeffizienten und die Nummer der Harmonischen definiert sind, zu einer periodischen Funktion – wird harmonische Synthese genannt.

Eine periodische Funktion kann durch folgende Fourier-Reihe beliebig genau approximiert werden:

$$f(x) = a_0 + \sum a_k \cdot \cos(k \cdot x) + \sum b_k \cdot \sin(k \cdot x) \quad (3.57)$$

$f(x)$             ... Beliebige periodische Funktion  
 $a_0, a_k, b_k$     ... Fourier-Koeffizienten  
 $k$                 ... Ganzzahlige Ordnungszahl

Die Funktion  $f(x)$  hat die Periodenlänge  $2\pi$  und die Periodendauer  $T$ . Die Teilschwingungen haben dann die Periode  $2\pi/k$  und eine Periodendauer  $T/k$ . Die Zahl  $k$  ist eine Ordnungszahl der Harmonischen und stets eine ganze Zahl, die die Anzahl der Oberschwingungen während einer Periode der Grundfrequenz angibt. Bei Verbrennungskraftmaschinen ist die Grundfrequenz entsprechend der Umlaufgeschwindigkeit der Kurbelwelle die sekundliche Motordrehzahl.

$$f = \frac{n}{60} = \frac{1}{T} \quad (3.58)$$

Bei Zweitaktmotoren wiederholt sich der Kraftverlauf nach einer Kurbelwellenumdrehung, d.h. entsprechend der obigen Definition ergeben sich deshalb für den Zweitaktmotor nur ganzzahlige Harmonische (Ordnungen). Beim Viertaktmotor hingegen wiederholt sich das Arbeitsspiel jedoch erst nach zwei Motorumdrehungen, d.h. die Periodendauer ist doppelt so lang. Um den Kurbelwellenwinkel  $\varphi$  und die Motordrehzahl (Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ ) des Ansatzes unverändert übernehmen zu können, führte man den Begriff der Ordnungszahl  $q$  ein. Die Ordnungszahl  $q$  gibt die Zahl der Teilschwingungen je Motorumdrehung an. Die Harmonische  $k$  gibt dagegen die Zahl der Teilschwingungen je Arbeitsspiel an.

Damit gilt für die Ordnungszahl:

$$q = k/\rho \quad (3.59)$$

Mit  $\rho = 1$  für den Zweitaktmotor bzw.  $\rho = 2$  für den Viertaktmotor wird:

$$\begin{aligned} q &= k && \text{für Zweitaktmotor} \\ q &= k/2 && \text{für Viertaktmotor} \end{aligned}$$

Ebenso ergibt sich als Periodendauer:

$$T = \rho \cdot \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.60)$$

Die Fourier-Koeffizienten werden mit folgenden Gleichungen berechnet:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x) \cdot dx \quad (3.61)$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x) \cdot \cos(k \cdot x) \cdot dx \quad (3.62)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x) \cdot \sin(k \cdot x) \cdot dx \quad (3.63)$$

Für Tangentialkraftverläufe einer Verbrennungskraftmaschine die in Form von Stützwerten über ein Arbeitsspiel gegeben sind und nicht analytisch, muss die Berechnung der Fourier-Koeffizienten numerisch erfolgen.

Die Periode wird in  $2 \cdot m$  gleiche Teile mit den zugeordneten Stützstellen  $y_n$  aufgeteilt und die Fourier-Koeffizienten in folgender Form angeschrieben:

$$a_0 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \quad (3.64)$$

$$a_k = \frac{1}{m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \cdot \cos \left[ k \cdot \frac{\pi}{m} \cdot (n - 1) \right] \quad (3.65)$$

$$b_k = \frac{1}{m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \cdot \sin \left[ k \cdot \frac{\pi}{m} \cdot (n - 1) \right] \quad (3.66)$$

Die Klammerausdrücke haben die Bedeutung eines Winkels im Bogenmaß.

Mit der Ordnungszahl  $q$  und  $\omega \cdot t = \varphi$  tritt anstelle des Klammerausdrucks ( $k \cdot x$ ) der vom Kurbelwinkel  $\varphi$  abhängige Wert ( $q \cdot \varphi$ ). Damit nehmen die den Gasdruckverlauf beschreibende Funktionen und die Fourier-Koeffizienten folgende Form an:

$$F_T(\varphi) = a_0 + \sum a_q \cdot \cos(q \cdot \varphi) + \sum b_q \cdot \sin(q \cdot \varphi) \quad (3.67)$$

$$a_0 = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \quad (3.68)$$

$$a_q = \frac{1}{m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \cdot \cos(q \cdot \varphi_n) \quad (3.69)$$

$$b_q = \frac{1}{m} \cdot \sum_{n=1}^{2 \cdot m} y_n \cdot \sin(q \cdot \varphi_n) \quad (3.70)$$

Um den Tangentialkraftverlauf genau zu approximieren und die Erregungen von möglichen Resonanz-Schwingungen im Bereich der üblicherweise für die mechanischen Beanspruchungen interessierenden Ordnungszahlen, sind zumeist die ersten 18 – 24 Harmonischen zu ermitteln.

### 3.4.5.2 Ergebnis der harmonischen Analyse

Mit den in der Modalanalyse ermittelten Eigenfrequenzen der Kurbelwelle und den mittels Harmonischer Analyse zerlegten Erregerkräften konnten kritische Lastfälle für die weitere Untersuchung eingegrenzt werden.

In Tabelle 3-12 sind die Harmonischen der Tangentialkraft bei Vollast eingetragen. Bereiche, in denen die Erregerfrequenzen der Harmonischen nahe der Frequenz der Torsionseigenformen der Kurbelwelle liegen sind rot markiert. Die Frequenzen der Biegeeigenformen, welche durch die Tangentialkraft angeregt werden sind hier nicht eingetragen. Für die weitere Untersuchung wurden jene Fälle ausgesucht, welche den Eigenfrequenzen am nächsten sind und dabei die größten Amplituden aufweisen.

Durch die Darstellung der Harmonischen in der gezeigten Tabellenform ist zu erkennen, dass bei jeder Drehzahl eine Anregung erfolgt. Mit steigender Drehzahl erreichen bereits Harmonische niedriger Ordnung die kritischen Eigenfrequenzen der Kurbelwelle. Dies ist besonders kritisch, da die Harmonischen niedriger Ordnung größere Erregeramplituden besitzen.

Um zu überprüfen ob im Teillastbereich eventuell größere Erregungen auftreten als im Vollastbereich wurde für die Teillastbereiche bei 50% - und 20% - Last ebenfalls eine Harmonische Analyse durchgeführt.

Das hier beschriebene Vorgehen zur Eingrenzung der harmonischen Tangentialkraft-Erregungen wurde für alle weiteren Erregerkräfte angewendet. Die Tabellen ihrer harmonischen Analyse sind dem Anhang zu entnehmen.

EM150 - WOT																					
Drehzahl																					
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000		
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	
[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	627,2	25,0	754,1	33,3	815,2	41,7	900,9	50,0	976,2	58,3	1092,2	66,7	1115,9	75,0	1186,7	83,3	1111,3	91,7	1042,6	
1	33,3	926,7	50,0	1061,2	66,7	1143,2	83,3	1249,2	100,0	1357,7	116,7	1511,7	133,3	1591,2	150,0	1706,9	166,7	1699,7	183,3	1693,2	
1,5	50,0	679,5	75,0	777,1	100,0	829,2	125,0	893,0	150,0	952,5	175,0	1042,5	200,0	1054,1	225,0	1100,0	250,0	1036,8	275,0	983,3	
2	66,7	543,8	100,0	501,8	133,3	367,5	166,7	196,8	200,0	43,0	233,3	260,4	266,7	598,5	300,0	963,8	333,3	1476,4	366,7	2043,9	
2,5	83,3	507,5	125,0	564,9	166,7	597,9	208,3	637,3	250,0	681,7	291,7	738,6	333,3	741,8	375,0	759,8	416,7	713,9	458,3	674,6	
3	100,0	375,8	150,0	372,8	200,0	322,0	250,0	267,3	300,0	186,7	350,0	116,3	400,0	136,0	450,0	256,0	500,0	485,4	550,0	740,0	
3,5	116,7	347,5	175,0	388,8	233,3	410,6	291,7	430,4	350,0	464,4	408,3	515,2	466,7	524,1	525,0	538,2	583,3	501,6	641,7	463,7	
4	133,3	283,5	200,0	307,7	266,7	313,0	333,3	332,0	400,0	349,3	466,7	361,6	533,3	339,5	600,0	339,5	666,7	295,2	733,3	256,0	
4,5	150,0	230,6	225,0	257,1	300,0	268,5	375,0	284,1	450,0	297,5	525,0	326,5	600,0	334,3	675,0	352,5	750,0	330,3	825,0	304,7	
5	166,7	186,2	250,0	204,4	333,3	216,0	416,7	225,7	500,0	253,4	583,3	279,7	666,7	273,9	750,0	280,9	833,3	255,1	916,7	235,1	
5,5	183,3	153,3	275,0	171,6	366,7	174,3	458,3	192,7	550,0	208,0	641,7	222,0	733,3	219,7	825,0	231,6	916,7	216,2	1008,3	199,7	
6	200,0	127,7	300,0	141,3	400,0	150,3	500,0	158,1	600,0	171,4	700,0	189,8	800,0	187,6	900,0	195,7	1000,0	175,0	1100,0	156,7	
6,5	216,7	108,1	325,0	118,0	433,3	122,9	541,7	128,9	650,0	144,9	758,3	156,9	866,7	152,7	975,0	157,5	1083,3	143,2	1191,7	131,2	
7	233,3	89,3	350,0	100,1	466,7	99,9	583,3	110,1	700,0	120,5	816,7	132,8	933,3	128,9	1050,0	135,1	1166,7	121,4	1283,3	107,3	
7,5	250,0	74,5	375,0	81,1	500,0	86,3	625,0	91,5	750,0	103,7	875,0	112,0	1000,0	108,9	1125,0	113,2	1250,0	99,1	1375,0	88,3	
8	266,7	64,2	400,0	71,1	533,3	74,3	666,7	79,4	800,0	88,2	933,3	98,2	1066,7	94,9	1200,0	96,9	1333,3	86,9	1466,7	77,4	
8,5	283,3	56,5	425,0	63,0	566,7	63,0	708,3	68,3	850,0	77,8	991,7	85,1	1133,3	80,7	1275,0	84,4	1416,7	73,6	1558,3	63,6	
9	300,0	48,7	450,0	53,3	600,0	55,6	750,0	59,5	900,0	67,5	1050,0	73,8	1200,0	72,0	1350,0	73,1	1500,0	62,8	1650,0	55,7	
9,5	316,7	42,6	475,0	46,9	633,3	48,1	791,7	51,7	950,0	58,8	1108,3	65,9	1266,7	62,2	1425,0	62,3	1583,3	55,3	1741,7	48,1	
10	333,3	37,7	500,0	40,3	666,7	42,1	833,3	45,5	1000,0	52,4	1166,7	57,8	1333,3	54,9	1500,0	56,8	1666,7	47,8	1833,3	40,6	
10,5	350,0	32,2	525,0	37,3	700,0	37,5	875,0	39,9	1050,0	46,6	1225,0	51,8	1400,0	49,7	1575,0	48,4	1750,0	41,3	1925,0	36,5	
11	366,7	29,8	550,0	31,8	733,3	33,3	916,7	36,1	1100,0	41,6	1283,3	46,9	1466,7	43,8	1650,0	43,3	1833,3	37,3	2016,7	31,5	
11,5	383,3	26,9	575,0	28,8	766,7	29,5	958,3	31,5	1150,0	36,9	1341,7	41,9	1533,3	39,2	1725,0	38,6	1916,7	31,8	2108,3	26,9	
12	400,0	22,4	600,0	25,6	800,0	25,9	1000,0	27,8	1200,0	33,4	1400,0	37,3	1600,0	35,2	1800,0	33,4	2000,0	27,8	2200,0	24,3	

Tabelle 3-12: Harmonische der Tangentialkraft für WOT

### 3.4.6 Harmonischer Antwortprozess

Mit dem harmonischen Antwortprozess in Catia V5R16 kann das Schwingungsverhalten der Kurbelwelle unter dem Einfluss von Erregerkräften beurteilt werden. Bei den auftretenden Schwingungen handelt es sich um Biegeschwingungen und Torsionsschwingungen der Kurbelwelle.

#### 3.4.6.1 Modell für harmonischen Antwortprozess

Für den Modellaufbau des harmonischen Antwortprozesses in Catia V5R16 muss ein Frequenzprozess und ein statischer Prozess für die Kurbelwelle definiert werden. Der Modellaufbau des Frequenzprozesses wurde bereits in Kapitel 3.4.4.1 beschrieben und kann direkt übernommen werden. Der statische Prozess wird für die Aufbringung der Erregerkräfte benötigt. Dabei werden die Erregerkräfte gleich 1N gesetzt und anschließend mit sogenannten Modulationen die Amplitude und Frequenz den Erregerkräften zugeordnet. Abschließend muss die Dämpfung des Werkstoffs angegeben werden. Diese wurde nach [7] mit 5% angenommen, da bei höheren Frequenzen die Materialdämpfung stärker ist.

In Abbildung 3-73 ist der Modellaufbau des harmonischen Antwortprozesses dargestellt. Darin sind nur die verwendeten Erregerkräfte beschriftet. Auf die Beschriftungen für die angebrachten Massen und Lagerungsrandbedingungen wurde verzichtet, da diese dem Modellaufbau des Frequenzprozesses in Kapitel 3.4.4.1 entsprechen.

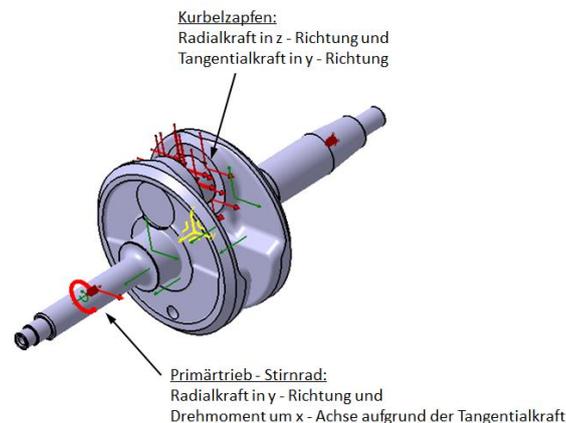


Abbildung 3-73: Modellaufbau für harmonischen Antwortprozess

#### Lastbedingungen

Folgende Erregerkräfte wurden für die Simulation berücksichtigt:

- Radialkraft am Kurbelzapfen: Diese zeigt in die z-Richtung und kann die Kurbelwelle zu Biegeschwingungen anregen.
- Tangentialkraft am Kurbelzapfen: Diese wirkt in y-Richtung und kann zu Torsionsschwingungen um die Kurbelwellenachse und Biegeschwingungen in der x-y-Ebene anregen.
- Radialkraft am Primärtrieb-Stirnrad: Diese zeigt in die y-Richtung und regt zu Biegeschwingungen der rechten Kurbelwellenhälfte in der x-y-Ebene an.
- Tangentialkraft am Primärtrieb-Stirnrad: Sie zeigt in die z-Richtung und kann Biegeschwingungen in der x-z-Ebene verursachen sowie Torsionsschwingungen um die Kurbelwellenachse.

### 3.4.6.2 Ergebnis des harmonischen Antwortprozesses

Das Berechnungsmodell des harmonischen Antwortprozesses für die Prototypenkurbelwelle wurde mit jenen Erregungen beaufschlagt, die sich in der harmonischen Analyse als besonders kritisch herausgestellt haben. Um die Auswirkungen dieser Erregerkräfte auf die Kurbelwelle beurteilen zu können, wurden diese immer einzeln untersucht. Dadurch sollten die gefährdeten Bereiche, in denen es zur Bauteilschädigung kommen kann, erfasst werden. Eine Bewertung der Kurbelwelle auf Basis der berechneten von Mises-Spannungen im harmonischen Antwortprozess ist schwierig, da diese Spannungen aufgrund der gewählten Werkstoffdämpfung schwanken können. Daher kann bei Überschreitung der zulässigen Werkstoffkennwerte in der Simulation nicht direkt auf ein Bauteilversagen im realen Betrieb rückgeschlossen werden. Die folgenden Ergebnisse dienen zur Abschätzung, in welchen Betriebsbereichen kritische Beanspruchungen der Kurbelwelle auftreten können.

#### Erregung durch Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei:

Volllast,  $n = 10000 \text{ U/min}$  ,  $F_T = 1036,8 \text{ N}$  ,  $f = 250 \text{ Hz}$

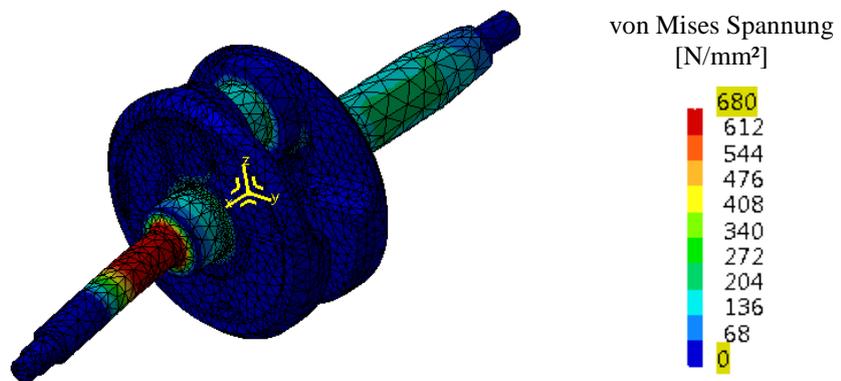


Abbildung 3-74: von Mises-Spannungen bei  $F_T = 1036,8 \text{ N}$  ,  $f = 250 \text{ Hz}$

Bei dieser Erregung ist der rechte Wellenübergang zwischen Fliehkraftkupplung und dem rechten Kurbelwellen-Hauptlager sehr stark auf Torsion beansprucht. An der linken Wellenhälfte kommt es zu geringen Beanspruchungen. Das in Abbildung 3-74 dargestellte Ergebnis repräsentiert einen sehr schädlichen Fall bei der Anregung durch die Tangentialkraft am Kurbelzapfen.

Eine weitere kritische Torsionsbeanspruchung tritt bei der Erregung für 50%-Teillast,  $n = 10000 \text{ U/min}$ ,  $F_T = 866,4 \text{ N}$ ,  $f = 250 \text{ Hz}$  auf. Auf ihre Darstellung wird verzichtet, da sie der in Abbildung 3-74 ähnelt.

Die untersuchten Biegebeanspruchungen aufgrund der Tangentialkraftherregung am Kurbelzapfen sind im Verhältnis zu den untersuchten Torsionsbeanspruchungen für die Kurbelwelle nicht kritisch.

Erregung durch Radialkraft am Kurbelzapfen bei:

Volllast,  $n = 9000$  U/min ,  $F_R = 1377,9$  N ,  $f = 375$  Hz

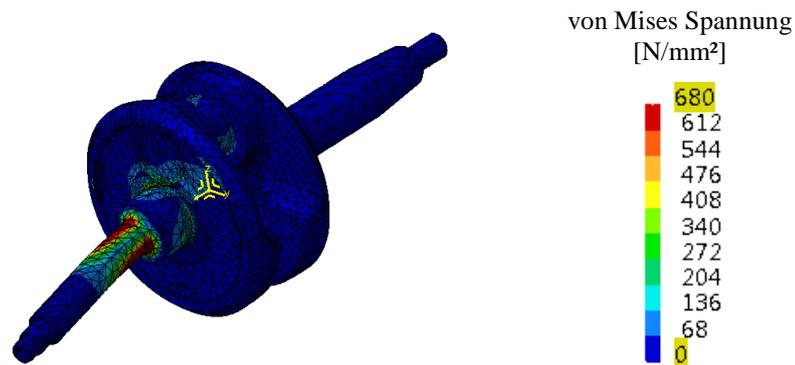


Abbildung 3-75: von Mises-Spannungen bei  $F_R = 1377,9$  N ,  $f = 375$  Hz

Eine besonders schädliche Erregung aufgrund der Radialkraft am Kurbelzapfen ist in Abbildung 3-74 dargestellt. Dieser Fall tritt bei einer Motordrehzahl von 9000 U/min ein. Die angeführte Erregung liegt nahe der 4. Eigenform und führt daher zu starken Biegebelastungen am Wellenabsatz des rechten Kurbelwellenhauptlagers.

Eine weitere kritische Biegebeanspruchung tritt bei der Erregung für 50%-Teillast,  $n = 5000$  U/min,  $F_R = 724,1$  N,  $f = 250$  Hz auf. Auf ihre Darstellung wird verzichtet, da sie der in Abbildung 3-75 ähnelt.

Erregung durch Tangentialkraft am Primärtrieb bei:

Volllast,  $n = 9000$  U/min ,  $F_{TZ} = 1060,0$  N ,  $f = 375$  Hz

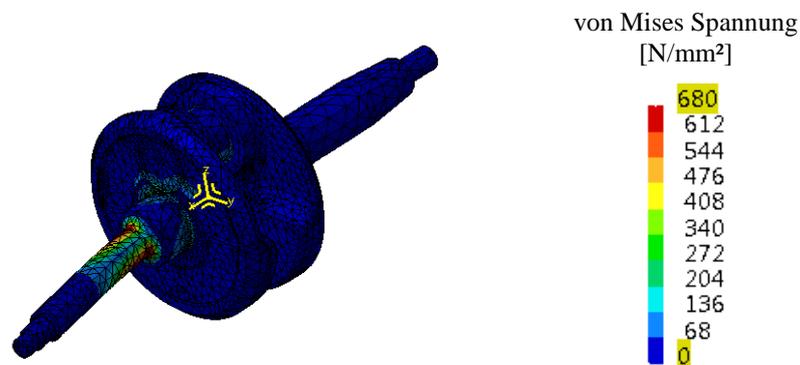


Abbildung 3-76: von Mises-Spannungen bei  $F_{TZ} = 1060,0$  N ,  $f = 375$  Hz

Die angeführte Erregung durch die Tangentialkraft am Primärtrieb führt zu hohen Biegebeanspruchungen des rechten Wellenüberganges.

Eine weitere kritische Biegebeanspruchung tritt bei der Erregung für Volllast,  $n = 8000$  U/min,  $F_{TZ} = 1470,7$  N,  $f = 200$  Hz auf. Auf ihre Darstellung wird verzichtet, da sie der in Abbildung 3-76 ähnelt.

Die verursachten Torsionsbeanspruchungen durch die Tangentialkrafteerregung am Primärtrieb sind in allen betrachteten Fällen sehr gering und dürften zu keiner Schädigung der Kurbelwelle führen. Auf ihre Darstellung wird daher ebenfalls verzichtet.

Des Weiterem wurde anhand der Simulation festgestellt, dass die ermittelten von Mises-Spannungen durch die Erregung der Radialkraft am Primärtrieb auf einem deutlich niedrigerem Niveau sind als die der anderen Erregungen. Daher dürften diese zu keiner Bauteilschädigung führen. Aus diesem Grund wird auf ihre Darstellung verzichtet.

### **Schlussfolgerung der Ergebnisse**

Mit den Ergebnissen des harmonischen Antwortprozesses konnten schwingungskritische Lastpunkte im Motorbetrieb und Kurbelwellenbereiche in denen kritische Spannungen auftreten ermittelt werden.

Bei den Lastpunkten haben sich folgende als kritisch herausgestellt:

- Volllast bei 8000 U/min
- Volllast bei 9000 U/min
- Volllast bei 10000 U/min
- 50% - Teillast bei 5000 U/min
- 50% - Teillast bei 10000 U/min

In den angeführten Lastpunkten treten die kritischen Bauteilspannungen immer an der rechten Kurbelwellenhälfte nahe dem Kurbelwellenhauptlager auf. Aufgrund der großen Masse der Fliehkraftkupplung können diese Spannungen durch Biegeschwingungen und Torsionsschwingungen verursacht werden. Die restlichen Bereiche der Kurbelwelle müssten den Belastungen durch die anregenden Kräfte standhalten.

Bei Testläufen am Motorprüfstand, sollte auf eventuell auftretende Schwingungsprobleme im Bereich der angeführten Lastpunkte geachtet werden.

### 3.5 Dimensionierung der Ausgleichswelle

Der FEM-Modellaufbau für die Ausgleichswelle ist in Abbildung 3-77 dargestellt. Für die Dimensionierung mussten Lastbedingungen und Lagerungsrandbedingungen definiert werden.

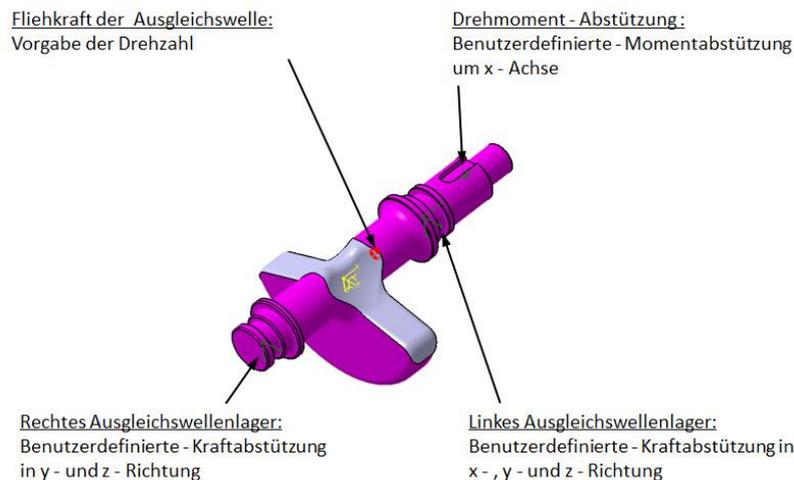


Abbildung 3-77: Modellaufbau der Ausgleichswelle

#### Lastbedingungen

Für die Lastrandbedingungen der Ausgleichswelle wurde nur die Fliehkraft des Ausgleichswellengewichts berücksichtigt. Für die Simulation wurde die angestrebte Höchstdrehzahl von 11000 U/min vorgeben.

Da die Ausgleichswelle frei rotiert, wirkt durch die vorhandenen Drehzahlschwankungen eines Arbeitsspiels nur das durch die Trägheit der Ausgleichswelle verursachte Drehmoment. Dieses Drehmoment ist aufgrund der geringen Massenträgheit der Ausgleichswelle für die Wellendimensionierung vernachlässigbar klein.

#### Lagerungsrandbedingungen:

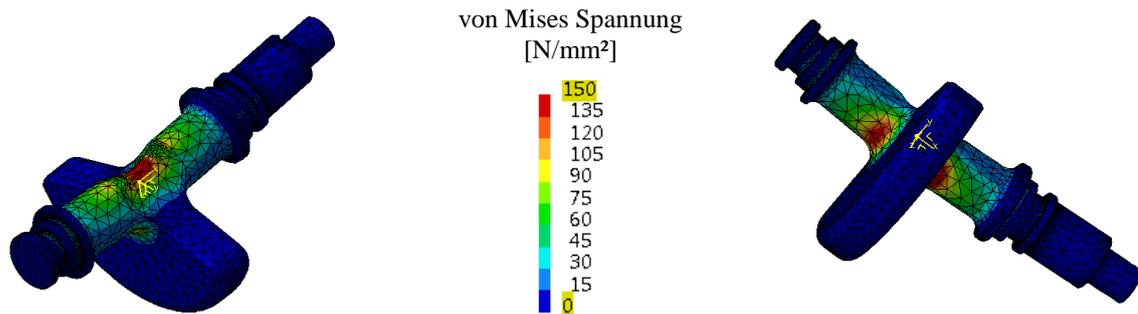
Für die Lagerungsrandbedingungen mussten die Freiheitsgrade der beiden Rillenkugellager definiert werden. Die Lagerung der Ausgleichswelle ist als schwimmende Lagerung ausgeführt. Dabei sind beide Ausgleichswellenlager so eingespannt das Kräfte in y- und z-Richtung aufgenommen werden. Am linken Ausgleichswellenlager musste eine zusätzliche Kraftabstützung in x-Richtung definiert werden, da das Berechnungsmodell die Definition aller Freiheitsgrade erfordert.

Um die geringe Verdrehung der Rillenkugellager um ihre y- und z-Richtung zu berücksichtigen, wurde auf die Drehmomentabstützung um diese Richtungen verzichtet. Die notwendige Abstützung des Drehmomentes um die x-Achse wurde an der Stelle der Ausgleichswellenverzahnung berücksichtigt.

### Ergebnis und Überprüfung der Spannungsberechnung

Abbildung 3-78 zeigt die auftretenden Spannungen bei 11000 U/min. Die kritischen Bereiche befinden sich, wie zu erwarten, im Bereich des Ausgleichswellengewichts. Das Spannungsniveau an den höchstbeanspruchten Stellen befindet sich jedoch deutlich unter der Werkstoff-Streckgrenze und stellt daher keine Gefahr dar.

- Anzahl der Knoten: 55023
- Anzahl der Elemente: 35122
- Globaler Fehler: 5,308%



**Abbildung 3-78: von Mises-Spannungen der Ausgleichswelle bei 11000 U/min**

Tabelle 3-13 zeigt die Kontrollwerte für die Überprüfung des FEM-Modells. Die Abweichungen zwischen den analytisch berechneten und simulierten Auflagerreaktionen bei 11000 U/min sind sehr gering womit das Simulationsmodell für eine Spannungsbeurteilung zulässig ist. In Tabelle 3-14 ist die Sicherheit gegen die Werkstoff-Streckgrenze angegeben.

EM-150 bei 11000 U/min	Einheit	FEM	analytisch	Differenz [%]
Rechtes Ausgleichswellenlager	[N]	1453,0	1459,6	0,5
Linkes Ausgleichswellenlager	[N]	1488,0	1481,4	0,4

**Tabelle 3-13: Überprüfung des FEM-Modells der Ausgleichswelle**

EM-150 bei 11000 U/min	Maximale Mises-Spannung	Streckgrenze	Sicherheit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
Ausgleichswelle	176,6	370	2,1

**Tabelle 3-14: Sicherheit gegen die Streckgrenze**

## 4 Auslegung des Antriebsstrangs

Die Auslegung des Antriebsstrangs des Prototypenfahrzeuges erfolgte unter Berücksichtigung der aus der Benchmarkanalyse vorgegebenen Randbedingungen. Die für diese Arbeit maßgebenden Vorgaben aus der Benchmarkanalyse waren:

- Die Verwendung einer Fliehkraftkupplung um ein automatisches Anfahren ohne manuelles Kuppeln zu ermöglichen. Referenz für die Auslegung der Fliehkraftkupplung waren die bestehenden Systeme von Yamaha LC-135 und Modenas GT-128.
- Die Verwendung einer Mehrscheiben-Lamellenkupplung, um das Anfahren unter erschwerten Anfahrbedingungen, wie z.B. bei Steigung, zu ermöglichen. Die Systeme von den Fahrzeugmodellen Yamaha YZF-125 und Modenas Dynamik 120 bildeten hier die Referenz.
- Die Verwendung eines 6-Gang-Getriebes, wobei die Getriebe von den Modellen Yamaha YZF-125, Kawasaki KR-150 und Modenas Dynamik 120 als Referenzgetriebe verwendet wurden.

Der Antriebsstrang des Prototypenfahrzeuges beinhaltet daher zusätzlich zum bereits behandelten Kurbeltrieb eine auf der Kurbelwelle sitzende, automatisch betätigte Fliehkraftkupplung, die das anliegende Drehmoment über den Primärtrieb übersetzt in die schaltbare Mehrscheiben-Lamellenkupplung einleitet und von dort in die Eingangswelle des 6-Gang-Getriebes weiterleitet. An dem gerade im Eingriff befindlichen Getriebezahnradpaar wird das anliegende Drehmoment ein weiteres Mal übersetzt bevor es vom auf der Ausgangswelle befestigten Ritzel in den Sekundärtrieb eingeleitet wird. In Abbildung 4-1 ist der Aufbau des Prototypen-Antriebsstrangs dargestellt.

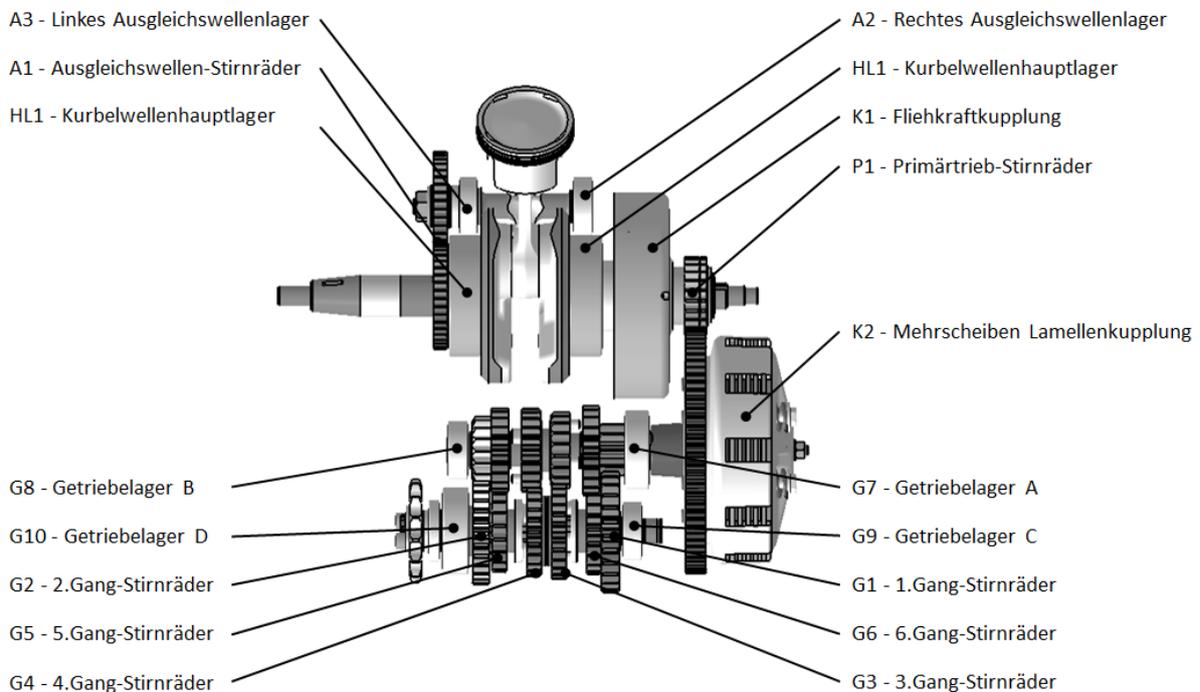


Abbildung 4-1: Aufbau des Antriebsstrangs

Für einen besseren Überblick wird an dieser Stelle eine kurze Auflistung der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Bauteile und der für ihre Auslegung angewandten Richtlinien gegeben.

- Verzahnungen der Stirnräder von Primärtrieb, Getriebe und Antrieb der Ausgleichswelle. Dabei wurden die Stirnrad-Geometrien nach DIN 3960 und die Tragfähigkeit der Stirnräder nach DIN 3990 berechnet.
- Lagerung von Kurbelwelle, Ausgleichswelle und Getriebewellen. Die Lagerberechnung erfolgte nach DIN ISO 281.
- Die Auslegung der Mehrscheiben-Lamellenkupplung wurde unter den Richtlinien nach Hörbiger Antriebstechnik [4] durchgeführt.
- Für die Fliehkräftkupplung wurde die Schaltcharakteristik durch die Betrachtung der auftretenden Kräfte und Momente beurteilt.

Ziel der mechanischen Auslegung war die Beurteilung der Sicherheit gegen Bauteilversagen und die Berechnung der Bauteillebensdauer unter Berücksichtigung der im Betrieb auftretenden Belastungen.

Die Ermittlung bzw. Vorhersage der auftretenden Belastungen im realen Fahrzeugbetrieb war die Hauptaufgabe für die Auslegung des Antriebsstranges und wird daher zu Beginn dieses Kapitels behandelt. Danach werden das Vorgehen bei der Berechnung der betrachteten Bauteile und die daraus resultierenden Ergebnisse dargestellt.

#### **4.1 Bestimmung der Kräfte und Belastungen im Antriebsstrang**

Bevor mit der Auslegung und Dimensionierung der Bauteile des Prototypenantriebsstrangs begonnen werden konnte, mussten die auftretenden Belastungen im realen Betrieb möglichst gut vorausbestimmt werden. Durch den Einsatz im Straßenverkehr wird ein sehr dynamisches Fahrverhalten gefordert, welches eine hohe dynamische Beanspruchung von Verbrennungskraftmaschine und Antrieb zur Folge hat. Außerdem führt die ungleichförmige Drehmomentabgabe der Verbrennungskraftmaschine zu Stoßbelastungen im Antriebsstrang, die bei der Auslegung zu berücksichtigen sind.

Um diese Gegebenheiten in die Dimensionierung der auszulegenden Bauteile miteinzubeziehen, wurden folgende Maßnahmen getroffen:

- Um die Drehunförmigkeit der Verbrennungskraftmaschine zu berücksichtigen, wurde ein Stoßfaktor für den Prototypen basierend auf Prüfstandmessungen des Referenzfahrzeuges Yamaha FZ-150 gebildet.
- Für die Beurteilung der Betriebsfestigkeit bzw. Lebensdauer der verwendeten Lager und Zahnradpaarungen im Antriebstrang wurde aus dem WMTC-2.1-Geschwindigkeitsprofil ein Lastkollektiv bestimmt. Die Bildung dieses Lastkollektivs wird in Kapitel 4.1.2 erläutert.

### 4.1.1 Stoßfaktor für Drehmomentbildung

Aufgrund der ungleichmäßigen Drehmomentabgabe einer Verbrennungskraftmaschine und den dadurch verursachten Drehzahlschwankungen über ein Arbeitsspiel werden Stöße von der Kurbelwelle in den Antrieb eingeleitet. Diese Stöße können zu sehr großen Belastungsspitzen führen, welche bei der Auslegung von Verzahnungen, Lagern und Kupplungen zu berücksichtigen sind.

Um für den Prototypenmotor die Drehungleichförmigkeit zu bestimmen, wurden bestehende Messungen der Drehzahlschwankungen über ein Arbeitsspiel des Referenzfahrzeuges Yamaha FZ-150 verwendet. In Abbildung 4-2 ist der Drehzahlverlauf über ein Arbeitsspiel bei einer mittleren Drehzahl von 7000 U/min eingetragen. Dabei konnten Messungen bei einer mittleren Drehzahl von 4500 – 9500 U/min mit einer Schrittweite von 500 U/min für die Bestimmung der Drehungleichförmigkeit verwendet werden.

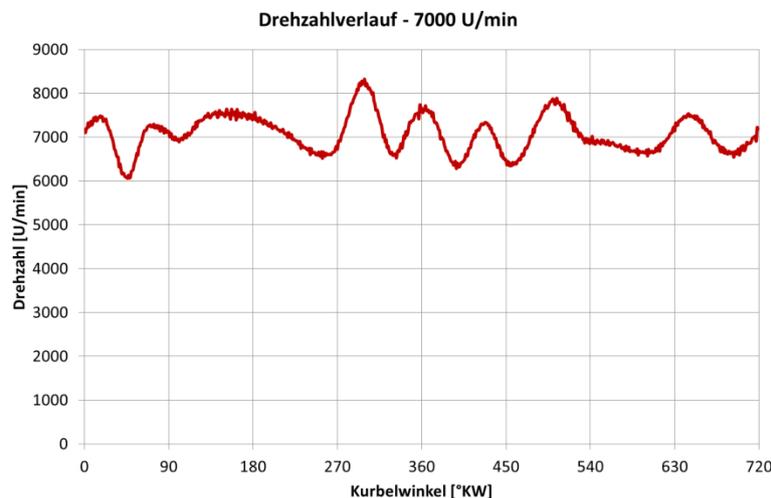


Abbildung 4-2: Drehzahlschwankung über ein Arbeitsspiel bei 7000 U/min der Yamaha FZ-150

Die Drehunförmigkeit kann wie folgt berechnet werden [17]:

$$\delta = \frac{n_{Max} - n_{Min}}{n_{Mittel}} \quad (4.1)$$

Da die Berechnung der Drehunförmigkeit nach Gleichung 4.1 zu einem Wert kleiner Eins führt, muss zur Bestimmung eines Stoßfaktors der Kehrwert gebildet werden.

$$K_A = \frac{1}{\delta} \quad (4.2)$$

Mit diesem Stoßfaktor können nun die mittleren Werte des Drehmoments multipliziert werden, wodurch die Stoßbelastung durch die Drehunförmigkeit einer Verbrennungskraftmaschine berücksichtigt wird.

Die Berechnung der Stoßfaktoren für den Prototypenmotor aus den Messungen des Referenzmotors zeigt, dass besonders bei niedrigen Drehzahlen die Drehunförmigkeit groß ist. Mit steigender Drehzahl nimmt die Drehungleichförmigkeit ab.

Bei den berechneten Werten der Drehungleichförmigkeit ist der Einfluss der Schwungmasse auf diese zu berücksichtigen. Mit steigender Schwungmasse werden die Drehzahlschwankungen minimiert. Da beim Prototypenmotor eine zusätzliche Fliehkraftkupplung auf der Kurbelwelle integriert wurde, führt dies durch die zusätzliche Massenträgheit zu einer starken Senkung der Stoßfaktoren. Dieser Einfluss wurde in der Berechnung nicht mitberücksichtigt, da die Verwendung der Stoßfaktoren aus den Messwerten des Referenzmotors einer zusätzlichen Sicherheit gleich kommt.

### 4.1.2 Erstellung eines Lastkollektivs

Um die im Fahrbetrieb von Krafträdern auftretende Vielzahl an Last- und Drehzahländerungen für die mechanische Auslegung des Antriebsstrangs zu berücksichtigen werden Lastkollektive gebildet. Damit diese Lastkollektive möglichst gut die Realität wiedergeben, werden bekannte Geschwindigkeitsprofile für deren Bildung verwendet.

Im Idealfall liegen Messungen von verschiedenen Fahrprofilen vor, in denen der Geschwindigkeitsverlauf über die Zeit auf einer vorgegebenen Fahrstrecke gemessen wurde. Dabei werden Fahrprofile von sehr sportlichen Fahrern mit hohem Volllastanteil aber auch von Fahrern mit geringeren Volllastanteil und überwiegendem Teillastbetrieb berücksichtigt.

Eine Methode, die im Rahmen dieser Arbeit zur Bildung eines Lastkollektivs genutzt wurde, ist die Verwendung eines genormten Fahrzyklus und dessen Geschwindigkeitsprofil. Für das Prototypenfahrzeug und das Referenzfahrzeug war dies der WMTC-2.1-Testzyklus [2], dessen Geschwindigkeitsprofil in Abbildung 4-3 dargestellt ist. Die Einpassung der Gangstufen in das Geschwindigkeitsprofil erfolgte mit dem WMTC-Gearshift-Calculator [6]. Der WMTC-2.1-Testzyklus wird für Krafträder angewendet die eines der folgenden Kriterien [2] erfüllen:

- Hubraum kleiner  $150 \text{ cm}^3$  und die Höchstgeschwindigkeit liegt zwischen  $100 \leq v_{\max} < 115 \text{ km/h}$ .
- Hubraum ist größer gleich  $150 \text{ cm}^3$  und die Höchstgeschwindigkeit liegt unter  $115 \text{ km/h}$ .

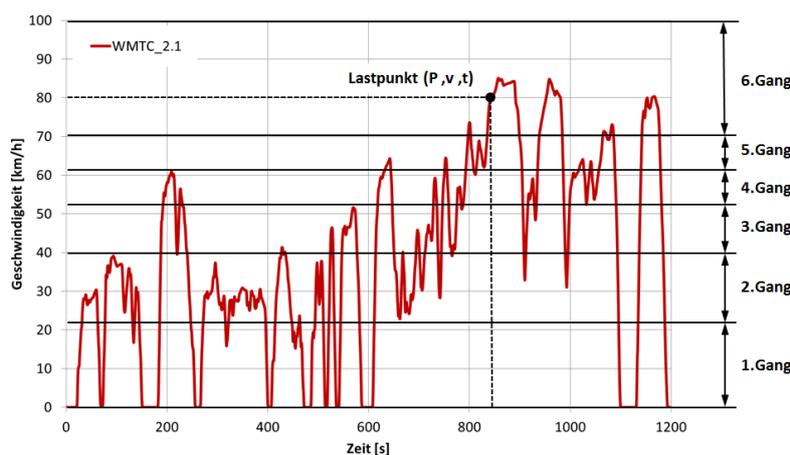


Abbildung 4-3: Geschwindigkeitsverlauf für WMTC-2.1

In der Fahrleistungsberechnung erzielt das Prototypenfahrzeug eine Höchstgeschwindigkeit von  $116 \text{ km/h}$ . Dabei wird der Fahrwiderstand nach den Vorgaben am Rollenprüfstand verwendet. Dieser Fahrwiderstand ist geringer als der reale Fahrwiderstand und führt zu einer geringeren Höchstgeschwindigkeit des Prototyps. Daher ist die Einstufung in den WMTC-2.1-Fahrzyklus zulässig.

Aus dem WMTC-2.1-Testzyklus lassen sich zu jedem Zeitpunkt die dazugehörige Geschwindigkeit und der eingelegte Gang zuordnen. Mit bekannter Gesamtübersetzung kann daraus die Motordrehzahl bestimmt werden. Wird am Rollenprüfstand während dem Durchfahren des vorgegebenen Geschwindigkeitsprofils eine Leistungsmessung durchgeführt so kann damit das Motordrehmoment bestimmt werden.

Da das Prototypenfahrzeug und das Referenzfahrzeug Yamaha FZ-150 in der gleichen Einstufung für den Fahrwiderstand am Rollenprüfstand liegen, kann die gemessene Hinterradleistung der Yamaha FZ-150 für das Nachfahren des Geschwindigkeitsprofils zur Berechnung des Motordrehmomentes verwendet werden.

Abbildung 4-4 zeigt die berechneten Lastpunkte des WMTC-2.1 für das Prototypenfahrzeug im Motorkennfeld.

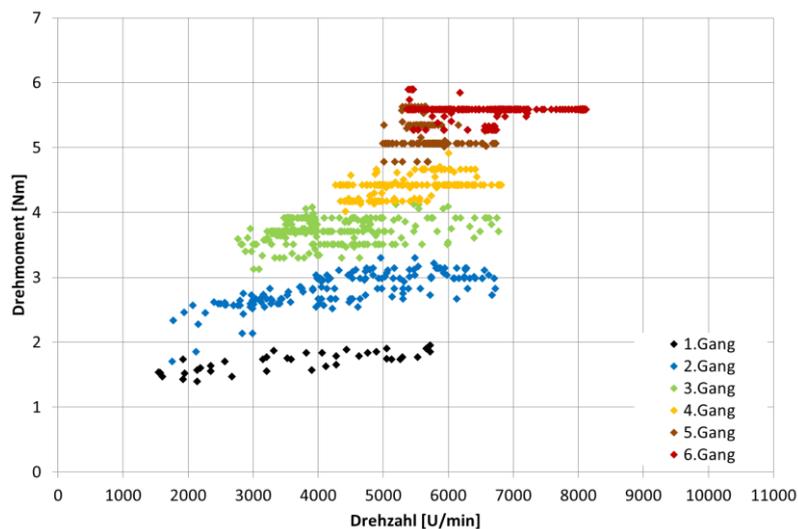


Abbildung 4-4: Lastpunkte aus WMTC-2.1 im Motorkennfeld des Prototyps

Im nächsten Schritt wurde aus den Lastpunkten je Gang ein Kollektiv-Lastpunkt ermittelt (siehe Abbildung 4-5). Dafür wurde wie folgt vorgegangen:

- Für jeden Gang wurden die zugehörigen Lastpunkte aus dem WMTC-2.1 in ein eigenes Motorkennfeld eingetragen.
- Diese Motorkennfelder sind in 5x5-Raster unterteilt worden, womit sich 25 Einzelfelder ergeben. Nun wird für jedes Einzelfeld die Anzahl der darin enthaltenen Lastpunkte gezählt.
- Das Feld mit den meisten Lastpunkten wird zur Bildung des Kollektiv-Lastpunkts gewählt. Enthalten mehrere Felder ähnlich viele Lastpunkte so wird das mit der höchsten Belastung (Höhe von Drehmoment und Drehzahl) ausgewählt.
- Das gewählte Feld besitzt eine untere und obere Grenze für Drehmoment und Drehzahl. Die berechneten Mittelwerte aus den Grenzwerten für Drehmoment und Drehzahl des dominanten Feldes definieren den Kollektiv-Lastpunkt für den jeweiligen Gang. In Abbildung 4-6 sind zusätzlich zu den Lastpunkten des WMTC-2.1 die ermittelten Kollektiv-Lastpunkte in das Motorkennfeld eingetragen.

$$n_{\text{Mittel}} = \frac{n_{\text{Max}} + n_{\text{Min}}}{2} \quad (4.3)$$

$$M_{\text{Mittel}} = \frac{M_{\text{Max}} + M_{\text{Min}}}{2} \quad (4.4)$$

- Für die Ermittlung des gesuchten prozentualen Anteils  $q_i$  je Kollektiv-Lastpunkt an dem gebildeten WMTC-2.1-Lastkollektiv wurde die Anzahl der Lastpunkte je dominantem Feld durch die Summe der Lastpunkte aller dominanten Felder dividiert.

Die Ergebnisse für das WMTC-2.1-Lastkollektiv sind in Tabelle 4-1 auf Seite 104 angeführt.

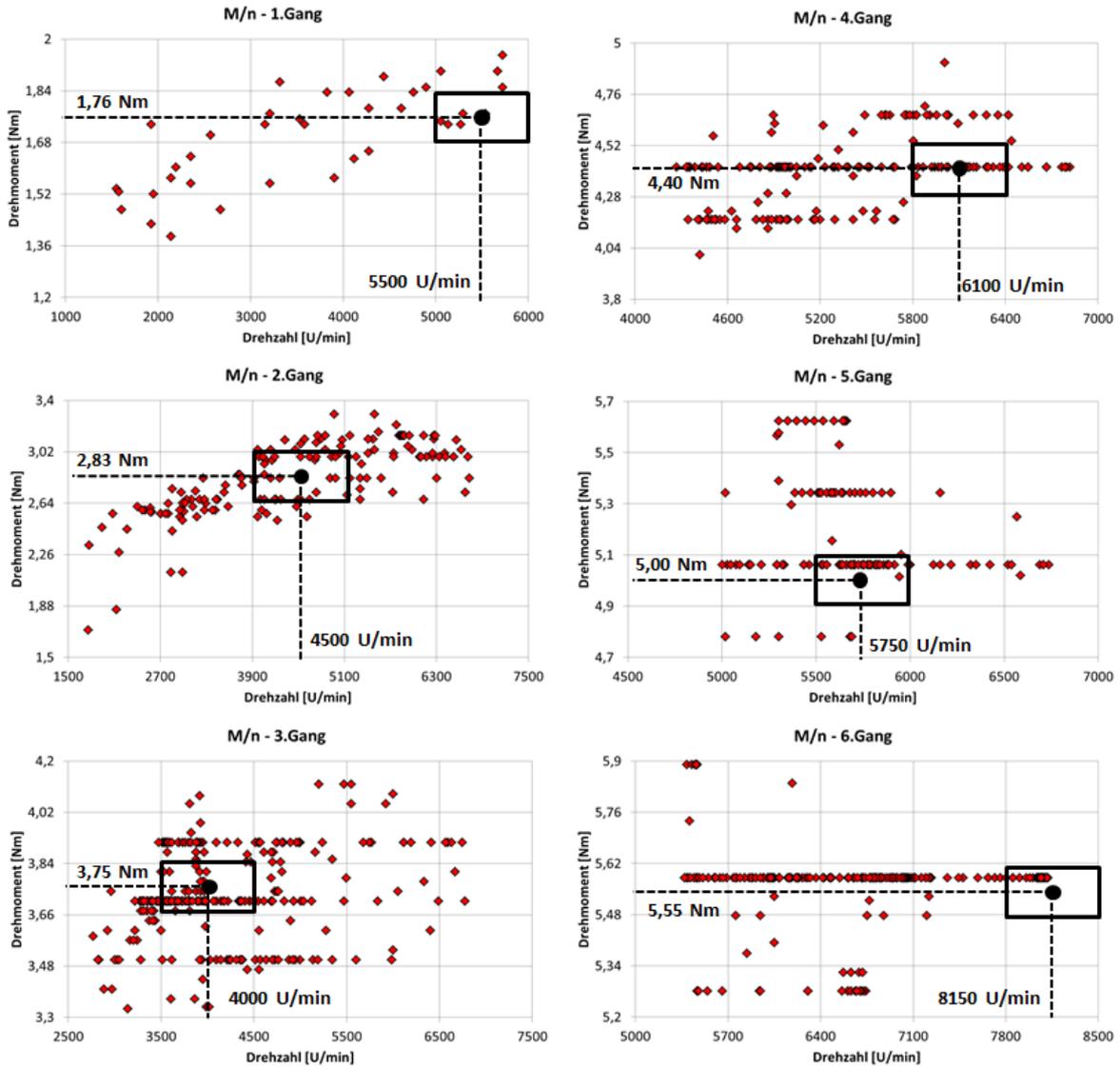


Abbildung 4-5: Ermittlung der Kollektiv-Lastpunkte je Gang

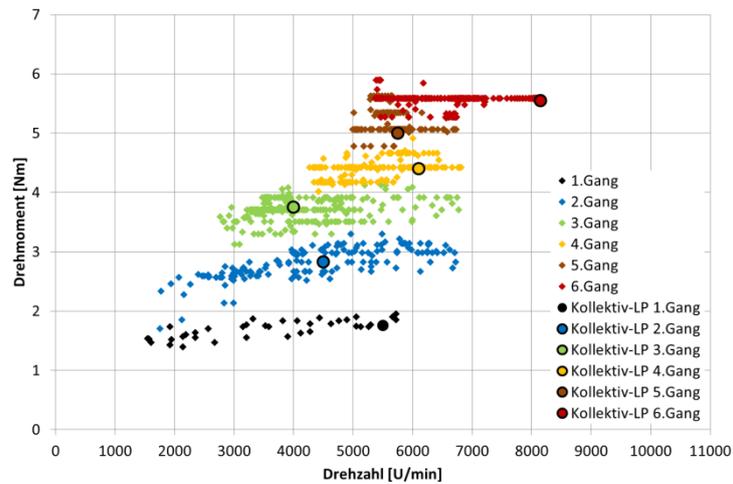


Abbildung 4-6: Kollektiv-Lastpunkte in Motorkennfeld des Prototyps

Bei der Vorgabe einer geforderten Betriebsstundendauer bis zum Bauteilversagen kann mit Hilfe der prozentualen Anteile  $q_i$  die Betriebsdauer  $t_i$  je Kollektiv-Lastpunkt berechnet werden.

Für die mechanische Auslegung der Stirnräder und Lager im Antriebsstrang musste ein Bauteilversagen bis zu einer Distanz von 30000km ausgeschlossen werden. Mit dem verwendeten WMTC-2.1-Fahrzyklus der eine Fahrstrecke von 8,966 km und eine Dauer von 1200s pro Zyklus aufweist entspricht dies 3346 Zykluswiederholungen bzw. einer geforderten Betriebslebensdauer von 1115 h.

WMTC-2.1 Lastkollektiv									
	$n_{\text{Min}}$	$n_{\text{Max}}$	$M_{\text{Min}}$	$M_{\text{Max}}$	$n_{\text{Mittel}}$	$M_{\text{Mittel}}$	Lastpunkte	$q_i$	$t_i$
	[U/min]	[U/min]	[Nm]	[Nm]	[U/min]	[Nm]	[-]	[%]	[h]
Kollektiv-LP 1.Gang	5000	6000	1,68	1,84	5500	1,76	5	2,16	24,14
Kollektiv-LP 2.Gang	3900	5100	2,64	3,02	4500	2,83	29	12,55	140,02
Kollektiv-LP 3.Gang	3500	4500	3,66	3,84	4000	3,75	87	37,66	420,06
Kollektiv-LP 4.Gang	5800	6400	4,28	4,52	6100	4,40	28	12,12	135,19
Kollektiv-LP 5.Gang	5500	6000	4,90	5,10	5750	5,00	40	17,32	193,13
Kollektiv-LP 6.Gang	7800	8500	5,48	5,62	8150	5,55	42	18,18	202,79
$\Sigma$	-	-	-	-	-	-	231	100,00	1115,32

**Tabelle 4-1: WMTC-2.1-Lastkollektiv**

## 4.2 Dimensionierung der Stirnradverzahnungen [8]

Die Dimensionierung der Stirnradverzahnungen von Ausgleichswellenantrieb, Primärtrieb und den einzelnen Getriebestufen erfolgte nach den dafür festgelegten Normen. Die Auslegung der Verzahnungsgeometrie wurde nach DIN 3960 durchgeführt. Für die Berechnung der vorhandenen Zahnfußspannung und Flankenpressung wurde DIN 3990 verwendet. Da in dieser Arbeit die Berechnungen nach DIN 3960 und DIN 3990 anhand der Ausführungen in Köhler/Rögnitz Maschinenelemente 2 durchgeführt wurden, wird auf eine Auflistung der benutzten Gleichungen verzichtet und auf die angeführte Literatur [8] verwiesen.

Die Betriebsdauer wurde mit der modifizierten Schadensakkumulationshypothese nach Miner berechnet. Unter Vorgabe des in Tabelle 4-1 angeführten Lastkollektivs sind die zugehörigen Zahnfußspannungen und Flankenpressungen berechnet worden.

In den folgenden Kapiteln werden die gegebenen Ausgangsgrößen für die Dimensionierung der Stirnräder und die berechneten Ergebnisse dargestellt. Für die Berechnung der Betriebslebensdauer werden die notwendigen Grundlagen und die Wöhlerlinien der verwendeten Werkstoffe angeführt.

### 4.2.1 Grundlagen der modifizierten Schadensakkumulationshypothese nach Miner [11],[14]

Das Verfahren Miner-Modifiziert bzw. Miner-Haibach berücksichtigt, dass auch Spannungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit bei zuvor stattgefundener Teilschädigung durch Spannungsamplituden oberhalb der Dauerfestigkeit zur Werkstoffschädigung beitragen. Diese Minderung der Dauerfestigkeit wird dadurch berücksichtigt, dass die Steigung  $k$  im Zeitfestigkeitsbereich im Dauerfestigkeitsbereich mit der Steigung  $(2k-1)$  fortgesetzt wird.

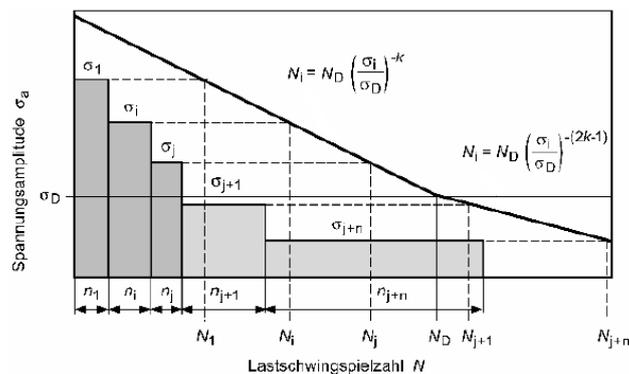


Abbildung 4-7: Miner-Modifizierte- bzw. Miner-Haibach-Wöhlerlinie [11]

Die Schädigung je Kollektivstufe  $D_i$  errechnet sich wie folgt:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad \text{mit} \quad N_i = N_D \cdot \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D}\right)^{-k} \quad \text{für} \quad \sigma_i > \sigma_D$$

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad \text{mit} \quad N_i = N_D \cdot \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D}\right)^{-(2k-1)} \quad \text{für} \quad \sigma_i \leq \sigma_D$$

Die Addition der Schädigungen je Kollektivstufe  $D_i$  ergibt die Schädigungssumme  $D$ . Bauteilversagen tritt bei  $D = 1$ .

$$D = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{N_i}$$

(4.5)

Die notwendigen Kennwerte für die Berechnung der Betriebsdauer der Stirnräder von Ausgleichswelle, Primärtrieb und Getriebe wurde der Literatur [14] entnommen. Bei dem verwendeten Werkstoff handelt es sich um den Vergütungsstahl 34CrMo4 im induktionsgehärtetem Zustand (im Diagramm Wöhlerlinie Nr.5) für den folgende Werte gelten:

- Kennwerte für Grübchenfestigkrit:  $\sigma_{Hlim} = 1190 \text{ N/mm}^2$ ,  $N_{Hlim} = 5 \cdot 10^7$ ,  $k_H = 13,2$
- Kennwerte für Zahnfußfestigkeit:  $\sigma_{FE} = 730 \text{ N/mm}^2$ ,  $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$ ,  $k_F = 8,7$

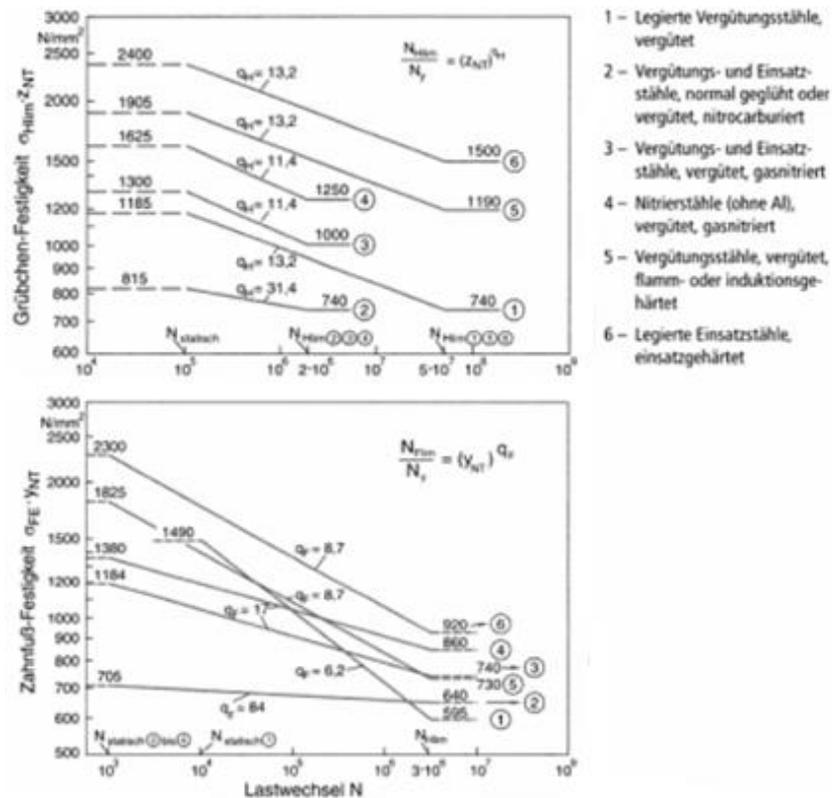


Abbildung 4-8: Wöhlerlinie für Grübchenfestigkeit und Zahnfußfestigkeit nach [14]

### 4.2.2 Dimensionierung der Ausgleichswellen-Stirnräder

Die Geometriedaten der Ausgleichswellen-Stirnräder sind in Tabelle 4-2 angeführt. Die Überprüfung der Verzahnungsgeometrie erfolgte anhand der berechneten Profilüberdeckung  $\epsilon_\alpha$  und ist ebenfalls in Tabelle 4-2 eingetragen.

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	Wert	Anmerkung
Achsabstand	a	[mm]	61,5	vorgegeben
Eingriffswinkel	$\alpha$	[°]	20	vorgegeben
Modul	m	[mm]	1,5	gewählt
Zähnezahl Antrieb	$z_1$	[-]	41	gewählt
Zähnezahl Abtrieb	$z_2$	[-]	41	gewählt
Zahnbreite Antrieb	$b_1$	[mm]	8,00	vorgegeben
Zahnbreite Abtrieb	$b_2$	[mm]	8,00	vorgegeben
Profilverschiebungsfaktoren Antrieb	$x_1$	[-]	-0,500	gewählt
Profilverschiebungsfaktoren Abtrieb	$x_2$	[-]	0,500	gewählt
Profilüberdeckung	$\epsilon_\alpha$	[-]	1,68	berechnet
Überprüfen ob gilt: $1,15 \leq \epsilon_\alpha < \epsilon_{\alpha, \max}$	-	[-]	OK	-

**Tabelle 4-2: Gegebene Geometriedaten der Ausgleichswellen-Stirnräder**

Im Betrieb sind die Ausgleichswellen-Stirnräder starken Stößen aufgrund der Drehunförmigkeit an der Kurbelwelle ausgesetzt. Um dies zu berücksichtigen wurde aus den gemessenen Drehzahlschwankungen der Yamaha FZ-150 für ein Arbeitsspiel die maximale Winkelbeschleunigung während eines Arbeitsspiels berechnet. Mit dem bekannten Massenträgheitsmoment der Prototypenausgleichswelle aus den CAD-Daten konnte das wirkende Drehmoment ermittelt werden. Mit diesem Drehmoment erfolgte die Berechnung der vorhandenen Zahnfußspannung und Flankenpressung.

Berechnet man die Betriebsdauer bei maximalem Drehmoment, wird eine Betriebsdauer von 30311 Stunden erreicht. Dies entspricht der größten Belastung der Ausgleichswellen-Stirnräder. Dabei stellt die Grübchen Bildung bzw. Flächenpressung der Zahnflanken den limitierenden Faktor dar.

Die geforderte Betriebsdauer von 1115 Betriebsstunden mit der zugrunde gelegten Belastung des WMTC-Lastkollektivs stellt für die Ausgleichswellen-Stirnräder daher kein Problem dar.

### 4.2.3 Dimensionierung der Primärtrieb-Stirnräder

Die Geometriedaten der Primärtrieb-Stirnräder und die zur Überprüfung der Verzahnungsgeometrie notwendige Profilüberdeckung  $\epsilon_\alpha$  sind in Tabelle 4-3 angeführt.

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	Wert	Anmerkung
Achsabstand	a	[mm]	93,5	vorgegeben
Eingriffswinkel	$\alpha$	[°]	20	vorgegeben
Modul	m	[mm]	1,75	gewählt
Zähnezahl Antrieb	$z_1$	[-]	24	gewählt
Zähnezahl Abtrieb	$z_2$	[-]	81	gewählt
Zahnbreite Antrieb	$b_1$	[mm]	8	vorgegeben
Zahnbreite Abtrieb	$b_2$	[mm]	12	vorgegeben
Profilverschiebungsfaktoren Antrieb	$x_1$	[-]	0,442	gewählt
Profilverschiebungsfaktoren Abtrieb	$x_2$	[-]	0,564	gewählt
Profilüberdeckung	$\epsilon_\alpha$	[-]	1,69	berechnet
Überprüfen ob gilt: $1,15 \leq \epsilon_\alpha < \epsilon_{\alpha, \max}$	-	[-]	OK	-

**Tabelle 4-3: Gegebene Geometriedaten der Primärtrieb-Stirnräder**

Zur Berechnung der vorhandenen Zahnfußspannung und Flankenpressung wurde bei den Stirnrädern des Primärtriebs der Stoßfaktor zur Berücksichtigung der Drehunförmigkeit zum anliegenden Motordrehmoment multipliziert.

Die geforderte Betriebsdauer von 1115 Betriebsstunden mit der zugrunde gelegten Belastung des WMTC-Lastkollektivs stellt auch für die Primärtrieb-Stirnräder kein Problem dar.

Berechnet man die Betriebsdauer bei maximalem Motordrehmoment und berücksichtigt dabei den Einfluss des Stoßfaktors, wird eine Betriebsdauer von 50 Stunden erreicht. Dabei führt die Grübchenbildung der Zahnflanken zum Versagen. In dieser Betriebsdauer werden die erhöhte Schwungmasse des Prototypenmotors und das als doppelt verspannte Antriebsrad ausgeführte Ritzel des Primärtriebs nicht berücksichtigt. Daher sollte mit der ausgeführten Konstruktion des Prototyps eine Reduktion der Stoßbelastung auf die Primärtriebstirnräder und damit eine Erhöhung der Lebensdauer ermöglicht werden.

#### 4.2.4 Dimensionierung der Getriebe-Stirnräder

Für die Auslegung der Getriebe-Stirnräder wurden die drei Referenzgetriebe von den Modellen Yamaha YZF-125, Kawasaki KR-150 und Modenas Dynamik 120 miteinander verglichen. Es wurden die Sicherheiten für Zahnbruch und Grübchenbildung bei maximal anliegendem Motordrehmoment des Prototypenmotors gegenübergestellt. In Tabelle 4-4 und 4-5 sind die Sicherheiten angeführt. Da das Kawasaki-Getriebe die größten Sicherheiten in den stark beanspruchten ersten beiden Gängen erreicht wurde dieses für den Prototypen verwendet und zusätzlich die Betriebsfestigkeit bzw. dessen Lebensdauer berechnet.

Sicherheit gegen Zahnbruch	1.Gang	2.Gang	3.Gang	4.Gang	5.Gang	6.Gang
Kawasaki KR-150	2,930	3,672	3,891	4,272	4,710	4,506
Modenas Dynamik 120	1,048	2,019	1,922	2,216	2,506	2,572
Yamaha YZF-125	2,360	3,121	3,418	4,473	5,976	5,041

**Tabelle 4-4: Sicherheit gegen Zahnbruch für die untersuchten Getriebe**

Sicherheit gegen Grübchenbildung	1.Gang	2.Gang	3.Gang	4.Gang	5.Gang	6.Gang
Kawasaki KR-150	0,717	0,903	0,955	1,014	1,051	1,085
Modenas Dynamik 120	0,494	0,716	0,718	0,780	0,799	0,836
Yamaha YZF-125	0,689	0,852	0,978	1,069	1,203	1,221

**Tabelle 4-5: Sicherheit gegen Grübchenbildung für die untersuchten Getriebe**

In Tabelle 4-6 sind die Geometriedaten für das Getriebe des Prototypenfahrzeuges aufgelistet. Das erforderliche Überprüfungs-kriterium für die Profilüberdeckung wurde in allen Gängen erfüllt.

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	Werte						Anmerkung
			1.Gang	2.Gang	3.Gang	4.Gang	5.Gang	6.Gang	
Achsabstand	a	[mm]	48,08						vorgegeben
Eingriffswinkel	$\alpha$	[°]	20						vorgegeben
Modul	m	[mm]	2,5	2,0	2,0	2,0	2,25	2,25	gewählt
Zähnezahl Antrieb	$z_1$	[-]	10	17	20	22	21	22	gewählt
Zähnezahl Abtrieb	$z_2$	[-]	27	29	26	24	20	19	gewählt
Zahnbreite Antrieb	$b_1$	[mm]	14,95	11,00	11,50	11,20	10,00	10,40	vorgegeben
Zahnbreite Abtrieb	$b_2$	[mm]	10,50	10,00	9,00	9,00	8,80	8,20	vorgegeben
Profilverschiebungsfaktoren Antrieb	$x_1$	[-]	0,589	0,650	0,600	0,550	0,450	0,400	gewählt
Profilverschiebungsfaktoren Abtrieb	$x_2$	[-]	0,241	0,546	0,596	0,646	0,542	0,592	gewählt
Profilüberdeckung	$\epsilon_\alpha$	[-]	1,32	1,43	1,44	1,45	1,42	1,42	berechnet
Überprüfen ob gilt: $1,15 \leq \epsilon_\alpha < \epsilon_{\alpha \max}$	-	[-]	OK	OK	OK	OK	OK	OK	-

Tabelle 4-6: Gegebene Geometriedaten der Getriebe-Stirnräder

Für das anliegende Drehmoment auf der Getriebeeingangswelle wurde der Einfluss der Drehunförmigkeit nicht berücksichtigt. Dies liegt an den großen Massenträgheiten von Generatoreinheit, Fliehkraftkupplung und Mehrscheiben-Lamellenkupplung die sich Stoßdämpfend auswirken und damit die Drehmomentspitzen mildert, die bei der Verzahnungsauslegung von Primärtrieb und Ausgleichwellen-Stirnräder berücksichtigt wurden.

Die Betriebsdauer der einzelnen Gänge bei maximalem Motordrehmoment ist in Tabelle 4-7 angeführt. Dabei ist die Grübchenbildung der Zahnflanken die Versagensursache in allen Gangstufen. Die Auslegung des 5.Gangs und 6.Gangs ermöglicht eine ausreichend hohe Betriebsdauer bei Volllastbetrieb. Die niederen Gänge erreichen geringere Lebensdauern unter der Vorgabe des maximalen Drehmoments. Im realen Fahrbetrieb sollte dies kein Problem darstellen, da sich die Nutzung des 1.Gangs auf das Anfahren beschränkt und der 2.Gang bzw. 3.Gang hauptsächlich bei niederer bis mittlerer Last genutzt werden. Um dies zu überprüfen wurde mit Hilfe des WMTC-Lastkollektivs die Betriebsdauer ermittelt.

Bezeichnung	Kurzzeichen	Einheit	Werte bei $M_{\max}$					
			1.Gang	2.Gang	3.Gang	4.Gang	5.Gang	6.Gang
Betriebsdauer	Bh	[h]	5	105	220	570	1450	3170

Tabelle 4-7: Betriebsdauer der einzelnen Gangstufen bei maximalen Drehmoment

Die Berechnung der Betriebslebensdauer mit dem WMTC-Lastkollektiv ergab, dass die geforderten 1115 Betriebsstunden ohne Schaden erreicht werden.

### 4.3 Lager-Dimensionierung [13]

Die Lager-Dimensionierung erfolgte nach DIN ISO 281. Damit wurde die Lagerlebensdauer in Betriebsstunden für das vorgegebene Lastkollektiv und weitere kritische Lastpunkte berechnet. Bevor auf die Ergebnisse der Kurbelwellen-Hauptlager, Ausgleichswelle-Lager und Getriebelager eingegangen wird, werden die Grundlagen der Berechnungsnorm DIN ISO 281 beschrieben.

Die nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$L_{10h} = \frac{16666}{n} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (4.6)$$

- $C$  ... Dynamische Tragzahl [N]  
 $p$  ... Lebensdauerexponent [-] (Für Kugellager  $p = 3$  und für Rollenlager  $p = 10/3$ )  
 $n$  ... Betriebsdrehzahl [U/min]  
 $P$  ... Dynamische äquivalente Lagerbelastung für Radial- und Axiallager [N]

Da bei den verwendeten Lagern keine Axialkraft wirksam ist, muss für die Bildung der dynamischen äquivalenten Lagerbelastung nur die resultierende radiale dynamische Lagerbelastung berücksichtigt werden.

Wird die Lebensdauerberechnung nur für einen Lastpunkt durchgeführt so kann die vorhandene Betriebsdrehzahl und dynamisch äquivalente Lagerbelastung direkt in Gleichung 4.6 eingesetzt werden. Kommt jedoch ein Lastkollektiv zur Anwendung bei dem Last und Drehzahl stufenweise mit einem bestimmten Zeitanteil  $q_i$  verändert werden, so gelten für die mittlere Drehzahl  $n$  und äquivalente Lagerbelastung  $P$  folgende Gleichungen:

$$n = \sum_{i=1}^j \frac{n_i \cdot q_i}{100} \quad (4.7)$$

$$P = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^j \frac{P_i^p \cdot n_i \cdot q_i}{n_i \cdot q_i}} \quad (4.8)$$

### 4.3.1 Dimensionierung der Kurbelwellen-Hauptlager

Grundlage für die Dimensionierung der Kurbelwellen-Hauptlager ist die Berechnung der wirkenden Kraft über ein Arbeitsspiel. Mit den bekannten Triebwerkskräften konnte diese nach Gleichung 3.40 ermittelt werden.

Für die Lagerberechnung wurde der Mittelwert der Hauptlagerkraft über ein Arbeitsspiel berechnet. Um die auftretenden Stöße im Betrieb des Prototypenmotors in der Lebensdauerberechnung der Hauptlager zu berücksichtigen wurde der mit Hilfe der Drehunförmigkeit eingeführte Stoßfaktor mitberücksichtigt.

In Abbildung 4-9 ist der Verlauf der Hauptlagerkraft über ein Arbeitsspiel dargestellt, zusätzlich sind die mittleren Hauptlagerkräfte ohne und mit berücksichtigtem Stoßfaktor eingetragen.

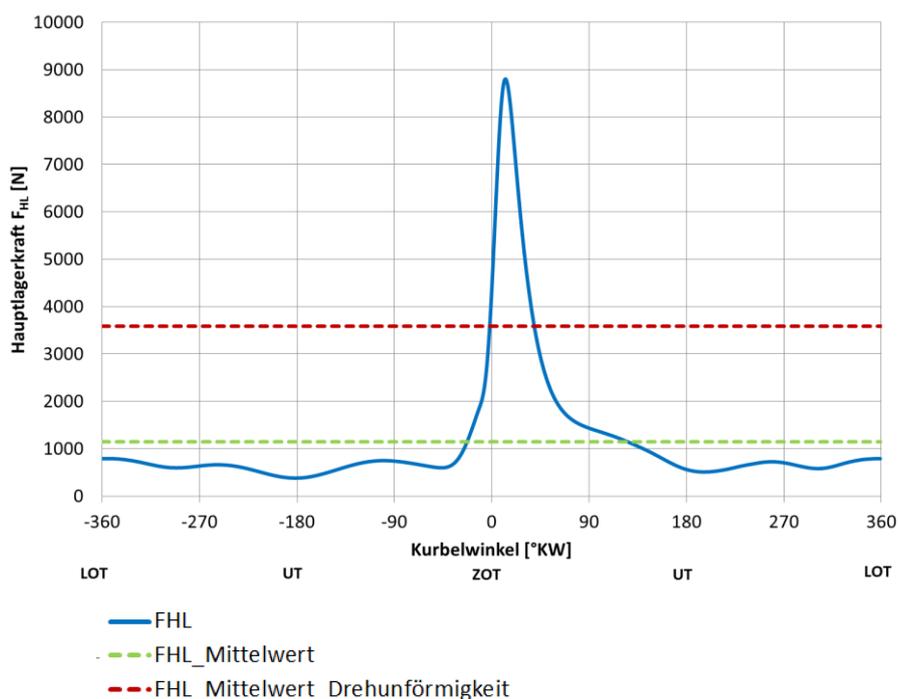


Abbildung 4-9: Hauptlagerkraft

In Tabelle 4-9 ist die berechnete nominelle Lebensdauer der Kurbelwellen-Hauptlager für die unterschiedlichen Belastungen aus dem WMTC-Lastkollektiv und den einzelnen Lastpunkten für maximales Motordrehmoment, maximale Leistung und bei maximaler Drehzahl angegeben.

Bezeichnung	Einheit	Lastkollektiv	Lastpunkte		
			$M_{max}$	$P_{max}$	$n_{max}$
Kurbelwellen-Hauptlager	[h]	1850	1338	934	1094

Tabelle 4-8: Nominelle Lebensdauer der Kurbelwellen-Hauptlager

Die geringste Lagerlebensdauer von 934 Stunden würde bei einem Dauerlaufversuch in dem Betriebspunkt für maximale Leistung erreicht werden. Dies stellt eine ausreichende Lebensdauer der Hauptlager dar.

### 4.3.2 Dimensionierung der Ausgleichswellenlager

Bei der Auslegung der Ausgleichswellenlager wurde nur die wirkende Fliehkraft des Ausgleichswellengewichts berücksichtigt. Da die Ausgleichswelle frei rotiert und die kurzzeitig wirkenden Stöße in den Ausgleichswellenstirnrädern keinen großen Einfluss auf die Lagerung der Ausgleichswelle haben, wurden die Verzahnungskräfte vernachlässigt.

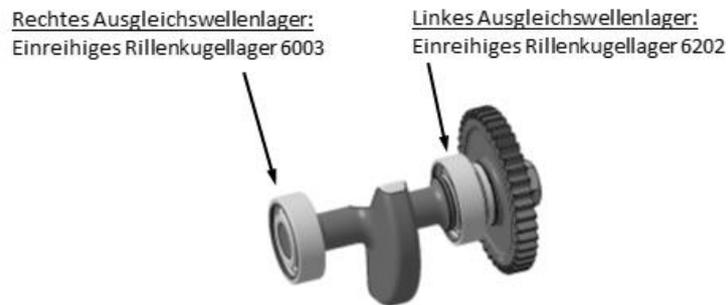


Abbildung 4-10: Ausgleichswellen-Lagerung

Für die betrachteten Belastungsfälle mit dem WMTC-Lastkollektiv und den Lastpunkten für maximales Motordrehmoment, maximaler Leistung und maximaler Motordrehzahl ergeben sich die in Tabelle 4-9 nominellen Lebensdauerangaben für die Ausgleichswellenlager.

Bezeichnung	Einheit	Lastkollektiv	Lastpunkte		
			$M_{max}$	$P_{max}$	$n_{max}$
Rechtes Ausgleichswellen-Lager	[h]	4695	2979	513	125
Linkes Ausgleichswellen-Lager	[h]	9097	5773	994	244

Tabelle 4-9: Nominelle Lebensdauer der beiden Ausgleichswellen-Lager

### 4.3.3 Dimensionierung der Getriebelager

Mit den aus der Konstruktion bekannten Abmessungen konnten für die Lagerauslegung des 6-Gang-Getriebes die notwendigen Kräfte ermittelt werden. Die zu beachtenden Kräfte waren:

- Die resultierenden Verzahnungskräfte der im Eingriff befindenden Gangstirnräder aus dem an der Getriebeeingangswelle anliegenden Drehmoment.
- Die durch den Sekundärkettentrieb verursachte Wellenbelastung die durch das auf der Getriebeausgangswelle befestigte Ritzel eingeleitet wird.

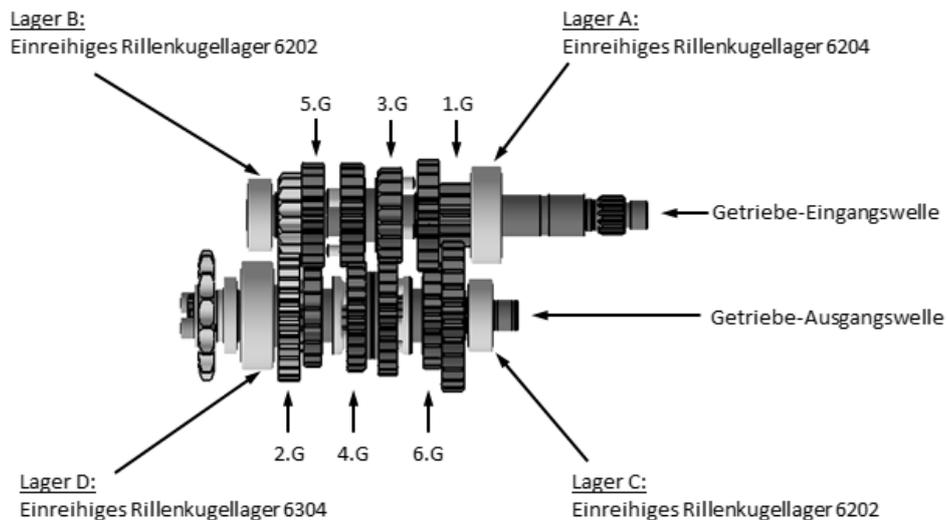


Abbildung 4-11: Getriebe des Prototypenfahrzeuges

Die Ergebnisse der Lebensdauerberechnung sind in Tabelle 4-10 dargestellt. Mit dem WMTC-Lastkollektiv ergibt sich für alle Getriebelager eine sehr hohe Lebensdauer.

Die Betriebsstundenangaben für die angegebenen Lastpunkte bei maximalen Motordrehmoment, maximaler Leistung und Höchstdrehzahl bezieht sich bei den Lagern A, C und D auf die Belastungen im 1.Gang, da hier die Lagerkräfte am größten sind. Für das Lager B sind die Lebensdauerangaben der Lastpunkte auf den 2.Gang bezogen, da hier die größten Lagerbelastungen auftreten.

Für alle Betriebsfälle ist Lager D am stärksten belastet und erreicht daher immer die geringste nominelle Lebensdauer. Dies liegt am starken Einfluss der wirkenden Kräfte am Sekundärkettentrieb, welche sich direkt bei Lager D abstützen.

Bezeichnung	Einheit	Lastkollektiv	Lastpunkte		
			$M_{max}$	$P_{max}$	$n_{max}$
Lager A	[h]	263804	601	506	1102,5
Lager B	[h]	81020	277	233	508
Lager C	[h]	49184	307	258	563
Lager D	[h]	17282	59	50	108

Tabelle 4-10: Nominelle Lebensdauer der Getriebelager

## 4.4 Auslegung der Fliehkraftkupplung

Im Rahmen der Benchmarkanalyse wurde festgelegt, dass für das Prototypenfahrzeug die Fliehkraftkupplungssysteme von den Referenzfahrzeugen Yamaha LC-135 und Modenas GT-128 auf die Eignung zur Verwendung im Prototypenfahrzeug untersucht werden sollen. Zur Bewertung der beiden Fliehkraftkupplungen wurde ihre Kupplungscharakteristik berechnet. Diese Kupplungscharakteristik wird definiert durch den Drehzahlbereich in welchen der Kupplungseingriff beginnt und ab wann vollständig eingekuppelt ist. Des Weiteren werden bei vorgegebenen Drehzahlen die maximal übertragbaren Kupplungsmomente verglichen um zu beurteilen welches Kupplungssystem eine größere Sicherheit gegen Durchrutschen aufweist.

### 4.4.1 Berechnung der Fliehkraftkupplungen

Für die Berechnung der Kupplungscharakteristik musste die Kräftesituation im ausgekuppelten Zustand nach Abbildung 4-12 und im eingekuppelten Zustand nach Abbildung 4-13 betrachtet werden. Die zur Berechnung notwendigen Abstände wurden aus den bestehenden CAD-Daten ermittelt und sind in den beiden Abbildungen eingetragen. Da die untersuchten Fliehkraftkupplungen zur Verfügung standen, konnten diese zerlegt werden und die Federsteifigkeit der Kupplungsfedern durch Messungen ermittelt werden.

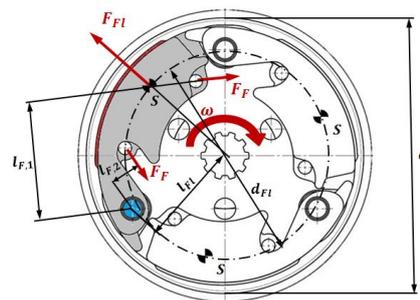


Abbildung 4-12: Kräfte und Abstände im ausgekuppelten Zustand (Leerlauf)

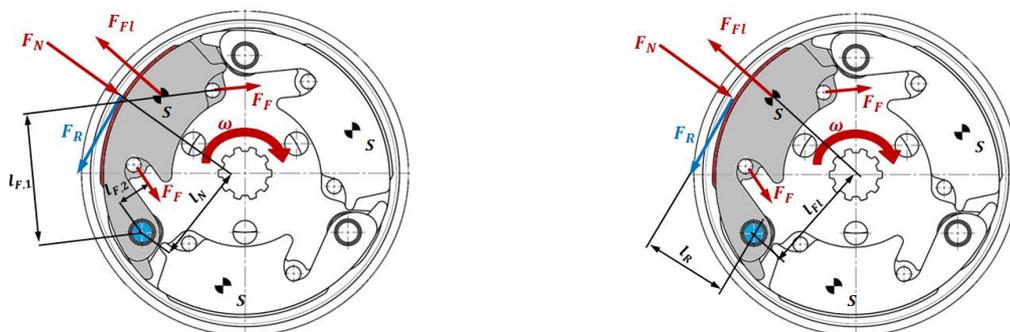


Abbildung 4-13: Kräfte und Abstände im eingekuppelten Zustand

Die Fliehkraft je Fliehgewicht erhält man mit Gleichung 4.9:

$$F_{Fl} = m_{Fl} \cdot \frac{d_{Fl}}{2} \cdot \omega^2 \quad (4.9)$$

$F_{Fl}$  ... Fliehkraft je Fliehgewicht [N]  
 $m_{Fl}$  ... Masse je Fliehgewicht [kg]  
 $d_{Fl}$  ... Schwerpunktabstand der Fliehgewichte [m]  
 $\omega$  ... Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle [1/s]

Bildet man das Momentengleichgewicht um den Drehpunkt des Fliehgewichts für den ausgekuppelten Zustand, so kann die Fliehkraft je Fliehgewicht nach Gleichung 4.10 berechnet werden. Mit bekannter Federkraft für die Leerlaufstellung und die Endstellung kann durch Einsetzen von Gleichung 4.9 in Gleichung 4.10 die Drehzahl für das Abheben des Fliehgewichts und die Drehzahl für den eingekuppelten Zustand berechnet werden.

$$F_{Fl} = \frac{F_F \cdot (l_{F,1} + l_{F,2})}{l_{Fl}} \quad (4.10)$$

$F_F$  ... Federkraft [N]  
 $l_{F,1}, l_{F,2}$  ... Hebelarme der Kupplungsfederkräfte um Drehpunkt des Fliehgewichts [m]  
 $l_{Fl}$  ... Hebelarm der Fliehkraft um Drehpunkt des Fliehgewichts [m]

Die Normalkraft je Fliehgewicht erhält man durch das Momenten-Gleichgewicht um den Drehpunkt des Fliehgewichts für den eingekuppelten Zustand:

$$F_N = \frac{F_{Fl} \cdot l_{Fl} - F_F \cdot (l_{F,1} + l_{F,2})}{l_N - \mu \cdot l_R} \quad (4.11)$$

$F_N$  ... Normalkraft je Fliehgewicht [N]  
 $l_N$  ... Hebelarme der Normalkraft um Drehpunkt des Fliehgewichts [m]  
 $l_R$  ... Hebelarm der Reibkraft um Drehpunkt des Fliehgewichts [m]

Die Reibkraft je Fliehgewicht erhält man mit Gleichung 4.12:

$$F_R = F_N \cdot \mu \quad (4.12)$$

$F_R$  ... Reibkraft je Fliehgewicht [N]  
 $\mu$  ... Reibbeiwert des Kupplungsreibbelages [-]

Das Kupplungsmoment wird nach Gleichung 4.13 berechnet.

$$M_K = F_R \cdot z \cdot \frac{d}{2}$$

(4.13)

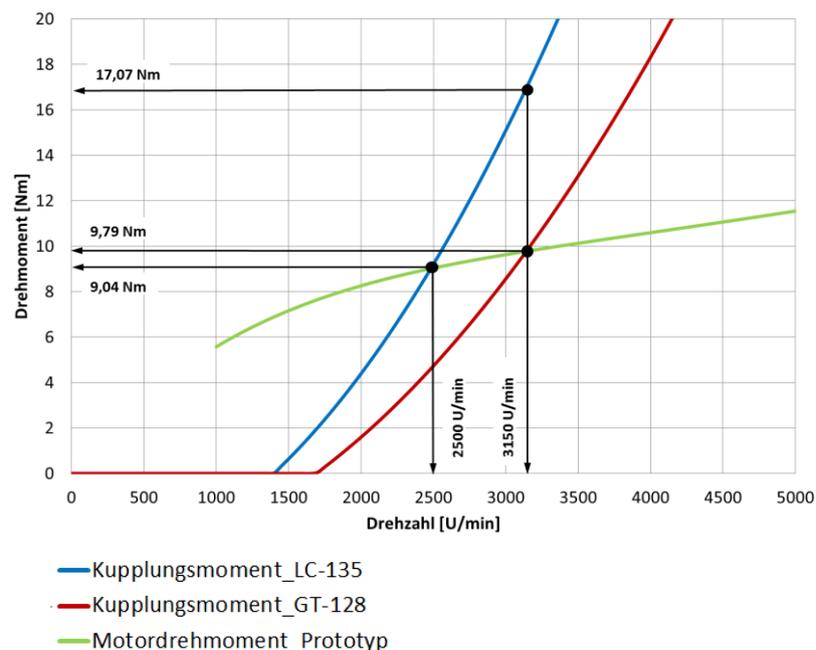
$M_K$  ... Kupplungsmoment [Nm]  
 $z$  ... Anzahl der Kupplungsbeläge [-]  
 $d$  ... Innendurchmesser der Kupplungstrommel [m]

In Tabelle 4-11 sind die Kennwerte der untersuchten Fliehkraftkupplungen für Ermittlung der Kupplungscharakteristik eingetragen.

Bezeichnung	Einheit	Zeichen	Yamaha LC-135	Modenas GT-128
Masse je Fliehkraft	[kg]	$m_{FI}$	0,190	0,155
Schwerpunktstand - Fliehkraft	[mm]	$d_{FI}$	95,8	86
Anzahl der Kupplungsbeläge	[-]	$z$	3	3
Reibbeiwert der Kupplungsbeläge	[-]	$\mu$	0,12	0,12
Federkonstante	[N/mm]	$c_F$	24,5	26,5
Innendurchmesser der Kupplungstrommel	[mm]	$d$	116	104
Hebelarm - Fliehkraft	[mm]	$l_{FI}$	36	33
Hebelarm - Federkraft 1	[mm]	$l_{F,1}$	55	51
Hebelarm - Federkraft 2	[mm]	$l_{F,2}$	15,5	14
Hebelarm - Normalkraft	[mm]	$l_N$	39	36
Hebelarm - Reibkraft	[mm]	$l_R$	33	30

**Tabelle 4-11: Kennwerte der untersuchten Fliehkraftkupplungen**

In Abbildung 4-14 ist die Drehmomentcharakteristik der betrachteten Fliehkraft-Kupplungssysteme von Modenas GT-128 und Yamahas LC-135 dargestellt. Zusätzlich ist das Volllast-Motordrehmoment des Prototypenmotors eingetragen um zu zeigen, bei welcher Motordrehzahl die beiden Kupplungssysteme vollständig eingekuppelt sind.



**Abbildung 4-14: Drehmomentcharakteristik der Fliehkraftkupplungen**

Damit lässt sich zeigen, dass das Kupplungsmoment der Yamaha-Fliehkraftkupplung früher und stärker ansteigt als jenes der Modenas-Fliehkraftkupplung. Dadurch ergeben sich für das Yamaha-System folgende Vorteile:

- Die Fliehkraftkupplung ist schneller vollständig eingekuppelt, wodurch das Fahrzeug früher zu beschleunigen beginnt.
- Der steilere Anstieg des Kupplungsmomentes und das frühere Einkuppeln führen zu einem kleineren Bereich des Kupplungsrutschens. (Der reduzierte Rutschbereich führt zu geringeren Verschleiß der Kupplungsbeläge)
- Bei gleicher Motordrehzahl besitzt das Yamaha-System ein höheres Kupplungsmoment was zu einem höheren Sicherheitsfaktor gegen Durchrutschen bei Stoßbelastung führt. (Bei der Drehzahl in welcher das Modenas-System vollständig eingekuppelt ist, besitzt das Kupplungsmoment des Yamaha-Systems bereits einen um das 1,74-fache höheren Wert)

Aufgrund der genannten Vorteile wurde die Fliehkraftkupplung der Yamaha-LC-135 für das Prototypenfahrzeug verwendet.

## 4.5 Auslegung der Mehrscheiben-Lamellenkupplung [4]

In der Benchmarkanalyse wurde festgelegt, dass die Lamellenkupplungen von Yamaha YZF-125 und Modenas Dinamik 120 auf ihre Eignung für den Einsatz im Prototypenfahrzeug untersucht werden sollen. Beide Kupplungen und deren CAD-Daten standen für die Auslegung zu Verfügung.

Für die Bewertung der Kupplungen wurden folgende Kriterien nach den Richtlinien von Hörbiger Antriebstechnik [4] überprüft:

- Berechnung der Flächenpressung zwischen den Kupplungsbelägen. Die Flächenpressung darf für das vorhandene Belagmaterial nicht über 2 N/mm<sup>2</sup> betragen.
- Die Berechnung des übertragbaren Drehmomentes. Das Verhältnis aus übertragbarem Drehmoment und anliegendem Drehmoment stellt einen Sicherheitsfaktor dar, der bei Einzylinder-Motoren nicht kleiner als 1,2 sein sollte.

### 4.5.1 Berechnung der Flächenpressung

Die Flächenpressung je Kupplungsbelag wurde nach Gleichung 4.14 berechnet. Um die Vorspannkraft  $F_V$ , welche auf die Kupplungsbeläge einwirkt, berechnen zu können, musste die Federsteifigkeit der Kupplungsfedern ermittelt werden. Dies geschah durch eine Messung, bei welcher eine bekannte Masse auf die Feder aufgebracht wurde und der dazugehörige Federweg gemessen wurde. Mit den bekannten Durchmessern der Kupplungsbeläge konnte die Reibfläche je Belag bestimmt werden.

$$p_B = \frac{F_V}{A} \quad (4.14)$$

$$F_V = n \cdot F_F \quad (4.15)$$

$$A = \frac{(D_A^2 - D_I^2) \cdot \pi}{4} \quad (4.16)$$

$p_B$	... Flächenpressung auf Kupplungsbelag [N/m <sup>2</sup> ]
$F_V$	... Vorspannkraft [N]
$A$	... Fläche je Kupplungsbelag [m <sup>2</sup> ]
$n$	... Anzahl der Kupplungsfedern [-]
$F_F$	... Kraft je Kupplungsfeder [N]
$D_A$	... Außendurchmesser des Kupplungsbelags [m]
$D_I$	... Innendurchmesser des Kupplungsbelags [m]

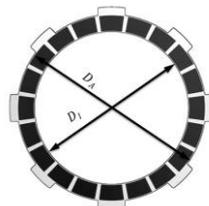


Abbildung 4-15: Abmessungen der Kupplungsbeläge

In Tabelle 4-12 sind Kennwerte der betrachteten Kupplungssysteme eingetragen. Die daraus berechneten Flächenpressungen der Kupplungsbeläge sind in beiden Fällen unter der zulässigen Flächenpressung von 2 N/mm<sup>2</sup>.

Bezeichnung	Einheit	Zeichen	Yamaha YZF-125	Modenas Dinamik 120
Federsteifigkeit	[N/mm]	$c_F$	13,26	13,26
Federweg	[mm]	$s_F$	15	15
Anzahl der Federn	[-]	n	4	4
Außendurchmesser - Belag	[mm]	$D_A$	122	110
Innendurchmesser - Belag	[mm]	$D_I$	99	91
Außendurchmesser - Kleiner Belag	[mm]	$D_a$	122	110
Innendurchmesser - Kleiner Belag	[mm]	$D_i$	108	100
Flächenpressung - Belag	[N/mm <sup>2</sup> ]	$p_B$	0,2	0,27
Flächenpressung - Kleiner Belag	[N/mm <sup>2</sup> ]	$p_b$	0,31	0,48

**Tabelle 4-12: Kennwerte der Kupplungen für die Berechnung der Belag-Flächenpressung**

#### 4.5.2 Berechnung des übertragbaren Drehmoments

Das maximal übertragbare Kupplungsmoment wird nach Gleichung 4.17 berechnet und ist abhängig von der Größe der Vorspannkraft, den Reibbeiwerten der Kupplungsbeläge, dem mittleren Reibradius in welchen die Reibkraft wirkt und der Anzahl der Reibflächen.

$$M_{K,max} = F_V \cdot \mu \cdot r_M \cdot z \quad (4.17)$$

$$r_M = \frac{2}{3} \cdot \frac{\left(\frac{D_A}{2}\right)^3 - \left(\frac{D_I}{2}\right)^3}{\left(\frac{D_A}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_I}{2}\right)^2} \quad (4.18)$$

$$M_K = M_M \cdot i_P \quad (4.19)$$

Der benötigte Sicherheitsfaktor für die Kupplung wird nach Gleichung 4.20 berechnet und soll  $S = 1,2$  betragen.

$$S = \frac{M_{K,max}}{M_K} \quad (4.20)$$

- $M_{K,max}$  ... Maximal übertragbares Kupplungsmoment [Nm]
- $F_V$  ... Vorspannkraft [N]
- $\mu$  ... Reibbeiwert der Kupplungsbeläge [-]
- $r_M$  ... Mittlerer Reibradius [m]
- $z$  ... Anzahl der Reibflächen [-]
- $D_A$  ... Außendurchmesser des Kupplungsbelags [m]
- $D_I$  ... Innendurchmesser des Kupplungsbelags [m]
- $M_K$  ... Vorhandenes Kupplungsmoment [Nm]
- $M_M$  ... Motordrehmoment [Nm]
- $i_P$  ... Primärübersetzung [-]
- $S$  ... Sicherheitsfaktor der Kupplung [-]

In Tabelle 4-13 sind die Kennwerte und Ergebnisse für die Berechnung des maximal übertragbaren Kupplungsmoments eingetragen. Beide Kupplungen besitzen die geforderte Sicherheit nach [4] von  $S = 1,2$ . Da die Yamaha-Konfiguration jedoch einen höheren Sicherheitsfaktor besitzt, der nicht so nahe am vorgeschriebenen Grenzwert liegt, wurde dieses System für den Prototyp verwendet. Abbildung 4-16 zeigt die Mehrscheiben-Lamellenkupplung mit geradverzahntem Primärtrieb des Prototyps.

Bezeichnung	Einheit	Zeichen	Yamaha YZF-125	Modenas Dinamik 120
Reibbeiwert - Belag	[-]	$\mu$	0,14	0,14
Vorspannkraft	[N]	$F_V$	795,6	795,6
Außendurchmesser - Belag	[mm]	$D_A$	122	110
Innendurchmesser - Belag	[mm]	$D_I$	99	91
Außendurchmesser - Kleiner Belag	[mm]	$D_a$	122	110
Innendurchmesser - Kleiner Belag	[mm]	$D_i$	108	100
Mittlerer Reibradius - Belag	[mm]	$r_M$	55,45	50,40
Mittlerer Reibradius - Kleiner Belag	[mm]	$r_m$	57,57	52,54
Anzahl Reibflächen - Belag	[-]	$n_R$	8	8
Anzahl Reibflächen - Kleiner Belag	[-]	$n_r$	2	2
Kupplungsdrehmoment - Prototyp	[Nm]	$M_K$	45,53	45,53
Maximal übertragbares Kupplungsmoment	[Nm]	$M_{K,max}$	62,23	56,61
Sicherheitsfaktor	[-]	$S$	1,37	1,24

**Tabelle 4-13: Kennwerte der Kupplungen für die Berechnung des maximal übertragbaren Kupplungsmoments**



**Abbildung 4-16: Mehrscheiben-Lamellenkupplung des Prototypen**

## 4.6 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Auslegung der Stirnräder und der Lager im Antriebsstrang des Prototypen erfolgte unter der Vorgabe des beschriebenen WMTC-Lastkollektivs sowie den stoßartigen Belastungen aufgrund der Drehunförmigkeit an der Kurbelwelle. Zusätzlich wurde die Lebensdauer für die Volllastpunkte bei maximalem Drehmoment, maximaler Leistung und Höchstdrehzahl berechnet.

Die betrachteten Lager und Stirnräder im Antriebsstrang erreichen bei der Belastung des WMTC-Lastkollektivs die geforderte Lebensdauer ohne Schaden und übersteigen diese zum Teil deutlich.

Bei Annahme einer Dauerbelastung mit den genannten Volllastpunkten ergeben sich erwartungsgemäß geringere Lebensdauerwerte für die Lager und Stirnräder des Prototypenantriebstrangs.

In der Betriebsstundenangabe des Primärtriebs bei maximalem Drehmoment sind die konstruktiven Änderungen und deren stoßmildernde Wirkung nicht berücksichtigt. Die höhere Schwungmasse aufgrund der Fliehkraftkupplung und das doppelt verspannte Ritzel des Primärtriebs sollten eine höhere Lebensdauer ermöglichen. Im Testbetrieb sollte auf eventuell auftretende Schäden bzw. verstärkten Verschleiß der Zahnflanken geachtet werden.

Im Fall der Getriebelager und Getriebestirnräder beziehen sich diese Lebensdauerangaben auf eine Dauerbelastung in den ersten beiden Gängen. Im realen Fahrbetrieb tritt diese Art der Belastung kaum auf, da die Einsatzdauer und anliegende Last in den niederen Gängen wesentlich geringer ist. Wird diese Dauerbelastung in den höheren Gängen für die Berechnung der Lebensdauer verwendet, so wird ebenfalls die geforderte Lebensdauer erreicht.

Bei der Auslegung der verwendeten Kupplungssysteme ergab sich eine ausreichende Betriebssicherheit und sollte daher im realen Fahrbetrieb kein Problem darstellen.

# 5 Anhang

## Harmonische bei Volllast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

		EM150 - WOT																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	627,2	25,0	754,1	33,3	815,2	41,7	900,9	50,0	976,2	58,3	1092,2	66,7	1115,9	75,0	1186,7	83,3	1111,3	91,7	1042,6
1	33,3	926,7	50,0	1061,2	66,7	1143,2	83,3	1249,2	100,0	1357,7	116,7	1511,7	133,3	1591,2	150,0	1706,9	166,7	1699,7	183,3	1693,2
1,5	50,0	679,5	75,0	777,1	100,0	829,2	125,0	893,0	150,0	952,5	175,0	1042,5	200,0	1054,1	225,0	1100,0	250,0	1036,8	275,0	983,3
2	66,7	543,8	100,0	501,8	133,3	367,5	166,7	196,8	200,0	43,0	233,3	260,4	266,7	598,5	300,0	963,8	333,3	1476,4	366,7	2043,9
2,5	83,3	507,5	125,0	564,9	166,7	597,9	208,3	637,3	250,0	681,7	291,7	738,6	333,3	741,8	375,0	759,8	416,7	713,9	458,3	674,6
3	100,0	375,8	150,0	372,8	200,0	322,0	250,0	267,3	300,0	186,7	350,0	116,3	400,0	136,0	450,0	256,0	500,0	485,4	550,0	740,0
3,5	116,7	347,5	175,0	388,8	233,3	410,6	291,7	430,4	350,0	464,4	408,3	515,2	466,7	524,1	525,0	538,2	583,3	501,6	641,7	463,7
4	133,3	283,5	200,0	307,7	266,7	313,0	333,3	332,0	400,0	349,3	466,7	361,6	533,3	339,5	600,0	339,5	666,7	295,2	733,3	256,0
4,5	150,0	230,6	225,0	257,1	300,0	268,5	375,0	284,1	450,0	297,5	525,0	326,5	600,0	334,3	675,0	352,5	750,0	330,3	825,0	304,7
5	166,7	186,2	250,0	204,4	333,3	216,0	416,7	225,7	500,0	253,4	583,3	279,7	666,7	273,9	750,0	280,9	833,3	255,1	916,7	235,1
5,5	183,3	153,3	275,0	171,6	366,7	174,3	458,3	192,7	550,0	208,0	641,7	222,0	733,3	219,7	825,0	231,6	916,7	216,2	1008,3	199,7
6	200,0	127,7	300,0	141,3	400,0	150,3	500,0	158,1	600,0	171,4	700,0	189,8	800,0	187,6	900,0	195,7	1000,0	175,0	1100,0	156,7
6,5	216,7	108,1	325,0	118,0	433,3	122,9	541,7	128,9	650,0	144,9	758,3	156,9	866,7	152,7	975,0	157,5	1083,3	143,2	1191,7	131,2
7	233,3	89,3	350,0	100,1	466,7	99,9	583,3	110,1	700,0	120,5	816,7	132,8	933,3	128,9	1050,0	135,1	1166,7	121,4	1283,3	107,3
7,5	250,0	74,5	375,0	81,1	500,0	86,3	625,0	91,5	750,0	103,7	875,0	112,0	1000,0	108,9	1125,0	113,2	1250,0	99,1	1375,0	88,3
8	266,7	64,2	400,0	71,1	533,3	74,3	666,7	79,4	800,0	88,2	933,3	98,2	1066,7	94,9	1200,0	96,9	1333,3	86,9	1466,7	77,4
8,5	283,3	56,5	425,0	63,0	566,7	63,0	708,3	68,3	850,0	77,8	991,7	85,1	1133,3	80,7	1275,0	84,4	1416,7	73,6	1558,3	63,6
9	300,0	48,7	450,0	53,3	600,0	55,6	750,0	59,5	900,0	67,5	1050,0	73,8	1200,0	72,0	1350,0	73,1	1500,0	62,8	1650,0	55,7
9,5	316,7	42,6	475,0	46,9	633,3	48,1	791,7	51,7	950,0	58,8	1108,3	65,9	1266,7	62,2	1425,0	62,3	1583,3	55,3	1741,7	48,1
10	333,3	37,7	500,0	40,3	666,7	42,1	833,3	45,5	1000,0	52,4	1166,7	57,8	1333,3	54,9	1500,0	56,8	1666,7	47,8	1833,3	40,6
10,5	350,0	32,2	525,0	37,3	700,0	37,5	875,0	39,9	1050,0	46,6	1225,0	51,8	1400,0	49,7	1575,0	48,4	1750,0	41,3	1925,0	36,5
11	366,7	29,8	550,0	31,8	733,3	33,3	916,7	36,1	1100,0	41,6	1283,3	46,9	1466,7	43,8	1650,0	43,3	1833,3	37,3	2016,7	31,5
11,5	383,3	26,9	575,0	28,8	766,7	29,5	958,3	31,5	1150,0	36,9	1341,7	41,9	1533,3	39,2	1725,0	38,6	1916,7	31,8	2108,3	26,9
12	400,0	22,4	600,0	25,6	800,0	25,9	1000,0	27,8	1200,0	33,4	1400,0	37,3	1600,0	35,2	1800,0	33,4	2000,0	27,8	2200,0	24,3

Tabelle 5-1: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei Volllast mit Markierung der biegeeigenformnahen Erregerfrequenzen

Markierung der Radialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - WOT																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	1284,2	25,0	1416,3	33,3	1483,2	41,7	1570,6	50,0	1763,3	58,3	1925,8	66,7	1859,5	75,0	1956,5	83,3	1793,3	91,7	1662,6
1	33,3	1525,9	50,0	1667,8	66,7	1728,9	83,3	1805,8	100,0	1983,4	116,7	2133,4	133,3	2027,2	150,0	2107,5	166,7	1872,3	183,3	1661,0
1,5	50,0	1229,2	75,0	1384,3	100,0	1463,7	125,0	1562,8	150,0	1762,0	175,0	1943,2	200,0	1890,1	225,0	2003,2	250,0	1836,4	275,0	1698,1
2	66,7	1037,0	100,0	1063,0	133,3	990,8	166,7	919,9	200,0	908,2	233,3	872,9	266,7	752,3	300,0	830,5	333,3	1094,3	366,7	1536,1
2,5	83,3	893,4	125,0	987,4	166,7	1027,4	208,3	1092,7	250,0	1242,1	291,7	1359,5	333,3	1295,0	375,0	1377,9	416,7	1249,0	458,3	1145,0
3	100,0	684,0	150,0	720,1	200,0	706,7	250,0	704,2	300,0	768,5	350,0	808,2	400,0	721,4	450,0	755,8	500,0	755,1	550,0	870,5
3,5	116,7	593,5	175,0	662,8	233,3	692,6	291,7	745,5	350,0	880,5	408,3	971,7	466,7	906,1	525,0	969,5	583,3	863,6	641,7	776,0
4	133,3	502,9	200,0	558,1	266,7	579,8	333,3	620,7	400,0	727,0	466,7	798,7	533,3	718,4	600,0	756,7	666,7	645,8	733,3	560,1
4,5	150,0	430,5	225,0	477,1	300,0	494,7	375,0	522,2	450,0	623,8	525,0	690,7	600,0	627,8	675,0	674,0	750,0	589,0	825,0	522,3
5	166,7	359,5	250,0	395,6	333,3	404,0	416,7	436,1	500,0	533,8	583,3	603,6	666,7	539,6	750,0	571,6	833,3	484,9	916,7	419,5
5,5	183,3	302,1	275,0	332,3	366,7	345,4	458,3	374,7	550,0	463,8	641,7	515,2	733,3	454,8	825,0	482,0	916,7	411,3	1008,3	358,0
6	200,0	260,7	300,0	290,3	400,0	304,7	500,0	329,3	600,0	402,1	700,0	457,2	800,0	405,2	900,0	426,8	1000,0	357,5	1100,0	305,1
6,5	216,7	233,5	325,0	261,6	433,3	267,9	541,7	283,9	650,0	356,8	758,3	405,9	866,7	353,5	975,0	364,6	1083,3	304,3	1191,7	260,2
7	233,3	208,1	350,0	228,1	466,7	231,0	583,3	253,0	700,0	314,4	816,7	357,7	933,3	313,4	1050,0	322,6	1166,7	267,1	1283,3	226,1
7,5	250,0	182,3	375,0	197,9	500,0	205,3	625,0	220,2	750,0	276,3	875,0	319,1	1000,0	276,8	1125,0	278,4	1250,0	228,9	1375,0	193,1
8	266,7	159,1	400,0	174,0	533,3	181,4	666,7	195,3	800,0	246,2	933,3	285,5	1066,7	247,3	1200,0	247,5	1333,3	202,8	1466,7	170,3
8,5	283,3	141,1	425,0	159,1	566,7	160,7	708,3	173,3	850,0	220,1	991,7	257,6	1133,3	221,9	1275,0	216,9	1416,7	175,8	1558,3	147,2
9	300,0	127,7	450,0	139,5	600,0	143,7	750,0	155,0	900,0	196,9	1050,0	231,1	1200,0	198,8	1350,0	192,1	1500,0	155,2	1650,0	129,2
9,5	316,7	115,7	475,0	123,8	633,3	127,7	791,7	137,0	950,0	174,7	1108,3	208,5	1266,7	178,0	1425,0	167,7	1583,3	134,8	1741,7	111,9
10	333,3	99,8	500,0	109,9	666,7	112,4	833,3	120,6	1000,0	155,9	1166,7	186,4	1333,3	158,2	1500,0	148,6	1666,7	117,7	1833,3	96,8
10,5	350,0	87,3	525,0	96,3	700,0	98,7	875,0	106,3	1050,0	138,3	1225,0	167,9	1400,0	142,2	1575,0	128,6	1750,0	101,3	1925,0	83,6
11	366,7	77,6	550,0	85,0	733,3	87,2	916,7	93,9	1100,0	123,1	1283,3	151,0	1466,7	125,6	1650,0	113,3	1833,3	88,9	2016,7	71,9
11,5	383,3	69,7	575,0	74,4	766,7	76,8	958,3	82,3	1150,0	109,6	1341,7	135,2	1533,3	112,6	1725,0	98,8	1916,7	75,4	2108,3	61,4
12	400,0	59,8	600,0	66,2	800,0	67,4	1000,0	71,9	1200,0	96,7	1400,0	121,3	1600,0	99,5	1800,0	85,2	2000,0	65,8	2200,0	52,5

Tabelle 5-2: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei Volllast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - WOT																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	875,1	25,0	1052,2	33,3	1137,4	41,7	1257,0	50,0	1362,0	58,3	1523,8	66,7	1556,9	75,0	1655,8	83,3	1550,5	91,7	1454,6
1	33,3	1293,0	50,0	1480,6	66,7	1595,1	83,3	1713,4	100,0	1851,8	116,7	2109,2	133,3	2220,1	150,0	2284,6	166,7	2250,8	183,3	2362,4
1,5	50,0	948,0	75,0	1084,2	100,0	1156,9	125,0	1246,0	150,0	1329,0	175,0	1454,5	200,0	1470,7	225,0	1534,8	250,0	1446,6	275,0	1371,9
2	66,7	758,8	100,0	700,1	133,3	512,7	166,7	495,7	200,0	292,5	233,3	363,3	266,7	835,0	300,0	628,0	333,3	1174,4	366,7	2851,7
2,5	83,3	708,1	125,0	788,2	166,7	834,1	208,3	889,2	250,0	951,2	291,7	1030,5	333,3	1035,0	375,0	1060,0	416,7	996,1	458,3	941,2
3	100,0	524,3	150,0	520,2	200,0	449,3	250,0	464,3	300,0	388,3	350,0	162,3	400,0	189,8	450,0	158,8	500,0	315,1	550,0	1032,5
3,5	116,7	484,8	175,0	542,5	233,3	572,9	291,7	600,5	350,0	648,0	408,3	718,8	466,7	731,3	525,0	750,9	583,3	699,9	641,7	646,9
4	133,3	395,6	200,0	429,4	266,7	436,7	333,3	471,8	400,0	500,0	466,7	504,5	533,3	473,7	600,0	500,6	666,7	443,9	733,3	357,2
4,5	150,0	321,7	225,0	358,8	300,0	374,7	375,0	396,5	450,0	415,1	525,0	455,5	600,0	466,4	675,0	491,8	750,0	460,8	825,0	425,2
5	166,7	259,8	250,0	285,2	333,3	301,3	416,7	314,6	500,0	353,1	583,3	390,2	666,7	382,2	750,0	391,1	833,3	354,8	916,7	328,1
5,5	183,3	213,9	275,0	239,4	366,7	243,2	458,3	268,9	550,0	290,2	641,7	309,8	733,3	306,6	825,0	323,1	916,7	301,7	1008,3	278,7
6	200,0	178,1	300,0	197,1	400,0	209,7	500,0	220,5	600,0	239,1	700,0	264,8	800,0	261,8	900,0	272,8	1000,0	244,0	1100,0	218,6
6,5	216,7	150,8	325,0	164,7	433,3	171,5	541,7	179,8	650,0	202,2	758,3	218,9	866,7	213,1	975,0	219,7	1083,3	199,9	1191,7	183,1
7	233,3	124,6	350,0	139,7	466,7	139,3	583,3	153,7	700,0	168,1	816,7	185,2	933,3	179,8	1050,0	188,6	1166,7	169,3	1283,3	149,7
7,5	250,0	104,0	375,0	113,2	500,0	120,4	625,0	127,6	750,0	144,7	875,0	156,2	1000,0	151,9	1125,0	157,9	1250,0	138,2	1375,0	123,2
8	266,7	89,6	400,0	99,3	533,3	103,7	666,7	110,8	800,0	123,1	933,3	137,0	1066,7	132,5	1200,0	135,2	1333,3	121,2	1466,7	108,0
8,5	283,3	78,8	425,0	87,9	566,7	87,9	708,3	95,3	850,0	108,5	991,7	118,7	1133,3	112,6	1275,0	117,8	1416,7	102,7	1558,3	89,7
9	300,0	68,0	450,0	74,3	600,0	77,6	750,0	83,0	900,0	94,2	1050,0	102,9	1200,0	100,5	1350,0	102,0	1500,0	87,6	1650,0	77,7
9,5	316,7	59,4	475,0	65,4	633,3	67,0	791,7	72,2	950,0	82,0	1108,3	91,9	1266,7	86,7	1425,0	86,9	1583,3	77,2	1741,7	67,1
10	333,3	52,7	500,0	56,2	666,7	58,7	833,3	63,5	1000,0	73,1	1166,7	80,7	1333,3	76,6	1500,0	79,2	1666,7	66,7	1833,3	56,7
10,5	350,0	45,0	525,0	52,0	700,0	52,3	875,0	55,7	1050,0	65,0	1225,0	72,3	1400,0	69,4	1575,0	67,5	1750,0	57,6	1925,0	50,9
11	366,7	41,5	550,0	44,3	733,3	46,4	916,7	50,4	1100,0	58,1	1283,3	65,4	1466,7	61,1	1650,0	60,4	1833,3	52,1	2016,7	43,9
11,5	383,3	37,5	575,0	40,2	766,7	41,1	958,3	44,0	1150,0	51,5	1341,7	58,5	1533,3	54,6	1725,0	53,9	1916,7	44,4	2108,3	37,5
12	400,0	31,3	600,0	35,7	800,0	36,2	1000,0	38,8	1200,0	46,6	1400,0	52,0	1600,0	49,1	1800,0	46,6	2000,0	38,7	2200,0	33,9

Tabelle 5-3: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei Vollast

Markierung der Radialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

		EM150 - WOT																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	318,5	25,0	383,0	33,3	414,0	41,7	457,5	50,0	495,7	58,3	554,6	66,7	566,7	75,0	602,7	83,3	564,3	91,7	529,4
1	33,3	470,6	50,0	538,9	66,7	580,6	83,3	623,6	100,0	674,0	116,7	767,7	133,3	808,1	150,0	831,5	166,7	819,2	183,3	859,9
1,5	50,0	345,1	75,0	394,6	100,0	421,1	125,0	453,5	150,0	483,7	175,0	529,4	200,0	535,3	225,0	558,6	250,0	526,5	275,0	499,3
2	66,7	276,2	100,0	254,8	133,3	186,6	166,7	180,4	200,0	106,5	233,3	132,2	266,7	303,9	300,0	228,6	333,3	427,5	366,7	1037,9
2,5	83,3	257,7	125,0	286,9	166,7	303,6	208,3	323,6	250,0	346,2	291,7	375,1	333,3	376,7	375,0	385,8	416,7	362,5	458,3	342,6
3	100,0	190,8	150,0	189,3	200,0	163,5	250,0	169,0	300,0	141,3	350,0	59,1	400,0	69,1	450,0	57,8	500,0	114,7	550,0	375,8
3,5	116,7	176,5	175,0	197,5	233,3	208,5	291,7	218,6	350,0	235,8	408,3	261,6	466,7	266,2	525,0	273,3	583,3	254,7	641,7	235,5
4	133,3	144,0	200,0	156,3	266,7	159,0	333,3	171,7	400,0	182,0	466,7	183,6	533,3	172,4	600,0	182,2	666,7	161,6	733,3	130,0
4,5	150,0	117,1	225,0	130,6	300,0	136,4	375,0	144,3	450,0	151,1	525,0	165,8	600,0	169,8	675,0	179,0	750,0	167,7	825,0	154,8
5	166,7	94,6	250,0	103,8	333,3	109,7	416,7	114,5	500,0	128,5	583,3	142,0	666,7	139,1	750,0	142,3	833,3	129,1	916,7	119,4
5,5	183,3	77,8	275,0	87,1	366,7	88,5	458,3	97,9	550,0	105,6	641,7	112,8	733,3	111,6	825,0	117,6	916,7	109,8	1008,3	101,4
6	200,0	64,8	300,0	71,7	400,0	76,3	500,0	80,3	600,0	87,0	700,0	96,4	800,0	95,3	900,0	99,3	1000,0	88,8	1100,0	79,6
6,5	216,7	54,9	325,0	59,9	433,3	62,4	541,7	65,4	650,0	73,6	758,3	79,7	866,7	77,6	975,0	80,0	1083,3	72,7	1191,7	66,6
7	233,3	45,4	350,0	50,9	466,7	50,7	583,3	55,9	700,0	61,2	816,7	67,4	933,3	65,5	1050,0	68,6	1166,7	61,6	1283,3	54,5
7,5	250,0	37,8	375,0	41,2	500,0	43,8	625,0	46,5	750,0	52,7	875,0	56,9	1000,0	55,3	1125,0	57,5	1250,0	50,3	1375,0	44,8
8	266,7	32,6	400,0	36,1	533,3	37,7	666,7	40,3	800,0	44,8	933,3	49,9	1066,7	48,2	1200,0	49,2	1333,3	44,1	1466,7	39,3
8,5	283,3	28,7	425,0	32,0	566,7	32,0	708,3	34,7	850,0	39,5	991,7	43,2	1133,3	41,0	1275,0	42,9	1416,7	37,4	1558,3	32,3
9	300,0	24,8	450,0	27,1	600,0	28,2	750,0	30,2	900,0	34,3	1050,0	37,5	1200,0	36,6	1350,0	37,1	1500,0	31,9	1650,0	28,3
9,5	316,7	21,6	475,0	23,8	633,3	24,4	791,7	26,3	950,0	29,8	1108,3	33,5	1266,7	31,6	1425,0	31,6	1583,3	28,1	1741,7	24,4
10	333,3	19,2	500,0	20,5	666,7	21,4	833,3	23,1	1000,0	26,6	1166,7	29,4	1333,3	27,9	1500,0	28,8	1666,7	24,3	1833,3	20,6
10,5	350,0	16,4	525,0	18,9	700,0	19,0	875,0	20,3	1050,0	23,7	1225,0	26,3	1400,0	25,2	1575,0	24,6	1750,0	20,9	1925,0	18,5
11	366,7	15,1	550,0	16,1	733,3	16,9	916,7	18,3	1100,0	21,1	1283,3	23,8	1466,7	22,2	1650,0	22,0	1833,3	19,0	2016,7	16,0
11,5	383,3	13,7	575,0	14,6	766,7	15,0	958,3	16,0	1150,0	18,7	1341,7	21,3	1533,3	19,9	1725,0	19,6	1916,7	16,2	2108,3	13,7
12	400,0	11,4	600,0	13,0	800,0	13,2	1000,0	14,1	1200,0	17,0	1400,0	18,9	1600,0	17,9	1800,0	17,0	2000,0	14,1	2200,0	12,4

Tabelle 5-4: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei Vollast

### Harmonische bei 50%-Teillast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Torsionseigenformen um der x-Achse sind:

EM150 - Teillast 50%																				
Drehzahl																				
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	630,7	25,0	746,7	33,3	802,2	41,7	925,4	50,0	955,0	58,3	985,2	66,7	1007,0	75,0	995,4	83,3	942,5	91,7	861,5
1	33,3	928,7	50,0	1051,2	66,7	1125,9	83,3	1272,4	100,0	1330,9	116,7	1395,0	133,3	1459,9	150,0	1493,7	166,7	1500,4	183,3	1483,8
1,5	50,0	682,3	75,0	770,0	100,0	818,0	125,0	916,5	150,0	931,4	175,0	940,2	200,0	940,5	225,0	915,0	250,0	866,4	275,0	795,6
2	66,7	545,6	100,0	495,3	133,3	357,4	166,7	217,2	200,0	52,5	233,3	339,3	266,7	691,2	300,0	1117,2	333,3	1617,8	366,7	2191,7
2,5	83,3	508,8	125,0	559,6	166,7	588,2	208,3	650,9	250,0	666,5	291,7	671,0	333,3	666,8	375,0	642,1	416,7	604,3	458,3	553,2
3	100,0	377,3	150,0	368,8	200,0	317,0	250,0	280,0	300,0	176,1	350,0	87,3	400,0	176,8	450,0	346,7	500,0	573,3	550,0	834,1
3,5	116,7	348,3	175,0	385,1	233,3	402,8	291,7	441,1	350,0	455,8	408,3	468,9	466,7	471,3	525,0	455,8	583,3	426,9	641,7	383,2
4	133,3	284,5	200,0	304,7	266,7	309,4	333,3	339,6	400,0	340,2	466,7	324,7	533,3	301,6	600,0	274,8	666,7	236,2	733,3	194,6
4,5	150,0	231,3	225,0	254,5	300,0	263,9	375,0	290,8	450,0	291,6	525,0	296,3	600,0	299,0	675,0	296,3	750,0	279,4	825,0	253,1
5	166,7	186,7	250,0	202,7	333,3	212,5	416,7	230,6	500,0	247,3	583,3	253,7	666,7	248,2	750,0	238,4	833,3	217,8	916,7	194,8
5,5	183,3	153,9	275,0	169,4	366,7	171,8	458,3	197,3	550,0	203,6	641,7	202,3	733,3	197,6	825,0	194,6	916,7	181,9	1008,3	165,9
6	200,0	128,0	300,0	140,0	400,0	147,4	500,0	161,3	600,0	167,4	700,0	171,7	800,0	169,5	900,0	165,0	1000,0	149,7	1100,0	130,3
6,5	216,7	108,5	325,0	116,5	433,3	121,0	541,7	131,7	650,0	141,3	758,3	142,5	866,7	137,7	975,0	133,6	1083,3	121,1	1191,7	109,3
7	233,3	89,6	350,0	99,1	466,7	97,8	583,3	112,3	700,0	117,6	816,7	120,0	933,3	116,8	1050,0	113,3	1166,7	103,4	1283,3	90,0
7,5	250,0	74,7	375,0	80,1	500,0	84,7	625,0	93,5	750,0	101,0	875,0	101,7	1000,0	98,1	1125,0	96,1	1250,0	84,5	1375,0	73,1
8	266,7	64,5	400,0	70,3	533,3	72,8	666,7	80,9	800,0	86,1	933,3	88,5	1066,7	86,2	1200,0	81,7	1333,3	73,5	1466,7	65,4
8,5	283,3	56,6	425,0	62,3	566,7	61,6	708,3	69,8	850,0	75,6	991,7	77,2	1133,3	73,0	1275,0	71,0	1416,7	63,1	1558,3	52,8
9	300,0	49,0	450,0	52,6	600,0	54,6	750,0	60,7	900,0	65,9	1050,0	66,7	1200,0	65,0	1350,0	62,4	1500,0	53,3	1650,0	46,8
9,5	316,7	42,7	475,0	46,3	633,3	47,0	791,7	52,8	950,0	57,1	1108,3	59,3	1266,7	56,6	1425,0	52,1	1583,3	46,9	1741,7	40,3
10	333,3	37,9	500,0	39,8	666,7	41,2	833,3	46,4	1000,0	51,0	1166,7	52,7	1333,3	49,5	1500,0	48,1	1666,7	41,1	1833,3	34,0
10,5	350,0	32,3	525,0	36,9	700,0	36,6	875,0	40,7	1050,0	45,4	1225,0	46,6	1400,0	45,1	1575,0	41,1	1750,0	34,9	1925,0	30,6
11	366,7	29,8	550,0	31,4	733,3	32,6	916,7	36,9	1100,0	40,4	1283,3	42,5	1466,7	39,8	1650,0	36,3	1833,3	31,8	2016,7	26,4
11,5	383,3	27,0	575,0	28,5	766,7	28,8	958,3	32,2	1150,0	36,0	1341,7	38,0	1533,3	35,4	1725,0	32,6	1916,7	27,4	2108,3	22,6
12	400,0	22,5	600,0	25,3	800,0	25,4	1000,0	28,4	1200,0	32,4	1400,0	33,6	1600,0	31,9	1800,0	28,4	2000,0	23,6	2200,0	20,3

Tabelle 5-5: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast mit Markierung der torsionseigenformnahen Erregerfrequenzen

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

EM150 - Teillast 50%																				
Drehzahl																				
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	630,7	25,0	746,7	33,3	802,2	41,7	925,4	50,0	955,0	58,3	985,2	66,7	1007,0	75,0	995,4	83,3	942,5	91,7	861,5
1	33,3	928,7	50,0	1051,2	66,7	1125,9	83,3	1272,4	100,0	1330,9	116,7	1395,0	133,3	1459,9	150,0	1493,7	166,7	1500,4	183,3	1483,8
1,5	50,0	682,3	75,0	770,0	100,0	818,0	125,0	916,5	150,0	931,4	175,0	940,2	200,0	940,5	225,0	915,0	250,0	866,4	275,0	795,6
2	66,7	545,6	100,0	495,3	133,3	357,4	166,7	217,2	200,0	52,5	233,3	339,3	266,7	691,2	300,0	1117,2	333,3	1617,8	366,7	2191,7
2,5	83,3	508,8	125,0	559,6	166,7	588,2	208,3	650,9	250,0	666,5	291,7	671,0	333,3	666,8	375,0	642,1	416,7	604,3	458,3	553,2
3	100,0	377,3	150,0	368,8	200,0	317,0	250,0	280,0	300,0	176,1	350,0	87,3	400,0	176,8	450,0	346,7	500,0	573,3	550,0	834,1
3,5	116,7	348,3	175,0	385,1	233,3	402,8	291,7	441,1	350,0	455,8	408,3	468,9	466,7	471,3	525,0	455,8	583,3	426,9	641,7	383,2
4	133,3	284,5	200,0	304,7	266,7	309,4	333,3	339,6	400,0	340,2	466,7	324,7	533,3	301,6	600,0	274,8	666,7	236,2	733,3	194,6
4,5	150,0	231,3	225,0	254,5	300,0	263,9	375,0	290,8	450,0	291,6	525,0	296,3	600,0	299,0	675,0	296,3	750,0	279,4	825,0	253,1
5	166,7	186,7	250,0	202,7	333,3	212,5	416,7	230,6	500,0	247,3	583,3	253,7	666,7	248,2	750,0	238,4	833,3	217,8	916,7	194,8
5,5	183,3	153,9	275,0	169,4	366,7	171,8	458,3	197,3	550,0	203,6	641,7	202,3	733,3	197,6	825,0	194,6	916,7	181,9	1008,3	165,9
6	200,0	128,0	300,0	140,0	400,0	147,4	500,0	161,3	600,0	167,4	700,0	171,7	800,0	169,5	900,0	165,0	1000,0	149,7	1100,0	130,3
6,5	216,7	108,5	325,0	116,5	433,3	121,0	541,7	131,7	650,0	141,3	758,3	142,5	866,7	137,7	975,0	133,6	1083,3	121,1	1191,7	109,3
7	233,3	89,6	350,0	99,1	466,7	97,8	583,3	112,3	700,0	117,6	816,7	120,0	933,3	116,8	1050,0	113,3	1166,7	103,4	1283,3	90,0
7,5	250,0	74,7	375,0	80,1	500,0	84,7	625,0	93,5	750,0	101,0	875,0	101,7	1000,0	98,1	1125,0	96,1	1250,0	84,5	1375,0	73,1
8	266,7	64,5	400,0	70,3	533,3	72,8	666,7	80,9	800,0	86,1	933,3	88,5	1066,7	86,2	1200,0	81,7	1333,3	73,5	1466,7	65,4
8,5	283,3	56,6	425,0	62,3	566,7	61,6	708,3	69,8	850,0	75,6	991,7	77,2	1133,3	73,0	1275,0	71,0	1416,7	63,1	1558,3	52,8
9	300,0	49,0	450,0	52,6	600,0	54,6	750,0	60,7	900,0	65,9	1050,0	66,7	1200,0	65,0	1350,0	62,4	1500,0	53,3	1650,0	46,8
9,5	316,7	42,7	475,0	46,3	633,3	47,0	791,7	52,8	950,0	57,1	1108,3	59,3	1266,7	56,6	1425,0	52,1	1583,3	46,9	1741,7	40,3
10	333,3	37,9	500,0	39,8	666,7	41,2	833,3	46,4	1000,0	51,0	1166,7	52,7	1333,3	49,5	1500,0	48,1	1666,7	41,1	1833,3	34,0
10,5	350,0	32,3	525,0	36,9	700,0	36,6	875,0	40,7	1050,0	45,4	1225,0	46,6	1400,0	45,1	1575,0	41,1	1750,0	34,9	1925,0	30,6
11	366,7	29,8	550,0	31,4	733,3	32,6	916,7	36,9	1100,0	40,4	1283,3	42,5	1466,7	39,8	1650,0	36,3	1833,3	31,8	2016,7	26,4
11,5	383,3	27,0	575,0	28,5	766,7	28,8	958,3	32,2	1150,0	36,0	1341,7	38,0	1533,3	35,4	1725,0	32,6	1916,7	27,4	2108,3	22,6
12	400,0	22,5	600,0	25,3	800,0	25,4	1000,0	28,4	1200,0	32,4	1400,0	33,6	1600,0	31,9	1800,0	28,4	2000,0	23,6	2200,0	20,3

Tabelle 5-6: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast mit Markierung der biegeeigenformnahen Erregerfrequenzen

Markierung der Radialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - Teillast 50%																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR	f	FR
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	1287,9	25,0	1403,6	33,3	1462,9	41,7	1608,1	50,0	1726,8	58,3	1750,2	66,7	1664,6	75,0	1645,7	83,3	1510,6	91,7	1359,0
1	33,3	1529,8	50,0	1654,1	66,7	1706,5	83,3	1845,6	100,0	1937,6	116,7	1928,2	133,3	1802,7	150,0	1739,2	166,7	1535,8	183,3	1305,0
1,5	50,0	1233,4	75,0	1371,8	100,0	1443,2	125,0	1606,1	150,0	1729,0	175,0	1764,3	200,0	1692,8	225,0	1678,7	250,0	1544,6	275,0	1386,3
2	66,7	1040,3	100,0	1050,8	133,3	971,5	166,7	948,6	200,0	875,0	233,3	747,7	266,7	693,8	300,0	836,3	333,3	1205,3	366,7	1704,9
2,5	83,3	896,5	125,0	978,2	166,7	1012,1	208,3	1116,1	250,0	1213,5	291,7	1233,3	333,3	1162,8	375,0	1162,4	416,7	1057,6	458,3	946,1
3	100,0	686,5	150,0	713,1	200,0	693,4	250,0	724,1	300,0	746,6	350,0	713,8	400,0	650,8	450,0	658,6	500,0	731,7	550,0	904,3
3,5	116,7	595,5	175,0	655,3	233,3	680,5	291,7	762,8	350,0	861,4	408,3	883,0	466,7	816,5	525,0	819,0	583,3	732,7	641,7	643,4
4	133,3	505,0	200,0	552,3	266,7	570,1	333,3	633,8	400,0	708,4	466,7	720,9	533,3	648,3	600,0	633,1	666,7	544,2	733,3	461,3
4,5	150,0	432,3	225,0	471,9	300,0	484,8	375,0	533,7	450,0	609,1	525,0	626,0	600,0	566,2	675,0	569,2	750,0	499,4	825,0	434,8
5	166,7	361,1	250,0	391,4	333,3	396,4	416,7	444,9	500,0	520,0	583,3	545,9	666,7	489,4	750,0	483,7	833,3	414,7	916,7	352,0
5,5	183,3	303,3	275,0	328,1	366,7	338,5	458,3	383,2	550,0	452,5	641,7	467,0	733,3	411,9	825,0	407,0	916,7	349,2	1008,3	297,7
6	200,0	262,0	300,0	287,3	400,0	298,3	500,0	335,6	600,0	391,7	700,0	413,1	800,0	367,3	900,0	360,6	1000,0	305,2	1100,0	257,1
6,5	216,7	234,6	325,0	258,3	433,3	262,4	541,7	290,0	650,0	347,3	758,3	367,1	866,7	320,7	975,0	308,5	1083,3	259,8	1191,7	217,5
7	233,3	209,2	350,0	225,6	466,7	226,0	583,3	258,0	700,0	306,2	816,7	323,4	933,3	284,3	1050,0	273,0	1166,7	227,9	1283,3	190,4
7,5	250,0	183,1	375,0	195,4	500,0	201,0	625,0	225,0	750,0	269,0	875,0	288,4	1000,0	251,1	1125,0	235,0	1250,0	195,5	1375,0	161,8
8	266,7	159,9	400,0	172,0	533,3	177,5	666,7	199,2	800,0	239,7	933,3	258,0	1066,7	224,3	1200,0	209,4	1333,3	173,0	1466,7	143,2
8,5	283,3	141,8	425,0	157,3	566,7	157,2	708,3	177,0	850,0	214,2	991,7	232,9	1133,3	201,4	1275,0	183,5	1416,7	150,2	1558,3	123,6
9	300,0	128,4	450,0	137,9	600,0	140,7	750,0	158,1	900,0	191,7	1050,0	209,0	1200,0	180,3	1350,0	162,6	1500,0	132,6	1650,0	108,4
9,5	316,7	116,3	475,0	122,4	633,3	125,0	791,7	140,0	950,0	170,1	1108,3	188,4	1266,7	161,5	1425,0	141,7	1583,3	114,9	1741,7	94,3
10	333,3	100,3	500,0	108,7	666,7	110,0	833,3	123,2	1000,0	151,8	1166,7	168,6	1333,3	143,5	1500,0	125,7	1666,7	100,8	1833,3	81,0
10,5	350,0	87,7	525,0	95,2	700,0	96,7	875,0	108,6	1050,0	134,7	1225,0	151,7	1400,0	128,9	1575,0	109,0	1750,0	86,3	1925,0	70,4
11	366,7	78,0	550,0	84,1	733,3	85,4	916,7	96,0	1100,0	119,9	1283,3	136,6	1466,7	114,1	1650,0	95,6	1833,3	76,1	2016,7	60,2
11,5	383,3	70,1	575,0	73,6	766,7	75,2	958,3	84,1	1150,0	106,8	1341,7	122,4	1533,3	101,8	1725,0	83,9	1916,7	64,6	2108,3	51,7
12	400,0	60,2	600,0	65,5	800,0	65,9	1000,0	73,6	1200,0	94,2	1400,0	109,5	1600,0	90,5	1800,0	72,0	2000,0	56,1	2200,0	44,1

Tabelle 5-7: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - Teillast 50%																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	879,9	25,0	1041,9	33,3	1119,3	41,7	1291,2	50,0	1332,4	58,3	1374,5	66,7	1405,0	75,0	1388,8	83,3	1315,1	91,7	1202,0
1	33,3	1295,8	50,0	1466,7	66,7	1570,9	83,3	1775,2	100,0	1857,0	116,7	1946,4	133,3	2036,9	150,0	2084,1	166,7	2093,4	183,3	2070,2
1,5	50,0	951,9	75,0	1074,3	100,0	1141,3	125,0	1278,8	150,0	1299,6	175,0	1311,9	200,0	1312,2	225,0	1276,7	250,0	1208,9	275,0	1110,1
2	66,7	761,3	100,0	691,1	133,3	498,6	166,7	303,1	200,0	73,3	233,3	473,4	266,7	964,4	300,0	1558,7	333,3	2257,2	366,7	3057,9
2,5	83,3	709,9	125,0	780,8	166,7	820,7	208,3	908,1	250,0	929,9	291,7	936,2	333,3	930,4	375,0	895,8	416,7	843,2	458,3	771,8
3	100,0	526,4	150,0	514,5	200,0	442,3	250,0	390,6	300,0	245,7	350,0	121,8	400,0	246,7	450,0	483,7	500,0	799,9	550,0	1163,8
3,5	116,7	485,9	175,0	537,3	233,3	562,0	291,7	615,4	350,0	636,0	408,3	654,3	466,7	657,6	525,0	635,9	583,3	595,6	641,7	534,7
4	133,3	396,9	200,0	425,1	266,7	431,7	333,3	473,9	400,0	474,6	466,7	453,0	533,3	420,8	600,0	383,5	666,7	329,6	733,3	271,5
4,5	150,0	322,7	225,0	355,1	300,0	368,2	375,0	405,7	450,0	406,8	525,0	413,5	600,0	417,1	675,0	413,4	750,0	389,8	825,0	353,1
5	166,7	260,4	250,0	282,8	333,3	296,5	416,7	321,7	500,0	345,0	583,3	354,0	666,7	346,3	750,0	332,7	833,3	303,9	916,7	271,8
5,5	183,3	214,7	275,0	236,4	366,7	239,7	458,3	275,2	550,0	284,1	641,7	282,2	733,3	275,7	825,0	271,6	916,7	253,8	1008,3	231,5
6	200,0	178,6	300,0	195,4	400,0	205,6	500,0	225,0	600,0	233,5	700,0	239,5	800,0	236,5	900,0	230,3	1000,0	208,9	1100,0	181,9
6,5	216,7	151,3	325,0	162,6	433,3	168,8	541,7	183,8	650,0	197,2	758,3	198,9	866,7	192,2	975,0	186,4	1083,3	168,9	1191,7	152,5
7	233,3	125,1	350,0	138,2	466,7	136,4	583,3	156,7	700,0	164,0	816,7	167,4	933,3	163,0	1050,0	158,1	1166,7	144,3	1283,3	125,5
7,5	250,0	104,2	375,0	111,8	500,0	118,2	625,0	130,4	750,0	140,9	875,0	141,9	1000,0	136,9	1125,0	134,1	1250,0	117,8	1375,0	102,0
8	266,7	90,0	400,0	98,0	533,3	101,6	666,7	112,9	800,0	120,1	933,3	123,5	1066,7	120,3	1200,0	114,0	1333,3	102,6	1466,7	91,3
8,5	283,3	79,0	425,0	86,9	566,7	86,0	708,3	97,3	850,0	105,9	991,7	107,7	1133,3	101,9	1275,0	99,1	1416,7	88,1	1558,3	73,6
9	300,0	68,3	450,0	73,4	600,0	76,1	750,0	84,6	900,0	91,9	1050,0	93,1	1200,0	90,7	1350,0	87,0	1500,0	74,4	1650,0	65,3
9,5	316,7	59,5	475,0	64,6	633,3	65,6	791,7	73,7	950,0	79,7	1108,3	82,7	1266,7	79,0	1425,0	72,6	1583,3	65,5	1741,7	56,3
10	333,3	52,9	500,0	55,5	666,7	57,5	833,3	64,8	1000,0	71,2	1166,7	73,5	1333,3	69,0	1500,0	67,1	1666,7	57,4	1833,3	47,4
10,5	350,0	45,1	525,0	51,4	700,0	51,1	875,0	56,8	1050,0	63,4	1225,0	65,1	1400,0	62,9	1575,0	57,3	1750,0	48,7	1925,0	42,7
11	366,7	41,6	550,0	43,8	733,3	45,5	916,7	51,4	1100,0	56,4	1283,3	59,2	1466,7	55,5	1650,0	50,7	1833,3	44,4	2016,7	36,8
11,5	383,3	37,7	575,0	39,7	766,7	40,2	958,3	44,9	1150,0	50,3	1341,7	53,0	1533,3	49,4	1725,0	45,6	1916,7	38,2	2108,3	31,5
12	400,0	31,4	600,0	35,2	800,0	35,5	1000,0	39,7	1200,0	45,3	1400,0	46,9	1600,0	44,6	1800,0	39,6	2000,0	32,9	2200,0	28,3

Tabelle 5-8: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei 50%-Teillast

Markierung der Radialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

EM150 - Teillast 50%																				
Drehzahl																				
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	320,3	25,0	379,2	33,3	407,4	41,7	470,0	50,0	485,0	58,3	500,3	66,7	511,4	75,0	505,5	83,3	478,7	91,7	437,5
1	33,3	471,6	50,0	533,8	66,7	571,8	83,3	646,1	100,0	675,9	116,7	708,4	133,3	741,4	150,0	758,6	166,7	761,9	183,3	753,5
1,5	50,0	346,5	75,0	391,0	100,0	415,4	125,0	465,4	150,0	473,0	175,0	477,5	200,0	477,6	225,0	464,7	250,0	440,0	275,0	404,0
2	66,7	277,1	100,0	251,6	133,3	181,5	166,7	110,3	200,0	26,7	233,3	172,3	266,7	351,0	300,0	567,3	333,3	821,6	366,7	1113,0
2,5	83,3	258,4	125,0	284,2	166,7	298,7	208,3	330,5	250,0	338,5	291,7	340,8	333,3	338,6	375,0	326,1	416,7	306,9	458,3	280,9
3	100,0	191,6	150,0	187,3	200,0	161,0	250,0	142,2	300,0	89,4	350,0	44,3	400,0	89,8	450,0	176,0	500,0	291,1	550,0	423,6
3,5	116,7	176,9	175,0	195,6	233,3	204,6	291,7	224,0	350,0	231,5	408,3	238,1	466,7	239,3	525,0	231,5	583,3	216,8	641,7	194,6
4	133,3	144,5	200,0	154,7	266,7	157,1	333,3	172,5	400,0	172,8	466,7	164,9	533,3	153,1	600,0	139,6	666,7	120,0	733,3	98,8
4,5	150,0	117,4	225,0	129,2	300,0	134,0	375,0	147,7	450,0	148,1	525,0	150,5	600,0	151,8	675,0	150,5	750,0	141,9	825,0	128,5
5	166,7	94,8	250,0	102,9	333,3	107,9	416,7	117,1	500,0	125,6	583,3	128,8	666,7	126,0	750,0	121,1	833,3	110,6	916,7	98,9
5,5	183,3	78,1	275,0	86,0	366,7	87,2	458,3	100,2	550,0	103,4	641,7	102,7	733,3	100,3	825,0	98,8	916,7	92,4	1008,3	84,2
6	200,0	65,0	300,0	71,1	400,0	74,8	500,0	81,9	600,0	85,0	700,0	87,2	800,0	86,1	900,0	83,8	1000,0	76,0	1100,0	66,2
6,5	216,7	55,1	325,0	59,2	433,3	61,4	541,7	66,9	650,0	71,8	758,3	72,4	866,7	69,9	975,0	67,8	1083,3	61,5	1191,7	55,5
7	233,3	45,5	350,0	50,3	466,7	49,7	583,3	57,1	700,0	59,7	816,7	60,9	933,3	59,3	1050,0	57,5	1166,7	52,5	1283,3	45,7
7,5	250,0	37,9	375,0	40,7	500,0	43,0	625,0	47,5	750,0	51,3	875,0	51,7	1000,0	49,8	1125,0	48,8	1250,0	42,9	1375,0	37,1
8	266,7	32,8	400,0	35,7	533,3	37,0	666,7	41,1	800,0	43,7	933,3	45,0	1066,7	43,8	1200,0	41,5	1333,3	37,3	1466,7	33,2
8,5	283,3	28,8	425,0	31,6	566,7	31,3	708,3	35,4	850,0	38,4	991,7	39,2	1133,3	37,1	1275,0	36,1	1416,7	32,1	1558,3	26,8
9	300,0	24,9	450,0	26,7	600,0	27,7	750,0	30,8	900,0	33,5	1050,0	33,9	1200,0	33,0	1350,0	31,7	1500,0	27,1	1650,0	23,8
9,5	316,7	21,7	475,0	23,5	633,3	23,9	791,7	26,8	950,0	29,0	1108,3	30,1	1266,7	28,8	1425,0	26,4	1583,3	23,8	1741,7	20,5
10	333,3	19,2	500,0	20,2	666,7	20,9	833,3	23,6	1000,0	25,9	1166,7	26,7	1333,3	25,1	1500,0	24,4	1666,7	20,9	1833,3	17,3
10,5	350,0	16,4	525,0	18,7	700,0	18,6	875,0	20,7	1050,0	23,1	1225,0	23,7	1400,0	22,9	1575,0	20,9	1750,0	17,7	1925,0	15,5
11	366,7	15,2	550,0	15,9	733,3	16,6	916,7	18,7	1100,0	20,5	1283,3	21,6	1466,7	20,2	1650,0	18,5	1833,3	16,2	2016,7	13,4
11,5	383,3	13,7	575,0	14,5	766,7	14,6	958,3	16,4	1150,0	18,3	1341,7	19,3	1533,3	18,0	1725,0	16,6	1916,7	13,9	2108,3	11,5
12	400,0	11,4	600,0	12,8	800,0	12,9	1000,0	14,4	1200,0	16,5	1400,0	17,1	1600,0	16,2	1800,0	14,4	2000,0	12,0	2200,0	10,3

Tabelle 5-9: Harmonische der Radialkraft am Primärtrieb bei 50%-Teillast

### Harmonische bei 20%-Teillast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Torsionseigenformen um der x-Achse sind:

EM150 - Teillast 20%																				
Drehzahl																				
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	630,3	25,0	756,5	33,3	756,1	41,7	814,2	50,0	772,3	58,3	744,0	66,7	754,4	75,0	727,6	83,3	705,1	91,7	648,9
1	33,3	923,2	50,0	1053,5	66,7	1065,0	83,3	1134,8	100,0	1113,4	116,7	1118,3	133,3	1171,7	150,0	1190,5	166,7	1226,2	183,3	1243,0
1,5	50,0	682,0	75,0	778,8	100,0	768,9	125,0	797,3	150,0	740,1	175,0	697,4	200,0	688,1	225,0	652,3	250,0	628,2	275,0	583,7
2	66,7	544,6	100,0	502,7	133,3	319,9	166,7	123,7	200,0	192,8	233,3	534,3	266,7	897,1	300,0	1334,5	333,3	1813,0	366,7	2364,1
2,5	83,3	506,4	125,0	562,0	166,7	551,8	208,3	569,1	250,0	536,8	291,7	509,5	333,3	501,3	375,0	501,3	375,0	450,3	458,3	418,8
3	100,0	377,2	150,0	373,6	200,0	291,5	250,0	217,7	300,0	92,3	350,0	133,6	400,0	292,7	450,0	482,9	500,0	697,5	550,0	946,5
3,5	116,7	346,8	175,0	387,9	233,3	378,7	291,7	387,5	350,0	367,5	408,3	356,4	466,7	354,5	525,0	335,8	583,3	319,9	641,7	292,1
4	133,3	283,5	200,0	307,0	266,7	291,6	333,3	294,9	400,0	269,7	466,7	236,7	533,3	214,2	600,0	184,6	666,7	157,9	733,3	128,5
4,5	150,0	230,3	225,0	255,7	300,0	247,3	375,0	256,3	450,0	236,6	525,0	225,2	600,0	224,4	675,0	216,9	750,0	208,9	825,0	191,2
5	166,7	185,9	250,0	204,3	333,3	200,4	416,7	202,2	500,0	199,5	583,3	193,4	666,7	187,8	750,0	176,5	833,3	164,4	916,7	150,4
5,5	183,3	153,0	275,0	170,1	366,7	161,1	458,3	172,8	550,0	165,9	641,7	153,8	733,3	148,9	825,0	143,3	916,7	136,9	1008,3	125,3
6	200,0	127,2	300,0	141,0	400,0	138,2	500,0	142,4	600,0	135,1	700,0	130,6	800,0	128,1	900,0	121,6	1000,0	112,5	1100,0	99,3
6,5	216,7	107,8	325,0	116,7	433,3	113,5	541,7	115,3	650,0	115,1	758,3	108,8	866,7	103,9	975,0	98,1	1083,3	91,2	1191,7	84,0
7	233,3	88,9	350,0	99,5	466,7	91,0	583,3	98,5	700,0	95,3	816,7	90,9	933,3	88,5	1050,0	83,9	1166,7	78,6	1283,3	68,5
7,5	250,0	74,1	375,0	80,3	500,0	79,4	625,0	82,5	750,0	81,8	875,0	77,8	1000,0	74,2	1125,0	71,0	1250,0	63,6	1375,0	55,9
8	266,7	63,9	400,0	70,4	533,3	67,8	666,7	70,6	800,0	70,2	933,3	67,1	1066,7	65,4	1200,0	59,8	1333,3	55,5	1466,7	50,3
8,5	283,3	56,1	425,0	62,4	566,7	57,5	708,3	61,6	850,0	61,2	991,7	59,0	1133,3	55,0	1275,0	52,8	1416,7	48,4	1558,3	40,3
9	300,0	48,5	450,0	52,7	600,0	50,9	750,0	53,0	900,0	53,7	1050,0	50,4	1200,0	49,5	1350,0	46,1	1500,0	40,1	1650,0	36,0
9,5	316,7	42,2	475,0	46,4	633,3	43,8	791,7	46,5	950,0	46,2	1108,3	45,4	1266,7	43,1	1425,0	38,2	1583,3	35,7	1741,7	30,7
10	333,3	37,6	500,0	39,8	666,7	38,6	833,3	40,7	1000,0	41,6	1166,7	40,0	1333,3	37,0	1500,0	35,7	1666,7	31,2	1833,3	26,2
10,5	350,0	32,0	525,0	37,0	700,0	34,0	875,0	35,8	1050,0	36,9	1225,0	35,3	1400,0	34,6	1575,0	30,2	1750,0	26,5	1925,0	23,4
11	366,7	29,6	550,0	31,4	733,3	30,6	916,7	32,4	1100,0	32,8	1283,3	32,5	1466,7	30,0	1650,0	26,8	1833,3	24,1	2016,7	20,0
11,5	383,3	26,7	575,0	28,5	766,7	26,7	958,3	28,3	1150,0	29,4	1341,7	28,9	1533,3	26,8	1725,0	24,2	1916,7	20,7	2108,3	17,6
12	400,0	22,3	600,0	25,3	800,0	23,8	1000,0	24,9	1200,0	26,4	1400,0	25,5	1600,0	24,2	1800,0	20,8	2000,0	18,1	2200,0	15,3

Tabelle 5-10: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 20%-Teillast mit Markierung der torsionseigenformnahen Erregerfrequenzen

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

EM150 - Teillast 20%																				
Drehzahl																				
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT	f	FT
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	630,3	25,0	756,5	33,3	756,1	41,7	814,2	50,0	772,3	58,3	744,0	66,7	754,4	75,0	727,6	83,3	705,1	91,7	648,9
1	33,3	923,2	50,0	1053,5	66,7	1065,0	83,3	1134,8	100,0	1113,4	116,7	1118,3	133,3	1171,7	150,0	1190,5	166,7	1226,2	183,3	1243,0
1,5	50,0	682,0	75,0	778,8	100,0	768,9	125,0	797,3	150,0	740,1	175,0	697,4	200,0	688,1	225,0	652,3	250,0	628,2	275,0	583,7
2	66,7	544,6	100,0	502,7	133,3	319,9	166,7	123,7	200,0	192,8	233,3	534,3	266,7	897,1	300,0	1334,5	333,3	1813,0	366,7	2364,1
2,5	83,3	506,4	125,0	562,0	166,7	551,8	208,3	569,1	250,0	536,8	291,7	509,5	333,3	501,3	375,0	472,7	416,7	450,3	458,3	418,8
3	100,0	377,2	150,0	373,6	200,0	291,5	250,0	217,7	300,0	92,3	350,0	133,6	400,0	292,7	450,0	482,9	500,0	697,5	550,0	946,5
3,5	116,7	346,8	175,0	387,9	233,3	378,7	291,7	387,5	350,0	367,5	408,3	356,4	466,7	354,5	525,0	335,8	583,3	319,9	641,7	292,1
4	133,3	283,5	200,0	307,0	266,7	291,6	333,3	294,9	400,0	269,7	466,7	236,7	533,3	214,2	600,0	184,6	666,7	157,9	733,3	128,5
4,5	150,0	230,3	225,0	255,7	300,0	247,3	375,0	256,3	450,0	236,6	525,0	225,2	600,0	224,4	675,0	216,9	750,0	208,9	825,0	191,2
5	166,7	185,9	250,0	204,3	333,3	200,4	416,7	202,2	500,0	199,5	583,3	193,4	666,7	187,8	750,0	176,5	833,3	164,4	916,7	150,4
5,5	183,3	153,0	275,0	170,1	366,7	161,1	458,3	172,8	550,0	165,9	641,7	153,8	733,3	148,9	825,0	143,3	916,7	136,9	1008,3	125,3
6	200,0	127,2	300,0	141,0	400,0	138,2	500,0	142,4	600,0	135,1	700,0	130,6	800,0	128,1	900,0	121,6	1000,0	112,5	1100,0	99,3
6,5	216,7	107,8	325,0	116,7	433,3	113,5	541,7	115,3	650,0	115,1	758,3	108,8	866,7	103,9	975,0	98,1	1083,3	91,2	1191,7	84,0
7	233,3	88,9	350,0	99,5	466,7	91,0	583,3	98,5	700,0	95,3	816,7	90,9	933,3	88,5	1050,0	83,9	1166,7	78,6	1283,3	68,5
7,5	250,0	74,1	375,0	80,3	500,0	79,4	625,0	82,5	750,0	81,8	875,0	77,8	1000,0	74,2	1125,0	71,0	1250,0	63,6	1375,0	55,9
8	266,7	63,9	400,0	70,4	533,3	67,8	666,7	70,6	800,0	70,2	933,3	67,1	1066,7	65,4	1200,0	59,8	1333,3	55,5	1466,7	50,3
8,5	283,3	56,1	425,0	62,4	566,7	57,5	708,3	61,6	850,0	61,2	991,7	59,0	1133,3	55,0	1275,0	52,8	1416,7	48,4	1558,3	40,3
9	300,0	48,5	450,0	52,7	600,0	50,9	750,0	53,0	900,0	53,7	1050,0	50,4	1200,0	49,5	1350,0	46,1	1500,0	40,1	1650,0	36,0
9,5	316,7	42,2	475,0	46,4	633,3	43,8	791,7	46,5	950,0	46,2	1108,3	45,4	1266,7	43,1	1425,0	38,2	1583,3	35,7	1741,7	30,7
10	333,3	37,6	500,0	39,8	666,7	38,6	833,3	40,7	1000,0	41,6	1166,7	40,0	1333,3	37,0	1500,0	35,7	1666,7	31,2	1833,3	26,2
10,5	350,0	32,0	525,0	37,0	700,0	34,0	875,0	35,8	1050,0	36,9	1225,0	35,3	1400,0	34,6	1575,0	30,2	1750,0	26,5	1925,0	23,4
11	366,7	29,6	550,0	31,4	733,3	30,6	916,7	32,4	1100,0	32,8	1283,3	32,5	1466,7	30,0	1650,0	26,8	1833,3	24,1	2016,7	20,0
11,5	383,3	26,7	575,0	28,5	766,7	26,7	958,3	28,3	1150,0	29,4	1341,7	28,9	1533,3	26,8	1725,0	24,2	1916,7	20,7	2108,3	17,6
12	400,0	22																		

Markierung der Radialkraftharmonischen am Kurbelzapfen die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - Teillast 20%																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FT	f	FT	f	FT	f	FR												
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	1284,8	25,0	1414,4	33,3	1378,2	41,7	1407,1	50,0	1388,6	58,3	1322,9	66,7	1240,8	75,0	1200,0	83,3	1116,3	91,7	1019,0
1	33,3	1526,1	50,0	1663,7	66,7	1609,4	83,3	1616,4	100,0	1555,3	116,7	1441,4	133,3	1316,1	150,0	1219,2	166,7	1073,9	183,3	901,1
1,5	50,0	1232,9	75,0	1389,0	100,0	1363,4	125,0	1406,5	150,0	1387,5	175,0	1326,4	200,0	1254,8	225,0	1215,8	250,0	1137,1	275,0	1032,8
2	66,7	1035,5	100,0	1058,8	133,3	900,1	166,7	786,4	200,0	623,2	233,3	521,7	266,7	678,2	300,0	972,2	333,3	1407,2	366,7	1913,3
2,5	83,3	893,0	125,0	982,3	166,7	950,6	208,3	979,6	250,0	982,9	291,7	939,0	333,3	875,2	375,0	855,5	416,7	792,0	458,3	717,3
3	100,0	684,5	150,0	719,6	200,0	647,5	250,0	621,2	300,0	573,3	350,0	512,9	400,0	522,8	450,0	589,1	500,0	751,3	550,0	966,4
3,5	116,7	591,8	175,0	658,5	233,3	639,3	291,7	669,5	350,0	698,0	408,3	672,1	466,7	615,0	525,0	603,5	583,3	551,1	641,7	488,9
4	133,3	502,1	200,0	555,1	266,7	535,1	333,3	556,0	400,0	571,5	466,7	542,7	533,3	485,2	600,0	458,4	666,7	403,3	733,3	346,1
4,5	150,0	429,4	225,0	473,0	300,0	453,6	375,0	469,4	450,0	495,5	525,0	478,1	600,0	427,7	675,0	419,3	750,0	376,6	825,0	331,4
5	166,7	358,6	250,0	393,0	333,3	371,5	416,7	391,0	500,0	421,9	583,3	415,2	666,7	371,8	750,0	358,3	833,3	315,2	916,7	271,1
5,5	183,3	300,7	275,0	328,7	366,7	316,4	458,3	336,8	550,0	368,1	641,7	357,1	733,3	312,7	825,0	301,1	916,7	264,7	1008,3	227,1
6	200,0	259,8	300,0	288,0	400,0	278,8	500,0	295,3	600,0	318,7	700,0	314,2	800,0	278,5	900,0	265,6	1000,0	230,9	1100,0	196,8
6,5	216,7	232,5	325,0	258,5	433,3	244,9	541,7	255,2	650,0	282,4	758,3	280,5	866,7	243,5	975,0	228,4	1083,3	198,1	1191,7	167,2
7	233,3	207,4	350,0	226,1	466,7	211,0	583,3	226,5	700,0	249,2	816,7	246,1	933,3	216,2	1050,0	202,4	1166,7	173,2	1283,3	146,2
7,5	250,0	181,4	375,0	195,7	500,0	187,7	625,0	198,3	750,0	218,8	875,0	220,7	1000,0	191,4	1125,0	173,7	1250,0	148,8	1375,0	124,0
8	266,7	158,6	400,0	172,3	533,3	165,9	666,7	174,9	800,0	195,4	933,3	196,4	1066,7	169,8	1200,0	154,5	1333,3	131,2	1466,7	110,1
8,5	283,3	140,5	425,0	157,5	566,7	146,7	708,3	156,0	850,0	174,2	991,7	177,5	1133,3	153,2	1275,0	136,1	1416,7	114,8	1558,3	94,8
9	300,0	127,4	450,0	138,3	600,0	131,7	750,0	139,0	900,0	155,9	1050,0	159,5	1200,0	137,3	1350,0	120,2	1500,0	100,3	1650,0	83,0
9,5	316,7	115,2	475,0	122,7	633,3	116,7	791,7	123,3	950,0	138,8	1108,3	144,0	1266,7	122,7	1425,0	104,8	1583,3	87,6	1741,7	72,5
10	333,3	99,6	500,0	108,9	666,7	103,0	833,3	108,5	1000,0	123,5	1166,7	128,3	1333,3	108,9	1500,0	92,8	1666,7	76,6	1833,3	62,0
10,5	350,0	86,9	525,0	95,6	700,0	90,5	875,0	95,7	1050,0	109,6	1225,0	115,8	1400,0	98,1	1575,0	80,9	1750,0	65,6	1925,0	53,9
11	366,7	77,5	550,0	84,4	733,3	80,1	916,7	84,5	1100,0	97,4	1283,3	104,5	1466,7	86,9	1650,0	70,4	1833,3	57,7	2016,7	46,2
11,5	383,3	69,5	575,0	73,9	766,7	70,3	958,3	74,0	1150,0	87,4	1341,7	93,4	1533,3	77,1	1725,0	62,3	1916,7	49,3	2108,3	39,6
12	400,0	59,8	600,0	65,8	800,0	62,0	1000,0	65,1	1200,0	76,5	1400,0	83,5	1600,0	69,2	1800,0	53,2	2000,0	42,5	2200,0	33,7

Tabelle 5-12: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei 20%-Teillast

Markierung der Tangentialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-z-Ebene sind:

		EM150 - Teillast 20%																		
		Drehzahl																		
Ordnung	2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ	f	FTZ
	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5	16,7	879,5	25,0	1055,5	33,3	1055,0	41,7	1135,9	50,0	1077,6	58,3	1038,0	66,7	1052,6	75,0	1015,1	83,3	983,8	91,7	905,4
1	33,3	1288,1	50,0	1469,8	66,7	1485,9	83,3	1583,3	100,0	1553,5	116,7	1560,4	133,3	1634,8	150,0	1661,0	166,7	1710,9	183,3	1734,3
1,5	50,0	951,5	75,0	1086,6	100,0	1072,9	125,0	1112,4	150,0	1032,6	175,0	973,1	200,0	960,0	225,0	910,1	250,0	876,5	275,0	814,4
2	66,7	759,9	100,0	701,3	133,3	446,3	166,7	172,6	200,0	269,0	233,3	745,4	266,7	1251,7	300,0	1861,9	333,3	2529,5	366,7	3298,5
2,5	83,3	706,5	125,0	784,1	166,7	769,9	208,3	794,0	250,0	748,9	291,7	710,9	333,3	699,4	375,0	659,5	416,7	628,3	458,3	584,3
3	100,0	526,3	150,0	521,2	200,0	406,7	250,0	303,8	300,0	128,8	350,0	186,4	400,0	408,3	450,0	673,8	500,0	973,2	550,0	1320,7
3,5	116,7	483,9	175,0	541,2	233,3	528,4	291,7	540,6	350,0	512,8	408,3	497,2	466,7	494,6	525,0	468,5	583,3	446,4	641,7	407,5
4	133,3	395,6	200,0	428,4	266,7	406,9	333,3	411,5	400,0	376,4	466,7	330,2	533,3	298,8	600,0	257,5	666,7	220,4	733,3	179,3
4,5	150,0	321,3	225,0	356,8	300,0	345,1	375,0	357,6	450,0	330,1	525,0	314,3	600,0	313,2	675,0	302,7	750,0	291,5	825,0	266,7
5	166,7	259,4	250,0	285,1	333,3	279,7	416,7	282,2	500,0	278,4	583,3	269,8	666,7	262,0	750,0	246,2	833,3	229,4	916,7	209,9
5,5	183,3	213,5	275,0	237,3	366,7	224,8	458,3	241,1	550,0	231,5	641,7	214,6	733,3	207,7	825,0	200,0	916,7	191,1	1008,3	174,8
6	200,0	177,5	300,0	196,7	400,0	192,8	500,0	198,7	600,0	188,5	700,0	182,3	800,0	178,8	900,0	169,6	1000,0	156,9	1100,0	138,6
6,5	216,7	150,4	325,0	162,8	433,3	158,4	541,7	160,9	650,0	160,7	758,3	151,8	866,7	144,9	975,0	136,9	1083,3	127,3	1191,7	117,2
7	233,3	124,1	350,0	138,9	466,7	127,0	583,3	137,5	700,0	132,9	816,7	126,8	933,3	123,4	1050,0	117,1	1166,7	109,7	1283,3	95,6
7,5	250,0	103,4	375,0	112,0	500,0	110,8	625,0	115,0	750,0	114,1	875,0	108,5	1000,0	103,5	1125,0	99,0	1250,0	88,7	1375,0	78,0
8	266,7	89,2	400,0	98,2	533,3	94,7	666,7	98,5	800,0	98,0	933,3	93,6	1066,7	91,3	1200,0	83,4	1333,3	77,4	1466,7	70,1
8,5	283,3	78,3	425,0	87,0	566,7	80,2	708,3	86,0	850,0	85,3	991,7	82,3	1133,3	76,7	1275,0	73,7	1416,7	67,5	1558,3	56,2
9	300,0	67,7	450,0	73,5	600,0	71,0	750,0	74,0	900,0	74,9	1050,0	70,4	1200,0	69,0	1350,0	64,3	1500,0	55,9	1650,0	50,2
9,5	316,7	58,9	475,0	64,8	633,3	61,1	791,7	64,9	950,0	64,5	1108,3	63,3	1266,7	60,2	1425,0	53,3	1583,3	49,9	1741,7	42,9
10	333,3	52,4	500,0	55,5	666,7	53,8	833,3	56,8	1000,0	58,0	1166,7	55,8	1333,3	51,6	1500,0	49,8	1666,7	43,5	1833,3	36,5
10,5	350,0	44,6	525,0	51,6	700,0	47,4	875,0	49,9	1050,0	51,4	1225,0	49,3	1400,0	48,3	1575,0	42,2	1750,0	37,0	1925,0	32,7
11	366,7	41,3	550,0	43,8	733,3	42,7	916,7	45,2	1100,0	45,7	1283,3	45,3	1466,7	41,9	1650,0	37,5	1833,3	33,6	2016,7	27,9
11,5	383,3	37,3	575,0	39,8	766,7	37,2	958,3	39,5	1150,0	41,0	1341,7	40,3	1533,3	37,4	1725,0	33,7	1916,7	28,9	2108,3	24,5
12	400,0	31,1	600,0	35,3	800,0	33,3	1000,0	34,8	1200,0	36,8	1400,0	35,5	1600,0	33,8	1800,0	29,0	2000,0	25,2	2200,0	21,3

Tabelle 5-13: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei 20%-Teillast

Markierung der Radialkraftharmonischen am Primärtrieb die nahe den Biegeeigenformen in der x-y-Ebene sind:

		EM150 - Teillast 20%																			
		Drehzahl																			
		2000		3000		4000		5000		6000		7000		8000		9000		10000		11000	
Ordnung		f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ	f	FRZ
		[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]	[Hz]	[N]
0,5		16,7	320,1	25,0	384,2	33,3	384,0	41,7	413,5	50,0	392,2	58,3	377,8	66,7	383,1	75,0	369,5	83,3	358,1	91,7	329,5
1		33,3	468,8	50,0	535,0	66,7	540,8	83,3	576,3	100,0	565,4	116,7	567,9	133,3	595,0	150,0	604,6	166,7	622,7	183,3	631,2
1,5		50,0	346,3	75,0	395,5	100,0	390,5	125,0	404,9	150,0	375,8	175,0	354,2	200,0	349,4	225,0	331,2	250,0	319,0	275,0	296,4
2		66,7	276,6	100,0	255,3	133,3	162,4	166,7	62,8	200,0	97,9	233,3	271,3	266,7	455,6	300,0	677,7	333,3	920,7	366,7	1200,5
2,5		83,3	257,2	125,0	285,4	166,7	280,2	208,3	289,0	250,0	272,6	291,7	258,7	333,3	254,5	375,0	240,0	416,7	228,7	458,3	212,7
3		100,0	191,5	150,0	189,7	200,0	148,0	250,0	110,6	300,0	46,9	350,0	67,8	400,0	148,6	450,0	245,2	500,0	354,2	550,0	480,7
3,5		116,7	176,1	175,0	197,0	233,3	192,3	291,7	196,8	350,0	186,6	408,3	181,0	466,7	180,0	525,0	170,5	583,3	162,5	641,7	148,3
4		133,3	144,0	200,0	155,9	266,7	148,1	333,3	149,8	400,0	137,0	466,7	120,2	533,3	108,8	600,0	93,7	666,7	80,2	733,3	65,3
4,5		150,0	117,0	225,0	129,9	300,0	125,6	375,0	130,2	450,0	120,2	525,0	114,4	600,0	114,0	675,0	110,2	750,0	106,1	825,0	97,1
5		166,7	94,4	250,0	103,8	333,3	101,8	416,7	102,7	500,0	101,3	583,3	98,2	666,7	95,3	750,0	89,6	833,3	83,5	916,7	76,4
5,5		183,3	77,7	275,0	86,4	366,7	81,8	458,3	87,8	550,0	84,2	641,7	78,1	733,3	75,6	825,0	72,8	916,7	69,5	1008,3	63,6
6		200,0	64,6	300,0	71,6	400,0	70,2	500,0	72,3	600,0	68,6	700,0	66,3	800,0	65,1	900,0	61,7	1000,0	57,1	1100,0	50,4
6,5		216,7	54,7	325,0	59,3	433,3	57,7	541,7	58,5	650,0	58,5	758,3	55,2	866,7	52,8	975,0	49,8	1083,3	46,3	1191,7	42,6
7		233,3	45,2	350,0	50,5	466,7	46,2	583,3	50,0	700,0	48,4	816,7	46,2	933,3	44,9	1050,0	42,6	1166,7	39,9	1283,3	34,8
7,5		250,0	37,6	375,0	40,8	500,0	40,3	625,0	41,9	750,0	41,5	875,0	39,5	1000,0	37,7	1125,0	36,0	1250,0	32,3	1375,0	28,4
8		266,7	32,5	400,0	35,8	533,3	34,5	666,7	35,8	800,0	35,7	933,3	34,1	1066,7	33,2	1200,0	30,4	1333,3	28,2	1466,7	25,5
8,5		283,3	28,5	425,0	31,7	566,7	29,2	708,3	31,3	850,0	31,1	991,7	30,0	1133,3	27,9	1275,0	26,8	1416,7	24,6	1558,3	20,5
9		300,0	24,7	450,0	26,8	600,0	25,9	750,0	26,9	900,0	27,2	1050,0	25,6	1200,0	25,1	1350,0	23,4	1500,0	20,3	1650,0	18,3
9,5		316,7	21,4	475,0	23,6	633,3	22,2	791,7	23,6	950,0	23,5	1108,3	23,1	1266,7	21,9	1425,0	19,4	1583,3	18,1	1741,7	15,6
10		333,3	19,1	500,0	20,2	666,7	19,6	833,3	20,7	1000,0	21,1	1166,7	20,3	1333,3	18,8	1500,0	18,1	1666,7	15,8	1833,3	13,3
10,5		350,0	16,2	525,0	18,8	700,0	17,2	875,0	18,2	1050,0	18,7	1225,0	17,9	1400,0	17,6	1575,0	15,3	1750,0	13,5	1925,0	11,9
11		366,7	15,0	550,0	15,9	733,3	15,6	916,7	16,4	1100,0	16,6	1283,3	16,5	1466,7	15,2	1650,0	13,6	1833,3	12,2	2016,7	10,2
11,5		383,3	13,6	575,0	14,5	766,7	13,6	958,3	14,4	1150,0	14,9	1341,7	14,7	1533,3	13,6	1725,0	12,3	1916,7	10,5	2108,3	8,9
12		400,0	11,3	600,0	12,8	800,0	12,1	1000,0	12,7	1200,0	13,4	1400,0	12,9	1600,0	12,3	1800,0	10,6	2000,0	9,2	2200,0	7,8

Tabelle 5-14: Harmonische der Radialkraft am Primärtrieb bei 20%-Teillast

## Abbildungverzeichnis

Abbildung 1-1: Übersicht und Ablauf der Projektphasen .....	2
Abbildung 2-1: Kräfte am Fahrzeug [9].....	3
Abbildung 2-2: Fahrwiderstände von Krafträdern [9] .....	4
Abbildung 2-3: Aus Stützstellen berechnete Drehmomentverläufe für Prototypenmotor und Referenzmotor .....	11
Abbildung 2-4: Fahrzustandsschaubild Prototypenfahrzeug .....	14
Abbildung 2-5: Fahrzustandsschaubild Yamaha FZ-150.....	15
Abbildung 2-6: Kräftesituation für kraftschlussbedingtes Beschleunigungsvermögen [9] .....	16
Abbildung 2-7: Aufhängpunkte für Ermittlung der Schwerpunktklinien .....	17
Abbildung 2-8: Ermittlung des Fahrzeugschwerpunktes .....	17
Abbildung 2-9: Gesamtschwerpunkt für Fahrzeug inklusive Fahrer .....	18
Abbildung 2-10: Kräfte bei Abheben des Vorderrades [9] .....	19
Abbildung 2-11: Berücksichtigte Massenträgheitsmomente bei Beschleunigungsphase .....	21
Abbildung 2-12: Kräfte bei Schaltvorgang .....	22
Abbildung 2-13: Beschleunigungsverhalten für 3.Fall mit Prototypenfahrzeug .....	24
Abbildung 2-14: Beschleunigungsverhalten für 1.Fall mit Prototypenfahrzeug .....	25
Abbildung 2-15: Beschleunigungsverhalten für 1.Fall mit Yamaha FZ-150.....	25
Abbildung 2-16: Beschleunigungsverhalten für 2.Fall mit Prototypenfahrzeug .....	26
Abbildung 2-17: Beschleunigungsverhalten für 2.Fall mit Yamaha FZ-150.....	26
Abbildung 3-1: Kinematik des ungeschränkten Kurbeltriebs [3] .....	29
Abbildung 3-2: Kinematik des geschränkten Kurbeltriebs [10] .....	31
Abbildung 3-3: Massenaufteilung für Kurbeltrieb [3] .....	33
Abbildung 3-4: Kräfte im Kurbeltrieb [3].....	36
Abbildung 3-5: Winkelzuordnung .....	37
Abbildung 3-6: Teilweiser Ausgleich der Massenkraft 1.Ordnung durch Gegengewicht [3] .	38
Abbildung 3-7: Vollständiger Ausgleich der Massenkkräfte 1.Ordnung durch zwei gegenläufige Ausgleichswellen [3] .....	39
Abbildung 3-8: Ausgleich der Massenkkräfte 1.Ordnung mit einer Ausgleichswelle und Kurbelgegengewicht [3] .....	39
Abbildung 3-9: Vollständiger Massenausgleich 1.Ordnung und 2.Ordnung bei Einzylindertriebwerken (Lancaster Ausgleich) [3] .....	40
Abbildung 3-10: Kolbenweg für verschiedene Schränkungsverhältnisse.....	41
Abbildung 3-11: Kolbengeschwindigkeit für verschiedene Schränkungsverhältnisse .....	42
Abbildung 3-12: Vergleich der Kolbenbeschleunigung 1.Ordnung für den ungeschränkten Kurbeltrieb und den geschränkten Kurbeltrieb mit $\mu = 0,4$ .....	44
Abbildung 3-13: Kolbenbeschleunigung für verschiedene Schränkungsverhältnisse .....	44
Abbildung 3-14: Zylinderdrücke des Prototypenmotors aus 1D-CFD Motorprozessrechnung	

bei $n=7000$ U/min und verschiedenen Lastzuständen.....	45
Abbildung 3-15: Kolbenbaugruppe EM-150 .....	46
Abbildung 3-16: Pleuel .....	47
Abbildung 3-17: Kurbelwelle EM-150 .....	48
Abbildung 3-18: Anpassung der Kurbelwangen für 50%-Ausgleich bei den drei Hubraumvarianten mit $125\text{cm}^3$ , $150\text{cm}^3$ und $176\text{cm}^3$ .....	48
Abbildung 3-19: Einfluss des 50%-Ausgleichs an der Kurbelwelle auf die Massenkräfte 1.Ordnung für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit $\mu = 0,2$ ..	49
Abbildung 3-20: Ausgleichwelle EM-150 .....	50
Abbildung 3-21: Bearbeitungsparameter der Ausgleichwelle für Baukastenprinzip.....	50
Abbildung 3-22: Einfluss des 50%-Ausgleichs an der Ausgleichswelle auf die Restkraft 1.Ordnung für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit $\mu = 0,2$ ..	51
Abbildung 3-23: Verbleibende Restkraft 1.Ordnung nach 50%-Ausgleich an der Kurbelwelle und 50%-Ausgleich an der Ausgleichswelle für ungeschränkten Kurbeltrieb und geschränkten Kurbeltrieb mit $\mu = 0,1$ / $\mu = 0,2$ / $\mu = 0,4$ .....	52
Abbildung 3-24: Anordnung der Ausgleichswelle des Prototypen.....	53
Abbildung 3-25: Anordnung der Ausgleichswelle .....	53
Abbildung 3-26: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmoment 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei ungeschränkten Kurbeltrieb ( $\mu = 0$ ) und Variation des Winkels $\delta$ .....	55
Abbildung 3-27: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei $\delta = 90^\circ$ und verschiedenen Schränkungen .....	56
Abbildung 3-28: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei $\delta = 75^\circ$ und verschiedenen Schränkungen .....	56
Abbildung 3-29: Einfluss von Ausgleichswelle auf Massenmomente 1.Ordnung um Kurbelwellenachse bei $\delta = 60^\circ$ und verschiedenen Schränkungen .....	57
Abbildung 3-30: Kolbenkraft für ein Arbeitsspiel bei verschiedenen Schränkungsverhältnissen .....	58
Abbildung 3-31: Normalkraft auf Kolben für ein Arbeitsspiel bei verschiedenen Schränkungsverhältnissen .....	59
Abbildung 3-32: Drehmoment Stützstellen des Prototypen.....	62
Abbildung 3-33: Maximale Kolben- und Tangentialkraft für Spannungsberechnung des Prototypen .....	62
Abbildung 3-34: Drehmoment Stützstellen der Yamaha FZ-150 .....	63
Abbildung 3-35: Maximale Kolben- und Tangentialkraft für die Spannungsberechnung der Yamaha FZ-150.....	63
Abbildung 3-36: FEM - Lagerungsrandbedingungen des Prototypenkurbeltriebs .....	64
Abbildung 3-37: FEM – Kopplungsbedingungen des Prototypenkurbeltriebs.....	65
Abbildung 3-38: FEM - Lastenbedingungen des Prototypenkurbeltriebs .....	66
Abbildung 3-39: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Prototypen bei $13^\circ\text{KW n.O.T}$ ..	67
Abbildung 3-40: von Mises-Spannungen für Kolben des Prototypen bei $13^\circ\text{KW n.O.T}$ .....	68

Abbildung 3-41: von Mises-Spannungen für Kolbenbolzen des Prototypen bei 13°KW n.OT .....	68
Abbildung 3-42: von Mises-Spannungen für Pleuel des Prototypen bei 13°KW n.OT.....	68
Abbildung 3-43: von Mises-Spannungen für Kurbelzapfen des Prototypen bei 13°KW n.OT	68
Abbildung 3-44: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Prototypen bei 23°KW n.OT ..	69
Abbildung 3-45: von Mises-Spannungen für rechte Kurbelwellenhälfte des Prototypen bei 23°KW n.OT .....	70
Abbildung 3-46: von Mises-Spannungen für linke Kurbelwellenhälfte des Prototypen bei 23°KW n.OT .....	70
Abbildung 3-47: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Referenzmotors bei 14°KW n.OT.....	71
Abbildung 3-48: von Mises-Spannungen für Kolben des Referenzmotors bei 14°KW n.OT.	72
Abbildung 3-49: von Mises-Spannungen für Kolbenbolzen des Referenzmotors bei 14°KW n.OT.....	72
Abbildung 3-50: von Mises-Spannungen für Pleuel des Referenzmotors bei 14°KW n.OT...	72
Abbildung 3-51: von Mises-Spannungen für Kurbelzapfen des Referenzmotors bei 14°KW n.OT.....	72
Abbildung 3-52: von Mises-Spannungen für Kurbeltrieb des Referenzmotors bei 25°KW n.OT.....	73
Abbildung 3-53: von Mises-Spannungen für rechte Kurbelwellenhälfte des Referenzmotors bei 25°KW n.OT .....	74
Abbildung 3-54: von Mises-Spannungen für linke Kurbelwellenhälfte des Referenzmotors bei 25°KW n.OT .....	74
Abbildung 3-55: Knickungsbereiche [1].....	77
Abbildung 3-56: Knickfälle nach Einspannung [1] .....	77
Abbildung 3-57: Bedingungen für Knickanalyse.....	78
Abbildung 3-58: 1.Knickfall für EM-150 .....	79
Abbildung 3-59: 2.Knickfall für EM-150 .....	79
Abbildung 3-60: Lagerungsrandbedingungen für Modalanalyse.....	80
Abbildung 3-61: Definition der zusätzlichen Massen und Massenträgheiten für Modalanalyse .....	80
Abbildung 3-62: 1.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 200,09$ Hz .....	81
Abbildung 3-63: 2.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 207,71$ Hz .....	81
Abbildung 3-64: 3.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 247,10$ Hz .....	82
Abbildung 3-65: 4.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 382,69$ Hz .....	82
Abbildung 3-66: 5.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 390,50$ Hz .....	83
Abbildung 3-67: 6.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 863,10$ Hz .....	83
Abbildung 3-68: 7.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 894,20$ Hz .....	84
Abbildung 3-69: 8.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 1032,99$ Hz .....	84
Abbildung 3-70: 9.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 1332,61$ Hz .....	85

Abbildung 3-71: 10.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 1595,28$ Hz .....	85
Abbildung 3-72: 11.Eigenform der Kurbelwelle bei $f = 1863,15$ Hz .....	86
Abbildung 3-73: Modellaufbau für harmonischen Antwortprozess .....	91
Abbildung 3-74: von Mises-Spannungen bei $FT = 1036,8$ N , $f = 250$ Hz .....	92
Abbildung 3-75: von Mises-Spannungen bei $FR = 1377,9$ N , $f = 375$ Hz .....	93
Abbildung 3-76: von Mises-Spannungen bei $FTZ = 1060,0$ N , $f = 375$ Hz .....	93
Abbildung 3-77: Modellaufbau der Ausgleichswelle .....	95
Abbildung 3-78: von Mises-Spannungen der Ausgleichswelle bei 11000 U/min .....	96
Abbildung 4-1: Aufbau des Antriebsstrangs .....	97
Abbildung 4-2: Drehzahlschwankung über ein Arbeitsspiel bei 7000 U/min der Yamaha FZ-150 .....	99
Abbildung 4-3: Geschwindigkeitsverlauf für WMTC-2.1 .....	101
Abbildung 4-4: Lastpunkte aus WMTC-2.1 im Motorkennfeld des Prototyps.....	102
Abbildung 4-5: Ermittlung der Kollektiv-Lastpunkte je Gang .....	103
Abbildung 4-6: Kollektiv-Lastpunkte in Motorkennfeld des Prototyps .....	103
Abbildung 4-7: Miner-Modifizierte- bzw. Miner-Haibach-Wöhlerlinie [11].....	105
Abbildung 4-8: Wöhlerlinie für Grübchenfestigkeit und Zahnfußfestigkeit nach [14] .....	106
Abbildung 4-9: Hauptlagerkraft .....	111
Abbildung 4-10: Ausgleichswellen-Lagerung .....	112
Abbildung 4-11: Getriebe des Prototypenfahrzeuges .....	113
Abbildung 4-12: Kräfte und Abstände im ausgekuppelten Zustand (Leerlauf).....	114
Abbildung 4-13: Kräfte und Abstände im eingekuppelten Zustand .....	114
Abbildung 4-14: Drehmomentcharakteristik der Fliehkraftkupplungen.....	116
Abbildung 4-15: Abmessungen der Kupplungsbeläge.....	118
Abbildung 4-16: Mehrscheiben-Lamellenkupplung des Prototypen .....	120

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1: Fahrwiderstandstabelle in Abhängigkeit der Bezugsmasse [12] .....	5
Tabelle 2-2: Berechnungstabelle für die Ermittlung der Koeffizienten .....	12
Tabelle 2-3: Übersetzungsstufen der Fahrzeuge .....	13
Tabelle 2-4: Gesamtübersetzungen der Fahrzeuge für die einzelnen Gangstufen .....	13
Tabelle 2-5: Maximales Steigvermögen .....	15
Tabelle 2-6: Abmessungen für Gesamtschwerpunkt .....	18
Tabelle 2-7: Massenträgheitsmomente und reduzierte Fahrzeugmassen für 1.Gang von Prototypenfahrzeug .....	21
Tabelle 2-8: Massenträgheitsmomente und reduzierte Fahrzeugmassen für 1.Gang von Yamaha FZ-150.....	21
Tabelle 3-1: Kenndaten der Kolbenbaugruppen für die drei Hubraumvarianten mit 125cm <sup>3</sup> , 150cm <sup>3</sup> und 176cm <sup>3</sup> .....	47
Tabelle 3-2: Kenndaten des verwendeten Pleuels.....	47
Tabelle 3-3: Kenndaten der Kurbelwellenausführungen für die Hubraumvarianten mit 125cm <sup>3</sup> , 150cm <sup>3</sup> und 176cm <sup>3</sup> .....	49
Tabelle 3-4: Bearbeitungsparameter der verschiedenen Ausgleichswellenvarianten .....	50
Tabelle 3-5: Überprüfung des FEM-Modells für EM-150 bei 13°KW n.OT .....	67
Tabelle 3-6: Überprüfung des FEM-Modells für EM-150 bei 23°KW n.OT .....	69
Tabelle 3-7: Überprüfung des FEM-Modells für FZ-150 bei 14°KW n.OT.....	71
Tabelle 3-8: Überprüfung des FEM-Modells für FZ-150 bei 25°KW n.OT.....	73
Tabelle 3-9: Sicherheit der Prototypen-Kurbeltriebbauteile gegen die Streckgrenze.....	75
Tabelle 3-10: Sicherheit der Yamaha-Kurbeltriebbauteile gegen die Streckgrenze .....	75
Tabelle 3-11: Ergebnisse der Kickanalyse .....	79
Tabelle 3-12: Harmonische der Tangentialkraft für WOT.....	90
Tabelle 3-13: Überprüfung des FEM-Modells der Ausgleichswelle .....	96
Tabelle 3-14: Sicherheit gegen die Streckgrenze .....	96
Tabelle 4-1: WMTC-2.1-Lastkollektiv .....	104
Tabelle 4-2: Gegebene Geometriedaten der Ausgleichswellen-Stirnräder .....	107
Tabelle 4-3: Gegebene Geometriedaten der Primärtrieb-Stirnräder .....	107
Tabelle 4-4: Sicherheit gegen Zahnbruch für die untersuchten Getriebe.....	108
Tabelle 4-5: Sicherheit gegen Grübchenbildung für die untersuchten Getriebe .....	108
Tabelle 4-6: Gegebene Geometriedaten der Getriebe-Stirnräder.....	109
Tabelle 4-7: Betriebsdauer der einzelnen Gangstufen bei maximalen Drehmoment.....	109
Tabelle 4-8: Nominelle Lebensdauer der Kurbelwellen-Hauptlager .....	111
Tabelle 4-9: Nominelle Lebensdauer der beiden Ausgleichswellen-Lager .....	112
Tabelle 4-10: Nominelle Lebensdauer der Getriebelager .....	113

Tabelle 4-11: Kennwerte der untersuchten Fliehkraftkupplungen.....	116
Tabelle 4-12: Kennwerte der Kupplungen für die Berechnung der Belag-Flächenpressung	119
Tabelle 4-13: Kennwerte der Kupplungen für die Berechnung des maximal übertragbaren Kupplungsmoments.....	120
Tabelle 5-1: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei Vollast mit Markierung der biegeeigenformnahen Erregerfrequenzen.....	122
Tabelle 5-2: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei Vollast.....	122
Tabelle 5-3: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei Vollast.....	123
Tabelle 5-4: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei Vollast.....	123
Tabelle 5-5: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast mit Markierung der torsionseigenformnahen Erregerfrequenzen .....	124
Tabelle 5-6: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast mit Markierung der biegeeigenformnahen Erregerfrequenzen .....	124
Tabelle 5-7: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei 50%-Teillast.....	125
Tabelle 5-8: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei 50%-Teillast.....	125
Tabelle 5-9: Harmonische der Radialkraft am Primärtrieb bei 50%-Teillast .....	126
Tabelle 5-10: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 20%-Teillast mit Markierung der torsionseigenformnahen Erregerfrequenzen .....	127
Tabelle 5-11: Harmonische der Tangentialkraft am Kurbelzapfen bei 20%-Teillast mit Markierung der biegeeigenformnahen Erregerfrequenzen .....	127
Tabelle 5-12: Harmonische der Radialkraft am Kurbelzapfen bei 20%-Teillast.....	128
Tabelle 5-13: Harmonische der Tangentialkraft am Primärtrieb bei 20%-Teillast.....	128
Tabelle 5-14: Harmonische der Radialkraft am Primärtrieb bei 20%-Teillast .....	129

## Literatur

- [1] Böge, A.: Technische Mechanik. 27.Auflage, Vieweg Verlag, ISBN-10 3-8348-0115-1, 2006
- [2] ECE/TRANS/180/Add.2, Global technical regulation No.2, Measurement procedure for two-wheeled motorcycles equipped with a positive or compression ignition engine with regard to the emission of gaseous pollutants, CO<sub>2</sub> emissions and fuel consumption, Established in the Global Registry on 22 June 2005
- [3] Eichlseder, H.: Kolbenmaschinen. Vorlesungsskriptum, Technische Universität Graz, 2008
- [4] Hoerbiger Antriebstechnik GmbH: Hoerbiger Lamellenhandbuch. A5K113D37EAC00D
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Reibungskoeffizient>
- [6] <https://www2.unece.org/wiki/display/trans/WMTC+documents+and+files>
- [7] Klepzig, W.: Catia V5-FEM-Simulation. Vorlesungsskriptum, Westsächsische Hochschule Zwickau, 2011
- [8] Künne, B.: Köhler/Rögnitz Maschinenelemente 2. 10.Auflage, Vieweg Teubner Verlag, ISBN 978-3-8351-0092-3, 2008
- [9] Laimböck, F.: Zweiradtechnik. Vorlesungsskriptum, Technische Universität Graz, 1998
- [10] Maass, H.; Klier, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine. Band 2, Springer Verlag Wien New York, ISBN 3-211-81677-1, 1981
- [11] Naunheimer, H.; Bertsche, B.; Lechner, G.: Fahrzeuggetriebe. 2.Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 3-540-57423-9, 2007
- [12] Richtlinie 97/24/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 17.Juni 1997 über bestimmte Bauteile und Merkmale von zweirädrigen oder dreirädrigen Kraftfahrzeugen
- [13] Schaeffler KG.: INA FAG Wälzlager HR1. 1.veränderter Nachdruck,September 2006
- [14] Schlecht, B.: Maschinenelemente. Band 2, Pearson Studium, ISBN 978-3-8273-7146-1, 2011
- [15] Stoffregen, J.: Motorradtechnik. 6.Auflage, Vieweg Verlag, ISBN-10 3-8348-0104-6, 2006

- 
- [16] Tromayer, J.: Motorprozessrechnung, Antriebsstrangauslegung und Kurbeltriebsdimensionierung an einem über das Kurbelgehäuse aufgeladenen Viertaktmotor mit Triebsatzschwinge. Diplomarbeit, Technische Universität Graz, 2005
- [17] Van Basshuysen, R.; Schäfer, F.: Handbuch Verbrennungsmotor. 2.Auflage, Vieweg Verlag, ISBN 3-528-13933-1, 2002