



Dipl.-Ing. (FH) Robert Szlosarek

**Experimentelle und numerische Untersuchungen zur
mechanischen Festigkeit von Fließformschraubverbindungen
zwischen Faser-Kunststoff-Verbunden und Aluminium**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hermann Steffan

Institut für Fahrzeugsicherheit

Zweitbetreuer

Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier

Graz, Februar 2015

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

AFFIDAVIT

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Dissertation identisch.

I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present doctoral dissertation.

Datum / Date

Unterschrift / Signature

Vorwort

Die Erstellung der gegenständlichen Dissertation in dem Zeitraum von 2011 - 2015 empfand ich als ein anstrengendes aber auch sehr schönes Unterfangen. Aus diesem Grund liegt es mir besonders am Herzen mich an dieser Stelle bei den beteiligten Personen und Projektpartnern zu bedanken.

Die Möglichkeit zur Dissertation wurde mir vom „Kompetenzzentrum - Das virtuelle Fahrzeug, Forschungsgesellschaft mbH (ViF)“ in dem Forschungsprojekt „Modellierungsmethoden für Versagen und Festigkeit Verbindungstechnik - Materialmix Aluminium/Faserverbundkunststoff“ gegeben. Dieses wurde durch das „COMET-K2-Forschungsförderungsprogramm“ des Österreichischen Bundesministeriums für Verkehr, Innovation und Technologie (BMVIT), des Österreichischen Bundesministeriums für Wirtschaft, Familie und Jugend (BWFJ), der Österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft mbH (FFG), des Landes Steiermark sowie der Steirischen Wirtschaftsförderung (SFG) gefördert, wofür ich mich bedanken möchte. Bei den unterstützenden Firmen und Projektpartnern Audi AG, ESI GmbH, Institut für Werkstoffkunde und Schweißtechnik der TU Graz und dem Fachgebiet Konstruktiver Leichtbau und Bauweisen der TU Darmstadt möchte ich mich ebenso für die gute Zusammenarbeit sowie das entgegengebrachte Vertrauen bedanken.

Für die Übernahme der Betreuung gilt mein Dank Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hermann Steffan. Bei Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier möchte ich mich herzlichst für die Unterstützung im Rahmen der Zweitbetreuung bedanken. Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. mont. Thomas Antretter möchte ich ebenso für die sehr hilfreichen und wertvollen Anmerkungen zu dieser Arbeit meinen Dank aussprechen.

Für die sehr befruchtenden Diskussionen innerhalb des Forschungsprojektes, welche zu einer Vielzahl an neuen Impulsen für die Arbeit geführt haben, gilt mein Dank an Assoc.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Norbert Enzinger, Dr.-Ing. Ulrich Knaust, Dr.-Ing. Clemens Hahne, Prof. Dr.-Ing. Helmut Schürmann, Dipl.-Ing. Nils Meyer und Dipl.-Ing.(FH) André Berger. Für die gute Zusammenarbeit bei den experimentellen Untersuchungen danke ich BSc Patrick Mayrhofer, Dipl.-Ing. Daniel Prodingler, Ing. Kurt Kerschbaumer sowie Ing. Herbert Penker. Bei meiner Kollegin Dipl.-Math. Dr. Bettina Suhr möchte ich mich für die Unterstützung bei der Erarbeitung der Ersatzmodellierung bedanken ebenso wie bei meinen Kollegen BSc Wolfgang Wagner und Dipl.-Ing. Thomas Steidl.

Die konstruktive und lockere Büroatmosphäre während der Dissertationszeit verdanke ich meinen Kollegen Dipl.-Ing. Christian Kurzböck und Dipl.-Ing. Roman Pawel Jedrzejczyk. MSc Franziska Bombis, BSc Julia Vega, Dipl.-Ing. Clemens Rohne, Dipl.-Ing. Christoph Gradwohl und MSc Marin Minarič gilt mein Dank für die geleistete Unterstützung im Rahmen Ihrer Abschlussarbeiten.

Meinen Kollegen und Freunden Dipl.-Ing. Dr.techn. Christian Nussbaumer, Dipl.-Ing. Dr.mont. Gernot Trattnig, Dipl.-Ing. Gerald Trummer sowie Dipl.-Ing. Alexander Meierhofer danke für die schönen gemeinsamen Berg- und Radtouren, welche mir oft wieder neue Motivation für diese Arbeit gegeben haben.

In besonderer Weise möchte ich an dieser Stelle Dipl.-Ing. Dr.mont. Thomas Karall hervorheben, welcher mich während der gesamten Dissertationszeit fachlich und moralisch enorm unterstützt und entscheidend zu dem Gelingen des Dissertationsvorhabens beigetragen hat. Dafür möchte ich meinen tiefsten Dank aussprechen!

Dieser gilt im höchsten Maße auch meinen Eltern und meiner Schwester mit Ihrer Familie, welche mich während meiner Ausbildung immer unterstützten und motivierten.

Graz, im Februar 2015

Kurzfassung

Eine Reduzierung der Fahrzeugmasse stellt einen Schwerpunkt in der Automobilentwicklung dar. Zu diesem Zweck werden vermehrt Strukturen aus verschiedenen Werkstoffen in einer Multimaterialbauweise eingesetzt. Dies bedingt auch den Einsatz neuartiger Verbindungstechniken. Für eine effiziente Bauteilentwicklung besteht die Herausforderung darin schon vor der experimentellen Bauteilerprobung das Kraftübertragungsverhalten der Verbindungselemente in der Simulation abzubilden. Die mechanische Festigkeit in Form der Maximalkraft ist in dieser Hinsicht der wichtigste Kennwert.

In dieser Arbeit wird eine methodische Vorgehensweise gezeigt, die es ermöglicht, das lastwinkelabhängige Kraftübertragungsverhalten experimentell und mittels einer Detailsimulation zu ermitteln. Des Weiteren wird eine Ersatzmodellierung beschrieben, die eine Bauteilauslegung basierend auf dem ermittelten Kraftübertragungsverhalten ermöglicht.

Die Vorgehensweise wird am Beispiel einer Fließformschraubverbindung zwischen kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff und Aluminium gezeigt. Für die experimentellen Untersuchungen wurden bestehende Versuchskonzepte hinsichtlich der spezifischen Eigenschaften der Verbindung weiterentwickelt und die charakteristischen Versagensformen der betrachteten Verbindung ermittelt.

Im Zuge der Beschreibung der Detailsimulation wird als wesentlicher Schwerpunkt der Arbeit die Entwicklung eines benutzerdefinierten Materialmodells für unidirektional verstärkte Faser-Kunststoff-Verbunde vorgestellt. Dieses ermöglicht eine Schädigungs- und Versagensanalyse mittels Volumenelementen, basierend auf aktuellen Festigkeitskriterien und Degradationsmodellen, welche teilweise für den dreidimensionalen Spannungsraum erweitert wurden.

Die gewonnenen Erkenntnisse der Versuche und der Detailsimulation wurden für die Erarbeitung einer Ersatzmodellierung verwendet, welche die charakteristischen Versagensformen der Verbindung abbildet und somit eine Modellierung der Verbindung in der Bauteilberechnung ermöglicht.

Aufgrund der erfolgreichen Validierung der Detailsimulation und der Ersatzmodellierung können die erarbeiteten Versuchsmethoden und Modellierungsansätze ebenso auf weitere mechanische Verbindungstechniken zwischen Faser-Kunststoff-Verbunden und Metallen übertragen werden.

Abstract

A reduction of the vehicle mass is one focus in the automotive development. For this reason structures of different materials are increasingly used in a multi-material design. This requires the use of new joining techniques. For an efficient simulation based component development it is necessary to model the force transmission behaviour of the joints before a physical test of the component is done. The mechanical strength represented by the maximum force is the most important parameter in this respect.

In this thesis, a methodological approach is shown which enables the determination of the force transmission behaviour in dependency of the traction angle by testing and by a detailed simulation. Furthermore, an analogous model is described that allows a component design based on the determined force transmission behaviour.

The procedure is explained by the example of a flow drill screw joint between carbon fibre-reinforced plastic and aluminium. Existing testing methods have been extended with regard to the specific properties of the joint. A determination of the characteristic failure modes was done for this type of joint.

The development of a user-defined material model for unidirectional fibre-reinforced plastics will be explained within the description of the detailed simulation. The user-defined material model enables a damage and failure analysis by using volume elements, based on current strength criteria and damage models, which were partially extended to the three-dimensional stress space.

The findings of the experiments and the detailed simulation were used for the development of an analogous model. The analogous model reflects the characteristic failure modes of the joint, which allows the application of the analogous model for the component design.

Due to the successful validation of the detailed simulation and the analogous model it is possible to apply the developed experimental methods and modelling approaches to other mechanical joints between fibre-reinforced plastics and metals.

Inhalt

Abkürzungsverzeichnis	10
Symbolverzeichnis	11
1. Einleitung und Ziel der Arbeit	15
1.1. Ziele der Arbeit	16
1.2. Aufbau der Arbeit	17
2. Stand der Technik	19
2.1. Fügeprozess	19
2.2. Prüfkonzepte für Verbindungstechniken	20
2.3. Detailsimulation von mechanischen Verbindungselementen FKV - Aluminium	21
2.4. Ersatzmodellierung für die angewandte Simulation	22
2.5. Zusammenfassung des Standes der Technik	23
3. Mechanische Grundlagen der Faser-Kunststoff-Verbunde	25
3.1. Elastisches Verhalten	25
3.2. Versagensmechanismen	27
3.3. Versagenskriterien für Faser- und Zwischenfaserbruch	28
3.3.1. Faserbruchkriterium	29
3.3.2. Zwischenfaserbruchkriterium	30
3.3.2.1. <i>Coulomb, Mohr</i> -Theorie	30
3.3.2.2. <i>Pucksche</i> Zwischenfaserbruchkriterien	32
3.4. Schädigungsmodelle für Faser- und Zwischenfaserbruch	39
3.4.1. Schädigungsmodellierung infolge Faserbruch	39
3.4.2. Schädigungsmodellierung infolge Zwischenfaserbruch	40
3.5. Festigkeitskriterium und Schädigungsmodell für die Delamination	44
4. Experimentelle Prüfung der mechanischen Festigkeit	47
4.1. Probekörper	47
4.2. Versuchseinrichtung	49
4.3. Versuchsauswertung	50
4.4. Versuchsergebnisse	52
4.4.1. Bestimmung der charakteristischen Versagensmoden	53
4.4.1.1. Kopfzugversagen	53

4.4.1.2. Scherzugversagen	55
4.4.2. Festigkeit unter variierenden Lasteinleitungswinkeln	57
4.4.3. Untersuchung des Einflusses des Lasteinleitungswinkels auf die Maximalkraft mit einem zwölf-schichtigen Laminat und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm	61
4.5. Diskussion der Versuchsergebnisse	63
5. Sonderversuche zum Kopfzugversagen	65
5.1. Versuchsaufbau	65
5.2. Versuchsergebnisse	67
5.3. Diskussion der Versuchsergebnisse	70
6. Detailsimulation	71
6.1. Geometriemodellierung und Lagerungsbedingungen	71
6.2. Materialmodell unidirektionaler Faser-Kunststoff-Verbund	74
6.2.1. Modellierung des elastischen Verhaltens	76
6.2.2. Versagenskriterien	78
6.2.2.1. Faserbruchkriterium	78
6.2.2.2. <i>Pucksche</i> Zwischenfaserbruchkriterien	79
6.2.2.3. Bruchwinkelsuche mittels des gedämpften <i>Newton-</i> Verfahrens	79
6.2.3. Degradationsmodellierung	88
6.2.3.1. Faserbruch	89
6.2.3.2. Faserbruch aufgrund einer Zugbelastung	89
6.2.3.3. Faserbruch aufgrund einer Druckbelastung	91
6.2.3.4. Zwischenfaserbruch	93
6.2.4. Anpassung Querkontraktionszahlen	99
6.2.5. Wechsel Zug-/Druckbelastung	99
6.2.6. Kriterien für das Löschen von Elementen	102
6.2.7. Ablaufdiagramm der Materialroutine	103
6.3. Validierung anhand von Versuchsdaten aus der Literatur	105
6.4. Berechnungsablauf der Detailsimulation	106
6.5. Validierung der Randbedingungen	107
6.6. Validierung anhand der KS2-Versuche	110
6.6.1. Validierung Kopfzugversuch	110
6.6.2. Validierung Lasteinleitungswinkel 45°	112
6.6.3. Validierung Scherzugversuch	114
6.6.4. Validierung der Maximalkräfte unter variierenden Lasteinleitungs- winkel	115
6.6.5. Validierung der Maximalkräfte anhand der zwölf-schichtigen Lamina- te und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm	116

6.7. Validierung anhand der Sonderversuche zum Kopfzugversagen	118
6.8. Parameterstudien	120
6.8.1. Einfluss des Schraubenkopfdurchmessers auf die Maximalkraft im Kopfzugversuch	120
6.8.2. Einfluss der Positionstoleranzen der Schraube auf die Maximalkraft im Kopfzugversuch	122
6.8.3. Einfluss der Vorspannung auf den Verlauf der Kraft-Verschiebungs- Kurve im Kopf- und Scherzugversuch	123
6.9. Zusammenfassung der Detailsimulation	124
7. Ersatzmodellierung	127
7.1. Modellbeschreibung	127
7.2. Versagensmodellierung mittels benutzerdefiniertem Versagenskriterium . .	131
7.2.1. Kopfzugdominiertes Versagen	132
7.2.2. Scherzugdominiertes Versagen	132
7.3. Validierung mittels Versuchsdaten	133
7.4. Versagensmodellierung von Flanschverbindungen	136
7.5. Zusammenfassung der Ersatzmodellierung	139
8. Zusammenfassung	141
A. Anhang	144
B. Anhang	145
Rechtliche Hinweise	149
Literaturverzeichnis	150
Abbildungsverzeichnis	155
Tabellenverzeichnis	160

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Beschreibung
AMD	Advanced Micro Device
BMVIT	Österr. Bundesministerium für Verkehr, Innovation und Technologie
BMWFJ	Österr. Bundesministerium für Wirtschaft, Familie und Jugend
CFK	kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
CPU	Central Processing Unit
DMS	Dehnungsmessstreifen
Fb	Faserbruch
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFG	Österr. Forschungsförderungsgesellschaft mbH
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
GFK	glasfaserverstärkter Kunststoff
KS2-Probe	Kopf-Scherzugprobe 2. Generation
LWF	Laboratorium für Werkstoff- und Fügetechnik
SRGSS	Selective Range Golden Section Search
SFG	Steirische Wirtschaftsförderung
UD	unidirektional
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
ViF	Kompetenzzentrum - Das virtuelle Fahrzeug, Forschungsgesellschaft mbH
WWFE	World-Wide Failure Exercise
Zfb	Zwischenfaserbruch

Symbolverzeichnis

Lateinische Kleinbuchstaben

Symbol	Beschreibung
a	Exponent zur numerischen Beschreibung der Nichtlinearität in Faserrichtung
c	Quotient aus Zwischenfaser- und Faserbruchanstrengung
d	Schädigungsvariable Delaminationsmodell
d	Verschiebung Schraubenkopf
e	Abstand zwischen Fließformschraube und Rand der Versuchsprobe
e_{krit}	kritischer Abstand zwischen Fließformschraube und Rand der Versuchsprobe
f_E	Anstrengung
$f_{E,Fb}$	Faserbruchanstrengung
$f_{E,Zfb}$	Zwischenfaserbruchanstrengung
$f_{Res,Zfb}$	Reservefaktor für Zwischenfaserbruch
$f_{E,BF}$	Anstrengung des Balken-Feder-Elementes
f_{di}	Kraft-Verschiebungs-Funktion des Balken-Feder-Elementes in Richtung i
f_{rj}	Moment-Verdrehungs-Funktion des Balken-Feder-Elementes um die Achse j
k	Sekantensteigung der Spannungs-Separations-Kurve
k	Iterationsschritt im <i>Newton</i> -Verfahren
l	Länge des Balken-Feder-Elementes
m	Krümmung im Bereich des faserparallelen Einflusses
n	Zählvariable
n	Wichtungsfaktor im Degradationsmodell von <i>Deuschle</i>
p	Neigungsparameter
p_n	Normaldruck
s	Schwellwert für die Berücksichtigung des faserparallelen Einflusses
t	Laminatdicke
u_{ni}	Verschiebung des Balken-Feder-Elementes am Knoten n in Richtung i
v	Verschiebung Probekörper
w_{max}	Grenzwert des vertikalen Abstandes in der Ersatzmodellierung

Lateinische Großbuchstaben

Symbol	Beschreibung
\underline{C}	Elastizitätsmatrix
C	Kohäsivfestigkeit
E_i	Elastizitätsmodul in Richtung i
$E_{i,i}$	initialer Elastizitätsmodul in Richtung i
$E_{i,s}$	Sekantenmodul in Richtung i
E_i^{orig}	initialer Elastizitätsmodul in Richtung i im Degradationsmodell von <i>Deuschle</i>
E_i^{red}	Sekantenmodul in Richtung i im Degradationsmodell von <i>Deuschle</i>
F_{ni}	Kraft am Knoten n des Balken-Feder-Elementes in Richtung i
$F_{k,lin}$	lineare Kontaktkraft
$F_{k,nl}$	nichtlineare Kontaktkraft
G	Energiefreisetzungsrate
G_C	kritische Energiefreisetzungsrate
G_{ij}	Schubmodul in der Ebene i, j
$G_{ij,i}$	initialer Schubmodul in der Ebene i, j
$G_{ij,s}$	Sekantenmodul in der Ebene i, j
G_{ij}^{orig}	initialer Schubmodul in der Ebene i, j im Degradationsmodell von <i>Deuschle</i>
G_{ij}^{red}	Sekantenmodul in der Ebene i, j im Degradationsmodell von <i>Deuschle</i>
M_{nj}	Moment um die Achse j am Knoten n des Balken-Feder-Elementes
\underline{Q}	Nachgiebigkeitsmatrix
R	Festigkeit
T	Zeit
T	virtuelle Schubspannung
\underline{T}	Transformationsmatrix

Griechische Kleinbuchstaben

Symbol	Beschreibung
γ_{ij}	Scherwinkel in der Ebene i, j
δ	Kontaktdurchdringung
δ	Separation
$\underline{\epsilon}$	Verzerrungstensor
$\underline{\dot{\epsilon}}$	Verzerrungsratentensor
ϵ_i	Dehnung in Richtung i
η_G	Koeffizient zur Modifikation der Schubmoduli
$\eta_{G,r}$	Restwert des Koeffizient zur Modifikation der Schubmoduli
η_E	Koeffizient zur Modifikation der Elastizitätsmoduli
$\eta_{E,r}$	Restwert des Koeffizient zur Modifikation der Elastizitätsmoduli
η_{w1}	Skalierungsquotient für die Berücksichtigung des faserparallelen Einflusses
θ	Wirkebenenwinkel
θ_{br}	Bruchwinkel
θ_{md}	Winkel mit dem größten Einfluss auf die jeweilige Ingenieurskonstante
$\underline{\sigma}$	Spannungstensor
λ	Dämpfungsfaktor beim gedämpften <i>Newton</i> -Verfahren
μ	Reibungskoeffizient
μ	Schwellwert für die Bruchwinkelsuche
ν	Querkontraktionszahl
$\underline{\sigma}$	Spannungstensor
σ_i	Spannung in Richtung i
$\tau_{i,j}$	Schubspannung in der Ebene i, j
ψ	Winkel zwischen τ_{nt} und τ_{n1}
ω	Abminderungsfaktoren der Elastizitätsmatrix in Steifigkeitsform

Griechische Großbuchstaben

Symbol	Beschreibung
Δ	Differenz
$\Omega_{n,j}$	Rotationswinkel im lokalen Koordinatensystem des Balken-Feder-Elementes am Knoten n um die Achse j

Koordinatensysteme

System	Beschreibung
1, 2, 3	Materialkoordinatensystem in der unidirektionalen Schicht
1, n , t	Wirkebenensystem in der unidirektionalen Schicht
r , s , t	lokales Koordinatensystem des Balken-Feder-Elementes
x , y , z	globales Koordinatensystem

Symbole

Symbol	Beschreibung
(+)	Zug
(-)	Druck
\perp	orthogonal zur Faserrichtung
\parallel	parallel zur Faserrichtung

1. Einleitung und Ziel der Arbeit

In der Transportindustrie stellt die technische Forderung nach einer möglichst geringen Fahrzeugmasse ein wesentliches Entwicklungsziel dar. In der Luftfahrtindustrie und bei Massenbeförderungsmitteln wird eine Verminderung der Fahrzeugmasse mit dem Ziel, eine erhöhte Nutzlast bei gleicher Antriebsleistung befördern zu können, angestrebt. Im automobilen Fahrzeugbau stellt die Erhöhung der Nutzlast nur einen Teilaspekt dar. Der automobiler Leichtbau wird hauptsächlich durch nationale und internationale gesetzliche Forderungen an eine Reduzierung der Abgasemissionen und des Treibstoffverbrauchs motiviert, was auch den Kundenanforderungen entspricht.

Je nach Käufersegment und Einsatzgebiet des Fahrzeuges werden dafür unterschiedliche Ansätze verfolgt. Eine Möglichkeit besteht in dem Einsatz von Stählen mit erhöhter Festigkeit, die es ermöglichen, bei einer gleichbleibenden Crashesicherheit die Blechdicke zu reduzieren. Neben dem Einsatz von verschiedenen Stahlsorten kann auch durch den Einsatz von Aluminium in vielen Fällen eine deutliche Massenreduktion erreicht werden, wobei der geringere Elastizitätsmodul und die verminderte Festigkeit sowie die eingeschränkten Verbindungstechnologien an Stahlbauteile berücksichtigt werden müssen.

Als weitere Leichtbauwerkstoffe eignen sich auch Faser-Kunststoff-Verbunde (FKV). Insbesondere endlosfaserverstärkte Kunststoffe ermöglichen aufgrund der ca. 35 % geringeren Dichte gegenüber Aluminium und ca. 65 % geringeren Dichte gegenüber Stahl eine Massenreduzierung von Strukturbauteilen bei gleichbleibenden bzw. höheren Steifigkeiten und Festigkeiten. Diese können durch eine gezielte Schichtung der unidirektionalen Einzellagen erreicht werden, was enorme Freiheiten aber auch Entwicklungsaufwand in der Bauteilauslegung zur Folge hat. In der Automobilindustrie werden für Strukturbauteile bevorzugt kohlenstofffaserverstärkte Epoxidharze verwendet. Diese gehören zu der Gruppe der Duroplaste und sind aufgrund der unlöslichen Vernetzung nicht schmelzbar. Ein Fügen mittels Schweißen ist demnach nicht möglich [1]. Alternative mechanische Fügeverfahren wie Nieten oder Clinchen sind prinzipiell anwendbar, aber nicht ideal. Für die Verbindung von kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff (CFK) und Aluminium wird daher angestrebt, das Fließformschrauben einzusetzen.

Ein Einsatz dieser Verbindungstechnik kann aber nur erfolgen, falls die mechanischen Eigenschaften bekannt sind und zudem auch in der numerischen Berechnung mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) abbildbar sind. Daraus ergibt sich die Motivation dieser Arbeit, die es zum Ziel hat, zum einen experimentelle Methoden zur Charakterisierung

zu erarbeiten, und zum anderen eine Abbildung der Verbindung in der FEM mittels eines Detailmodells und einer Ersatzmodellierung aufzubauen.

1.1. Ziele der Arbeit

Abbildung 1.1 zeigt schematisch die Vorgehensweise bei der Anwendung neuartiger Verbindungselemente. Die Neuartigkeit kann dabei aus einer neuen Verbindungstechnik oder einer neuen Werkstoffkombination bestehen. Um die Verbindung hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften zu charakterisieren, ist es notwendig, die Kraft-Verschiebungs-Kurven und Grenzwerte wie Maximalkräfte oder kritische Randabstände als charakteristische Kennwerte zu ermitteln. Dies kann zum einen auf der Basis experimenteller Untersuchungen durchgeführt werden oder auf Basis einer Detailsimulation. Die Detailsimulation kann zudem als Entwicklungswerkzeug für die Auslegung der Verbindung genutzt werden, sodass keine experimentellen Untersuchungen durchgeführt werden müssen.

Wenn die charakteristischen Kennwerte bekannt sind, können diese für die Bauteilentwicklung verwendet werden. Dabei ist es notwendig, eine Ersatzmodellierung zu erarbeiten, die mittels dieser Kennwerte eine Bauteilentwicklung ermöglicht. Für die Ersatzmodellierung ist es nicht erforderlich, die einzelnen Versagensmechanismen detailliert zu beschreiben. Die Anforderung besteht vielmehr darin, das Kraft-Verschiebungs-Verhalten und die Festigkeit möglichst korrekt abzubilden.

Die charakteristischen Kennwerte der Verbindung stellen somit den zentralen Punkt in der Entwicklung dar. Zum einen können diese für die Auslegung der Verbindung verwendet werden, indem durch eine Parametervariation eine Optimierung durchgeführt wird. Zum anderen stellen diese die Ausgangsbasis für die Bauteilentwicklung dar, bei der mittels der charakteristischen Kennwerte eine Optimierung des Bauteils erfolgt.

Das Ziel dieser Arbeit ist es demnach, die charakteristischen Kennwerte experimentell und mittels einer Detailsimulation zu bestimmen und anschließend eine Ersatzmodellierung zu erarbeiten, welche mit diesen Kennwerten als Eingangsgrößen eine Bauteilauslegung ermöglicht. Diese Entwicklungsmethodik wird beispielhaft an einer Fließformschraubverbindung zwischen CFK und Aluminium erarbeitet.

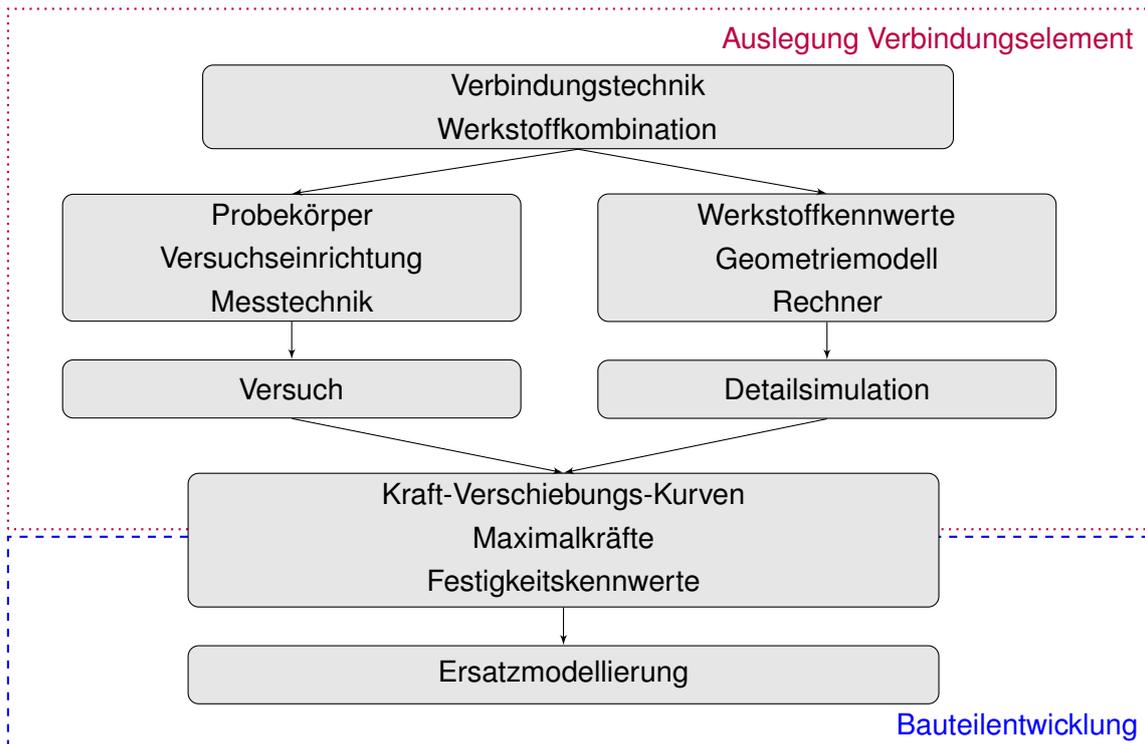


Abb. 1.1.: Vorgehensweise für die Auslegung von Verbindungselementen und die Anwendung bei der Bauteilentwicklung

1.2. Aufbau der Arbeit

Aus den beschriebenen Zielen ergibt sich der Aufbau dieser Arbeit. Im **zweiten Kapitel** wird einführend der Fügeprozess des Fließformschraubens als Basis für alle weiteren Untersuchungen zu dem bereits gefügten Verbindungselement beschrieben. Des Weiteren wird der aktuelle Stand der Technik hinsichtlich bestehender Prüfkonzepte, Methoden für die Detailsimulation und Ansätze für die Ersatzmodellierung dargelegt.

Da bei der betrachteten Fließformschraubverbindung das Versagen des CFK bestimmend für das Versagen der gesamten Verbindung ist, werden im **dritten Kapitel** die mechanischen Grundlagen von FKV beschrieben. Der Fokus liegt dabei auf der Beschreibung der Versagensmechanismen und der dazugehörigen Festigkeitskriterien und Schädigungsmodelle.

Eine Erläuterung der Versuchsmethodik sowie der eingesetzten Messmethoden ist im **vierten Kapitel** zu finden. In diesem werden auch die Versuchsergebnisse und die daraus abgeleiteten Erkenntnisse diskutiert.

Aufgrund der speziellen Versagensform der Verbindung im Kopfzugversuch wurden weiterführende Versuche durchgeführt. Ziel dieser Untersuchungen war es, den Versagens-

mechanismus im Kopfbzugversuch detailliert zu beschreiben, was im **fünften Kapitel** dargelegt ist.

Das **sechste Kapitel** beinhaltet eine Beschreibung der Vorgehensweise zur Erstellung des Detailmodells. Dabei wird ausführlich auf die Materialmodellierung des FKV mittels einer benutzerdefinierten Materialroutine eingegangen. Die entwickelten Methoden zur Verminderung der Berechnungszeit als auch zur Schädigungsmodellierung sind ebenso beschrieben, wie die ausführliche Validierung mittels der experimentellen Versuchsdaten.

Die Verwertung der ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kurven und Grenzwerte für die Ersatzmodellierung ist im **siebten Kapitel** erläutert. In diesem wird zum einen die Abbildung der Kraft-Verschiebungs-Kurve beschrieben, und zum anderen werden Versagenskriterien für ein Kopfbzug-, Scherzug- und ein Scherbruchversagen vorgestellt. Damit wird die Methode im Bauteilentwicklungsprozess einsetzbar.

Abschließend erfolgt im **achten Kapitel** eine Zusammenfassung der Arbeit.

2. Stand der Technik

Dieses Kapitel fasst den Stand der Erkenntnisse in den drei Teilgebieten der Versuchsmethodik, der Detailsimulation und der Ersatzmodellierung zusammen. Aufgrund der Neuartigkeit der Füge­technik haben sich bisherige Arbeiten ausschließlich mit Fließ­form­schraubverbindungen metallischer Werkstoffe befasst. Die dabei entwickelten Versuchsmethodiken dienen als Basis für die Festigkeitsuntersuchungen. Für die Detailsimulation kann auf die numerischen Untersuchungen zu Bolzenverbindungen zwischen CFK und metallischen Werkstoffen aus dem Bereich der Luftfahrt aufgebaut werden. Die Ersatzmodellierung für Schweißpunkte und Fließ­form­schraubverbindungen metallischer Werkstoffe dient bei der Ersatzmodellierung als Ausgangsbasis.

Da der Fügeprozess bei Fließ­form­schraubverbindungen eine zentrale Rolle einnimmt, soll dieser einführend beschrieben werden. Aus dem Verständnis des Fügeprozesses lassen sich viele Erkenntnisse für die anschließenden experimentellen und numerischen Untersuchungen gewinnen.

2.1. Fügeprozess

Bedingt durch den verstärkten Einsatz von Mischbauweisen zwischen FKV und metallischen Werkstoffen besteht ein Bedarf an geeigneten Füge­techniken, welche zum einen die Anforderungen des automobilen Herstellungsprozesses erfüllen und zum anderen an die Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe angepasst sind. Der Herstellungsprozess erfordert geringe Taktzeiten bei einem minimalen Aufwand für die Vorbereitung der Fügepartner und für die Fixierung in Form von Gegenhaltern oder ähnlichen Einrichtungen. Bei der Verbindung von CFK und Aluminium muss sichergestellt sein, dass die thermische Belastung des CFK und somit des Epoxidharzes unter der Temperaturbeständigkeit von ca. 200 °C liegt [2]. Diese Anforderungen werden von der Verbindungstechnik des Fließ­form­schraubens in einem hohen Maß erfüllt [3]. Die besondere Eignung ergibt sich aus der nur einseitig benötigten Zugänglichkeit, sodass auf einen Gegenhalter verzichtet werden kann, und aus dem relativ geringen Aufwand für die Vorbereitung der Fügepartner.

Der Fügeprozess ist in Abbildung 2.1 dargestellt, basierend auf den Beschreibungen in [4] und [5]. Das Aluminium fungiert dabei als Einschraub- und das CFK als Klemmteil. Bei

der dargestellten Variante, welche auch für die experimentellen Untersuchungen innerhalb der vorliegenden Arbeit betrachtet wird, ist das CFK vorgebohrt. Prinzipiell besteht auch die Möglichkeit das Verfahren ohne die Vorbohrung durchzuführen.

Wie in [4] und [5] beschrieben, wird im ersten Schritt (1) die Fließformschraube mit einem definierten Drehmoment und einer definierten Drehzahl auf das Aluminium gepresst, wodurch dieses lokal erwärmt wird. Diese lokale Erwärmung begünstigt ein Fließen des Aluminiums, wie im Schritt (2) dargestellt. Dabei fließt der Werkstoff einmal entgegen der Einschraubrichtung und bildet einen Materialwulst und einmal in Vorschubrichtung, so dass die Schraubenspitze den Werkstoff durchdringen kann, Schritt (3). Mit zunehmender Eindringtiefe steigt der Schraubendurchmesser immer weiter an, bis im Schritt (4) die Gewindeformung einsetzt. Bei dieser nimmt die Höhe der Gewindeflanken mit zunehmender Schaftlänge immer weiter zu, bis im Schritt (5) das Gewinde vollständig ausgeformt ist. Der Einschraubprozess wird im Schritt (6) durch ein Anziehen der Schraube mit einem definierten Drehmoment abgeschlossen.

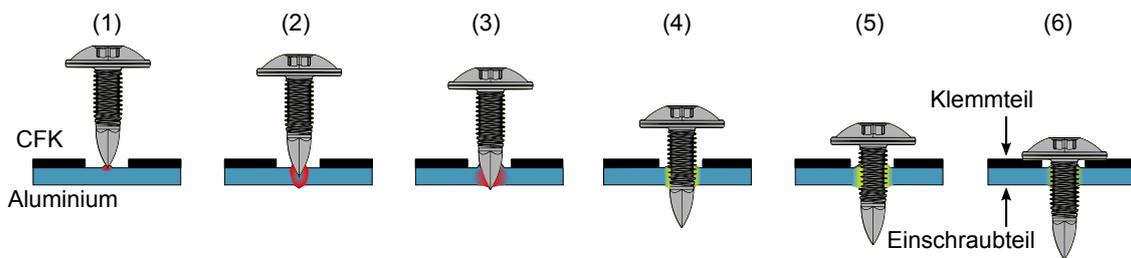


Abb. 2.1.: Einschraubprozess einer Fließformschraube beim Fügen von CFK und Aluminium nach [5]

Der beschriebene Fügeprozess stellt die Grundlage für die experimentellen und numerischen Untersuchungen dar. Dabei gilt es insbesondere die Vorspannung der Schraube als auch die plastische Verformung des Aluminiums im Bereich des Gewindes zu berücksichtigen.

2.2. Prüfkonzeppte für Verbindungstechniken

Für die Prüfung der mechanischen Festigkeit von Verbindungen verschiedenster Fügearten hat sich die Kopf- Scherzugprobe 2. Generation (KS2-Probe) des Laboratoriums für Werkstoff- und Fügetechnik (LWF) der Universität Paderborn etabliert, welche in [4] und [5] beschrieben ist. Dieses Konzept ermöglicht die Prüfung eines Verbindungselementes unter verschiedenen Lasteinleitungswinkeln. Es können reine Scherzugbelastungen (Lasteinleitungswinkel 0°), reine Kopfzugbelastungen (Lasteinleitungswinkel 90°) sowie kombinierte Belastungen erzeugt werden. Der dazu verwendete Probekörper besteht

aus zwei U-förmigen Geometrien und ist in Abbildung 2.2 mit einer Auswahl von möglichen Lasteinleitungswinkeln dargestellt. Bei den U-förmigen Probekörpern bestehen prinzipiell keine Einschränkungen für die Auswahl der Werkstoffe und der Fügearten. Hinsichtlich der Herstellung der Probekörper sollte eine reproduzierbare Qualität der Probekörper gewährleistet sein. Zudem muss ein Versagen im Bereich des Verbindungselementes sicher gestellt werden.

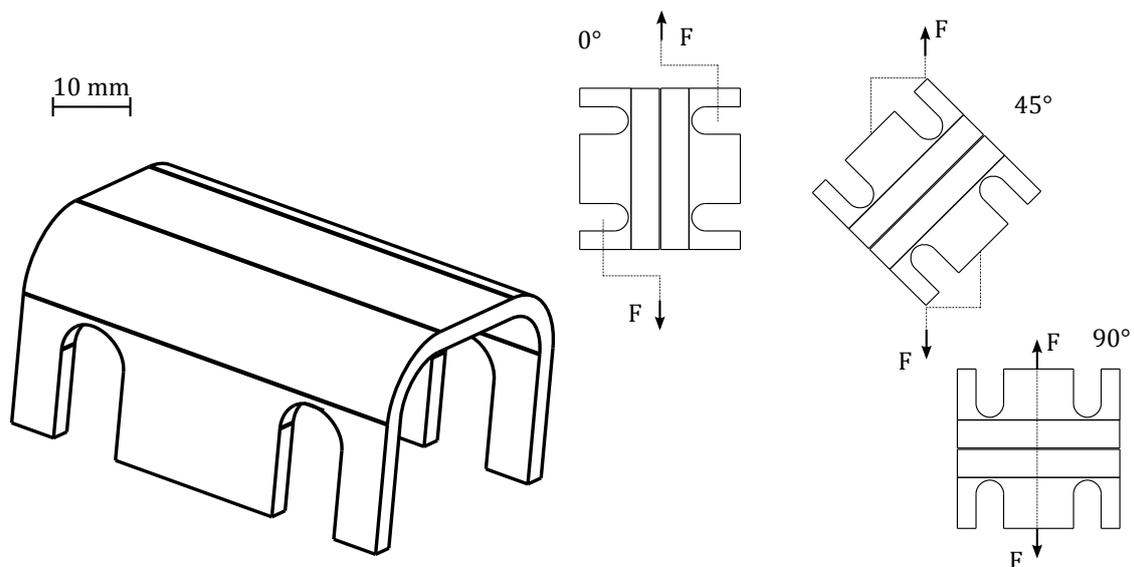


Abb. 2.2.: Probekörper der LWF KS2-Probe

In der bisher veröffentlichten Literatur findet sich die Anwendung des Prüfkonzeptes für verschiedenste Verbindungstechniken (u. a. Schweißen, Kleben, Nieten) zwischen metallischen Werkstoffen, siehe [4], [5] und [6]. Für die Prüfung der Festigkeit von mechanischen Verbindungselementen zwischen FKV und metallischen Werkstoffen mittels dieses Prüfkonzeptes konnte keine veröffentlichte Literatur gefunden werden.

2.3. Detailsimulation von mechanischen Verbindungselementen FKV - Aluminium

Die numerischen Untersuchungen von Bolzenverbindungen zwischen FKV und metallischen Werkstoffen stellen für die Detailsimulation die Ausgangsbasis dar. Diese vorwiegend aus der Luftfahrtindustrie motivierten Arbeiten beschäftigen sich mit der Analyse der Spannungen und Verzerrungen unter Scherzugbelastung.

Die Arbeit von *McCarthy et al.* [7] beschreibt die dreidimensionale Modellierung einer einschnittigen Verbindung zweier CFK-Laminat, welche mittels einer Schraube verbunden sind. Die vergleichenden Untersuchungen zwischen Experiment und einer Berechnung

mithilfe der FEM zeigen eine Verbesserung des Ergebnisses bei einer feineren Diskretisierung des FKV im Bereich des Verbindungselementes. Des Weiteren ergaben die Untersuchungen, dass insbesondere die Verwendung von Materialmodellen, welche eine unterschiedliche Parametrierung unter Druck- und Zugbelastung zulassen, die Ergebnisqualität erhöht.

In einer weiteren Arbeit untersuchen *McCarthy et al.* in [8] das Schädigungs- und Versagensverhalten von drei hintereinander positionierten Schraubverbindungen einer zweischnittigen Verbindung zweier CFK Lamine unter Scherzugbelastung. Für die numerische Analyse kommt dabei das Versagenskriterium von *Hashin*, welches in [9] beschrieben ist, zum Einsatz. *McCarthy et al.* kommen zu der Erkenntnis, dass das Versagen der Verbindung mit dem Faserversagen übereinstimmt und mittels der numerischen Simulation gut abgebildet werden kann.

Neben den Untersuchungen zu Schraubverbindungen unter Scherzugbelastungen konnten keine Publikationen zu anderen Lasteinleitungswinkeln für mechanische Verbindungen zwischen FKV und Aluminium gefunden werden.

2.4. Ersatzmodellierung für die angewandte Simulation

Bedingt durch den aktuell im Automobilbau dominierenden Einsatz von Punktschweißverbindungen von metallischen Werkstoffen gegenüber mechanischen Verbindungselementen bezieht sich der überwiegende Teil der veröffentlichten Entwicklungsarbeiten auf eine Ersatzmodellierung für Punktschweißverbindungen. In diesen Publikationen, welche die Grundlage für die quasistatischen Untersuchungen in der gegenständlichen Arbeit darstellen, werden quasistatische und dynamische Lastfälle betrachtet .

Derzeitige FEM-Modelle eines Gesamtfahrzeuges umfassen bis zu 12 000 000 finite Elemente, wobei Schalenelemente überwiegen [10]. Die Kantenlänge dieser Elemente beträgt fünf bis zehn Millimeter. Da bei der Anwendung der expliziten FEM die kleinste Kantenlänge unter anderem für den Zeitschritt bestimmend ist, darf für die Ersatzmodellierung keine geringere Kantenlänge eingesetzt werden, um den Zeitschritt nicht zu vermindern.

Für die Ersatzmodellierung von Schweißpunkten werden in [10] drei verschiedene Varianten vorgeschlagen, diese sind in Abbildung 2.3 dargestellt. Laut [10] haben alle drei Modellierungstechniken Vor- und Nachteile. Für die Modellerstellung ist die Verwendung von diskreten Linkelementen am einfachsten, wobei die Steifigkeit der Verbindung von der Positionierung in dem umgebenden Schalennetz abhängig sein kann. Bei der Anwendung von vier Hexaederelementen entstehen sehr kleine Elementkantenlängen, welche

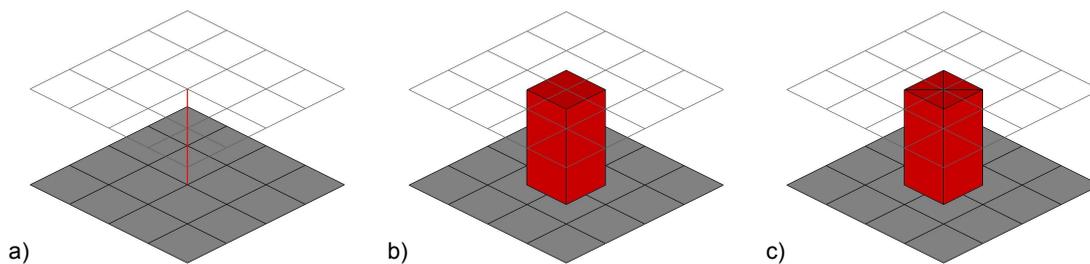


Abb. 2.3.: Ersatzmodellierung für Schweißpunkte nach [10], a) Modellierung mittels eines Linkelementes, b) Modellierung mittels eines Hexaederelementes, c) Modellierung mittels vier Hexaederelementen

den Zeitschritt unzulässig verkleinern. *Seeger et al.* verwenden in [10] aufgrund der Nachteile des Linkelementes und der vier Hexaederelemente ein einzelnes Hexaederelement in Verbindung mit einer speziellen Kontaktformulierung.

Die Ersatzmodellierung von Fließformschraubverbindungen ist in der Arbeit von *Somasundaram* in [5] beschrieben. In dieser wird die Variante mit vier Hexaederelementen für die Ersatzmodellierung verwendet. Die Kalibrierung des Ersatzmodells erfolgt mit KS2-Versuchen, wobei die Beschreibung des Schädigungs- und Versagensverhalten der Fließformschraubverbindung allein mit der Ersatzmodellierung realisiert wird.

Für die Ersatzmodellierung von mechanischen Verbindungselementen zwischen FKV und Aluminium konnten keine Arbeiten in der veröffentlichten Literatur gefunden werden.

2.5. Zusammenfassung des Standes der Technik

Die Auswertung der veröffentlichten Literatur hat für die drei Arbeitsschwerpunkte konkrete Ansätze für die jeweiligen Problemstellungen geliefert, aber noch keine Untersuchungen zu Fließformschraubverbindungen zwischen FKV und Aluminium. Für die mechanische Prüfung der Schraubverbindung hat sich das KS2-Prüfkonzept des LWF-Paderborn als Stand der Technik etabliert. Um diese Prüfmethode zu nutzen, bedarf es einer Adaption, um auch Probekörper aus CFK prüfen zu können. Dies wird im Kapitel 4 beschrieben.

Hinsichtlich der Detailsimulation kann man aus dem Stand der Technik ableiten, dass eine dreidimensionale Modellierung mit einer hohen Diskretisierung im Bereich des Fügeelementes sowie die Verwendung eines geeigneten Materialmodells für die Beschreibung des Schädigungs- und Versagensverhaltens eingesetzt werden muss. Die Vorgehensweise zur Modellerstellung und insbesondere zur Materialmodellierung ist im Kapitel 6 dokumentiert.

Im Bezug auf die Ersatzmodellierung gilt es zu überprüfen, ob es möglich ist, den Stand der Technik, welcher für die Ersatzmodellierung von Schweißpunkten bzw. Fließform-

schraubverbindungen zwischen metallischen Werkstoffen herausgearbeitet wurde, auch für die Ersatzmodellierung von Fließformschraubverbindungen zwischen FKV und Aluminium anzuwenden. Für die Überprüfung ist es notwendig, zu untersuchen, ob die experimentell oder mittels der Detailsimulation ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kurven abgebildet werden können. Die aus den Versuchen abgeleitete Ersatzmodellierung ist im Kapitel 7 beschrieben.

3. Mechanische Grundlagen der Faser-Kunststoff-Verbunde

Bei der experimentellen Untersuchung der mechanischen Festigkeit, welche im nachfolgendem Kapitel 4 beschrieben wird, konnte festgestellt werden, dass das Versagen der Verbindung immer eine Folge des Versagens des FKV ist. Demzufolge liegt der Fokus sowohl bei der Beschreibung der Versuche als auch bei der Detailsimulation immer bei dem FKV. Aus diesem Grund werden an dieser Stelle die mechanischen Grundlagen von FKV näher erläutert, um die grundlegenden Versagensmechanismen sowie die mechanischen Werkstoffeigenschaften einzuführen.

3.1. Elastisches Verhalten

FKV bestehen mikromechanisch betrachtet aus zwei unterschiedlichen Werkstoffen, der Faser und der Matrix. Die mechanischen Eigenschaften der Werkstoffe sind in Bezug auf die Steifigkeit und die Festigkeit sehr unterschiedlich. Bei dem betrachteten Anwendungsfall liegen die Fasern in den einzelnen Laminatschichten immer unidirektional gerichtet vor, sodass auch das mechanische Verhalten des Verbundes stark richtungsabhängig ist. In einer unidirektionalen Schicht (UD-Schicht) bei einem typischen Faservolumengehalt von ca. 60% erreichen die Festigkeit und Steifigkeit in der Faserrichtung ihr Maximum und orthogonal zur Faserrichtung ihr Minimum.

Für die rechnerische Beschreibung von Strukturbauteilen wird diese inhomogene Struktur in den meisten Fällen homogenisiert. Dafür wird das Modell eines homogenen orthotropen Kontinuums verwendet, bei welchem gedanklich die Fasern unendlich klein verschmiert sind [11]. Bei der Verformungs- und Spannungsanalyse findet also keine Unterscheidung in Faser- und Matrixspannung statt, sondern eine richtungsabhängige Differenzierung, welche in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Das Koordinatensystem wird dabei stets so gewählt, dass die 1-Richtung in Faserrichtung liegt und orthogonal dazu in der Ebene die 2-Richtung. Die 3-Richtung zeigt in die Dickenrichtung und vervollständigt das kartesische Koordinatensystem.

Für eine Spannungsanalyse in diesem Koordinatensystem werden auch die Ingenieurskonstanten in den betreffenden Richtungen benötigt, um die Elastizitätsmatrix in Steifigkeitsform zu bilden. Mit dem Spannungs- und Verzerrungstensor und der Elastizitätsma-

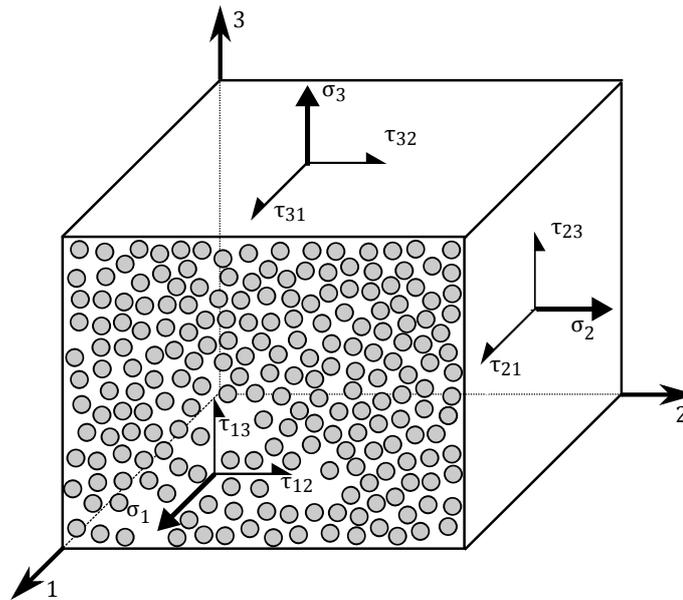


Abb. 3.1.: Spannungswürfel einer UD-Schicht

trix ist es möglich, die entsprechende Spannungs-Verzerrungs-Beziehung (3.1) bzw. (3.2) aufzustellen, welche [12] entnommen wurde. ^{1, 2}

$$\underline{\sigma}_m = \underline{C}_m \cdot \underline{\epsilon}_m \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{32}\nu_{23}}{E_2 \cdot E_3 \cdot F} & \frac{\nu_{12}+\nu_{32}\nu_{13}}{E_2 \cdot E_3 \cdot F} & \frac{\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23}}{E_2 \cdot E_3 \cdot F} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_1 \cdot E_3 \cdot F} & \frac{1-\nu_{31}\nu_{13}}{E_1 \cdot E_3 \cdot F} & \frac{\nu_{23}+\nu_{21}\nu_{13}}{E_1 \cdot E_3 \cdot F} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_1 \cdot E_2 \cdot F} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1 \cdot E_2 \cdot F} & \frac{1-\nu_{21}\nu_{12}}{E_1 \cdot E_2 \cdot F} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$F = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{32}\nu_{23} - \nu_{31}\nu_{13} - 2 \cdot \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31}}{E_1 \cdot E_2 \cdot E_3} \quad (3.3)$$

Für eine Spannungsanalyse nach diesem orthotropen Werkstoffgesetz werden zwölf Ingenieurskonstanten benötigt. Im Falle von unidirektionalem FKV können Vereinfachungen getroffen werden, die vor allem den versuchstechnischen Aufwand der Werkstoffcharakterisierung entscheidend vermindern. Es gilt die Annahme der transversalen Isotropie, sodass davon ausgegangen wird, dass die mechanischen Eigenschaften in der 2- und

¹ Bei der Bezeichnung der Querkontraktionszahlen bezeichnet der erste Index die Richtung der Kontraktion und der zweite Index die Richtung der Beanspruchung, welche die Kontraktion hervorruft.

² Der Index m bezeichnet die Betrachtung in dem Materialkoordinatensystem nach Abbildung 3.1.

3-Richtung gleich sind. Dadurch ergeben sich die Vereinfachungen (3.4) - (3.7).

$$E_2 = E_3 = E_{\perp} \quad (3.4)$$

$$G_{12} = G_{31} = G_{\parallel\perp} = G_{\perp\parallel} \quad (3.5)$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{\parallel\perp} \quad (3.6)$$

$$\nu_{23} = \nu_{32} = \nu_{\perp\perp} \quad (3.7)$$

Für die Berechnung der Querkontraktionszahlen gilt die *Maxwell-Betti*-Beziehung (3.8) bzw. (3.9), welche [13] entnommen wurde.

$$\frac{\nu_{12}}{\nu_{21}} = \frac{E_2}{E_1} \quad (3.8)$$

$$\frac{\nu_{13}}{\nu_{31}} = \frac{E_3}{E_1} \quad (3.9)$$

Durch diese Vereinfachungen kann die Anzahl der benötigten Ingenieurskonstanten auf sechs verringert werden.

FKV zeigen unter bestimmten Belastungen auch ein nichtlineares Werkstoffverhalten. In der Arbeit von *Schürmann* [14] wurde insbesondere das Zug-, Druck- und Schubverhalten in der Querrichtung untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass es aufgrund von Mikroschädigung zu einem nichtlinearen, degressiven Verhalten unter Querdruck, Querkzug und Längs-/Quer-Schub kommt. Im Falle von CFK ist laut [1] auch ein nichtlineares Verhalten bei einer Belastung in Faserrichtung zu beobachten. Dieses kann im Bereich der Bruchspannung zu einer Zunahme des Elastizitätsmoduls um ca. 10% führen, bedingt durch die zunehmende Ausrichtung der Graphitkristalle in die Belastungsrichtung.

3.2. Versagensmechanismen

Bei den Versagensmechanismen sind ähnlich wie bei dem elastischen Verhalten deutliche Unterschiede zwischen den Versagensmechanismen in Faserrichtung und orthogonal dazu zu beobachten. Alle relevanten Versagensmechanismen sind in der Abbildung 3.2 dargestellt. In dieser sind drei UD-Schichten zu erkennen, wobei bei der obersten und der untersten Schicht die Fasern parallel zur Bildebene und bei der mittleren Schicht orthogonal zur Bildebene ausgerichtet sind. Die Markierung ① in Abbildung 3.2 zeigt eine Trennung der Fasern, welche als Faserbruch (Fb) bezeichnet wird. Der Fb wird hauptsächlich durch Zug- oder Druckbelastungen in der Faserrichtung hervorgerufen. Ebenfalls berichtet *Mannigel* in [15] von einem Einfluss der Längs-/Quer-Schubspannungen auf das Faserbruchgeschehen. Allerdings sind diese Erkenntnisse noch nicht ausreichend experimentell abgesichert, wie in [16] diskutiert wird. Liegen die Bruchflächen parallel zu der Faserrichtung spricht man von einem Zwischenfaserbruch (Zfb), welcher hier mit ② gekennzeichnet ist. Für die Entstehung eines Zfb spielen

die Spannungen in Faserrichtung nur eine untergeordnete Rolle, im Gegensatz zu den restlichen Komponenten des Spannungstensors. Im Falle von Mehrschichtverbunden können neben Fb und Zfb auch Trennbrüche zwischen den einzelnen Schichten auftreten, welche als Delamination bezeichnet werden, siehe Markierung ③. Nach [1] werden Delaminationen durch intralaminare Spannungen hervorgerufen. Dabei wirken besonders Zugnormalspannungen in Dickenrichtung und intralaminare Schubspannungen förderlich für Delaminationen.

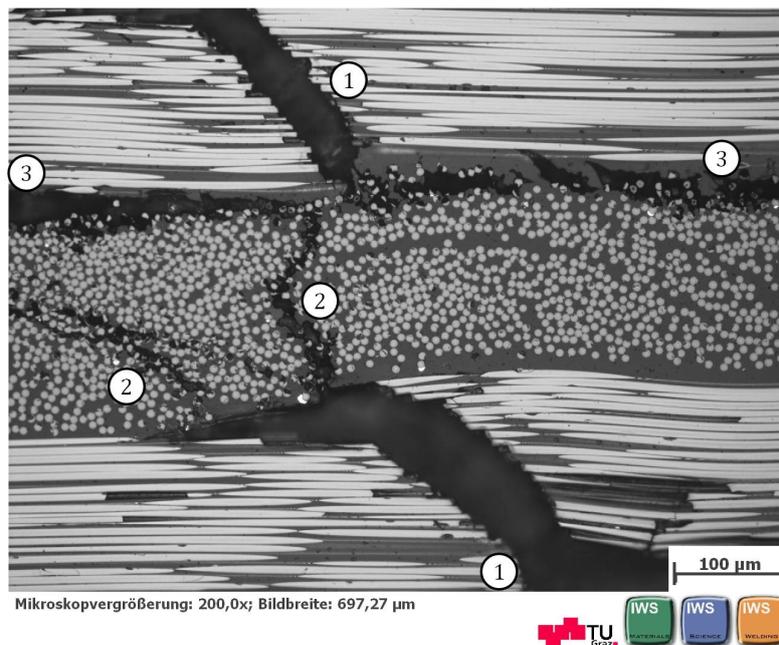


Abb. 3.2.: Versagensmechanismen von FKV, ① Fb, ② Zfb, ③ Delamination

3.3. Versagenskriterien für Faser- und Zwischenfaserbruch

Wie in der Beschreibung der Versagensmechanismen bereits angedeutet, ist für die Entstehung von Fb und Zfb eine Kombination aus Einzelbelastungen verantwortlich. Für eine numerische Festigkeitsanalyse ist es notwendig, diese Interaktion mittels eines Bruchkriteriums zu beschreiben. Für die Festigkeitsuntersuchung hat sich der Ansatz einer schichtweisen Untersuchung bewährt. Zwar existieren verschiedenste Kriterien, die es ermöglichen, ein Laminat als Ganzes zu bewerten, allerdings haben sich laut [17] diese Kriterien nicht durchgesetzt, da die versuchstechnische Charakterisierung der querschnittsbezogenen Festigkeitswerte für alle Lamine sehr aufwendig ist.

Für FKV existieren eine Vielzahl von Bruchkriterien, wobei eine Unterscheidung in globale und differenzierende Bruchkriterien vorgenommen werden kann. Bei globalen Kriterien wird mittels eines einzelnen analytischen Ansatzes eine Versagensbewertung durchgeführt, wobei keine Unterscheidung in Fb und Zfb vorgenommen wird. Ein bedeutsames

Kriterium dieser Art ist das *Tsai, Wu*-Kriterium, siehe [18]. Bei diesem Kriterium erfolgt die Versagensbewertung mittels eines einzelnen Polynomes, welches nach [1] einem anisotropen *von Mises*-Fließkriterium entspricht. Die Bewertung mittels des *Tsai, Wu*-Kriteriums ermöglicht eine Aussage, ob ein Bruch eintritt oder nicht. Eine Angabe über die Bruchart kann mittels des Kriteriums nicht getroffen werden. Für eine grobe Bruchanalyse ist die Anwendung dieses und auch der weiteren globalen Bruchkriterien durchaus zulässig, da sie eine erste Aussage für die Festigkeitsbewertung liefern. Für eine gezielte Degradationsanalyse sowie eine Optimierung des Laminates, indem die Bruchursachen systematisch ausgewertet werden, stellen globale Festigkeitskriterien keine optimale Berechnungsgrundlage dar, was unter anderem in [19] und in mehreren Publikationen von *Puck* [20], [21], [22] diskutiert wird.

Historisch betrachtet war auch *Puck* der Erste, welcher in [21] und [22] zwei unabhängige Bruchbedingungen für F_b und Z_b als erstes differenzierendes Bruchkriterium aufstellte. Kurze Zeit später veröffentlichte auch *Hashin* in [23] ähnliche Ansätze zur Festigkeitsuntersuchung von F_b und Z_b . Sowohl *Puck* als auch *Hashin* erweiterten ihre jeweiligen Festigkeitskriterien für den dreidimensionalen Spannungsraum in [11] und [9]. In der Publikation von *Hashin* [9] wurde bereits die Anwendung eines wirkebenenbezogenen Ansatzes gemäß der *Coulomb, Mohr*-Theorie vorgeschlagen, aber nicht umgesetzt. Die Anwendung der *Coulomb, Mohr*-Theorie für die Festigkeitsberechnung von FKV wurde erstmals von *Puck* in [24] beschrieben. Im Zuge von internationalen Vergleichen für die Festigkeitskriterien von FKV haben sich die spannungsbasierenden, differenzierenden Kriterien wie jene von *Puck* und *Cuntze*, welche auf einen wirkebenenbezogenen Ansatz basieren, durchgesetzt [25]. Demzufolge wird auch ein Kriterium dieser Art innerhalb der gegenständlichen Arbeit verwendet.

3.3.1. Faserbruchkriterium

Für die Entstehung eines F_b ist hauptsächlich die Spannung in Faserrichtung verantwortlich. Der weitverbreitetste Ansatz um dies zu beschreiben, ist ein Vergleich der Spannung σ_1 in Faserrichtung mit der Festigkeit R_1 in Faserrichtung, wobei eine Unterscheidung in Zug- und Druckbelastung vorzunehmen ist.

Für eine Zugspannung in Faserrichtung gilt:

$$f_{E,Fb} = \frac{\sigma_1^{(+)}}{R_1^{(+)}} \quad . \quad (3.10)$$

Für eine Druckspannung in Faserrichtung gilt:

$$f_{E,Fb} = \frac{\sigma_1^{(-)}}{R_1^{(-)}} \quad . \quad (3.11)$$

Die Variable $f_{E,Fb}$ steht für die Faserbruchanstrengung. Die Anstrengung f_E ist im Allgemeinen ein Maß für den aktuellen Beanspruchungszustand des Werkstoffes. Sie errechnet sich aus diesem Grund immer aus dem Verhältnis einer den aktuellen Beanspruchungszustand charakterisierenden Größe und einem Grenzwert des Werkstoffes. Wenn dieses Verhältnis einen Wert größer oder gleich 1 ergibt, ist die Bruchgrenze erreicht. Nach [11] ist die Anstrengung aber ungeeignet, um eine mögliche Laststeigerung bis zum Brucheintritt abzuschätzen, da sich anders als in den Gleichungen (3.10) und (3.11) die den aktuellen Beanspruchungszustand charakterisierende Größe nichtlinear mit der Laststeigerung verändern kann.

In der Literatur findet sich noch eine Vielzahl weiterer Faserbruchkriterien, welche unter anderem die „wahre“ Spannung in der Faser bewerten [26]. Untersuchungen von *Puck* haben gezeigt, dass die Verwendung der Gleichungen (3.10) und (3.11) für eine ingenieurmäßige Betrachtung ausreichend ist, da sich die Ergebnisse nur marginal von den weiteren Faserbruchkriterien unterscheiden [26], [27].

In der Arbeit von *Mannigel* [15] finden sich erstmalig experimentelle Untersuchungen zu dem Einfluss der Schubspannung τ_{12} auf das Faserbruchgeschehen im ebenen Spannungszustand. Dabei wurde ein vermindernder Einfluss der Schubspannung τ_{12} auf die Faserdruckfestigkeit festgestellt. Diese Festigkeitsverminderung trat in den Versuchen erst nach dem Überschreiten eines Schwellwertes für τ_{12} auf. Wie in [16] und [28] diskutiert wird, sind noch keine wiederholenden Untersuchungen zur Überprüfung durchgeführt wurden, sodass die Erkenntnisse von *Mannigel* noch nicht als allgemeingültig angesehen werden können.

Da sich in der praktischen Anwendung bisher noch kein anderer Ansatz durchgesetzt hat, welcher den Einfluss der Schubspannungen berücksichtigt, werden für die Berechnung der Faserbruchanstrengung die Gleichungen (3.10) und (3.11) angewendet.

3.3.2. Zwischenfaserbruchkriterium

Für die Zwischenfaserbruchbewertung gibt es mehrere Kriterien, die sich auf die *Coulomb, Mohr*-Theorie beziehen und in der praktischen Anwendung verbreitet sind. Insbesondere haben die Kriterien von *Puck* und *Cuntze* in mehreren Vergleichsuntersuchungen ihre Qualität unter Beweis gestellt, siehe [29]. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Zwischenfaserbruchkriterien von *Puck* herangezogen, wie auch in der Berechnungsrichtlinie 2014 [19] des Vereins Deutscher Ingenieure (VDI) vorgeschlagen wird.

3.3.2.1. Coulomb, Mohr-Theorie

Coulomb veröffentlichte 1773 in [30] seine Beobachtungen zum Versagen von spröden Materialien und entwickelte dazu ein entsprechendes Festigkeitskriterium (3.12). Dem-

nach tritt ein Bruch ein, wenn der Betrag der Schubspannung $|\tau|$ größer oder gleich der Kohäsivfestigkeit C ist. Die zu dem Bruch führende Schubspannung kann dabei infolge eines gleichzeitig wirkenden Normaldrucks p_n aufgrund der inneren Reibung μ durch Aufeinanderpressen noch erhöht werden [17].

$$|\tau| = C + \mu \cdot p_n \quad (3.12)$$

Im Jahr 1900 veröffentlichte *Mohr* in [31] ebenfalls eine Versagenshypothese für spröde Werkstoffe:

“Die Elastizitätsgrenze und die Bruchgrenze eines Materials werden bestimmt durch die Spannungen der Gleit- und Bruchflächen.”

In der gleichen Veröffentlichung publizierte *Mohr* auch eine Herleitung für die Berechnung der Spannungen in einer beliebigen Ebene, was allgemein unter dem *Mohrschen* Spannungskreis bekannt ist. Somit war es möglich, zu jedem Spannungszustand die jeweiligen Spannungen in der Wirkebene zu bestimmen. Als Bruchkurve definierte *Mohr* die Hüllkurve aller zum Versagen führenden Spannungskreise [17].

Die Kombination der Ansätze von *Coulomb* und *Mohr* führt zu der *Coulomb, Mohr-Theorie* [32], welche den Versagensraum auf Spannungszustände mit positiven Normalspannungen σ^+ erweitert. Ein Versagen tritt in diesem Fall ein, wenn die virtuelle Schubspannung T größer als die Schubfestigkeit R_τ ist:

$$T = |\tau| + \mu \cdot \sigma \quad (3.13)$$

Als letzten Modifikationsschritt stellte *Paul* in [33] die Hypothese auf, dass

“spröde Materialien entweder auf der Schnittebene versagen, auf der die virtuelle Schubspannung T den kritischen Wert R_τ erreicht oder auf der Schnittebene, auf der die maximale Hauptzugspannung σ^+ die Festigkeit R_σ erreicht.”

Zudem prägte *Paul* in [33] den Begriff des wahrhaft spröden Werkstoffverhaltens, indem ein Werkstoff ohne erkennbare plastische Verformung versagt. Dieses Verhalten ist auch für den Fb und Zfb von FKV zu beobachten. Aufgrund der Tatsache, dass FKV ein transversal isotropes Werkstoffverhalten normal zu der Faserrichtung aufweisen, veröffentlichte *Hashin* in [9] zum ersten Mal die Idee, den Zfb gemäß der Versagenshypothese von *Mohr* mit den Spannungen in der Wirkebene zu berechnen. *Hashin* verfolgte diese Idee nicht weiter, sodass *Puck* in [24] zum ersten Mal ein entsprechendes Kriterium veröffentlichte, was an dieser Stelle nun zusammengefasst erläutert wird.

3.3.2.2. **Pucksche Zwischenfaserbruchkriterien**

Die Abbildung 3.3 zeigt die für die Anwendung der Versagenshypothese von *Mohr* notwendige Spannungstransformation um den Wirkebenenwinkel θ . Als Wirkebene wird in diesem Fall nach [20] die Ebene bezeichnet, in der die Normalspannungen und die Schubspannungen wirken.

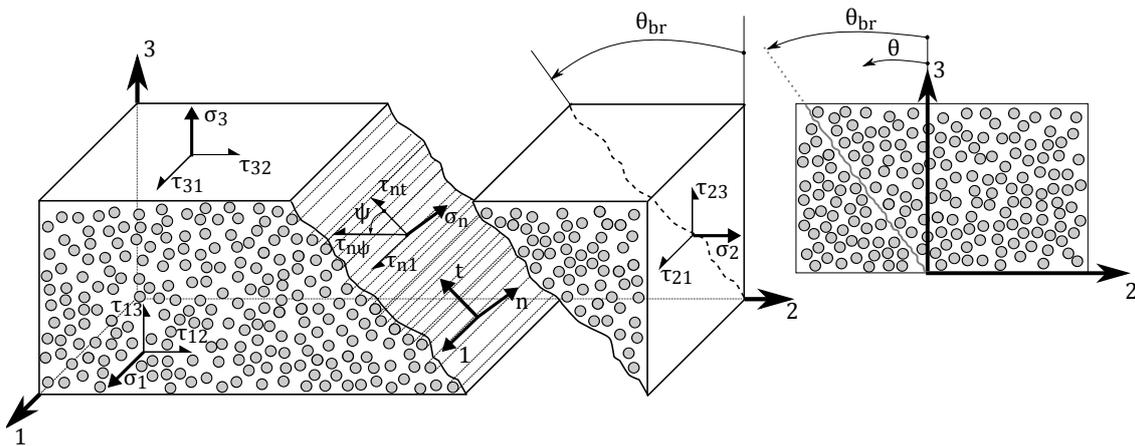


Abb. 3.3.: Transformation der Spannungen um den Winkel θ in die Wirkebene nach [27]

Die Transformation der Spannungen erfolgt nach (3.14) bzw. (3.15).³

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_n \\ \sigma_t \\ \tau_{n1} \\ \tau_{nt} \\ \tau_{t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & -2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & -\cos \theta \cdot \sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{21} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\underline{\sigma}_w = \underline{T}_\sigma \cdot \underline{\sigma}_m \quad (3.15)$$

Mit Hilfe der transformierten Spannungen und der erweiterten *Coulomb, Mohr*-Theorie von *Paul* formulierte *Puck* in [20] seine Zwischenfaserbruchkriterien. Als für den Bruch verantwortliche Spannungen werden dabei die Normalspannung σ_n und die beiden Schubspannungen τ_{n1} und τ_{nt} angesehen, welche auf der parallel zu der Faserrichtung liegenden Ebene wirken. Gemäß der Beobachtung von *Coulomb* muss bei einer negativen Normalspannung eine höhere Schubspannung aufgebracht werden, um einen Bruch zu erzeugen. Demzufolge hat *Puck* zwei verschiedene analytische Ansätze für

³ Der Index *w* bezeichnet die Betrachtung in dem Wirkebenensystem nach Abbildung 3.3.

eine positive und eine negative Normalspannung formuliert, sodass sich der folgende Masterbruchkörper in dem $(\sigma_n, \tau_{n1}, \tau_{nt})$ -Spannungsraum ergibt, siehe Abbildung 3.4.

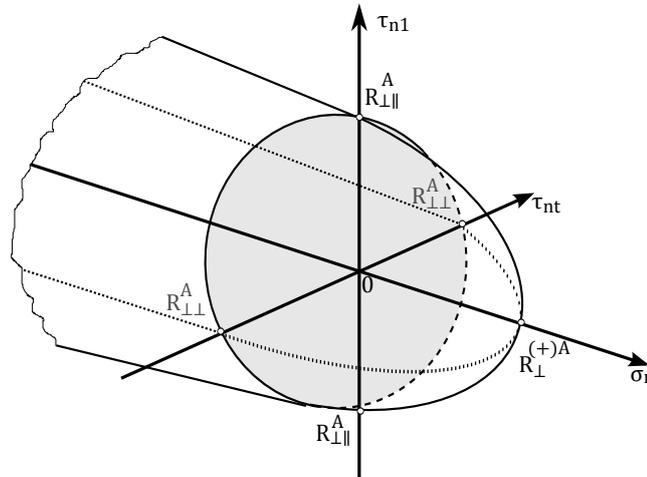


Abb. 3.4.: Masterbruchkörper der Puckschen Zwischenfaserbruchkriterien

In dem positiven Achsenabschnitt von σ_n besitzt der Masterbruchkörper eine Parabelform. Unter reiner Normalspannung ergibt sich ein Bruch bei $R_{\perp}^{(+)\text{A}}$. Der Index A steht dabei für eine wirkebenenbezogene Festigkeit, welche in [20] folgendermaßen definiert ist.

“Der Bruchwiderstand der Wirkebene ist derjenige Widerstand, den eine Schnittebene ihrem Bruch infolge einer einzelnen auf ihr wirkenden Spannung (σ_n oder τ_{nt} oder τ_{n1}) entgegensetzt.”

Im Falle der Zugfestigkeit in Normalenrichtung gilt $R_{\perp}^{(+)\text{A}} = R_{\perp}^{(+)}$, sodass diese mit einem Zugversuch mit einer 90° -Probe ermittelt werden kann. In dem negativen Abschnitt von σ_n kommt es unter einer reinen Drucknormalspannung zu keinem Versagen, sondern es muss immer eine Kombination mit einer Schubspannung vorhanden sein. Bei einem reinen Schubspannungszustand schneidet der Masterbruchkörper die Achsen bei $R_{\perp\parallel}^{\text{A}}$ und $R_{\perp\perp}^{\text{A}}$. Die Festigkeit $R_{\perp\parallel}^{\text{A}}$ entspricht dabei der Schubfestigkeit unter einer reinen τ_{n1} -Belastung. Demzufolge gilt $R_{\perp\parallel}^{\text{A}} = R_{\perp\parallel}$. Da es nicht möglich ist, eine reine τ_{nt} -Spannung im Versuch zu erzeugen, muss die wirkebenenbezogene Festigkeit $R_{\perp\perp}^{\text{A}}$ mittels eines Druckversuchs in 90° -Richtung nach Gleichung (3.16) ermittelt werden.

$$R_{\perp\perp}^{\text{A}} = \frac{R_{\perp}^{(-)}}{2 \left(1 + p_{\perp\perp}^{(-)} \right)} \quad (3.16)$$

Der Parameter $p_{\perp\perp}^{(-)}$ ist ein sogenannter Neigungsparameter und stellt eine Möglichkeit dar, das Versagensmodell an die Versuchsdaten anzupassen. Abbildung 3.5 zeigt die geometrische Interpretation der Neigungsparameter anhand zweier Längsschnitte durch den Masterbruchkörper. Abbildung 3.5a zeigt den Längsschnitt bei $\tau_{n1} = 0$.

Die Parameter $p_{\perp\perp}^{(+)}$ und $p_{\perp\perp}^{(-)}$ sind ein Maß für die Neigung bei $\sigma_n = 0$. Für eine reine τ_{n1} -Beanspruchung, siehe Abbildung 3.5b, entsprechen die Parameter $p_{\perp\parallel}^{(+)}$ und $p_{\perp\parallel}^{(-)}$ ebenso der Neigung bei dem Schnittpunkt mit der σ_n -Achse. Richtwerte für die Neigungsparameter bei CFK sind in [34] veröffentlicht.

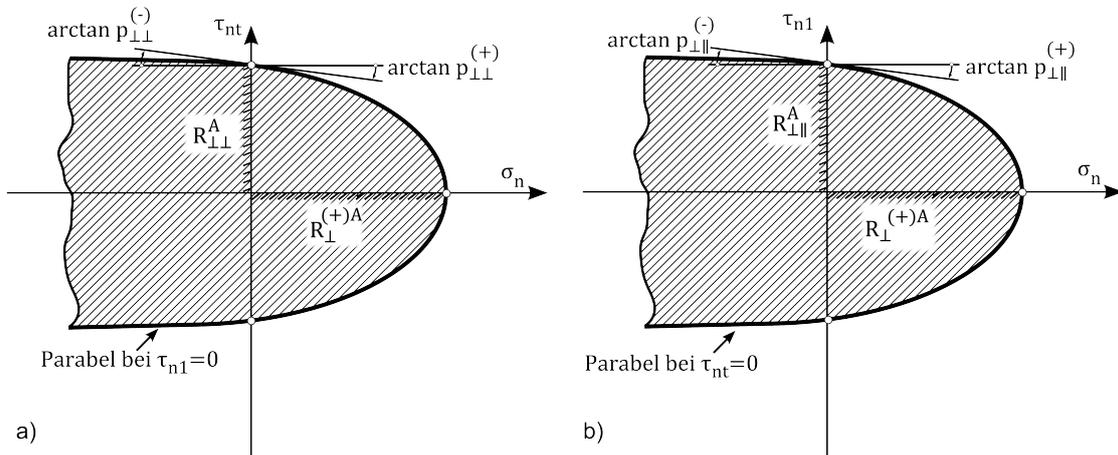


Abb. 3.5.: Neigungsparameter, a) Schnittbene durch den Bruchkörper bei $\tau_{n1} = 0$, b) Schnittbene durch den Bruchkörper bei $\tau_{nt} = 0$

Abbildung 3.6 zeigt einen Längs- und einen Querschnitt durch den Masterbruchkörper. Das Teilbild 3.6a zeigt eine Ellipse bei $\sigma_n = 0$ mit der resultierenden Schubspannung $\tau_{n\psi}$, welche nach Gleichung (3.17) berechnet wird, siehe auch Abbildung 3.3. Ein Längsschnitt durch den Bruchkörper ist in der Abbildung 3.6b dargestellt. Dieser zeigt die Bruchfläche in Abhängigkeit der resultierenden Schubspannung $\tau_{n\psi}$.

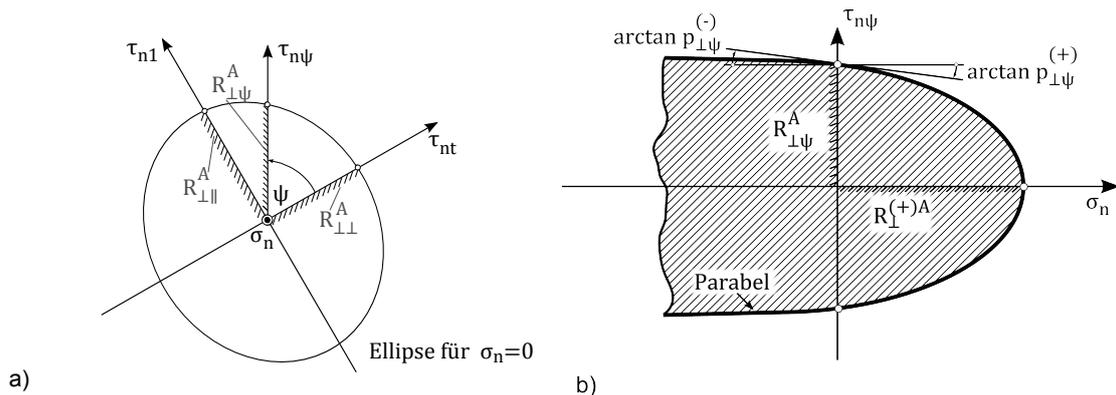


Abb. 3.6.: Längs- und Querschnitt durch den Masterbruchkörper, a) Querschnitt durch den Masterbruchkörper bei $\sigma_n = 0$, b) Querschnitt durch den Masterbruchkörper bei $\psi = konst.$

$$\tau_{n\psi}^2 = \tau_{n1}^2 + \tau_{nt}^2 \tag{3.17}$$

Mit Hilfe der resultierenden Schubspannung gelingt es das Festigkeitskriterium der umhüllenden Ellipse bei $\sigma_n = 0$ nach (3.18) aufzustellen.

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 = \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 = 1 \quad (3.18)$$

Um die Bruchbedingung in Abhängigkeit von σ_n zu formulieren, muss noch die umhüllende Parabel beschrieben werden, welche in Abbildung 3.6b dargestellt ist. Der Schnitt gilt für einen konstanten Winkel ψ , welcher das Verhältnis der Schubspannungen abbildet, mit:

$$\psi = \arctan \frac{\tau_{n1}}{\tau_{nt}} \quad (3.19)$$

Die Parameter $p_{\perp\psi}^{(+)}$ und $p_{\perp\psi}^{(-)}$ repräsentieren auch in diesem Fall die Neigung bei $\sigma_n = 0$. Für $\sigma_n < 0$ kann die Parabelkurve in Abbildung 3.6b nach [20] mit folgender Gleichung beschrieben werden:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 + 2 \cdot \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \cdot \sigma_n = 1 \quad (3.20)$$

Wobei:

$$\frac{p_{\perp\psi}^{(\pm)}}{R_{\perp\psi}^A} = \frac{p_{\perp\perp}^{(\pm)}}{R_{\perp\perp}^A} \cos^2 \psi + \frac{p_{\perp\parallel}^{(\pm)}}{R_{\perp\parallel}} \sin^2 \psi \quad (3.21)$$

Die Gleichung (3.20) gilt für die Mantelfläche des Paraboloides. Für Spannungszustände, welche einen beliebigen Punkt des Bruchkörpers beschreiben, muss die Gleichung mit dem Reservefaktor $f_{Res,Zfb}$ als Reziprokwert der Zwischenfaserbruchanstrengung $f_{E,Zfb} = \frac{1}{f_{Res,Zfb}}$ multipliziert werden. Nach [20] ergibt sich:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 \cdot f_{Res,Zfb}^2 + 2 \cdot \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \cdot \sigma_n \cdot f_{Res,Zfb} = 1 \quad (3.22)$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung führt gemeinsam mit (3.18) zu dem analytischen Ausdruck für die Zwischenfaserbruchanstrengung bei $\sigma_n < 0$, siehe [20]:

$$f_{E,Zfb} = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n \quad (3.23)$$

Für $\sigma_n \geq 0$ gilt ebenfalls der elliptische Ansatz (3.18). Für die Schnittkurve bei $\psi = konst.$ gilt:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 + \left(1 - \frac{2 \cdot p_{\perp\psi}^{(+)} \cdot R_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+)}}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot p_{\perp\psi}^{(+)} \cdot R_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A}\right) \cdot \frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+)}} = 1 \quad (3.24)$$

Für $\sigma_n \geq 0$ ergibt sich nach [20] damit der folgende analytische Ausdruck für die Zwischenfaserbruchanstrengung:

$$f_{E,Zfb} = \sqrt{\left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n} \quad (3.25)$$

Mit den Gleichungen (3.23) und (3.25) kann somit die Zwischenfaserbruchanstrengung mit Hilfe der Spannungen in der Wirkebene berechnet werden. Die Spannungen in der Wirkebene sind allerdings von dem Wirkebenenwinkel θ abhängig, sodass es notwendig ist, immer die Wirkebene und damit den Bruchwinkel θ_{br} mit der größten Zwischenfaserbruchanstrengung zu bestimmen. In [17] und [27] wird vorgeschlagen, den Bruchwinkel schrittweise zu suchen, indem in einem Intervall von 1° die Anstrengung berechnet wird, um auf diese Weise das globale Maximum der Funktion zu finden. Zur Beschleunigung der Bruchwinkelsuche werden von *Wiegand et al.* in [35] das Verfahren des erweiterten *Goldenen Schnittes* eingeführt, um die Anzahl der notwendigen Iterationen zu vermindern. Die vergleichenden Untersuchungen von *Wiegand et al.* zeigen, dass dieses Verfahren zu einer signifikanten Verringerung der benötigten Iterationen als auch der Berechnungszeit⁴ führt. In der Arbeit von *Schirmaier et al.* [36] wurde das Verfahren des *Goldenen Schnittes* weiterentwickelt, sodass der numerische Aufwand für die Bruchwinkelsuche weiter reduziert werden konnte. Eine analytische Lösung dieser Problemstellung, welche den Idealfall darstellen würde, ist derzeit noch nicht verfügbar. In [16] ist eine teilweise analytische Lösung zur Berechnung des Bruchwinkels vorgestellt, welche nicht den gesamten dreidimensionalen Spannungsraum umfasst, sondern nur für den $(\sigma_2, \sigma_3, \tau_{23})$ -Spannungsraum gilt.

Für die Berechnung der Zwischenfaserbruchanstrengung wurden bisher ausschließlich die Spannungen $\sigma_2, \sigma_3, \tau_{21}, \tau_{31}$ und τ_{23} verwendet. In [20] und [19] wird ebenfalls von einem Einfluss der faserparallelen Spannung σ_1 berichtet. Dabei wird davon ausgegangen, dass es bei hohen faserparallelen Spannungen bereits vor dem F_b , welcher eine Trennung einer sehr großen Anzahl an Fasern bezeichnet, schon einzelne Fasern durchtrennt werden und es an der Bruchstelle zu einer Mikroschädigung des Matrixwerkstoffes kommt.

Für die analytische Behandlung dieses Einflusses wird nach [19] die Zwischenfaser-

⁴ In der Arbeit wird mit Berechnungszeit jene Zeit bezeichnet, die für die Durchführung der Berechnung real benötigt wird.

bruchanstrengung mit η_{w1} skaliert. In der Gleichung (3.26) bezeichnet $f_{E,Zfb,0}$ die Zwischenfaserbruchanstrengung vor und $f_{E,Zfb,1}$ die Zwischenfaserbruchanstrengung nach der Berücksichtigung des faserparallelen Einflusses [19].

$$f_{E,Zfb,1} = \frac{f_{E,Zfb,0}}{\eta_{w1}} \quad (3.26)$$

Der Skalierungsquotient η_{w1} kann mit den Gleichungen (3.27), (3.28) und (3.29) berechnet werden:

$$\eta_{w1} = \frac{c \left(a \sqrt{c^2 (a^2 - s^2) + 1} + s \right)}{(ca)^2 + 1} \quad (3.27)$$

$$c = \frac{f_{E,Zfb,0}}{f_{E,Fb}} \quad (3.28)$$

$$a = \frac{1 - s}{\sqrt{1 - m^2}} \quad (3.29)$$

Die Parameter m und s dienen dabei der Anpassung des faserparallelen Einflusses an die Versuchsergebnisse. Der Parameter s bestimmt den Schwellwert, ab dem die faserparallelen Spannungen berücksichtigt werden. Mittels des Parameters m kann die Krümmung in dem beeinflussten Bereich verändert werden. Der Einfluss der Parameter wird in der Abbildung 3.7 gezeigt. In dieser Abbildung ist exemplarisch der Versagensraum für eine reine σ_n, σ_1 -Beanspruchung dargestellt. In [27] wird für m und s jeweils ein Wert von 0,5 vorgeschlagen, falls keine entsprechenden Versuchsdaten vorliegen. Da es sich bei der Vorgehensweise um eine Skalierung der Zwischenfaserbruchanstrengung handelt, ändert sich der Bruchwinkel infolge der Berücksichtigung der faserparallelen Spannungen nicht. Dies bedeutet auch, dass die Wirkung der Mikroschädigung infolge von Einzelfaserbrüchen für alle Spannungskombinationen gleich gewichtet wird.

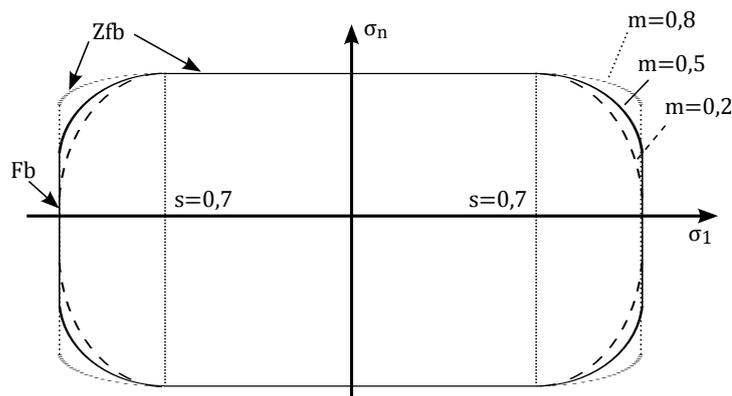


Abb. 3.7.: Einfluss der faserparallelen Spannungen bei einer reinen σ_1, σ_n -Belastung nach [19]

Die Puckschen Wirkebenenbruchkriterien ermöglichen Aussagen über die Bruchursache. Dafür wurden von Puck in [20] drei unterschiedliche Bruchmoden definiert, welche mit

Bruchmodus A, B und C bezeichnet werden. Die Klassifizierung der Zwischenfaserbruchmoden erfolgt auf der Grundlage der zum Bruch führenden Spannungskombination und dem daraus resultierenden Bruchbild. Die Prinzipskizzen der Bruchmoden sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Die Pfeile repräsentieren dabei quantitativ die zu dem Bruch führende Spannungskombination, exemplarisch dargestellt für den ebenen Spannungszustand.

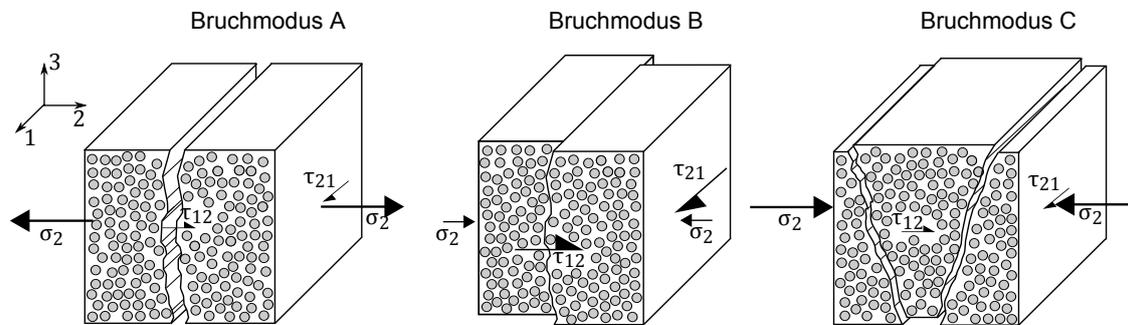


Abb. 3.8.: Prinzipskizzen der Zwischenfaserbruchmoden nach [20]

Der Bruchmodus A ist laut [20] durch eine positive Normalspannung $\sigma_n > 0$ auf der Wirkebene gekennzeichnet. Die Rissufer werden demzufolge mit fortschreitender Rissdichte immer weiter geöffnet. Im Gegensatz zum Bruchmodus A wirkt bei den Bruchmoden B und C eine negative Normalspannung $\sigma_n < 0$, sodass die Bruchflächen aufeinander gepresst werden und sich nicht öffnen können. Der Unterschied zwischen den Bruchmoden B und C liegt in dem Verhältnis der wirkenden Schubspannung τ_{n1} zu den Spannungen τ_{nt} und σ_n . Falls die Schubspannung τ_{n1} für das Versagen dominierend ist, ergibt sich der Bruchwinkel zu 0° oder 90° . Dieser Fall ist charakteristisch für den Bruchmodus B. Bei dem Bruchmodus C verlaufen die Risse nicht in Dickenrichtung bzw. normal dazu, es dominieren also die Spannungen τ_{nt} und σ_n . In [20] wird darauf hingewiesen, dass im Gegensatz zu den Bruchmoden A und B der Bruchmodus C eine besonders schädigende Wirkung auf das Laminat haben kann. Wie in der Skizze in Abbildung 3.8 angedeutet, kann bei einem schrägen Bruchwinkel und einer gleichzeitigen Druckbeanspruchung eine Keilwirkung der Bruchstücke entstehen. Diese kann zu Schädigungen der benachbarten Laminatschichten, insbesondere aber auch zu Delaminationen führen, was auch in dem Schliffbild von Abbildung 3.9 erkennbar ist.

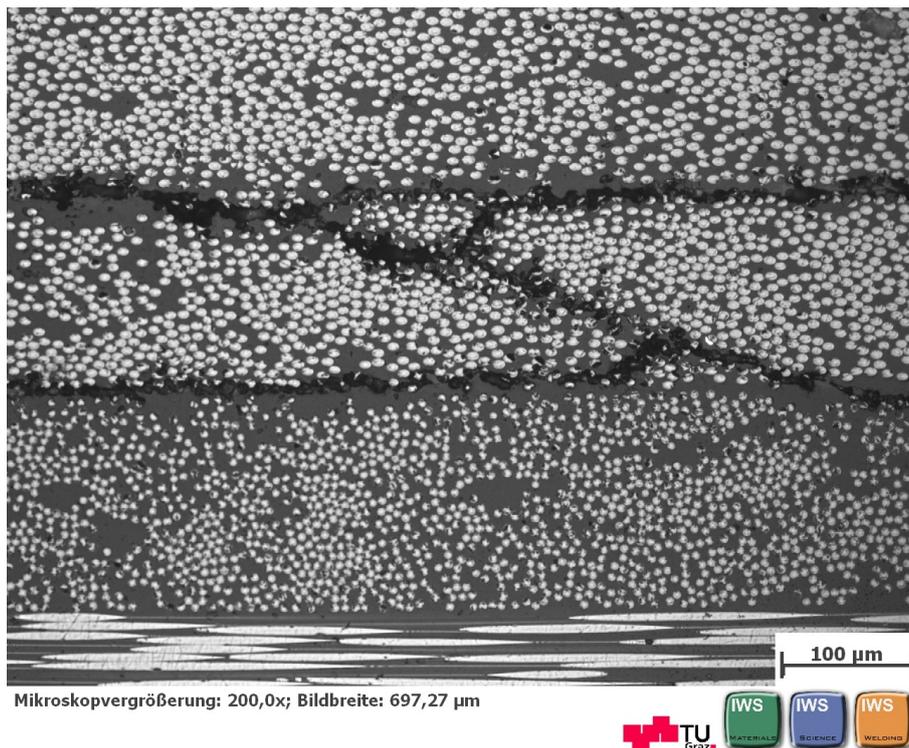


Abb. 3.9.: Schliffbild eines Zfb vom Bruchmodus C mit Delamination

3.4. Schädigungsmodelle für Faser- und Zwischenfaserbruch

Bei der vorliegenden Problemstellung besteht die Aufgabe, das komplette Versagen der Schraubverbindung abzubilden. Dafür ist es notwendig, auch eine Degradation der elastischen Eigenschaften vorzunehmen, da das Auftreten eines Zfb, Fb oder einer Delamination noch nicht zwingend zu einem Versagen des gesamten Laminates, bzw. der Schraubverbindung führt.

3.4.1. Schädigungsmodellierung infolge Faserbruch

Bei der Schädigungsmodellierung aufgrund eines Fb werden in den meisten Modellen unterschiedliche Degradationsmechanismen infolge eines Versagens unter Zug- oder Druckbelastung verwendet. Die Unterscheidung wird damit begründet, dass bei einer Durchtrennung der Faser unter Zugbelastung keine Last mehr über diese übertragen werden kann. Im Gegensatz dazu kann nach einem Faserdruckbruch immer noch eine Kraft übertragen werden, da es zu einem sukzessiven Versagen der Matrix kommt und zu einem Ausknicken der Faser infolge der fehlenden Stützwirkung der Matrix.

In den Arbeiten von *Matzenmiller et al.* [37], *Wiegand* [38], *Chatiri und Matzenmiller* [28] und *Pinho* [39] erfolgt die Degradation infolge eines Faserzugbruches derart, dass keine

Spannung in Faserrichtung und keine Schubspannung über die Bruchfläche übertragen werden kann. Demzufolge wird mittels Schädigungsvariablen die Elastizitätsmatrix so beeinflusst, dass die Spannungen σ_1 , τ_{12} und τ_{31} gegen den Wert 0 tendieren. Daraus ergibt sich die Elastizitätsmatrix (3.30) nach [38], wobei die gleiche Notation wie in Gleichung (3.2) gilt.

$$\begin{bmatrix} (1 - \omega_1)C_{11} & (1 - \omega_1)C_{12} & (1 - \omega_1)C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (1 - \omega_2)C_{21} & (1 - \omega_2)C_{22} & (1 - \omega_2)C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ (1 - \omega_3)C_{31} & (1 - \omega_3)C_{32} & (1 - \omega_3)C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1 - \omega_4)C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - \omega_5)C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - \omega_6)C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Im Falle eines Fb werden also die betreffenden Schädigungskoeffizienten ω_1 , ω_4 und ω_6 beginnend von dem Startwert 0 vergrößert. Im Falle einer Zugbeanspruchung erfolgt die Vergrößerung bis zu dem Wert 1, da keine Kräfte mehr über die Bruchfläche übertragen werden können. Bei einer Druckbeanspruchung können weiterhin Normal- und Schubspannungen übertragen werden, sodass sich die Funktionen der Schädigungskoeffizienten je nach der Versagensart unterscheiden.

3.4.2. Schädigungsmodellierung infolge Zwischenfaserbruch

In den Publikationen von *Matzenmiller et al.* [37], *Wiegand* [38], *Chatiri* und *Matzenmiller* [28] und *Pinho* [39] sind ebenfalls Schädigungsmodelle für den Zfb beschrieben. Bei diesen werden die Schädigungskoeffizienten ω_2 , ω_3 , ω_4 , ω_5 und ω_6 vermindert.

Da für die Festigkeitsbewertung hinsichtlich Zfb die Zwischenfaserbruchkriterien von *Puck* zum Einsatz kommen, wird an dieser Stelle der Fokus auf die Degradationsmodelle von *Puck* bzw. deren Erweiterungen gelegt.

Diese Degradationsmodelle basieren auf der Annahme, dass die diskreten Mikrorisse „verschmiert“ modelliert werden. Die Vorgehensweise ist in Abbildung 3.10 dargestellt. Falls mittels der *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien die Anstrengung $f_{E,Zfb} \geq 1$ berechnet wird, ist dies so zu interpretieren, dass in diesem finiten Element faserparallel ausgerichtete Mikrorisse entstehen. Die Auswirkung hat mikromechanisch betrachtet eine Trennung des Werkstoffes und somit eine Lastumleitung über benachbarte Schichten zur Folge.

In der FEM-Berechnung wird entsprechend der Spannungs-Verzerrungs-Beziehung (3.2) eine Homogenisierung der elastischen Eigenschaften vorgenommen, indem die Fasern und die Matrix als ein homogenes Kontinuum betrachtet werden. Dementsprechend ist

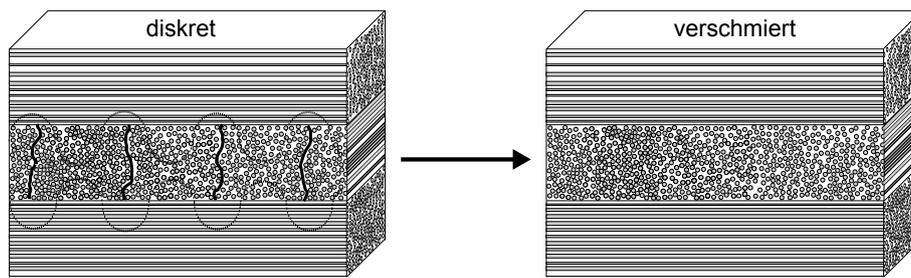


Abb. 3.10.: Verschmierte Betrachtungsweise der Mikrorisse

es also nicht möglich, die mikromechanische Lastumleitung infolge eines Zfb in der FEM-Berechnung abzubilden. Aus diesem Grund werden auch die Mikrorisse homogenisiert, d. h. es werden in der Degradationsanalyse die Auswirkungen der Mikrorisse auf die elastischen Eigenschaften betrachtet. Die Homogenisierung und die damit einhergehende integrale Wirkung mehrerer Mikrorisse impliziert demnach, dass die Degradation in Abhängigkeit der Rissdichte gestaltet wird.

Zusammen mit den Festigkeitskriterien veröffentlichte *Puck* in [20] auch ein entsprechendes Degradationsmodell für den ebenen Spannungszustand. Im Gegensatz zu der Verminderung der Komponenten der Elastizitätsmatrix nach (3.30) werden bei *Puck* die Ingenieurskonstanten nach (3.31) degradiert, wobei der Index s den Wert der Größe beim Eintreten des Zfb bezeichnet.

$$\begin{pmatrix} E_2 \\ G_{12} \\ \nu_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_E \cdot E_{2,s} \\ \eta_G \cdot G_{12,s} \\ \eta_\nu \cdot \nu_{21,s} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Die Degradation erfolgt mittels des Koeffizienten η , welcher einen Wert zwischen 0 und 1 annimmt und somit die jeweilige Größe in Bezug auf den Wert beim Erreichen des Zfb vermindert.

$$\eta = \frac{1 - \eta_r}{1 + c \cdot (f_{E,Zfb,f} - 1)^\xi} + \eta_r \quad (3.32)$$

Der Parameter η_r in Gleichung (3.32) beschreibt die Reststeifigkeit beim Erreichen der Rissättigung. Der Faktor c und der Exponent ξ dienen zur Anpassung an die Versuchsergebnisse. Die Berechnung von η erfolgt mit der sogenannten fiktiven Überanstrengung $f_{E,Zfb,f}$. Dabei wird die Anstrengung auf Basis der Spannungen mit den nicht degradierten Werten ($E_{2,i}$, $G_{12,i}$, $\nu_{21,i}$) berechnet. Die Gleichung (3.32) gilt für die Berechnung von η_E , η_G und η_ν . *Puck* empfiehlt in [20] für den Bruchmodus A alle drei Größen in einem gleichen Maß abzumindern. Für die Bruchmoden B und C wird nur zu einer Abminderung von E_2 geraten.

Dieses Modell von *Puck* wurde mittels experimenteller Arbeiten sowie nachfolgender Veröffentlichungen weiter plausibilisiert und validiert. Innerhalb dieser Arbeiten wurden

die Erkenntnisse gewonnen, dass die Querkontraktionszahl ν_{21} nicht und E_2 und G_{12} in einem unterschiedlichen Maß degradiert werden sollten. In der Arbeit von *Knops* [40] wurden zudem die Reststeifigkeiten bei Rissättigung experimentell ermittelt. Für den Fall, dass keine experimentellen Daten für die Ermittlung der notwendigen Parameter für die Degradationsfunktion vorliegen, entwickelten *Puck* und *Schürmann* in [41] die *fe1*-Methode. Bei diesem Ansatz werden die Ingenieurskonstanten so degradiert, dass die Zwischenfaserbruchanstrengung nach dem Erreichen des Z_{fb} konstant bleibt. Der große Nachteil dieser Methode liegt darin, dass die Abminderung der Ingenieurskonstanten in jedem Berechnungsschritt iterativ erfolgt, bis die Randbedingung $f_{E,Z_{fb}} = 1$ eingehalten ist.

In der Dissertation von *Weber* [42] wird die sogenannte „Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode“ vorgestellt. Diese Methode ähnelt der *fe1*-Methode, bietet aber den enormen Vorteil, dass die Koeffizienten zur Abminderung direkt durch ein Auflösen der Spannungs-Verzerrungs-Beziehung ermittelt werden können. Im Falle eines Z_{fb} nach Bruchmodus A werden E_2 und G_{12} so vermindert, dass σ_2 und τ_{12} konstant bleiben, wie in Abbildung 3.11 gezeigt ist. Ein Konstanthalten der Spannungen beim Eintreten des Z_{fb} hat zur Folge, dass die Anstrengung auch konstant auf dem Wert 1 gehalten wird, sodass in diesem Fall das Ergebnis identisch zu der *fe1*-Methode ist. Für den Bruchmodus B schlägt *Weber* ein Fixieren von τ_{12} vor. σ_n wird beim Bruchmodus B nicht konstant gehalten, da die Bruchflächen aufeinander drücken und somit weiterhin eine Spannungsübertragung möglich ist.

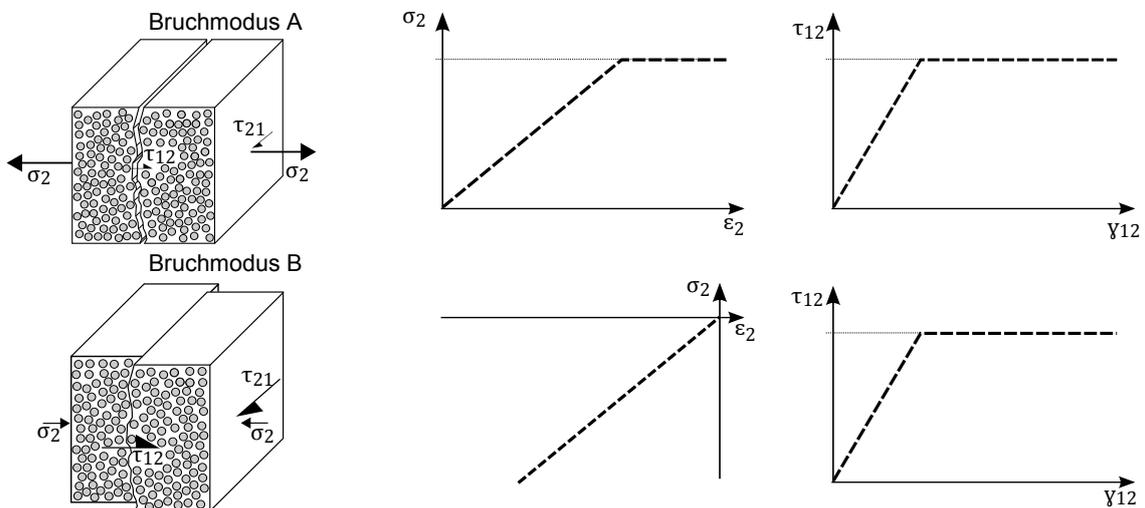


Abb. 3.11.: Degradation für die Bruchmoden A und B nach der „Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode“ nach [42]

Alle bisher vorgestellten Degradationsmodelle basieren auf der Annahme eines ebenen Spannungszustandes. In der Dissertation von *Deuschle* [43] wird zur Berechnung der Testfälle des World-Wide Failure Exercise II (WWFE II), siehe [44], die *fe1*-Methode in dem dreidimensionalen Spannungsraum angewandt. Neben der Übertragung auf alle-

meine Spannungszustände führt *Deuschle* auch eine Gewichtung der Degradation mit Hilfe des Bruchwinkels ein. Je nach der Orientierung des Zfb werden dadurch zum Beispiel E_2 und E_3 unterschiedlich vermindert. Für die Degradation der Elastizitäts- und Schubmoduli ergeben sich die Beziehungen (3.33) und (3.34), welche [43] entnommen sind. Die Indizes i und j bezeichnen die Richtung bzw. die Ebene der Elastizitäts- bzw. Schubmoduli und können demnach Werte von 1 bis 3 annehmen. Der Index *orig* bezeichnet in diesem Fall den initialen Modul und der Index *red* den Sekantenmodul.

$$E_i^{red} = \begin{cases} E_i^{orig} \cdot (1 - n_i \cdot \eta) & \text{für positive Spannungen in die } i\text{-Richtung} \\ E_i^{orig} & \text{für negative Spannungen in die } i\text{-Richtung} \end{cases} \quad (3.33)$$

$$G_{ij}^{red} = \begin{cases} G_{ij}^{orig} \cdot (1 - n_{ij}^+ \cdot k \cdot \eta) & \text{für positive Schubspannungen in der } ij\text{-Ebene} \\ G_{ij}^{orig} \cdot (1 - n_{ij}^- \cdot k \cdot \eta) & \text{für negative Schubspannungen in der } ij\text{-Ebene} \end{cases} \quad (3.34)$$

Der Koeffizient zur Abminderung η wird in diesem Fall mit der *fe1*-Methode iterativ ermittelt und dann mittels des jeweiligen Faktors n gewichtet. Für die Berechnung von n wird die Differenz des Bruchwinkels mit einem Winkel θ_{md} verwendet, welcher dem Winkel mit dem größten Einfluss des Bruchwinkels auf die jeweilige Ingenieurskonstante entspricht, siehe Tabelle 3.1. Der Faktor k repräsentiert laut [43] den Einfluss des Schubes auf die Degradation.

$$n = \frac{1 - n_{min}}{2} \cdot \cos(2[\theta_{br} - \theta_{md}]) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}n_{min} \quad (3.35)$$

Tab. 3.1.: Werte für den Winkel θ_{md} zur Berechnung des Gewichtungsfaktors n nach (3.35), entnommen aus [43]

θ_{md}	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}
n_i	0°	90°			
n_{ij}^+			0°	90°	+45°
n_{ij}^-			0°	90°	-45°

3.5. Festigkeitskriterium und Schädigungsmodell für die Delamination

Für die Berechnung der Delaminationsinitiierung stellen Kriterien mit einem bruchmechanischen Ansatz den Stand der Technik dar. Ein Beispiel für solch einen Ansatz, welcher in der Software *Virtual Performance Solution 2013* umgesetzt ist, wird in [45] beschrieben. Im Gegensatz zu den Betrachtungen für den Fb und den Zfb werden in diesem Fall ausschließlich die Normalspannung σ_3 und die intralaminare Schubspannung τ_{31} für die Versagensbewertung herangezogen.

In diesem bruchmechanischen Ansatz werden die Bruchmoden *I* und *II* als verschiedene Rissöffnungsarten unterschieden, wie in Abbildung 3.12 dargestellt. Der Bruchmodus *I* beschreibt nach [46] eine symmetrische Rissöffnung in Dickenrichtung infolge einer Normalspannung. Eine asymmetrische Rissöffnung infolge einer Schubspannung charakterisiert den Bruchmodus *II*.

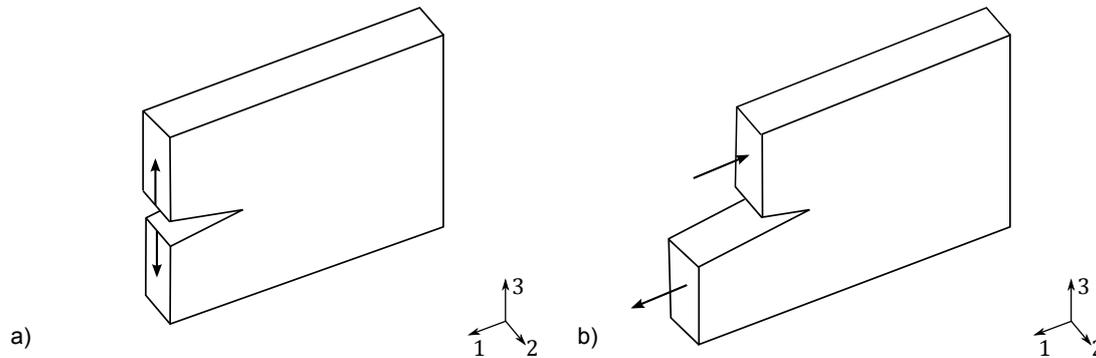


Abb. 3.12.: Unterteilung der Bruchmoden nach bruchmechanischen Ansätzen, a) Bruchmodus *I*, b) Bruchmodus *II*

Bei dem in [45] beschriebenen Delaminationsmodell werden die Energiefreisetzungsraten G für den Bruchmodus *I* und den Bruchmodus *II* mit den jeweiligen Grenzwerten verglichen. Die Interaktion zwischen den Bruchmoden kann mittels des Exponenten n variiert werden, siehe Gleichung (3.36).

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^n + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^n = 1 \quad (3.36)$$

Die Energiefreisetzungsraten entsprechen dem Flächeninhalt der Spannungs-Separations-Kurven, welche in Abbildung 3.13 dargestellt sind. Der Flächeninhalt kann mittels dem Integral der Spannung über der Separation berechnet werden, siehe (3.37) und (3.38). Laut [46] beschreibt die Energiefreisetzungsraten die pro infinitesimalem Rissfortschritt freigesetzte Energie. Für Mode *I* entspricht die Separation δ_I der Verschiebung u_3 und für Mode *II* stellt die Verschiebung u_{31} die Separation δ_{II} dar.

$$G_I = \int_0^{u_3} \sigma_3 \cdot du_3 \quad (3.37)$$

$$G_{II} = \int_0^{u_{31}} \tau_{31} \cdot du_{31} \quad (3.38)$$

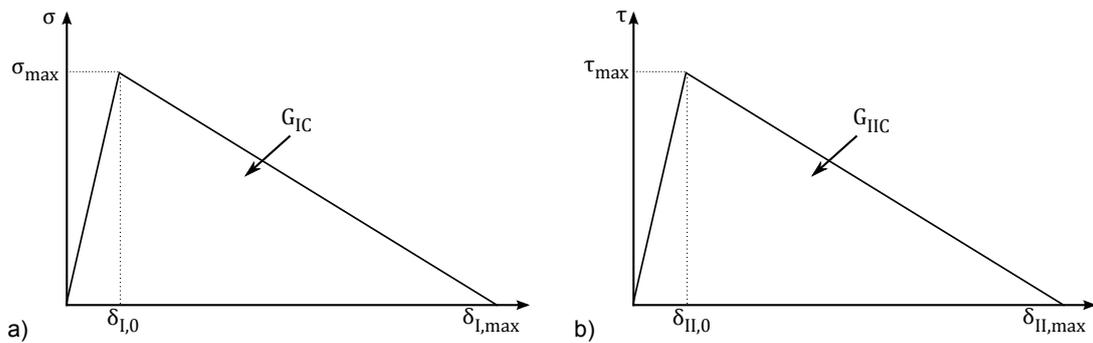


Abb. 3.13.: Spannungs-Separations-Beziehungen nach [45], a) Spannungs-Separations-Beziehung für Bruchmodus *I*, b) Spannungs-Separations-Beziehung für Bruchmodus *II*

Die Darstellungen zeigen ebenso, dass ein linear elastisches Verhalten bis zum Erreichen der Maximalkraft vorliegt. Anschließend erfolgt eine Verminderung der Spannung nach (3.39) bzw. (3.40). Die Faktoren k_3 bzw. k_{31} repräsentieren dabei die Sekantensteigung der Spannungs-Separations-Kurve. Die Schädigung erfolgt durch eine lineare Vergrößerung der Parameter d_3 bzw. d_{31} ausgehend von dem Wert 0 beim Erreichen der Maximalspannung. Das Maß des Abfalls der Spannung richtet sich nach der kritischen Energiefreisetzungsrate G_C .

$$\sigma_3 = k_3 (1 - d_3) \cdot u_3 \quad (3.39)$$

$$\tau_{31} = k_{31} (1 - d_{31}) \cdot u_{31} \quad (3.40)$$

Die in (3.36) beschriebene Überlagerung der Bruchmoden ist für das Beispiel $n = 1$ in der Abbildung 3.14 dargestellt. Infolge einer kombinierten Belastung von Mode *I* und *II* kommt es an der Position *A* zum Beginn der Schädigung. Diese tritt auf, bevor die jeweiligen Maximalspannungen erreicht sind. An der Position *B* tritt das Versagen beim Erreichen der interpolierten kritischen Energiefreisetzungsrate ein.

Für eine vollständige Beschreibung des Modells sind somit Angaben für die initialen Steigungen der Spannungs-Separations-Kurven, die kritischen Energiefreisetzungsraten, die maximalen Spannungen und für den Exponent n zur Beschreibung der Überlagerung von Mode *I*- und Mode *II*-Belastungen notwendig.

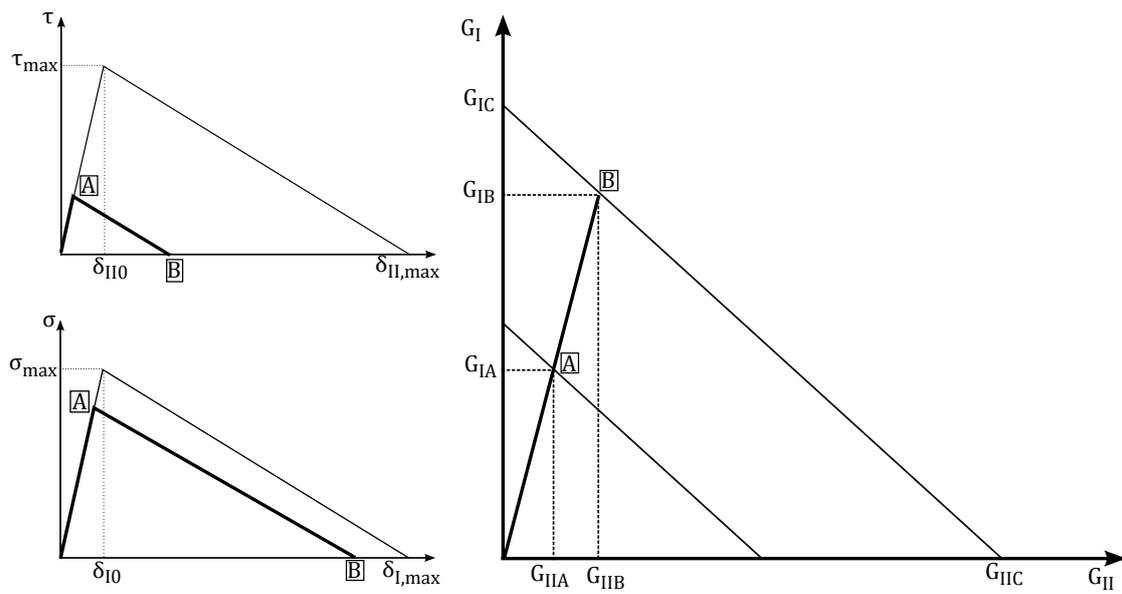


Abb. 3.14.: Interaktion bei einer kombinierten Mode I- und Mode II-
Belastung nach [45]

4. Experimentelle Prüfung der mechanischen Festigkeit

Die experimentelle Untersuchung der mechanischen Festigkeit bezieht sich auf die Bestimmung der maximalen Kraft bis zum Versagen der Verbindung bei variierenden Lasteinleitungswinkeln unter quasistatischen Lasten. Betrachtungen hinsichtlich dynamischer oder zyklischer Belastungen wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. Für die quasistatischen Untersuchungen wurde dafür eine modifizierte KS2-Prüfeinrichtung, eine optische Verschiebungsmessung und ein modifizierter Probekörper verwendet, welcher nachfolgend beschrieben wird.

4.1. Probekörper

Die in der Abbildung 2.2 dargestellte U-förmige Geometrie der Probekörper des LWF der Universität Paderborn ist für eine Herstellung aus CFK ungeeignet. Der Grund dafür liegt in der Krümmung des Probekörpers und den Nuten für die Befestigung an der Versuchseinrichtung. Für eine Herstellung aus CFK müsste eine Drapierung der Fasergelege erfolgen, was zu einer vermehrten Streuung in der Probekörperqualität führen kann, bei einem gleichzeitig höheren Fertigungsaufwand. Des Weiteren kann bei einer Herstellung aus CFK, abhängig von dem Lagenaufbau, nicht sichergestellt werden, dass die Probe immer im Bereich des Fügeelementes versagt.

Aus diesen Gründen wurde der Probekörper modifiziert. Anstatt der U-förmigen Geometrie wurde Plattenmaterial verwendet. Dieses besitzt den Vorteil, dass die Herstellung relativ einfach und gut reproduzierbar ist. Bei den verwendeten Probekörpern wurde die CFK-Platte mittels des Prepreg-Verfahrens hergestellt. Der dadurch entstehende Probekörper ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Die CFK-Platte mit den Maßen 110 mm x 62,5 mm ist 1,2 mm dick und besteht aus acht Laminatschichten, wobei Probekörper mit unterschiedlichen Laminataufbauten geprüft wurden. Die Bezeichnung der Laminataufbauten bezieht sich jeweils auf die 0°-Richtung, welche entlang der Längsrichtung des Probekörpers definiert wurde. Als Faser wurde eine hochfeste T700 Kohlenstofffaser verwendet und als Matrixwerkstoff ein Epoxidharz. Mittels eines Glühverlustversuches konnte der Faservolumengehalt mit 51 % bestimmt werden.

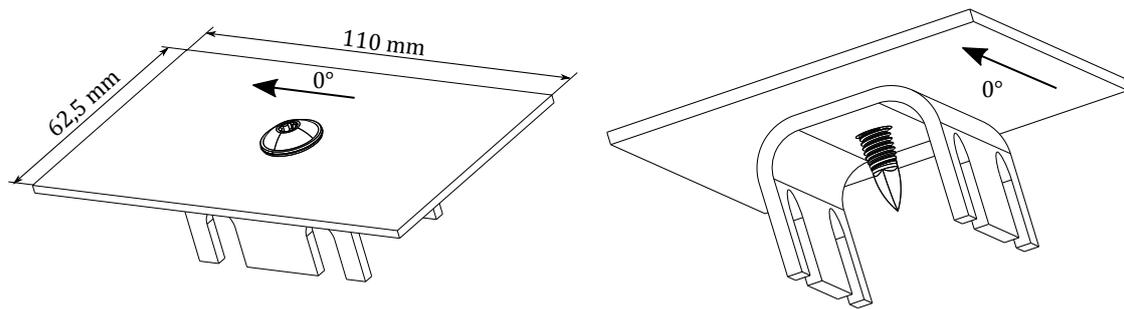


Abb. 4.1.: Modifizierter KS2-Probekörper

Für den Aluminiumprobekörper wurde eine 2,5 mm dicke Aluminiumknetlegierung mit der Bezeichnung EN-AW6060-T6 verwendet. Vor dem Fügen wird das Aluminium, analog zu dem automobilen Fertigungsprozess, mit einer kathodischen Tauchlackierung versehen. Abbildung 4.2 zeigt ein Schlibbild von dem Probekörper, wobei der Schliff genau durch die Mitte der Schraubverbindung dargestellt ist. In der Abbildung erkennt man, dass das CFK bereits vor dem Verschrauben mit der Fließformschraube, welche aus dem Edelstahl X6CrNiTi 18-10 hergestellt ist, vorgebohrt wurde. Die Vorbohrung besitzt mit 8 mm einen größeren Durchmesser als der Schaft der Fließformschraube mit 5 mm. In der Darstellung ist eine asymmetrische Positionierung der Schraube in der Vorbohrung ersichtlich, welche infolge der Positionstoleranzen beim Fügeprozess entsteht. Ebenso ist unterhalb des Schraubenkopfes der Aluminiumwulst zu erkennen, welcher sich während des Fügeprozesses ausbildet. Der Durchmesser des Schraubenkopfes beträgt 14,7 mm.



Abb. 4.2.: Schlibbild des Probekörpers im Bereich der Verschraubung, Ⓐ
Schnittpunkt der Kraftflusslinien aller Lasteinleitungswinkel

4.2. Versuchseinrichtung

Bei der Prüfung von Verbindungen zwischen metallischen Werkstoffen werden die beiden U-förmigen Probekörper mittels Schrauben an die Versuchseinrichtung festgeschraubt. Da in diesem Fall für das CFK ebenes Plattenmaterial zum Einsatz kam, konnte die Verschraubung mit der Versuchseinrichtung nicht umgesetzt werden. Aus diesem Grund wurde das CFK geklemmt. Abbildung 4.3 zeigt die modifizierte Versuchseinrichtung. Mittels dieser ist es möglich, vom reinen Scherzugversuch bis zum reinen Kopfzugversuch sieben verschiedene Lasteinleitungswinkel in 15°-Schritten zu prüfen. Die Lastleitung erfolgt dabei querkräftfrei und die Versuchsprobe kann um ihre x-Achse rotieren. Es ist auch möglich, diese Rotation mittels eines zusätzlichen Bolzens zu sperren.

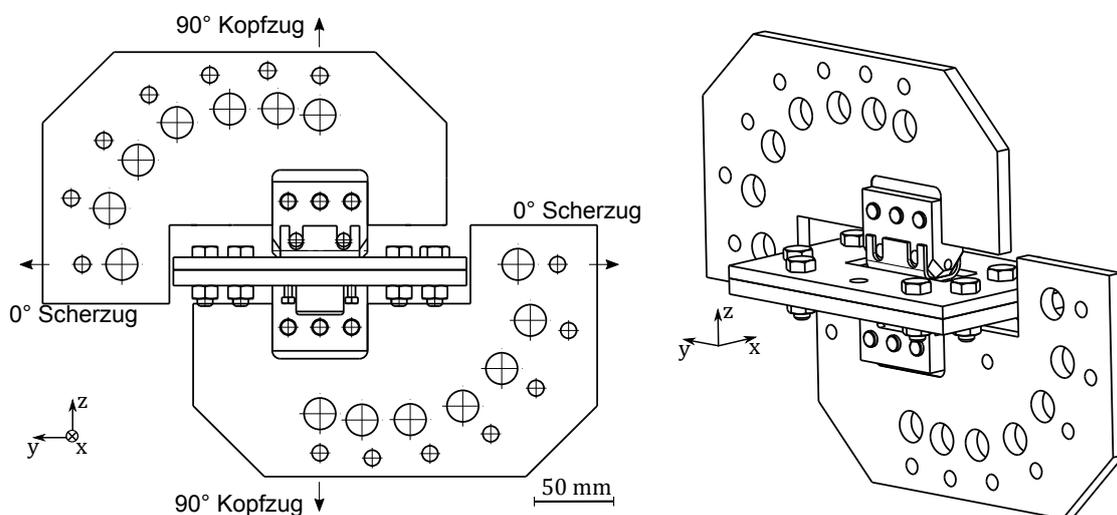


Abb. 4.3.: Prinzipskizze der Versuchseinrichtung

Der Einbau des Probekörpers ist in der Abbildung 4.4 dargestellt. Zuerst wird die CFK-Platte in die Tasche der unteren Halteplatte ① eingelegt. Auf das CFK-Laminat wird ein Rahmen aus Aluminium ② gelegt, um die Klemmung zu gewährleisten. Nach dem Verschrauben der unteren mit der oberen Halteplatte ③ wird mittels mehrerer Schrauben der Aluminiumrahmen auf das CFK geklemmt. Die Dimension der Öffnung in der unteren Halteplatte und die Randbedingung der Klemmung wurden so gewählt, dass die reale Einbausituation im Fahrzeug so gut wie möglich wiedergegeben wird. Der gesamte Probekörper ist in der Versuchseinrichtung so positioniert, dass der Kraftfluss immer genau durch den Punkt **A** in Abbildung 4.2 geht. Vor dem Beginn der Festigkeitsuntersuchung wird der Probekörper mit einer Zugkraft von 100 N vorgespannt. Anschließend erfolgt der quasistatische Zugversuch mit einer Versuchsgeschwindigkeit von 1 mm/min.

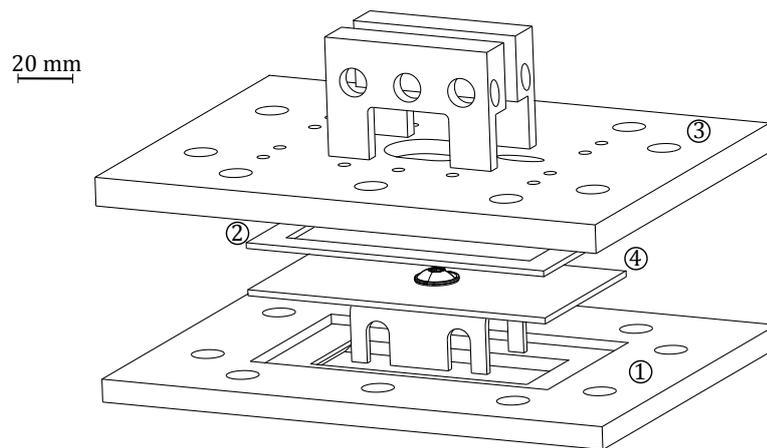


Abb. 4.4.: Einbau des Probekörpers in die Versuchseinrichtung, ① untere Halteplatte, ② Aluminiumleiste, ③ obere Halteplatte, ④ Probekörper

4.3. Versuchsauswertung

Ziel der Versuche ist es zum einen die Festigkeit der Verbindung zu ermitteln, und zum anderen die charakteristischen Versagensmechanismen zu identifizieren. Von der verwendeten Zugprüfmaschine (Typ *RMC 100* der Firma *Schenk*) werden standardmäßig die Kraft und die Traversenverschiebung gemessen. Mittels der Kraftmessung kann die Festigkeit in Form einer Maximalkraft bestimmt werden. Um die Kraft-Verschiebungs-Kurve des Probekörpers zu ermitteln ist die Verwendung der Traversenverschiebung nicht geeignet. Diese beinhaltet neben der Verformung des Probekörpers auch die Verformung der gesamten Versuchseinrichtung, sodass die Traversenverschiebung größer als die Verschiebung des Probekörpers ist. Um ausschließlich die Verformung des Probekörpers zu ermitteln, wurde eine lokale Verschiebungsmessung entwickelt. Diese basiert auf einem Bildkorrelationsverfahren. Während des Versuches werden in einem Zeitintervall von 5 s Fotos vom dem Versuchsaufbau gemacht. Aufgrund der Verschiebung charakteristischer Punkte in den einzelnen Fotos kann eine lokale Verschiebungsmessung durchgeführt werden.

In der Abbildung 4.5a ist ein einzelnes Foto von dem Bildkorrelationsverfahren dargestellt. Die charakteristischen Punkte, welche die lokale Wegmessung ermöglichen, sind mit den Markierungen ① und ② gekennzeichnet. Die oberen und unteren Haltebolzen sind mit ② markiert. Der Schraubenschaft wurde mittels eines Stäbchens, siehe auch Abbildung 4.5b, verlängert und ist dadurch ebenso in dem Bildausschnitt sichtbar, siehe Markierung ①. Während des Versuches wird der untere Teil bewegt. Die Verschiebung der gesamten Probe kann mittels der Auswertung der beiden Bolzenreihen erfolgen. Die Auswertung der oberen Bolzenreihe mit dem Stäbchen ergibt die Verschiebung des Schraubenkopfes, welche mit der Verformung des CFK-Laminates übereinstimmt (entspricht dem

grünen Dreieck). Dies gilt für den Fall, dass der Schraubenkopf gegenüber dem Laminat noch keine Relativverschiebung erfahren hat. Es ist also möglich, die Verformung des gesamten Probekörpers zu messen und zudem auch die einzelnen Verformungsanteile des CFK und des Aluminium zu separieren [47].

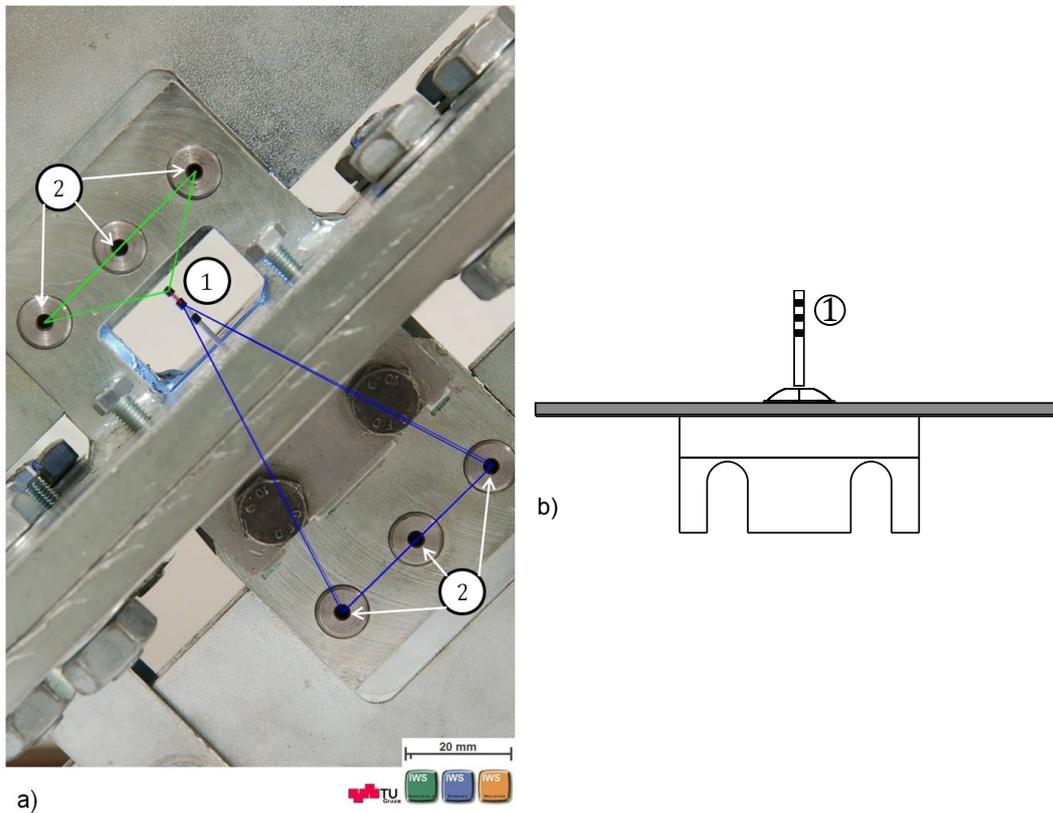


Abb. 4.5.: Optische Bildkorrelation zur lokalen Wegmessung, a) Messpunkte zur lokalen Verschiebungsmessung, ① Stäbchen zur Verlängerung des Schraubenschaftes, ② Haltebolzen, b) Versuchsprobe mit ① Keramikstäbchen

Abbildung 4.6 zeigt die Unterschiede in der Verschiebungsmessung am Beispiel eines Kopfzugversuches mit dem Laminat $(0/90/45/-45)_s$, welcher in Kapitel 4.4.1.1 detailliert beschrieben wird. Die gemessene Verschiebung bei Maximalkraft ist bei der Traverse am größten, da bei dieser Messung ebenso die Verformung der Versuchseinrichtung erfasst wird. Die Verschiebung des Probekörpers ist beim Erreichen der Maximalkraft um ca. 4 % geringer als die Verschiebung der Traverse. Die Verschiebung des Schraubenkopfes entspricht der Laminatverformung und ist um ca. 15 % geringer als die Traversenverschiebung. Beim Erreichen der Maximalkraft wird für den Schraubenkopf eine relative Verschiebung von 44 % und für den gesamten Probekörper eine relative Verschiebung von 55 % bezogen auf die maximale Traversenverschiebung gemessen. Die Verformung des CFK trägt somit mit einen Anteil von ca. 80 % zu der Verschiebung des Probekörpers

beim Erreichen der Maximalkraft bei. Die restlichen 20 % kommen aus der Verformung des Aluminiumprobekörpers und der Fließformschraube.

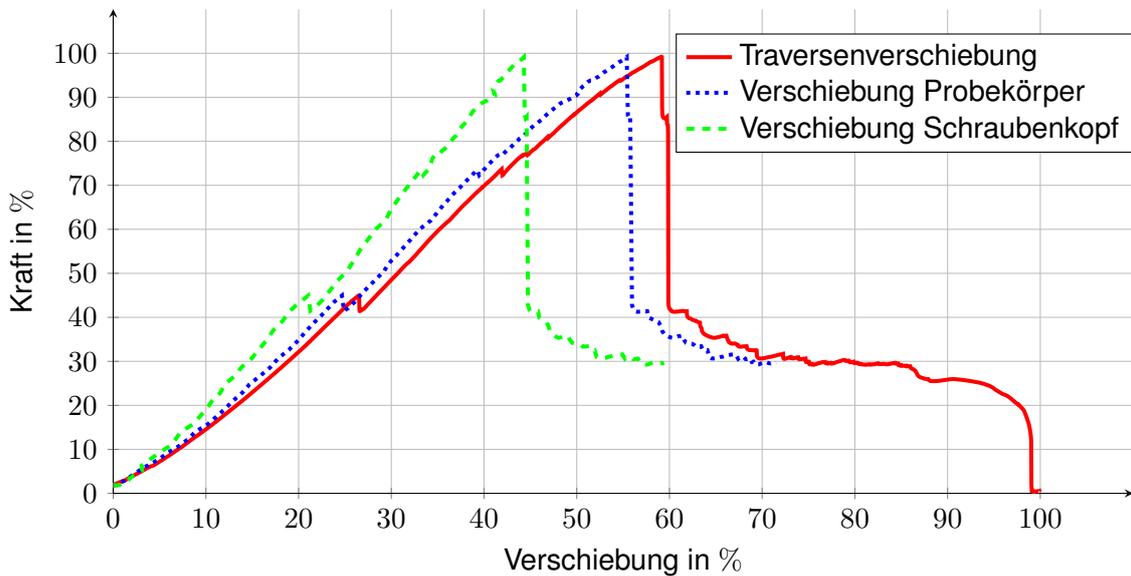


Abb. 4.6.: Unterschiede der Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates $(0/90/45/-45)_s$ im Kopfzugversuch

4.4. Versuchsergebnisse

Im Rahmen der Arbeit wurden fünf verschiedene Laminare geprüft. Dabei wurden für zwei Laminare alle Lastenleitungswinkel geprüft und für die weiteren Laminare ausgewählte Lastenleitungswinkel. Mittels Endoskopkameraaufnahmen und Schlißbildern wurde die Bestimmung der charakteristischen Versagensmoden vorgenommen. Für die Bestimmung der Maximalkraft stehen Kraft-Verschiebungs-Kurven zur Verfügung. Diese sind skaliert dargestellt. Alle Kurven in einem Diagramm unterliegen dabei immer der gleichen Skalierung. Die Kraftwerte aller Kurven sind auf den maximalen Kraftwert, welcher von einer in dem Diagramm enthaltenen Kurve erzielt wurde, skaliert. Ebenso sind alle Verschiebungen in einem Diagramm auf die gleiche maximale Verschiebung skaliert. Somit erreicht immer eine Kurve einen Kraftwert von 100 % und eine Kurve eine Verschiebung von 100 %. Dabei kann es sich auch um die gleiche Kurve handeln. Für den Fall, dass mehrere Kurven in der Kraft oder Verschiebung einen Wert von 100 % erreichen, sind auch die absoluten Werte gleich. Aufgrund der Skalierung auf die jeweiligen Maximalwerte für Kraft und Verschiebung unterscheidet sich die Skalierung für die einzelnen Diagramme.

4.4.1. Bestimmung der charakteristischen Versagensmoden

Bei der Untersuchung der mechanischen Festigkeit konnten je nach Lasteinleitungswinkel zwei unterschiedliche Versagensmechanismen festgestellt werden. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle das Versagen für den reinen Kopf- und Scherzugversuch getrennt betrachtet. Bei allen Laminataufbauten und Lasteinleitungswinkeln war das Schädigungs- und Versagensverhalten des CFK bestimmend für das Versagen der gesamten Verbindung.

4.4.1.1. Kopfzugversagen

In Abbildung 4.7 ist das Versagensverhalten der Verbindung im Kopfzugversuch dargestellt. Für alle geprüften Laminat konnte ein gleichartiges Kopfzugversagen beobachtet werden, sodass an dieser Stelle eine exemplarische Beschreibung mittels der Ergebnisse für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$ erfolgt. Die Grafik zeigt zum einen eine schematische Darstellung des Verformungsverhaltens und zum anderen die Korrelation zu den Ereignissen in der gemessenen Kraft-Verschiebungs-Kurve. Zwischen den einzelnen Versuchen zeigen sich nur marginale Unterschiede in der Kraft-Verschiebungs-Kurve, sodass eine sehr gute Reproduzierbarkeit vorliegt.

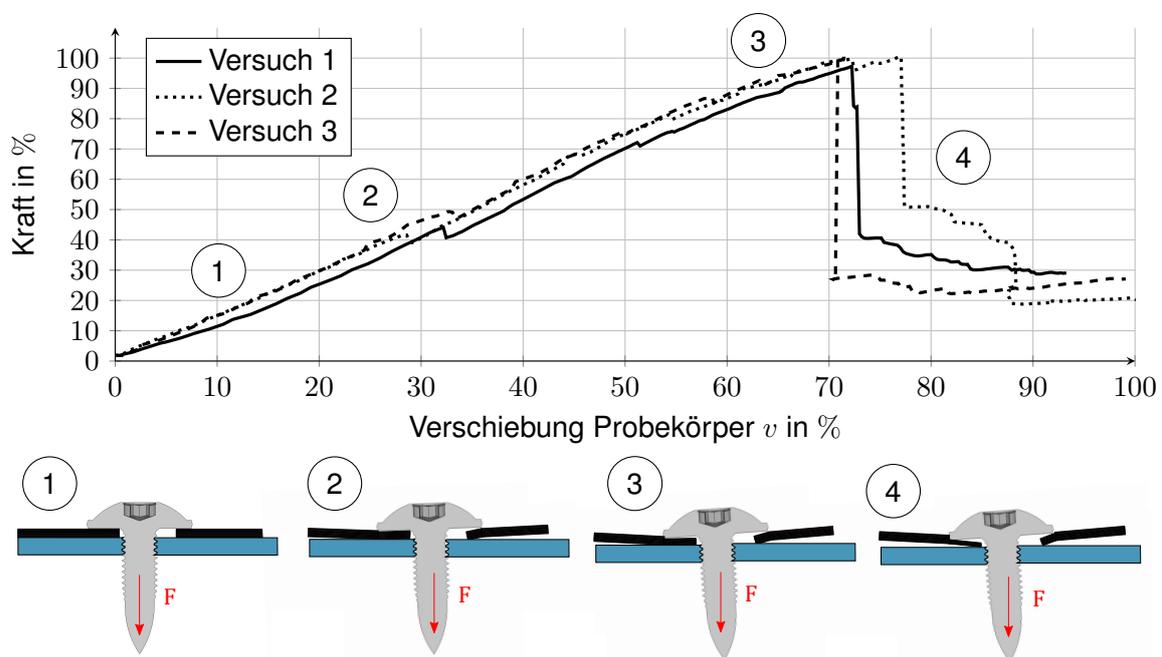


Abb. 4.7.: Schädigungs- und Versagensverhalten im Kopfzugversuch, ① elastische Verformung, ② Schädigung infolge F_b und Z_{fb} , ③ Maximalkraft, ④ Ausknöpfen des Schraubenkopfes

Bei dem mit ① markierten Zustand ist der initiale Zustand des Probekörpers abgebildet. Die unsymmetrische Positionierung ist in der Skizze beispielhaft dargestellt und variiert

für jeden Probekörper mit einer Toleranz von ca. ± 1 mm in der Längs- und Querrichtung des Probekörpers. Bei dem Zustand ② setzt die Schädigung des Laminates infolge der Querkraftbeanspruchung ein. Diese führt zu mehreren Belastungszuständen, welche sich gegenseitig überlagern. Im Wesentlichen werden eine Biegebelastung, eine Druckbelastung in Dickenrichtung und eine intralaminare Schubbelastung hervorgerufen. Die Biegebelastung führt zu F_b und Z_{fb} in den einzelnen Schichten. Die Druckbeanspruchung in Dickenrichtung begünstigt Z_{fb} und wirkt gleichzeitig Delaminationen entgegen. Die Schubbeanspruchung begünstigt Z_{fb} , F_b als auch Delaminationen. Der Knick in den Kraft-Verschiebungs-Kurven an der Position ② ist auf Z_{fb} im Bereich des Randes von dem Schraubenkopf zurückzuführen. Wie in der Skizze dargestellt, ist infolge der nicht zentrischen Positionierung der Schraube eine unsymmetrische Schädigung zu beobachten. Beim Erreichen des Kraftmaximums bei Zustand ③ setzt F_b in der an dem Schraubenkopf anliegenden äußeren Laminatschicht ein. Nach dem Versagen dieser Schicht verliert die CFK-Platte im Bereich des Schraubenkopfes deutlich an Biegesteifigkeit, was durch den markanten Kraftabfall in der Kraft-Verschiebungs-Kurve zu erkennen ist. Im Zustand ④ setzt das Totalversagen der Versuchsprobe ein. Durch die enorme Schädigung des Laminates im Bereich des Schraubenkopfrandes wird die Vorbohrung immer weiter aufgeweitet, bis der Schraubenkopf durch die Vorbohrung hindurchgezogen wird, was einem Ausknöpfen entspricht.

Zur Verdeutlichung der Schädigungs- und Versagensmechanismen ist in Abbildung 4.8 ein Schliffbild des Laminates dargestellt, wobei der Probekörper quer zu der obersten Faserschicht, also entsprechend einer Faserorientierung von 90° geschnitten wurde. Bei dem Schliffbild wurde die Probe bis kurz vor dem Erreichen der Maximalkraft belastet. Dargestellt ist ein Ausschnitt des Laminates im Zwischenbereich von dem Schraubenkopf und dem Aluminium. Direkt unterhalb des Schraubenkopfes ist mit ① gekennzeichnet ein Z_{fb} zu erkennen. Der Bruchwinkel und die erkennbare Verschiebung an der Bruchfläche deutet auf einen Z_{fb} im Bruchmodus C hin. Ebenfalls aufgrund einer Druckbelastung ist ein Faserbruch an der Stelle ② ersichtlich. An den Positionen mit der Markierung ③ sind Delaminationen des Laminates zu erkennen. Im Bereich der Z_{fb} bei den Positionen ④ liegt aufgrund der Biegebelastung eine Zugspannung vor, sodass sich ein Z_{fb} nach dem Bruchmodus A einstellt, was auch an den nahezu senkrechten Bruchflächen ersichtlich ist. Das Schliffbild der Probe zeigt also vielfältige Schädigungsmechanismen. Bestimmend für das Versagen ist jedoch der Faserbruch in den Schichten unterhalb des Schraubenkopfes. Dieser muss über den gesamten Umfang des Schraubenkopfes stattfinden. Aus diesem Grund hat die Probe, mit welcher das Schliffbild angefertigt wurde, auch noch nicht die Maximalkraft erreicht, obwohl F_b und Z_{fb} in den Schichten unterhalb des Schraubenkopfes deutlich erkennbar sind.

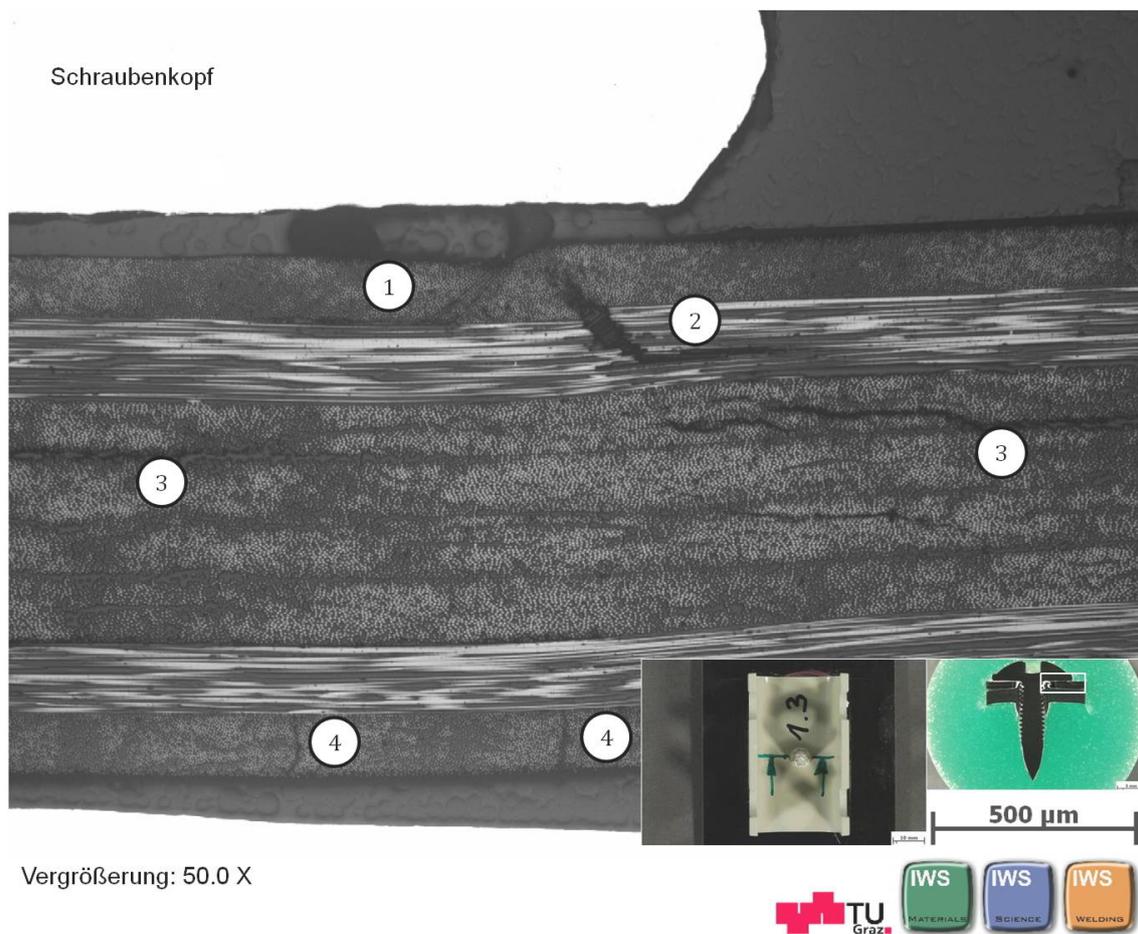


Abb. 4.8.: Mikroschliffbild unter Kopfzugbelastung bei Maximalkraft, ① Zfb im Bruchmodus C, ② Fb, ③ Delamination, ④ Zfb im Bruchmodus A

4.4.1.2. Scherzugversagen

Das Schädigungs- und Versagensverhalten für die Scherzugbelastung unterscheidet sich signifikant von dem Verhalten im Kopfzugversuch. Da ein identisches Versagensverhalten für alle geprüften Laminat festgestellt werden konnte, ist eine für alle Laminat gültige schematische Darstellung des Schädigungs- und Versagensverhaltens in Abbildung 4.9 am Beispiel des Laminates $(0/90/45/-45)_s$ dargestellt. Die Erläuterung der einzelnen Ereignisse erfolgt durch die Korrelation von Skizzen bzw. Schliffbildern, welche bei Scherzugversuchen mit dem Laminat $(0/90/0/90)_s$ erstellt wurden, zu den Kraft-Verschiebungs-Kurven.

Im initialen Zustand ① ist auch in diesem Fall, wie bei den meisten Versuchen, eine unsymmetrische Positionierung der Schraube zu beobachten. Die Anfangssteigung der Kurven ist bis zu dem Punkt ② relativ hoch. In diesem Bereich muss die Haftreibungskraft zwischen Schraubenkopf bzw. dem Aluminium und dem CFK überwunden werden. Diese Kraft entsteht durch die Vorspannung der Schraube in dem letzten Schritt des Füge-

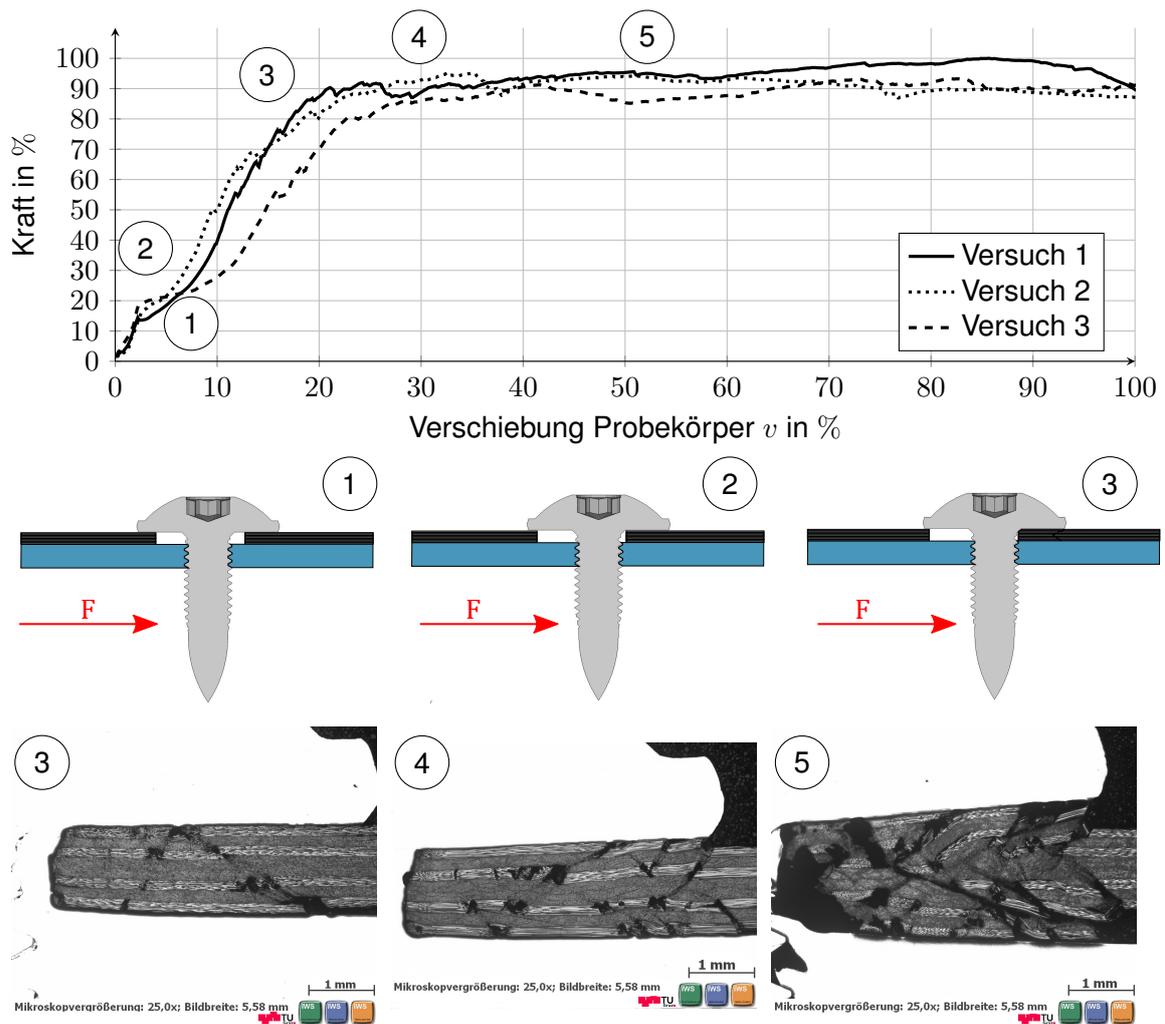


Abb. 4.9.: Analyse des Schädigungs- und Versagensverhaltens unter reiner Scherzugbelastung, ① Überwindung der Haftreibungskraft, ② Beginn der lokalen Schädigung, ③ Erreichen der Maximalkraft, ④ und ⑤ konstante Kraft infolge lokaler Schädigung

prozesses. Ab diesem Punkt differieren die Kurven der Einzelversuche. Die Begründung dafür liegt in den unterschiedlichen Abständen zwischen dem Schraubenschaft und dem Rand der Vorbohrung des CFK, aufgrund der nicht zentrischen Positionierung der Schraube. Wenn der Abstand in Zugrichtung sehr gering ist, steigt die Kurve nach einem kurzen Bereich von geringerer Steigung wieder an, wie bei den Versuchen 1 und 2 zu beobachten ist. Falls der Abstand größer ist, rutscht die Schraube mit einer Gleitreibungskraft bis der Schraubenschaft am Bohrungsrand ansteht. Dadurch verlängert sich der Bereich mit der verminderten Steigung, wie es die Kurve von Versuch 3 zeigt.

Nachdem der Schraubenschaft am Bohrungsrand ansteht, wird das CFK lokal verformt und dadurch geschädigt. Im Punkt ③ ist die Schädigung bereits makroskopisch sichtbar in Form von Knickbändern, welche durch F_b und Z_b entstehen. Diese initiieren ein Auseinanderbrechen des Laminates, wobei die Risse intralaminar sind. Ab diesem Er-

ernis, welches mit ④ gekennzeichnet ist, bleibt die Kraft nahezu unverändert und es stellt sich ein konstanter Schädigungs- und Versagensmechanismus ein, wobei sich die Bruchstücke des Laminates zwischen dem Schraubenkopf und dem Aluminium verkeilen, siehe ⑤. Dieses Lochleibungsversagen von FKV ist auch in den Arbeiten [48], [49], [50] und [51] beschrieben.

4.4.2. Festigkeit unter variierenden Lasteinleitungswinkeln

Die Festigkeit der Verbindung wird durch die Maximalkraft bestimmt, welche während des quasistatischen Zugversuchs erreicht wird. Für den Laminataufbau $(0/90/45/-45)_s$ ist das Versuchsergebnis in Form der Mittelwerte für alle Lasteinleitungswinkel in der Abbildung 4.10 dargestellt.

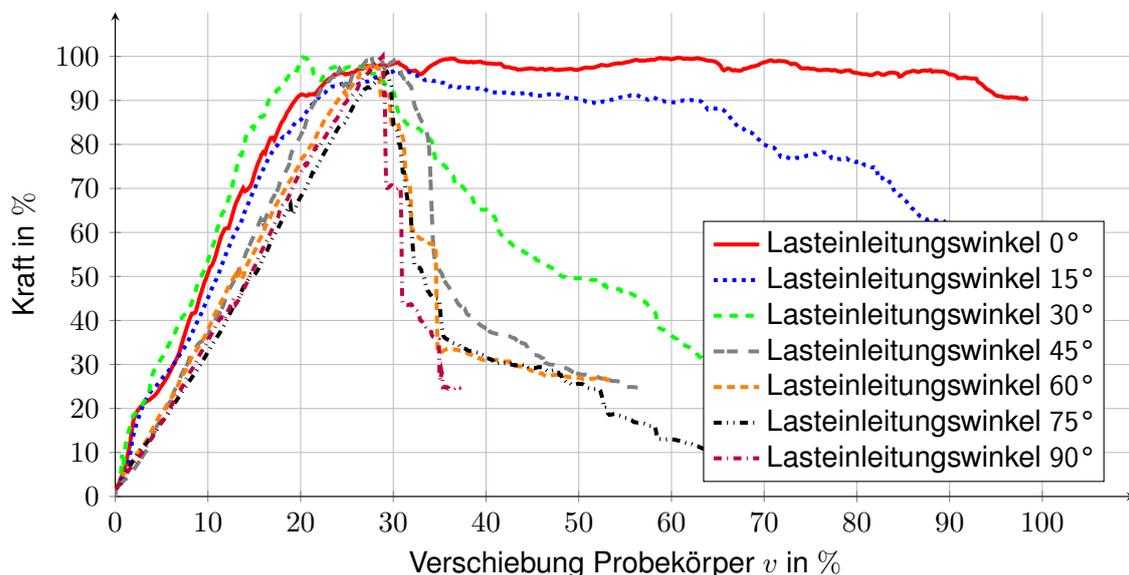


Abb. 4.10.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven des Laminates $(0/90/45/-45)_s$

Der Vergleich der einzelnen Kurven zeigt, dass die Maximalkraft unter allen geprüften Lasteinleitungswinkeln bei den skalierten und somit auch bei den absoluten Werten nahezu identisch ist, bei unterschiedlichen Kurvenverläufen vor und nach dem Erreichen des Kraftmaximums. Eine Abhängigkeit der Festigkeit von dem Lasteinleitungswinkel kann also in diesem Fall nicht festgestellt werden. Diese Tatsache ist besonders hervorzuheben, da sich die Versagensmoden bei Kopf- und Scherzug deutlich unterscheiden. Die dargestellten Kraft-Verschiebungs-Kurven können aufgrund ihrer Charakteristik in zwei Gruppen unterteilt werden. Alle Kurven mit einem Lasteinleitungswinkel kleiner als 45° zeigen den typischen Verlauf für ein Scherzugversagen. Dieser ist charakterisiert durch eine nahezu konstante Kraft nach dem Erreichen der Maximalkraft und einem anschließenden sukzessiven Kraftabfall infolge der überlagerten Schädigung aufgrund der Biegebelastung. Die Kurven für Lasteinleitungswinkel größer als 30° zeigen einen markanten

Kraftabfall nach dem Erreichen der Maximalkraft als typisches Merkmal für ein kopfzugdominiertes Versagen. Die Grenze von dem Wechsel zwischen kopfzugdominierten und scherzugdominierten Versagen liegt demzufolge zwischen 30° und 45° .

Neben diesem quasiisotropen Laminataufbau wurden auch Probekörper mit einem Kreuzverbund mit dem Lagenaufbau $(0/90/0/90)_s$ unter allen Lasteinleitungswinkeln geprüft. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Auch bei dieser Modifikation der Probekörper ist die Maximalkraft nahezu unabhängig vom dem Lasteinleitungswinkel. Die Kurven für die Lasteinleitungswinkel 60° , 75° und 90° zeigen bei ca. 75 % der Maximalkraft einen Abfall des Anstieges. Dies ist auf eine Schädigung des Laminates im Bereich der Biegekante an der unteren Halteplatte, siehe ① in Abbildung 4.4, zurückzuführen. Für das Versagen der Probe ist dieser Effekt nicht bestimmend, sondern wie bei allen geprüften Proben ist die Schädigung im Bereich des Schraubenkopfes entscheidend für das Versagen. Bei der Auswertung der Kurvencharakteristik kann in diesem Fall wieder eine Zuordnung zu dem kopfzugdominierten oder scherzugdominierten Versagen erfolgen, wobei die Kurve für den Lasteinleitungswinkel 45° auch in diesem Fall dem kopfzugdominierten Versagen zugeordnet werden kann. Die Grenzen für den Wechsel des bestimmenden Versagens liegt demnach in diesem Fall wieder zwischen 30° und 45° .

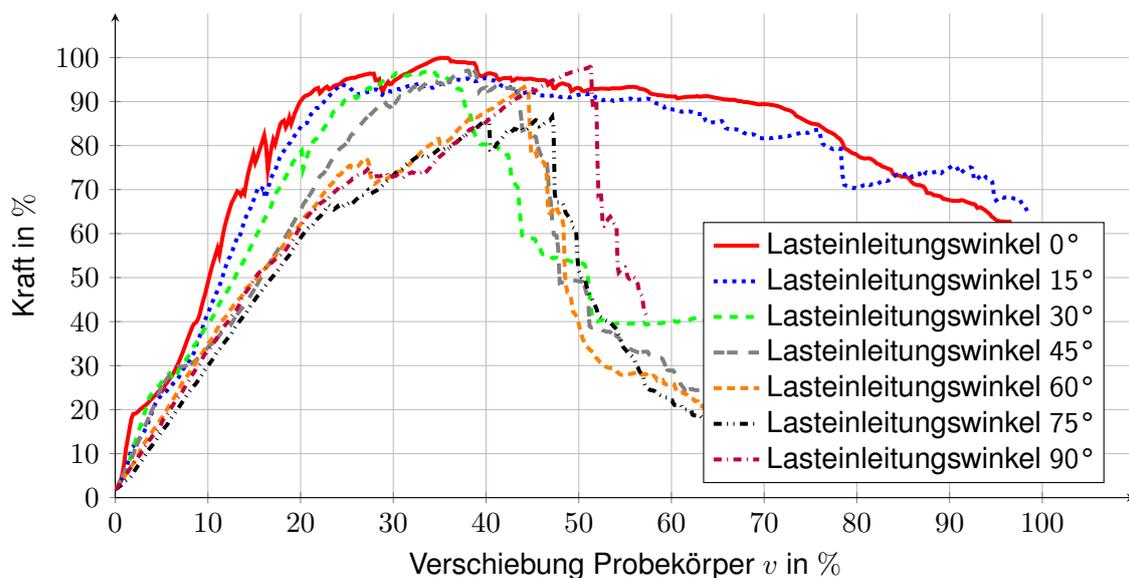


Abb. 4.11.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates $(0/90/0/90)_s$

Als dritte Probekörpermodifikation wurde wieder ein Kreuzverbund getestet, allerdings um 90° gedreht, sodass ein Laminataufbau $(90/0/90/0)_s$ entsteht. Es wurden die Lasteinleitungswinkel 0° , 45° und 90° geprüft, wie in Abbildung 4.12 dargestellt. Die Maximalkraft zeigt in diesem Fall eine geringe Abhängigkeit von dem Lasteinleitungswinkel, sodass bei dem Lasteinleitungswinkel 45° ca. 90 % und im Kopfzug ca. 80 % der Maximalkraft des Scherzugversuches erreicht wurden.

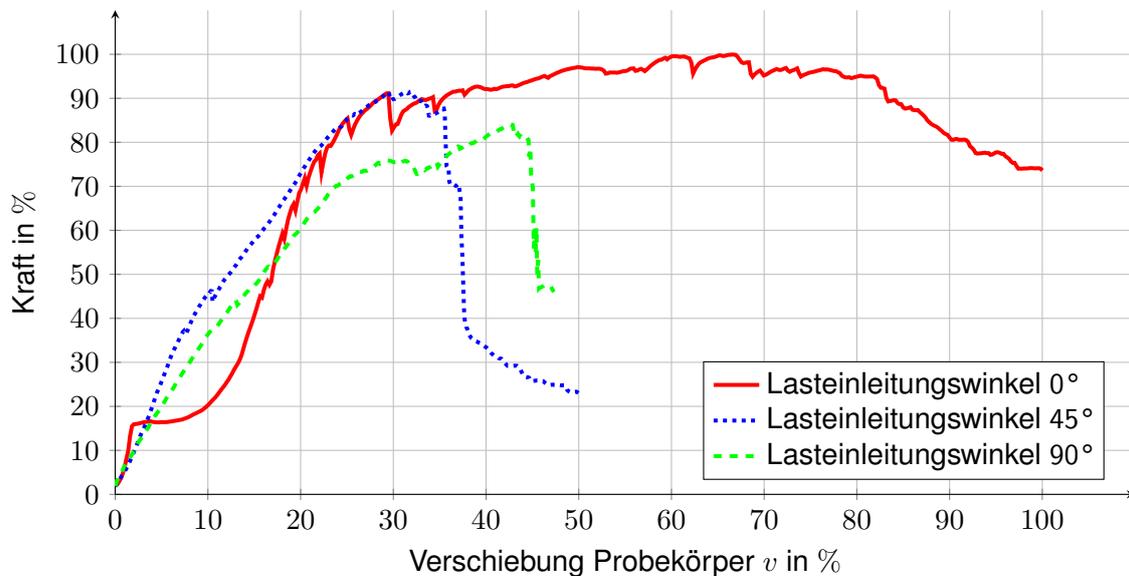


Abb. 4.12.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven des Laminates $(90/0/90/0)_s$

Neben dem Vergleich der unterschiedlichen Lasteinleitungswinkel bei gleichem Laminaufbau erfolgt an dieser Stelle auch eine Betrachtung der unterschiedlichen Laminaufbauten bei gleichem Lasteinleitungswinkel. Abbildung 4.13 zeigt den Vergleich der bereits beschriebenen Laminates im Kopfzugversuch. Der Vergleich der Kurvenverläufe zeigt für das Laminate $(90/0/90/0)_s$ eine größere Anfangssteigung als für die anderen beiden Laminates. Die Begründung dafür liegt in der Faserorientierung der äußeren Schicht. Infolge der Kopfzugbelastung wird die Probe um die Quer- und Längsachse gebogen. Die Biegelängen sind dabei unterschiedlich. Der Abstand von der zentrisch positionierten Schraubenachse zu den seitlichen Rändern beträgt 16,25 mm bzw. 40 mm. Wenn die äußere Laminatschicht im Winkel 90° orientiert ist, entspricht dies der Richtung der kürzeren Biegelänge, was zu einer Erhöhung der Biegesteifigkeit und demzufolge auch der Anfangssteigung führt. Eine Verminderung der Steigung infolge von Schädigungen ist bei allen Laminataufbauten bei ca. 50 % der Maximalkraft zu beobachten. Diese fällt bei den Kreuzlaminates aufgrund der Schädigung im Bereich der Biegekanten größer aus. Die Festigkeit ist für den Laminaufbau $(90/0/90/0)_s$ um ca. 15 % geringer. Bei diesem Laminaufbau entstehen aufgrund der Faserorientierung entlang der kurzen Biegelänge bei gleicher Kraft höhere maximale Spannungen in der Faserrichtung in den äußeren Schichten. Da der F_b in den äußeren Schichten die Maximalkraft bestimmt, ist bei diesem Laminaufbau eine geringere Maximalkraft zu beobachten.

Für den Lasteinleitungswinkel 45° ist in Abbildung 4.14 der Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Kurven der geprüften Laminates dargestellt. Dieser zeigt, dass bei allen Laminates bei ca. 30 % der Kraft infolge des einsetzenden Rutschens des Schraubenkopfes ein Abfall der Steigung eintritt. Bei allen Versuchen ist nachdem der Schraubenschaft

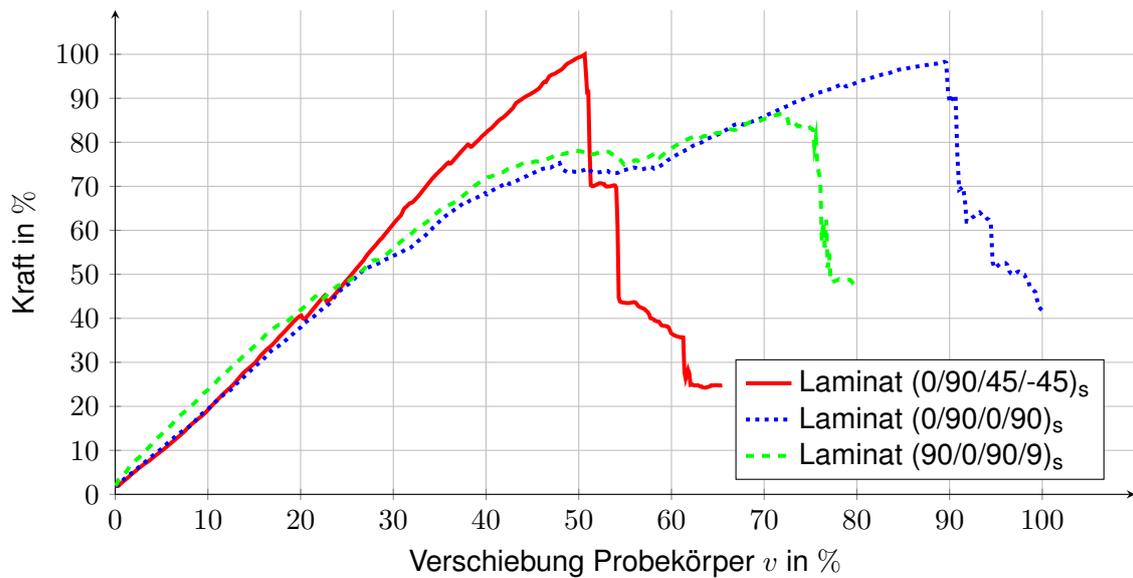


Abb. 4.13.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebungs-Kurven verschiedener Laminat-
nate im Kopfzug

den Bohrungsrand erreicht hat eine nahezu konstante Kraft infolge des Lochleibungs-
versagens zu beobachten. Das Lochleibungsversagen bestimmt somit die Maximalkraft,
aber nicht das Versagen der Probe. Dieses wird durch die Querkraftbeanspruchung
bedingt, so dass es sich bei allen Laminaten um ein kopfzugdominiertes Versagen
handelt.

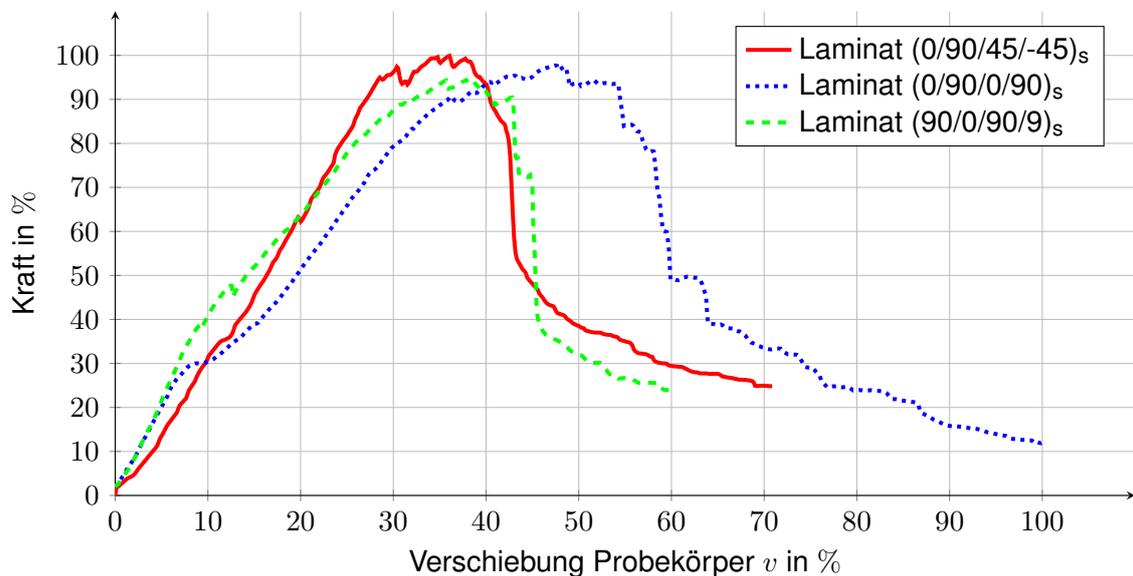


Abb. 4.14.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebungs-Kurven verschiedener Lami-
nate unter dem Lasteinleitungswinkel 45°

Für die reine Scherzugbelastung wurden zusätzlich noch die Laminat-
e (45/-45/45/-45)_s und (22,5/-67,5/67,5/22,5)_s gewählt. Diese Laminataufbauten wurden so ausgesucht,

dass keine Laminatschicht eine Faserorientierung in Zugrichtung, also der 0° -Richtung, besitzt. Mittels dieser Laminataufbauten kann überprüft werden, ob das Scherzugversagen abhängig oder unabhängig von der Lasteinleitungsrichtung in der Ebene ist. Mittels der Ergebnisse in Abbildung 4.15 kann festgestellt werden, dass der Kraft-Verschiebungsverlauf für alle Laminataufbauten die gleiche Charakteristik besitzt. Die unterschiedlichen Kurvenverläufe nach dem Überwinden der Haftreibungskraft sind mit den Toleranzen bei der Positionierung der Fließformschraube zu begründen.

Die erzielte Maximalkraft ist für alle Laminataufbauten annähernd identisch. Für den quasiisotropen Laminataufbau mit vier unterschiedlichen Faserrichtungen kann keine signifikante Abhängigkeit von der Lasteinleitungsrichtung in der Ebene festgestellt werden. Demzufolge kann das Kraft-Verschiebungsverhalten im Scherzugversuch in der Ebene im Wesentlichen als isotrop angesehen werden.

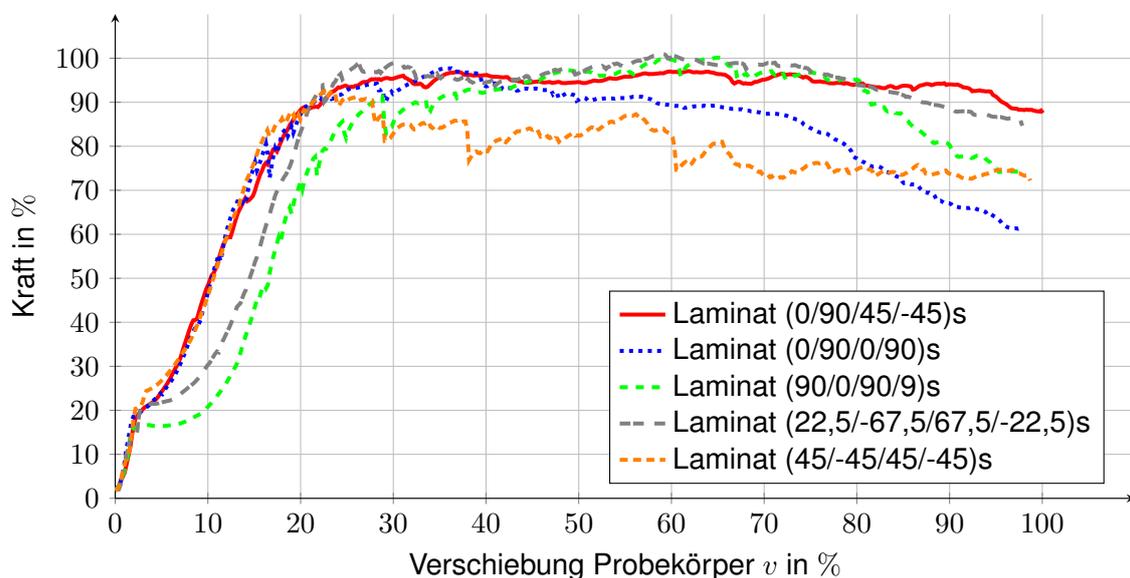


Abb. 4.15.: Mittelwerte der Kraft-Verschiebungs-Kurven verschiedener Laminataufbauten im Scherzugversuch

4.4.3. Untersuchung des Einflusses des Lasteinleitungswinkels auf die Maximalkraft mit einem zwölfschichtigen Laminat und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm

Zusätzlich zu den beschriebenen Versuchen mit einem achtschichtigen Laminat und einem Schraubenkopfdurchmesser von 14,7 mm wurden weitere Versuche mit einer anderen Kombination aus Schraubenkopfdurchmesser und Laminataufbau getestet. Bei diesen Versuchen wurde ausschließlich die Maximalkraft bestimmt, um die Allgemeingültigkeit der Beobachtung zu überprüfen, dass die Maximalkraft nahezu unabhängig von dem Lasteinleitungswinkel ist.

Dafür wurden Probekörper mit zwölf Laminatschichten und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm verwendet. Das insgesamt 2,1 mm dicke Laminat bestand ebenfalls aus einem Verbund eines Epoxidharzes mit einer hochfesten Kohlenstofffaser. Getestet wurden die Lagenaufbauten $(90/0/90/0/90/0)_s$ und $(45/-45/45/-45/45/-45)_s$. Das Ergebnis der Zugversuche mit den Lasteinleitungswinkeln 0° , 45° und 90° ist in Abbildung 4.16 dargestellt. Die Skalierung der Kraft erfolgt auf den Maximalwert von beiden Laminaten, welcher im Scherzugversuch des Laminates $(90/0/90/0/90/0)_s$ erreicht wurde. Die Maximalkraft des Laminates $(45/-45/45/-45/45/-45)_s$ ist im Scherzugversuch marginal geringer. Bei beiden Laminaten ist eine deutliche Abhängigkeit der Maximalkraft von dem Lasteinleitungswinkel zu erkennen. Bei einem Lasteinleitungswinkel von 45° beträgt die Maximalkraft ca. 66% des Wertes im Scherzugversuch. Ein ähnlicher Wert wird im reinen Kopfzugversuch erreicht. Die erzielten Versuchsergebnisse zeigen, dass bei einer anderen Kombination aus Laminataufbau (Anzahl und Orientierung der Schichten) und Schraubenkopfdurchmesser eine Abhängigkeit der Maximalkraft von dem Lasteinleitungswinkel auftreten kann.

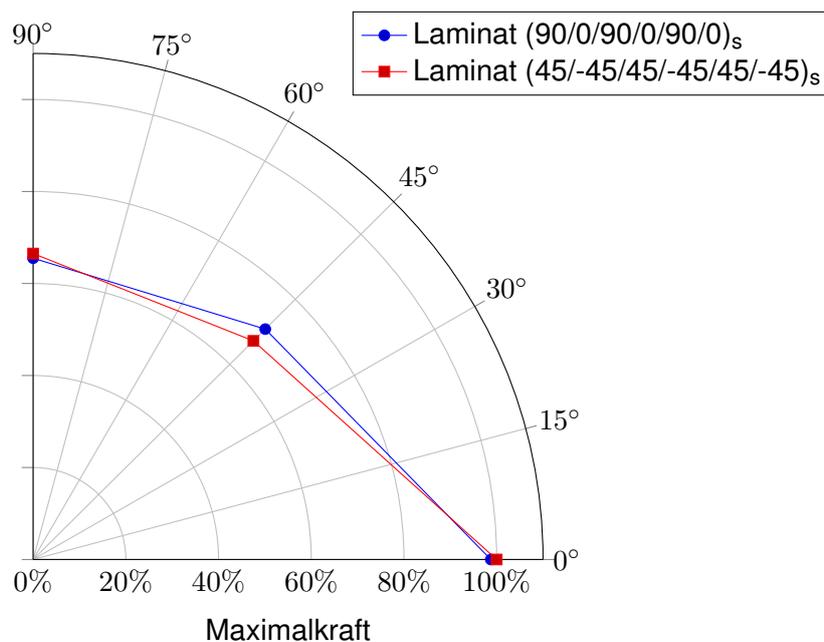


Abb. 4.16.: Maximalkräfte in Abhängigkeit des Lasteinleitungswinkels bei zwölf Laminatschichten, einer Dicke von 2,1 mm und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm

4.5. Diskussion der Versuchsergebnisse

Mittels der Auswertung der Kraft-Verschiebungs-Kurven sowie der Schliffbilder und Videoaufnahmen konnten für die mechanische Prüfung von Fließformschraubverbindungen zwischen CFK und Aluminium mehrere Erkenntnisse gewonnen werden. Das Schädigungs- und Versagensverhalten ist unter Kopf- und Scherzugbelastung signifikant unterschiedlich, wobei der Vergleich verschiedener Laminataufbauten die gleichen spezifischen Versagensmoden für alle Laminare gezeigt hat. Während im Kopfzug ein Versagen der Probekörper aufgrund der Querkraftbelastung im CFK beobachtet werden konnte, tritt unter Scherzug ein Lochleibungsversagen im CFK auf. Diese spezifischen Versagensformen spiegeln sich auch in der Kraft-Verschiebungs-Kurve wider. Somit ist es auch möglich anhand der Kraft-Verschiebungs-Kurven für die Zwischenwinkel das Schädigungs- und Versagensverhalten zu identifizieren. Bei den geprüften Laminaten konnte festgestellt werden, dass ein Wechsel des Versagensmechanismus stattfindet. Bei den Laminataufbauten $(0/90/45/-45)_s$ und $(0/90/0/90)_s$ liegt dieser Wechsel zwischen 30° und 45° .

Die Steifigkeit und Festigkeit unterscheidet sich bei den geprüften Laminataufbauten und Lastwinkeln nur gering. Ebenso weisen alle Probekörper keine signifikante Abhängigkeit der Maximalkraft von dem Lasteinleitungswinkel und dem Laminataufbau auf, wie die Abbildung 4.17 zeigt, wobei alle Maximalkräfte der gleichen Skalierung unterliegen und die Maximalkräfte der einzelnen Versuche arithmetisch gemittelt wurden.

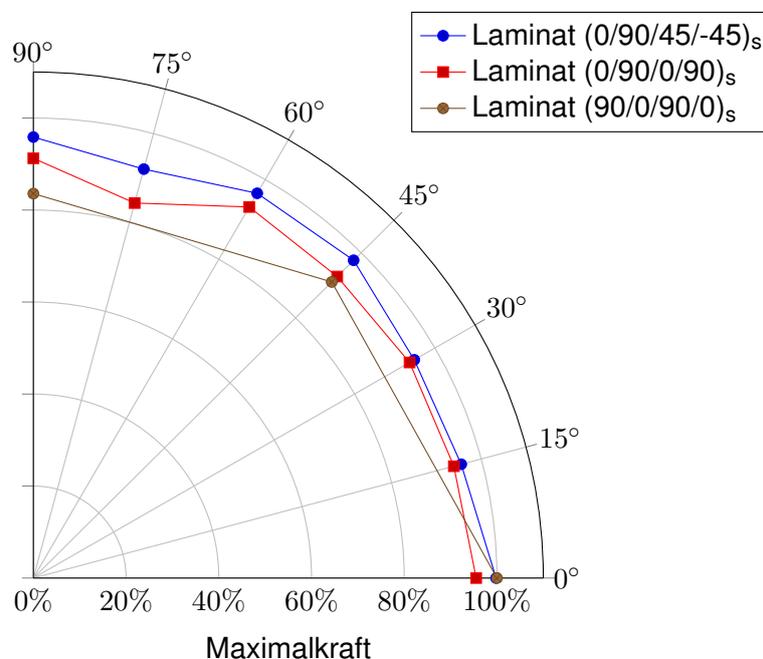


Abb. 4.17.: Abhängigkeit der Maximalkraft vom Lasteinleitungswinkel bei den geprüften achtschichtigen Laminaten mit einer Dicke von 1,2 mm und einem Schraubkopfdurchmesser von 14,7 mm

Die Unabhängigkeit der Maximalkraft von dem Lasteinleitungswinkel kann aber nicht als allgemeingültig angesehen werden, wie einzelne Überprüfungsversuche gezeigt haben. Neben der Anzahl der Laminatschichten besitzt auch der Durchmesser des Schraubenkopfes einen Einfluss auf die Maximalkraft. Je nach der Größe des Schraubenkopfdurchmessers ändert sich die Spannungskonzentration am Rand des Schraubenkopfes, welche verantwortlich für das Kopfzugversagen ist. Die Beobachtung, dass die Maximalkraft nahezu unabhängig von dem Lasteinleitungswinkel ist, gilt also nur für den geprüften Schraubenkopfdurchmesser 14,7 mm und die Laminataufbauten $(0/90/45/-45)_s$ und $(0/90/0/90)_s$.

5. Sonderversuche zum Kopfzugversagen

Im Kapitel 4 wurden unter anderem die Versuche zu der Schraubverbindung im Kopfzugversuch beschrieben. Die Auswertung des Versagensverhaltens, wie in Abbildung 4.7 dargestellt, zeigt global betrachtet ein Durchstanzen des Schraubenkopfes durch das Laminat. Mittels der Auswertung der Schlibfbilder kann die Versagensursache nicht genau identifiziert werden, da der Probekörper nahezu schlagartig versagt. Im Bereich des Schraubenkopfes liegt eine kombinierte Beanspruchung infolge der Querkraftbelastung und der Vorspannung aus dem Fertigungsprozess vor. Somit ist es möglich, dass ein Versagen aufgrund von Zug- und Druckbelastungen infolge der Biegebeanspruchungen eintritt oder infolge eines Abscherens der Fasern, hervorgerufen durch die Querkraft und die dementsprechende Schubspannung τ_{13} . Da bei den in Kapitel 3 beschriebenen Kriterien ein solches Abscheren der Fasern als Versagensmechanismus immer ausgeschlossen wird, ist in diesem Fall die genaue Versagensursache zu identifizieren, um ggf. eine zusätzliche Versagensbedingung zu berücksichtigen und einzuführen. In [1] wird ein Abscheren von Fasern als Versagensmechanismus nicht ausgeschlossen, allerdings gelten diese Betrachtungen für unidirektionale Schichten (UD-Schichten) und nicht für multidirektionale Lamine.

5.1. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau wurde so gewählt, dass die Querkraftbeanspruchung bei dem Laminat dominiert. Eine Schnittansicht der Versuchseinrichtung und ein Bild der einzelnen Komponenten sind in Abbildung 5.1 dargestellt.

Das Bauteil mit der Kennzeichnung ① ist die Matrize, durch die das Laminat hindurchgedrückt wird. Die Matrize ist austauschbar, sodass es möglich ist, Matrizen mit verschiedenen Innendurchmessern zum Testen zu verwenden. In diesem Fall wurden Versuche mit einem Innendurchmesser von 16 mm und 17 mm durchgeführt. Der Stempeldurchmesser, Markierung ④, ist mit einem Wert von 15 mm an die verwendete Fließformschraube angelehnt. Das CFK-Laminat befindet sich zwischen der Matrize und dem Stempel. Der Stempel als auch die Matrize sind am Rand mit einem Radius von 0,5 mm versehen, um eine Schneidwirkung zu vermeiden. Für eine konzentrische Positionierung von Stempel und Matrize sind diese in den Bauteilen ② und ③ geführt. Nach dem Einlegen der Matrize und des Probekörpers werden die Bauteile ② und ③ mittels Schrauben fixiert. Die

Schrauben werden dabei nur handfest angezogen, um das Laminat mit keiner signifikanten Spannung in Dickenrichtung zu belasten.

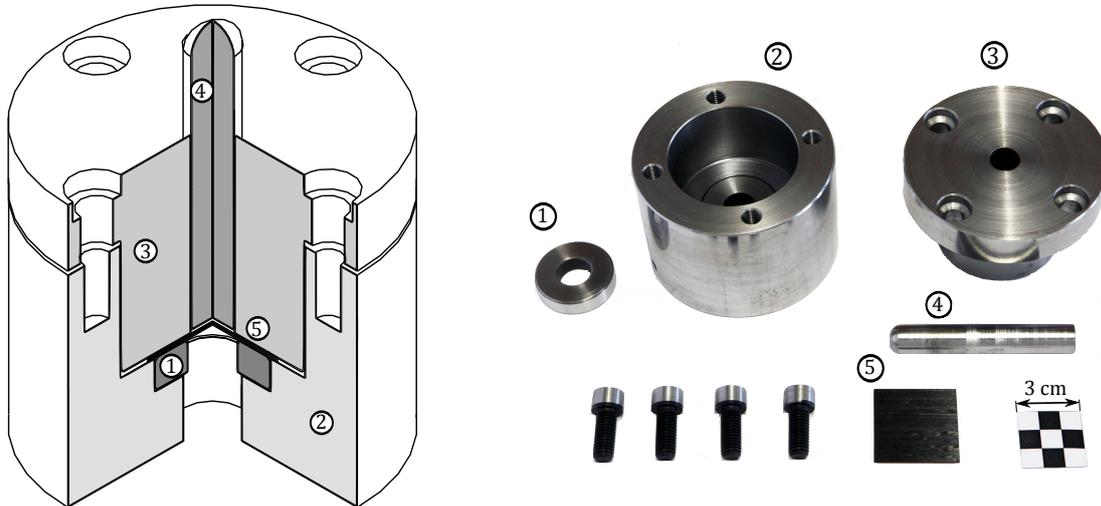


Abb. 5.1.: Schnittansicht und Bauteile der Versuchseinrichtung, ① Matrize, ② Führung, ③ Deckel, ④ Stempel, ⑤ CFK-Laminat

Bei der Versuchsdurchführung wurde die Versuchseinrichtung zwischen zwei Platten in einer Universalprüfmaschine (Typ *RMC 100* der Firma *Schenk*) eingespannt. Die Verschiebungsmessung erfolgte, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, mittels eines lokalen Wegaufnehmers. Identisch zu den KS2-Versuchen erfolgte die Prüfung mit einer Prüfgeschwindigkeit von 1 mm/min.



Abb. 5.2.: Versuchsaufbau des Sonderversuches zum Kopfzugversagen, ① Wegaufnehmer, ② Stempel, ③ Versuchseinrichtung

5.2. Versuchsergebnisse

Abbildung 5.3 zeigt die Versuchsergebnisse bei der Prüfung des Laminates $(0/90/45/-45)_s$. Die Versuchskurven der beiden Konfigurationen des Matrizeninnendurchmessers zeigen eine unterschiedliche Steigung als auch eine unterschiedliche Maximalkraft, wobei die Maximalkraft bei der Konfiguration mit 16 mm Innendurchmesser deutlich höher liegt. Der charakteristische Verlauf der Kurven ist allerdings für beide Konfigurationen gleich. Bei einer Kraft von ca. 2,5 kN kommt es zu einem deutlichen Abflachen der Kurve, was auf eine erste Schädigung hindeutet. Vor dem Erreichen der Maximalkraft zeigen die Versuchskurven deutliche, abrupte Kraftabfälle. Diese deuten auf F_b in den einzelnen Schichten hin.

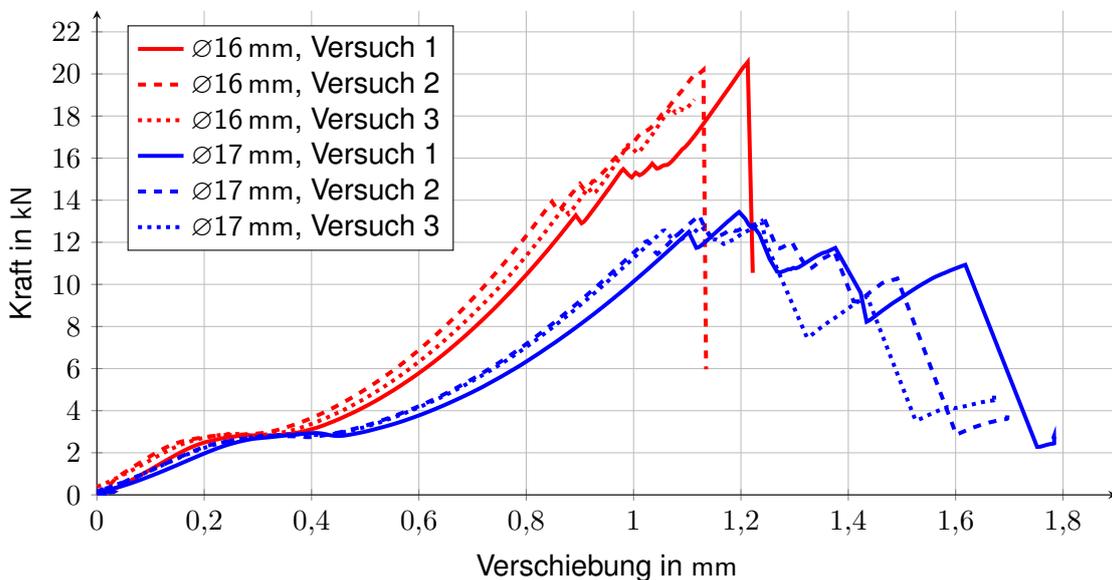


Abb. 5.3.: Kraft-Verschiebungs-Kurven, Sondernversuch Kopfzugversagen, 8 Schichten, Laminat $(0/90/45/-45)_s$, Dicke 1,2 mm

Um die Ursache genau zu bestimmen, wurden Versuchsproben nach dem Erreichen dieser charakteristischen Stellen abgebrochen, um Schliffbilder zu erstellen. Abbildung 5.4 zeigt die Kraft-Verschiebungs-Kurven der für die Schliffe verwendeten Proben. Es wurden Schliffe bei 30 %, 70 %, 85 % und ca. 100 % der Maximalkraft angefertigt. Es wurden jeweils zwei Schliffe angefertigt mit einer um 90° gedrehten Schnittfläche, sodass die Fasern in den äußeren bzw. den ersten inneren Schichten parallel zu der Bildebene verlaufen. Die dazugehörigen Schliffbilder sind in Abbildung 5.5 abgebildet. In der linken Spalte liegen die Fasern der äußeren Laminatschicht parallel zu der Bildebene und in der rechten Spalte orthogonal dazu.

Die Schliffbilder bei ca. 30 % der Maximalkraft zeigen bei beiden Ansichten Delaminationen und Z_{fb} im Bereich der inneren vier Lagen. In dem rechten Schliffbild sind zudem Z_{fb} in den äußeren Laminatschichten zu erkennen. Der signifikante Abfall der Steigung

in der Kraft-Verschiebungs-Kurve bei ca. 2,5 kN kann also mit einer einsetzenden Schädigung in Form von Delaminationen und Zfb begründet werden. Nach dem ersten abrupten Kraftabfall bei ca. 70 % der Maximalkraft wurden weitere Schliffbilder angefertigt. Diese zeigen neben einer Öffnung der bestehenden Risse auch einen Fb in der obersten Faserschicht im linken Schliffbild. Der abrupte Kraftabfall kann somit mit diesem Fb begründet werden. Bei ca. 85 % der Maximalkraft ist in dem linken Schliffbild auch ein Fb in der unteren Laminatschicht zu erkennen. In der Kraft-Verschiebungs-Kurve kann dieser wieder in Form eines abrupten Kraftabfalls identifiziert werden. In den rechten Teilbildern sind bei ca. 70 % der Maximalkraft als auch bei ca. 85 % der Maximalkraft keine Fb zu erkennen. Diese treten erst bei ca. 100 % der Maximalkraft auf und führen zum vollständigen Versagen der Versuchsprobe.

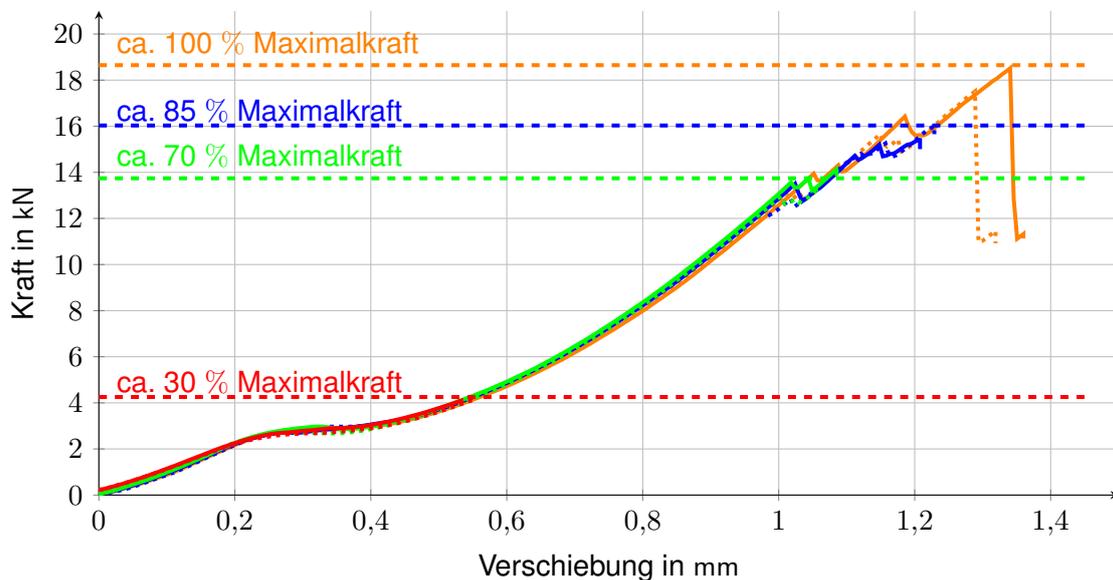


Abb. 5.4.: Kraft-Verschiebungs-Kurve mit Kennzeichnung der Schliffbilder, Sonderversuch Kopfzugversagen, Laminat (0/90/45/-45)_s, 8 Schichten, Dicke 1,2 mm

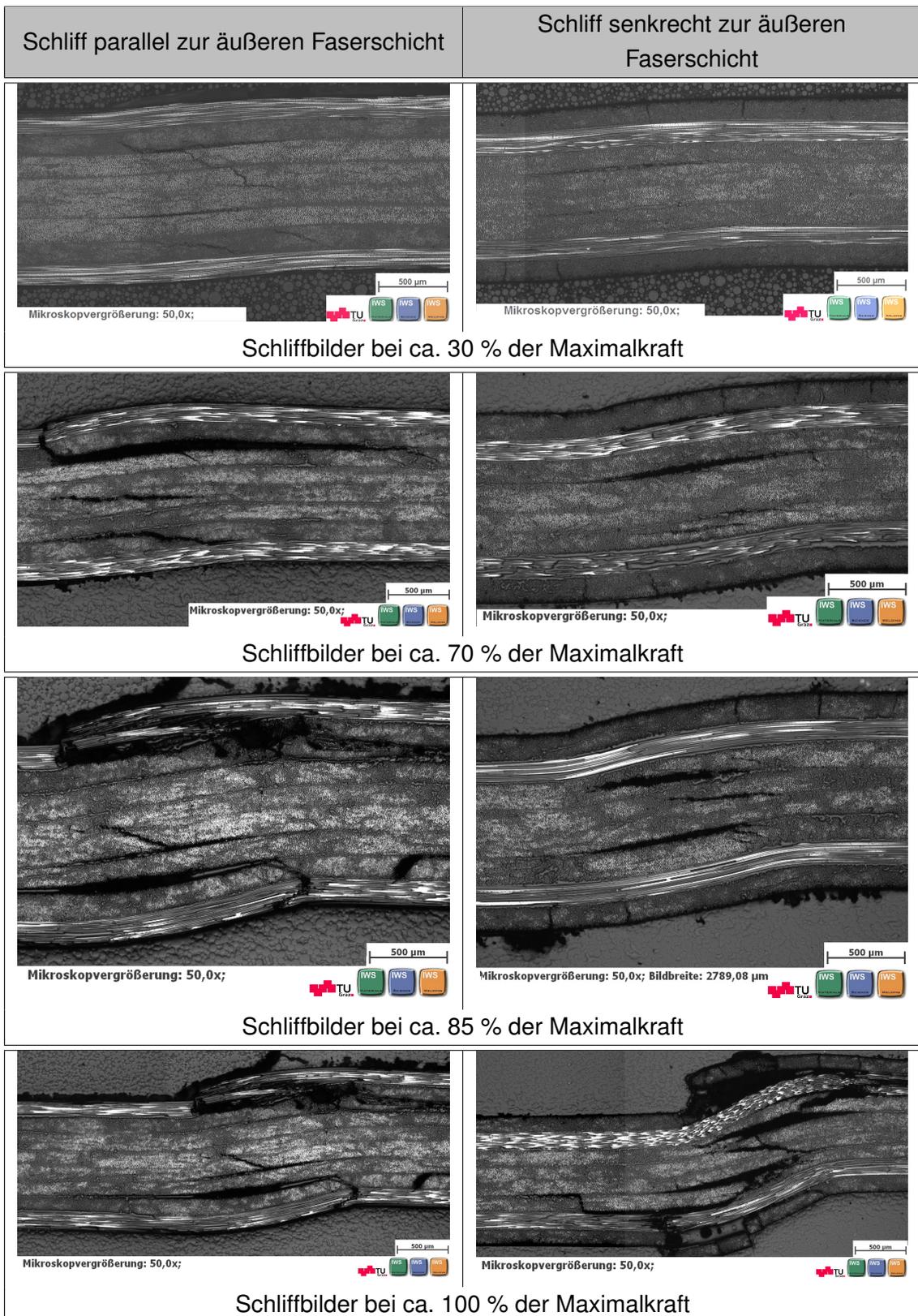


Abb. 5.5.: Schliffbilder parallel und senkrecht zu der äußeren Faserschicht bei unterschiedlichen Belastungszuständen

5.3. Diskussion der Versuchsergebnisse

Mit Hilfe der durchgeführten Versuche ist es möglich, eine Aussage bzgl. des Versagens des Laminates unter einer hohen Längs-/Quer-Schubbelastung bei einer gleichzeitig überlagerten Druckbelastung in Dickenrichtung zu treffen. Die Auswertung der Schlibilder zeigt, dass es zu einem sukzessiven Versagen der einzelnen Laminatschichten kommt. Infolge der Delaminationen und Zfb bei ca. 2,5 kN kann die Schubspannung τ_{31} nicht mehr zwischen den Schichten übertragen werden und die notwendige Schubspannung τ_{13} zum Abscheren der Fasern wird nicht erreicht, da $\tau_{13} = \tau_{31}$ gilt. Diese Aussage wurde auch in [17] getroffen, allerdings als rein theoretische Betrachtung. Nach der Delamination deuten die Schlibilder auf ein Zug-/ Druckversagen der Fasern aufgrund der Biegebeanspruchung hin.

Mittels der durchgeführten Versuche konnte nachgewiesen werden, dass es bei multidirektionalen Laminataufbauten praktisch ausgeschlossen werden kann, dass Kohlenstofffasern aufgrund einer Schubspannung τ_{13} abgescheret werden. Der untersuchte Lastfall liefert eine Druckbelastung in Dickenrichtung, um Delaminationen zu vermeiden und gleichzeitig eine hohe Schubbeanspruchung um ein Abscheren der Fasern zu begünstigen. Da es unter dieser Beanspruchungssituation zu keinem Abscheren kommt, ist dies bei anderen Lastsituationen, wo meistens keine überlagerte Druckspannung in Dickenrichtung vorliegt, ebenso wenig zu erwarten.

Die Annahme, dass ein Abscheren der Fasern unter gewöhnlichen Belastungen nicht auftreten kann, kann mit den gewonnenen Erkenntnissen experimentell bestätigt werden. Somit ist eine Erweiterung der bestehenden Versagenskriterien in dieser Hinsicht nicht notwendig.

6. Detailsimulation

Als zweiter Schwerpunkt der gegenständlichen Arbeit erfolgte die detaillierte numerische Berechnung der durchgeführten KS2-Zugversuche mittels der FEM. Die Detailsimulation wurde mit der Motivation durchgeführt, um einerseits mit Hilfe der Spannungsanalyse in der FEM das Schädigungs- und Versagensverhalten besser zu verstehen und andererseits um mittels eines validierten Berechnungsmodells auch Parameterstudien durchzuführen.

Da die betrachteten Lastfälle sowohl eine Degradation als auch eine Elimination von Elementen bedingen, war die Verwendung einer auf der expliziten FEM basierenden Software notwendig, um die Stabilität der Berechnung zu gewährleisten. Aus diesem Grund kam die Software *Virtual Performance Solution 2013* der *ESI Group* zum Einsatz

6.1. Geometriemodellierung und Lagerungsbedingungen

In Abbildung 6.1 ist das Geometriemodell für die Detailsimulation abgebildet. Aufgrund der symmetrischen Belastung und der Symmetrie der Struktur wurde nur eine Hälfte des Versuchsaufbaus mit entsprechenden symmetrischen Randbedingungen modelliert. Der Vorteil bei der Verwendung eines symmetrischen Modells liegt in der Reduzierung der Berechnungszeit. Um diese noch weiter zu vermindern, wurden nur Bauteile abgebildet, welche auch in der Messstrecke der lokalen Wegmessung liegen und somit einen Einfluss auf das Messergebnis besitzen.

Neben den symmetrischen Lagerungsbedingungen ist es auch notwendig die Einbausituation in der Prüfeinrichtung mit entsprechenden Randbedingungen aufzubringen. In Abbildung 6.2a sind farblich alle Starrkörper abgebildet, welche dazu notwendig sind. Die beiden rot gekennzeichneten Starrkörper stellen die Anbindung an die Zugprüfmaschine dar. In diesem Beispiel ist die Anbindung für den Lasteinleitungswinkel 90° dargestellt. An dem Knoten ① wird die Verschiebungsrandbedingung aufgebracht. Um Trägheitseffekte zu vermeiden wird die Verschiebung in Form einer sinusförmigen Geschwindigkeitsfunktion vorgegeben. Der Knoten ① kann sich in der y- und z-Richtung bewegen und um die x-Achse rotieren. Der Knoten ② repräsentiert die Halterung und kann nur um die x-Achse rotieren. Für andere Lasteinleitungswinkel muss die Position der Knoten ① und ② angepasst werden.

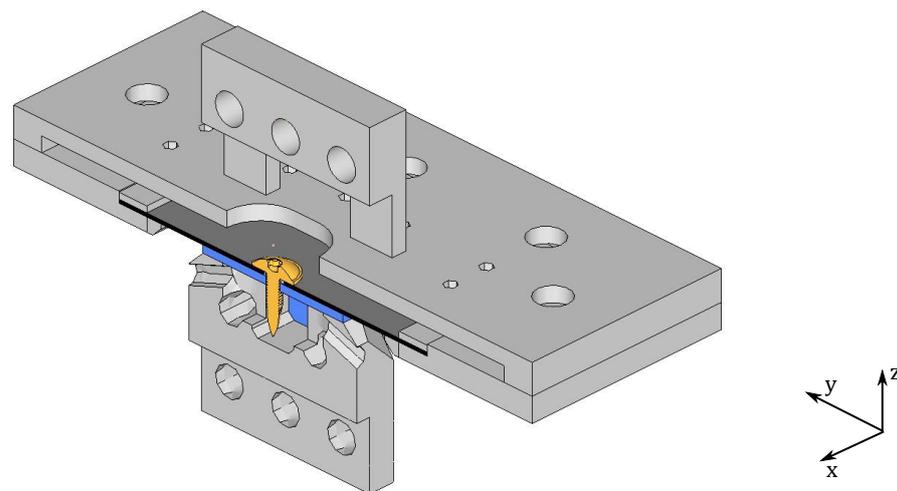


Abb. 6.1.: Geometriemodell der Versuchseinrichtung für die Detailsimulation

Die grünen Starrkörper repräsentieren die Schrauben für die Klemmung des Laminates. Die Vorspannung der Schraubverbindung wird dabei nicht abgebildet. Die Verschraubung der beiden Halteplatten, in welche der Probekörper eingelegt wird, wird mittels der blauen Starrkörper abgebildet. Die Vorspannung dieser Schrauben wird in diesem Fall ebenfalls vernachlässigt.

Bei der Materialmodellierung für die Bauteile der Versuchseinrichtungen wurden alle Bauteile in Abbildung 6.2b elastisch-plastisch, entsprechend der verwendeten Werkstoffe Stahl S355 und Aluminium EN-AW-5754, modelliert. Dafür wurden die in dem FEM-Programm *Virtual Performance Solution 2013* verfügbaren elastisch-plastischen Materialmodelle benutzt. Die Bauteile der Baugruppe in Abbildung 6.2c wurden hingegen als ein Starrkörper modelliert. Der Grund dafür liegt in dem Fertigungsprozess des Fließformschraubens. Bei diesem kommt es im Bereich des Gewindes zu einer hochgradigen plastischen Verformung des Aluminiums. Um in diesem Bereich das Aluminium richtig abzubilden, muss für jedes finite Element der plastische Verformungszustand bekannt sein, was ohne eine Fertigungssimulation nicht umgesetzt werden kann. Aufgrund der lokalen Verschiebungsmessung im Versuch kann der Verformungsanteil dieser Baugruppe separiert werden, sodass die Versuchsdaten direkt vergleichbar mit dem Berechnungsergebnis sind. Zudem haben die experimentellen Untersuchungen gezeigt, dass das Versagensverhalten der Verbindung durch das Versagen des CFK bestimmt wird, sodass es zulässig ist, die Fließformschraube und das Aluminium U-Profil als Starrkörper zu modellieren.

Da alle Strukturen mittels Volumenelementen vernetzt wurden, musste eine Penalty-Kontaktformulierung eingesetzt werden, bei welcher Kontaktkräfte erst nach dem Durchdringen des Volumenelementes auftreten. Dadurch wurde es möglich Kontaktbedingungen auch zwischen direkt aneinander liegenden Bauteilen zu definieren. Um unzulässig große Durchdringungen δ zu vermeiden, war es notwendig einen stark pro-

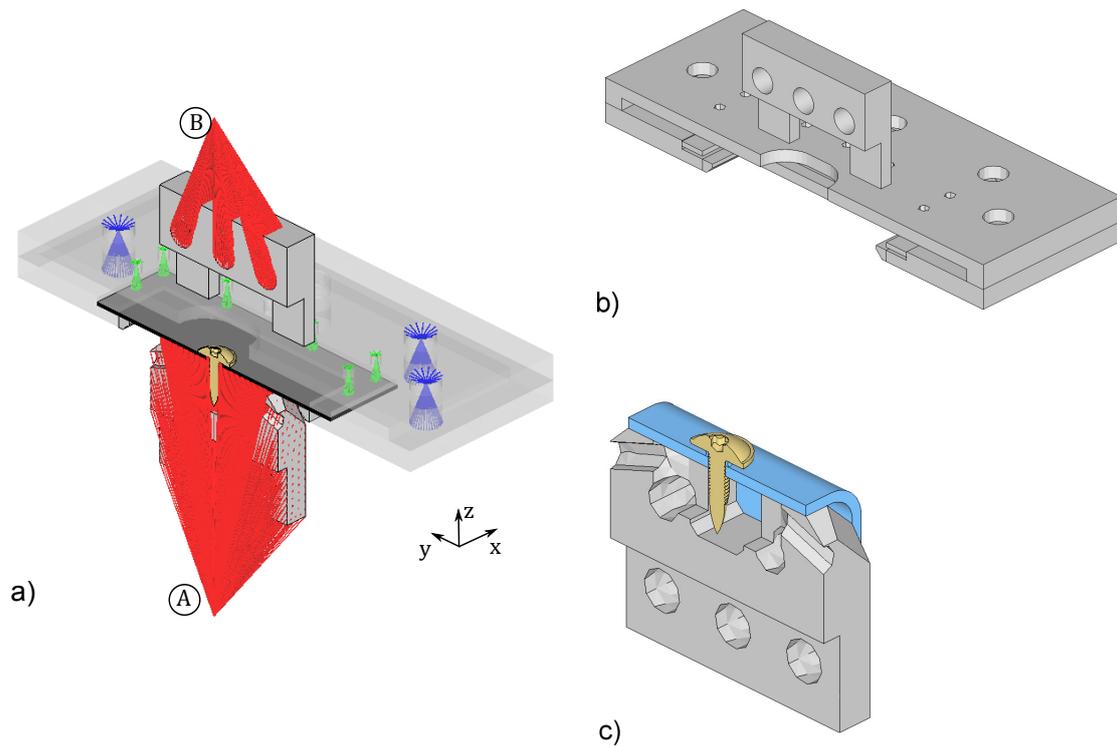


Abb. 6.2.: FE-Modell der Versuchseinrichtung, a) Lagerungsbedingungen, b) elastische modellierte Bauteile, c) starr modellierte Bauteile

gressiven Verlauf der Kontaktkraft F_k mit zunehmender Durchdringung vorzugeben, wie in Abbildung 6.3 dargestellt.

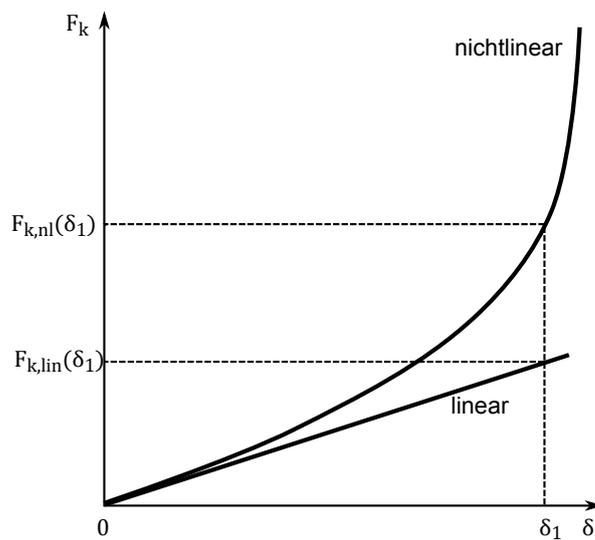


Abb. 6.3.: Nichtlineare Kontaktformulierung nach [52]

Bei der Auswahl des Materialmodells für die Modellierung des FKV haben Vorstudien gezeigt, dass die zu diesem Zeitpunkt verfügbaren Materialmodelle nicht geeignet sind, um

den experimentell ermittelten Schädigungs- und Versagensverlauf abzubilden. Aus diesem Grund wurde ein benutzerdefiniertes Materialmodell verwendet, welches es ermöglicht, weiterführende Schädigungs- und Versagensmodelle zu implementieren. In dem nachfolgenden Abschnitt wird auf die Erstellung der benutzerdefinierten Materialroutine gesondert eingegangen.

6.2. Materialmodell unidirektionaler Faser-Kunststoff-Verbund

Die Funktionsweise der Materialroutine innerhalb eines Berechnungsschrittes ist schematisch in Abbildung 6.4 dargestellt. Bei der Modellierung wird jede einzelne UD-Schicht mit einem Volumenelement vernetzt, sodass innerhalb der Materialroutine die Berechnung einer einzelnen Laminatschicht in einem Materialkoordinatensystem erfolgt. Die Elementkantenlänge ergibt sich aus der Schichtdicke von 0,15 mm, wobei bei der Vernetzung des Laminates eine gleiche Elementkantenlänge in allen drei Richtungen angestrebt wurde.

Die Materialroutine erfüllt die Aufgabe, das konstitutive Werkstoffgesetz abzubilden. In einem expliziten Solver sind dabei die Deformationsgeschwindigkeiten die Ausgangsbasis. In der benutzerdefinierten Materialroutine ist die Berechnung des Verzerrungstensors ϵ bereits vorgegeben, wie in [52] beschrieben ist. Der Verzerrungstensor stellt somit die Ausgangsbasis für die Umsetzung des Werkstoffgesetzes im Rahmen der benutzerdefinierten Materialroutine dar. Dieses kann in die Beschreibung des elastischen Verhaltens, die Bewertung mittels Festigkeitskriterien und die Degradationsmodellierung gegliedert werden. Zudem müssen die Kriterien für die Elementelimination in jedem Zeitinkrement überprüft werden.

Die Berechnungen in der Materialroutine müssen für jeden Integrationspunkt des Elementes durchgeführt werden. Für die Detailsimulationen wurden Volumenelemente verwendet, welche mit der selektiv reduzierten Integrationsregel arbeiten. Dabei werden die Spannungen für jeden der acht Integrationspunkte in einen volumetrischen und einen deviatorischen Teil aufgespalten. Für die Berechnung der inneren Kräfte des volumetrischen Anteils wird eine reduzierte und für den deviatorischen Teil eine volle Integration verwendet [52].

Für die Berechnung der Spannungskriterien und der Degradation der Elemente wurden in der Materialroutine Mittelungen eingeführt. Die erste Mittelung bezieht sich auf die unterschiedlichen Spannungen und Verzerrungen der acht Integrationspunkte innerhalb eines Elementes. Für die Berechnung der Festigkeitskriterien und der Degradation werden diese arithmetisch gemittelt, sodass von einem uniformen Spannungs- bzw. Verzerrungszustand innerhalb des Elementes ausgegangen wird. Falls innerhalb eines Elementes kein uniformer Zustand von Spannungen und Verzerrungen betrachtet wird, kann es zu unterschiedlichen Degradationen der Ingenieurskonstanten an den einzelnen Integrations-

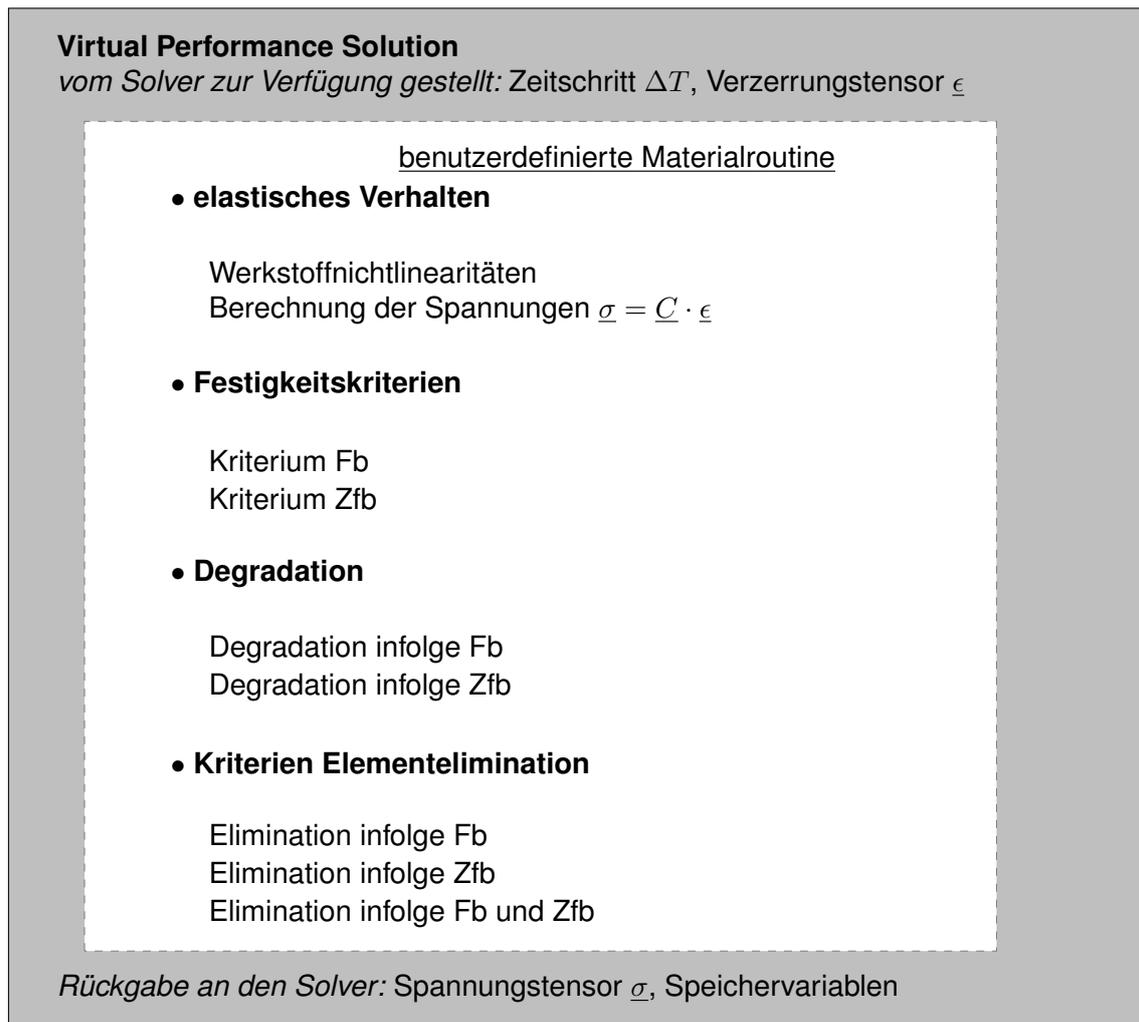


Abb. 6.4.: Einbindung der benutzerdefinierten Materialroutine in die Software
Virtual Performance Solution 2013

punkten kommen. Während der Entwicklung der Materialroutine hat sich gezeigt, dass eine unterschiedliche Degradation innerhalb eines Elementes zu Instabilitäten führt.

Neben der arithmetischen Mittelung über die acht Integrationspunkte wurde auch eine Mittelung über mehrere Berechnungsschritte eingeführt. Die Spannungen und Verzerrungen werden nach den Gleichungen (6.1) und (6.2) über n_{mittel} Berechnungsschritte gemittelt. Gleichung (6.1) und (6.2) stellen einen gleitenden Mittelwert dar, bei dem die gemittelten Tensoren $\underline{\sigma}_{mittel}$ und $\underline{\epsilon}_{mittel}$ über den Mittelwert des vorherigen Berechnungsschrittes $\underline{\sigma}_{mittel_{alt}}$ bzw. $\underline{\epsilon}_{mittel_{alt}}$ mit dem Tensor des aktuellen Zeitschrittes $\underline{\sigma}_{neu}$ bzw. $\underline{\epsilon}_{neu}$ berechnet werden. Diese Mittelung wurde eingeführt, da es nicht auszuschließen ist, dass die Spannungen und Verzerrungen in einzelnen Zeitschritten deutlich von dem Wert des vorherigen Zeitschrittes abweichen. Diese numerisch bedingten Effekte könnten zu einer Degradation der Elemente führen, welche aber nur berechtigt ist, falls die Werte über mehrere Zeitschritte im Versagensbereich liegen. In der Materialroutine wurde ein Wert

von $n_{mittel} = 10$ verwendet.

$$\sigma_{mittel} = \frac{\sigma_{mittel_{alt}} \cdot (n_{mittel} - 1) + \sigma_{neu}}{n_{mittel}} \quad (6.1)$$

$$\epsilon_{mittel} = \frac{\epsilon_{mittel_{alt}} \cdot (n_{mittel} - 1) + \epsilon_{neu}}{n_{mittel}} \quad (6.2)$$

Bei allen weiteren Beschreibungen wird auf den Index *mittel* unter der Voraussetzung verzichtet, dass sich alle Spannungen und Verzerrungen auf die gemittelten Werte beziehen.

6.2.1. Modellierung des elastischen Verhaltens

Für die Beschreibung des elastischen Verhaltens wird die Beziehung (3.2) verwendet. Falls die Komponenten der Elastizitätsmatrix konstant bleiben, stellt dies ein linear elastisches Verhalten dar. Für die Beschreibung des nichtlinear elastischen Verhaltens ist es notwendig, die Komponenten entsprechend zu modifizieren.

Wie in Kapitel 3.1 beschrieben, treten bei FKV zum einen Werkstoffnichtlinearitäten in Faserrichtung auf, bedingt durch das nichtlineare Verhalten des Faserwerkstoffes und zum anderem Nichtlinearitäten im Zug-, Druck- oder Schubverhalten in Querrichtung. Für den ebenen Spannungszustand können die Nichtlinearitäten im Zug-, Druck- oder Schubverhalten in Querrichtung mittels des Modells von *Puck/Mannigel* [53] beschrieben werden. Auf eine Übertragung des Modells auf den dreidimensionalen Spannungsraum wurde im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Die Ursachen dafür liegen zum einen in der Komplexität der Aufgabe bei einer nur als gering zu erwartenden Verbesserung des Berechnungsergebnisses und zudem in der Tatsache, dass die Schädigung bei Belastungen in der Querrichtung mit der Degradationsmodellierung berücksichtigt wird. Die Abweichung liegt somit nur in der Nichtberücksichtigung im Bereich vor dem Zfb.

Ein Beispiel für ein nichtlineares Verhalten in Faserrichtung zeigt Abbildung 6.5. In dem Diagramm sind die Spannungs-Verzerrungs-Kurven einer UD-Schicht der verwendeten Lamine bei einer einachsigen Zugbelastung in Faserrichtung dargestellt. Der initiale Elastizitätsmodul beträgt in diesem Fall $E_{1,i} = 122$ GPa. Die Versuchskurven zeigen mit zunehmender Dehnung einen progressiven Verlauf, sodass der Elastizitätsmodul ansteigt. Bei einer linear elastischen Betrachtung wird die Festigkeit von $R_1^{(+)} = 2,5$ GPa erst bei einer um ca. 0,2 % höheren Dehnung im Vergleich zu dem nichtlinearen Verlauf erreicht. Um diesen progressiven Verlauf ebenso in der Materialroutine zu berücksichtigen, ist es notwendig, den Elastizitätsmodul E_1 in Faserrichtung entsprechend anzupassen. Zu diesem Zweck wurde ein Berechnungsmodell entwickelt, welches es ermöglicht, Nichtlinearitäten in Faserrichtung abzubilden.

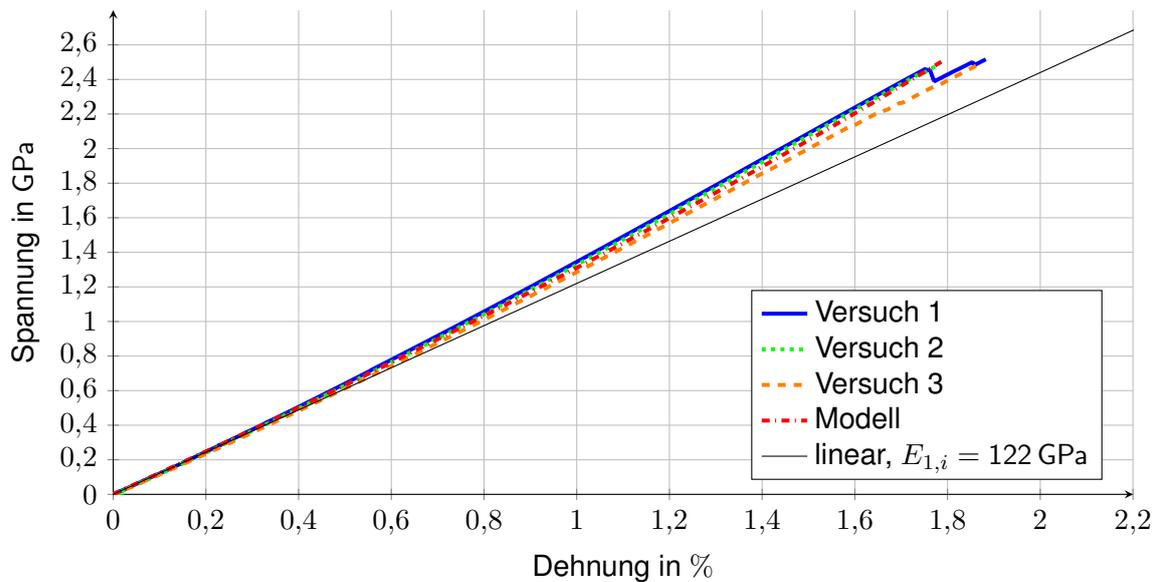


Abb. 6.5.: Spannungs-Dehnungs-Kurve einer UD-Schicht des verwendeten FKV bei einachsiger Zugbelastung in Faserrichtung

Mittels des Modells erfolgt eine Anpassung des Sekantenmoduls $E_{1,s}$. Dieser ergibt sich aus dem Produkt des initialen Elastizitätsmoduls in Faserrichtung $E_{1,i}$ und des Koeffizienten η_{E_1} , siehe (6.3). Für das Berechnungsmodell sind für Zug- und Druckbeanspruchungen in Faserrichtung jeweils zwei Parameter notwendig. Der erste Parameter repräsentiert den Schwellwert $f_{E,Fb,thr}$, welcher jener Faserbruchanstrengung entspricht, ab welcher die Nichtlinearität beginnt. Falls die Faserbruchanstrengung größer als der jeweilige Schwellwert ist, wird E_1 mittels einer Exponentialfunktion (6.4) bzw. (6.5) berechnet, wobei der Exponent a den zweiten Parameter repräsentiert.

$$E_{1,s} = E_{1,i} \cdot \eta_{E_1} \quad (6.3)$$

Für $\sigma_1 > 0$ und $\frac{\sigma_1^{(+)}}{R_1^{(+)}} \geq f_{E,Fb,thr}^{(+)}$ gilt:

$$\eta_{E_1} = e^{a^{(+)} \cdot \left(\frac{|\sigma_1|}{R_1^{(+)}} - f_{E,Fb,thr}^{(+)} \right)} \quad (6.4)$$

Für $\sigma_1 < 0$ und $\left| \frac{\sigma_1^{(-)}}{R_1^{(-)}} \right| \geq f_{E,Fb,thr}^{(-)}$ gilt:

$$\eta_{E_1} = e^{a^{(-)} \cdot \left(\frac{|\sigma_1|}{R_1^{(-)}} - f_{E,Fb,thr}^{(-)} \right)} \quad (6.5)$$

Die Modellierung der Nichtlinearität erfolgt auf Basis der Spannung und nicht der Dehnung, da wie in [1] beschrieben die Spannung als Ursache für die zunehmende Ausrich-

tung der Graphitkristalle angenommen wird.

Da die Berechnung von $E_{1,s}$ vor der Berechnung der Spannungen nach (3.2) stattfinden muss, wird dafür die Spannung σ_1 des vorherigen Zeitinkrementes verwendet. Dieses Berechnungsmodell ist daher besonders für explizite Verfahren geeignet, da bei diesen infolge der hohen Anzahl an Zeitinkrementen in der Regel nur geringe relative Spannungsunterschiede zwischen den einzelnen Inkrementen vorliegen.

Die Berechnung von $E_{1,s}$ mittels eines Ansatzes über eine Exponentialfunktion besitzt gegenüber der Vorgabe der gesamten Spannungs-Dehnungs-Kurve den Vorteil, dass es nicht zwingend notwendig ist, den gesamten Verlauf zu kennen, sondern lediglich den initialen Wert $E_{1,i}$. Für den Schwellwert $f_{E,Fb,thr}$ und den Exponent a können Erfahrungswerte verwendet werden, falls keine Versuchsdaten vorliegen.

Für das verwendete CFK konnten diese Parameter mittels der durchgeführten Zugversuche mit $f_{E,Fb,thr} = 0,01$ und $a = 0,14$ identifiziert werden. Da keine Ergebnissen von Druckversuchen vorlagen, wurde ein lineares Verhalten im Druckbereich angenommen. Die berechnete Kurve ist in Abbildung 6.5 dargestellt und zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten.

Neben dem nichtlinearen elastischen Verhalten existieren für FKV auch Dehnratenabhängigkeiten. In der Materialroutine wurden diese nicht berücksichtigt, da die Anwendung für quasistatische Lastfälle das primäre Entwicklungsziel darstellte.

6.2.2. Versagenskriterien

Bei den Versagenskriterien wurden die in Kapitel 3.3 beschriebenen Kriterien für F_b und Z_{fb} verwendet. Insbesondere bei der Anwendung der *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien wurden bei der numerischen Umsetzung Fortschritte gegenüber dem Stand der Technik erzielt, welche aus der Notwendigkeit eines möglichst schnellen Berechnungsablaufes resultieren.

6.2.2.1. Faserbruchkriterium

Für die Ermittlung von F_b wurden die Gleichungen (3.10) und (3.11) verwendet. Um die Degradation infolge eines F_b auszulösen, muss die Faserbruchanstrengung in fünf aufeinanderfolgenden Berechnungsschritten im Versagensbereich liegen.

6.2.2.2. Pucksche Zwischenfaserbruchkriterien

Für die Detektion des Zfb wurden die *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien angewendet. Für die Umsetzung der in Kapitel 3.3.2.2 beschriebenen *Puckschen* Kriterien ist es notwendig, eine Spannungstransformation nach (3.14) durchzuführen und anschließend mit den transformierten Spannungen die Zwischenfaserbruchanstrengung nach (3.23) bzw. (3.25) zu berechnen. Ziel ist es, den Wirkebenenwinkel θ mit der größten Zwischenfaserbruchanstrengung zu finden, welcher als Bruchwinkel θ_{br} bezeichnet wird.

Ein Beispiel für den Verlauf von $f_{E,Zfb}$ über θ ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Der Graph wurde mit den Materialkennwerten eines Verbundes einer AS4-Kohlenstofffaser mit einem Epoxidharz berechnet. Die Materialdaten sind aus [25] entnommen und in Tabelle A.1 zu finden. Der Graph zeigt, dass es möglich ist, dass mehrere Maxima in dem Bereich von -90° bis $+90^\circ$ auftreten. Untersuchungen von *Schirmaier et al.* in [36] haben ergeben, dass maximal drei Maxima auftreten können.

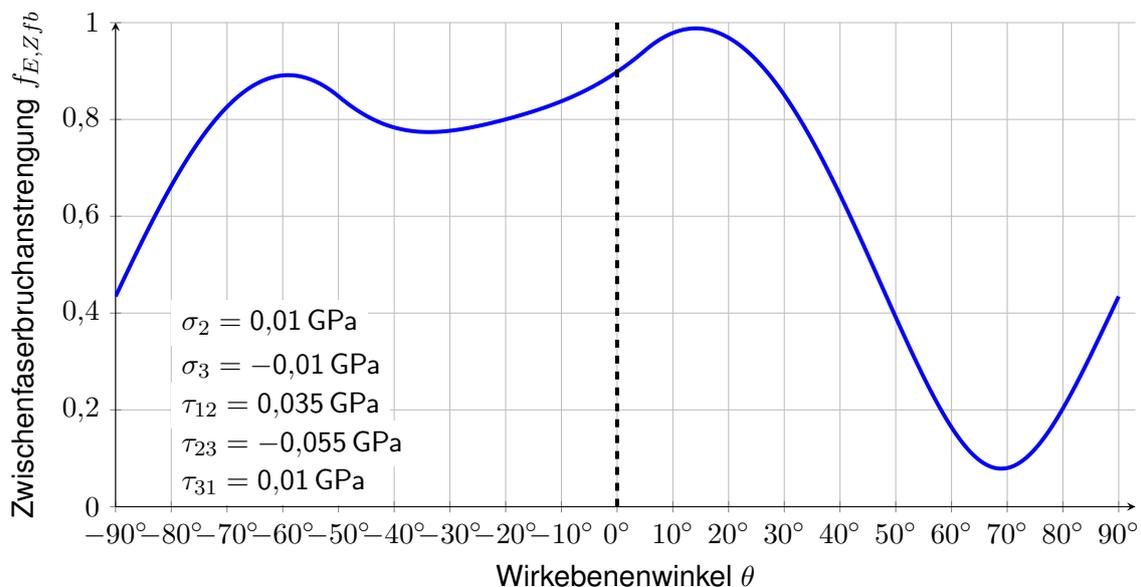


Abb. 6.6.: Beispiel für den Verlauf der Zwischenfaserbruchanstrengung $f_{E,Zfb}$ über dem Wirkebenenwinkel θ

6.2.2.3. Bruchwinkelsuche mittels des gedämpften *Newton*-Verfahrens

Die als Stand der Technik geltenden Verfahren zur Bruchwinkelsuche, welche von *Wiegand et al.* in [35] und *Schirmaier et al.* in [36] veröffentlicht sind, basieren im Wesentlichen auf dem Verfahren des *Goldenen Schnittes* als ein bisektionales Suchverfahren. Gradientenbasierte Suchverfahren besitzen gegenüber bisektionalen Verfahren ein besseres Konvergenzverhalten.

Aus diesem Grund wurde das *Newton*-Verfahren für die Bruchwinkelsuche angewendet. Dieses Verfahren ermöglicht die numerische Bestimmung von Nullstellen einer Funktion. Für die Anwendung bei dieser Problemstellung ist es notwendig, die Nullstellen der ersten Ableitung zu finden. Diese werden mittels einer Iteration nach (6.6) ermittelt. Der Wirkebenenwinkel des folgenden Iterationsschrittes θ_n^{k+1} wird beim *Newton*-Verfahren mittels des Wirkebenenwinkels des aktuellen Iterationsschrittes θ_n^k und der ersten und zweiten Ableitung von (3.23) bzw. (3.25) berechnet. Um diese Ableitungen in Abhängigkeit des Wirkebenenwinkels auszudrücken, wurden die Gleichungen (3.14), (3.19) und (3.21) in die Gleichungen (3.23) und (3.25) eingesetzt. Die Gleichungen für die erste und zweite Ableitung sind in Anhang B zu finden.

$$\theta_n^{k+1} = \theta_n^k - \frac{f'_{E,Zfb}(\theta_n^k)}{f''_{E,Zfb}(\theta_n^k)} \quad (6.6)$$

Da es mittels des *Newton*-Verfahrens nur möglich ist lokale Maxima zu ermitteln, ist es notwendig, das Suchverfahren innerhalb des Suchintervalls mit variierenden Startwerten mehrfach zu starten. Basierend auf den Untersuchungen von *Schirmaier et al.* in [36] ist der Abstand zwischen zwei Maxima nicht kleiner als 25° . Aus diesem Grund wird das Verfahren bei den Winkeln $\theta_1^0 = -90^\circ$, $\theta_2^0 = -60^\circ$, $\theta_3^0 = -30^\circ$, $\theta_4^0 = 0^\circ$, $\theta_5^0 = +30^\circ$, $\theta_6^0 = +60^\circ$ und $\theta_7^0 = +90^\circ$ gestartet. Als Erstes wird die zweite Ableitung an dem jeweiligen Startwert berechnet. Falls diese größer als 0 ist wird die Iteration abgebrochen, da das Verfahren dann ein Minimum finden würde. Andernfalls wird der erste Iterationsschritt nach (6.7) berechnet.

$$\theta_n^{k+1} = \theta_n^k - \lambda_k \cdot \frac{f'_{E,Zfb}(\theta_n^k)}{f''_{E,Zfb}(\theta_n^k)} \quad (6.7)$$

Der Faktor λ_k repräsentiert die Dämpfung des Verfahrens. Die Dämpfung wird derart realisiert, dass λ_k , beginnend bei 1 so lange halbiert wird, bis:

$$f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+1}) > f_{E,Zfb}(\theta_n^k) \quad . \quad (6.8)$$

Die Anwendung des gedämpften *Newton*-Verfahrens bietet die Vorteile eines verbesserten Konvergenzverhaltens und die Vermeidung einer Oszillation zwischen zwei symmetrisch zu einem Maximum liegenden Punkten. Ein Abbruch des Iterationsvorganges erfolgt, falls die Differenz des Bruchwinkels des aktuellen und vorherigen Iterationsschrittes kleiner als eine zu wählende Abbruchgrenze $\Delta\theta$ ist:

$$\Delta\theta = \left| \theta_n^{k+1} - \theta_n^k \right| \quad . \quad (6.9)$$

Die Abbruchgrenze $\Delta\theta$ bestimmt dadurch sowohl die Ergebnisgenauigkeit als auch die

Anzahl der Iterationsschritte und somit die Berechnungszeit. Für den Fall, dass für einen Startwinkel mehr als zwei Iterationsschritte vorliegen, kann die von *Wiegand et al.* in [35] vorgestellte Anwendung einer inversen Parabelfunktion genutzt werden. Da sich die Funktion für die Anstrengung aus trigonometrischen Funktionen zusammensetzt und somit keine Unstetigkeiten aufweist, kann die Parabelfunktion als Abschätzung des Maximums verwendet werden. Die in Abbildung 6.7 beispielhaft dargestellte Parabel kann mit der Gleichung (6.10) beschrieben werden. Der Scheitelpunkt der Parabel ergibt sich nach (6.11) mittels (6.12), (6.13) und (6.14). Durch die Anwendung der Parabelfunktion kann die Ergebnisgenauigkeit erhöht werden, bei einem geringen zusätzlichen numerischen Aufwand, wie in [35] nachgewiesen wird.

$$f(\theta_S) = a \cdot \theta^2 + b \cdot \theta + c \quad (6.10)$$

$$S \left(\frac{-b}{2 \cdot a}; \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} \right) \quad (6.11)$$

$$a = \frac{\frac{f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+3}) - f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+1})}{\theta_n^{k+3} - \theta_n^{k+1}} - \frac{f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+2}) - f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+1})}{\theta_n^{k+2} - \theta_n^{k+1}}}{\frac{(\theta_n^{k+1})^2 - (\theta_n^{k+2})^2}{\theta_n^{k+2} - \theta_n^{k+1}} - \frac{(\theta_n^{k+1})^2 - (\theta_n^{k+3})^2}{\theta_n^{k+3} - \theta_n^{k+1}}} \quad (6.12)$$

$$b = \frac{f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+3}) - f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+2}) - a \cdot (\theta_n^{k+3})^2 + a \cdot (\theta_n^{k+2})^2}{\theta_n^{k+3} - \theta_n^{k+2}} \quad (6.13)$$

$$c = f_{E,Zfb}(\theta_n^{k+1}) - a \cdot (\theta_n^{k+1})^2 - b \cdot \theta_n^{k+1} \quad (6.14)$$

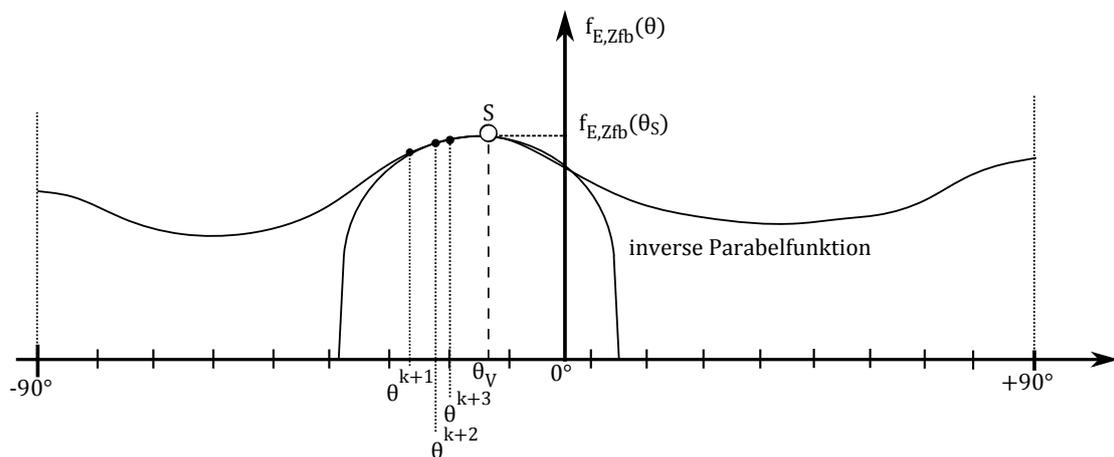


Abb. 6.7.: Anwendung der inversen Parabelfunktion

Die Berechnungszeit für die Bruchwinkelsuche kann weiterhin verringert werden, indem eine Reduzierung der Anzahl der Startwerte nach (6.15) - (6.21) durchgeführt wird. Eine Reduzierung ist dann zulässig, falls im Spannungstensor eine einzelne Komponente dominiert.

$$|\sigma_2| > 2 \cdot (|\sigma_3| + |\tau_{12}| + |\tau_{31}| + |\tau_{23}|) \text{ und } \sigma_2 \geq 0 \Rightarrow \theta_1^0 = 0^\circ \quad (6.15)$$

$$|\sigma_2| > 2 \cdot (|\sigma_3| + |\tau_{12}| + |\tau_{31}| + |\tau_{23}|) \text{ und } \sigma_2 < 0 \Rightarrow \theta_1^0 = +53^\circ \text{ und } \theta_2^0 = -53^\circ \quad (6.16)$$

$$|\sigma_3| > 2 \cdot (|\sigma_2| + |\tau_{12}| + |\tau_{31}| + |\tau_{23}|) \text{ und } \sigma_3 \geq 0 \Rightarrow \theta_1^0 = +90^\circ \text{ und } \theta_2^0 = -90^\circ \quad (6.17)$$

$$|\sigma_3| > 2 \cdot (|\sigma_2| + |\tau_{12}| + |\tau_{31}| + |\tau_{23}|) \text{ und } \sigma_3 < 0 \Rightarrow \theta_1^0 = +37^\circ \text{ und } \theta_2^0 = -37^\circ \quad (6.18)$$

$$|\tau_{12}| > 3 \cdot (|\sigma_2| + |\sigma_3| + |\tau_{31}| + |\tau_{23}|) \Rightarrow \theta_1^0 = 0^\circ \quad (6.19)$$

$$|\tau_{31}| > 3 \cdot (|\sigma_2| + |\sigma_3| + |\tau_{12}| + |\tau_{23}|) \Rightarrow \theta_1^0 = +90^\circ \text{ und } \theta_2^0 = -90^\circ \quad (6.20)$$

$$|\tau_{23}| > 2 \cdot (|\sigma_2| + |\sigma_3| + |\tau_{12}| + |\tau_{31}|) \Rightarrow \theta_1^0 = +45^\circ \text{ und } \theta_2^0 = -45^\circ \quad (6.21)$$

Insbesondere bei der Anwendung innerhalb der expliziten FEM kann eine weitere Reduzierung der Anzahl der Startwinkel vorgenommen werden, indem der positive und negative Bruchwinkel des vorherigen Berechnungsschrittes als Startwerte verwendet werden. Diese Reduzierung ist zulässig, falls sich keine Komponente des Spannungstensors um mehr als 1% im Vergleich zum vorangegangenen Berechnungsschritt geändert hat. Der Wert von 1% wurde mittels Testberechnungen empirisch bestimmt.

Zusätzlich zu der Reduzierung der Anzahl der Startwerte wurde auch eine Abschätzung der Anstrengung implementiert, sodass die Bruchwinkelsuche erst bei dem interessierenden Betrachtungsbereich gestartet wird. Diese Vorgehensweise wird in einem ähnlichen Anwendungsfall von *May et al.* in [54] vorgeschlagen. Eine der Bedingungen (6.22), (6.23) und (6.24) muss erfüllt sein, damit ein Start der Bruchwinkelsuche erfolgt. Mittels des Schwellwertes μ kann somit der Start der Bruchwinkelsuche eingestellt werden. Für den Fall, dass Zwischenfaserbruchanstrengungen kleiner als 1 nicht von Interesse sind, sollte für den Schwellwert μ ein Wert von 0,9 verwendet werden.

$$|\sigma_2| + |\sigma_3| > \mu \cdot \min \left(R_{\perp}^{(+)}; R_{\perp}^{(-)}; R_{\perp\parallel} \right) \quad (6.22)$$

$$|\tau_{23}| > \mu \cdot \min \left(R_{\perp}^{(+)}; R_{\perp}^{(-)}; R_{\perp\parallel} \right) \quad (6.23)$$

$$|\tau_{12}| + |\tau_{31}| > \mu \cdot R_{\perp\parallel} \quad (6.24)$$

Der Ablauf der Bruchwinkelsuche ist schematisch in Abbildung 6.8 dargestellt. Das Ablaufdiagramm fasst die beschriebenen Iterationen und Abbruchbedingungen für die Bruchwinkelsuche zusammen. Der zentrale Schritt ist dabei die gedämpfte *Newton*-Iteration nach (6.7).

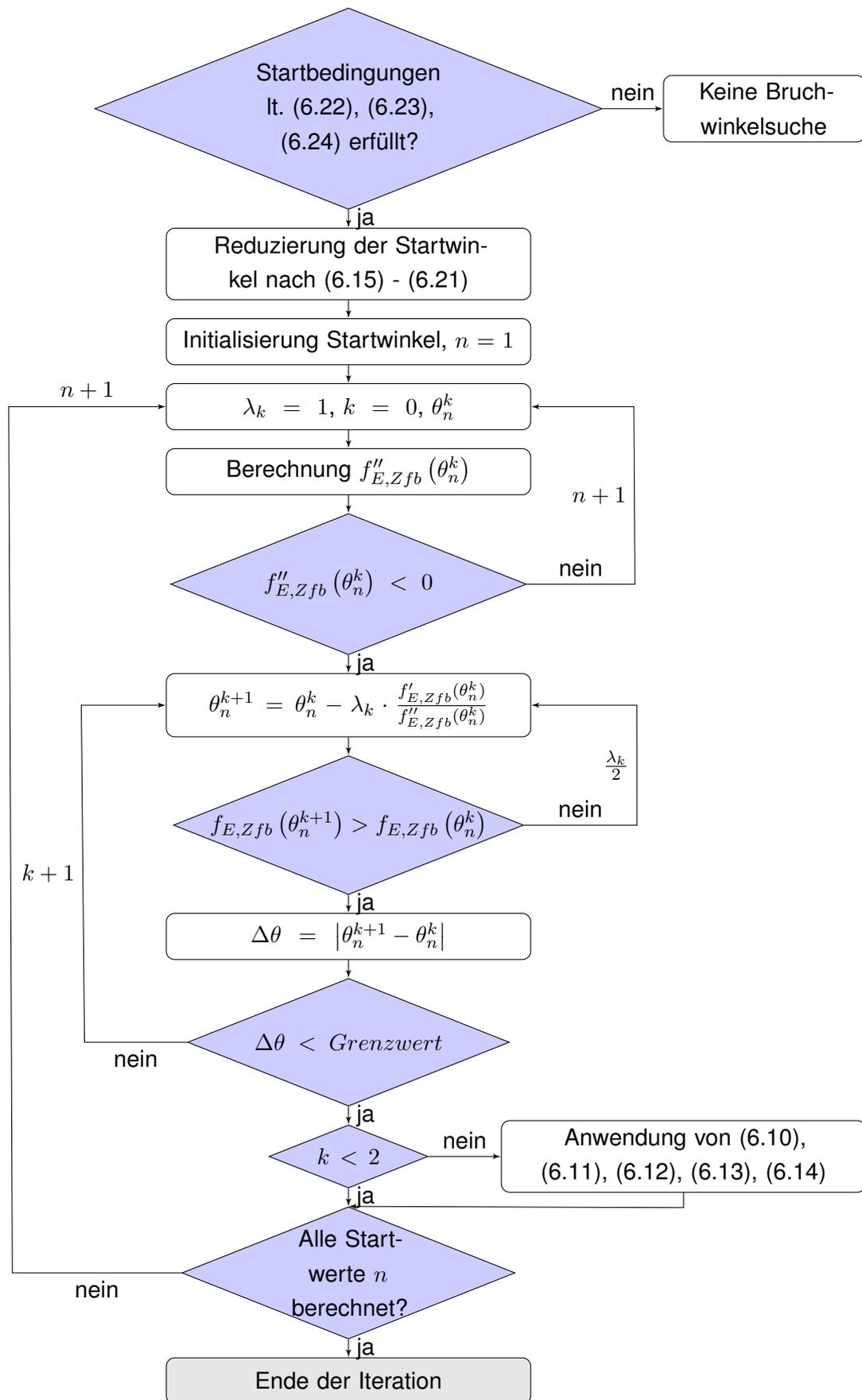


Abb. 6.8.: Ablauf der Bruchwinkelsuche mittels des gedämpften *Newton*-Verfahrens

Um die Gültigkeit des Verfahrens nachzuweisen, wurden einzelne Spannungszustände mit den Werkstoffkennwerten aus Tabelle A.1 untersucht. Dabei wurde noch keine Reduzierung der Anzahl der Startwerte für das *Newton*-Verfahren vorgenommen. Für die Bruchwinkelsuche erfolgte ein Vergleich mit dem von *Schirmaier et al.* in [36] beschriebenen *Selective Range Golden Section Search* (SRGSS) Algorithmus. Bei diesem Verfahren wird die Bruchwinkelsuche auf Basis der von *Wiegand et al.* in [35] beschriebenen Methode des *Goldenen Schnittes* durchgeführt. Bei dem SRGSS-Algorithmus erfolgt die Bruchwinkelsuche allerdings nicht in dem Suchintervall von -90° bis $+90^\circ$, sondern in initial selektierten Teilintervallen. Dafür wird in einem ersten Schritt die Zwischenfaserbruchanstrengung in einem Abstand von 10° von -90° bis $+90^\circ$ an 19 Punkten berechnet. Falls diese an einem berechneten Punkt größer ist als an den beiden benachbarten Punkten tritt in diesem Intervall ein Maximum auf und in diesem Intervall erfolgt eine Bruchwinkelsuche. Diese Vorgehensweise ist gültig, da in [36] nachgewiesen wurde, dass der minimale Abstand zwischen zwei Maxima nicht kleiner als 25° ist.

Um vergleichende Untersuchungen durchzuführen, wurden sowohl das gedämpfte *Newton*-Verfahren, als auch der SRGSS-Algorithmus in einer Fortranroutine umgesetzt. Bei der Implementierung des SRGSS-Algorithmus in die Fortranroutine wurden geringfügige Modifikationen vorgenommen, da in [36] nicht beschrieben ist, wie an den Randpunkten zu verfahren ist. Aus diesem Grund wurde ebenso eine Bruchwinkelsuche gestartet, falls die Anstrengung an den Randpunkten größer ist als an den benachbarten Punkt der initialen Selektierung. Eine weitere Abweichung zu den in [36] veröffentlichten Ergebnissen ist damit begründet, dass für die initiale Selektion des Suchintervalls von -90° bis $+90^\circ$ mit einem Intervall von 10° nicht wie in [36] angegeben 18, sondern 19 Punkte benötigt wurden.

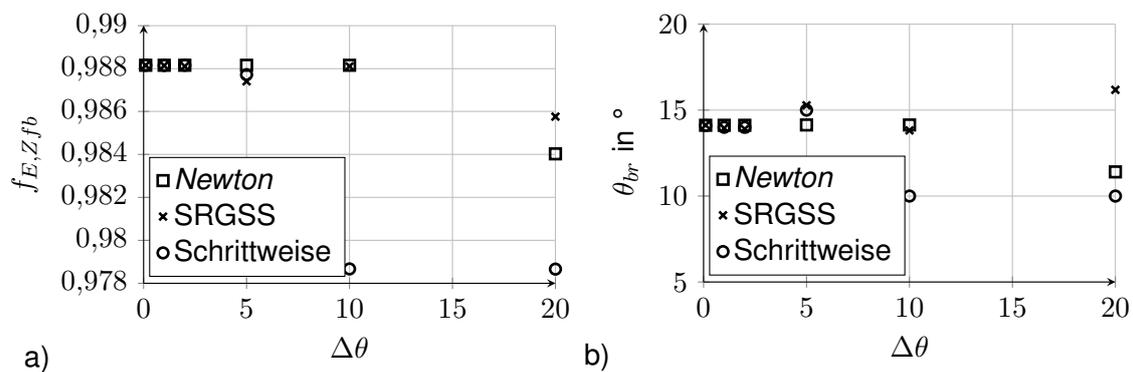
Für die vergleichenden Untersuchungen wurde ebenso das Verfahren der schrittweisen Bruchwinkelsuche mit einbezogen, da dieses Verfahren bei einer ausreichend kleinen Schrittweite sicher das globale Maximum findet. Die Untersuchungen wurden mit einer Abbruchgrenze von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ durchgeführt und die Ergebnisse sind in der Tabelle 6.1 aufgelistet. Die ersten vier Spannungszuständen repräsentieren reine Schub- bzw. reine Zug- oder Druckbelastungen. Die einzelnen Suchalgorithmen liefern die gleichen Ergebnisse, welche mit den experimentell ermittelten Ergebnissen übereinstimmen, siehe [27]. Zusätzlich wurde ein beliebiger Spannungszustand untersucht. Für diesen weisen alle Suchalgorithmen den gleichen Bruchwinkel von $-71,6^\circ$ auf.

Zusätzlich zu der Untersuchung der Gültigkeit erfolgt auch eine Sensitivitätsuntersuchung hinsichtlich der Abbruchgrenze $\Delta\theta$ anhand des Spannungszustandes aus Abbildung 6.6. Bei diesem liegt das globale Maximum bei $14,12^\circ$ und besitzt eine Zwischenfaserbruchanstrengung von 0,988. In Abbildung 6.9a ist für alle drei Verfahren die Abhängigkeit der Zwischenfaserbruchanstrengung von der Abbruchgrenze $\Delta\theta$ dargestellt. Die Zwischenfaserbruchanstrengung wurde bei einer Abbruchgrenze von 20° , 10° , 5° , 2° , 1° und $0,1^\circ$

Tab. 6.1.: Überprüfung der Bruchwinkelsuche anhand einzelner Spannungszustände

σ_2	σ_3	τ_{21}	τ_{23}	τ_{31}	<i>Newton</i>	SRGSS	Schrittwe
0,0 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	0,048 GPa	0,0 GPa	45°	45°	45°
0,0 GPa	0,0 GPa	0,079 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	0°	0°	0°
-0,2 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	-50,8°	-50,8°	-50,8°
0,0 GPa	0,048 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	0,0 GPa	-90°	-90°	-90°
-0,07 GPa	0,03 GPa	0,03 GPa	-0,02 GPa	-0,04 GPa	-71,6°	-71,6°	-71,6°

mit dem jeweiligen Verfahren berechnet. Bei Abbruchgrenzen kleiner gleich 2° zeigt der Vergleich, dass alle Verfahren den Wert des globalen Maximums finden. Ein ähnliches Verhalten zeigt die Abhängigkeit des Bruchwinkels von der Abbruchgrenze in der Abbildung 6.9b. Da alle Verfahren für dieses Beispiel den Bruchwinkel bei der Abbruchgrenze von 2° finden, ist der Vergleich des numerischen Aufwandes in Form der Anzahl der Iterationen und der benötigten Berechnungszeit interessant.

Abb. 6.9.: Vergleich der a) Zwischenfaserbruchanstrengung $f_{E,Zfb}$ und b) des Bruchwinkels θ_{br} bei unterschiedlichen Abbruchgrenzen $\Delta\theta$

Beim Vergleich der Iterationen in Abbildung 6.10a wurde jede Berechnung der Zwischenfaserbruchanstrengung oder einer Ableitung davon als Iteration gezählt. Mit Ausnahme des gedämpften *Newton*-Verfahrens ist bei den anderen Verfahren ein deutlicher Anstieg in der Anzahl der Iterationen bei kleiner werdender Abbruchgrenze zu erkennen. Für die schrittweise Abtastung wurde der Wert von 18 001 für die Abbruchgrenze von $\Delta\theta = 0,1^\circ$ nicht dargestellt, um eine detaillierte Betrachtung der anderen Datenpunkte zu ermöglichen. Der Vergleich der Anzahl der Iterationen zeigt, dass mittels des gedämpften *Newton*-Verfahrens mit einer relativ geringen Anzahl an Iterationen eine hohe Ergebnisgenauigkeit erreicht werden kann. Für die Verwendung bei einer FEM-Berechnung ist nicht nur die Anzahl der Iterationen, sondern insbesondere die dafür benötigte Berechnungszeit interessant. Um diese zu ermitteln, wurde die gleiche Bruchwinkelsuche mit jedem Verfahren 10 000 mal durchgeführt, um einen Mittelwert zu erhalten.

Beim Vergleich der Berechnungszeiten in Abbildung 6.10b zeigt sich, dass die Unterschiede nicht so groß wie beim Vergleich der Anzahl der Iterationen sind. Die Ursache dafür ist, dass die durchschnittliche Berechnungszeit pro Iterationsschritt mit ca. $0,6\ \mu\text{s}$ für die schrittweise Bruchwinkelsuche und dem SRGSS-Algorithmus geringer ist als beim gedämpften *Newton*-Verfahren mit ca. $0,8\ \mu\text{s}$ pro Iteration. Die Ursache dafür liegt in den großen mathematischen Termen für die erste und zweite Ableitung, welche mehr Berechnungszeit benötigen. Demzufolge weist das gedämpfte *Newton*-Verfahren auch eine höhere Berechnungszeit bei Abbruchgrenzen größer als 5° auf. Bei kleineren Abbruchgrenzen besitzt das gedämpfte *Newton*-Verfahren die geringste Berechnungszeit, da weniger Iterationen berechnet werden müssen. Der betrachtete Spannungszustand stellt für das gedämpfte *Newton*-Verfahren einen sehr ungünstigen Fall dar, da das Maximum genau in der Mitte zwischen zwei Startwerten der Bruchwinkelsuche liegt. Im Gegensatz zu dem SRGSS-Algorithmus ist von einer Verminderung der Berechnungszeit auszugehen, falls das Maximum näher an einem Startwert liegt. Die durchgeführten Untersuchungen weisen nach, dass das gedämpfte *Newton*-Verfahren für die Bruchwinkelsuche prinzipiell geeignet ist.

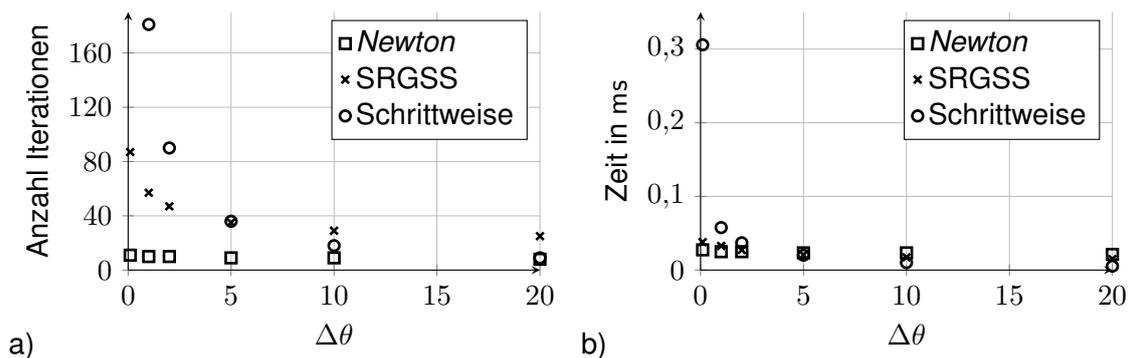


Abb. 6.10.: Vergleich der a) Anzahl der Iterationen und b) der Berechnungszeit bei unterschiedlichen Abbruchgrenzen $\Delta\theta$

Da mittels der Betrachtung eines einzelnen Spannungszustandes keine allgemeingültige Überlegenheit des gedämpften *Newton*-Verfahrens festgestellt werden konnte, wurde zusätzlich ein Vergleich anhand eines 3-Punkt Biegeversuches durchgeführt, welcher in Abbildung 6.11a dargestellt ist. Das Hutprofil, welches auf Biegung belastet wird, besitzt einen quasiisotropen Laminataufbau $(0/90/45/45)_s$ mit einer Gesamtdicke von 1,2 mm, wobei die 0° -Richtung entlang der Längsachse des Profils verläuft. Für die Werkstoffkennwerte wurden die Parameter aus Tabelle A.1 im Anhang A verwendet. Das Profil besteht insgesamt aus 7300 finiten Elementen und es wurden 94 756 Berechnungsschritte auf einem AMD Opteron 6140 Prozessor mit 16 Kernen gerechnet, wobei keine weiteren Berechnung auf den Prozessor zeitgleich stattgefunden haben.

Mittels dieses Modells wurden die Einflüsse der einzelnen Maßnahmen zur Verminderung der Berechnungszeit untersucht. Als Vergleich diente eine Berechnung ohne Bruchwinkelsuche, welche eine Berechnungszeit von 196 Minuten benötigte. Die Berechnungszeiten aller Varianten sind auf diese Zeit bezogen und als relativer Wert angegeben. Für jede Variante erfolgte eine Berechnung mit $\Delta\theta = 1^\circ$ und $\Delta\theta = 5^\circ$ als Abbruchbedingung. Eine Übersicht über alle Varianten liefert die Tabelle 6.2. Die entsprechenden Ergebnisse der relativen Berechnungszeiten sind in Abbildung 6.11b dargestellt.

Beim Modell B wurde das gedämpfte *Newton*-Verfahren mit der Reduzierung der Startwerte und einem Schwellwert von $\mu = 0,9$ verwendet. Bei dieser Variante konnte nahezu keine Erhöhung der Berechnungszeit festgestellt werden. Bei der maximalen Belastung wurde aufgrund des Schwellwertes für 390 Elemente eine Bruchwinkelsuche durchgeführt. Da die Anzahl bei niedrigeren Belastungen noch geringer war, ergibt sich eine Berechnungszeit, die nahezu gleich ist zu der Berechnung ohne Bruchwinkelsuche unter Berücksichtigung der Toleranzen der CPU-Zeit.

Der Einfluss des Schwellwertes zeigt sich bei dem Modell C, welches eine um 53 % bzw. 51 % höhere Berechnungszeit aufweist. Dass die Verwendung eines Schwellwertes entscheidend für die Reduzierung der Berechnungszeit ist, zeigt der Vergleich mit dem Modell D, bei dem zusätzlich auf die Reduzierung der Startwerte verzichtet wurde. Bei dieser Variante wurde eine um 63 % bzw. 61 % längere Berechnungszeit benötigt. Diese beiden Modelle zeigen aber auch, dass sich die Berechnungszeit bei einer größeren Abbruchgrenze nur geringfügig erhöht, demzufolge ist das Ergebnis hinsichtlich der ermittelten Bruchwinkel und Zwischenfaserbruchanstrengungen nahezu identisch.

Das Modell D stellt eine direkte Vergleichsvariante zu dem in [36] beschriebenen SRGSS-Algorithmus dar. Bei einer Abbruchgrenze von $\Delta\theta = 1^\circ$ weist das gedämpfte *Newton*-Verfahren eine signifikant geringere Berechnungszeit auf. Die Auswertung der Bruchwinkel und der Zwischenfaserbruchanstrengungen zeigt, dass die Verfahren ein nahezu identisches Ergebnis mit einer maximalen Abweichung von 1 % liefern. Auch bei einer Abbruchgrenze von $\Delta\theta = 5^\circ$ benötigt das gedämpfte *Newton*-Verfahren eine geringere Berechnungszeit, wobei die Differenz geringer ist. Allerdings sinkt beim SRGSS-Algorithmus im Gegensatz zu dem gedämpften *Newton*-Verfahren auch die Ergebnisqualität, sodass geringere Anstrengungen ermittelt werden. Der methodische Vergleich zeigt somit, dass das gedämpfte *Newton*-Verfahren besser geeignet ist.

Bei der Kombination des SRGSS-Algorithmus mit der Reduzierung der Startwerte und der Einführung eines Schwellwertes im Modell E konnte die Berechnungszeit wesentlich zu der ursprünglich in [36] veröffentlichten Variante reduziert werden. Es wurde bei diesem Modell nur eine minimal erhöhte Berechnungszeit gemessen.

Die Betrachtungen zur Bruchwinkelsuche liefern insgesamt die Erkenntnis, dass der Einsatz des gedämpften *Newton*-Verfahrens besser geeignet ist, als die bisher veröffentlichten Methoden, da zum einen eine geringere Berechnungszeit benötigt wird und die-

se zum anderem nicht signifikant von der Wahl der Abbruchgrenze bestimmt wird. Zudem hat sich gezeigt, dass die Berechnungszeit durch eine Reduzierung der Anzahl der Startwerte und insbesondere durch die Einführung eines Schwellwertes für den Start der Bruchwinkelsuche deutlich vermindert werden kann.

Tab. 6.2.: Beschreibung und relative Berechnungszeiten der unterschiedlichen Modellvarianten im 3-Punkt Biegeversuch

Variante	Beschreibung	rel. Berechnungszeit	
		$\Delta\theta = 1^\circ$	$\Delta\theta = 5^\circ$
Modell A	Berechnung ohne Bruchwinkelsuche	1,00	1,00
Modell B	<i>Newton</i> , $\mu = 0,9$, Reduzierung Startwerte	1,01	1,00
Modell C	<i>Newton</i> , $\mu = 0,01$, Reduzierung Startwerte	1,53	1,51
Modell D	<i>Newton</i> , $\mu = 0,01$, ohne Reduzierung Startwerte	1,63	1,61
Modell E	SRGSS, $\mu = 0,01$, ohne Reduzierung Startwerte	2,30	1,82
Modell F	SRGSS, $\mu = 0,9$, Reduzierung Startwerte	1,05	1,01

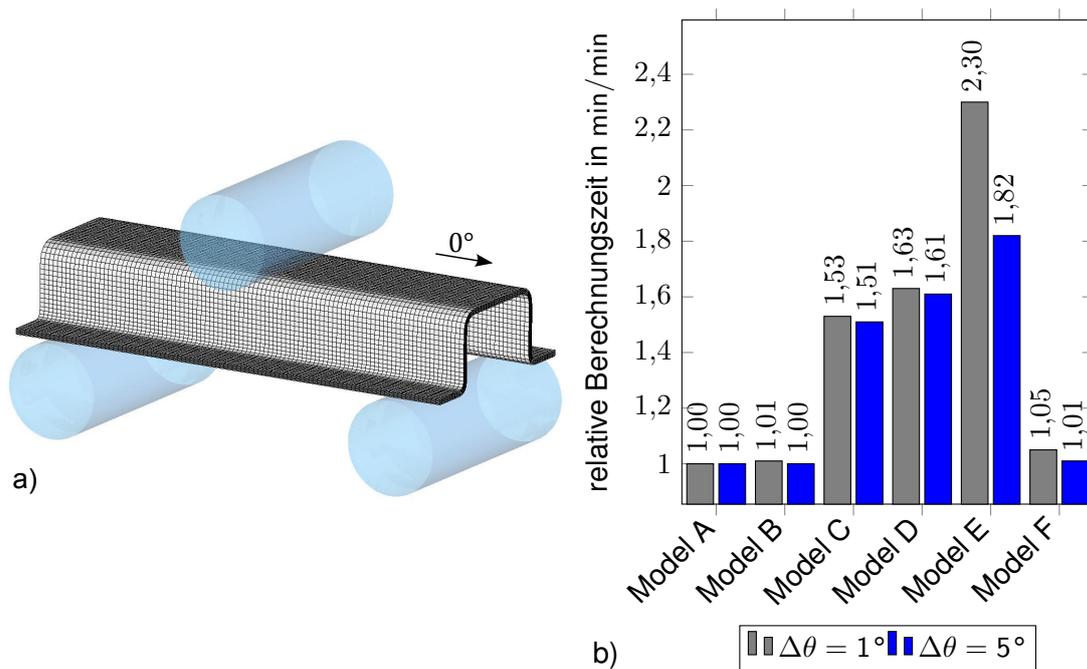


Abb. 6.11.: Vergleich der Berechnungszeit anhand eines 3-Punkt Biegeversuches, a) 3-Punkt Biegeversuch als Vergleichsmodell, b) Vergleich der relativen Berechnungszeiten

6.2.3. Degradationsmodellierung

Ziel der Degradationsmodellierung ist es die Ingenieurskonstanten so abzumindern, dass die schädigende Wirkung des Bruches in der Berechnung berücksichtigt wird. Entspre-

chend der unterschiedlichen Betrachtung von F_b und Zfb wird auch eine unterschiedliche Degradationsmodellierung für diese Versagensarten vorgenommen. Bei FKV tritt sowohl beim F_b als auch beim Zfb ein sprödes Versagen ohne plastische Verformung auf. Demnach werden Ingenieurskonstanten bleibend vermindert. Die Formulierung der Degradationsmodellierung erfolgt aus diesen Grund mit Hilfe der Sekantenmodule.

6.2.3.1. Faserbruch

Das Eintreten eines F_b kann infolge einer Zug- bzw. Druckspannung in Faserrichtung erfolgen. Bei einer positiven Spannung in Faserrichtung werden bei einem F_b die Fasern als auch die Matrix getrennt, der Bruch öffnet sich. Durch die Öffnung werden die Bruchflächen spannungsfrei, sodass keine Spannung in Faserrichtung und auch keine Schubspannungen mehr über die Bruchfläche übertragen werden können. Im Gegensatz dazu kommt es bei einem Druckbruch zu einem Ausknicken oder einer Durchtrennung der Fasern, wobei die Bruchflächen weiterhin aufeinander gepresst werden. Es können also weiterhin Spannungen über die Bruchfläche übertragen werden, allerdings in einem verminderten Maß.

Die unterschiedlichen Charakteristika eines F_b infolge einer Zug- bzw. Druckbelastung bedingen eine differenzierte Degradationsmodellierung. Bei beiden Bruchursachen ist es notwendig, die Koeffizienten η für E_1 , G_{12} und G_{31} zu vermindern, da die entsprechenden Spannungen in der Bruchfläche wirken. Die Sekantenmoduli berechnen sich demnach nach (6.25), (6.26) und (6.27). Aufgrund der nichtlinearen Modellierung in Faserrichtung kann der Wert für η_{E_1} beim Eintreten des F_b größer als 1,0 sein. Die Werte für $\eta_{G_{12}}$ und $\eta_{G_{31}}$ besitzen dagegen Werte $\leq 1,0$. Werte kleiner als 1,0 liegen vor, wenn bereits ein Zfb beim Eintreten des F_b vorliegt.

$$E_{1,s} = E_{1,i} \cdot \eta_{E_1} \tag{6.25}$$

$$G_{12,s} = G_{12,i} \cdot \eta_{G_{12}} \tag{6.26}$$

$$G_{31,s} = G_{31,i} \cdot \eta_{G_{31}} \tag{6.27}$$

Es ist anzunehmen, dass auch die restlichen Ingenieurskonstanten infolge eines F_b beeinflusst werden. Diese Abminderung wurde in der gegenständlichen Arbeit nicht berücksichtigt, da keine entsprechenden Angaben über das genaue Ausmaß der Abminderung vorliegen.

6.2.3.2. Faserbruch aufgrund einer Zugbelastung

Bei einem F_b aufgrund einer Zugbelastung werden die Koeffizienten η für E_1 , G_{12} und G_{31} auf einen Restwert reduziert. Um numerische Instabilitäten zu vermeiden erfolgt die

Abminderung mittels der Funktion (6.28). Der Wert η_{Fb} entspricht dabei dem Wert des jeweiligen Koeffizienten beim Eintreten des Fb. Der Exponent der Exponentialfunktion (6.28) ist ein Produkt aus der Anzahl der Berechnungsschritte n seit dem Eintreten des Fb und einer zu wählenden negativen Zahl. In diesem Fall wurde dafür der Wert $-0,2$ gewählt, sodass der Restwert des Koeffizienten innerhalb von 14 bis 50 Berechnungsschritten erreicht wird, je nachdem wie groß der Koeffizient beim Eintreten des Fb ist und wie groß der Restwert gewählt wird. Der Wert $-0,2$ entspricht einer Abminderung von ca. 18 % gegenüber dem Wert des vorherigen Berechnungsschrittes.

$$\eta = \eta_{Fb} \cdot e^{-0,2 \cdot n} \quad (6.28)$$

Die Abbildung 6.12 zeigt einen exemplarischen Verlauf der Koeffizienten η_{E_1} , $\eta_{G_{12}}$ und $\eta_{G_{31}}$. Der Berechnungsschritt $n = 0$ stellt das Eintreten des Fb dar. Die Ausgangswerte für die Koeffizienten liegen in diesem Beispiel bei $\eta_{E_1} = 1,4$ und $\eta_{G_{12}} = \eta_{G_{31}} = 1,0$. Der Wert von $\eta_{E_1} = 1,4$ entsteht durch die nichtlineare Modellierung von E_1 . Der Wert von $\eta_G = 1,0$ entspricht einem nicht durch einen Zfb vorgeschädigten Zustand. Nach dem Eintreten des Fb erreicht der Wert für η_{E_1} nach 47 Berechnungsschritten den Restwert von 0,0001. Dieser Restwert wurde gewählt, um zum einen keine signifikante Spannungsübertragung in Faserrichtung mehr zu ermöglichen, und zum anderen um die numerische Stabilität zu gewährleisten. Der Restwert für die Koeffizienten der Schubmoduli liegt bei 0,05. In diesem Fall wurde ein höherer Restwert gewählt, da ein geringerer Restwert zu einer Instabilität der Berechnung infolge zu großer Deformationen führt. Zudem ist der initiale Schubmodul deutlich geringer als der initiale Elastizitätsmodul in Faserrichtung, sodass ein identischer Restwert des Koeffizienten zu viel geringeren absoluten Restwerten für die Schubmoduli führen würde.

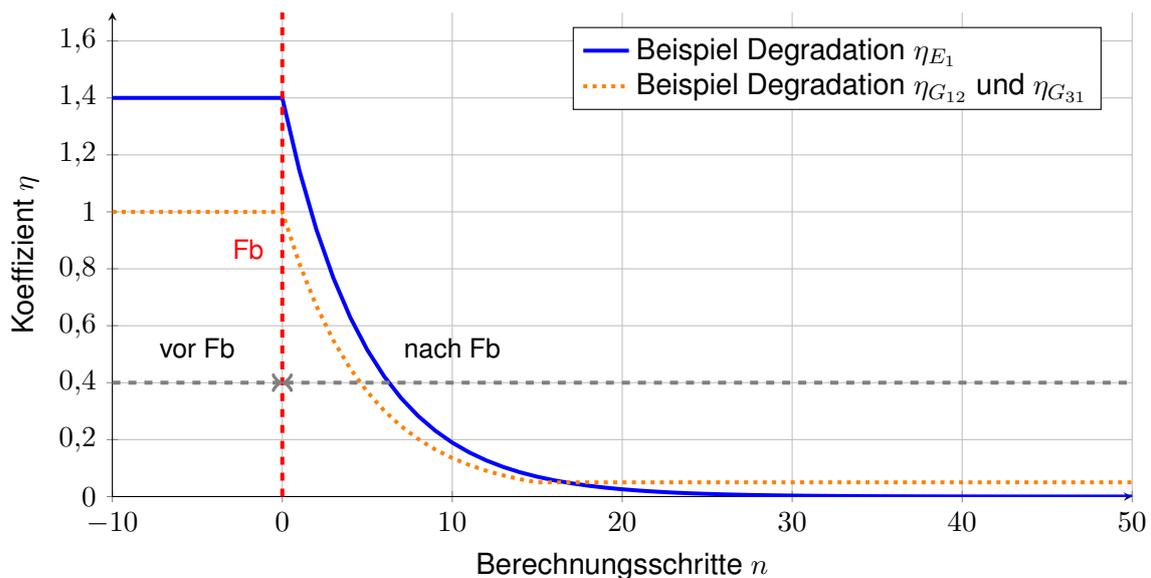


Abb. 6.12.: Verlauf der Koeffizienten bei einer Degradation infolge eines Fb aufgrund einer Zugbelastung

6.2.3.3. Faserbruch aufgrund einer Druckbelastung

Bei einem Fb infolge einer Druckbelastung können im Gegensatz zu einem durch eine Zugspannung ausgelösten Bruch weiterhin Spannungen über die Bruchfläche übertragen werden. Für die Degradationsmodellierung wurde der Ansatz aus [55] verwendet. Bei diesem wird eine verschmierte Abbildung des Fb in Form eines ideal plastischen Modellierungsansatzes gewählt, um die Energieabsorption darzustellen. Der ideal plastische Ansatz beinhaltet, dass die Spannung in Faserrichtung nach dem Eintreten des Fb konstant bleibt. Versuchsergebnisse, die ein ähnliches Verhalten zeigen, wurden von *Kyriakides et al.* in [56] veröffentlicht. Dieser Grundgedanke wurde mit der Modifikation aufgegriffen, dass nicht nur die Spannung in Faserrichtung, sondern auch die Schubspannungen τ_{12} und τ_{31} konstant gehalten werden. Zudem wurde kein plastisches Verhalten implementiert, sondern ein rein elastisches Verhalten, sodass bei einer Entlastung eines Elementes dieses wieder in den unverformten Zustand übergehen würde. Im realen Werkstoffverhalten findet bei einem Faserdruckbruch sowohl eine massive Zerstörung der Fasern als auch des Matrixwerkstoffes statt, sodass das Kontinuum in mehrere Bruchstücke zerteilt wird. Somit stellen weder ein plastisches noch ein rein elastisches Verhalten eine exakte Abbildung dar. Die Modellierung eines elastischen Verhaltens mit einer Degradation der Ingenieurskonstanten trifft aber besser zu, da auf diese Weise die Werkstoffschädigung ansatzweise wiedergegeben wird.

Für die numerische Umsetzung wurde die Nachgiebigkeitsmatrix nach (6.29) verwendet, welche der inversen Elastizitätsmatrix entspricht.

$$\underline{Q}_m = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Die Verzerrungs-Spannungs-Beziehung ergibt sich demnach zu:

$$\underline{\epsilon}_m = \underline{Q}_m \cdot \underline{\sigma}_m \quad (6.30)$$

Für die Dehnung ϵ_1 und die Scherwinkel γ_{12} und γ_{31} ergeben die Beziehungen (6.31), (6.32) und (6.33).

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{12} \cdot \sigma_2}{E_2} - \frac{\nu_{13} \cdot \sigma_3}{E_3} \quad (6.31)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (6.32)$$

$$\gamma_{31} = \frac{\tau_{31}}{G_{31}} \quad (6.33)$$

Um ein Konstanthalten der Spannungen zu realisieren wurden die Gleichungen (6.31), (6.32) und (6.33) nach den jeweiligen Ingenieurskonstanten umgeformt. Den Sekantenmodul erhält man, wenn für die Spannungen der jeweilige Wert beim Eintreten des Fb verwendet wird. Es ergeben sich die Beziehungen (6.34), (6.35) und (6.36).

$$E_{1,s} = \frac{\sigma_{1,Fb}}{\epsilon_1 + \frac{\nu_{12} \cdot \sigma_2}{E_2} + \frac{\nu_{13} \cdot \sigma_3}{E_3}} \quad (6.34)$$

$$G_{12,s} = \frac{\tau_{12,Fb}}{\gamma_{12}} \quad (6.35)$$

$$G_{31,s} = \frac{\tau_{31,Fb}}{\gamma_{31}} \quad (6.36)$$

Da die Verzerrungen im Nenner des Bruches stehen, sind die Degradationsfunktionen verzerrungsgesteuert. Im Gegensatz zu den Spannungen $\sigma_{1,Fb}$, $\tau_{12,Fb}$ und $\tau_{31,Fb}$, für die immer der Wert beim Eintreten des Fb verwendet wird, können die Verzerrungen variieren. Bei betragsmäßig größer werdenden Verzerrungen wird somit der Sekantenmodul vermindert. Diese Abhängigkeit von den Verzerrungen bedeutet auch, dass eine Degradation erst eintritt, falls auch eine betragsmäßig wachsende Verzerrung vorliegt. Eine Degradation der Schubmoduli erfolgt somit erst, wenn die entsprechende Schubverzerrung auftritt.

Ein Beispiel für die Degradation von E_1 bei einem Fb aufgrund einer Druckbelastung zeigt Abbildung 6.13. In Abbildung 6.13a ist der Verlauf der Spannung σ_1 in Faserrichtung, aufgetragen über der Dehnung in Faserrichtung ϵ_1 , bei einer uniaxialen Druckbelastung in Faserrichtung dargestellt. Der Fb tritt bei einer Dehnung von $\epsilon_1 = -1,64\%$ ein. Danach wird die Spannung konstant auf dem Festigkeitswert gehalten. Um diesen Verlauf zu erhalten, muss der Elastizitätsmodul in Faserrichtung kontinuierlich abgemindert werden, wie in Abbildung 6.13b dargestellt ist. Der Elastizitätsmodul in Faserrichtung wird bis zu einem Restwert entsprechend der Annahme (6.37) abgemindert. Der Restwert liegt deutlich höher als bei der Degradation aufgrund einer Zugbelastung, da der Werkstoff infolge der vielen Einzelbrüche zwar seine Formbeständigkeit und somit Steifigkeit verliert, aber das Material weiterhin auch nach dem Werkstoffversagen vorhanden bleibt, sodass eine Druckkraft übertragen werden kann. Für die Schubmoduli wurde wieder ein Restwert von $\eta_{G_{12,r}} = \eta_{G_{31,r}} = 0,05$ verwendet.

$$E_{1,r,druck} = \frac{E_{2,i} + E_{3,i}}{2} \quad (6.37)$$

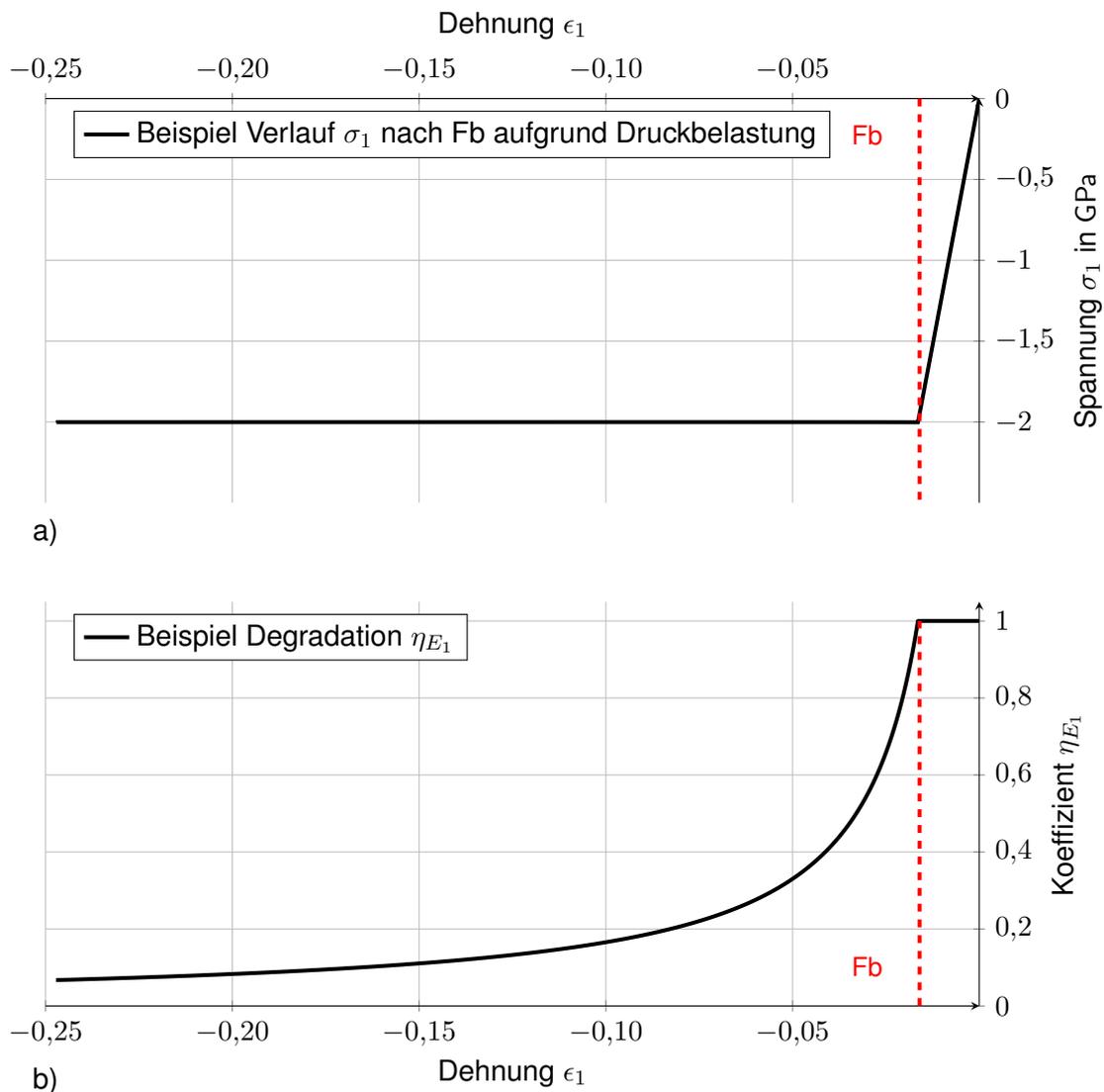


Abb. 6.13.: Degradationsverhalten bei einem Fb aufgrund einer Druckbelastung, a) Spannungs-Dehnungs-Kurve, b) Verlauf des Koeffizienten η_{E_1}

6.2.3.4. Zwischenfaserbruch

Für die Degradationsmodellierung des Zfb wurde die im Kapitel 3.4.2 beschriebene "Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode" aufgegriffen. Als Erweiterung der von *Weber* in [42] veröffentlichten Methode ist es notwendig, nicht nur die Spannungen des ebenen Spannungszustandes zu betrachten, sondern beliebige dreidimensionale Spannungszustände. Um den Grundgedanken der *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien beizubehalten, wurde die Methode auf die Spannungen in der Wirkebene angewendet. Dadurch erfolgte die analytische Einbeziehung des Bruchwinkels in die Degradationsmodellierung.

Für die numerische Umsetzung des Konstanthaltens der Spannung wurde die Verzerungs-Spannungs-Beziehung in der Wirkebene nach Gleichung (6.38) verwendet. Der Tensor $\underline{\epsilon}_w$ steht für den aus dem Materialkoordinatensystem in das Wirkebenensystem transformierten Verzerrungstensor, $\underline{\sigma}_w$ für den transformierten Spannungstensor und \underline{Q}_w für die Nachgiebigkeitsmatrix in der Wirkebene. Diese wird nach (6.39) berechnet.

$$\underline{\epsilon}_w = \underline{Q}_w \cdot \underline{\sigma}_w \quad (6.38)$$

$$\underline{Q}_w = \underline{T}_\epsilon \cdot \underline{Q}_m \cdot \underline{T}_\sigma^{-1} \quad (6.39)$$

Bei den Transformationsmatrizen von den Materialkoordinatensystem in das Wirkebenensystem muss zwischen der Transformation der Spannung nach (3.14) und der Transformationsbeziehung für die Verzerrungen nach (6.40) bzw. in (6.41) unterschieden werden.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_n \\ \epsilon_t \\ \gamma_{n1} \\ \gamma_{nt} \\ \gamma_{t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & -2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

$$\underline{\epsilon}_w = \underline{T}_\epsilon \cdot \underline{\epsilon}_m \quad (6.41)$$

Die Gleichung (6.38) ergibt ein Gleichungssystem mit sechs Gleichungen. Dieses kann so aufgelöst werden, dass sich die Funktionen nach (6.42), (6.43), (6.44), (6.45) und (6.46) ergeben. Alle Funktionen sind zum einen von den Spannungen als auch von den Verzerrungen in der Wirkebene abhängig. Die Funktionen für $G_{12,s}$ und $G_{31,s}$ unterscheiden sich dabei von den anderen Funktionen, da die Spannung τ_{n1} bzw. die Verzerrung γ_{n1} ausschließlich von den Schubspannungen bzw. Scherwinkeln in 21- bzw. 31-Richtung abhängig sind. Da die Verzerrungen bei allen Degradationsfunktionen ausschließlich im Nenner auftreten, sind die jeweiligen Degradationsfunktionen verzerrungsgesteuert.

$$E_{2,s} = - \frac{E_1 \cdot \left(\begin{aligned} &(\nu_{23} \cdot \nu_{32} - 1) \cdot \sigma_t \cdot \sin^6 \theta_{br} + (2 - 2\nu_{23}\nu_{32}) \tau_{nt} \cos \theta_{br} \cdot \sin^5 \theta_{br} \\ &+ ((2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \sigma_t + (\nu_{23}\nu_{32} - 1) \sigma_n) \cdot \sin^4 \theta_{br} \cdot \cos^2 \theta_{br} \\ &+ ((\nu_{23}\nu_{32} - 1) \cdot \sigma_t + (2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \cdot \sigma_n) \cdot \sin^2 \theta_{br} \cdot \cos^4 \theta_{br} \\ &+ (2 - 2\nu_{23}\nu_{32}) \cdot \tau_{nt} \cos^5 \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br} + (\nu_{23}\nu_{32} - 1) \cdot \sigma_n \cdot \cos^6 \theta_{br} \\ &+ (4 - 4\nu_{23}\nu_{32}) \cdot \tau_{nt} \cdot \cos^3 \theta_{br} \cdot \sin^3 \theta_{br} \end{aligned} \right)}{E_1 \cdot ((\epsilon_n \cdot \nu_{23} + \epsilon_t) \sin^2 \theta_{br} + (\gamma_{nt} \cdot \nu_{23} - \gamma_{nt}) \cdot \cos \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br})} \\ + E_1 \cdot (\epsilon_t \cdot \nu_{23} + \epsilon_n) \cdot \cos^2 \theta_{br} + (2\nu_{23}\nu_{31} + 2\nu_{21}) \cdot \sigma_1 \cdot \cos^2 \theta_{br} \cdot \sin^2 \theta_{br} \\ + (\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}) \cdot \sigma_1 \cdot \sin^4 \theta_{br} + (\nu_{23}\nu_{31} + \nu_{21}) \cdot \sigma_1 \cdot \cos^4 \theta_{br} \quad (6.42)$$

$$E_{3,s} = - \frac{E_1 \cdot \left(\begin{aligned} &(\nu_{23} \cdot \nu_{32} - 1) \cdot \sigma_n \cdot \sin^6 \theta_{br} + (2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \tau_{nt} \cos \theta_{br} \cdot \sin^5 \theta_{br} \\ &+ ((\nu_{23}\nu_{32} - 1) \sigma_t + (2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \sigma_n) \cdot \sin^4 \theta_{br} \cdot \cos^2 \theta_{br} \\ &+ (2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \cdot \tau_{nt} \cos^5 \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br} + (\nu_{23}\nu_{32} - 1) \cdot \sigma_t \cdot \cos^6 \theta_{br} \\ &+ ((\nu_{23}\nu_{32} - 1) \cdot \sigma_n + (2\nu_{23}\nu_{32} - 2) \cdot \sigma_t) \cdot \sin^2 \theta_{br} \cdot \cos^4 \theta_{br} \\ &+ (4\nu_{23}\nu_{32} - 4) \cdot \tau_{nt} \cdot \cos^3 \theta_{br} \cdot \sin^3 \theta_{br} \end{aligned} \right)}{E_1 \cdot ((\epsilon_t \cdot \nu_{32} + \epsilon_n) \sin^2 \theta_{br} + (\gamma_{nt} - \gamma_{nt} \cdot \nu_{23}) \cdot \cos \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br})} \\ + E_1 \cdot (\epsilon_n \cdot \nu_{32} + \epsilon_t) \cdot \cos^2 \theta_{br} + (\nu_{21}\nu_{32} + \nu_{31}) \cdot \sigma_1 \cdot \sin^4 \theta_{br} \\ + (2\nu_{21}\nu_{32} + 2\nu_{31}) \cdot \sigma_1 \cdot \cos^2 \theta_{br} \cdot \sin^2 \theta_{br} \\ + (\nu_{21}\nu_{32} + \nu_{31}) \cdot \sigma_1 \cdot \cos^4 \theta_{br} \quad (6.43)$$

$$G_{12,s} = \frac{\tau_{t1} \cdot \sin^3 \theta_{br} - \tau_{n1} \cdot \sin^2 \theta_{br} \cdot \cos \theta_{br}}{\gamma_{t1} \cdot \sin \theta_{br} - \gamma_{n1} \cdot \cos \theta_{br}} + \frac{\tau_{t1} \cdot \cos^2 \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br} - \tau_{n1} \cdot \cos^3 \theta_{br}}{\gamma_{t1} \cdot \sin \theta_{br} - \gamma_{n1} \cdot \cos \theta_{br}} \quad (6.44)$$

$$G_{23,s} = \frac{\tau_{nt} \cdot \sin^6 \theta_{br} + (\sigma_t - \sigma_n) \cdot \sin^5 \theta_{br} \cdot \cos \theta_{br} + \tau_{nt} \cdot \cos^2 \theta_{br} \cdot \sin^4 \theta_{br}}{\gamma_{nt} \cdot \sin^2 \theta_{br} + (2\epsilon_t - 2\epsilon_n) \cdot \cos \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br} - \gamma_{nt} \cdot \cos^2 \theta_{br}} \\ + (2\sigma_t - 2\sigma_n) \cdot \cos^3 \theta_{br} \cdot \sin^3 \theta_{br} - \tau_{nt} \cdot \sin^2 \theta_{br} \cdot \cos^4 \theta_{br} \\ + (\sigma_t - \sigma_n) \cdot \sin \theta_{br} \cdot \cos^5 \theta_{br} - \tau_{nt} \cdot \cos^6 \theta_{br} \quad (6.45)$$

$$G_{31,s} = \frac{\tau_{n1} \cdot \sin^3 \theta_{br} + \tau_{t1} \cdot \sin^2 \theta_{br} \cdot \cos \theta_{br}}{\gamma_{n1} \cdot \sin \theta_{br} + \gamma_{t1} \cdot \cos \theta_{br}} + \frac{\tau_{n1} \cdot \cos^2 \theta_{br} \cdot \sin \theta_{br} + \tau_{t1} \cdot \cos^3 \theta_{br}}{\gamma_{n1} \cdot \sin \theta_{br} + \gamma_{t1} \cdot \cos \theta_{br}} \quad (6.46)$$

Die Herleitung der Abhängigkeit der Ingenieurskonstanten aus den Spannungen und Verzerrungen in der Wirkebene bildet die Grundlage für die Umsetzung der ‘Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode’ in der Wirkebene. Angelehnt an die Unterscheidung von *Weber*, welcher in [42] eine unterschiedliche Degradation für die Bruchmoden A und B vorgenommen hat, erfolgte auch in diesem Fall eine Differenzierung auf Basis der Normalspannung σ_n in der Wirkebene, wie sie in der Tabelle 6.3 aufgelistet ist. Für den Fall, dass die Bruchflächen bei $\sigma_n \geq 0$ auseinander gezogen werden, werden die Spannungen σ_n , τ_{n1} und τ_{nt} konstant gehalten. Für den Fall einer negativen Normalspan-

nung werden nur die Schubspannungen τ_{n1} und τ_{nt} konstant gehalten. Die Degradation der Ingenieurskonstanten wird nur vorgenommen, falls eine Zwischenfaserbruchanstrengung größer als 1 vorliegt. Bei der Degradationsmodellierung infolge einer Druckbeanspruchung hat dies zu Folge, dass die Schubspannungen nicht konstant gehalten werden, sondern betragsmäßig leicht ansteigen. Dieser Effekt ist dadurch begründet, dass bei einer höheren Druckspannung infolge der inneren Reibung eine betragsmäßig größere Schubspannung übertragen werden kann, bis die Zwischenfaserbruchanstrengung den Wert 1 erreicht hat.

Tab. 6.3.: Unterscheidung der konstant gehaltenen Spannungen unter positiver und negativer Normalspannung

	$\sigma_n \geq 0$	$\sigma_n < 0$
konstant	$\sigma_n, \tau_{n1}, \tau_{nt}$	τ_{n1}, τ_{nt}
variabel	$\sigma_1, \sigma_t, \tau_{t1}$	$\sigma_1, \sigma_n, \sigma_t, \tau_{t1}$

Eine Degradation wird nur durchgeführt, falls der Zähler und Nenner der jeweiligen Degradationsfunktion einen Wert größer als 0,0001 aufweist. Ziel dieser Bedingung ist es numerische Rundungsfehler bei der Division sehr kleiner Zahlen zu vermeiden.

Um die Spannungen konstant zu halten, werden in den Gleichungen (6.42), (6.43), (6.44), (6.45) und (6.46) die Werte der jeweiligen Spannungen nach Tabelle 6.3 beim Eintreten des Zfb eingesetzt. Da diese Spannungen ausschließlich im Zähler vorkommen, ergeben sich bei wachsenden Verzerrungen immer geringere Sekantenmoduli.

Für die beispielhafte Darstellung der Funktionsweise wurde die Materialroutine in einer eigenständigen Fortranroutine umgesetzt, sodass es möglich war, den Verlauf des Verzerrungstensors definiert einzustellen. Dieser wurde jeweils über 1000 Berechnungsschritte aufgebracht.

Bei dem ersten Beispiel wird die Dehnung ϵ_3 in jedem Berechnungsschritt um 0,003% erhöht. Die Dehnungen ϵ_1 und ϵ_2 werden so berechnet, dass ein einachsiger Spannungszustand in die 3-Richtung entsteht, siehe Abbildung 6.14. Nach 265 Berechnungsschritten tritt der Zfb mit einem Bruchwinkel von $\theta_{br} = -90^\circ$ ein und gleichzeitig startet die Degradation. Infolge des Bruchwinkels entspricht die Normalspannung in der Wirkebene σ_n der Spannung σ_3 und es wird nur der Elastizitätsmodul in die 3-Richtung vermindert. Eine Degradation der Schubmoduli G_{31} und G_{23} wäre aufgrund des Bruchwinkels auch möglich. Da aber in dem Beispiel keine Scherung in der 31- bzw. 23-Ebene vorkommen, werden die Größen auch nicht degradiert. Dieses einfache Beispiel eines einachsigen Spannungszustandes verdeutlicht zum einen, dass der Bruchwinkel beeinflusst welche Größen degradiert werden und zum anderen, dass eine Größe erst degradiert wird, wenn auch eine Verzerrung in dieser Richtung vorliegt.

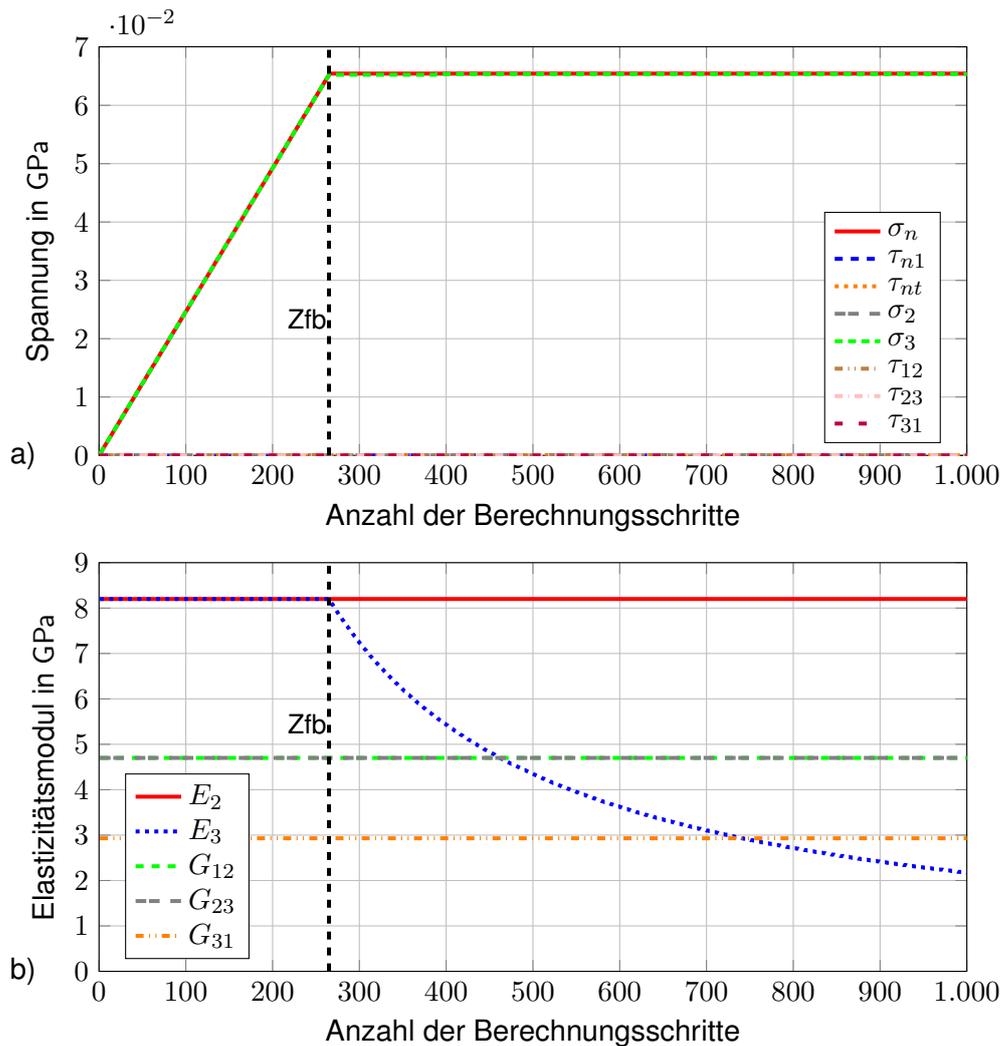


Abb. 6.14.: Beispiel der Degradation bei einem einachsigen Zugversuch in 3-Richtung, a) Verlauf der Spannungen, b) Verlauf der Ingenieurskonstanten

Das zweite Beispiel soll die Funktionsweise der Degradation anhand eines komplexen Spannungszustandes verdeutlichen. Folgende Veränderungen werden dabei in jedem Berechnungsschritt vorgenommen, wobei die Verzerrungssinkremente über alle Berechnungsschritte aufsummiert werden.

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_2 &= 0,003\% \\ \Delta\epsilon_3 &= -0,003\% \\ \Delta\gamma_{12} &= 0,0005\% \\ \Delta\gamma_{23} &= -0,004\% \\ \Delta\gamma_{31} &= -0,0005\%\end{aligned}$$

Der sich daraus ergebende Verlauf der Spannungen ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Beim Eintreten des Z_{fb} liegt eine positive Normalspannung in der Wirkebene vor, sodass

die Spannungen σ_n , τ_{nt} und τ_{n1} nach dem Zfb konstant gehalten werden. Der Bruchwinkel beim Eintreten von Zfb beträgt $-15,1^\circ$, womit sich auch die Degradationen der Ingenieurskonstanten erklären lassen. Dabei wird E_2 stärker als E_3 degradiert und G_{12} stärker als G_{31} .

Die Ingenieurskonstanten werden bis zu einem definierten Restwert degradiert. Um die numerische Stabilität der Berechnung sicher zu stellen, hat sich ein Restwert von 5% des initialen Wertes als geeignet herausgestellt. Entgegen den experimentellen Erkenntnissen von *Knops* in [40] werden in diesem Fall identische Restwerte für die Elastizitäts- und Schubmoduli verwendet. Die von *Knops* ermittelten Werte beziehen sich auf den Steifigkeitsverlust eines gesamten Flach- bzw. Rohrprobekörpers. Im Gegensatz dazu ist es in der Materialroutine notwendig, die lokale Degradation eines finiten Elementes zu beschreiben. Aus diesem Grund wurde insbesondere für die Schubmoduli ein deutlich geringerer Wert als in [40] angegeben gewählt.

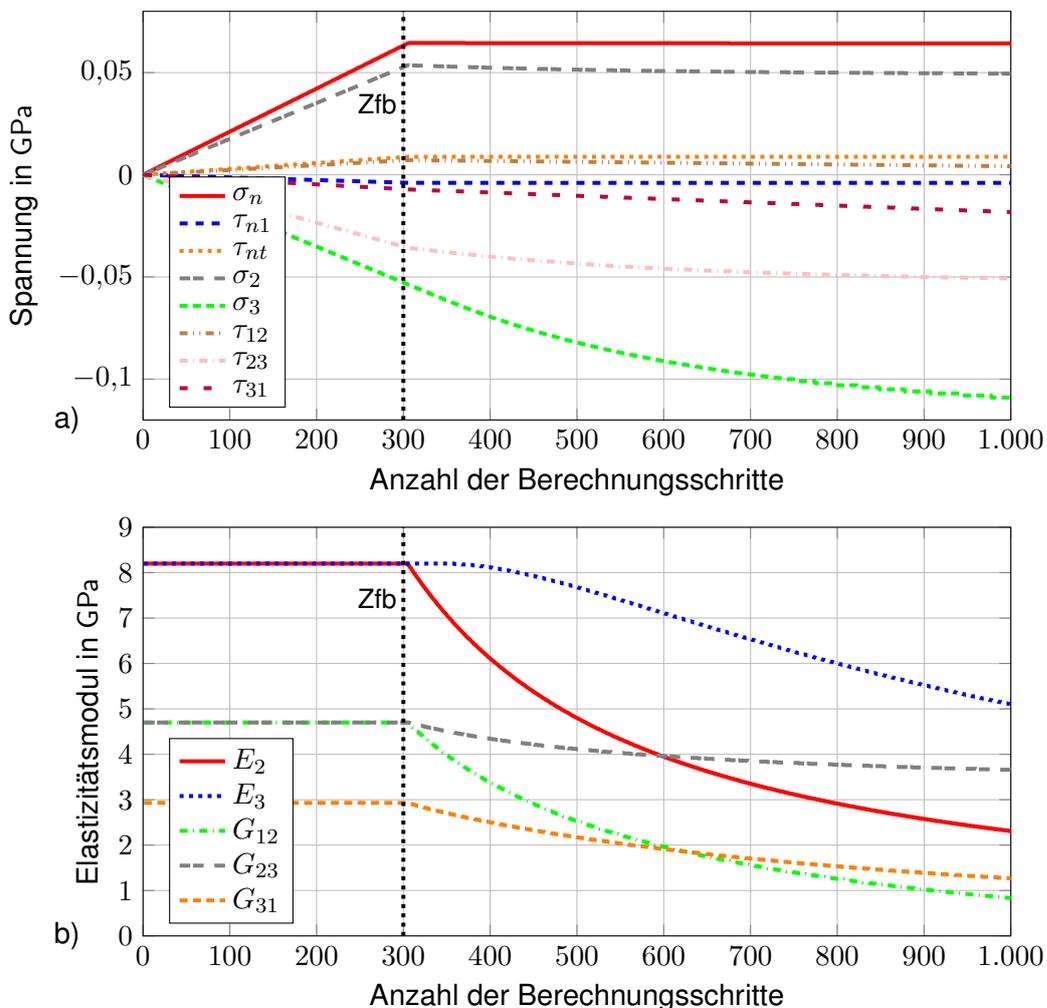


Abb. 6.15.: Degradation bei einem komplexen Spannungszustand, a) Verlauf der Spannungen, b) Verlauf der Ingenieurskonstanten

6.2.4. Anpassung Querkontraktionszahlen

Nach der *Maxwell-Betti* Beziehung muss die Symmetrie der Elastizitätsmatrix immer gegeben sein, siehe [57]. Aus diesem Grund müssen im Falle einer Degradation der Ingenieurskonstanten auch die Querkontraktionszahlen angepasst werden. Die Anpassung erfolgt in jedem Berechnungsschritt, bevor die Spannungen mittels (3.2) berechnet werden. Beim Eintreten eines Zfb können die Elastizitätsmoduli in der 2- und 3-Richtung unterschiedlich degradiert werden. Die Anpassung der Querkontraktionszahlen richtet sich immer danach, welcher Elastizitätsmodul größer ist.

Für $E_2 > E_3$ gilt:

$$\nu_{23} = \nu_{32} \cdot \frac{E_{3,s}}{E_{2,s}} \quad (6.47)$$

Für $E_2 < E_3$ gilt:

$$\nu_{32} = \nu_{23} \cdot \frac{E_{2,s}}{E_{3,s}} \quad (6.48)$$

Infolge der nichtlinearen Modellierung in Faserrichtung kann es zu einem erhöhten Elastizitätsmodul in Faserrichtung kommen, sodass in diesem Fall ebenso eine Anpassung der Querkontraktionszahlen nach (6.49) und (6.50) erfolgen muss.

$$\nu_{12} = \nu_{21} \cdot \frac{E_{2,s}}{E_{1,s}} \quad (6.49)$$

$$\nu_{13} = \nu_{31} \cdot \frac{E_{3,s}}{E_{1,s}} \quad (6.50)$$

Nach dem Eintreten eines Fb müssen die Querkontraktionszahlen ebenfalls mittels der Beziehungen (6.51) und (6.52) angepasst werden.

$$\nu_{21} = \nu_{12} \cdot \frac{E_{1,s}}{E_{2,s}} \quad (6.51)$$

$$\nu_{31} = \nu_{13} \cdot \frac{E_{1,s}}{E_{3,s}} \quad (6.52)$$

6.2.5. Wechsel Zug-/Druckbelastung

Die Degradation infolge Fb und Zfb basiert auf dem Grundgedanken, dass die Rissufer nach dem Eintreten des Bruches aufeinander gedrückt bzw. voneinander weggezogen werden. Dementsprechend wurde auch für die Degradation eine Unterscheidung zwischen einer Zug- und Druckbelastung vorgenommen, welche durch die unterschiedlichen Bedingungen des Konstanthaltens der Spannung und der Restwerte η_r gekennzeichnet

sind. In einer FEM-Berechnung ist es aber möglich, dass sich die Belastungen für ein finites Element ändern. Um einer Lastumkehr innerhalb der Materialroutine Rechnung zu tragen, werden die Elastizitätsmoduli E_1 , E_2 und E_3 entsprechend angepasst. Die Anpassung erfolgt über $n = 100$ Berechnungsschritte. Für den Wechsel einer Zug- auf eine Druckbelastung wird Gleichung (6.53) angewendet. Ausgehend von dem Wert E_{min} wird mittels einer Sinusfunktion der Elastizitätsmodul auf den Wert E_{max} für eine Druckbelastung gesteigert. Bei einem Wechsel von einer Druck auf eine Zugbelastung erfolgt eine Verminderung von E_{max} auf den Restwert E_{min} mittels der Gleichung (6.54). Der Verlauf der Kurven ist in Abbildung 6.16 dargestellt. Eine Modifikation der Schubmoduli wird in der Materialroutine nicht umgesetzt, da der Einfluss des Wechsels zwischen einer Druck- und Zugspannungen auf die Schubmoduli nicht genau quantifiziert werden kann.

$$E = E_{min} + \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n - 50 \cdot \pi}{100}\right) + \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \quad (6.53)$$

$$E = E_{min} + \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n + 50 \cdot \pi}{100}\right) + \frac{E_{max} - E_{min}}{2} \quad (6.54)$$

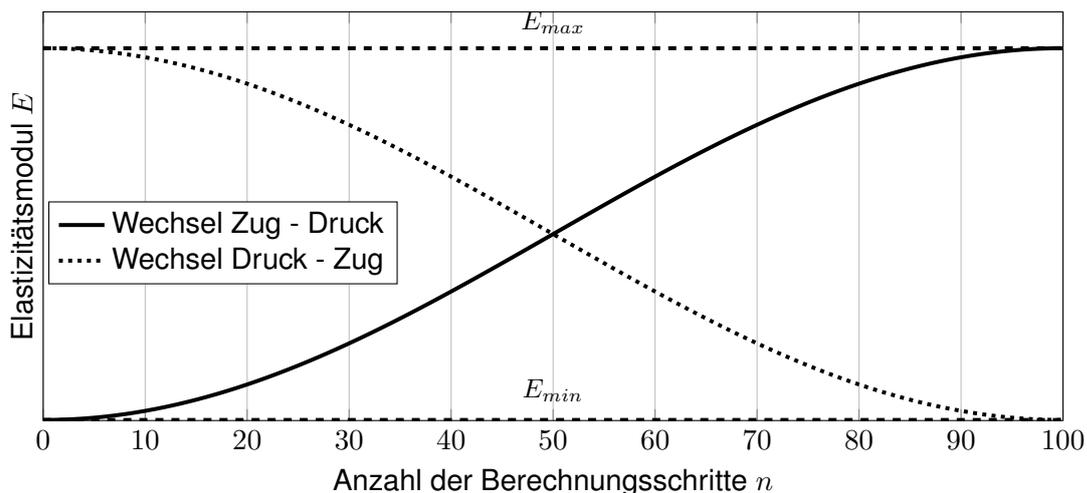


Abb. 6.16.: Modifikation der Elastizitätsmoduli beim Wechsel Zug-/Druckbelastung

Für die Modifikation von E_1 wird die Spannung in Faserrichtung σ_1 als Indikator für eine Zug- bzw. Druckbelastung herangezogen. Der Wert für E_{min} entspricht dabei dem Restwert für E_1 bei einem Fb aufgrund einer Zugbelastung. Demzufolge gilt:

$$E_{min,1} = E_{1,i} \cdot \eta_{E_1,r,Zug} \quad (6.55)$$

Als E_{max} wird der Restwert für den Fb aufgrund einer Druckbelastung angenommen:

$$E_{max,1} = \frac{E_{2,i} + E_{2,i}}{2} \quad (6.56)$$

Um den Wechsel zwischen einer Zug- und Druckbelastung für die Modifikation von E_2 und E_3 zu identifizieren, wird die Spannung σ_n verwendet. Die initialen Elastizitätsmoduli für $E_{2,i}$ und $E_{3,i}$ werden in diesem Fall für E_{max} verwendet. Als minimaler Wert E_{min} wird der bis zu diesem Zeitpunkt minimal erreichte Wert für E_2 bzw. E_3 angenommen.

Ein Beispiel für die Modifikation von E_1 ist in Abbildung 6.17 dargestellt. Bei diesem Beispiel wurde ein einzelnes finites Element abwechselnd mit einer positiven und negativen Dehnung in der Faserrichtung beansprucht. Die Beanspruchung erfolgt über eine Verschiebungsrandbedingung, sodass sich der dargestellte Verlauf der Dehnung ϵ_1 ergibt. Der Fb tritt nach 9 ms ein, woraufhin E_1 auf den Minimalwert vermindert wird. Nach 20 ms tritt infolge der negativen Dehnung ϵ_1 auch eine negative Spannung σ_1 in Faserrichtung auf. Infolge dessen wird E_1 auf den Wert $E_{max,1}$ angepasst. Bei dem folgenden Wechsel bei 40 ms wird E_1 wieder auf den Wert $E_{min,1}$ angepasst.

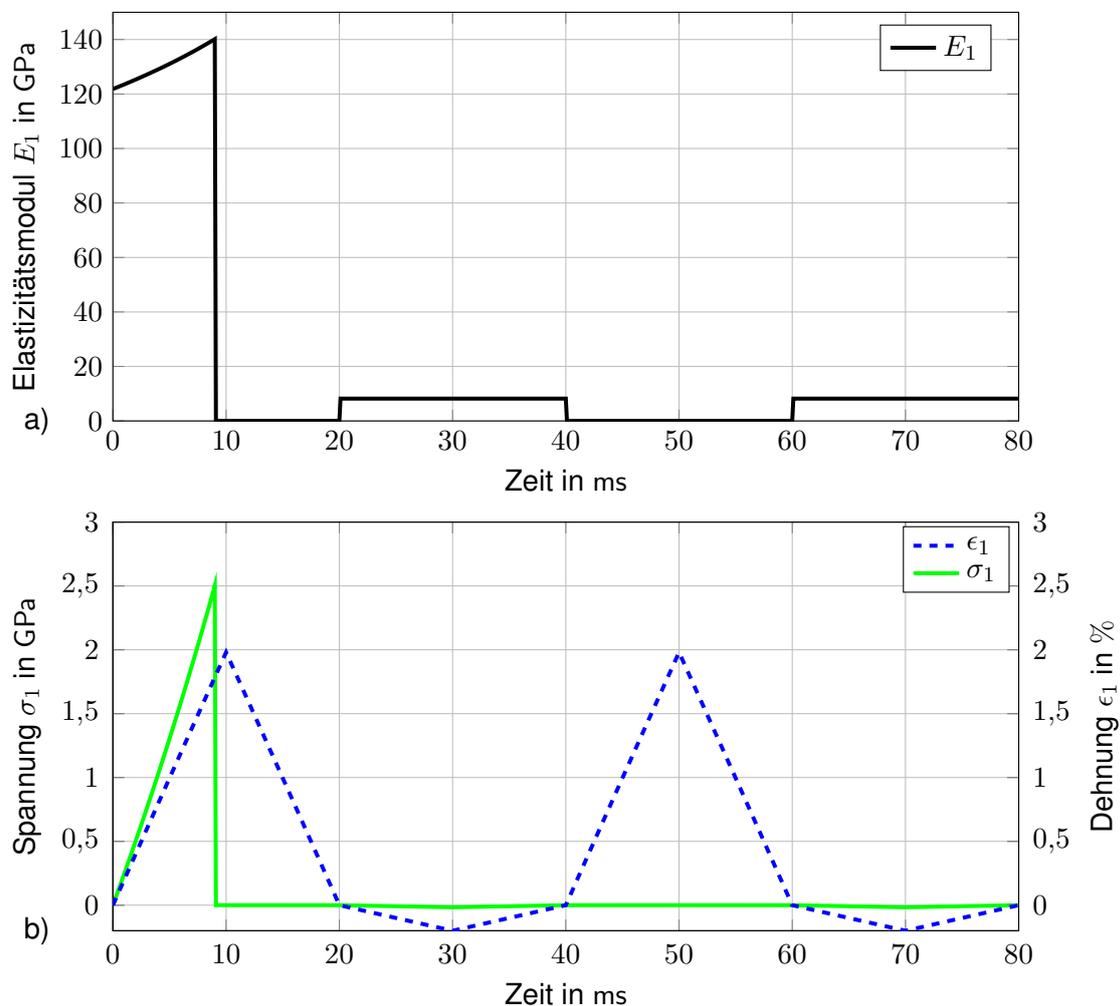


Abb. 6.17.: Modifikation bei einem Wechsel einer Zug- bzw. Druckbeanspruchung in Faserrichtung, a) Modifikation von E_1 , b) Verlauf der Spannung σ_1 und der Dehnung ϵ_1

6.2.6. Kriterien für das Löschen von Elementen

Neben der Degradation der Ingenieurskonstanten wurden auch Kriterien für die Eliminierung von Elementen implementiert, welche in Tabelle 6.4 aufgelistet sind. Alle Bedingungen eines Kriteriums müssen gleichzeitig erfüllt sein.

Das erste Kriterium bedingt als einziges Kriterium keinen Fb für ein Löschen eines Elementes. Bei diesem Kriterium wird ein Element aufgrund eines Zfb (auf Zug) eliminiert, wenn die Versagensdehnung ϵ_{elim} erreicht ist. Mittels dieses Kriteriums ist es möglich auch das Versagen reiner UD-Proben unter Querkzugbelastung zu beschreiben.

Bei allen weiteren Kriterien ist ein Fb eine notwendige Bedingung für die Elementelimination. Das zweite Eliminationskriterium trifft für Elemente zu, welche aufgrund eines Fb die Versagensdehnung in Faserrichtung erreicht haben. Das dritte Kriterium ist sehr ähnlich, allerdings werden in diesem Fall die Elemente gelöscht, wenn die Versagensdehnung aufgrund einer Druckbelastung erreicht wird. Bei einer Kombination aus Fb und Zfb wird ein finites Element gelöscht, falls eine entsprechend hohe Degradation der Ingenieurskonstanten in Querrichtung erreicht ist und eine Zugspannung in Faserrichtung vorliegt. Die letzten beiden Kriterien beziehen sich auf ein Über- bzw. Unterschreiten des maximalen bzw. minimalen Elementvolumens, wobei die Werte empirisch bestimmt wurden.

Tab. 6.4.: Kriterien für die Elementelimination

	Kriterium	Bedingungen
1	reiner Zfb	Zfb; $MAX(\epsilon_2; \epsilon_3) > \epsilon_{elim}$; $MAX(\eta_{E_2}; \eta_{E_3}) \leq 1,5 \cdot \eta_{E_{\perp,r}}$; $\sigma_n > 0$
2	Fb Zug	Fb; $\sigma_1 > 0$; $\eta_{E_1} \leq \eta_{E_{1,r}}$; $\epsilon_1 > \epsilon_{elim}$
3	Fb Druck	Fb; $\sigma_1 < 0$; $ \epsilon_1 > \epsilon_{elim}$; $E_{1,s} \leq 0,5 \cdot (E_{2,i} + E_{3,i})$
4	Fb und Zfb	Fb; $\sigma_1 > 0$; $MIN(\eta_{G_{12}}; \eta_{G_{31}}) \leq \eta_{G_r}$; $\epsilon_1 > \epsilon_{elim}$; Zfb; $MIN(\eta_{E_2}; \eta_{E_3}) \leq 0,5$
5	min. Volumen	Fb; Elementvolumen größer als 300 % des initialen Wertes
6	max. Volumen	Fb; Elementvolumen kleiner als 60 % des initialen Wertes

6.2.7. Ablaufdiagramm der Materialroutine

In Abbildung 6.18 ist schematisch der Ablauf der Materialroutine dargestellt. Zu Beginn der Routine werden zuerst die Kriterien für die Elementelimination geprüft, anschließend erfolgt ggf. die Modifikation infolge eines Wechsels zwischen Zug- und Druckbelastung und die Berechnung des Sekantenmoduls in Faserrichtung. Diese drei Schritte erfolgen auf Basis der Spannungen des vorangegangenen Berechnungsschrittes. Danach werden die neuen Spannungen als Grundlage für die folgende Festigkeitsbewertung berechnet. Als erstes erfolgt die Bewertung hinsichtlich Fb. Falls ein Fb vorliegt werden die Größen E_1 , G_{12} und G_{31} degradiert. Ebenfalls wird der Zähler n_{Fb} erhöht, um eine erneute Degradation infolge Fb innerhalb des gleichen Berechnungsschrittes zu vermeiden.

Anschließend zu der Bewertung hinsichtlich Fb erfolgt die Anwendung der Puckschen Zwischenfaserbruchkriterien. Eine Bruchwinkelsuche wird nur durchgeführt, falls noch kein Zfb vorliegt und falls die Startbedingungen zur Bruchwinkelsuche erfüllt sind. Für den Fall, dass bereits ein Zfb vorliegt, wird der Bruchwinkel beibehalten und es erfolgt die Degradation der Ingenieurskonstanten und eine erneute Spannungsberechnung mittels der degradierten Ingenieurskonstanten. Als letzter Schritt erfolgt die Mittelung der Spannungen und Verzerrungen.

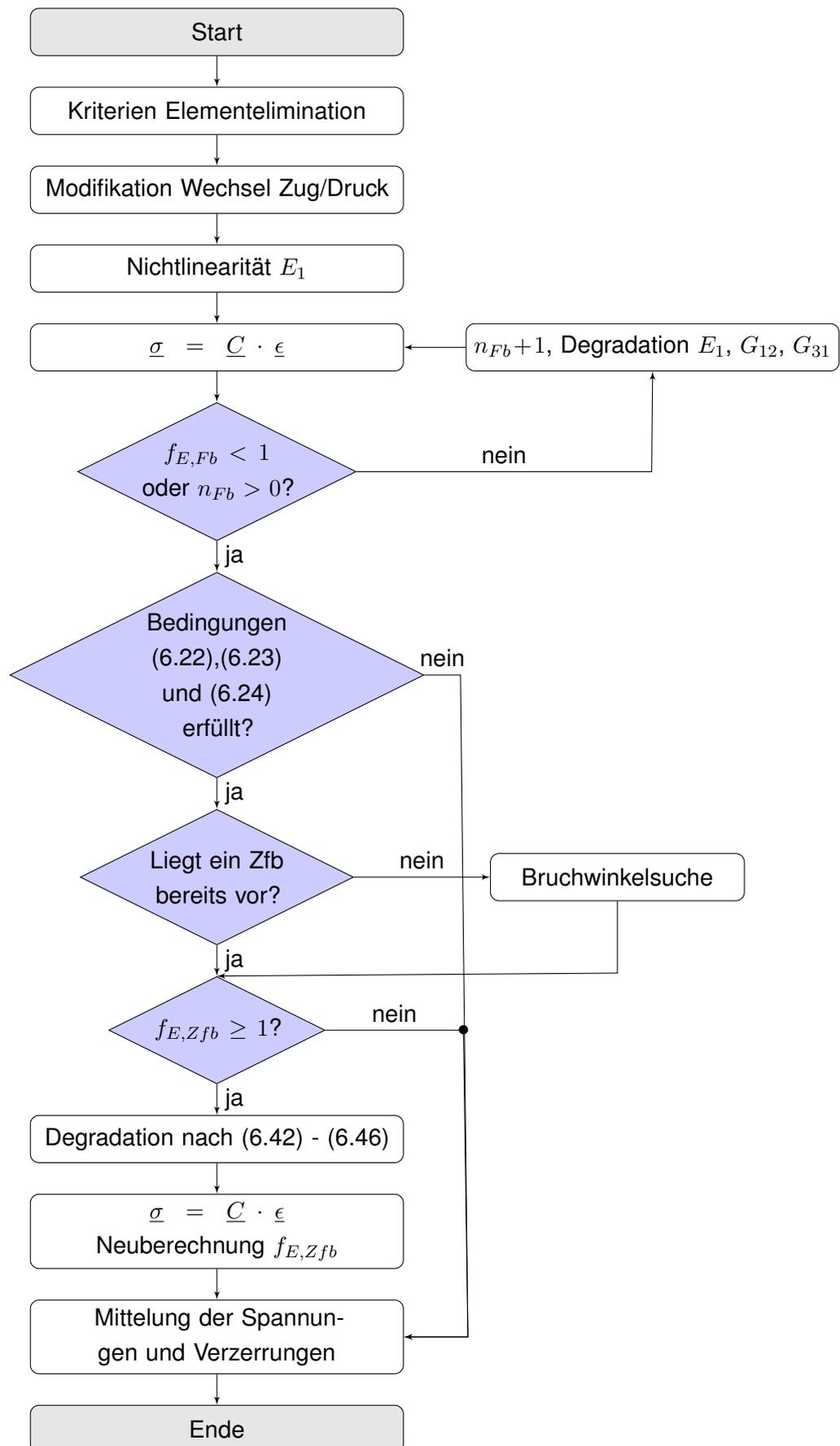


Abb. 6.18.: Prinzipielles Ablaufschema der Materialroutine

6.3. Validierung anhand von Versuchsdaten aus der Literatur

Um vor der Detailsimulation der KS2-Versuche eine Überprüfung der Gültigkeit der Materialroutine vorzunehmen, wurden Versuchsdaten des ersten World-Wide Failure Exercise (WWFE I) verwendet. Bei diesem internationalen Vergleich verschiedener Versagenskriterien wurde von den Organisatoren in [25] eine Vielzahl von Versuchsdaten veröffentlicht. Ein Beispiel daraus ist eine Zugprobe aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK). In diesem Fall wurde ein Verbund aus E-Glas mit einem Epoxidharz verwendet, wobei die UD-Schichten als Kreuzverbund angeordnet sind (0/90)_s, siehe Abbildung 6.19. Die Werkstoffparameter sind in der Tabelle A.2 in Anhang A angegeben. Die Zugprobe wird durch eine einachsige Zugbelastung in x-Richtung beansprucht. Als Ergebnis des Versuches sind in [25] die Spannung σ_x und die Dehnungen ϵ_x und ϵ_y angegeben. Diese Werte beziehen sich auf die gesamte Probe. Dieser Versuch eignet sich besonders, um die Zwischenfaserbruchdetektion und die anschließende Degradation zu validieren.

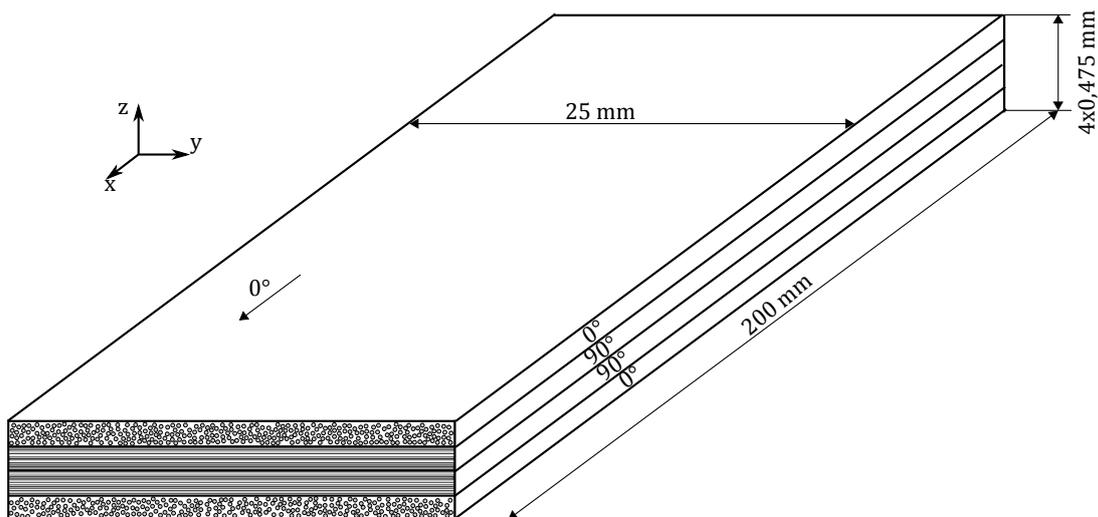


Abb. 6.19.: Laminataufbau und Abmaße der Zugprobe

In Abbildung 6.20 ist der Vergleich des Versuchsergebnisses zu dem Berechnungsergebnis dargestellt. Neben dem Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Kurven kann auch eine Betrachtung der Versagensereignisse, welche den nichtlinearen Verlauf der Kurven bedingen, vorgenommen werden. Bei einer Spannung von 117,5 MPa tritt in den experimentellen Ergebnissen ein Zfb in den innenliegenden 90°-Schichten auf. Bei der Berechnung tritt dieses Versagen bei 87 MPa auf. Dieser Wert resultiert aus den Puckschen Zwischenfaserbruchkriterien und den vorgegebenen Festigkeitswerten. Der Einfluss der Degradationsmodellierung wird erst in dem Bereich nach dem Zfb wirksam. Für diesen kann der nichtlineare Verlauf in der Berechnung abgebildet werden. Infolge der Querkon-

traktionsbehinderung der äußeren Schichten aufgrund der innenliegenden 90°-Schichten kommt es in den äußeren Schichten bei 320 MPa ebenfalls zu einem Zfb, welcher im Berechnungsmodell bei einer Spannung von 331 MPa auftritt. Das Totalversagen infolge des Fb in den äußeren Schichten tritt im Versuch bei 609 MPa und in der Berechnung bei 649 MPa ein. Da die Materialroutine sowohl den nichtlinearen Verlauf der Versuchskurve als auch die Versagensereignisse bei den entsprechenden Spannungen abbilden kann, kann sie in diesem Beispiel als valide angesehen werden. Aufgrund der erfolgreichen Validierung anhand von Literaturdaten kann die Materialroutine für die Detailsimulation der KS2-Versuche angewendet werden.

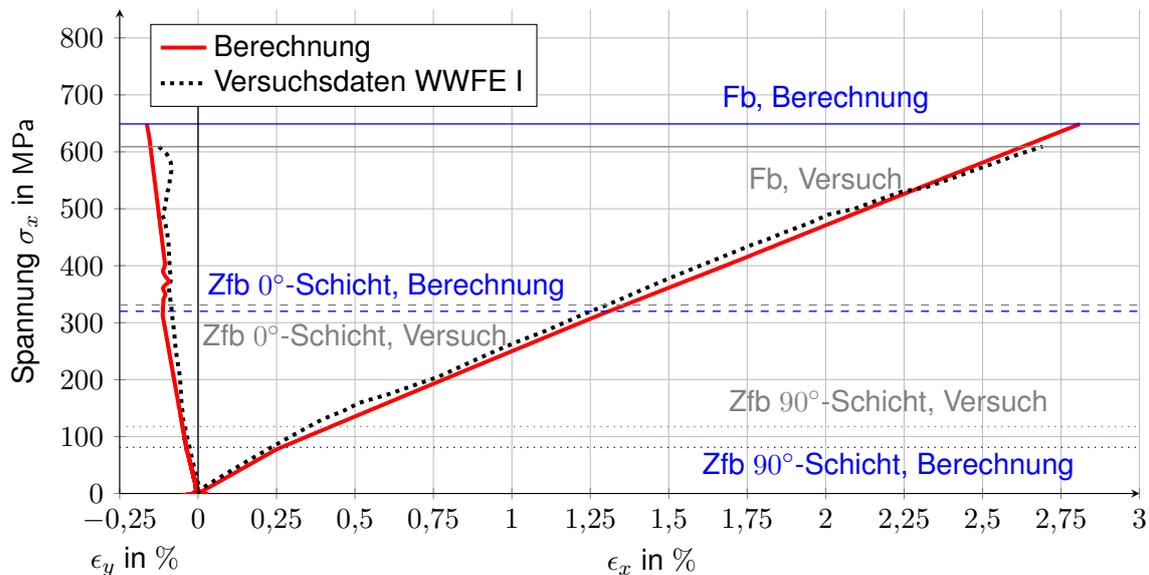


Abb. 6.20.: Vergleich zwischen Berechnung und Versuch bei einer einachsigen Zugbelastung eines Kreuzverbundes (0/90)_s aus GFK

6.4. Berechnungsablauf der Detailsimulation

Die Detailsimulation der KS2-Versuche ist in zwei Berechnungsschritte unterteilt. In einem ersten Berechnungsschritt wird die Vorspannung, welche infolge des Fügeprozesses entsteht, auf das Laminat aufgebracht. Dafür wird die Schraube mit der aus dem Fügeprozess bekannten Vorspannkraft gegen das Laminat gedrückt. Die Vorspannung innerhalb der Schraube wird vernachlässigt, da diese als Starrkörper modelliert ist. In der Abbildung 6.21 ist die Spannung σ_3 in Dickenrichtung nach dem Aufbringen der Vorspannkraft dargestellt. Eine Schädigung des Laminates in Form von Fb oder Zfb konnte nach dem Aufbringen der Vorspannung nicht beobachtet werden.

Zwischen dem Schraubenkopf und dem Laminat entsteht eine Druckspannung, sodass das Laminat in diesem Bereich geklemmt ist. Dieser Spannungszustand wird in den anschließenden Berechnungsschritt übernommen. In diesem erfolgt die Berechnung des

KS2-Versuches mit den in der Abbildung 6.2 dargestellten Randbedingungen.

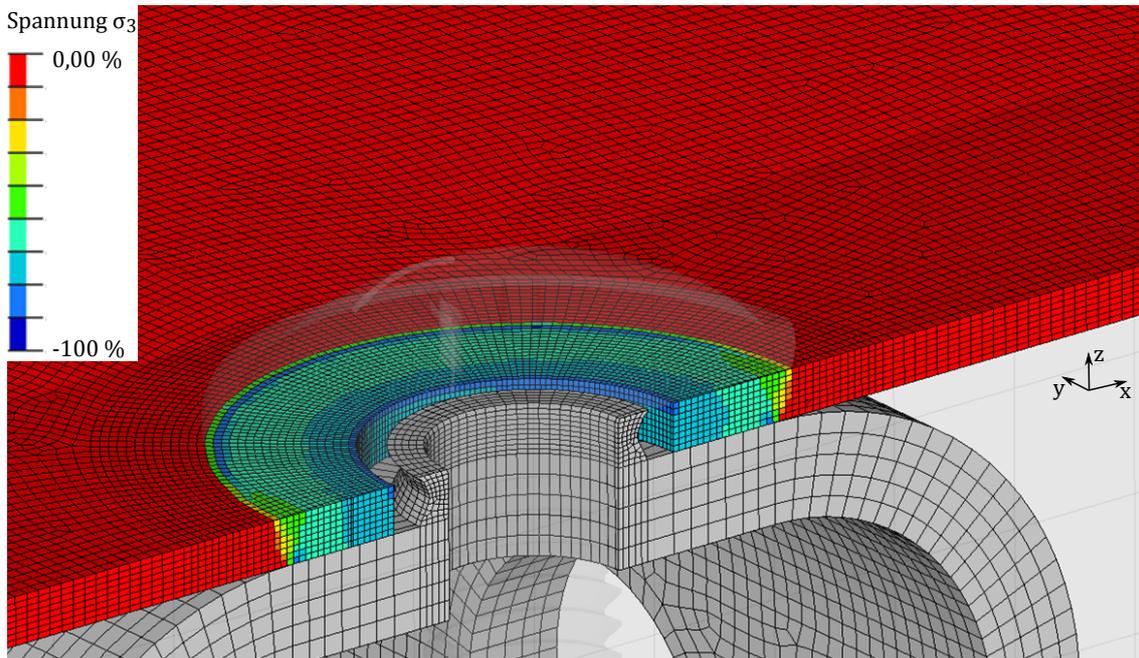


Abb. 6.21.: Spannung σ_3 nach dem Aufbringen der Vorspannung

Bedingt durch die hohe zeitliche Diskretisierung und den einhergehenden Berechnungsaufwand ist es notwendig, in der Simulation die Verschiebung mit einer deutlich höheren Geschwindigkeit als im Versuch aufzubringen. Angestrebt wurde eine Berechnungszeit von maximal 100 Stunden.⁵ Um diese Bedingung einzuhalten, wurde für die Festigkeitsuntersuchung eine Simulationszeit⁶ von 20 Millisekunden berechnet. Vergleichsuntersuchungen mit einer doppelten Simulationszeit haben ergeben, dass Trägheitseffekte in diesem Fall keinen signifikanten Einfluss auf das Berechnungsergebnis haben. Da Dehnrateneffekte in der Materialroutine nicht berücksichtigt sind, entsteht diesbezüglich kein Einfluss auf das berechnete Werkstoffverhalten.

Bei der Simulation wurde das Verfahren der Massenskalierung angewendet, um einen Zeitschritt von $\Delta T = 3 \mu\text{s}$ einhalten zu können.

6.5. Validierung der Randbedingungen

Zur Validierung der Modellierung wurden auf den Versuchsaufbau mehrere Dehnungsmessstreifen (DMS) appliziert. Diese ermöglichen zum einem eine Überprüfung der Lagerungsbedingungen und zum anderem eine Kontrolle der Modellierung der Schraubverbindungen. Dafür wurden auf der oberen Halteplatte zwei DMS (H1 und H2) appliziert, wie in Abbildung 6.22a dargestellt. In der Abbildung 6.22b ist die Positionierung der DMS

⁵ In den meisten Berechnungen wurde ein AMD Opteron 6140 Prozessor mit 16 Kernen verwendet.

⁶ Als Simulationszeit wird die Zeitdauer bezeichnet, die in der Simulation berechnet wird.

auf der Klemmleiste (L1 und L2) dargestellt. Diese Messung ermöglicht es, insbesondere die Modellierung der Klemmschrauben zu überprüfen. Auf dem Laminat wurden ebenso DMS appliziert. Die Bezeichnungen der DMS sind in Abbildung 6.22c dargestellt und der in der Prüfeinrichtung montierte Probekörper in Abbildung 6.22b.

Für die Validierung wurde ein Kopfzugversuch mit dem Laminataufbau $(0/90/0/90)_s$ durchgeführt. Die Fasern in der äußeren Schicht verlaufen demnach in der 0° -Richtung. Somit wird mittels der DMS C1 und C2 die Dehnung in Faserrichtung gemessen und mit den DMS A1, A2, B1 und B2 die Dehnung normal zur Faserrichtung. In der Berechnung wurden die DMS durch Schalenelemente abgebildet, mit der identischen Positionierung der DMS auf dem Versuchsaufbau. Die Positionen der DMS wurde so bestimmt, dass diese in Bereichen mit einem möglichst geringen Verzerrungsgradienten appliziert sind.

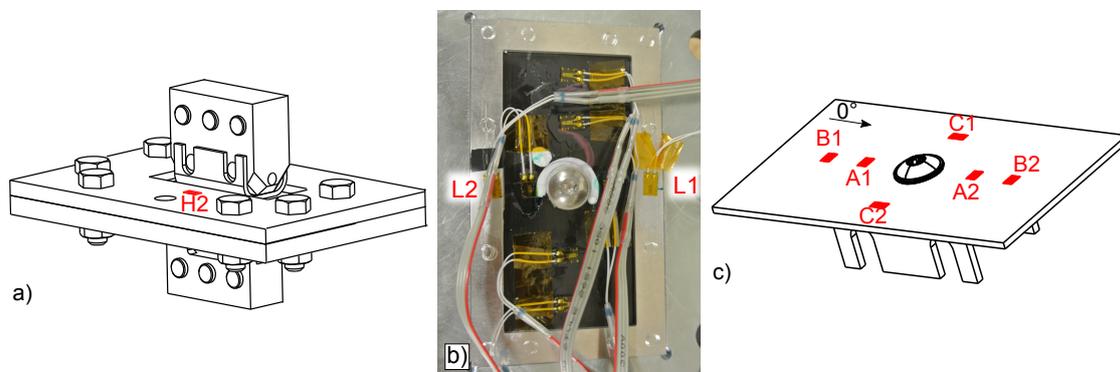


Abb. 6.22.: Applikation von DMS an verschiedenen Positionen des Versuchsaufbaus, a) DMS Halterung, b) DMS Leiste, c) DMS auf Probekörper

Das Diagramm in Abbildung 6.23 zeigt den Verlauf der Dehnung über der Kraft für jeweils einen DMS auf der Halterung und der Leiste. Die Versuchskurven erreichen bei der gleichen Skalierung wie bei den Versuchsergebnissen in Abbildung 4.11 nicht den Kraftwert von 100 %, da die Messsignale der DMS nach dem Einsetzen von F_b und Z_b nicht mehr auswertbar waren. Dementsprechend erreichen die Kurven, je nach Position der DMS, unterschiedliche maximale Kraftwerte. Der Vergleich bezieht sich somit auf den linearen Teil der Kraft-Verschiebungs-Kurve. Die Versuchsergebnisse des DMS H2 zeigen eine gute Übereinstimmung für alle drei Versuche. In der Berechnung kann der grundsätzliche Verlauf abgebildet werden, allerdings mit einer geringfügig höheren Steigung der Dehnungs-Kraft-Kurve. Die experimentell ermittelten Kurven für den DMS L2 auf der Leiste weisen eine sehr hohe Streuung auf. Diese kann damit begründet werden, dass die Dehnung an dieser Position von dem Montagevorgang und dem Probekörper abhängt. Eine weitere Ursache ist die Verwendung der identischen Leiste für alle drei Versuche. Die Versuchskurven zeigen, dass der Anstieg der Dehnungs-Kraft-Kurve mit aufsteigender Versuchsnummer, was auch der Reihenfolge der Versuchsdurchführung

entspricht, geringer wird. Eine möglich Ursache dafür kann in einer plastischen Verformung der Leiste liegen. Falls zu Versuchsbeginn bereits eine plastische Verformung vorliegt, erfolgt eine geringere elastische Verformung. Da vor jedem Versuch das Messsignal zurückgesetzt wurde, konnte nur der elastische Anteil erfasst werden. Die Ergebniskurve der Berechnung liegt im Streubereich der Versuchskurven, sodass die Modellierung der Klemmschrauben als zutreffend bewertet werden kann.

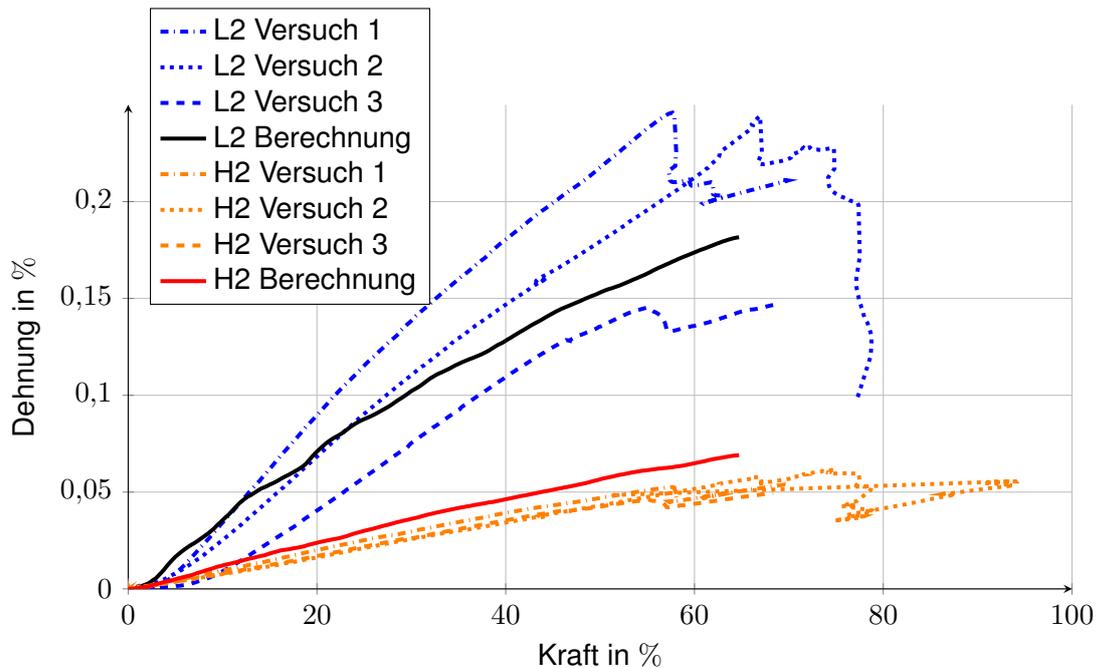


Abb. 6.23.: Vergleich der Dehnungen der Halterung und der Leiste

Die Ergebnisse der Berechnung und der Dehnungsmessung auf dem Probekörper sind in Abbildung 6.24 dargestellt. Ein Vergleich mehrerer symmetrisch positionierter DMS oder mehrerer Versuche mit einem einzelnen Berechnungsergebnis ist nicht möglich, da aufgrund des manuellen Klebens die Positionen der DMS leicht variieren. Dementsprechend gibt es für jeden DMS ein gesondertes Berechnungsergebnis. Beispielhaft ist an dieser Stelle ein Teil der Ergebnisse für den Versuch 1 angegeben. Der Vergleich für den DMS C2 weist eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung auf. Das Berechnungsergebnis für den DMS A2 und B2 zeigt eine geringere Steigung als das Ergebnis des Versuchs. Die Ursachen dafür können zum einen in der nicht zentrischen Positionierung der Schraube im Versuch liegen und zum anderen in einer nicht exakten Übereinstimmung der Position des DMS in Versuch und Simulation, bedingt durch Messfehler bei der Positionsbestimmung.

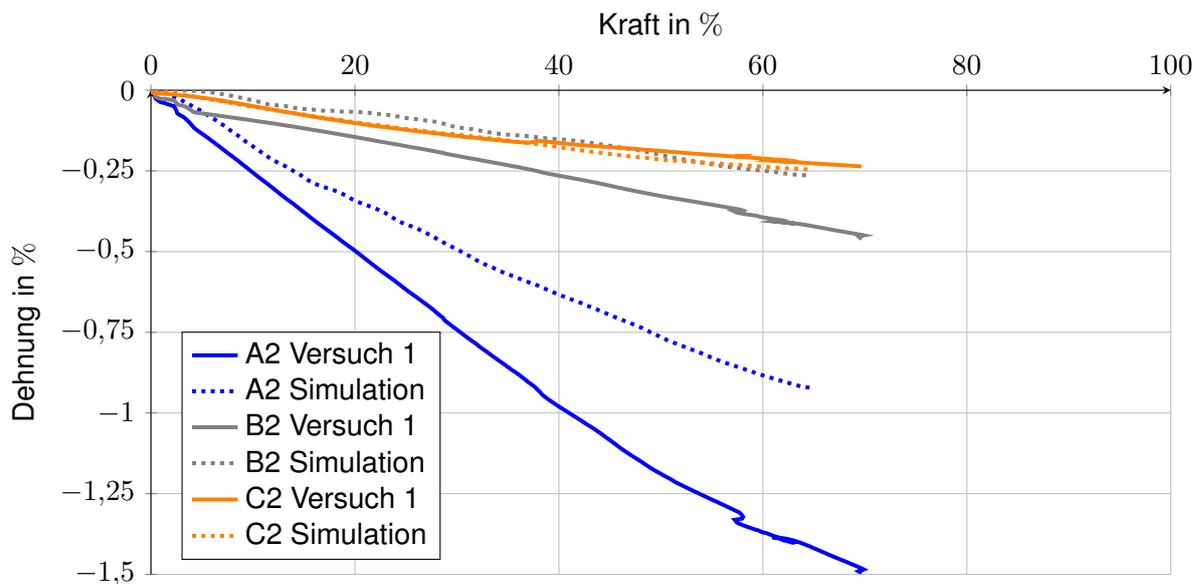


Abb. 6.24.: Vergleich der DMS-Messung auf dem Laminat

6.6. Validierung anhand der KS2-Versuche

Bevor die Detailsimulation für Parameterstudien eingesetzt werden kann, gilt es, die Validität des Modells mittels der durchgeführten KS2-Versuche festzustellen. Dafür wurden für die Laminat $(0/90/45/-45)_s$ und $(0/90/0/90)_s$ alle sieben geprüften Lasteinleitungswinkel berechnet. Für das Laminat $(90/0/90/0)_s$ wurden die Lasteinleitungswinkel 0° , 45° und 90° für die Validierung verwendet. Bei dem Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Kurven bezieht sich in diesem Fall die Verschiebung nicht auf die Verschiebung des gesamten Probekörpers, sondern ausschließlich auf die Verschiebung des Schraubenkopfes, welcher genau wie das Aluminium in der Simulation als Starrkörper modelliert ist. Aus diesem Grund unterscheiden sich die relativen Werte der Verschiebung zu den in Kapitel 4.4 gezeigten relativen Verschiebungen. Für die Darstellung der Ergebniskurven wurde die gleiche Skalierung für die Kraft und die Verschiebung wie bei der Darstellung der Versuchsergebnisse verwendet, sodass das Berechnungsergebnis unter Umständen Werte größer als 100 % aufweisen kann.

6.6.1. Validierung Kopfzugversuch

In Abbildung 6.25 ist der Vergleich zwischen Versuch und Detailsimulation für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$ für den Lasteinleitungswinkel 90° dargestellt. Die Abbildung enthält neben den Versuchsergebnissen das Ergebnis für die Detailsimulation mit und ohne Delaminationsmodell.

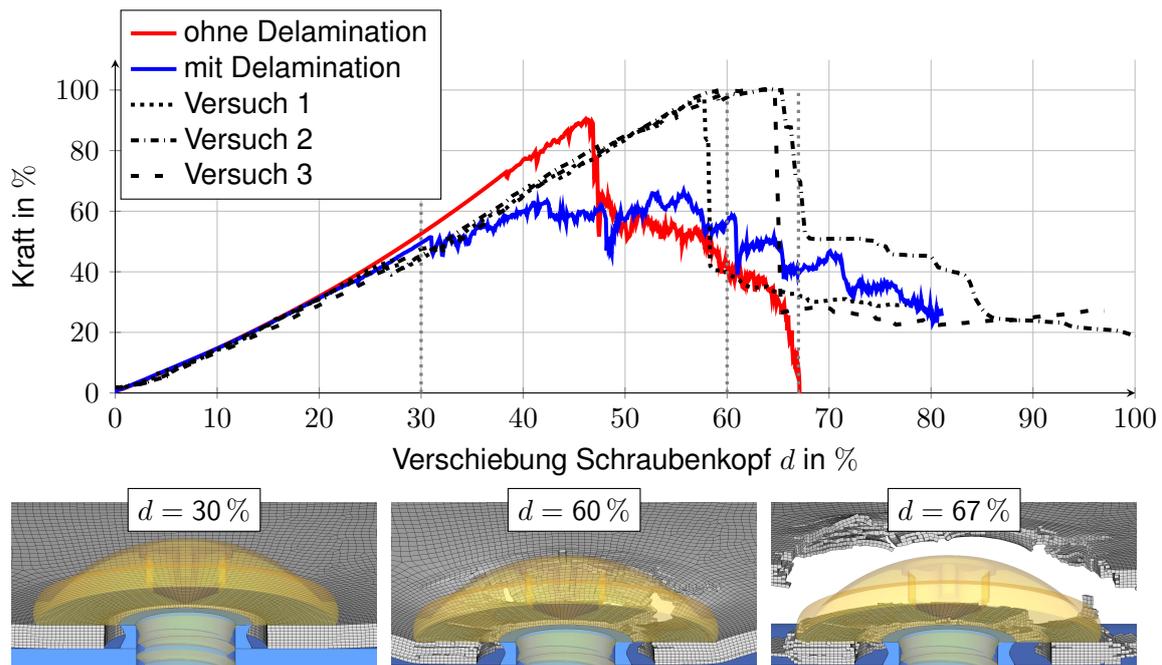


Abb. 6.25.: Vergleich der Berechnung mit und ohne Delaminationsmodell mit den Versuchen, Lasteinleitungswinkel 90° , Laminat $(0/90/45/-45)_s$

Bei der Verwendung des Delaminationsmodells wurden die einzelnen Laminatschichten nicht mehr mittels koinzidenter Knoten verbunden, sondern die einzelnen Laminatschichten wurden mit einem minimalen Abstand von $2\ \mu\text{m}$ zueinander modelliert. Zwischen den Laminatschichten wurde eine Kontaktbedingung definiert, sodass die Kontaktflächen aneinandergebunden werden. Die Spannungsübertragung zwischen den Schichten erfolgt mittels eines Federmodells, wobei eine Feder Normalkräfte in Dickenrichtung übertragen kann und eine weitere Feder Schubkräfte. Die Versagensbewertung für diese Schicht erfolgt mit dem in Kapitel 3.5 beschriebenen Versagens- und Schädigungsmodell. Auf diese Weise können Delaminationen zwischen den Laminatschichten abgebildet werden. Eine detaillierte Beschreibung der Modellierung findet sich in [58].

Der Vergleich der beiden Kurven der Detailsimulation zeigt ein korrektes Initialisieren der Delamination bei ca. 50% der Kraft. Die anschließende großflächige Delamination der Schichten führt zu einem Kraftabfall bei ca. 60% der Kraft. Die in der Simulation auftretende Delamination führt zu einer viel großflächigeren Trennung der Schichten, als mittels der Schlifffbilder der Versuchsproben beobachtet werden konnte. Die großflächige Schichtentrennung vermindert die Biegesteifigkeit des Laminates, sodass die Maximalkraft deutlich unter der maximalen Kraft der Variante ohne Delaminationsmodell liegt. Infolge der Tatsache, dass die Delaminationsausbreitung nicht korrekt abgebildet wird und die Delamination in den Versuchen nicht als der bestimmende Versagensmechanismus detektiert wurde, wird in den Detailsimulationen der KS2-Versuche auf eine Modellierung der Delamination verzichtet.

Die Ergebniskurve der Detailsimulation ohne Delaminationsmodell verläuft bis zu einer relativen Verschiebung von ca. 25 % nahezu identisch zu der experimentell ermittelten Kurve. Demnach wird die Steifigkeit der Probe und der Versuchseinrichtung mittels der gewählten Randbedingungen und Werkstoffkennwerte richtig abgebildet.

Nach ca. 25 % der Gesamtverschiebung zeigt die Versuchskurve einen Abfall der Steigung infolge der einsetzenden Schädigung. Bei der Detailsimulation tritt ebenfalls Schädigung infolge Zfb ein, allerdings mit einem geringeren Einfluss auf die Kraft-Verschiebungskurve als im Versuch. Aus diesem Grund zeigen die Kurven bis zum Erreichen der Maximalkraft einen unterschiedlichen Verlauf. In der Berechnung tritt das Totalversagen der Versuchsprobe bei 91,5 % der experimentell ermittelten Maximalkraft ein. Global betrachtet zeigt das Simulationsmodell ein Durchstanzen des Schraubenkopfes durch das Laminat, wie das Teilbild der Verformung bei einer Verschiebung von 67 % zeigt. Ähnlich zu den Versuchen liegt in dem Simulationsmodell ein sukzessives Versagen der Laminatschichten vor, welches die komplette Durchtrennung des Laminates im Bereich des Schraubenkopfrandes zur Folge hat.

Dies ist neben der visuellen Auswertung des Bruchbildes auch in der Kraft-Verschiebungskurve ersichtlich. Nach dem nahezu linearen Anstieg der Kraft bis zum Erreichen der Maximalkraft kommt es in der Simulation ohne Delaminationsmodell als auch in den Versuchen zu einem signifikanten Kraftabfall infolge der Durchtrennung der an den Schraubenkopf anliegenden Laminatschichten. Dadurch verliert das Laminat an Biegesteifigkeit, was zu einem Bereich mit einem deutlich geringeren Kraftabfall führt.

Bei der Detailsimulation wird das Laminat im Bereich des Schraubenkopfes komplett durchtrennt. Die Ursache dafür liegt darin, dass die Schraube in der Simulation ideal zentrisch positioniert ist. Dadurch erfolgt keine Lokalisierung der Schädigung und ein damit verbundenes seitliches Ausknöpfen, wie es bei den Versuchen aufgrund der nicht zentrischen Positionierung teilweise beobachtet wurde.

6.6.2. Validierung Lasteinleitungswinkel 45°

Das Schädigungs- und Versagensverhalten für den Lasteinleitungswinkel 45° ist in der Abbildung 6.26 dargestellt. Bei diesem Lasteinleitungswinkel liegt bis ca. 10 % der Verschiebung eine reine Biegeverformung vor, da es aufgrund der Haftreibungskraft zu keiner Relativbewegung zwischen dem Schraubenkopf und dem Laminat kommt. In diesem Bereich liegt eine sehr gute Übereinstimmung der Kraft-Verschiebungskurve zwischen den Versuchen und der Detailsimulation vor. Demzufolge wird auch bei diesem Lasteinleitungswinkel die Steifigkeit der Versuchsprobe und der Versuchseinrichtung in der Berechnung richtig abgebildet.

Nach ca. 10 % der Verschiebung wird die Haftreibungskraft überwunden und der Schraubenkopf rutscht auf dem CFK. Dieser Effekt führt zu einer Verminderung der Steigung in

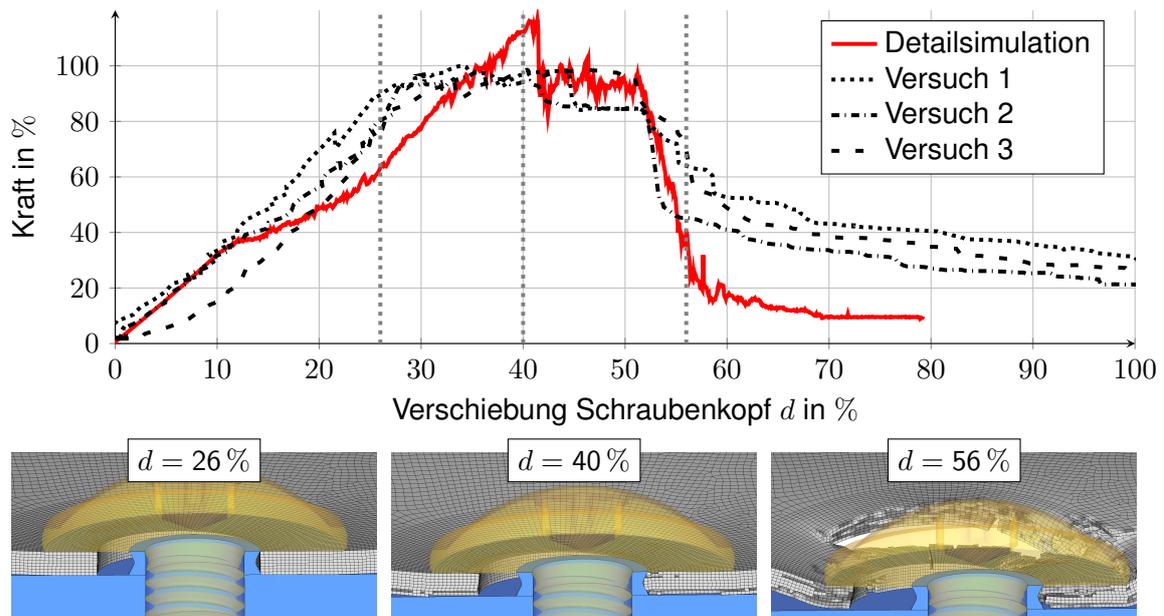


Abb. 6.26.: Vergleich Berechnung und Versuch, Lasteinleitungswinkel 45° , Laminat (0/90/45/-45)_s

der Kraft-Verschiebungs-Kurve. Diese Charakteristik kann in den Versuchen als auch in dem Berechnungsergebnis wiedergefunden werden. Bei dem berechneten Ergebnis ist die verminderte Steigung deutlicher sichtbar. Bei ca. 25 % der Verschiebung setzt im Simulationsmodell das Lochleibungsversagen ein, welches auch die Maximalkraft bestimmt und ebenso in den Versuchen auftritt. In dem Simulationsmodell wird dabei eine um ca. 14 % höhere Maximalkraft als in den Versuchen erreicht. In dem Bereich von ca. 42 % bis ca. 50 % der Verschiebung weist die Kraft-Verschiebungs-Kurve eine annähernd konstante Kraft auf, wobei der Wert mit den experimentell bestimmten Werten übereinstimmt.

Nach ca. 50 % der Verschiebung kommt es zum Ausknöpfen des Schraubenkopfes durch das Laminat. Die Ursache dafür liegt in der überlagerten Biegebelastung, welche wie im reinen Kopfzugversuch zu einem sukzessiven Versagen der Laminatschichten führt. Demzufolge weist die Kraft-Verschiebungs-Kurve auch einen ähnlich signifikanten Abfall infolge der Durchtrennung der Laminatschichten auf. Der Vergleich der Kraft-Verschiebungs-Kurven als auch des Versagensverhaltens zeigt insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung, zudem wird auch der kopfzugdominierte Versagensmechanismus für den Lasteinleitungswinkel 45° richtig abgebildet.

6.6.3. Validierung Scherzugversuch

Bei der Betrachtung des Scherzugversuches sind lediglich zwei Versuchskurven in Abbildung 6.27 dargestellt, da das Ergebnis der optischen Verschiebungsmessung bei dem ersten Versuch nicht verwertbar war. Die berechnete Kurve zeigt infolge der Vorspannung der Schraube zu Beginn einen sehr steilen Anstieg. Anschließend bleibt die Kraft infolge der Gleitreibung konstant. Nach ca. 6 % der Gesamtverschiebung ist der Rand der Vorbohrung erreicht und es kommt zu einem Kraftanstieg bis die Maximalkraft erreicht ist. Dieses Verhalten ist ebenso in den Versuchen zu beobachten, wobei der Anstieg der Kraft in dem Simulationsmodell größer als in den Versuchen ist. Die Ursache dafür liegt in der idealen Modellierung der Bohrung im CFK und der zentrischen Positionierung der Schraube. Bei den Versuchsproben kann es infolge des Fügeprozesses zu einer Vorschädigung im Bereich des Randes der Vorbohrung und zu seiner unsymmetrischen Positionierung der Schraube kommen. Somit ist der Kraftanstieg nach dem Erreichen des Bohrungsrandes von dem Fügeprozess abhängig. Dies wird auch in den unterschiedlichen Anstiegen von Versuch 2 und 3 deutlich.

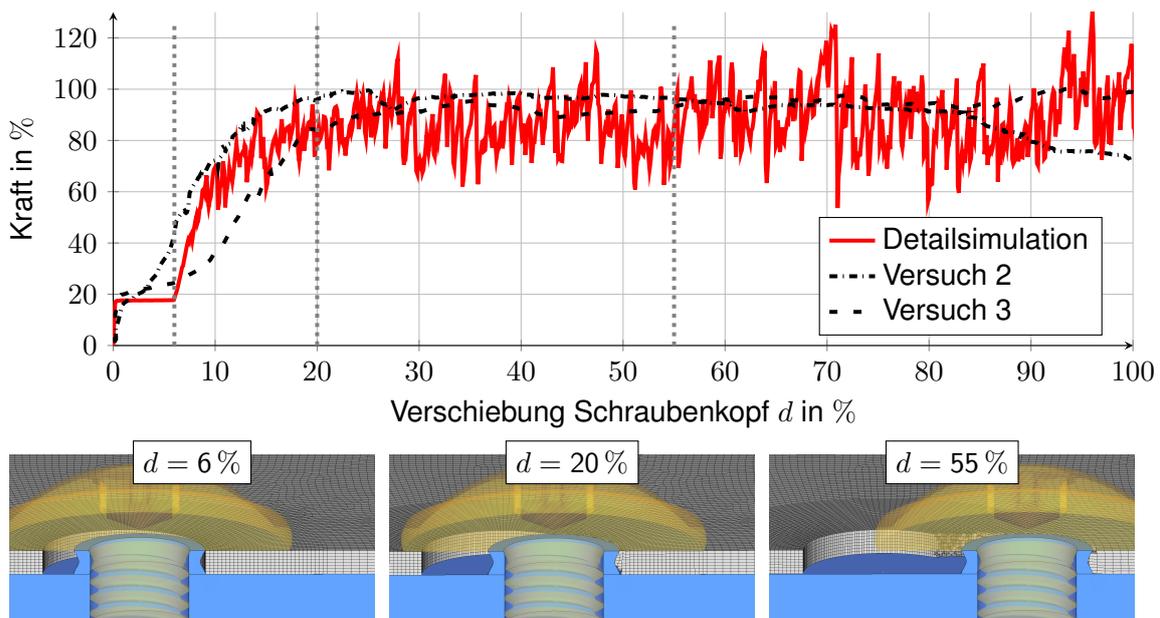


Abb. 6.27.: Vergleich Berechnung und Versuch, Lasteinleitungswinkel 0° , Laminat $(0/90/45/-45)_s$

Nach dem Erreichen des Bohrungsrandes setzt in der Detailsimulation ein lokales Lochleitungsversagen im Bereich des Schraubenkopfes ein, was ebenso im Versuch beobachtet wurde. Dieses führt zu einem annähernd gleichbleibenden Kraftniveau, welches gleichzeitig die Maximalkraft kennzeichnet. Das Ergebnis der Detailsimulation zeigt größere Schwankungen der Kraft als die experimentell ermittelte Kurve. Diese Schwankungen entstehen dadurch, dass nach der Elimination eines Elementes an dieser Stelle keine Kraftübertragung mehr stattfinden kann, bis ein nachfolgendes Element in den Kontakt-

bereich kommt. Werden mehrere Elemente nahezu zeitgleich eliminiert, kommt es zu einem merklichen Kraftabfall in der Kraft-Verschiebungs-Kurve.

Für den Vergleich der Maximalkraft wurde aus diesem Grund nicht der absolute Maximalwert des Berechnungsergebnisses, sondern der Mittelwert der Oszillation angenommen. Die Maximalkraft der Detailsimulation liegt somit bei ca. 88 % des in den Versuchen maximal gemessenen Wertes. Insgesamt weist das Ergebnis der Berechnung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen auf. Sowohl das lokale Schädigungs- und Versagensverhalten als auch der Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurve können mit dem Simulationsmodell abgebildet werden.

6.6.4. Validierung der Maximalkräfte unter variierenden Lasteinleitungswinkel

Die Analyse der Detailsimulation der Lasteinleitungswinkel 0° , 45° und 90° zeigt, dass die Versagensmechanismen in dem Simulationsmodell abgebildet werden können. Ein Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(0/90/45/-45)_s$ ist in Abbildung 6.28a für alle Lasteinleitungswinkel dargestellt. Der Vergleich zwischen dem experimentellen und dem numerischen Ergebnis zeigt, dass für alle betrachteten Lasteinleitungswinkel die Maximalkraft im Detailmodell mit einer maximalen Abweichung von 15 % wiedergegeben werden kann.

Die Auswertung für den Laminataufbau $(0/90/0/90)_s$ in Abbildung 6.28b zeigt ebenso eine gute Übereinstimmung der Maximalkräfte für nahezu alle untersuchten Lasteinleitungswinkel. Im Versuch kommt es bei dem Lasteinleitungswinkel 90° bei ca. 75 % der Maximalkraft zu einer Schädigung des Laminates an der Biegekante zu der unteren Halteplatte. Diese Schädigung ist im Detailmodell nicht zu beobachten und es kommt zu einem Kopfzugversagen bei ca. 80 % der Maximalkraft. Für alle weiteren Lasteinleitungswinkel kann die Maximalkraft in dem Detailmodell gut wiedergegeben werden.

Bei dem Laminataufbau $(90/0/90/0)_s$ wurden nur drei Lasteinleitungswinkel geprüft, siehe Abbildung 6.28c. Für den Kopfzugversuch kann die Maximalkraft sehr gut im Detailmodell abgebildet werden. Ähnlich zu den anderen Laminaten weist das Detailmodell im Scherzugversuch eine etwas geringere Maximalkraft auf. Bei dem Zugwinkel 45° liegt die Maximalkraft im Detailmodell um ca. 17 % höher als im Versuch.

Insgesamt zeigen die durchgeführten Detailsimulationen der KS2-Zugversuche, dass sowohl die Maximalkräfte als auch die Kraft-Verschiebungs-Kurven und die charakteristischen Schädigungs- und Versagensmechanismen mit einer guten Übereinstimmung wiedergegeben werden können. Ebenso wie in den Versuchen kann in den Detailsimulationen auch eine Unterscheidung zwischen kopfzug- und scherzugdominierten Versagen getroffen werden. Die Validität des Detailmodells konnte in diesen Lastfällen somit nachgewiesen werden.

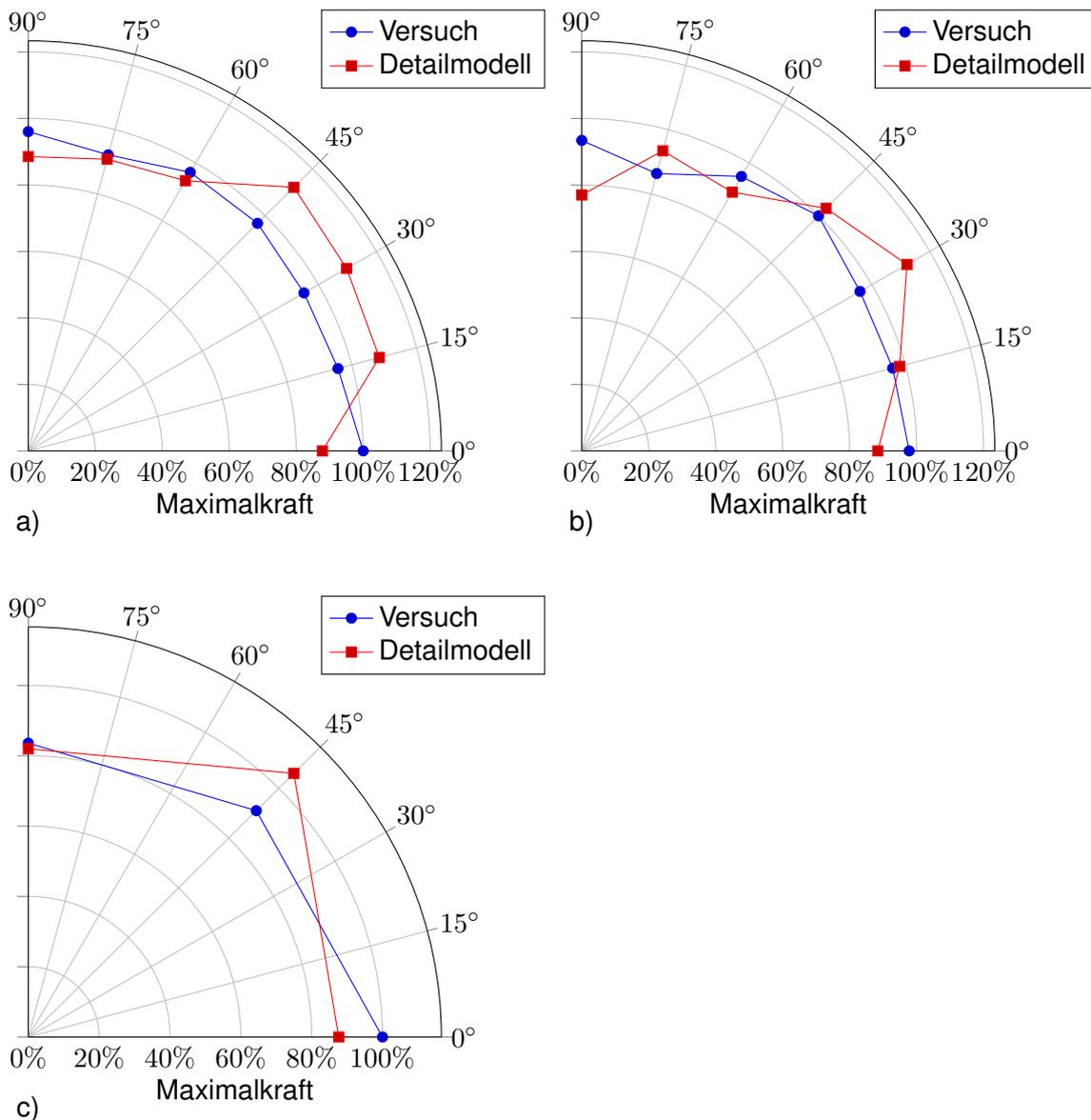


Abb. 6.28.: Vergleich der Maximalkräfte zwischen Versuch und Detailsimulation unter variierenden Lasteinleitungswinkeln im KS2-Versuch, a) Laminat (0/90/45/-45)_s, b) Laminat (0/90/0/90)_s, c) Laminat (90/0/90/0)_s

6.6.5. Validierung der Maximalkräfte anhand der zwölfschichtigen Laminare und einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm

Eine Validierung des Detailsimulationsmodells wurde ebenso mit den Daten der Versuche zur Untersuchung der Lastwinkelabhängigkeit der Maximalkraft aus Kapitel 4.4.3 vorgenommen. Der Vergleich der Maximalkräfte ist in den Polardiagrammen in Abbildung 6.29 dargestellt.

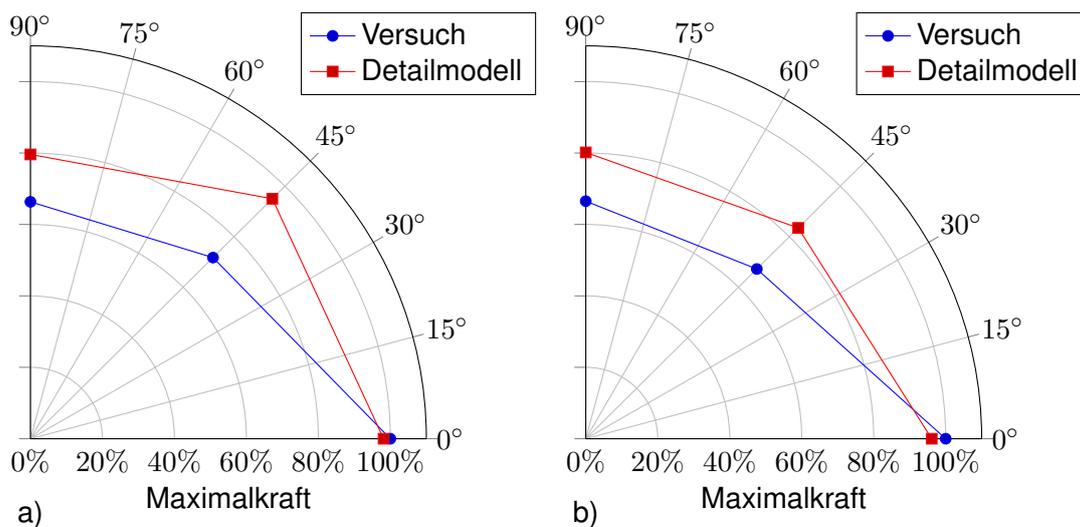


Abb. 6.29.: Vergleich der Maximalkräfte für ein zwölfschichtiges Laminat, Dicke 2,1 mm, Schraubenkopfdurchmesser 11,2 mm, a) Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(90/0/90/0/90/0)_s$, b) Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(45/-45/45/-45/45/-45)_s$

Für den Scherzugversuch zeigt sich für beide Laminat eine sehr gute Übereinstimmung in den Maximalkräften. Für die Lasteinleitungswinkel 45° und 90° wird in der Detailsimulation eine bis zu ca. 25% höhere Maximalkraft berechnet. Eine mögliche Ursache kann darin liegen, dass in der Berechnung die gleichen Festigkeitskennwerte wie für die Untersuchungen mit dem achtschichtigen Laminat verwendet wurden. Da mittels der orientierenden Versuche lediglich die Winkelabhängigkeit der Maximalkraft untersucht werden sollte, wurde keine Bestimmung der Festigkeitswerte vorgenommen.

Eine Validierung der Maximalkraft kann also in diesem Fall nicht detailliert durchgeführt werden. Allerdings kann mittels der Versuchsdaten validiert werden, ob in der Detailsimulation ebenfalls eine Abhängigkeit von dem Lasteinleitungswinkel wiedergegeben werden kann. Da in der Detailsimulation unterschiedliche Maximalkräfte bei den untersuchten Lasteinleitungswinkeln berechnet wurden, ist eine Abhängigkeit von dem Lasteinleitungswinkel gegeben.

Aufgrund dieser Tatsache kann das Detailmodell dahingehend validiert werden, dass die Maximalkraft ebenso wie im Versuch von der Geometrie der Schraube und dem Laminataufbau abhängt.

6.7. Validierung anhand der Sonderversuche zum Kopfbzugversagen

Die Sonderversuche zum Kopfbzugversagen wurden mit dem Ziel durchgeführt, das Versagensverhalten im Kopfbzugversuch detailliert zu beschreiben. Neben den experimentellen Erkenntnissen wurden die Versuchsdaten als weitere Validierungsmöglichkeit für die Materialroutine verwendet.

Für die Berechnung wurde ein Viertelmodell des Versuchsaufbaus mit den entsprechenden symmetrischen Randbedingungen erstellt.

Die Auswertung der Schliiffbilder hat gezeigt, dass für diesen Lastfall die Delaminationen einen deutlichen Einfluss auf die Kraft-Verschiebungs-Kurve besitzen. Aus diesem Grund wurde eine Detailsimulation mit und ohne Delaminationsmodell durchgeführt. Der Vergleich in Abbildung 6.30 zeigt, dass ohne die Verwendung des Delaminationsmodells der Kraft-Verschiebungs-Verlauf nicht korrekt wiedergegeben werden kann.

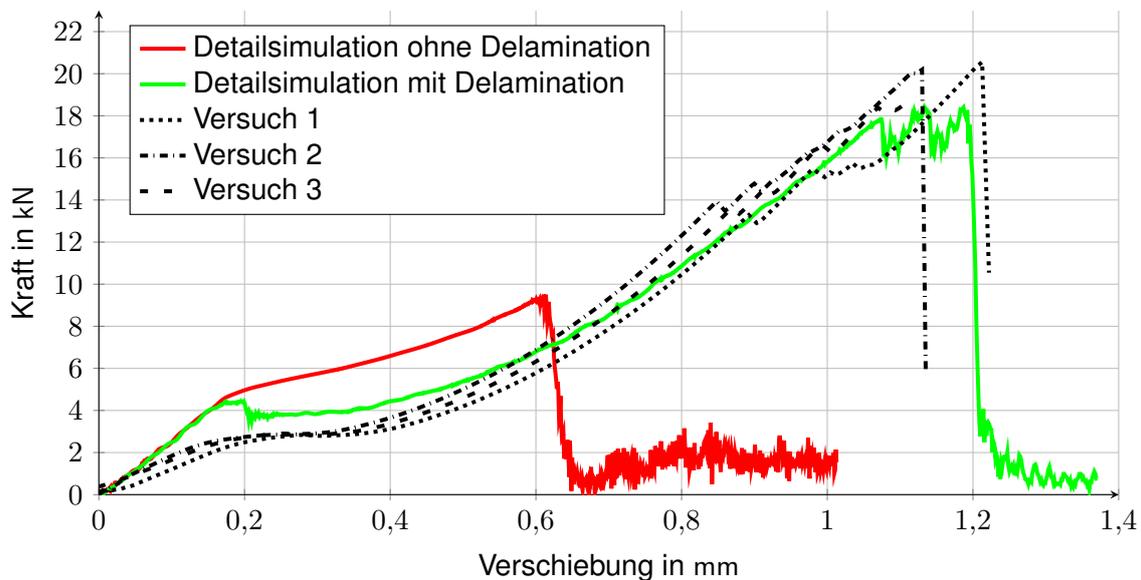


Abb. 6.30.: Vergleich zwischen Berechnung und Versuch, Sonderversuch Kopfbzugversagen, Matrizendurchmesser $\varnothing 16$ mm, Laminat $(0/90/45/-45)_s$

Da es bei der Detailsimulation ohne Delaminationsmodell zu keiner Trennung der Schichten kommen kann, werden anstatt der Delaminationen Zfb initiiert. Dadurch erfolgt zwar eine entsprechende Degradation, allerdings ist die Abminderung der Schub- und Biegesteifigkeit des Laminates geringer als bei einer Delamination. Dadurch fällt der Steigungsabfall in der Kraft-Verschiebungs-Kurve bei einer Verschiebung von ca. 0,2 mm geringer aus. Ebenso kommt es bei ca. 0,6 mm schon zu einem Versagen der Probe, was auf die falsche Spannungumlagerung infolge der nicht abgebildeten Delaminationen zurückzuführen ist. Bei dem Berechnungsergebnis mit dem Delationsmodell kann hingegen sowohl der Verlauf der Versuchskurven als auch die Maximalkraft gut abgebildet werden.

Der Vergleich der berechneten Kurven mit und ohne Delaminationsmodellierung zeigt zudem, dass Delaminationen mittels eines Zwischenfaserbruchkriteriums detektiert werden können. Allerdings kann mittels der gewählten Degradationsmodellierung nicht der gleiche Steifigkeitsverlust des Laminates erreicht werden.

Für die Simulation des Versuches mit einem Matrizendurchmesser von 17 mm wurde demzufolge auch das Delaminationsmodell eingesetzt. Das Ergebnis der Berechnung ist in Abbildung 6.31 dargestellt. Ebenso wie bei der Variante mit einem Matrizendurchmesser von 16 mm zeigt das Berechnungsergebnis eine höhere Anfangssteigung als die Versuche. Die Ursache kann in der unzureichenden Abbildung der Reibung liegen, da bei diesem Versuchsaufbau zwischen dem Stempel und dem Deckel als auch zwischen dem Stempel und dem Laminat großflächige Kontaktsituationen auftreten. Zudem wurde in den Versuchen Öl als Schmiermittel eingesetzt, um ein Verkanten des Stempels zu vermeiden.

Nach dem Einsetzen der Delamination bei ca. 0,2 mm zeigt das Berechnungsergebnis eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchskurven sowohl bei dem Vergleich der Anstiege als auch der Maximalkräfte. Die Ergebniskurve der Berechnung zeigt nach dem Erreichen einen Kraftabfall auf ca. 6,2 kN und anschließend einen erneuten Anstieg der Kraft bis zum vollständigen Versagen nach einer Verschiebung von ca. 1,35 mm. Ein ähnliches Verhalten weisen ebenso die Ergebniskurven der Versuche auf.

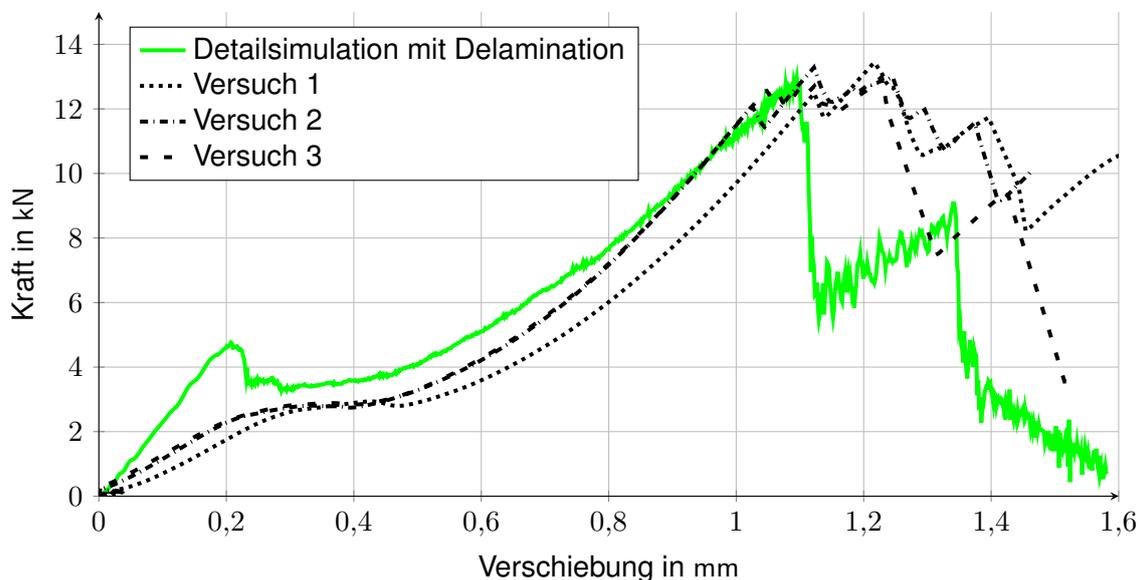


Abb. 6.31.: Vergleich zwischen Berechnung und Versuch, Sonderversuch Kopzugversagen, Matrizendurchmesser $\varnothing 17$ mm, Laminat (0/90/45/-45)_s

6.8. Parameterstudien

Die Detailsimulation erfüllt den Zweck, dass mittels der Berechnung die Versagensmechanismen besser verstanden werden und dass Parameterstudien durchgeführt werden können. Diese ermöglichen es, auf experimentelle Untersuchungen zu verzichten oder nur bestimmte Varianten zu prüfen, und dadurch den Versuchsaufwand deutlich zu reduzieren.

Als Beispiel für solche Parameterstudien werden im folgenden Untersuchungen zu dem Einfluss des Schraubenkopfdurchmessers, der Positionierung der Schraube und der Vorspannkraft beschrieben.

6.8.1. Einfluss des Schraubenkopfdurchmessers auf die Maximalkraft im Kopfzugversuch

In Abbildung 6.32 sind die Kraft-Verschiebungs-Kurven für vier unterschiedliche Schraubenkopfdurchmesser im Kopfzugversuch dargestellt. In diesem Fall wird nur der Kopfzugversuch betrachtet, da die vorangegangenen Untersuchungen gezeigt haben, dass der Schraubenkopfdurchmesser in diesem Lastfall den größten Einfluss besitzt. Alle Kurven sind auf das Berechnungsergebnis mit dem Schraubenkopfdurchmesser von 14,7 mm, welcher auch experimentell untersucht wurde, skaliert. Neben diesen wurden noch die Schraubenkopfdurchmesser 12 mm, 16 mm und 18 mm berechnet.

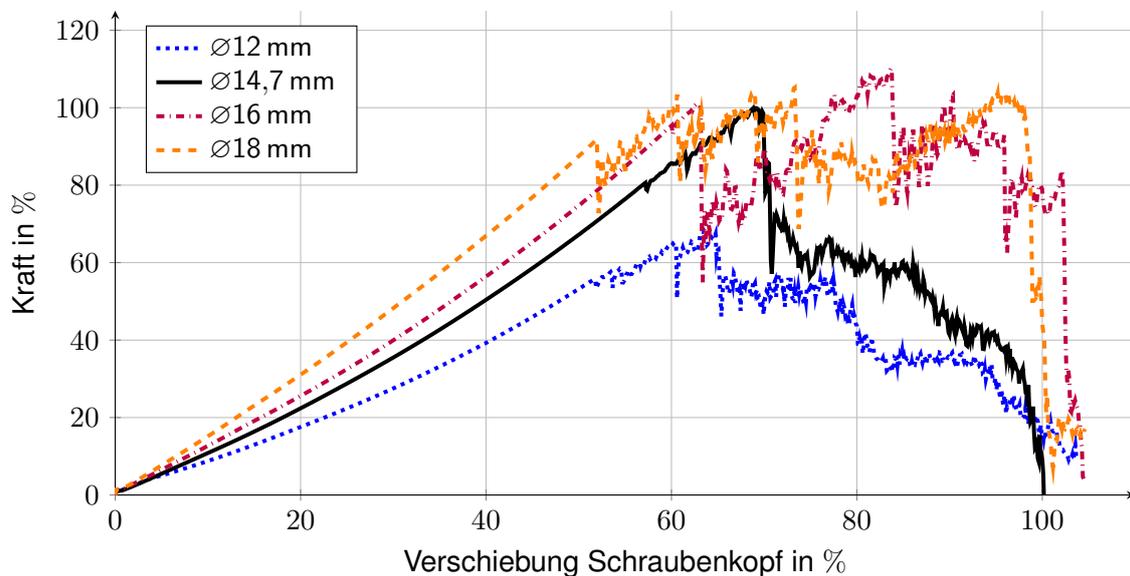


Abb. 6.32.: Vergleich unterschiedlicher Schraubenkopfdurchmesser für das Laminat (0/90/45/-45)_s im Kopfzugversuch

Die Auswertung der Kraft-Verschiebungs-Kurven zeigt, dass mit zunehmenden Schraubenkopfdurchmesser auch die Anfangssteigungen der Kurven größer werden. Aufgrund

des größeren Schraubenkopfdurchmessers verringert sich der seitliche Abstand, was gleichbedeutend mit einer kürzeren Biegelänge ist. Dadurch muss für die gleiche Durchbiegung eine größere Kraft aufgewendet werden.

Bei dem Vergleich der Maximalkräfte weist die Berechnung mit dem Schraubenkopfdurchmesser von 12 mm mit 68 % den deutlich geringsten Wert auf. Bei den Schraubenkopfdurchmessern 16 mm und 18 mm ergeben sich keine deutlich höheren Werte für die Maximalkraft. Die Ursache dafür liegt darin, dass bei diesen Varianten das Versagen der Probe nicht durch das lokale Versagen des Laminates im Bereich des Schraubenkopfes bestimmt wird, sondern es findet ein Zugversagen im Bereich der seitlichen Einspannung statt, wie es in Abbildung 6.33 dargestellt ist. Im Bereich des Schraubenkopfes treten auch F_b und Z_{fb} auf, die aber noch kein Versagen der Probe zur Folge haben.

Die erzielten Maximalkräfte sind demnach nicht direkt vergleichbar, da die Versagensursachen unterschiedlich sind. Da die seitlichen Randabstände der Versuchseinrichtung an die Einbausituation im Automobil angelehnt sind, kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass die Maximalkraft nur begrenzt durch eine Vergrößerung des Schraubenkopfdurchmessers gesteigert werden kann. Die Untersuchungen haben ergeben, dass ab einem Schraubenkopfdurchmesser zwischen 14,7 mm und 16 mm ein Versagen außerhalb des Schraubenkopfbereiches eintritt.

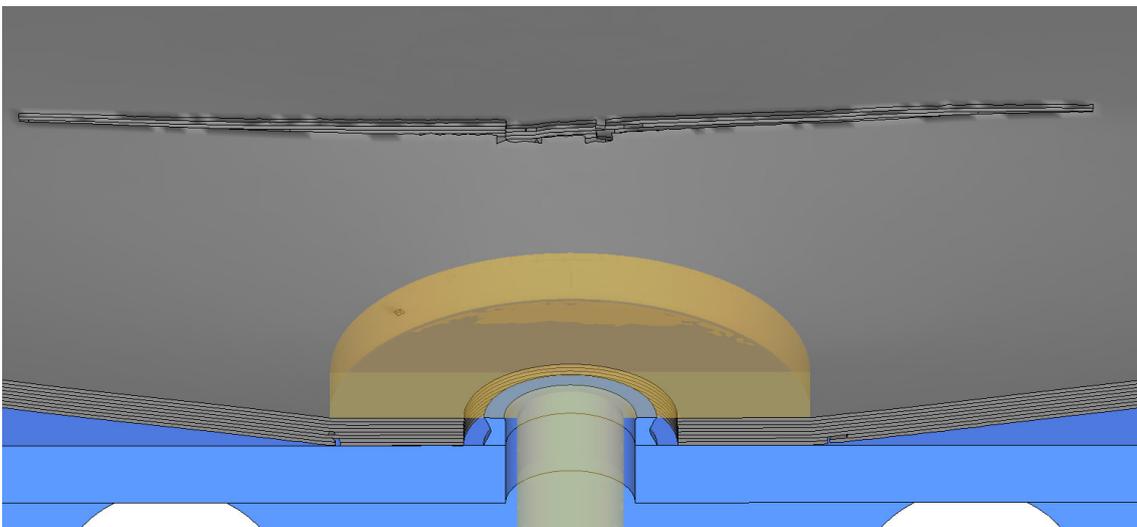


Abb. 6.33.: Kopfzugversuch mit einem Schraubenkopfdurchmesser von 18 mm, Versagen außerhalb des Schraubenkopfbereiches

6.8.2. Einfluss der Positionstoleranzen der Schraube auf die Maximalkraft im Kopfzugversuch

Neben dem Einfluss des Schraubenkopfdurchmessers wurde auch der Einfluss der Schraubenposition untersucht. Die Motivation dafür liegt in der Tatsache, dass bei den experimentellen Untersuchungen die Schraube nicht immer exakt in der Mitte der Probe positioniert war. Es traten Abweichungen bis zu einem Millimeter auf. In der Detailsimulation wurde bis jetzt immer von einer ideal zentrischen Positionierung der Schraube ausgegangen. Mittels der Parametervariation soll untersucht werden, ob die Positionstoleranzen einen Einfluss auf die Kraft-Verschiebungs-Kurve und die Maximalkraft haben.

Zu diesem Zweck wurde wieder der Kopfzugversuch als Lastfall betrachtet, da ein Einfluss in diesem Lastfall aufgrund der veränderten Biegebeanspruchungen am ehesten zu erwarten ist. Für die Parametervariation wurde die Position des Aluminiums unverändert gelassen und die Schraube um 0,5 mm und 1,0 mm verschoben. Die Verschiebung erfolgt einmal entlang der 0°-Richtung und einmal orthogonal dazu, also in der 90°-Richtung. Bei den Berechnungen mit der Abweichung in 90°-Richtung wurde kein symmetrisches Modell verwendet, da die Symmetrie entlang der 0°-Richtung nicht mehr gegeben war. Die Skalierung der Kraft und der Verschiebung erfolgte auf die Berechnung mit der zentrischen Positionierung.

Die Auswertung der Berechnungsergebnisse zeigt, dass bei einer Verschiebung entlang der 0°-Richtung kein signifikanter Unterschied zu der Variante mit der zentrischen Positionierung der Schraube festgestellt werden kann. Die Kurven verlaufen bis zum Erreichen der Maximalkraft nahezu identisch und zeigen erst im Nachbruchverhalten einen unterschiedlichen Verlauf, siehe Abbildung 6.34.

Bei der Verschiebung entlang der 90°-Richtung kommt es zu einer Abnahme der Maximalkraft. Bei einer Verschiebung der Schraube um 0,5 mm werden nur noch ca. 90 % und bei einer Abweichung um 1,0 mm werden noch ca. 80 % der Maximalkraft erreicht.

Bei den experimentellen Untersuchungen wurde die geringste Maximalkraft im Versuch 1 gemessen, bei welchem die Schraube um ca. 1,0 mm in die 90°-Richtung versetzt positioniert war, siehe Abbildung 4.7. Die Abweichung zum Maximalwert von Versuch 2 beträgt ca. 4 %, wobei bei Versuch 2 und 3 ebenfalls eine Abweichung von ca. 0,5 mm vorlag. Bei allen Versuchen lag auch eine Abweichung von ca. 0,5 mm in die 0°-Richtung vor.

In dem Detailmodell wird demnach die Tendenz einer abnehmenden Maximalkraft mit einer zunehmenden Abweichung in die 90°-Richtung richtig wiedergegeben, allerdings mit einer zu großen Verminderung der Maximalkraft.

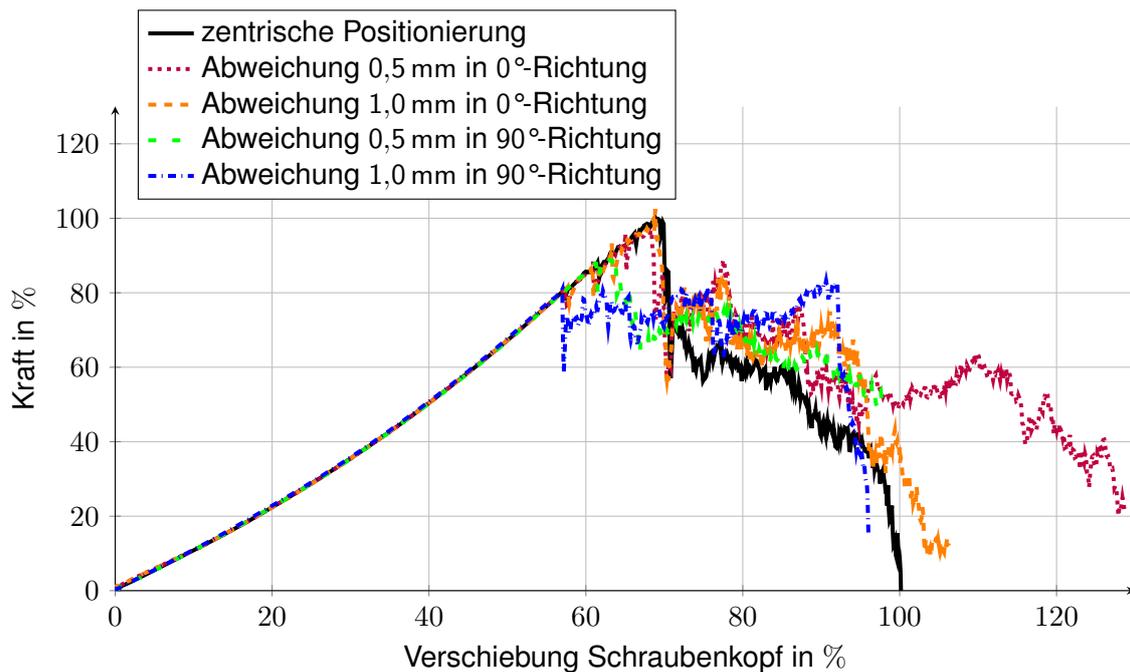


Abb. 6.34.: Vergleich unterschiedlicher Positionierungen der Fließformschraube für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$ im Kopfzugversuch

6.8.3. Einfluss der Vorspannung auf den Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurve im Kopf- und Scherzugversuch

Zu den Untersuchungen des Schraubenkopfdurchmessers und der Position der Schraube wurde auch der Einfluss der Vorspannung untersucht. Ziel der Untersuchung war es herauszufinden, ob in der anschließenden Ersatzmodellierung die Vorspannung berücksichtigt werden muss oder vernachlässigt werden kann. Dafür wurde der Laminataufbau $(0/90/45/-45)_s$ im Kopf- und Scherzugversuch betrachtet. Die Ergebnisse sind wieder auf den Kopfzugversuch mit Vorspannung skaliert.

Der Vergleich für den Kopfzug ergibt, dass der Anstieg der Kraft-Verschiebungs-Kurve als auch die Maximalkraft bei der Variante mit Vorspannung und der Varianten ohne Vorspannung nahezu gleich sind, siehe Abbildung 6.35. Daraus folgt, dass die Vorspannung für diesen Lastfall keinen Einfluss auf die Kraft-Verschiebungs-Kurve besitzt.

Bei der Betrachtung des Scherzugversuches zeigt sich bis zu einer Verschiebung von ca. 20% ein deutlicher Unterschied in den Kurven mit und ohne Vorspannung. Bei der Variante ohne Vorspannung tritt keine Gleitreibung auf, sodass es erst bei ca. 20% der Verschiebung zu einem Kraftanstieg infolge der einsetzenden Lochleibung kommt. Dieser Unterschied von ca. 20% der Kraft ergibt sich auch bei der Auswertung der Maximalkraft, wie die Kurve mit Vorspannung und einer Verschiebung um -20% der Kraft zeigt. Demzufolge ist der Anteil der Lochleibungskraft bei beiden Varianten gleich, bei der Variante mit

Vorspannung kommt zu der Lochleibungskraft noch die Gleitreibungskraft hinzu.

Ziel dieser Untersuchungen war es festzustellen, ob die Vorspannung einen Einfluss auf die Maximalkraft des Werkstoffes hat. Da sich ein Unterschied lediglich durch Reibungseffekte einstellt, kann ein Einfluss der Vorspannung auf die Maximalkraft nicht festgestellt werden.

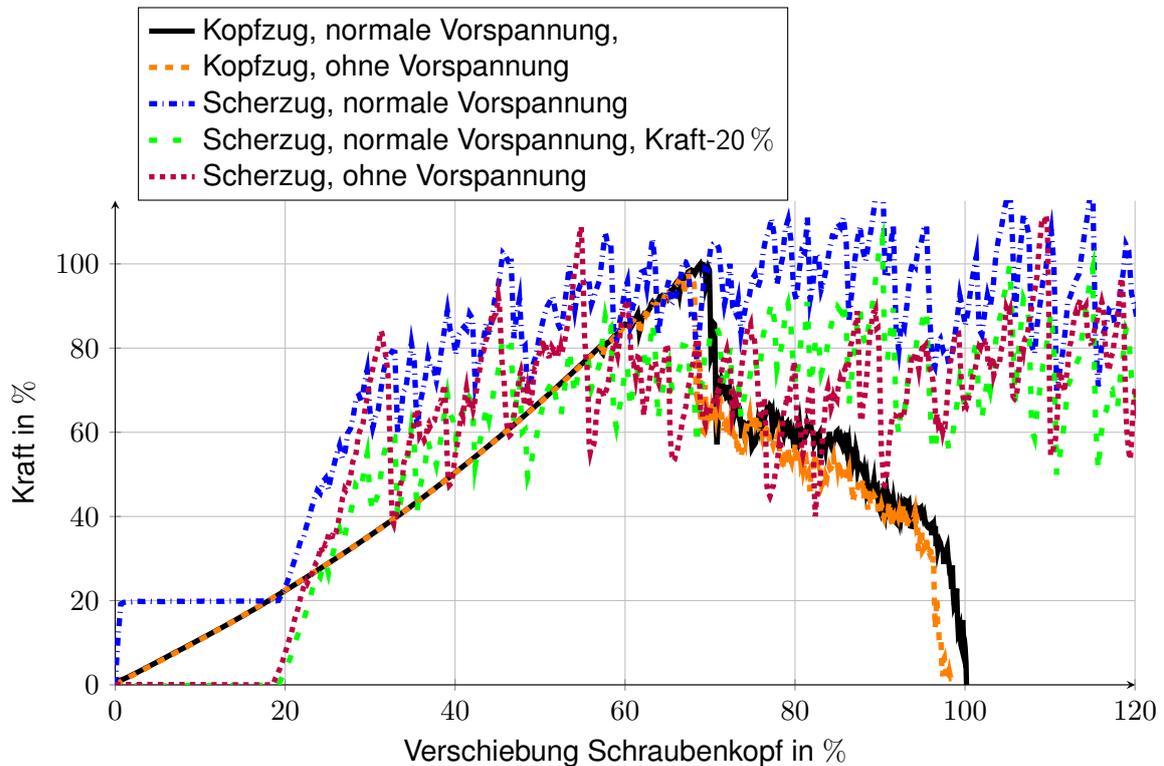


Abb. 6.35.: Vergleich von Berechnungen mit und ohne Vorspannung im Kopf- und Scherzugversuch für das Laminat (0/90/45/-45)_s

6.9. Zusammenfassung der Detailsimulation

Ziel der Detailsimulation war es, ein validiertes Simulationsmodell zu erarbeiten, welches die Grundlage für die Kennwertermittlung der anschließenden Ersatzmodellierung ist und zudem für die Optimierung der Verbindung genutzt werden kann. Um dieses Ziel zu erreichen, wurde die Struktur mittels Volumenelementen in einer FEM-Berechnung abgebildet.

Für die Materialmodellierung des FKV wurde ein benutzerdefiniertes Materialmodell erarbeitet, welches dem aktuellen Stand der Forschung bei der Berechnung von unidirektional verstärktem FKV entspricht. Neben den in der Literatur beschriebenen Modellierungsansätzen wurden auch neue Modellierungsmethoden bzw. Erweiterungen bestehender Methoden vorgenommen.

Der erste neuartige Modellierungsansatz bezieht sich auf das nichtlinear progressive Spannungs-Dehnungs-Verhalten von CFK unter einer Zugbelastung in Faserrichtung. Der entwickelte Modellierungsansatz ermöglicht es, den nichtlinearen Verlauf mit Hilfe von zwei Parametern zu beschreiben. Eine vollständige Vorgabe einer experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Kurve ist somit nicht notwendig.

Für die Detektion von Zfb wurden die *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien verwendet. Diese bedingen für den dreidimensionalen Spannungszustand eine numerische Bruchwinkelsuche, welche insbesondere bei expliziten FEM-Solvern zu einer Erhöhung der Berechnungszeit führt. Um die Verlängerung der Berechnungszeit zu minimieren, wurde das gedämpfte *Newton*-Verfahren für die Bruchwinkelsuche verwendet. Gemeinsam mit der Einführung eines Schwellwertes für den Beginn der Bruchwinkelsuche konnte eine deutliche Reduzierung der Berechnungszeit anhand eines Beispiels nachgewiesen werden.

Nachdem Zfb in einem Element festgestellt wird, ist es notwendig die Ingenieurskonstanten zu degradieren. Zu diesem Zweck wurde die für den ebenen Spannungszustand beschriebene „Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode“ auf den dreidimensionalen Spannungszustand erweitert. Dadurch gelang es, die wichtige physikalische Information des Bruchwinkels in die Degradationsanalyse mit einzubeziehen. Der Unterschied zu bereits bestehenden Methoden liegt darin, dass die Abhängigkeit der Degradationsfunktion von dem Bruchwinkel basierend auf den Annahmen der „Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode“ mittels der konstitutiven Beziehungen hergeleitet wurde. Der Einfluss des Bruchwinkels wird dadurch mittels des Werkstoffgesetzes und nicht mittels empirischer Annahmen abgebildet.

Als weiterer Schwerpunkt kann die Definition der Kriterien für die Elementelimination angesehen werden. Auch mit der Hilfe dieser Kriterien konnte eine erfolgreiche Validierung des Detailmodells anhand der experimentell ermittelten Versuchsdaten sowie anhand von Literaturdaten vorgenommen werden. Eine anschließende Parameteranalyse von drei Einflussgrößen zeigt das Potential des Detailmodells zum einen für die Weiterentwicklung der Verbindung als auch für die Generierung von Kennwerten für die notwendige Ersatzmodellierung bei der Bauteilentwicklung.

Zusätzlich zu den in dieser Arbeit beschriebenen Validierungslastfällen wurden in der Masterarbeit von *Minarič* [59] FEM-Berechnungen zu Flanschverbindungen von Fließformschraubverbindungen zwischen CFK und Aluminium durchgeführt. Dafür wurde ebenfalls die in dieser Arbeit entwickelte Materialroutine angewendet und mittels Literatur- und Versuchsdaten validiert. Eine Validierung erfolgte ebenfalls in der Masterarbeit von *Bombis* [60]. In dieser Arbeit wurden numerische Untersuchungen von Stauchprofilen aus CFK unter Crashlastfällen durchgeführt.

Die durchgeführten Detailsimulationen haben ebenso ergeben, dass Delaminationen noch nicht zufriedenstellend abgebildet werden können. Bei der Verwendung des Dela-

minationsmodells muss immer anhand des betrachteten Lastfalls bewertet werden, ob eine Modellierung der Delamination notwendig ist. Ein offener Arbeitspunkt ist ebenso die Abbildung des Keilbruchs, welcher bei dem Zwischenfaserbruchmodus C auftreten kann. In der Materialroutine ist es nicht möglich, die Keilwirkung auf die benachbarten Schichten abzubilden.

7. Ersatzmodellierung

Die in Kapitel 6 beschriebene Detailsimulation des Verbindungselementes eignet sich für Parameterstudien und auch, um die Schädigungs- und Versagensmechanismen zu verstehen. Für eine Bauteilentwicklung ist diese Art der Modellierung allerdings ungeeignet, da die Berechnungszeit bei der Modellierung mehrerer Verbindungselemente viel zu lang werden würde. Zudem werden für die Bauteilentwicklung überwiegend Schalenelemente eingesetzt.

Demzufolge ist es notwendig eine Modellierung zu verwenden, welche es ermöglicht, zwei Schalenelemente miteinander zu verbinden. Eine detaillierte Abbildung der Geometrie der Schraubverbindung ist in diesem Fall nicht notwendig. Die Anforderung besteht darin, dass der Kraftfluss über das Verbindungselement möglichst korrekt wiedergegeben und dass die Berechnungszeit nicht signifikant beeinflusst wird. In der verwendeten Software *Virtual Performance Solution 2013* eignet sich dafür die Verwendung von Linkelementen in Form von Balken-Feder-Elementen. Neben der Möglichkeit, nichtlineare Kraft-Verschiebungs-Kurven abzubilden, besitzen diese Elemente auch den Vorteil einer netzunabhängigen Modellierung. Dafür ist es notwendig, die zu verbindenden Bauteile sowie die Position und den Durchmesser des Verbindungselementes anzugeben. Eine Vernetzung mittels koinzidenter Knoten ist jedoch nicht notwendig, was einen Vorteil gegenüber einer Modellierung mittels Solidelementen darstellt. Der Anfangs- und Endknoten werden von der Software automatisch erzeugt und kinematisch an die umgebenden Knoten gekoppelt [52], wie nachfolgend beschrieben wird.

7.1. Modellbeschreibung

Für die Berechnung der KS2-Versuche wird die in Abbildung 7.1 dargestellte Schalenmodellierung verwendet. Die Elementkantenlänge der Schalenelemente ist mit ca. fünf Millimeter an die Anforderungen an eine Gesamtfahrzeugsimulation angelehnt [10]. Für die Validierung der Ersatzmodellierung wurden lediglich das CFK, das Aluminium und das Verbindungselement modelliert. Eine Abbildung aller Bauteile der Versuchseinrichtung wie bei der Detailmodellierung hat ergeben, dass die Kontaktmodellierung einen deutlichen Einfluss auf die Kraft-Verschiebungs-Kurve hat. Um diesen zu eliminieren, wurde die Klemmung der CFK-Platte nicht über eine Kontaktmodellierung vorgenommen, sondern mittels einer Sperrung aller Freiheitsgrade der Knoten bis zu einem Randabstand

von zehn Millimetern, was dem geklemmten Bereich in den Versuchen entspricht. Bei den Materialmodellen für das Aluminium und das CFK wurde kein Versagen berücksichtigt, sodass ein Versagen der Verbindung mittels des Ersatzmodells für das Verbindungselement realisiert werden muss.

Die Vorspannung der Schraube wurde ebenso nicht berücksichtigt. Die Vorspannung beeinflusst nur bei scherzugdominierten Lasteinleitungswinkeln die Kraft-Verschiebungskurve infolge der Gleitreibungskraft. Auf die werkstoffbedingte Lochleibungskraft hat die Vorspannung keinen Einfluss, wie in Kapitel 6.8.3 nachgewiesen wurde. Die Ersatzmodellierung muss also so gestaltet werden, dass die Reibungskraft direkt mit der Kraft-Verschiebungskurve des Balken-Feder-Elementes abgebildet werden kann. Eine Modellierung der Vorspannung kann zudem zu Schwierigkeiten in der Kontaktmodellierung zwischen den Schalenelementen führen, da die Vorspannung des Balken-Feder-Elementes entgegen dieser Kontaktkraft wirken würde.

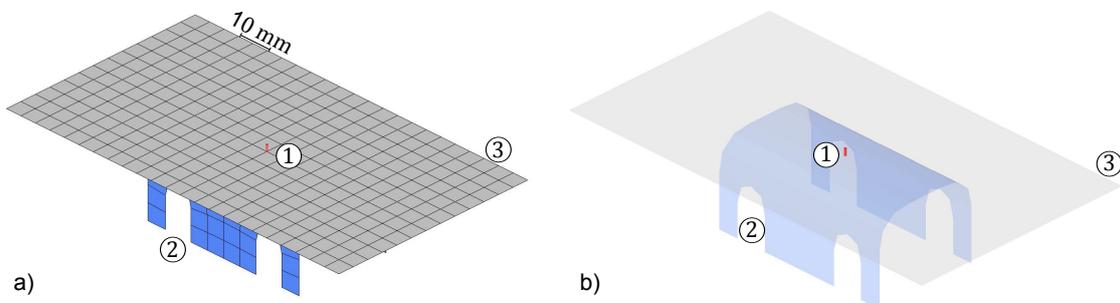


Abb. 7.1.: Schalenmodell des KS2-Versuchs für die Ersatzmodellierung, ① Verbindungselement, ② Aluminium, ③ CFK Laminat, a) Schalenmodell mit einer Elementkantenlänge von ca. 5 mm, b) Positionierung des Balken-Feder-Elementes in der Mitte des Probekörpers

Die Positionierung des Verbindungselementes erfolgt entsprechend der geprüften Probekörper in der Mitte der Probe. Dadurch liegt das Verbindungselement in der Mitte eines Schalenelementes, wie Abbildung 7.1 a zeigt. In dem Programm *Virtual Performance Solution 2013* ist ein Projektionsalgorithmus implementiert, sodass alle Knoten, welche innerhalb eines zu definierenden Radius rund um das Verbindungselement liegen, kinematisch gekoppelt werden. Das Schema des Projektionsalgorithmus ist in Abbildung 7.2 in einer Draufsicht auf ein Schalennetz dargestellt. Der Slave-Knoten repräsentiert einen Endknoten des verbindenden Balken-Feder-Elementes. Der eingefärbte Kreis stellt den Bereich dar, in welchem die Knoten an das Verbindungselement gekoppelt werden. Die translatorische Geschwindigkeit des Slave-Knotens wird laut [52] mittels einer Linearkombination der Bewegungsgeschwindigkeiten der Master-Punkte berechnet. Die Bewegungsgeschwindigkeit der Master-Punkte ist von den Master-Knoten interpoliert, wobei eine Gewichtung gemäß des Anteils an der Kreislinie erfolgt. Die Rotationsgeschwindigkeit wird

nicht direkt über eine Interpolation der Rotationsgeschwindigkeiten der Master-Punkte, sondern auf Basis der translatorischen Geschwindigkeiten vorgenommen [52].

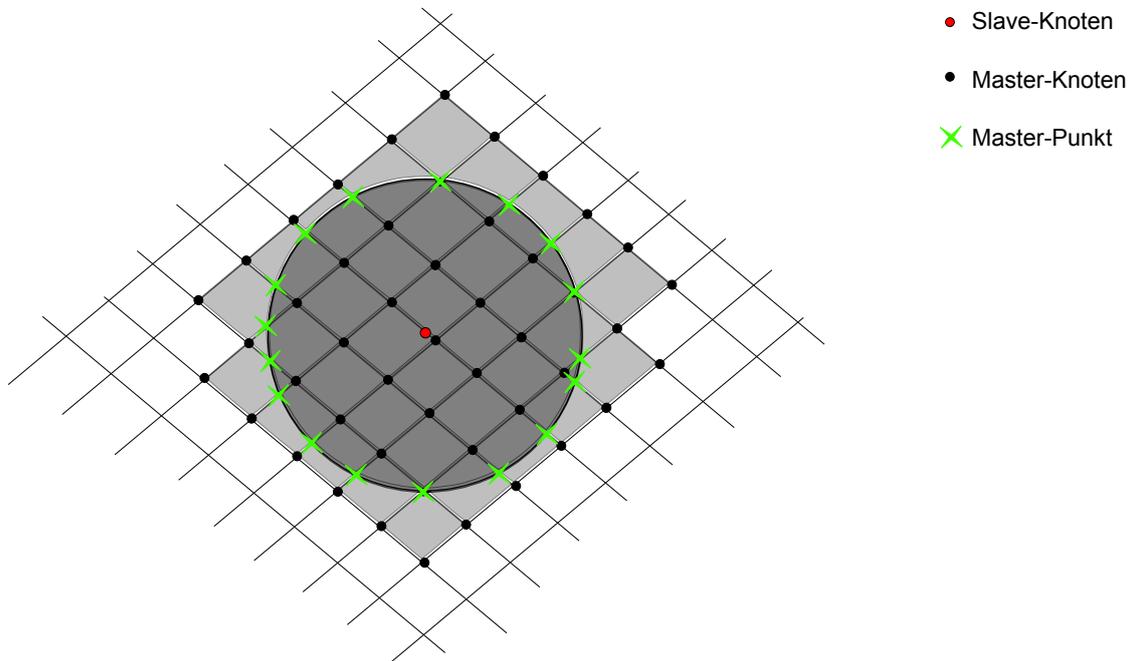


Abb. 7.2.: Projektionsalgorithmus in *Virtual Performance Solution 2013*

Die Berechnung der Kräfte, Momente, Verschiebungen und Geschwindigkeiten des Balken-Feder-Elementes erfolgt in einem lokalen Koordinatensystem. Die r -Achse dieses Koordinatensystems verläuft immer entlang des Balken-Feder-Elementes, wie Abbildung 7.3a zeigt. Die initiale Ausrichtung der s -Achse orientiert sich an dem globalen Koordinatensystem oder es erfolgt eine externe Definition. Die t -Achse ist immer orthogonal zu der rs -Ebene ausgerichtet, sodass ein kartesisches Koordinatensystem entsteht. Bei einer Relativbewegung der beiden Endknoten N_1 und N_2 zueinander rotiert das Koordinatensystem ebenso mit. Die Rotation richtet sich nach der r -Achse, welche immer entlang der Achse des Balken-Feder-Elementes verläuft, siehe Abbildung 7.3b.

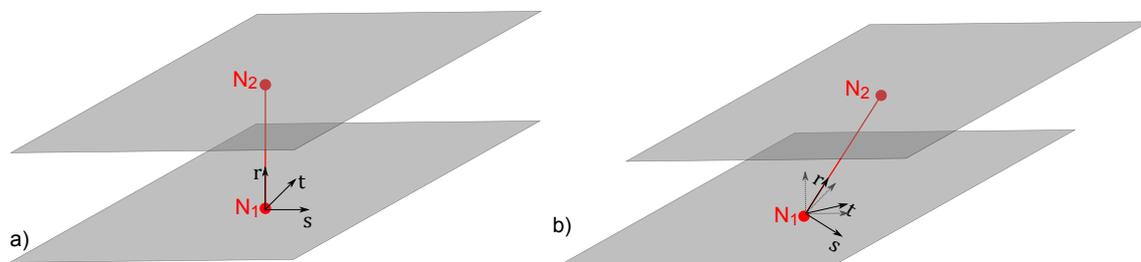


Abb. 7.3.: Lokales Koordinatensystem des Balken-Feder-Elementes, a) initialer Zustand des lokalen Koordinatensystems, b) Rotation des lokalen Koordinatensystems

Die Gleichgewichtsbeziehungen (7.1) - (7.6) gelten bei dem Balken-Feder-Element, wobei l die Länge des Balken-Feder-Elementes repräsentiert [52].

$$F_{1r} + F_{2r} = 0 \quad (7.1)$$

$$F_{1s} + F_{2s} = 0 \quad (7.2)$$

$$F_{1t} + F_{2t} = 0 \quad (7.3)$$

$$M_{1r} + M_{2r} = 0 \quad (7.4)$$

$$M_{1s} + M_{2s} - l \cdot F_{2t} = 0 \quad (7.5)$$

$$M_{1t} + M_{2t} + l \cdot F_{2s} = 0 \quad (7.6)$$

Die einzelnen Kräfte und Momente an den Knoten ergeben sich aus den Verschiebungen. Der Zusammenhang zwischen Kraft F und Verschiebung u bzw. Moment M und Verdrehung Ω kann über frei wählbare Stützpunkte vorgegeben werden. Die Stützpunkte werden linear interpoliert und ergeben somit die Funktionen f , welche die Kraft bzw. das Moment in Abhängigkeit der jeweiligen Verschiebung bzw. Verdrehung beschreiben, siehe (7.7) - (7.12).

$$F_{1r} = f_{dr} \cdot (u_{2r} - u_{1r}) \quad (7.7)$$

$$F_{1s} = f_{ds} \cdot \left((u_{2s} - u_{1s}) - \frac{l}{2} (\Omega_{1t} + \Omega_{2t}) \right) \quad (7.8)$$

$$F_{1t} = f_{dt} \cdot \left((u_{2t} - u_{1t}) - \frac{l}{2} (\Omega_{1s} + \Omega_{2s}) \right) \quad (7.9)$$

$$M_{1r} = f_{rr} \cdot (\Omega_{2r} - \Omega_{1r}) \quad (7.10)$$

$$M_{1s} = f_{rs} \cdot (\Omega_{2s} - \Omega_{1s}) - \frac{l}{2} \cdot F_{1t} \quad (7.11)$$

$$M_{1t} = f_{rt} \cdot (\Omega_{2t} - \Omega_{1t}) - \frac{l}{2} \cdot F_{1s} \quad (7.12)$$

Für die Abbildung des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens müssen die Funktionen f so angegeben werden, dass die charakteristischen Kraft-Verschiebungs-Kurven der Versuche abgebildet werden können. Eine Schwierigkeit ist dabei, dass im Versuch eine Messung der resultierenden Kraft und der resultierenden Verschiebung in einem ortsfesten Koordinatensystem erfolgte, für die Parametrierung sind aber Angaben in den einzelnen Komponenten für ein nicht ortsfestes Koordinatensystem notwendig.

Abbildung 7.4 zeigt die kinematischen Zusammenhänge der Größen am Beispiel einer ebenen Verschiebung. Die Verschiebung v ist die im Versuch gemessene Verschiebung und φ der Lasteinleitungswinkel. Die neue Länge der Verbindung $l + u_r$ kann mittels des Kosinussatzes ermittelt werden, sodass sich (7.13) und (7.14) ergeben. Die Verschiebung u_s kann mittels des Sinussatzes und dem Winkel α nach (7.15) berechnet werden.

für diese Winkelbereiche eingeführt. Die Unterscheidung erfolgt anhand des Grenzwinkels φ_{grenz} . Bei Lasteinleitungswinkeln, welche größer als φ_{grenz} sind gilt das Kriterium für kopfzugdominiertes Versagen und für kleinere Winkel das Kriterium für scherzugdominiertes Versagen. In dem Grenzbereich von $\varphi_{grenz} \pm 15^\circ$ werden beide Kriterien verwendet, da der Grenzwinkel experimentell nicht exakt bestimmt werden kann.

7.2.1. Kopfzugdominiertes Versagen

Für Lasteinleitungswinkel $\varphi > \varphi_{grenz}$ erfolgt eine Bewertung des Versagens auf Basis der Kraft. Für die resultierende Kraft F_{BF} des Balken-Feder-Elementes gilt:

$$F_{BF} = \sqrt{F_r + F_s + F_t} \quad . \quad (7.16)$$

In den untersuchten Probekörpern war die Maximalkraft F_{max} immer nahezu identisch, sodass die Gleichung (7.17) für die Berechnung der Anstrengung $f_{E,BF}$ des Balken-Feder-Elementes angewendet wird. Wenn die Anstrengung den Wert 1 erreicht oder überschritten hat, wird das Verbindungselement gelöscht.

$$f_{E,BF} = \frac{F_{BF}}{F_{max}} \quad (7.17)$$

Falls für andere Kombinationen des Schraubenkopfdurchmessers und des Laminataufbaus bzw. der Anzahl und Dicke der Laminatschichten eine Abhängigkeit der Maximalkraft von dem Lasteinleitungswinkel festgestellt wird, ist es notwendig, in Gleichung (7.17) einen vom Lasteinleitungswinkel abhängigen Term hinzuzufügen.

7.2.2. Scherzugdominiertes Versagen

Im Gegensatz zum kopfzugdominierten Versagen dient für das scherzugdominierte Versagen die vertikale Verschiebung zwischen dem Aluminium und dem CFK als Grundlage der Anstrengungsberechnung nach (7.18). Für den reinen Scherzugversuch mit dem Lasteinleitungswinkel 0° erfolgt nach dieser Gleichung nie eine Elimination des Verbindungselementes. Damit wird die experimentell ermittelte Erkenntnis eines konstanten Lochleibungsversagens in der Ersatzmodellierung umgesetzt. In den experimentellen Untersuchungen war auch zu beobachten, dass bei Lasteinleitungswinkeln größer als 0° Versagen eintritt, falls der vertikale Abstand zwischen dem Aluminium und dem CFK zu groß wird. Für die Versagensbewertung in der Ersatzmodellierung erfolgt daher ein Vergleich des vertikalen Abstandes $v \cdot \sin \varphi$ mit einem Grenzwert w_{max} . Die Berechnung von v und φ erfolgt in der Simulation mittels der Verschiebungen u_r , u_s und u_t .

$$f_{E,BF} = \frac{v \cdot \sin \varphi}{w_{max}} \quad (7.18)$$

7.3. Validierung mittels Versuchsdaten

Für die Validierung der Ersatzmodellierung werden die Mittelwertkurven der experimentellen Ergebnisse aus Kapitel 4 bei gleicher Skalierung verwendet. Abbildung 7.5 zeigt den Vergleich für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$. Die Ergebniskurven für den Lastenleitungswinkel 0° zeigen eine gute Übereinstimmung in der Maximalkraft und auch in dem anschließenden konstanten Verlauf der Kraft. Die experimentelle Kurve zeigt bei ca. 20% der Kraft eine Änderung in dem Anstieg der Kurve, welche durch das Gleiten des Schraubenkopfes auf dem CFK bedingt ist. Dieses Ereignis kann in der Ersatzmodellierung nicht abgebildet werden.

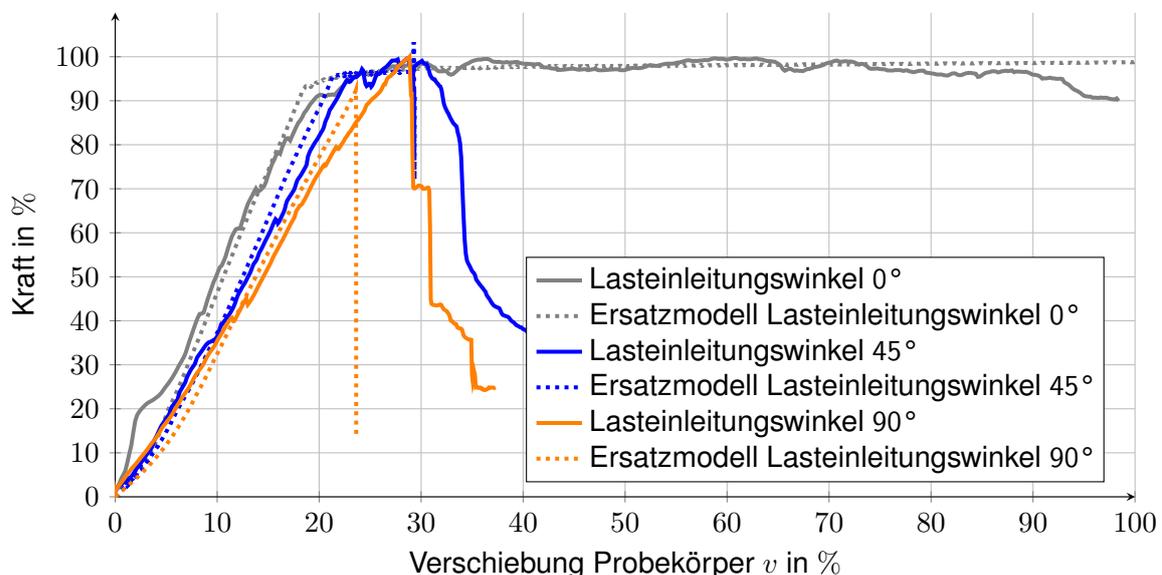


Abb. 7.5.: Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates $(0/90/45/-45)_s$, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung

Bei dem Lastenleitungswinkel 45° zeigt die Ergebniskurve der Ersatzmodellierung die gleiche Maximalkraft wie im Scherzugversuch. Diese Tatsache ist auf die gleiche Parametrierung der Kraft-Verschiebungs-Kurven für alle Lastenleitungswinkel zurückzuführen. Dadurch sind alle Lastenleitungswinkel, welche einen Scherzuganteil aufweisen, durch die Maximalkraft im Scherzugversuch begrenzt. Ebenso wie die Versuchskurve zeigt die Kraft-Verschiebungs-Kurve der Ersatzmodellierung ein Versagen der Verbindung, charakterisiert durch einen deutlichen Kraftabfall kurz nach dem Erreichen der Maximalkraft.

Für den reinen Kopfzugversuch zeigt der Vergleich zwischen Versuch und Berechnung ebenso eine gute Übereinstimmung bei dem Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurve. Bei Lastenleitungswinkeln kleiner als 90° , welche ein kopfzugdominiertes Versagen aufweisen, kann es in dem Simulationsergebnis aufgrund des Scherzuganteils zu einem konstanten Kraftniveau nach dem Erreichen der Maximalkraft kommen. In diesem Fall wäre eine Vergleichbarkeit der Versagensmechanismen zwischen Versuch und Simulation

nicht mehr gegeben. Aus diesem Grund wurde die Maximalkraft in dem Versagenskriterium für kopfzugdominiertes Versagen in der Simulation um ca. 5 % geringer, als der in den Versuchen gemessene Wert, gewählt. Mittels dieser Verminderung soll eine Vergleichbarkeit der Versagensmechanismen in Versuch und Berechnung hergestellt werden.

Eine Validierung der Ersatzmodellierung wurde ebenso für das Laminat $(0/90/0/90)_s$ vorgenommen. Beispielhaft sind wieder die Ergebniskurven für die Lasteinleitungswinkel 0° , 45° und 90° angegeben. Neben den Übereinstimmungen in den Maximalkräften zeigt insbesondere der Vergleich der Kurven für die Kopfzugbelastung eine deutliche Abweichung bei ca. 75 % der Maximalkraft. Der Abfall der Steigung in der Versuchskurve entsteht durch eine Schädigung des Laminates im Bereich der Biegekante mit der unteren Halteplatte. Da die Schädigung nicht im Bereich des Verbindungselementes eintritt, kann dieser Effekt auch nicht in der Ersatzmodellierung abgebildet werden.

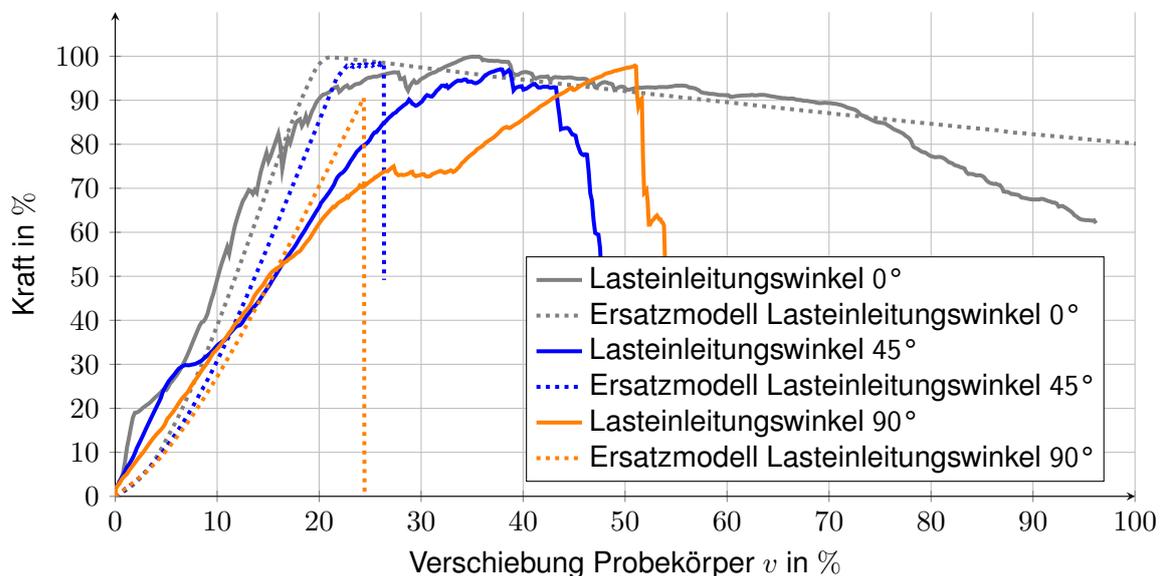


Abb. 7.6.: Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates $(0/90/0/90)_s$, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung im KS2-Versuch

Abbildung 7.7 zeigt einen Vergleich der Maximalkraft unter allen betrachteten Lasteinleitungswinkeln. Für den quasiisotropen Laminataufbau $(0/90/45/-45)_s$ zeigt Abbildung 7.7a eine sehr gute Übereinstimmung der Maximalkräfte unter allen geprüften Lasteinleitungswinkeln. Diese ist ebenso bei dem Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(0/90/0/90)_s$ in Abbildung 7.7b zu erkennen.

In den experimentellen Untersuchungen haben sich, insbesondere im Kopfzugversuch, unterschiedliche Ergebnisse für die Laminare $(0/90/0/90)_s$ und $(90/0/90/0)_s$ ergeben. Bei beiden Laminaten handelt es sich prinzipiell um den gleichen Laminataufbau, welcher lediglich in der Ebene um 90° gedreht ist. Da es sich um den gleichen Laminataufbau handelt, ist es nicht möglich, in der angewandten Simulation eine unterschiedliche Para-

metrierung des Balken-Feder-Elementes vorzunehmen, da der Orientierungsvektor des Laminates in der Routine für die Versagensbewertung nicht verfügbar ist.

Aus diesem Grund wurden für den Laminataufbau $(0/90/0/90)_s$ und $(90/0/90/0)_s$ die gleichen Kraft-Verschiebungs-Kurven und die gleichen Grenzwerte für F_{max} und w_{max} verwendet. Der Vergleich zu den Versuchsdaten in Abbildung 7.7c zeigt, dass auch für diesen Laminataufbau eine gute Übereinstimmung erzielt wurde.

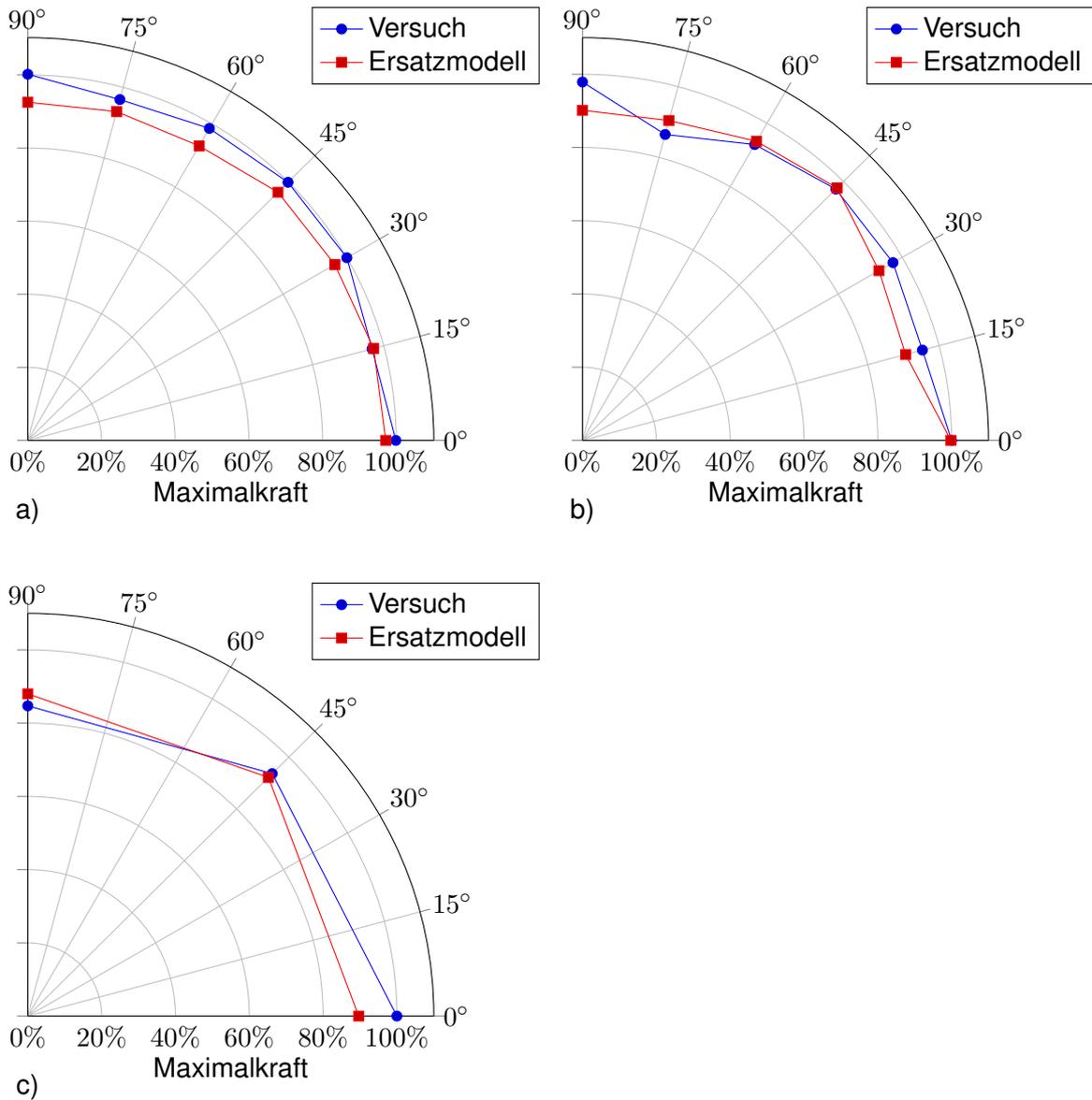


Abb. 7.7.: Vergleich der Maximalkräfte im Versuch und der Ersatzmodellierung im KS2-Versuch, a) Laminat $(0/90/45/-45)_s$, b) Laminat $(0/90/0/90)_s$, c) Laminat $(90/0/90/0)_s$

7.4. Versagensmodellierung von Flanschverbindungen

Das beschriebene Versagenskriterium gilt für die experimentell untersuchten Probekörper, bei welchen ein ausreichend großer Randabstand vorliegt. Insbesondere im Scherzug kann es dadurch nicht zu den in [1] beschriebenen Versagensformen von Bolzenverbindungen in Flanschbereichen kommen. In der Masterarbeit von *Minarič* [59] wurden experimentelle Untersuchungen an Fließformschraubverbindungen zwischen CFK und Aluminium in Flanschbereichen durchgeführt. Bei den experimentellen Untersuchungen wurde der gleiche KS2-Versuchsaufbau wie in der gegenständlichen Arbeit verwendet. Die Probekörper wurden wie in Abbildung 7.8 dargestellt verkürzt, sodass von *Minarič* Versuche mit einem Randabstand von 10 mm und 14 mm durchgeführt wurden. Bei allen Versuchen stellte sich ein Scherbruchversagen ein, welches in [1] beschrieben ist. Die Ergebnisse der Versuche dienen als Basis, um auch für die Ersatzmodellierung ein Scherbruchversagensverhalten in Flanschbereichen zu berücksichtigen.

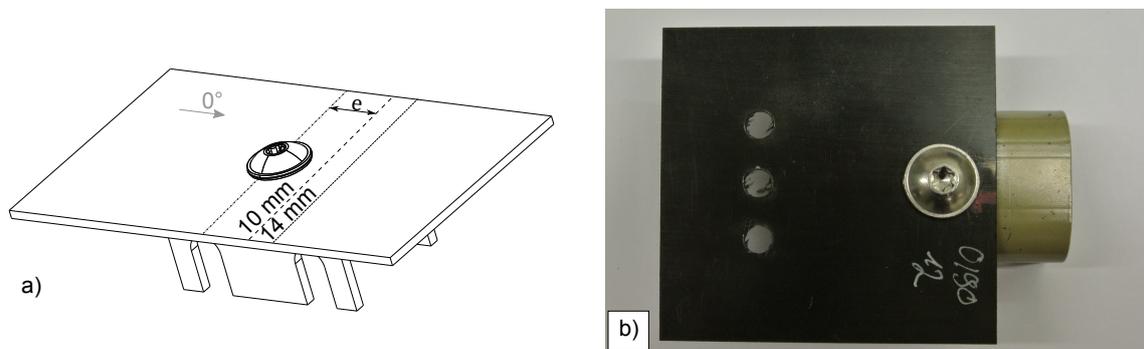


Abb. 7.8.: Modifikation der Probekörper für die Flanschversuche, a) Modifikation der Probekörper mit $e = 10$ mm und $e = 14$ mm, b) Modifizierter Probekörper mit $e = 10$ mm

Die Versuche, insbesondere mit Probekörpern mit einem Randabstand von 10 mm haben ergeben, dass die erreichte Maximalkraft zum Teil deutlich geringer ist, als die in den Scherzugversuchen mit den nicht verkürzten Probekörpern. Die Ursache dafür liegt im Eintreten des Scherbruchs bevor die Maximalkraft erreicht wird. Bei den Probekörpern mit dem Randabstand von 14 mm trat zum Teil zuerst ein Lochleibungsversagen, gekennzeichnet durch eine konstante Kraft und anschließend bei dem Erreichen eines kritischen Randabstandes das Scherbruchversagen ein.

Aus diesem Grund wurde für die Ersatzmodellierung ein Versagenskriterium auf der Basis des aktuellen Randabstandes entwickelt. Ein kraftbasiertes Versagenskriterium kann nicht angewendet werden, da beim Scherzugversuch mit einem ausreichend großen Randabstand eine nahezu konstante Maximalkraft erreicht wird, die aber nicht das Versagen der Verbindung bedingt. Für die Berechnung der Scherbruchanstrengung $f_{E,BF,SB}$ erfolgt

der Vergleich des aktuellen Randabstandes $e \cdot \cos \varphi$ mit dem kritischen Randabstand e_{krit} , siehe (7.19). Der kritische Randabstand kann als der Randabstand interpretiert werden, der mindestens notwendig ist um ein Scherbruchversagen zu vermeiden. Bei größeren Randabständen tritt ein Lochleibungsverhalten auf.

$$f_{E,BF,SB} = \frac{e \cdot \cos \varphi}{e_{krit}} \quad (7.19)$$

Für die Herleitung des kritischen Randabstandes dient die Gleichung für die Berechnung der Bruchlast (7.20), entnommen aus [1]. Dabei entspricht t der Laminatdicke und \hat{R}_{xy} bezeichnet die Schubfestigkeit des Laminates. Die Kraft F_{max} ist die Kraft beim Eintreten des Scherbruches.

$$F_{max} = \hat{R}_{xy} \cdot 2e \cdot t \quad (7.20)$$

Der kritische Randabstand ist also immer von der aktuellen Scherzugkraft und der Schubfestigkeit abhängig. Da die Schubfestigkeit eine vom Laminat abhängige Kenngröße darstellt, wurde diese mittels der durchgeführten Versuche in [59] bestimmt. Dafür wurden die Kräfte und Randabstände beim Eintreten des Scherbruches ausgewertet. Da Versuche mit einem Randabstand von 10 mm und 14 mm für jedes Laminat durchgeführt wurden, erfolgte eine arithmetische Mittelwertbildung, um einen Kennwert pro Laminat zu erhalten.

In der Berechnung kann mittels der aktuellen Scherzugkraft $F_{BF} \cdot \cos \varphi$ und der ermittelten Schubfestigkeit nach (7.21) der aktuell kritische Randabstand berechnet werden.

$$e_{krit} = \frac{F_{BF} \cdot \cos \varphi}{2 \cdot t \cdot \hat{R}_{xy}} \quad (7.21)$$

Die Validierung des Versagenskriteriums erfolgt mittels Versuchsdaten aus [59]. Als ein Beispiel werden die Versuche an einem quasiisotropen Laminataufbau (90/0/-45/45)_s betrachtet. Die Versuchsergebnisse als auch das Ergebnis der Berechnung für einen Randabstand von 10 mm sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Die Ergebniskurven sind auf die Maximalkraft des Laminates (0/90/45/-45)_s der nicht modifizierten Probekörper im Scherzugversuch skaliert. Im Scherzugversuch kann dieses Laminat als gleichwertig zu dem betrachteten Laminat angesehen werden. Die Streuung der Versuchskurven entsteht durch die Toleranz der Schraubenposition im Fügeprozess. Nach dem Erreichen der Maximalkraft ist infolge des Scherbruches ein signifikanter Kraftabfall zu beobachten [59]. Da kein Lochleibungsverhalten zu beobachten ist, wird der kritische Randabstand bei ca. 90 % der Maximalkraft erreicht. Die Ergebniskurve der Ersatzmodellierung kann dieses Verhalten ebenso abbilden.

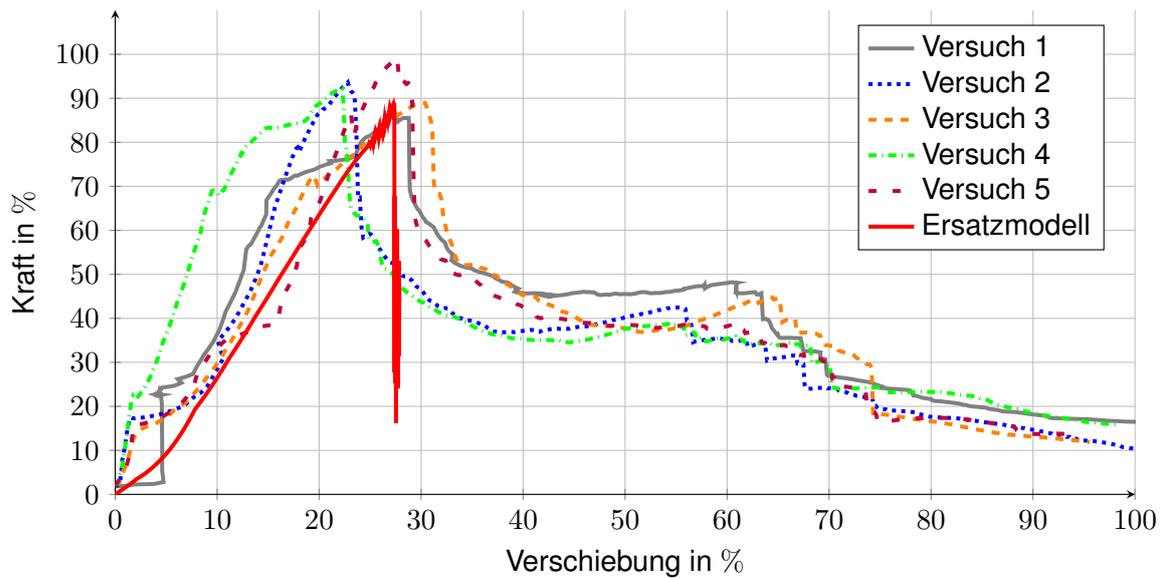


Abb. 7.9.: Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat (90/0/-45/45)_s, Randabstand 10 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung

Bei dem gleichen Laminat wurden auch Proben mit einem Randabstand von 14 mm getestet. Bei diesen Proben ist vor Eintreten des Scherbruches ein Lochleibungsverhalten zu beobachten [59]. Der kritische Randabstand wird somit erst nach einer Verschiebung mit konstantem Lochleibungsversagen erreicht. Der Vergleich der Versuchskurven mit der Ersatzmodellierung in Abbildung 7.10 zeigt, dass die grundsätzliche Charakteristik in der Berechnung wiedergegeben werden kann.

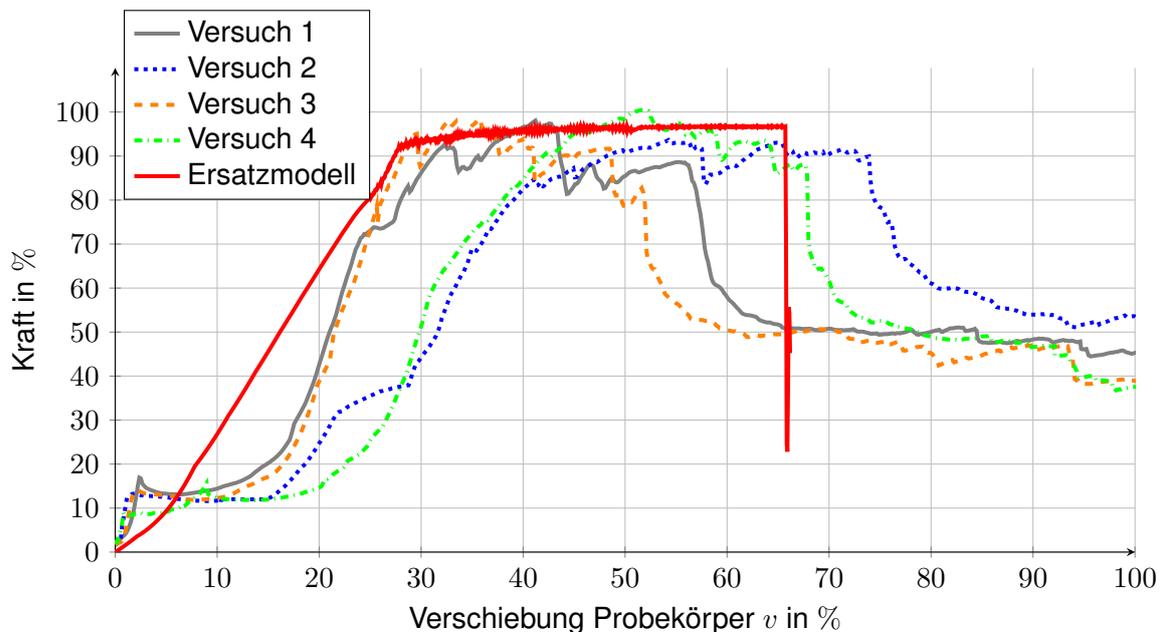


Abb. 7.10.: Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat (90/0/-45/45)_s, Randabstand 14 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung

Neben den quasiisotropen Laminataufbauten wurde auch der Kreuzverbund $(45/-45/45/-45)_s$ mit einem Randabstand von 10 mm getestet, siehe Abbildung 7.11. Die Ergebniskurven sind auf den Maximalwert von dem Scherzugversuch mit dem gleichen Laminataufbau und den ungekürzten Proben skaliert. In diesem Fall kommt es schon vor dem Erreichen der Maximalkraft bei ca. 60% der Kraft zu einem Scherbruch [59]. Mittels des Versagenskriteriums für die Ersatzmodellierung kann auch dieser Fall in dem Berechnungsmodell wiedergegeben werden.

Bedingt durch die größere Anfangssteigung versagt das Balken-Feder-Element bei einer Verschiebung von ca. 22% im Gegensatz zu den Versuchsproben, welche bei ca. 30% versagen.

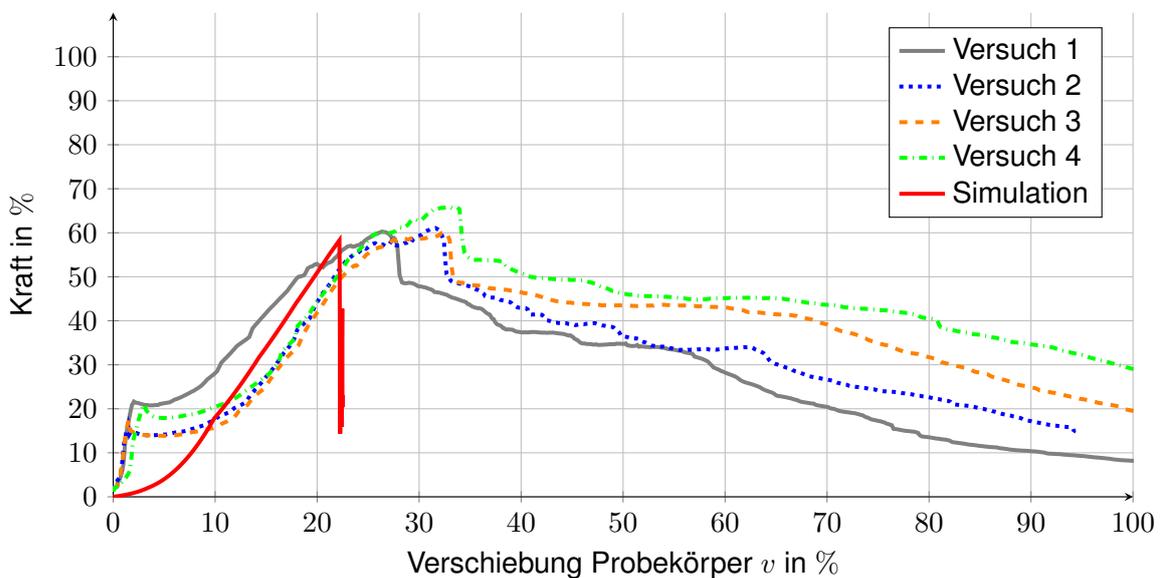


Abb. 7.11.: Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat $(45/-45/45/-45)_s$, Randabstand 10 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung

7.5. Zusammenfassung der Ersatzmodellierung

Mit der erarbeiteten Ersatzmodellierung gelingt es, die Kraft-Verschiebungs-Kurven der Verbindungselemente mittels eines diskreten Balken-Feder-Elementes abzubilden. Als notwendige Parameter müssen dafür die Kraft-Verschiebungs-Kurven als auch die Grenzwerte für die Maximalkraft F_{max} , der maximale vertikale Abstand w_{max} und die Schubfestigkeit \hat{R}_{xy} vorliegen, welche mittels experimenteller Untersuchungen oder einer Detailsimulation generiert werden können.

Die Validierung der Ersatzmodellierung erfolgte mittels der Versuchsdaten der KS2-Versuche. Dabei konnte eine sehr gute Übereinstimmung bei der Abbildung der Kraft-Verschiebungs-Kurve als auch der Maximalkräfte erreicht werden. Als nächster Validie-

zungsschritt sollte ein Bauteilversuch durchgeführt werden, um die Prognosefähigkeit und die Anwendbarkeit im Rahmen einer Bauteilentwicklung zu untersuchen.

8. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Versuchsmethodik für die experimentelle Charakterisierung, eine Detailsimulation und eine Ersatzmodellierung von Fließformschraubverbindungen zwischen CFK und Aluminium erarbeitet. Die Motivation der Arbeit ergibt sich aus der Tatsache, dass es für eine effiziente Bauteilentwicklung notwendig ist, die mechanische Festigkeit unter variierenden Lasteinleitungswinkeln schon vor der Bauteilerprobung zu kennen, um die Struktur des Bauteils mit Hilfe von FEM-Berechnungen auszulegen. Die experimentellen Methoden und insbesondere die Detailsimulation können auch für eine Optimierung der Verbindung hinsichtlich der mechanischen Festigkeit unter Variation von Einflussparametern wie beispielsweise dem Schraubendurchmesser verwendet werden.

In einem ersten Schritt erfolgte die experimentelle Ermittlung der Maximalkräfte unter variierenden Lasteinleitungswinkeln. Zu diesem Zweck wurde das bestehende KS2-Prüfkonzept des LWF der Universität Paderborn so weiterentwickelt, dass eine Prüfung von U-förmigen Aluminiumprobekörpern, welche mit einem CFK Plattenmaterial verschraubt sind, möglich ist. Die Auswertung des mittels Endoskopkameraaufnahmen und Schlifffbildern dokumentierten Schädigungs- und Versagensverhaltens zeigte, dass das Versagen in ein kopfzugdominiertes und scherzugdominiertes Versagensverhalten unterteilt werden kann. Bei dem kopfzugdominierten Versagen wird die Maximalkraft durch ein lokales Biegeversagen im Bereich des Schraubenkopfes bestimmt, welches zu einem Ausknöpfen des Schraubenkopfes nach dem Erreichen der Maximalkraft führt.

Sonderversuche zum Kopfzugversagen haben ergeben, dass bei diesem Lastfall ein sukzessives Versagen infolge der Biegebeanspruchung vorliegt und kein Abscheren der Fasern erfolgt. Dieses Verhalten ist charakteristisch für Lasteinleitungswinkel, welche größer sind als ein vom Laminataufbau abhängiger Grenzwinkel. Für Lasteinleitungswinkel, welche kleiner als der Grenzwinkel sind, wird die Maximalkraft durch das Lochleibungsversagen bestimmt. Dieses führt zu einem lokalen Versagen des CFK im Bereich des Schraubenkopfes, sodass die Kraft nach dem Erreichen des Maximums nahezu konstant bleibt. Das Totalversagen des Probekörpers wird in diesem Fall wieder durch ein Ausknöpfen des Schraubenkopfes durch das Laminat bestimmt. Dieses tritt ein, falls der vertikale Abstand zwischen dem CFK und dem Aluminium eine kritische Distanz erreicht hat.

Für die Kombinationen von einem Schraubendurchmesser von 14,7 mm mit einem 1,2 mm dicken achtschichtigen CFK Laminat konnte bei den geprüften quasiisotropen und

bidirektionalen Laminataufbauten eine nahezu gleiche Maximalkraft unter allen geprüften Lasteinleitungswinkeln festgestellt werden. Dass diese Beobachtung nicht allgemeingültig ist, wurde mittels KS2-Versuchen mit einem 2,1 mm dicken zwölfschichtigen Laminat in Kombination mit einem Schraubenkopfdurchmesser von 11,2 mm nachgewiesen. Bei diesen Versuchen wurde mit zunehmenden Lasteinleitungswinkeln eine deutlich geringere Maximalkraft gemessen.

Als zweiter Schritt erfolgte die Erstellung einer Detailsimulation der KS2-Versuche um für zukünftige Parameterstudien eine numerische Untersuchung der lastwinkelabhängigen Maximalkraft vornehmen zu können. Zu diesem Zweck wurde der explizite FEM-Solver *Virtual Performance Solution 2013* verwendet. Für eine dreidimensionale Beschreibung des Schädigungs- und Versagensverhaltens wurden Volumenelemente eingesetzt. Die dafür notwendigen Funktionalität der bereits in der Software vorhandenen Materialmodelle für FKV ist nicht vorhanden, sodass eine benutzerdefinierte Materialroutine erstellt wurde. Das stellt gleichzeitig den inhaltlichen Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Die erstellte Materialroutine ermöglicht eine Spannungs-, Festigkeits- und Degradationsanalyse für UD-Laminat, wobei eine Betrachtung auf der Schichtebene durchgeführt wird. Für die Festigkeitsbewertung wird eine Differenzierung zwischen F_b und Z_f vorgenommen.

Für die Bewertung hinsichtlich F_b erfolgt ein Vergleich der Spannung in Faserrichtung mit der Festigkeit in Faserrichtung. Für die Zwischenfaserbruchanalyse werden die *Puckschen* Zwischenfaserbruchkriterien angewendet. Der Nachteil dieser Kriterien liegt in dem relativ hohen Berechnungsaufwand infolge der notwendigen Bruchwinkelsuche. Im Rahmen der Erstellung der Materialroutine konnte dieser Nachteil stark vermindert werden, indem das gedämpfte *Newton*-Verfahren in Verbindung mit einem Schwellwert für den Start der Bruchwinkelsuche angewendet wurde.

Für die Degradationsanalyse infolge Z_f wurde die für den ebenen Spannungszustand beschriebene "Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode" auf den räumlichen Spannungszustand erweitert. Dafür wurden die Spannungen in der Wirkebene konstant gehalten, womit es gelang, den Bruchwinkel als eine wichtige physikalische Information der *Puckschen* Kriterien analytisch in der Degradationsanalyse zu berücksichtigen. Auf Basis der Festigkeitskriterien und der Degradationsmodelle wurden Kriterien für die Elementelimination eingeführt. Mittels der Validierung anhand der experimentellen KS2-Versuche konnte die Prognosefähigkeit der Detailsimulation nachgewiesen werden.

Um die experimentell ermittelten Kraft-Verschiebungs-Kurven in der angewandten Simulation auf Bauteil- und Baugruppenebene nutzbar zu machen, wurde eine Ersatzmodellierung, basierend auf einer Modellierung mit Schalenelementen, erarbeitet. Dafür wurde ein Balken-Feder-Element verwendet, welches die Abbildung nichtlinearer Kraft-Verschiebungs-Kurven als auch die Anwendung eines benutzerdefinierten Versagenskriteriums ermöglicht. Das benutzerdefinierte Versagenskriterium wurde so gestaltet, dass

eine Versagensbewertung auf der Grundlage der experimentell ermittelten Versagensformen erfolgt. Demnach basiert die Versagensbewertung für Lasteinleitungswinkel, welche größer als ein Grenzwinkel sind, auf dem Vergleich der aktuellen Kraft mit der Maximalkraft. Für Lasteinleitungswinkel, welche kleiner als der Grenzwinkel sind, wird das Versagen des Balken-Feder-Elementes mittels des vertikalen Abstandes zwischen dem CFK-Laminat und dem Aluminiumkörper bewertet.

In der automobilen Anwendung werden Verbindungselemente oftmals in Flanschbereichen positioniert. Aus diesem Grund wurde zusätzlich ein Versagenskriterium für das Scherbruchversagen implementiert. Mit den entwickelten Versagenskriterien konnten die Maximalkräfte für die jeweiligen Lasteinleitungswinkel und Flanschbreiten in der Ersatzmodellierung abgebildet werden.

Aufgrund der angestrebten Allgemeingültigkeit der Versuchsmethodik und des entwickelten Materialmodells stellt eine Übertragung der beschriebenen experimentellen Methoden und Modellierungsansätze auf andere mechanische Verbindungselemente zwischen FKV und metallischen Werkstoffen den anschließenden Entwicklungsschritt für Folgearbeiten dar. Falls wie beim Clinchen, Nieten oder Hochgeschwindigkeitsfügen eine Vorschädigung des FKV auftritt, muss diese in der Detailsimulation berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Ersatzmodellierung muss überprüft werden, ob die gleichen Festigkeitskriterien anwendbar sind. Neben der Anwendbarkeit auf weitere Verbindungstechniken dienen die erarbeiteten Methoden und Modellierungsansätze auch als Grundlage für Untersuchungen zyklischer Lastfälle oder von Crashbelastungen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass mit der erarbeiteten Methodik eine Charakterisierung von mechanischen Verbindungselementen zwischen FKV und Aluminium hinsichtlich des Kraftübertragungsverhaltens sehr gut möglich ist. Damit gelingt es schon im Vorfeld eines physischen Tests, mittels der Detailsimulation das Verbindungselement zu optimieren und die notwendigen Kennwerte für eine Bauteilberechnung mittels der Ersatzmodellierung zu generieren.

A. Anhang

Tab. A.1.: Verwendete Werkstoffparameter für CFK, AS4-Kohlenstofffaser mit Epoxidharz, entnommen aus [25]

$E_{\parallel} = 126 \text{ GPa}$	$E_{\perp} = 11 \text{ GPa}$	$G_{\parallel\perp} = 6,6 \text{ GPa}$	$G_{\perp\perp} = 3,928 \text{ GPa}$
$\nu_{\parallel\perp} = 0,28$	$\nu_{\perp\perp} = 0,4$	$R_{\parallel}^{(+)} = 1,95 \text{ GPa}$	$R_{\parallel}^{(-)} = 1,48 \text{ GPa}$
$R_{\perp}^{(+)} = 0,048 \text{ GPa}$	$R_{\perp}^{(-)} = 0,2 \text{ GPa}$	$R_{\perp\parallel} = 0,079 \text{ GPa}$	
$p_{\perp\parallel}^{(+)} = 0,30$	$p_{\perp\parallel}^{(-)} = 0,35$	$p_{\perp\perp}^{(+)} = 0,3$	$p_{\perp\perp}^{(-)} = 0,25$
$s = 0,5$	$m = 0,5$		

Tab. A.2.: Verwendete Werkstoffkennwerte für GFK, Silenka E-Glass 1200tex mit MY750/HY917/DY063 Epoxidharz, entnommen aus [25]

$E_{\parallel} = 45,6 \text{ GPa}$	$E_{\perp} = 16,2 \text{ GPa}$	$G_{\parallel\perp} = 5,83 \text{ GPa}$	$G_{\perp\perp} = 5,785 \text{ GPa}$
$\nu_{\parallel\perp} = 0,278$	$\nu_{\perp\perp} = 0,4$	$R_{\parallel}^{(+)} = 1,28 \text{ GPa}$	$R_{\parallel}^{(-)} = 0,8 \text{ GPa}$
$R_{\perp}^{(+)} = 0,04 \text{ GPa}$	$R_{\perp}^{(-)} = 0,145 \text{ GPa}$	$R_{\perp\parallel} = 0,073 \text{ GPa}$	$\epsilon_{elim} = 0,2$
$p_{\perp\parallel}^{(+)} = 0,25$	$p_{\perp\parallel}^{(-)} = 0,3$	$p_{\perp\perp}^{(+)} = 0,13$	$p_{\perp\perp}^{(-)} = 0,13$
$s = 0,5$	$m = 0,5$		

B. Anhang

$$\begin{aligned}
\sigma_n \geq 0 : f'_{E,Zfb} &= \sigma_n \cdot (-H(\theta) - G(\theta)) + 2 \cdot \tau_{nt} \cdot A(\theta) + \\
&\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{R_{\perp\parallel}^2} + 2 \cdot \sigma_n^2 \cdot (H(\theta) + G(\theta)) \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right) \\
&\frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}} \\
&\quad + \frac{4 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_n < 0 : f'_{E,Zfb} &= \sigma_n \cdot L(\theta) + 2 \cdot \tau_{nt} \cdot B(\theta) \\
&2 \cdot \sigma_n^2 \cdot B(\theta) \cdot L(\theta) + \frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{R_{\perp\parallel}^2} + 4 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \cdot B(\theta)^2 \\
&+ \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot B(\theta)^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot B(\theta)^2}} \quad (B.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_n \geq 0 : f''_{E,Zfb} = & \sigma_n \cdot I(\theta) + 4 \cdot \tau_{nt} (-H(\theta) - G(\theta)) + 2 \cdot A(\theta) \cdot C(\theta) - \\
 & \left(2 \cdot \sigma_n^2 \cdot (H(\theta) + G(\theta)) \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right) + 4 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2 \right)^2 \\
 & \frac{4 \cdot \left(\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2 \right)^{1,5}}{+ \frac{\left(\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{R_{\perp\parallel}^2} \right)^2}{4 \cdot \left(\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2 \right)^{1,5}}} \\
 & - 2 \cdot \sigma_n^2 \cdot I(\theta) \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right) + \frac{2 \cdot C(\theta)^2}{R_{\perp\perp}^A} - \frac{8 \cdot \tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot D(\theta)^2}{R_{\perp\parallel}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} \\
 & + \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}}{16 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \cdot (H(\theta) + G(\theta)) \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right) + 2 \cdot \sigma_n^2 \cdot (H(\theta) + G(\theta))^2} \\
 & + \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}}{4 \cdot \sigma_n \cdot C(\theta) \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2 + 8 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2} \\
 & + \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot \left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - A(\theta) \right)^2}} \quad (B.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_n < 0 : f''_{E,Zfb} = & 4 \cdot \tau_{nt} \cdot L(\theta) + \sigma_n \cdot K(\theta) + 2 \cdot B(\theta) \cdot C(\theta) \\
 & - \frac{\left(2 \cdot \sigma_n^2 \cdot B(\theta) \cdot L(\theta) + \frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{R_{\perp\parallel}^2} + 4 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \cdot B(\theta)^2 \right)^2}{4 \cdot \left(\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot B(\theta)^2 \right)^{1,5}} \\
 & + \frac{2 \cdot \sigma_n^2 \cdot L(\theta)^2 + 16 \cdot \sigma_n \cdot \tau_{nt} \cdot B(\theta) \cdot L(\theta) + 2 \cdot \sigma_n^2 \cdot K(\theta) \cdot L(\theta) + \frac{2 \cdot C(\theta)^2}{R_{\perp\perp}^A}}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot B(\theta)^2}} \\
 & + \frac{-\frac{8 \cdot \tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot D(\theta)^2}{R_{\perp\parallel}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + 4 \cdot \sigma_n \cdot B(\theta)^2 \cdot C(\theta) + 8 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot B(\theta)^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{\tau_{nt}^2}{R_{\perp\perp}^A} + \frac{\tau_{n1}^2}{R_{\perp\parallel}^2} + \sigma_n^2 \cdot B(\theta)^2}} \quad (B.4)
 \end{aligned}$$

$$A(\theta) = \frac{p_{\perp\perp}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2} + 1\right) \cdot R_{\perp\perp}^A} + \frac{p_{\perp\parallel}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right) \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.5})$$

$$B(\theta) = \frac{p_{\perp\perp}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2} + 1\right) \cdot R_{\perp\perp}^A} + \frac{p_{\perp\parallel}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right) \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.6})$$

$$C(\theta) = -\sigma_3 \cdot \sin^2(\theta) + \sigma_2 \cdot \sin^2(\theta) - 4 \cdot \tau_{23} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) + \sigma_3 \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_2 \cdot \cos^2(\theta) \quad (\text{B.7})$$

$$D(\theta) = \tau_{31} \cdot \cos(\theta) - \tau_{12} \cdot \sin(\theta) \quad (\text{B.8})$$

$$E(\theta) = \frac{6 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot D(\theta)^2}{\tau_{n1}^4} - \frac{8 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta) \cdot D(\theta)}{\tau_{n1}^3} + \frac{2 \cdot C(\theta)^2}{\tau_{n1}^2} - \frac{6 \cdot \tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} \quad (\text{B.9})$$

$$F(\theta) = \frac{2 \cdot D(\theta)^2}{\tau_{nt}^2} - \frac{8 \cdot \tau_{n1} \cdot C(\theta) \cdot D(\theta)}{\tau_{nt}^3} + \frac{6 \cdot \tau_{n1}^2 \cdot C(\theta)^2}{\tau_{nt}^4} + \frac{6 \cdot \tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2} \quad (\text{B.10})$$

$$G(\theta) = \frac{\left(\frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{\tau_{nt}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2 \cdot C(\theta)}{\tau_{nt}^3}\right) \cdot p_{\perp\perp}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\perp}^A} \quad (\text{B.11})$$

$$H(\theta) = \frac{\left(\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{\tau_{n1}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot D(\theta)}{\tau_{n1}^3}\right) \cdot p_{\perp\parallel}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned}
I(\theta) = & -\frac{F(\theta) \cdot p_{\perp\perp}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{\tau_{nt}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2 \cdot C(\theta)}{\tau_{nt}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\perp}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^3 \cdot R_{\perp\perp}^A} \\
& - \frac{E(\theta) \cdot p_{\perp\parallel}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\parallel}} + \frac{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{\tau_{n1}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot D(\theta)}{\tau_{n1}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\parallel}^{(+)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^3 \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.13})
\end{aligned}$$

$$J(\theta) = \frac{\left(\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{\tau_{n1}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot D(\theta)}{\tau_{n1}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\parallel}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned}
K(\theta) = & -\frac{F(\theta) \cdot p_{\perp\perp}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\perp}^A} + \frac{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{\tau_{nt}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2 \cdot C(\theta)}{\tau_{nt}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\perp}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^3 \cdot R_{\perp\perp}^A} \\
& - \frac{E(\theta) \cdot p_{\perp\parallel}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\parallel}} + \frac{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_{nt} \cdot C(\theta)}{\tau_{n1}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{nt}^2 \cdot D(\theta)}{\tau_{n1}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\parallel}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^3 \cdot R_{\perp\parallel}} \quad (\text{B.15})
\end{aligned}$$

$$L(\theta) = -J(\theta) - \frac{\left(\frac{2 \cdot \tau_{n1} \cdot D(\theta)}{\tau_{nt}^2} - \frac{2 \cdot \tau_{n1}^2 \cdot C(\theta)}{\tau_{nt}^3}\right)^2 \cdot p_{\perp\perp}^{(-)}}{\left(\frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{n1}^2} + 1\right)^2 \cdot R_{\perp\perp}^A} \quad (\text{B.16})$$

Rechtliche Hinweise

Virtual Performace Solution ist ein eingetragenes Warenzeichen der *ESI Group* (www.esi-group.com).

Literaturverzeichnis

- [1] SCHÜRMAN, H.: *Konstruieren Mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Springer London, Limited, 2007 (VDI-Buch)
- [2] WÖRNDLE, R.: *Vorlesungsskriptum Verbundwerkstoffe*. Montanuniversität Leoben, Institut für Konstruieren in Kunst- und Verbundwerkstoffen, 2010
- [3] BÄR, C.: Hybrides Fügen von Multimaterialsystemen im Automobilbau. In: *1. VDI-Konferenz Fügetechnik im Fahrzeugbau*, 2011
- [4] BYE, C.: *Erweiterung des Einsatzfeldes von loch- und gewindeformenden Dünnblechschauben zum Verbinden von Aluminiumhalbzeugen*, Universität Paderborn, Diss., 2006
- [5] SOMASUNDARAM, S.: *Experimentelle und numerische Untersuchungen des Tragverhaltens von Fließformschraubverbindungen für crashbelastete Fahrzeugstrukturen*, Universität Paderborn, Diss., 2009
- [6] BREDE, M.: Methodenentwicklung zur Berechnung von höherfesten Stahlklebeverbindungen des Fahrzeugbaus unter Crashbelastung / Forschungsvereinigung Stahlanwendung e. V. 2007. – Forschungsbericht
- [7] MCCARTHY, M. A. ; MCCARTHY, C. T. ; LAWLOR, V. P. ; STANLEY, W. F.: Three-dimensional finite element analysis of single-bolt, single-lap composite bolted joints: part I-model development and validation. In: *Composite Structures* 71 (2005), S. 140 – 158
- [8] MCCARTHY, C. T. ; MCCARTHY, M. A. ; LAWLOR, V.P.: Progressive damage analysis of multi-bolt composite joints with variable bolt-hole clearance. In: *Composites: Part B* 36 (2005), S. 290–305
- [9] HASHIN, Z.: Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. In: *Journal of applied Mechanics* 47 (1980), S. 329–334
- [10] SEEGER, F. ; FEUCHT, M. ; FRANK, Th. ; KEDING, B. ; HAUFE, A.: An investigation on Spot Weld Modelling for Crash Simulation with LS-DYNA. In: *LS-DYNA Anwenderforum, Bamberg*, 2005
- [11] KNAUST, U.: *Zur Analyse und Optimierung von Faserverbund-Leichtbauteilen*, Universität Kassel, Diss., 1988

- [12] KARALL, T.: *Zur rechnerischen Ermittlung der Schubspannungsverteilung infolge Querkraft und Torsion von homogenen oder inhomogenen, isotropen oder anisotropen dünnwandigen Balken beliebiger Querschnittsform*, Montanuniversität Leoben, Diss., 2005
- [13] EHRENSTEIN, G. W.: *Faserverbund-Kunststoffe: Werkstoffe, Verarbeitung, Eigenschaften*. Hanser, 2006
- [14] SCHÜRSMANN, H.: *Zur Erhöhung der Belastbarkeit von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden durch gezielt eingebrachte Eigenspannungen*, Universität Kassel, Diss., 1986
- [15] MANNIGEL, M.: *Einfluss von Schubspannungen auf das Faserbruchgeschehen in kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffen (CFK)*, RWTH Aachen, Diss., 2007
- [16] PUCK, A. ; DEUSCHLE, M. H.: *Progress in the Failure theory for Fibre Reinforced Composites: Analytical solutions for 3D-stress*. www.alfredpuck.de. Version: Februar 2015
- [17] KOPP, J. W.: *Zur Spannungs- und Festigkeitsanalyse von unidirektionalen Faserverbundkunststoffen*, RWTH Aachen, Diss., 2000
- [18] TSAI, S. W. ; WU, E. M.: A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. In: *Journal of Composite Materials* 5 (1971), Nr. 1, S. 58–80
- [19] KUNSTSTOFFTECHNIK, VDI-Gesellschaft: *Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund Berechnungen*, VDI 2014 / Verein Deutscher Ingenieure. 2006. – Forschungsbericht
- [20] PUCK, A.: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten*. Hanser, 1996
- [21] PUCK, A.: Festigkeitsberechnung an Glasfaser/Kunststoff-Laminaten bei zusammengesetzter Beanspruchung - Bruchhypothesen und schichtenweise Bruchanalyse. In: *Kunststoffe* 59 11 (1969), S. 780 ff.
- [22] PUCK, A. ; SCHNEIDER, W.: On the failure mechanisms and failure criteria of filament-wound glass-fibre. In: *Plastics & Polymers* (1969), S. 33 ff.
- [23] HASHIN, Z. ; ROTEM, A.: A fatigue failure criterion for fibre reinforced materials. In: *Journal of Composite Materials* 7 (1973), S. 448 ff.
- [24] PUCK, A.: Ein Bruchkriterium gibt die Richtung an. In: *Kunststoffe* 82 (1992), Nr. 7, S. 607–610
- [25] HINTON, M. J. ; KADDOUR, A. S. ; SODEN, P. D.: *The world-wide failure exercise: Its origin, concept and content*. Elsevier, 2004

- [26] PUCK, A. ; SCHÜRMAN, H.: Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing Science and Technology* 62 (2002), S. 1633 – 1662
- [27] KNOPS, M.: *Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates - The Theory of Alfred Puck*. Springer, 2008
- [28] CHATIRI, M. ; MATZENMILLER, A.: A Damage-Mode Based Three Dimensional Constitutive Model for Fibre-Reinforced Composites. In: *CMC: Computers, Materials & Continua* 35 (2013), S. 255–283
- [29] SODEN, P.D ; KADDOUR, A.S ; HINTON, M.J: Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise. In: *Composites Science and Technology* 64 (2004), Nr. 3-4, S. 589 – 604
- [30] COULOMB, C. A.: *Essai sur une application des regles de maximis & minimis a quelques problemes de statique: relatifs a l'architecture*. 1773
- [31] MOHR, O.: *Technische Mechanik*. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1928
- [32] NADAI, A.: *Theory of flow and fracture of solids*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1950
- [33] PAUL, B.: A modification of the Coulomb-Mohr theory of fracture. In: *Journal of Applied Mechanics* June (1961), S. 259 ff.
- [34] PUCK, A. ; KOPP, J. ; KNOPS, M.: Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion. In: *Composites Science and Technology* 61 (2002), S. 371–378
- [35] WIEGAND, J. ; PETRINIC, N. ; ELLIOTT, B.: An algorithm for determination of the fracture angle for the three-dimensional Puck matrix failure criterion for UD composites. In: *Composites Science and Technology* 68 (2008), S. 2511–2517
- [36] SCHIRMAIER, F. J. ; WEILAND, J. ; KÄRGER, L. ; HENNING, F.: A new efficient and reliable algorithm to determine the fracture angle for Puck's 3D matrix failure criterion for UD composites. In: *Composites Science and Technology* 100 (2014), S. 19 – 25
- [37] MATZENMILLER, A. ; LUBLINER, J. ; TAYLOR, R. L.: A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. In: *Mechanics of Materials* 20 (1995), Nr. 2, S. 125 – 152
- [38] WIEGAND, J.: *Constitutive modelling of composite materials under impact loading*, University of Oxford, Diss., 2008
- [39] PINHO, S. T.: *Modelling failure of laminated composites using physically-based failure models*, Imperial College London, Diss., 2005

- [40] KNOPS, M.: *Sukzessives Bruchgeschehen in Faserverbundlaminate: Gradual failure process in fibre-polymer laminates*, RWTH Aachen, Diss., 2003
- [41] PUCK, A. ; SCHÜRMAN, H.: Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. In: *Composites Science and Technology* 58 (1998), Nr. 7, S. 1045 – 1067
- [42] WEBER, T.: *Nichtlineare Analyse von Faser-Kunststoff-Verbunden*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2008
- [43] DEUSCHLE, H. M.: *3D Failure analysis of UD Fibre Reinforced Composites: Puck's theory within FEA*, Universität Stuttgart, Diss., 2010
- [44] HINTON, M. J. ; KADDOUR, A. S.: The background to the Second World-Wide Failure Exercise. In: *Journal of Composite Materials* 46 (2012), Nr. 19-20, S. 2283–2294
- [45] JOHNSON, A. F. ; PICKETT, A. K. ; ROZYCKI, P.: Computational methods for predicting impact damage in composite structures. In: *Composites Science and Technology* 61 (2001), Nr. 15, S. 2183 – 2192
- [46] GROSS, D. ; SEELIG, T.: *Bruchmechanik*. Springer London, Limited, 2007
- [47] SZLOSAREK, R. ; KARALL, T. ; N.ENZINGER ; HAHNE, C. ; MEYER, N.: Mechanical Testing of Flow Drill Screw Joints Between Fibre-Reinforced Plastics and Metals. In: *Materials Testing* 55 (2013), S. 737–742
- [48] AKTAS, A. ; DIRIKOLU, M. H.: The effect of stacking sequence of carbon epoxy composite laminates on pinned-joint strength. In: *Composite Structures* 62 (2003), S. 107–111
- [49] CREWS, J. H.: Bolt-bearing fatigue of a graphite/epoxy laminate. In: *Joining of composite materials*, 1981
- [50] KELLY, G. ; HALLSTRÖM, S.: Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. In: *Composites Part B: engineering* 35 (2004), S. 331–343
- [51] PATTERSON, E. ; BACKMAN, D. ; CLOUD, G.: *Composite Materials and Joining Technologies for Composites*. Springer, 2013
- [52] ESI GROUP (Hrsg.): *Virtual Performance Solution 2013 Solver Documentation*. ESI Group, 2013
- [53] PUCK, A. ; MANNIGEL, M.: Physically based non-linear-strain relations for the inter-fibre fracture analysis of FRP laminates. In: *Composites Science and Technology* 67 (2006), S. 1955 – 1964

- [54] MAY, M. ; NOSSEK, M. ; PETRINIC, N. ; HIERMAIER, S. ; THOMA, K.: Adaptive multi-scale modeling of high velocity impact on composite panels. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 58 (2014), S. 56 – 64
- [55] FEINDLER, N.: *Charakterisierungs- und Simulationsmethodik zum Versagensverhalten energieabsorbierender Faserverbundstrukturen*, Technische Universität München, Diss., 2012
- [56] KYRIAKIDES, S. ; ARSECULERATNE, R. ; PERRY, E.J. ; LIECHTI, K.M.: On the compressive failure of fiber reinforced composites. In: *International Journal of Solids and Structures* 32 (1995), Nr. 6/7, S. 689 – 738
- [57] CZICHOS, H.: *Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer, 1991
- [58] GRADWOHL, C.: *Experimentelle Charakterisierung und Finite Elemente Simulation des Delaminiervorgangs von Faserverbundkunststoffen*, Technische Universität Graz, Diplomarbeit, 2013
- [59] MINARIČ, M.: *Investigation of flange bolt joint between carbon-fiber reinforced plastic and Aluminium*, TU Graz, Diplomarbeit, 2015
- [60] BOMBIS, F.: *Entwicklung von Absorbern aus kohlenstofffaserverstärktem Kunststoff mit stabilen Crashverhalten unter Berücksichtigung der Anbindung an Längs- und Querträger*, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Diplomarbeit, 2014

Abbildungsverzeichnis

1.1. Vorgehensweise für die Auslegung von Verbindungselementen und die Anwendung bei der Bauteilentwicklung	17
2.1. Einschraubprozess einer Fließformschraube beim Fügen von CFK und Aluminium nach [5]	20
2.2. Probekörper der LWF KS2-Probe	21
2.3. Ersatzmodellierung für Schweißpunkte nach [10], a) Modellierung mittels eines Linkelementes, b) Modellierung mittels eines Hexaederelementes, c) Modellierung mittels vier Hexaederelementen	23
3.1. Spannungswürfel einer UD-Schicht	26
3.2. Versagensmechanismen von FKV, ① Fb, ② Zfb, ③ Delamination	28
3.3. Transformation der Spannungen um den Winkel θ in die Wirkebene nach [27]	32
3.4. Masterbruchkörper der Puckschen Zwischenfaserbruchkriterien	33
3.5. Neigungsparameter, a) Schnittebene durch den Bruchkörper bei $\tau_{n1} = 0$, b) Schnittebene durch den Bruchkörper bei $\tau_{nt} = 0$	34
3.6. Längs- und Querschnitt durch den Masterbruchkörper, a) Querschnitt durch den Masterbruchkörper bei $\sigma_n = 0$, b) Querschnitt durch den Masterbruchkörper bei $\psi = konst.$	34
3.7. Einfluss der faserparallelen Spannungen bei einer reinen σ_1, σ_n -Belastung nach [19]	37
3.8. Prinzipskizzen der Zwischenfaserbruchmoden nach [20]	38
3.9. Schliffbild eines Zfb vom Bruchmodus C mit Delamination	39
3.10. Verschmierte Betrachtungsweise der Mikrorisse	41
3.11. Degradation für die Bruchmoden A und B nach der „Spannungs-Verzerrungs-Fortschreibungsmethode“ nach [42]	42
3.12. Unterteilung der Bruchmoden nach bruchmechanischen Ansätzen, a) Bruchmodus I, b) Bruchmodus II	44
3.13. Spannungs-Separations-Beziehungen nach [45], a) Spannungs-Separations-Beziehung für Bruchmodus I, b) Spannungs-Separations-Beziehung für Bruchmodus II	45
3.14. Interaktion bei einer kombinierten Mode I- und Mode II-Belastung nach [45]	46
4.1. Modifizierter KS2-Probekörper	48

4.2. Schlibfbild des Probekörpers im Bereich der Verschraubung, ① Schnitt- punkt der Kraftflusslinien aller Lasteinleitungswinkel	48
4.3. Prinzipskizze der Versuchseinrichtung	49
4.4. Einbau des Probekörpers in die Versuchseinrichtung, ① untere Halteplat- te, ② Aluminiumleiste, ③ obere Halteplatte, ④ Probekörper	50
4.5. Optische Bildkorrelation zur lokalen Wegmessung, a) Messpunkte zur lo- kalen Verschiebungsmessung, ① Stäbchen zur Verlängerung des Schrau- benschaftes, ② Haltebolzen, b) Versuchsprobe mit ① Keramikstäbchen	51
4.6. Unterschiede der Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates (0/90/45/-45) _s im Kopfbzugversuch	52
4.7. Schädigungs- und Versagensverhalten im Kopfbzugversuch, ① elastische Verformung, ② Schädigung infolge Fb und Zfb, ③ Maximalkraft, ④ Aus- knöpfen des Schraubenkopfes	53
4.8. Mikroschliffbild unter Kopfbzugbelastung bei Maximalkraft, ① Zfb im Bruch- modus C, ② Fb, ③ Delamination, ④ Zfb im Bruchmodus A	55
4.9. Analyse des Schädigungs- und Versagensverhaltens unter reiner Scher- zugbelastung, ① Überwindung der Haftreibungskraft, ② Beginn der loka- len Schädigung, ③ Erreichen der Maximalkraft, ④ und ⑤ konstante Kraft infolge lokaler Schädigung	56
4.10. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven des Laminates (0/90/45/-45) _s	57
4.11. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven des Laminates (0/90/0/90) _s	58
4.12. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven des Laminates (90/0/90/0) _s	59
4.13. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven verschiedener Lamine im Kopfbzug	60
4.14. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven verschiedener Lamine unter dem Lasteinleitungswinkel 45°	60
4.15. Mittelwerte der Kraft-Verschiebung-Kurven verschiedener Lamine im Scherzugversuch	61
4.16. Maximalkräfte in Abhängigkeit des Lasteinleitungswinkels bei zwölf Lami- natschichten, einer Dicke von 2,1 mm und einem Schraubenkopfdurchmes- ser von 11,2 mm	62
4.17. Abhängigkeit der Maximalkraft vom Lasteinleitungswinkel bei den geprüf- ten achtschichtigen Laminaten mit einer Dicke von 1,2 mm und einem Schraubenkopfdurchmesser von 14,7 mm	63
5.1. Schnittansicht und Bauteile der Versuchseinrichtung, ① Matrize, ② Füh- rung, ③ Deckel, ④ Stempel, ⑤ CFK-Laminat	66
5.2. Versuchsaufbau des Sonderversuches zum Kopfbzugversagen, ① Wegauf- nehmer, ② Stempel, ③ Versuchseinrichtung	66
5.3. Kraft-Verschiebung-Kurven, Sonderversuch Kopfbzugversagen, 8 Schich- ten, Laminat (0/90/45/-45) _s , Dicke 1,2 mm	67

5.4. Kraft-Verschiebungs-Kurve mit Kennzeichnung der Schliffbilder, Sonder- versuch Kopzugversagen, Laminat (0/90/45/-45) _s , 8 Schichten, Dicke 1,2 mm	68
5.5. Schliffbilder parallel und senkrecht zu der äußeren Faserschicht bei unter- schiedlichen Belastungszuständen	69
6.1. Geometriemodell der Versuchseinrichtung für die Detailsimulation	72
6.2. FE-Modell der Versuchseinrichtung, a) Lagerungsbedingungen, b) elasti- sche modellierte Bauteile, c) starr modellierte Bauteile	73
6.3. Nichtlineare Kontaktformulierung nach [52]	73
6.4. Einbindung der benutzerdefinierten Materialroutine in die Software <i>Virtual Performance Solution 2013</i>	75
6.5. Spannungs-Dehnungs-Kurve einer UD-Schicht des verwendeten FKV bei einachsiger Zugbelastung in Faserrichtung	77
6.6. Beispiel für den Verlauf der Zwischenfaserbruchanstrengung $f_{E,Zfb}$ über dem Wirkebenenwinkel θ	79
6.7. Anwendung der inversen Parabelfunktion	81
6.8. Ablauf der Bruchwinkelsuche mittels des gedämpften <i>Newton</i> -Verfahrens	83
6.9. Vergleich der a) Zwischenfaserbruchanstrengung $f_{E,Zfb}$ und b) des Bruch- winkels θ_{br} bei unterschiedlichen Abbruchgrenzen $\Delta\theta$	85
6.10. Vergleich der a) Anzahl der Iterationen und b) der Berechnungszeit bei unterschiedlichen Abbruchgrenzen $\Delta\theta$	86
6.11. Vergleich der Berechnungszeit anhand eines 3-Punkt Biegeversuches, a) 3-Punkt Biegeversuch als Vergleichsmodell, b) Vergleich der relativen Be- rechnungszeiten	88
6.12. Verlauf der Koeffizienten bei einer Degradation infolge eines Fb aufgrund einer Zugbelastung	90
6.13. Degradationsverhalten bei einem Fb aufgrund einer Druckbelastung, a) Spannungs-Dehnungs-Kurve, b) Verlauf des Koeffizienten η_{E1}	93
6.14. Beispiel der Degradation bei einem einachsigen Zugversuch in 3-Richtung, a) Verlauf der Spannungen, b) Verlauf der Ingenieurskonstanten	97
6.15. Degradation bei einem komplexen Spannungszustand, a) Verlauf der Spannungen, b) Verlauf der Ingenieurskonstanten	98
6.16. Modifikation der Elastizitätsmoduli beim Wechsel Zug-/Druckbelastung	100
6.17. Modifikation bei einem Wechsel einer Zug- bzw. Druckbeanspruchung in Faserrichtung, a) Modifikation von E_1 , b) Verlauf der Spannung σ_1 und der Dehnung ϵ_1	101
6.18. Prinzipielles Ablaufschema der Materialroutine	104
6.19. Laminataufbau und Abmaße der Zugprobe	105
6.20. Vergleich zwischen Berechnung und Versuch bei einer einachsigen Zugbe- lastung eines Kreuzverbundes (0/90) _s aus GFK	106
6.21. Spannung σ_3 nach dem Aufbringen der Vorspannung	107

6.22. Applikation von DMS an verschiedenen Positionen des Versuchsaufbaus, a) DMS Halterung, b) DMS Leiste, c) DMS auf Probekörper	108
6.23. Vergleich der Dehnungen der Halterung und der Leiste	109
6.24. Vergleich der DMS-Messung auf dem Laminat	110
6.25. Vergleich der Berechnung mit und ohne Delaminationsmodell mit den Ver- suchen, Lasteinleitungswinkel 90° , Laminat $(0/90/45/-45)_s$	111
6.26. Vergleich Berechnung und Versuch, Lasteinleitungswinkel 45° , Laminat $(0/90/45/-45)_s$	113
6.27. Vergleich Berechnung und Versuch, Lasteinleitungswinkel 0° , Laminat $(0/90/45/-45)_s$	114
6.28. Vergleich der Maximalkräfte zwischen Versuch und Detailsimulation unter variierenden Lasteinleitungswinkeln im KS2-Versuch, a) Laminat $(0/90/45/-45)_s$, b) Laminat $(0/90/0/90)_s$, c) Laminat $(90/0/90/0)_s$	116
6.29. Vergleich der Maximalkräfte für ein zwölf-schichtiges Laminat, Dicke 2,1 mm, Schraubenkopfdurchmesser 11,2 mm, a) Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(90/0/90/0/90/0)_s$, b) Vergleich der Maximalkräfte für den Laminataufbau $(45/-45/45/-45/45/-45)_s$	117
6.30. Vergleich zwischen Berechnung und Versuch, Sonderversuch Kopzugver- sagen, Matrizendurchmesser $\varnothing 16$ mm, Laminat $(0/90/45/-45)_s$	118
6.31. Vergleich zwischen Berechnung und Versuch, Sonderversuch Kopzugver- sagen, Matrizendurchmesser $\varnothing 17$ mm, Laminat $(0/90/45/-45)_s$	119
6.32. Vergleich unterschiedlicher Schraubenkopfdurchmesser für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$ im Kopzugversuch	120
6.33. Kopzugversuch mit einem Schraubenkopfdurchmesser von 18 mm, Versa- gen außerhalb des Schraubenkopfbereiches	121
6.34. Vergleich unterschiedlicher Positionierungen der Fließformschraube für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$ im Kopzugversuch	123
6.35. Vergleich von Berechnungen mit und ohne Vorspannung im Kopf- und Scherzugversuch für das Laminat $(0/90/45/-45)_s$	124
7.1. Schalenmodell des KS2-Versuchs für die Ersatzmodellierung, ① Verbin- dungselement, ② Aluminium, ③ CFK Laminat, a) Schalenmodell mit ei- ner Elementkantenlänge von ca. 5 mm, b) Positionierung des Balken-Feder- Elementes in der Mitte des Probekörpers	128
7.2. Projektionsalgorithmus in <i>Virtual Performance Solution 2013</i>	129
7.3. Lokales Koordinatensystem des Balken-Feder-Elementes, a) initialer Zu- stand des lokalen Koordinatensystems, b) Rotation des lokalen Koordina- tensystems	129
7.4. Zusammenhang zwischen den kinematischen Größen im globalen und lo- kalen Koordinatensystem	131

7.5. Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates (0/90/45/-45) _s , Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung	133
7.6. Kraft-Verschiebungs-Kurven des Laminates (0/90/0/90) _s , Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung im KS2-Versuch	134
7.7. Vergleich der Maximalkräfte im Versuch und der Ersatzmodellierung im KS2-Versuch, a) Laminat (0/90/45/-45) _s , b) Laminat (0/90/0/90) _s , c) Laminat (90/0/90/0) _s	135
7.8. Modifikation der Probekörper für die Flanschversuche, a) Modifikation der Probekörper mit $e = 10$ mm und $e = 14$ mm, b) Modifizierter Probekörper mit $e = 10$ mm	136
7.9. Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat (90/0/-45/45) _s , Randabstand 10 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung	138
7.10. Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat (90/0/-45/45) _s , Randabstand 14 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung	138
7.11. Kraft-Verschiebungs-Kurven Laminat (45/-45/45/-45) _s , Randabstand 10 mm, Vergleich zwischen Versuch und Ersatzmodellierung	139

Tabellenverzeichnis

3.1. Werte für den Winkel θ_{md} zur Berechnung des Gewichtungsfaktors n nach (3.35), entnommen aus [43]	43
6.1. Überprüfung der Bruchwinkelsuche anhand einzelner Spannungszustände	85
6.2. Beschreibung und relative Berechnungszeiten der unterschiedlichen Modellvarianten im 3-Punkt Biegeversuch	88
6.3. Unterscheidung der konstant gehaltenen Spannungen unter positiver und negativer Normalspannung	96
6.4. Kriterien für die Elementelimination	102
A.1. Verwendete Werkstoffparameter für CFK, AS4-Kohlenstofffaser mit Epoxidharz, entnommen aus [25]	144
A.2. Verwendete Werkstoffkennwerte für GFK, Silenka E-Glass 1200tex mit MY750/HY917/DY063 Epoxidharz, entnommen aus [25]	144