



Dipl.-Ing. Joachim Weißbacher

Automatische Reglerparametrierung von Servoantriebsachsen

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der technischen Wissenschaften

eingereicht an der

Technischen Universität Graz

Betreuer: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Institutsvorstand: Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn

Begutachter: Prof. Ing. Mikuláš Huba, PhD.

Graz, Februar 2016

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRA-Zonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Dissertation identisch.

Datum

Unterschrift

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird ein Konzept zur *Automatisierten Inbetriebnahme von Servoantriebsachsen* entwickelt. Der Fokus liegt dabei auf der Ermittlung einer brauchbaren Reglerparametrierung für ein breites Spektrum an mechanischen Konfigurationen. Eine wichtige Grundvoraussetzung für diese Arbeit ist die ausschließliche Verwendung der bestehenden Reglerstruktur. Dabei wird in Kauf genommen, dass die gefundene Einstellung eher auf der konservativen Seite liegt. Die Parametrierung für die jeweilige mechanische Konfiguration wird nach einer Systemidentifikation abhängig von der Lage der dominanten Eigenfrequenzen vorgenommen. Wesentlich für diese Arbeit ist, dass auch typische Ausprägungen im industriellen Umfeld, wie hängende Achsen und geberlose betriebene Achsen, abgedeckt werden. Generell wird besonderer Wert auf die Einfachheit der Bedienung gelegt, was sich durch wenige Eingabeparameter für den Anwender ausdrückt.

Abstract

In this thesis a concept for automated commissioning of servo drive axes is discussed. The focus is on developing a method of controller parameterization that can be applied to a broad spectrum of mechanical configurations. A key constraint for this paper is that exclusively the existing control structure must be used. It is accepted as a given that the identified settings will be rather conservative. Following system identification, each respective mechanical configuration is parameterized based on the locations of its dominant eigenfrequencies. It is important that the concept is suitable for typical cases in industrial applications, such as hanging axes and axes controlled without an encoder. In general, particular emphasis is placed on ease of use, which in practice means limiting the number of parameters to be entered by the user.

Danksagung

Ich möchte mich bei meinem Betreuer Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Martin Horn für die Möglichkeit bedanken, die Dissertation berufsbegleitend erarbeiten zu können. Nur durch seine unkomplizierte Art war es möglich, Familie, Arbeit und Dissertation zu vereinen.

Weiters darf ich mich bei meinem Zweitgutachter Prof. Mikuláš Huba PhD für das unbürokratische Entgegenkommen bedanken.

Ein besonderer Dank gilt auch meiner Firma Bernecker + Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H.: Zum einen für die Möglichkeit, die Arbeit berufsbegleitend anzufertigen und zum anderen für die Bereitstellung der Hardware, ohne die diese Arbeit nie hätte gelingen können.

Danke sagen möchte ich auch meinem Papa Joch Weißbacher, der die Mühe als Nichttechniker auf sich genommen hat, diese Arbeit im Hinblick auf Rechtschreibung und Grammatik zu korrigieren. Danke!

Und zum Schluß möchte ich noch meiner Frau Ingeborg für das Verständnis danken. Sie hat sich in meiner Abwesenheit immer wunderbar um unsere Kinder Anna und Lisa gekümmert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
1.1	Ausgangssituation	2
1.2	Ziel der vorliegenden Arbeit	3
1.3	Aufbau der Arbeit	4
2	Modellbildung	7
2.1	Antriebsmaschine	7
2.1.1	Raumzeigerdarstellung	7
2.1.2	Spannungsgleichung in Raumzeigerdarstellung	8
2.1.3	Rotierendes Koordinatensystem	9
2.1.4	Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem	10
2.1.5	Synchronmaschine im statorfesten Koordinatensystem	11
2.1.6	Momentgleichung für die Synchronmaschine	12
2.1.7	Modell der Synchronmaschine	14
2.2	Servoverstärker	15
2.2.1	Stromregelkreis	17
2.2.2	Drehzahlregelkreis	17
2.2.3	Lageregelkreis	18
2.2.4	Vorsteuerungen	18
2.2.4.1	Drehzahlvorsteuerung	19
2.2.4.2	Moment- oder Stromvorsteuerung	19
2.2.5	Abtastzeiten	20
2.2.6	Gebereinheit	20
2.2.6.1	Drehgeber	20
2.2.6.2	Virtueller Geber	20
2.3	Mechanik	23
2.3.1	Reibung	23
2.3.2	Haltebremse	23
2.3.3	Hängende Achse	23
2.3.4	2-Massen-System	24
2.3.4.1	Darstellung im Zeitbereich	24
2.3.4.2	Darstellung im Frequenzbereich	24
2.3.5	2-Massen-System mit Getriebe	26
2.3.5.1	Darstellung im Zeitbereich	26
2.3.5.2	Darstellung im Frequenzbereich	26
2.3.5.3	Schlussfolgerungen bei Verwendung eines Getriebes	27
2.3.6	Mehrmassenschwinger	28
2.3.6.1	Darstellung im Zeitbereich	28
2.3.6.2	Darstellung im Frequenzbereich	28
2.4	Diskussion	28

3	Systemidentifikation	29
3.1	Anregungssignal	29
3.1.1	Allgemeines	29
3.1.2	Erzeugung	29
3.1.3	Eigenschaften	30
3.1.4	Fourier-Analyse	30
3.1.5	Diskussion	33
3.2	Ermittlung des Frequenzgangs	33
3.2.1	Idee	33
3.2.2	Umsetzung	34
3.2.3	Beispiel	34
3.2.4	Diskussion	35
3.3	Frequenzgangsmessung bei Achsen ohne Gravitationseinfluss	36
3.3.1	Identifikationsstruktur	36
3.3.2	Parametrierung als Stützregler	36
3.3.3	Identifikation bei Stillstand	38
3.3.4	Identifikation bei Drehzahl	39
3.3.4.1	Wahl der Beschleunigung	40
3.3.4.2	Kriterium für Stationarität	41
3.3.5	Beispiele	41
3.3.5.1	Parameter für Anregungssignal	41
3.3.5.2	Typische Frequenzgänge	42
3.3.5.3	Klassifikation	42
3.3.6	Diskussion	44
3.4	Frequenzgangsmessung bei Achsen unter Gravitationseinfluss	44
3.4.1	Arbeitsbereichsüberwachung	44
3.4.2	Momentaufschaltung	45
3.4.2.1	Idee	45
3.4.2.2	Lastmomentschätzung	45
3.4.2.3	Kriterium für hängende Achse	47
3.4.2.4	Lastmomentaufschaltung	48
3.4.2.5	Ablauf	48
3.4.2.6	Experimentelle Ergebnisse	51
3.4.2.7	Diskussion	51
3.4.3	Selbsteinstellender Stützregler	52
3.4.3.1	Idee	52
3.4.3.2	Schätzer	52
3.4.3.3	Struktur des Gesamtsystems	53
3.4.3.4	Anregungssignal	55
3.4.3.5	Wahl der Filterzeitkonstante	57
3.4.3.6	Hilfestellung zur Wahl der Filterzeitkonstante	60
3.4.3.7	Ausregelzeit	60
3.4.3.8	Experimentelle Ergebnisse	60
3.4.3.9	Diskussion	63
3.5	Identifikation parametrischer Modelle	63
3.5.1	Datenbasierte Modelle	64
3.5.1.1	Beschreibung	64
3.5.1.2	Beispiel	64
3.5.2	Physikalisch motivierte Modelle	65
3.5.2.1	Beschreibung	65
3.5.2.2	Bestimmung der Startwerte	65

3.5.2.3	Bestimmung des parametrischen Modells	66
3.5.2.4	Beispiel	66
3.6	Diskussion	67
4	Automatische Reglerparametrierung	69
4.1	Vorgegebene Reglerstruktur	69
4.2	Klasse von Übertragungsfunktionen	70
4.3	Einfacher Tuning-Algorithmus	71
4.3.1	Grundlagen des Algorithmus	72
4.3.1.1	Nyquist-Kriterium	72
4.3.1.2	Apolloniuskreis	73
4.3.2	Maximum-Peak-Kriterium	73
4.3.2.1	Verstärkungsreserve	74
4.3.2.2	Phasenreserve	74
4.3.2.3	Entwurfskriterium	75
4.3.3	Berücksichtigung von Unsicherheiten	76
4.3.4	Ermittlung Verstärkungsfaktor	77
4.3.5	Drehzahlregler-Tuning	77
4.3.5.1	Filter im Rückführzweig	77
4.3.5.2	Detektion Resonanzfrequenz	79
4.3.5.3	Parametrierung Sperrfilter	80
4.3.5.4	Algorithmus	81
4.3.6	Lageregler-Tuning	81
4.3.7	Frequenzgangstool	81
4.3.8	Experimentelle Ergebnisse	83
4.3.9	Diskussion	85
4.4	Tuning für allgemeinen Regler	85
4.4.1	Identifikation	86
4.4.2	Modellreduktion und Unsicherheitsbeschreibung	86
4.4.2.1	Modellreduktion	87
4.4.2.2	Automatische Unsicherheitsbestimmung	88
4.4.3	Reglerentwurf	89
4.4.3.1	Erweiterte Strecke	89
4.4.3.2	Gewichtungsfunktion für Sensitivität	89
4.4.3.3	Tuning-Algorithmus	90
4.4.3.4	Reglerdiskretisierung	90
4.4.4	Experimentelle Ergebnisse	92
4.4.5	Diskussion	94
4.5	Tuning für Achsen ohne Geber	94
4.5.1	Beobachter ersetzt Geber	94
4.5.2	Filter im Rückführzweig	94
4.5.3	Drehzahlregler-Tuning	95
4.5.4	Lageregler-Tuning	95
4.5.5	Experimentelle Ergebnisse	98
4.5.6	Diskussion	100
4.6	Tuning für Achsen mit tief liegenden Eigenfrequenzen	100
4.6.1	Problembeschreibung	100
4.6.2	Zustandsregler	101
4.6.3	Beobachter	101
4.6.3.1	Festlegung der physikalischen Parameter	101
4.6.3.2	Festlegung der Beobachterdynamik	101

4.6.4	Erweiterte Reglerkaskade	102
4.6.5	Sinnvolle Wahl der Wunschkennlinie	104
4.6.5.1	Begrenzende Faktoren	104
4.6.5.2	Kriterium	104
4.6.6	Algorithmus	106
4.6.7	Experimentelle Ergebnisse	106
4.6.8	Diskussion	107
4.7	Tuning für Vorsteuerung	107
4.7.1	Allgemeines	107
4.7.2	Bestehende Vorsteuerung	108
4.7.2.1	Struktur und Parameter	108
4.7.2.2	Parameterbestimmung	108
4.7.2.3	Algorithmus	109
4.7.2.4	Experimentelle Ergebnisse	109
4.7.2.5	Diskussion	110
4.7.3	Erweiterung auf 2-Massen-Systeme	110
4.7.3.1	Flacher Ausgang	111
4.7.3.2	Parametrierung	112
4.7.3.3	Struktur	114
4.7.3.4	Experimentelle Ergebnisse	115
4.7.3.5	Diskussion	117
5	Zusammenfassung und Ausblick	119
A	Servoverstärker	121
A.1	Technische Daten	121
A.2	PI-Regler	122
A.3	Filter	122
A.3.1	Drehzahlfilter	122
A.3.2	Sollstromfilter	122
A.3.2.1	Tiefpass	122
A.3.2.2	Sperrfilter (Notch)	123
A.4	Vorsteuerungen	123
A.5	Funktionsblock „Allgemeines dynamisches System“	123
A.5.1	Struktur	123
A.5.2	Hauptmodus	125
A.5.2.1	Zeitdiskretes dynamisches System	125
A.5.2.2	Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem	126
A.5.3	Beobachtermodus	126
A.5.4	Ausgangsmodus	127
B	Mechanische Konfigurationen	129
B.1	Motor ohne Mechanik	129
B.2	Motor mit Schwungmasse	130
B.3	Prüfstand für Vertikalachse	132
B.4	Prüfstand für Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen	134
C	Verwendete Methoden	139
C.1	Subspace-Identifikation	139
C.1.1	Transformierte erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix	140
C.1.2	Ermittlung der Systemmatrizen	142
C.1.3	Algorithmus	143

Abkürzungsverzeichnis	145
Literaturverzeichnis	154

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Ein so genannter *Servoantrieb* ist ein elektronisch geregelter Antrieb zur Umsetzung von mechanischen Bewegungen. Er besteht unter anderem aus einem Servoverstärker und einem Servomotor. Der Verstärker dient als Stellglied für den Motor, der einen Lagegeber besitzt, welcher wiederum seine Geberinformation dem Verstärker zur Verfügung stellt. Diese wird zum einen für die Kommutierung des Stromes benötigt und zum anderen für die Regelung von Drehzahl und Lage. Ein Servoantrieb in Kombination mit der anzutreibenden Mechanik wird umgangssprachlich als *Servoantriebsachse* bezeichnet. Servoantriebe werden überall dort eingesetzt, wo Maschinenteile eine vorgegebene Bewegung ausführen müssen - so z.B. in Werkzeugmaschinen, Verarbeitungsmaschinen, Druckmaschinen, Robotern usw. [1]. Der Vorteil von Servoantrieben liegt darin, dass sie auf schnelle Drehzahländerung ausgelegt sind (kleines Massenträgheitsmoment, großes Spitzendrehmoment) und somit sehr dynamische und (bei entsprechend hoher Geberauflösung) auch sehr präzise Bewegungen ausführen können [2]. Voraussetzung dafür ist allerdings eine an die jeweilige Mechanik angepasste Reglerparametrierung. Genau darin liegt aber in der Praxis häufig die Schwierigkeit. Der Inbetriebnehmer der Maschine, oft eine Person mit geringem regelungstechnischen Wissen, muss durch intuitive Vorgehensweise (i. Allg. „Versuch und Irrtum“) zu einer zufriedenstellenden Reglereinstellung kommen. Erschwert wird die Situation noch, wenn aufgrund des mechanischen Aufbaus die Servoantriebsachse eine *Vertikalachse* ist. Eine solche ist dadurch gekennzeichnet, dass bei deaktivierter Regelung die Mechanik aufgrund der Gravitation beschleunigt wird. Ein typisches Beispiel einer Vertikalachse ist die z-Achse bei einer Fräsmaschine wie in Abbildung 1.1 dargestellt. Eine weitere Erschwernis ist dann gegeben, wenn durch die Mechanik eine Umsetzung einer Drehbewegung in eine translatorische Bewegung ausgeführt wird. In diesem Fall ist der Bewegungsbereich eingeschränkt.

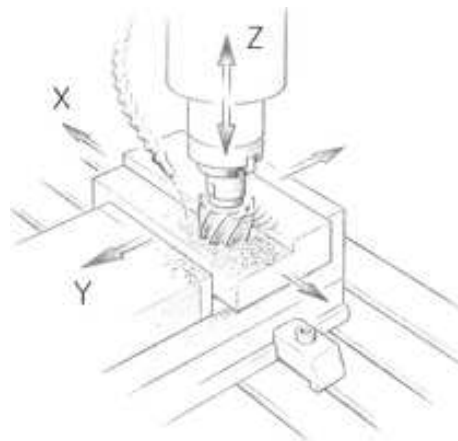


Abbildung 1.1: z-Achse einer Fräsmaschine als Beispiel einer Vertikalachse.

Das führt dazu, dass oft viele bekannte Methoden der Reglereinstellung (z.B. Sprungantwortmethoden [3]) nicht angewandt werden können. Auch der Trend, den physikalischen Geber durch einen virtuellen Geber zu ersetzen, um damit Kosten zu sparen, erleichtert die Inbetriebnahme nicht. Gewöhnlich wird mit der gefundenen Reglereinstellung die volle Dynamik der Maschine bei weitem nicht genutzt. Das bedeutet in weiterer Folge geringere Produktivität und demzufolge Wettbewerbsnachteil für den Betreiber der Maschine.

1.1 Ausgangssituation

In einer eher überschaubaren Anzahl an Arbeiten wird das Thema der *Automatisierten Inbetriebnahme von elektrischen Antrieben* im industriellen Umfeld ausführlicher behandelt, z.B. [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15].

Allen aufgelisteten Arbeiten ist gemeinsam, dass eine Systemidentifikation durchgeführt wird, welche auf ein *nichtparametrisches* Modell in Form eines Frequenzgangs führt. In [4] wird eine gute Zusammenfassung über die automatisierte Inbetriebnahme von elektrischen Antrieben gegeben. In [5] wird ein Gesamtsystem zur automatisierten Inbetriebnahme schwingungsfähiger Mechaniken vorgestellt, wobei der Kern der Arbeit in der Auswahl und Parametrierung geeigneter Regler liegt. Das in [14] beschriebene Software-Tool erlaubt die Identifikation der mechanischen Struktur und der Auswahl geeigneter Drehzahl- und Lageregler für 2-Massensysteme unter dem Einfluss von lastseitiger Reibung und geringer Lose. Inhalt der Arbeit [6] ist die Entwicklung von geeigneten deterministischen Verfahren zur Identifikation und Diagnose des mechanischen Systems einachsiger elektrischer Antriebe. Während der erste Teil dieser Arbeit der Identifikation des mechanischen Systems gewidmet ist, wird im zweiten Teil die Fehlerdiagnose und Zustandsüberwachung von verschleißbehafteten Maschinenelementen behandelt. In [7] wird ein Expertensystem zur Autoparametrierung und Überwachung von Antrieben vorgestellt. Dabei wird auf die Parameterfindung, Loseerkennung und die Detektion von Lagerschäden eingegangen. [8] geht stark darauf ein, wie die Messdatenerfassung erfolgen kann, wenn der Servoantrieb bereits an der Mechanik montiert ist und ein eingeschränkter Bewegungsbereich vorhanden ist. Dazu wird in einem ersten Schritt mittels Zweipunktregler und übergeordnetem Lageregler das Gesamtmassenträgheitsmoment der Servoantriebsachse bestimmt. Damit wird in einem zweiten Schritt ein provisorischer PI-Drehzahl- und P-Lageregler parametrierung, so dass damit auch bei externem Lastmoment der Frequenzgang identifiziert werden kann. Weiters wird gezeigt, dass mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance Abschätzungen hinsichtlich der maximal zu erwartenden Drehzahl- sowie Positionsabweichungen gemacht werden können. Allerdings ist dafür eine Festlegung auf Minimal- und Maximalwert des Gesamtmassenträgheitsmoments notwendig. Eine Schritt-für-Schritt Vorgehensweise wird in [15] vorgestellt, mit der es möglich ist, Parameter und nichtlineare Elemente in der Mechanik zu identifizieren und klassifizieren. Ziel ist es, den Anwender bei der Inbetriebnahme hoch-performerer elektrischer Antriebe zu unterstützen. Auf die Eigenschaften des Anregungssignals zur Identifikation wird besonders in den Arbeiten [11] und im ersten Teil von [6] eingegangen. In den Arbeiten [9], [10], [12], [13], wird sehr detailliert gezeigt, wie mit Hilfe einer Offline-Identifikation die mechanischen Parameter eines Antriebssystems ermittelt werden können. Dazu wird unter anderem auch auf die Welch-Methode und auf ein iteratives Verfahren von Levenberg und Marquardt zur Berechnung der Systemparameter zurückgegriffen. Möglichkeiten zur Ermittlung der Vorsteuerparameter sind in den Arbeiten [16] und [17] gezeigt. In beiden Fällen werden die Parameter online ermittelt, wobei ein rekursiver Least-Squares-Ansatz als auch ein Adaptionsgesetz zum Einsatz kommen. Für flexible Systeme, welche sich als 2-Massen-System beschreiben lassen, wird in [18], [19] eine Möglichkeit gezeigt, wie das Führungsverhalten eines *drehzahlgeregelten* Antriebs auf der Idee der flachheitsbasierten Vorsteuerung verbessert werden kann. Im Hinblick auf die

Identifikation von geberlos betriebenen Achsen bilden die Arbeiten [20], [21], [22] eine gute Grundlage. Es wird gezeigt, wie Methoden, welche für Achsen mit Geber entwickelt wurden, für diese Art von Strecke angepasst werden müssen.

Die beschriebenen Werke behandeln nach Ansicht des Autors wesentliche Probleme, welche bei der automatisierten Inbetriebnahme auftreten können. Dennoch stellen sich im Hinblick auf die industrielle Anwendbarkeit einige zusätzliche Fragen:

- Häufig wird der Frequenzgang mit Hilfe der Welch-Methode ermittelt. Gibt es Möglichkeiten, das nichtparametrische Modell algorithmisch einfacher und weniger speicherintensiv berechnen zu können?
- Hängende Achsen können bei bekanntem Massenträgheitsmoment stabilisiert werden, sodass eine Identifikation durchführbar ist. Ein Schätzwert für das Trägheitsmoment kann durch den Einsatz eines Zweipunktreglers ermittelt werden, allerdings sind dazu Drehmomentsprünge notwendig, welche für die Mechanik sehr belastend sein können. Gibt es für den Fall des unbekanntem Massenträgheitsmoments auch „sanftere“ Möglichkeiten, die Stabilisierung durchzuführen?
- Immer öfter werden virtuelle Geber als Ersatz für den Drehgeber verwendet. Was muss bei der Autoparametrierung solcher Systeme beachtet werden?
- Die Dynamik eines Regelkreises mit Zustandsregler wird oft mit Hilfe eines Entwurfparameters angegeben. Wie kann dieser im Rahmen einer Autoparametrierung für eine gegebene Mechanik sinnvoll gewählt werden?
- Durch Vorsteuerungen kann das Führungsverhalten deutlich verbessert werden. Zur Ermittlung der Vorsteuerparameter von lagegeregelten steifen Mechaniken (Approximation durch 1-Massen-System) sind Bewegungen auszuführen, für dessen Planung das Gesamtmassenträgheitsmoment notwendig ist. Wie können die Vorsteuerparameter bei komplett unbekanntem Massenträgheitsmoment durch Identifikation bestimmt werden?
- Die Vorsteuerstruktur einer lagegeregelten flexiblen Mechanik (Approx. durch 2-Massen-System) unterscheidet sich von der einer steifen Mechanik. Wie sieht ein mögliches Vorsteuerkonzept dazu aus?

Die vorliegende Arbeit soll unter anderem einen Beitrag dazu leisten, die genannten offenen Punkte im Hinblick auf die industrielle Anwendbarkeit der automatisierten Inbetriebnahme von elektrischen Antrieben zu beseitigen.

1.2 Ziel der vorliegenden Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Konzept zur *Automatisierten Inbetriebnahme von Servoantriebsachsen* zu entwickeln. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Erarbeitung von Möglichkeiten zur Beantwortung der Fragen aus Abschnitt 1.1 gelegt. Dabei liegt der Fokus nicht darauf, für ausgewählte Mechaniken ein Maximum an Dynamik des geregelten Systems zu erzielen, sondern für ein breites Spektrum an mechanischen Konfigurationen eine jeweils brauchbare Parametrierung zu finden. Dies ist nach Ansicht des Autors *nur* durch den Einsatz *einfacher*¹ Algorithmen möglich. Es hat sich gezeigt, dass ein vollautomatischer Ansatz im Sinne von „auf Knopfdruck eingestellt“ nicht möglich ist - das Spektrum an Mechaniken ist zu vielfältig und die Rahmenbedingungen sind zu unterschiedlich. Zahlreiche Diskussionen mit Anwendern haben ergeben, dass ein vollautomatischer Ansatz auch

¹Einfach in zweierlei Hinsicht: Zum einen sollen die Algorithmen vom Aufbau her einfach sein, zum anderen sollen sie einfach anwendbar sein.

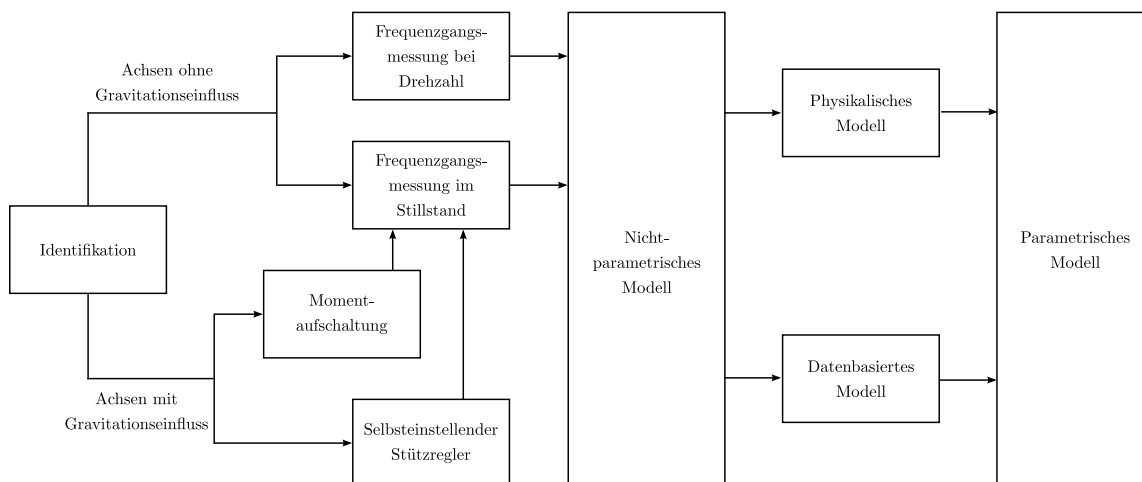


Abbildung 1.2: Grundlegende Übersicht zur Systemidentifikation.

meist nicht gewünscht ist, da der Anwender gewisse Einflussmöglichkeiten haben will. Somit kann nur eine *semiautomatische* Lösung, welche den Anwender unterstützt, aber nicht ausschließt, zum Ziel führen. Expertenwissen soll, wenn vorhanden, nützlich sein.

Um dieses Ziel zu erreichen wird zuerst eine systematische Analyse der Komponenten einer Servoantriebsachse durchgeführt. Basierend auf den Ergebnissen der Analyse werden konsequent Möglichkeiten zur Parametrierung erarbeitet. Wichtige *Grundvoraussetzung* ist dabei die *ausschließliche* Verwendung der am Servoverstärker *vorgegebenen* Reglerstruktur. Dazu zählen auch zum Betriebssystem gehörende Funktionsblöcke, mit welchen Zusatzfunktionen realisiert werden können („Add-ons“).

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse dienen als Grundlage für die Algorithmen, welche zum einen im Betriebssystem der Servoverstärkerreihe ACOPOS² als auch in einem Anwender-Tool³ implementiert wurden. Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, dass trotz der einfach gehaltenen Algorithmen ein nicht unerheblicher Anteil der Zeit für die Implementierung verwendet wurde. Weiters sei auch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass in dieser Arbeit nicht die Theorie im Vordergrund steht, sondern die praktische Anwendbarkeit im industriellen Umfeld.

1.3 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 werden die für diese Arbeit notwendigen Komponenten einer Servoantriebsachse mathematisch beschrieben. Zu diesen zählen die permanenterregte Synchronmaschine, der Servoverstärker und die Mechanik. Es wird ebenfalls auf die Reglerstruktur eingegangen, welche notwendig ist, um die Aufgabe der Positionsnachführung zu lösen. Weiters wird in diesem Kapitel der virtuelle Geber vorgestellt, welcher für gewisse Anwendungen den Drehgeber ersetzen kann.

In Kapitel 3 wird auf den Identifikationsvorgang, welcher als Grundlage für das folgende Kapitel dient, näher eingegangen. Dazu wird das zur Identifikation verwendete „**P**seudo-**R**ausch-**B**inär-**S**ignal“ (PRBS) näher beschrieben und dessen Eigenschaften herausgearbeitet. Es wird auf die grundlegende Ermittlung des Frequenzgangs (nichtparametrisches Modell) eingegangen und Voraussetzungen diskutiert, um auf einfache Art und Weise diesen zu erhalten. In weiterer Folge wird bei der Ermittlung des Frequenzgangs, wie in Abbildung 1.2 dargestellt, zwischen Achsen ohne Gravitationseinfluss und Achsen mit Gravitationseinfluss

²Fa. Bernecker + Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H (www.br-automation.com)

³„Servo-Loop-Optimizer“ des Automation Studio

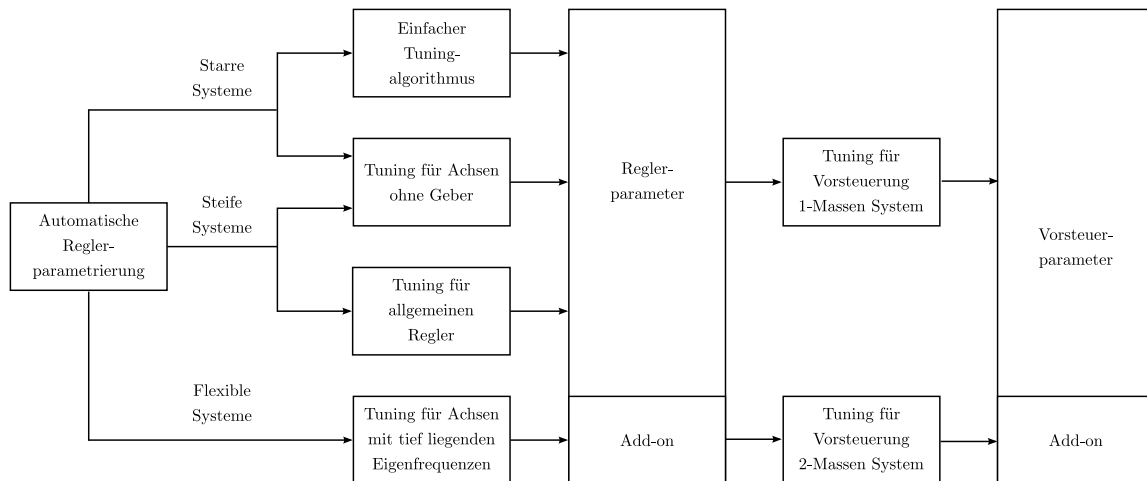


Abbildung 1.3: Grundlegende Übersicht zur Reglerparametrierung.

unterschieden. Im ersten Fall kann die Ermittlung im Stillstand oder bei Konstantdrehzahl (virtueller Geber) erfolgen. Im zweiten Fall werden zwei Methoden vorgestellt, mit denen es möglich ist, bei unbekannter Trägheit die Stabilisierung im Fall einer hängenden Achse durchzuführen. Den Abschluss dieses Kapitels bilden Möglichkeiten zur Bestimmung von parametrischen Modellen (datenbasiert, physikalisch) aus dem nichtparametrischen Modell.

Im darauf folgenden Kapitel 4 wird auf die Möglichkeit zur Autoparametrierung eingegangen, wobei wie in Abbildung 1.3 dargestellt, hauptsächlich zwischen drei Fällen unterschieden wird. Achsen mit dominanten Eigenfrequenzen

1. deutlich oberhalb der Phasendurchtrittsfrequenz (starre Systeme)
2. im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz (steife Systeme)
3. deutlich unterhalb der Phasendurchtrittsfrequenz (flexible Systeme)

Für den ersten Fall wird ein einfacher Tuning-Algorithmus vorgestellt, mit dem es möglich ist, die vorgegebene Reglerstruktur automatisch zu parametrieren. Dieser Algorithmus dient auch als Grundlage zur Parametrierung von Achsen ohne Geber.

Im zweiten Fall wird von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, die Sollstromfilter im Vorwärtszweig des Drehzahlregelkreises als allgemeinen Regler zu betrachten. Es wird ein Algorithmus vorgeschlagen, mit dem es möglich ist, diesen allgemeinen Regler basierend auf der H_∞ -Methodik autoparametrieren zu lassen.

Für den letzten Fall wird eine Möglichkeit gezeigt, wie mit Hilfe einer Kombination aus Zustandsbeobachter und -regler eine zufriedenstellende Dynamik für flexible Systeme erreicht werden kann. Um auch hier ausschließlich die vorgegebene Reglerstruktur zu verwenden, wird ergänzend ein vom Betriebssystem zur Verfügung gestellter Funktionsblock („Add-on“) genützt.

Ein weiterer wesentlicher Punkt dieses Kapitels ist die Autoparametrierung der Vorsteuerung. Es werden dabei die Fälle 1 und 2, welche hinsichtlich Vorsteuerung als 1-Massen-System betrachtet werden können, vom Fall 3, welcher als 2-Massen System betrachtet werden muss, unterschieden. Während im Fall des 1-Massen-Systems ausschließlich die bestehende Vorsteuerstruktur Verwendung findet, muss im Fall des 2-Massen Systems eine Erweiterung durch einen Funktionsblock („Add-on“) erfolgen.

Kapitel 5 gibt eine Zusammenfassung der Arbeit. Außerdem wird ein Ausblick auf mögliche künftige Weiterentwicklungen gegeben.

In Anhang A sind technische Daten sowie eine Beschreibung des verwendeten Servoverstärkers zu finden. Eine Auflistung der mechanischen Konfigurationen, welche im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, ist in Anhang B dargestellt.

Kapitel 2

Modellbildung

2.1 Antriebsmaschine

Zur Beschreibung und Berechnung von elektromagnetischen Feldern in elektrischen Maschinen wird in dieser Arbeit von der Raumzeigertheorie ausgegangen [23]. Folgende Annahmen liegen dieser Beschreibungsform zugrunde:

1. Stator besitzt ein dreiphasiges Wicklungssystem.
2. Die Maschine wird durch ein symmetrisches unabhängiges Dreiphasen-Spannungssystem gespeist.
3. Es wird ausschließlich das Grundwellenverhalten der Maschine betrachtet.
4. Die Maschinenparameter sind lineare und zeitinvariante Größen (lineare Magnetisierungskennlinie, konstante Wicklungswiderstände). Eisenverluste und Stromverdrängungen werden vernachlässigt.
5. Die räumlich verteilten Wicklungen werden als konzentriert gedachte Wicklungen ersetzt und erzeugen ein räumlich sinusförmiges magnetisches Feld im Luftspalt.

Auf Grundlage dieser Annahmen wird im folgenden ein Modell der Permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) abgeleitet.

2.1.1 Raumzeigerdarstellung

Wesentlich bei der folgenden Darstellung wird die Berücksichtigung der zeitlichen und räumlichen Zuordnung der Signale sein. Zu diesem Zwecke wird, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, ein komplexer Raumzeiger, z.B. für den Strom, definiert¹:

$$\underline{i}(t) := \frac{2}{3} \left(i_u(t) + \underline{a} i_v(t) + \underline{a}^2 i_w(t) \right) \quad (2.1)$$

Hierbei entspricht

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (2.2)$$

einem komplexen Drehoperator und $i_u(t), i_v(t), i_w(t)$ den Augenblickswerten der Ströme in den einzelnen Phasen (u, v, w). Wird der komplexe Zeiger in Real- und Imaginärteil aufgespalten, so ergibt sich:

$$\underline{i}(t) = \operatorname{Re} \{ \underline{i}(t) \} + j \cdot \operatorname{Im} \{ \underline{i}(t) \} \quad (2.3)$$

¹Auch andere Größen wie z.B. Spannung oder Fluss können mit Hilfe eines solchen Raumzeigers beschrieben werden. Der Unterstrich kennzeichnet den komplexwertigen Charakter dieser Größe.

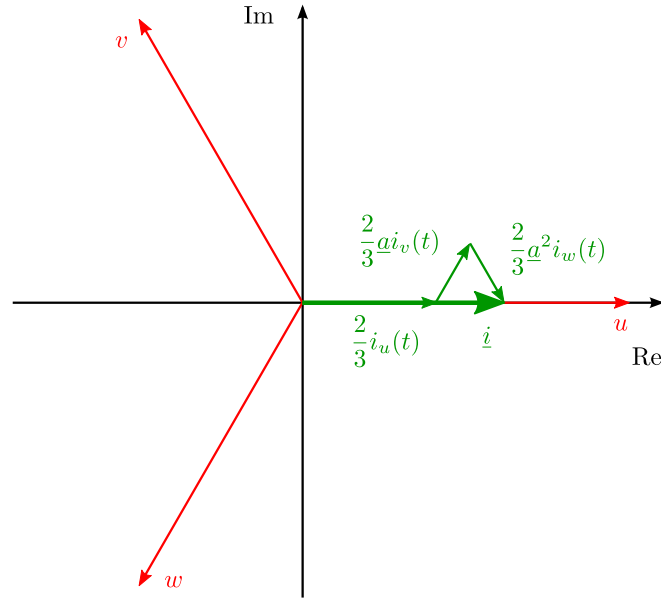


Abbildung 2.1: Komplexer Raumzeiger.

Die Komponenten lassen sich wie folgt bestimmen:

$$i_{\alpha}(t) = \operatorname{Re} \{ \underline{i}(t) \} = \frac{2}{3} \left(i_u(t) - \frac{1}{2} i_v(t) - \frac{1}{2} i_w(t) \right) \quad (2.4)$$

$$i_{\beta}(t) = \operatorname{Im} \{ \underline{i}(t) \} = \frac{2}{3} \left(i_u(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} i_v(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} i_w(t) \right) \quad (2.5)$$

und können in folgender Matrixschreibweise kompakt zusammengefasst werden:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u(t) \\ i_v(t) \\ i_w(t) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Für den Fall $i_u(t) + i_v(t) + i_w(t) = 0$ vereinfacht sich die Matrixdarstellung zu:

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_u(t) \\ i_v(t) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

In der Literatur wird diese Transformation auch als Clarke-Transformation bezeichnet.

2.1.2 Spannungsgleichung in Raumzeigerdarstellung

In Anlehnung an (2.1) läßt sich ein Spannungszeiger definieren,

$$\underline{u}(t) := \frac{2}{3} \left(u_u(t) + \underline{a} u_v(t) + \underline{a}^2 u_w(t) \right) \quad (2.8)$$

in den die Spannungsgleichungen für jeden Strang

$$u_u(t) = R i_u(t) + \frac{d\Psi_u(t)}{dt} \quad (2.9)$$

$$u_v(t) = R i_v(t) + \frac{d\Psi_v(t)}{dt} \quad (2.10)$$

$$u_w(t) = R i_w(t) + \frac{d\Psi_w(t)}{dt} \quad (2.11)$$

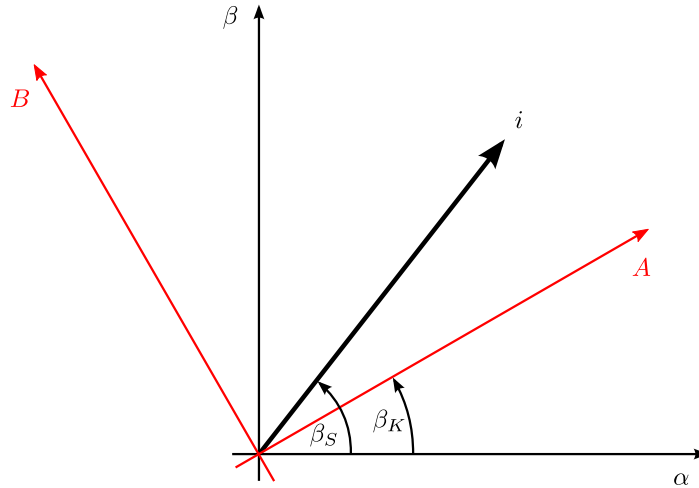


Abbildung 2.2: Stromzeiger im statorfesten (α, β) und allgemeinen (A, B) Koordinatensystem.

eingesetzt werden, wobei R dem Spulenwiderstand und $\Psi_u(t), \Psi_v(t), \Psi_w(t)$ den jeweiligen Spulenflüssen entsprechen. Dies resultiert in

$$\underline{u}(t) = \frac{2}{3} \left(R i_u(t) + R i_v(t) \underline{a} + R i_w(t) \underline{a}^2 + \frac{d\Psi_u(t)}{dt} + \frac{d\Psi_v(t)}{dt} \underline{a} + \frac{d\Psi_w(t)}{dt} \underline{a}^2 \right) \quad (2.12)$$

und kann mit Hilfe des Flusszeigers

$$\underline{\Psi}(t) := \frac{2}{3} \left(\Psi_u(t) + \underline{a} \Psi_v(t) + \underline{a}^2 \Psi_w(t) \right) \quad (2.13)$$

in kompakter Form als Spannungsgleichung in Raumzeigerdarstellung ausgedrückt werden:

$$\underline{u}(t) = R \underline{i}(t) + \frac{d\underline{\Psi}(t)}{dt} \quad (2.14)$$

2.1.3 Rotierendes Koordinatensystem

Zur einfacheren Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Drehfeldmaschinen hat es sich als sinnvoll erwiesen, unterschiedliche Koordinatensysteme (siehe Abbildung 2.2) zu verwenden:

- das ruhende, statorfeste System S mit den Achsen α, β
- das rotierende, allgemeine System K mit den Achsen A, B

Die Transformation eines Raumzeigers von einem System in das andere wird beispielhaft anhand des Stromzeigers dargestellt. Im statorfesten Koordinatensystem (hochgestellter Index S) gilt für den Stromzeiger \underline{i} :

$$\underline{i}^S = |\underline{i}| e^{j\beta_S} \quad (2.15)$$

Dieser muss in der komplexen Ebene einem Zeiger entsprechen, welcher im allgemeinen Koordinatensystem (hochgestellter Index K) definiert ist:

$$\underline{i}^K = |\underline{i}| e^{j(\beta_S - \beta_K)} \quad (2.16)$$

Daraus kann wegen

$$\underline{i}^K = \underbrace{|\underline{i}| e^{j\beta_S}}_{\underline{i}^S} e^{-j\beta_K} = \underline{i}^S e^{-j\beta_K} \quad (2.17)$$

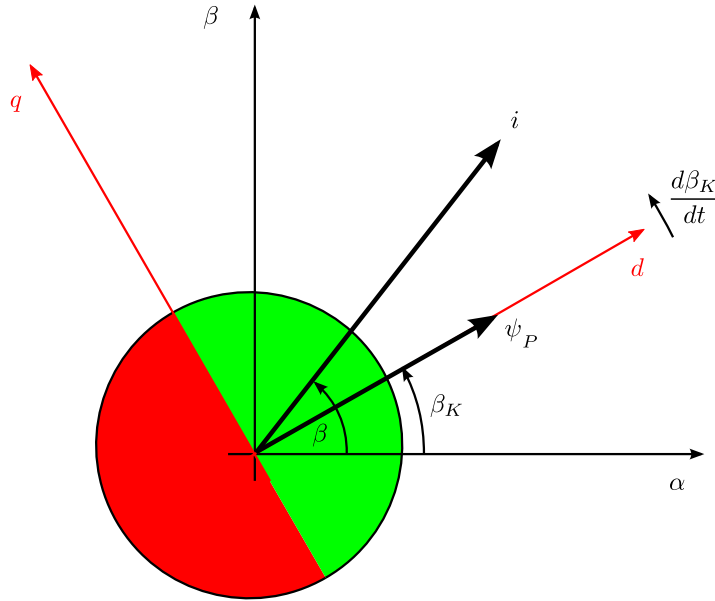


Abbildung 2.3: Stromzeiger und Magnet im feldorientierten (d, q) Koordinatensystem.

folgende Transformationsvorschrift zwischen statorfestem und läuferfestem Koordinatensystem angegeben werden:

$$\underline{i}^K = \underline{i}^S e^{-j\beta_K} \quad (2.18)$$

Der Winkel β_K gibt dabei die relative Lage der beiden Koordinatensysteme zueinander an. Mit $\underline{i}^S = (i_\alpha + ji_\beta)$ und $\underline{i}^K = i_A + ji_B$ ergibt sich

$$i_A + ji_B = (i_\alpha + ji_\beta) (\cos \beta_K - j \sin \beta_K) \quad (2.19)$$

$$= i_\alpha \cos \beta_K + i_\beta \sin \beta_K + j (i_\beta \cos \beta_K - i_\alpha \sin \beta_K) \quad (2.20)$$

und nach Auftrennung in Real- und Imaginärteil in kompakter Form:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_K & \sin \beta_K \\ -\sin \beta_K & \cos \beta_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Die Transformation (2.21) wird in der Literatur als Park-Transformation bezeichnet.

2.1.4 Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem

Zur Beschreibung der Synchronmaschine wird davon ausgegangen, dass das allgemeine Koordinatensystem, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, fix mit dem Permanentmagneten verbunden ist. Anstatt der Bezeichnung A, B wird nun d, q verwendet und für alles Weitere werden, wie in der Literatur üblich, alle Statorgrößen mit der Fußnote 1 versehen. Im Hinblick auf Lesbarkeit wird die Zeitabhängigkeit nicht mehr angeführt. Ausgehend von (2.14), formuliert im statorfesten Koordinatensystem,

$$\underline{u}_1^S = R_1 \underline{i}_1^S + \frac{d\Psi^L}{dt} \quad (2.22)$$

ergibt sich mit (2.18) im rotorfesten Koordinatensystem (hochgestellter Index L):

$$\underline{u}_1^L e^{j\beta_K} = R_1 \underline{i}_1^L e^{j\beta_K} + \frac{d(\Psi^L e^{j\beta_K})}{dt} \quad (2.23)$$

Unter Berücksichtigung von

$$\frac{d(\underline{\Psi}^L e^{j\beta_K})}{dt} = \frac{d\underline{\Psi}^L}{dt} e^{j\beta_K} + j\underline{\Psi}^L \frac{d\beta_K}{dt} e^{j\beta_K} \quad (2.24)$$

ergibt sich nach Kürzung von $e^{j\beta_K}$

$$\underline{u}_1^L = R_1 \underline{i}_1^L + \frac{d\underline{\Psi}^L}{dt} + j\underline{\Psi}^L \frac{d\beta_K}{dt} \quad (2.25)$$

Wird für die zeitliche Änderung des Winkels zwischen den Koordinatensystemen festgelegt

$$\omega_L := \frac{d\beta_K}{dt} \quad (2.26)$$

wobei ω_L der elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Motors entspricht, kann für die Ständerspannungsgleichung im rotierenden System L angegeben werden:

$$\underline{u}_1^L = R_1 \underline{i}_1^L + \frac{d\underline{\Psi}^L}{dt} + j\underline{\Psi}^L \omega_L \quad (2.27)$$

Mit der Annahme für die Flussverkettung

$$\underline{\Psi}^L = L_1 \underline{i}_1^L + \underline{\psi}_P^L \quad (2.28)$$

ergibt sich bei konstantem Fluss des Permanentmagneten ($\frac{d\psi_P^L}{dt} = 0$) als Gesamtgleichung:

$$\underline{u}_1^L = R_1 \underline{i}_1^L + L_1 \frac{d\underline{i}_1^L}{dt} + jL_1 \underline{i}_1^L \omega_L + j\underline{\psi}_P^L \omega_L \quad (2.29)$$

Wird zur besseren Übersicht auf den Hochindex verzichtet, ergibt sich, getrennt nach Real- und Imaginärteil bzw. in d- und q-Richtung:

$$u_{1,d} = R_1 i_{1,d} + L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} - \omega_L L_1 i_{1,q} - \omega_L \psi_{P,q} \quad (2.30)$$

$$u_{1,q} = R_1 i_{1,q} + L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} + \omega_L L_1 i_{1,d} + \omega_L \psi_{P,d} \quad (2.31)$$

Wird weiters berücksichtigt, dass aufgrund der Wahl des Koordinatensystems die Komponente des Flusses in q-Richtung null ist ($\psi_{P,q} = 0$), vereinfachen sich die obigen Gleichungen zu:

$$u_{1,d} = R_1 i_{1,d} + L_1 \frac{di_{1,d}}{dt} - \omega_L L_1 i_{1,q} \quad (2.32)$$

$$u_{1,q} = R_1 i_{1,q} + L_1 \frac{di_{1,q}}{dt} + \omega_L L_1 i_{1,d} + \omega_L \psi_{P,d}$$

Diese Gleichungen sind die Grundlage zur Beschreibung und Regelung der Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem.

2.1.5 Synchronmaschine im statorfesten Koordinatensystem

Es gibt Fälle, in denen die Spannungsgleichungen der Synchronmaschine (2.32) im statorfesten Koordinatensystem (Hochindex S) notwendig sind. Um diese zu erhalten, wird die Transformation (2.18) auf (2.29) angewendet und die Terme mit $e^{-j\beta_K}$ gekürzt:

$$\underline{u}_1^S = R_1 \underline{i}_1^S + L_1 \frac{d\underline{i}_1^S}{dt} - jL_1 \underline{i}_1^S \omega_L + jL_1 \underline{i}_1^S \omega_L + j\underline{\psi}_P^S \omega_L \quad (2.33)$$

$$= R_1 \underline{i}_1^S + L_1 \frac{d\underline{i}_1^S}{dt} + j\underline{\psi}_P^S \omega_L \quad (2.34)$$

Unter Berücksichtigung von

$$\frac{d}{dt} (\underline{\psi}_{-P}^S) = \frac{d}{dt} (\underline{\psi}_{-P}^L e^{j\beta_K}) = e^{j\beta_K} \underbrace{\frac{d\underline{\psi}_{-P}^L}{dt}}_{=0} + j\omega_L \underbrace{\underline{\psi}_{-P}^L e^{j\beta_K}}_{=\underline{\psi}_{-P}^S} = j\omega_L \underline{\psi}_{-P}^S \quad (2.35)$$

folgt daraus:

$$\underline{u}_1^S = R_1 \underline{i}_1^S + L_1 \frac{d\underline{i}_1^S}{dt} + \frac{d\underline{\psi}_{-P}^S}{dt} \quad (2.36)$$

Wird wieder zur besseren Übersicht auf den Hochindex verzichtet, ergibt sich, getrennt nach Real- und Imaginärteil bzw. in Komponenten α und β geschrieben:

$$u_{1,\alpha} = R_1 i_{1,\alpha} + L_1 \frac{di_{1,\alpha}}{dt} + \frac{d\psi_{P,\alpha}}{dt} \quad (2.37)$$

$$u_{1,\beta} = R_1 i_{1,\beta} + L_1 \frac{di_{1,\beta}}{dt} + \frac{d\psi_{P,\beta}}{dt} \quad (2.38)$$

Diese Gleichungen sind die Grundlage zur Beobachtung des Flusses im statorfesten Koordinatensystem und werden in Abschnitt 2.2.6.2 zum Entwurf des virtuellen Gebers verwendet.

2.1.6 Momentgleichung für die Synchronmaschine

Um die Verbindung der Spannungsgleichung zum Drehmoment herzustellen, wird hier der Weg über die Leistung gewählt [24]. Allgemein kann die Momentanleistung des Motors als die Summe der Leistungen der drei Phasen berechnet werden:

$$p(t) = u_u(t) i_u(t) + u_v(t) i_v(t) + u_w(t) i_w(t) \quad (2.39)$$

Wird als Zwischenschritt folgender Ausdruck berechnet^{2,3}:

$$\underline{u}_1^L \underline{i}_1^{L*} = \frac{2}{3} (u_u + \underline{a} u_v + \underline{a}^2 u_w) \frac{2}{3} (i_u + \underline{a} i_v + \underline{a}^2 i_w)^* \quad (2.40)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 (u_u + \underline{a} u_v + \underline{a}^2 u_w) (i_u + \underline{a}^* i_v + (\underline{a}^2)^* i_w) \quad (2.41)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 [(u_u i_u + u_v i_v + u_w i_w) + \quad (2.42)$$

$$u_u (\underline{a}^* i_v + (\underline{a}^2)^* i_w) + \quad (2.43)$$

$$u_v (\underline{a} i_u + \underline{a} (\underline{a}^2)^* i_w) + \quad (2.44)$$

$$u_w (\underline{a}^2 i_u + \underline{a}^2 \underline{a}^* i_v)] \quad (2.45)$$

wobei zu beachten ist, dass gilt:

$$\underline{a}\underline{a}^* = 1, \underline{a}^2(\underline{a}^2)^* = 1 \quad (2.46)$$

²In Hinblick auf bessere Lesbarkeit wird die Zeitabhängigkeit im restlichen Teil des Kapitels nicht mehr explizit angeführt

³* drückt den konjugiert komplexen Zeiger aus

ergibt sich für den Realteil:

$$\operatorname{Re} \left\{ \underline{u}_1^L \underline{i}_1^{L*} \right\} = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left[(u_u i_u + u_v i_v + u_w i_w) + \right. \quad (2.47)$$

$$u_u \left(-\frac{1}{2} \right) \underbrace{(i_v + i_w)}_{-i_u} + \quad (2.48)$$

$$u_v \left(-\frac{1}{2} \right) \underbrace{(i_u + i_w)}_{-i_v} + \quad (2.49)$$

$$\left. u_w \left(-\frac{1}{2} \right) \underbrace{(i_u + i_v)}_{-i_w} \right] \quad (2.50)$$

und daraus in kompakter Form:

$$\operatorname{Re} \left\{ \underline{u}_1^L \underline{i}_1^{L*} \right\} = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(u_u i_u + u_v i_v + u_w i_w + \frac{1}{2} u_u i_u + \frac{1}{2} u_v i_v + \frac{1}{2} u_w i_w \right) \quad (2.51)$$

$$= \frac{2}{3} (u_u i_u + u_v i_v + u_w i_w) \quad (2.52)$$

Dadurch kann zusammen mit (2.39) die Momentanleistung mit Hilfe der Zeigergrößen ausgedrückt werden:

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{u}_1^L \underline{i}_1^{L*} \right\} \quad (2.53)$$

Durch Einsetzen der Spannungsgleichung (2.29) ergibt sich:

$$p = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \left(R_1 \underline{i}_1^L + L_1 \frac{d\underline{i}_1^L}{dt} + j L_1 \underline{i}_1^L \omega_L + j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right) \underline{i}_1^{L*} \right\} \quad (2.54)$$

$$\frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ R_1 \underline{i}_1^L \underline{i}_1^{L*} + L_1 \frac{d\underline{i}_1^L}{dt} \underline{i}_1^{L*} + j L_1 \underline{i}_1^L \underline{i}_1^{L*} \omega_L + j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right\} \quad (2.55)$$

$$\frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ R_1 |\underline{i}_1^L|^2 + L_1 \frac{d\underline{i}_1^L}{dt} \underline{i}_1^{L*} + j L_1 |\underline{i}_1^L|^2 \omega_L + j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right\} \quad (2.56)$$

$$\underbrace{\frac{3}{2} R_1 |\underline{i}_1^L|^2}_{\text{ohmscher Anteil}} + \underbrace{\frac{3}{2} L_1 \operatorname{Re} \left\{ \frac{d\underline{i}_1^L}{dt} \underline{i}_1^{L*} \right\}}_{\text{magnetischer Anteil}} + \underbrace{\frac{3}{2} \omega_L \operatorname{Re} \left\{ j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right\}}_{\text{mechanischer Anteil}} \quad (2.57)$$

Die Momentanleistung kann als Summe von ohmschem Anteil, magnetischem Anteil und mechanischem Anteil interpretiert werden. Durch Gleichsetzen des mechanischen Anteils mit der mechanischen Leistungsgleichung

$$m \omega_m = \frac{3}{2} \omega_L \operatorname{Re} \left\{ j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right\} \quad (2.58)$$

wobei m dem Motormoment und ω_m der mechanischen Winkelgeschwindigkeit entspricht, kann über die Polpaarzahl des Motors

$$z_P := \frac{\omega_L}{\omega_m} \quad (2.59)$$

folgender Ausdruck angegeben werden:

$$m = \frac{3}{2} z_P \operatorname{Re} \left\{ j \underline{\psi}_P^L \omega_L \right\} \quad (2.60)$$

Durch weitere Vereinfachung ergibt sich schlussendlich als Momentgleichung für die Synchronmaschine:

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{3}{2} z_P \operatorname{Re} \left\{ j \left(\psi_{P,d} + \underbrace{j \psi_{P,q}}_{=0} \right) (i_{1,d} + j i_{1,q})^* \right\} \\
 &= \frac{3}{2} z_P \operatorname{Re} \{ j \psi_{P,d} (i_{1,d} - j i_{1,q}) \} \\
 &= \frac{3}{2} z_P \operatorname{Re} \{ j \psi_{P,d} i_{1,d} + \psi_{P,d} i_{1,q} \} \\
 &= \frac{3}{2} z_P \psi_{P,d} i_{1,q}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Diese Gleichung zeigt, welche Größen zur Ausbildung eines Moments bei der Synchronmaschine maßgeblich sind. Weiters bildet sie die Grundlage zur Modellierung der Synchronmaschine im folgenden Abschnitt.

2.1.7 Modell der Synchronmaschine

Die Gleichungen (2.32) und (2.61) bilden die Grundlage zur Modellierung einer Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem. Wird noch der Drallsatz angewandt

$$J_{Motor} \frac{d\omega_m}{dt} = m - m_{Last} \tag{2.62}$$

um die Beziehung zwischen Moment und Winkelgeschwindigkeit herzustellen, kann mit (2.59) folgendes nichtlineare Differentialgleichungssystem angegeben werden:

$$\frac{di_{1,d}}{dt} = \frac{u_{1,d}}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} i_{1,d} + z_P \omega_m i_{1,q} \tag{2.63}$$

$$\frac{di_{1,q}}{dt} = \frac{u_{1,q}}{L_1} - \frac{R_1}{L_1} i_{1,q} - z_P \omega_m i_{1,d} - z_P \omega_m \frac{\psi_{P,d}}{L_1} \tag{2.64}$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3 z_P \psi_{P,d}}{2 J_{Motor}} i_{1,q} - \frac{m_{Last}}{J_{Motor}} \tag{2.65}$$

Mit der Festlegungen für die Momentkonstante des Motors ⁴

$$k_T := \frac{3}{2} z_P \psi_{P,d} \sqrt{2} \tag{2.66}$$

kann folgender Zusammenhang zwischen Motormoment und Querstrom angegeben werden:

$$m = \frac{k_T}{\sqrt{2}} i_{1,q} \tag{2.67}$$

Damit und unter Berücksichtigung der Einschränkung, dass nur die Lage des Motors φ_m messbar ist, ergibt sich in kompakter Schreibweise:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1,d} \\ i_{1,q} \\ \omega_m \\ \varphi_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} i_{1,d} + z_P \omega_m i_{1,q} \\ -\frac{R_1}{L_1} i_{1,q} - z_P \omega_m i_{1,d} - z_P \omega_m \frac{\psi_{P,d}}{L_1} \\ \frac{k_T}{\sqrt{2} J_{Motor}} i_{1,q} \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,d} \\ u_{1,q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \\ 0 \end{bmatrix} m_{Last} \tag{2.68}
 \end{aligned}$$

⁴Die Momentkonstante k_T ist als Verhältnis zwischen Nennmoment und Effektivwert des Motornennstroms im Dreiphasensystem definiert: $k_T := \frac{M_N}{I_N}$. Mit $I_N = \frac{i_{1,q,N}}{\sqrt{2}}$ ergibt sich der angegebene Ausdruck.

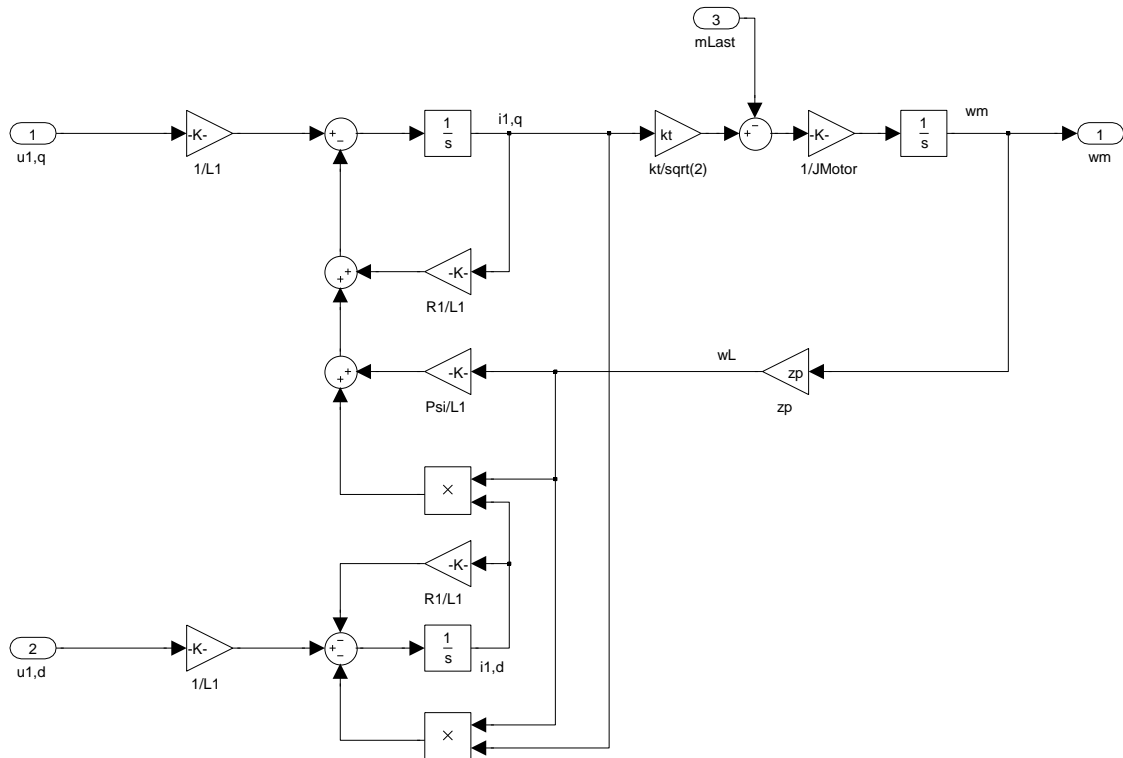


Abbildung 2.4: Modell des Synchronmotors im rotorfesten Koordinatensystem.

Es handelt sich um ein nichtlineares Differentialgleichungssystem, dessen Signalfuss in Abbildung 2.4 dargestellt ist. Aufgabe einer Regelung für die Strecke (2.68) ist es, mit den Stellgrößen $u_{1,d}$ und $u_{1,q}$ die tatsächliche Position des Motors einem gegebenen Referenzpositionsprofil möglichst gut nachzuführen. Im nächsten Abschnitt wird eine für diese Aufgabe übliche Reglerstruktur beschrieben.

2.2 Servoverstärker

Aufgabe eines Servoverstärkers, wie z.B. in Anhang A gezeigt, ist es, die im vorigen Abschnitt beschriebene Regelung durchzuführen. Dazu wird üblicherweise eine kaskadierte Struktur, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, verwendet. Die wichtigsten Komponenten der Reglerstruktur sind:

- Transformation der Phasenströme in das feststehende (statorfeste) Koordinatensystem (Clarke-Transformation)
- Transformation der statorfesten Ströme in das drehende (rotorfeste) Koordinatensystem (Park-Transformation)
- Stromregler für Längs- und Querkomponente
- Rücktransformation der Stellgrößen des Stromreglers in das statorfeste Koordinatensystem (inverse Park-Transformation)
- Rücktransformation der Stellgrößen im statorfesten Koordinatensystem in das Dreiphasensystem (inverse Clarke-Transformation)
- Stelleinrichtung mit Ansteuereinheit
- Gebereinheit

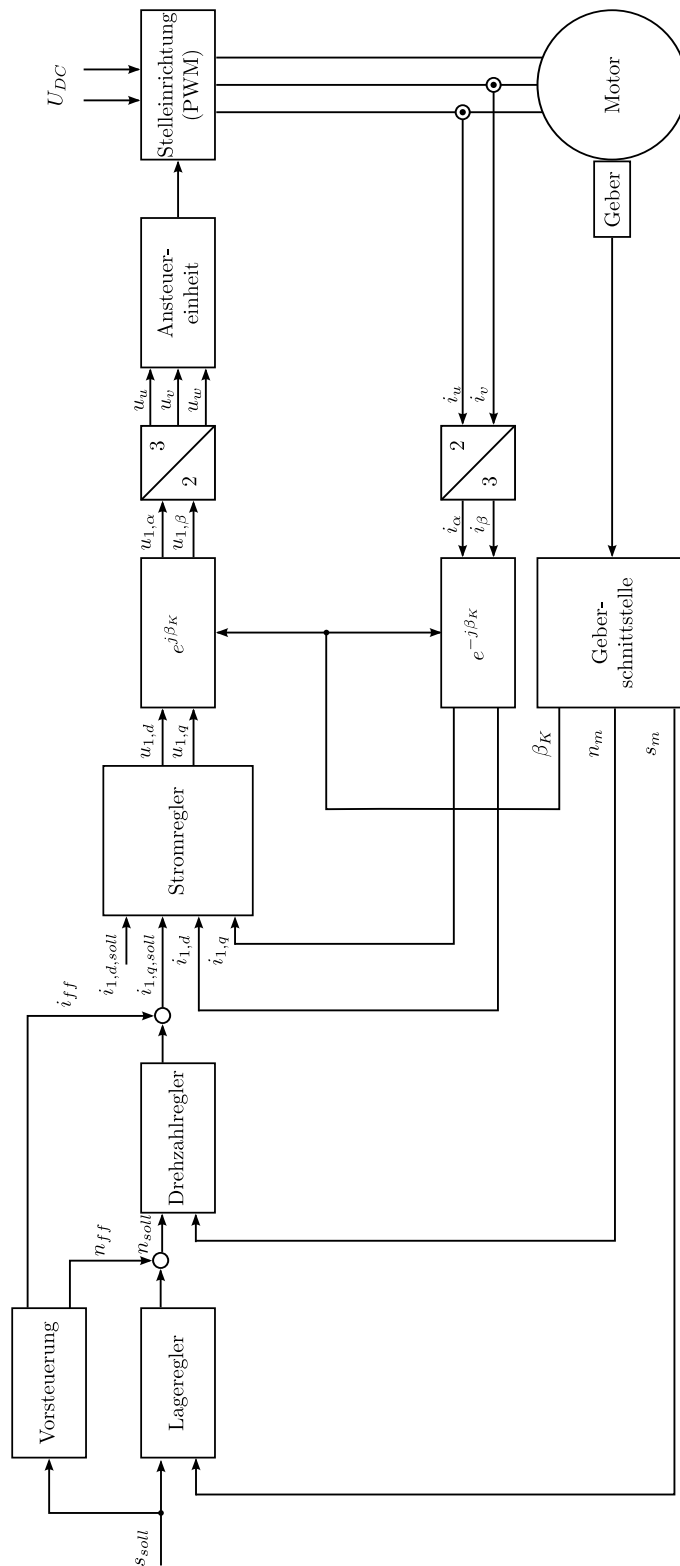


Abbildung 2.5: Struktur zur Regelung des Synchronmotors im rotorfesten Koordinatensystem.

- Drehzahlregler
- Lageregler
- Vorsteuerungen

Ein Vorteil dieser Struktur ist die Möglichkeit, das Moment unabhängig vom Magnetisierungszustand der Maschine steuern zu können. Weiters können untergeordnete Regelkreise selbstständig betrieben werden. So ist es z.B. möglich, nur drehzahl- oder stromgeregelt fahren zu können. Auch im Hinblick auf die Inbetriebnahme besitzt die Kaskadenstruktur den Vorteil, dass die Regelkreise Schritt für Schritt von innen nach außen parametrierbar werden können. Im Folgenden werden die jeweiligen Regelkreise näher beschrieben.

2.2.1 Stromregelkreis

Die gemessenen Phasenströme werden mit (2.7) in das statorfeste Koordinatensystem übergeführt. Für die Transformation vom statorfesten in das rotorfeste Koordinatensystem mit (2.21) ist die Lage des Motors β_K notwendig, welche die Gebereinheit liefert. Aufgabe der Stromregler ist die Nachführung der Strom-Istwerte den folgenden Sollwerten:

$$i_{1,d} \stackrel{!}{=} i_{1,d,soll} = 0 \quad (2.69)$$

$$i_{1,q} \stackrel{!}{=} i_{1,q,soll} \quad (2.70)$$

Mit dieser Wahl ist es bei unverändertem Magnetisierungszustand der Maschine möglich, das Moment ausschließlich mit der Querkomponente zu steuern. Bei Betrachtung von (2.63) und (2.64) ist erkennbar, dass Querkopplungen zwischen den Differentialgleichungen der Ströme bestehen und dass die mechanische Winkelgeschwindigkeit als Störung eingreift. Durch ein entsprechendes Entkopplungsnetzwerk ist es möglich, diese Komponenten zu eliminieren und zwei unabhängige Differentialgleichungen zu erhalten. Die Streckenübertragungsfunktion kann dann bei zusätzlicher Berücksichtigung einer Totzeit (Messtotzeit, Stelltotzeit, Abtastung, Berechnung) für beide Komponenten wie folgt angegeben werden:

$$G_{q,I}(s) = \frac{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}}{\mathcal{L}\{u_{1,q}\}} = G_{d,I}(s) = \frac{\mathcal{L}\{i_{1,d}\}}{\mathcal{L}\{u_{1,d}\}} = \frac{\frac{1}{R_1}}{1 + s\frac{L_1}{R_1}} e^{-sT_{tot,I}} \quad (2.71)$$

Bei bekannten Motorparametern R_1 , L_1 und bekannter Totzeit $T_{tot,I}$ kann für jede Richtung ein PI-Regler, z.B. mit Hilfe des „Betragsoptimums“ [23], entworfen werden⁵. Die Stellgrößen des Stromreglers werden zurück in das statorfeste Koordinatensystem und weiter in das Dreiphasensystem transformiert und dort von einer Ansteuereinheit über eine Stelleinrichtung als Spannung an den Motor gegeben. Der geschlossene Stromregelkreis kann durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer Ersatzzeitkonstanten T_I angenähert werden.

$$G_I(s) = \frac{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q,soll}\}} = \frac{1}{1 + sT_I} \quad (2.72)$$

2.2.2 Drehzahlregelkreis

Der Sollwert des Querstromes $i_{1,q,soll}$ wird zum Einen von der Stromvorsteuerung bestimmt als auch vom übergeordneten Drehzahlregler, welcher die Istdrehzahl $n_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$ einer gegebenen Soll Drehzahl n_{soll} nachführen soll. Im einfachsten Fall ergibt sich die Istdrehzahl

⁵Für das Totzeitglied wird dabei folgende Approximation durchgeführt: $e^{-sT_{tot,I}} \approx \frac{1}{1+sT_{tot,I}}$

durch Differentiation des Gebersignals, aber auch andere Möglichkeiten zur Drehzahlbildung sind möglich [25]. Die Strecke des Drehzahlregelkreises ergibt sich aus der Laplace-Transformierten von (2.65) bei vernachlässigtem Lastmoment, Gleichung (2.72) und einer zusätzlichen Totzeit zu:

$$G_n(s) = \frac{\mathcal{L}\{n_m\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q,soll}\}} = \frac{1}{s2\pi\sqrt{2}J_{Motor}} \cdot \frac{k_T}{1+sT_I} e^{-sT_{tot}} \quad (2.73)$$

Bei bekannten Parametern J_{Motor} , k_T , T_I und T_{tot} ⁶ kann mit Hilfe des „Symmetrischen Optimums“ [23] ein PI-Drehzahlregler der Form

$$R_n(s) = k_v \frac{1+st_n}{st_n} \quad (2.74)$$

parametriert werden:

$$k_v = \frac{\pi\sqrt{2}J_{Motor}}{k_T T_I} \quad (2.75)$$

$$t_n = 4T_I \quad (2.76)$$

Mit dieser Wahl ergibt sich für den geschlossenen Drehzahlregelkreis nach Kompensation des Zählerterms $1+s4T_I$ durch ein Solldrehzahlfilter die folgende Übertragungsfunktion:

$$T_n(s) = \frac{\mathcal{L}\{n_m\}}{\mathcal{L}\{n_{soll}\}} = \frac{1}{1+s4T_I+s^28T_I^2+s^38T_I^3} \quad (2.77)$$

Die Solldrehzahl ergibt sich wiederum als Stellgröße des übergeordneten Lagereglers.

2.2.3 Lageregelkreis

Da der Drehzahlregelkreis Teil der Lagereglerstrecke ist, wird dessen Dynamik maßgeblich in den Entwurf eingehen. Zusätzlich zur Dynamik (2.77) ist der zweite Teil der Strecke ein Integrator, welcher das Verhalten zwischen der Istzahl und der Istposition beschreibt. Zusammengefasst ergibt sich somit als Lagereglerstrecke die Übertragungsfunktion

$$G_p(s) = \frac{\mathcal{L}\{s_m\}}{\mathcal{L}\{n_{soll}\}} = \frac{1}{s(1+s4T_I)} \quad (2.78)$$

wobei in (2.77) die Terme 2. und 3. Ordnung vernachlässigt wurden. Da in diesem Kreis keine weiteren Störungen auftreten können, reicht es im Allgemeinen aus, den PI-Lageregler als Proportionalregler zu betreiben. Als Einstellvorschrift wird in diesem Fall das „Betragsoptimum“ [23] verwendet. Für die Strecke (2.78) kann die Proportionalverstärkung wie folgt berechnet werden:

$$k_p = \frac{1}{8T_I} \quad (2.79)$$

Mit Hilfe der kaskadierten Struktur und den gezeigten Parametrierungsmöglichkeiten ist es möglich, die Aufgabe der Positionsnachführung zu lösen. Um das Führungsverhalten, welches oft ein wesentliches Kriterium bei Positionieraufgaben ist, zu verbessern, werden häufig Vorsteuerungen eingesetzt.

2.2.4 Vorsteuerungen

Eine Vorsteuerung bestimmt die Stellgröße aus dem Verlauf der Führungsgröße und entlastet im Idealfall den Regler komplett. Da diese Maßnahme in einer offenen Kette wirkt, entstehen durch deren Anwendung keine Stabilitätsprobleme.

⁶Die Totzeit der Drehzahlreglerstrecke T_{tot} wird der Ersatzzeitkonstante des geschlossenen Stromregelkreises T_I hinzugefügt.

2.2.4.1 Drehzahlvorsteuerung

Die Idee der Drehzahlvorsteuerung besteht darin, unter Berücksichtigung der Streckendynamik (2.78) eine Stellgröße n_{ff} so zu berechnen, dass die Ausgangsgröße s_m der Sollgröße s_{soll} ideal folgt. Aus

$$\mathcal{L}\{s_m\} \stackrel{!}{=} \mathcal{L}\{s_{soll}\} = G_p(s)\mathcal{L}\{n_{ff}\} \quad (2.80)$$

folgt

$$\mathcal{L}\{n_{ff}\} = G_p^{-1}(s)\mathcal{L}\{s_{soll}\} = s(1 + s4T_I)\mathcal{L}\{s_{soll}\} \quad (2.81)$$

dessen Realisierung ein zweimaliges Differenzieren der Führungsgröße notwendig machen würde. Aufgrund der Abschätzung $T_I \ll 1$ gilt vereinfacht:

$$\mathcal{L}\{n_{ff}\} \approx s \cdot \mathcal{L}\{s_{soll}\} \quad (2.82)$$

was im Zeitlichen einer Differentiation der Sollposition entspricht:

$$n_{ff} \approx \frac{d}{dt}s_{soll} \quad (2.83)$$

Zur Entlastung des Drehzahlregelkreises wird im Folgenden die Moment- oder Stromvorsteuerung beschrieben.

2.2.4.2 Moment- oder Stromvorsteuerung

Ähnlich der Drehzahlvorsteuerung wird bei der Moment- oder Stromvorsteuerung unter Berücksichtigung der Dynamik der Drehzahlreglerstrecke (2.73) bei vernachlässigter Totzeit T_{tot} und einem Integrator zwischen der Istzahl und Istposition jene Stellgröße i_{ff} berechnet, welche notwendig ist, um ebenfalls s_m der Größe s_{soll} bei vernachlässigter Störung $m_{Last} = 0$ ideal nachzuführen. Aus

$$\mathcal{L}\{s_m\} \stackrel{!}{=} \mathcal{L}\{s_{soll}\} = \frac{G_n(s)}{s}\mathcal{L}\{i_{ff}\} \quad (2.84)$$

folgt

$$\mathcal{L}\{i_{ff}\} = sG_n^{-1}(s)\mathcal{L}\{s_{soll}\} = \frac{2\pi\sqrt{2}J_{Motor}}{k_T}s^2(1 + sT_I)\mathcal{L}\{s_{soll}\} \quad (2.85)$$

dessen Realisierung ein dreimaliges Differenzieren der Führungsgröße notwendig machen würde. Mit der in Abschnitt 2.2.4.1 getätigten Annahme $T_I \ll 1$ gilt vereinfacht:

$$\mathcal{L}\{i_{ff}\} \approx \frac{2\pi\sqrt{2}J_{Motor}}{k_T}s^2\mathcal{L}\{s_{soll}\} \quad (2.86)$$

was im Zeitlichen einer zweimaligen Differentiation der Sollposition entspricht:

$$i_{ff} \approx \frac{2\pi\sqrt{2}J_{Motor}}{k_T} \cdot \frac{d^2}{dt^2}s_{soll} \quad (2.87)$$

Der Vorsteuerstrom ist also proportional zur Beschleunigung, wobei der Proportionalwert abhängig von der Trägheit und Momentkonstante des Motors ist. Weiters ist daraus erkennbar, dass unter Zulassung von sprunghaften Stromänderungen die Solltrajektorie so beschaffen sein muss, dass sie mindestens einmal stetig differenzierbar ist.

2.2.5 Abtastzeiten

Die kaskadierte Struktur inklusive Vorsteuerungen ist auf einem Servoverstärker, welcher ein typisches Beispiel eines Echtzeitsystems ist, implementiert. Gemäß dem Prinzip einer Kaskade, dass die Dynamik von außen nach innen schneller wird, sind auch die Abtastzeiten gestuft. Abhängig von der Schaltfrequenz der Stelleinrichtung (5, 10, 20kHz) ist das Zeitraster für den Stromregler, die Transformationen und die Gebereinheit mit (50, 100, 200 μ s) festgelegt. Der überlagerte Drehzahlregler wird alle 200 μ s und der Lageregler sowie die Vorsteuerung alle 400 μ s abgearbeitet. An den Schnittstellen der unterschiedlichen Tastsysteme wird zur Reduktion der Stufen eine Interpolation durchgeführt.

2.2.6 Gebereinheit

2.2.6.1 Drehgeber

Der Geber ist üblicherweise, wie in Abbildung 2.5 dargestellt, fix mit dem Motor verbunden und liefert so dessen Position. Aufgrund unterschiedlicher Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit gibt es verschiedene Typen, welche sich im wesentlichen durch die Geberauflösung unterscheiden:

- Resolver: typischerweise 14Bit ⁷
- EnDat: typischerweise 25Bit ⁸

Für anspruchsvolle Anwendungen sowie bei Bewegungsaufgaben im oder nahe Stillstand ist ein Geber unverzichtbar. Für viele Anwendungen reicht es aber, unterschiedliche Geschwindigkeitsprofile nachzufahren. In diesen Fällen kann auf den Geber verzichtet und dieser, wie in Abbildung 2.6 gezeigt, durch einen virtuellen Geber (Beobachter) ersetzt werden. Kostenvorteile sprechen hauptsächlich für den Einsatz eines virtuellen Gebers. Es können Komponenten wie der Geber selbst, das Geberkabel und die Gebereinsteckkarte eingespart werden. Aufgrund der geringeren Anzahl an beteiligten Komponenten reduziert sich dadurch auch die Ausfallswahrscheinlichkeit.

2.2.6.2 Virtueller Geber

Da bei permanentmagneterregten Synchronmotoren der Fluss unmittelbar mit dem Rotor verbunden ist, kann durch Flussbeobachtung auf dessen Position geschlossen werden. Unterschiedliche Methoden zur Beobachtung des Flusses sind bekannt und einige Beispiele sind in [22], [26], [27], [28], [29] aufgezeigt. In dieser Arbeit wird ein Flussbeobachter im statorfesten Koordinatensystem (α, β) , welcher aus der Spannungsgleichung der Synchronmaschine (2.36) abgeleitet werden kann. Umgeformt und aufgelöst nach dem Fluss $\underline{\psi}_P^S = \psi_{P,\alpha} + j\psi_{P,\beta}$ ergibt sich:

$$\underline{\psi}_P^S = \int_{\tau=0}^t (\underline{u}_1^S - R_1 \dot{i}_1^S) d\tau - L_1 \dot{i}_1^S \quad (2.88)$$

Dabei ist $\dot{i}_1^S = i_{1,\alpha} + j i_{1,\beta}$ der gemessene Strom und $\underline{u}_1^S = u_{1,\alpha} + j u_{1,\beta}$ die gestellte Spannung. Aus den Komponenten $\psi_{P,\alpha}$ und $\psi_{P,\beta}$ kann die Position des Flusses $\underline{\psi}_P^S$ und somit die Position des Rotors β_K mit Hilfe der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$\beta_K = \arg(\underline{\psi}_P^S) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{\psi}_P^S)}{\text{Re}(\underline{\psi}_P^S)}\right) \quad (2.89)$$

⁷www.br-automation.com

⁸www.heidenhain.de

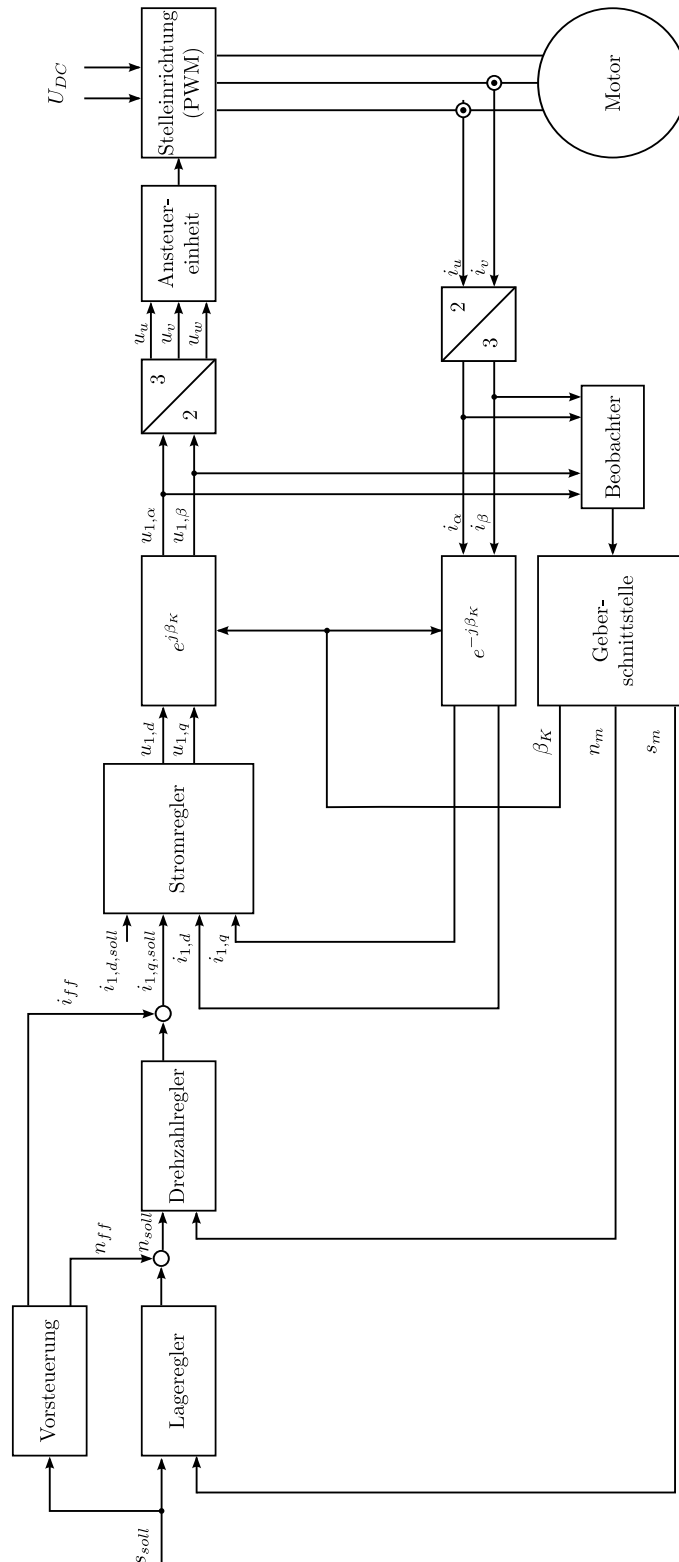


Abbildung 2.6: Struktur zur Regelung des Synchronmotors im rotorfesten Koordinatensystem, bei der ein Beobachter den Geber ersetzt.

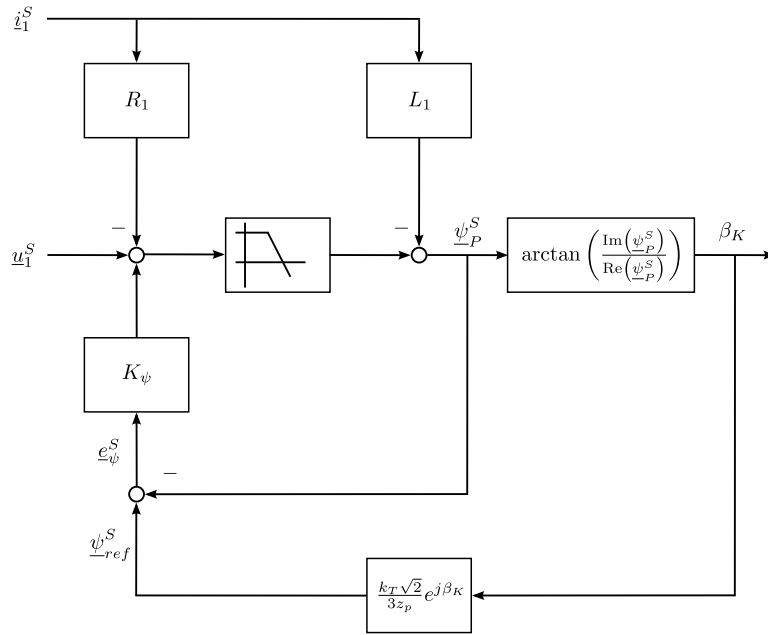


Abbildung 2.7: Signalflussplan des Flussbeobachters im statorfesten Koordinatensystem.

Das Problem der offenen Integration des Beobachters wird durch ein Tiefpassfilter und die Rückführung des geschätzten Flussfehlers

$$e_{\psi}^S = \underline{\psi}_{ref}^S - \underline{\psi}_P^S \quad (2.90)$$

multipliziert mit einem Faktor K_{ψ} gelöst. Der Fehler e_{ψ}^S ergibt sich dabei aus dem beobachteten Fluss $\underline{\psi}_P^S$ und dem berechneten Referenzfluss (siehe Gl. 2.66):

$$\underline{\psi}_{ref}^S = \frac{k_T \sqrt{2}}{3z_p} e^{j\beta_K} \quad (2.91)$$

Dadurch werden unerwünschte Einflüsse durch die Strommessung, Unzulänglichkeiten in der Spannungsstellung (z.B. nichtlinearer Inverterfehler) und unsichere Motorparameter stark reduziert. Die Grundstruktur des Beobachters ist im Signalflussplan in Abbildung 2.7 dargestellt. Durch entsprechende Parametrierung kann dieser Beobachter am Servoverstärker aktiviert werden. Dazu muss die Geberschnittstelle auf den virtuellen Geber verschaltet werden. Weiters muss der Übergangsbereich vom gesteuerten zum geregelten Betrieb festgelegt werden. Das ist deshalb notwendig, da unterhalb einer bestimmten Drehzahl der Beobachter keine brauchbaren Signale liefert und der Motor in diesem Fall gesteuert⁹ betrieben wird. Bei hinreichend genauer Kenntnis der Motorparameter R_1 , L_1 , k_T und z_p und einem Erfahrungswert für K_{ψ} können die Parameter des eigentlichen Beobachters festgelegt werden. Da die Spannung u_1^S eine wesentliche Eingangsgröße des Beobachters ist, diese aber durch die Quantisierung in der Stelleinrichtung sowie durch den nichtlinearen Spannungsabfall an den Schaltelementen (Inverterfehler) verfälscht wird, kann es besonders bei kleinen Drehzahlen zu starken Beobachtungsfehlern kommen. Deshalb gibt es die Möglichkeit, einen Spannungsbeobachter einzusetzen, welcher nach erfolgter Identifikation diese systematischen Fehler kompensiert und dadurch eine deutlich bessere Beobachtung zur Folge hat [29].

⁹Unter gesteuert wird in diesem Fall verstanden, dass ein Stromzeiger entsprechend der gewünschten Drehzahl vorgegeben wird.

2.3 Mechanik

Wird der Motor (Antriebsmaschine) an eine Mechanik (Arbeitsmaschine) angeschlossen, hat dies zur Folge, dass es zu einer Momentrückwirkung m_{Last} von der Arbeitsmaschine auf die Antriebsmaschine kommt. Diese Rückwirkung kann unterschiedliche Abhängigkeiten haben:

$$m_{Last} = m_{Last}(t, \omega_m, \varphi_m, \dots) \quad (2.92)$$

Dazu wird (2.62) verallgemeinert und auf folgende Form gebracht [30]:

$$J_{Motor} \dot{\omega}_m = \begin{cases} 0, & \underbrace{(\omega_m = 0) \wedge (|m - m_{Last}| < M_S + M_{Bremse})}_{\text{Haftbedingung}} \\ m - m_{Reibung} - m_{Last}, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.93)$$

wobei das Reibmoment $m_{Reibung}$ und das Lastmoment m_{Last} wie folgt gegeben sind [31]:

$$m_{Reibung} = r_v \omega_m + M_S \text{sign}(\omega_m) \quad (2.94)$$

$$m_{Last} = \sigma_{Bremse} M_{Bremse} \text{sgn}(\omega_m) + M_{Gravitation} + m_{Torsion} \quad (2.95)$$

Durch diese Erweiterung können folgende, für diese Arbeit notwendigen Lastfälle beschrieben werden.

2.3.1 Reibung

Das Reibmoment in (2.94) besteht aus einem geschwindigkeitsproportionalen (viskosen) Anteil, ausgedrückt durch r_v , und einem statischen Anteil (Coulombsche Reibung), ausgedrückt durch M_S . In Kombination mit der Haftbedingung in (2.93) kann der Reibeffekt korrekt modelliert werden.

2.3.2 Haltebremse

Eine Haltebremse ist in den meisten Fällen Teil des Motors und kann als statische Reibung wie in Abschnitt 2.3.1 betrachtet werden. Anstatt des statischen Reibmoments M_S wird das Haltemoment der Bremse M_{Bremse} verwendet¹⁰, welches abhängig vom Bremsstatus σ_{Bremse} in (2.95) wirkt:

$$\sigma_{Bremse} = \begin{cases} 0, & \text{Bremse gelüftet} \\ 1, & \text{Bremse geschlossen} \end{cases} \quad (2.96)$$

Das Massenträgheitsmoment der Bremse J_{Bremse} wird zur Motorträgheit hinzugerechnet:

$$J_{Motor} := J_{Motor} + J_{Bremse} \quad (2.97)$$

2.3.3 Hängende Achse

Der Anteil $M_{Gravitation}$ in (2.95) ist dafür gedacht, eine hängende Achse zu modellieren. Von einer solchen wird meist dann gesprochen, wenn aufgrund der Gravitation ein konstantes Moment auf den Motor einwirkt. Würde die Haltebremse gelüftet, hätte dies nach Überwinden der Haftreibung eine beschleunigte Bewegung zur Folge.

¹⁰Im Falle von gleichzeitigem Auftreten von statischer Reibung und einer Haltebremse addieren sich die beiden Werte M_S und M_{Bremse} wie in (2.93) dargestellt.

2.3.4 2-Massen-System

Das Torsionsmoment $m_{Torsion}$ in (2.95) soll jene Momentrückwirkung beschreiben, welche durch das mehr oder wenige flexible Anbringen einer zweiten Trägheitsmasse J_{Last} entsteht. In einem solchen Fall wird von einem 2-Massen-System oder Zweimassenschwinger gesprochen.

2.3.4.1 Darstellung im Zeitbereich

Die dynamischen Gleichungen ergeben sich für die Antriebs- als auch Abtriebsseite zu:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_m &= \omega_m \\ J_{Motor} \dot{\omega}_m &= m - m_{Torsion} \\ \dot{\varphi}_l &= \omega_l \\ J_{Last} \dot{\omega}_l &= m_{Torsion} \end{aligned} \quad (2.98)$$

wobei φ_l die Lastposition und ω_l die mechanische Winkelgeschwindigkeit der Lastträgheit sind. Das Torsionsmoment ist festgelegt durch:

$$m_{Torsion} = c(\varphi_m - \varphi_l) + d(\omega_m - \omega_l) \quad (2.99)$$

wobei c die Federsteifigkeit und d die Dämpfung des gedachten Torsionsstabes sind. Mit der Definition für die Verdrehung

$$\Delta\varphi := \varphi_m - \varphi_l \quad (2.100)$$

und deren zeitlicher Ableitung

$$\dot{\Delta\varphi} = \dot{\varphi}_m - \dot{\varphi}_l = \omega_m - \omega_l \quad (2.101)$$

kann die Anzahl der Gleichungen (2.98) reduziert werden:

$$\begin{aligned} \dot{\Delta\varphi} &= \omega_m - \omega_l \\ J_{Motor} \dot{\omega}_m &= m - m_{Torsion} \\ J_{Last} \dot{\omega}_l &= m_{Torsion} \end{aligned} \quad (2.102)$$

Für (2.102) ergibt sich mit dem Ausdruck für das Torsionsmoment

$$m_{Torsion} = c\Delta\varphi + d(\omega_m - \omega_l) \quad (2.103)$$

in kompakter Form:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \omega_l \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \frac{c}{J_{Last}} & -\frac{d}{J_{Last}} & \frac{d}{J_{Last}} \\ -\frac{c}{J_{Motor}} & \frac{d}{J_{Motor}} & -\frac{d}{J_{Motor}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \omega_l \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \end{bmatrix} m \quad (2.104)$$

Diese Gleichung dient auch als Grundlage zur Berechnung der Frequenzgänge im nächsten Abschnitt.

2.3.4.2 Darstellung im Frequenzbereich

Für verschwindende Anfangswerte können aus (2.104) mit dem Zusammenhang (2.67) die Übertragungsfunktionen vom Querstrom auf die motorseitige Drehzahl $n_m = \omega_m/(2\pi)$:

$$\frac{\mathcal{L}\{n_m\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}} = G_m(s) = \underbrace{\frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{s(J_{Motor} + J_{Last})}}_{\text{1-Massen-System}} \cdot \underbrace{\frac{s^2 J_{Last} + sd + c}{s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{J_{Motor} + J_{Last}} + sd + c}}_{\text{Einfluss der elastischen Welle}} \quad (2.105)$$

sowie vom Querstrom auf die lastseitige Drehzahl $n_l = \omega_l/(2\pi)$:

$$\frac{\mathcal{L}\{n_l\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}} = G_l(s) = \underbrace{\frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{s(J_{Motor} + J_{Last})}}_{\text{1-Massen-System}} \cdot \underbrace{\frac{sd + c}{s^2 \frac{J_{Motor}J_{Last}}{J_{Motor}+J_{Last}} + sd + c}}_{\text{Einfluss der elastischen Welle}} \quad (2.106)$$

berechnet werden [23]. Daraus ergibt sich das dynamische Verhalten zwischen motorseitiger und lastseitiger Drehzahl zu:

$$\frac{\mathcal{L}\{n_l\}}{\mathcal{L}\{n_m\}} = G_{m,l}(s) = \frac{sd + c}{s^2 J_{Last} + sd + c} \quad (2.107)$$

Die Übertragungsfunktion (2.105) kann in einen starren Anteil und einen flexiblen Anteil aufgeteilt werden. Der starre Anteil besteht aus einem 1-Massen-System mit dem Gesamt-massenträgheitsmoment

$$J_{Gesamt} = J_{Motor} + J_{Last} \quad (2.108)$$

Der Zähler und Nenner des flexiblen Anteils können durch folgende Normpolynome 2. Ordnung dargestellt werden:

$$\begin{aligned} Z_{2MS}(s) &= 1 + s \frac{2D_Z}{\omega_{0,Z}} + s^2 \frac{1}{\omega_{0,Z}^2} \\ N_{2MS}(s) &= 1 + s \frac{2D_N}{\omega_{0,N}} + s^2 \frac{1}{\omega_{0,N}^2} \end{aligned} \quad (2.109)$$

Aus einem Koeffizientenvergleich ergeben sich mit $x_{2MS} := \frac{J_{Motor}}{J_{Gesamt}}$ die Kennkreisfrequenzen und Dämpfungen wie folgt:

$$\omega_{0,Z} = \sqrt{\frac{c}{(1 - x_{2MS})J_{Gesamt}}} \quad (2.110)$$

$$D_Z = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{1}{c(1 - x_{2MS})J_{Gesamt}}} \quad (2.111)$$

$$\omega_{0,N} = \sqrt{\frac{c}{x_{2MS}(1 - x_{2MS})J_{Gesamt}}} \quad (2.112)$$

$$D_N = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{1}{cx_{2MS}(1 - x_{2MS})J_{Gesamt}}} \quad (2.113)$$

Für das Verhältnis von Zähler- und Nennergrößen folgt:

$$\begin{aligned} \omega_{0,Z} &= \sqrt{x_{2MS}} \omega_{0,N} \\ D_Z &= \sqrt{x_{2MS}} D_N \end{aligned} \quad (2.114)$$

Für kleine Dämpfungen entspricht

$$f_{ares} = \frac{\omega_{0,Z}}{2\pi} \quad (2.115)$$

der Antiresonanzfrequenz und

$$f_{res} = \frac{\omega_{0,N}}{2\pi} \quad (2.116)$$

der Resonanzfrequenz des 2-Massen-Systems. Da $x_{2MS} < 1$ gilt, liegt die Antiresonanzfrequenz immer bei tieferen Frequenzen als die Resonanzfrequenz ($f_{ares} < f_{res}$).

2.3.5 2-Massen-System mit Getriebe

Ein weiterer wichtiger Lastfall ergibt sich dadurch, dass bei einem 2-Massen-System ein Getriebe mit der Übersetzung

$$i_G = \frac{\omega_m}{\omega_l} \quad (2.117)$$

berücksichtigt wird.

2.3.5.1 Darstellung im Zeitbereich

Die dynamischen Gleichungen ergeben sich in Anlehnung an (2.102) sowohl für die Antriebs- als auch Abtriebsseite zu:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\varphi} &= \frac{\omega_m}{i_G} - \omega_l \\ J_{Motor} \dot{\omega}_m &= m - \frac{m_{Torsion}}{i_G} \\ J_{Last} \dot{\omega}_l &= m_{Torsion} \end{aligned} \quad (2.118)$$

Für (2.118) ergibt sich mit (2.103) in kompakter Form:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \omega_l \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{1}{i_G} \\ \frac{c}{J_{Last}} & -\frac{d}{J_{Last}} & \frac{d}{J_{Last}i_G} \\ -\frac{c}{J_{Motor}i_G} & \frac{d}{J_{Motor}i_G} & -\frac{d}{J_{Motor}i_G^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \omega_l \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \end{bmatrix} m \quad (2.119)$$

Diese Gleichung dient auch als Grundlage zur Berechnung der Frequenzgänge im nächsten Abschnitt.

2.3.5.2 Darstellung im Frequenzbereich

Für verschwindende Anfangswerte kann aus (2.119) mit dem Zusammenhang (2.67) die Übertragungsfunktion vom Querstrom auf die motorseitige Drehzahl $n_m = \omega_m/(2\pi)$:

$$\frac{\mathcal{L}\{n_m\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}} = \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{s \left(J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2} \right)} \cdot \frac{s^2 \frac{J_{Last}}{i_G^2} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}}{s^2 \frac{J_{Motor} \frac{J_{Last}}{i_G^2}}{J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2}} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}} \quad (2.120)$$

1-Massen-System Einfluss der elastischen Welle

sowie vom Querstrom auf die lastseitige Drehzahl $n_l = \omega_l/(2\pi)$:

$$\frac{\mathcal{L}\{n_l\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}} = \frac{1}{i_G} \cdot \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{s \left(J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2} \right)} \cdot \frac{s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}}{s^2 \frac{J_{Motor} \frac{J_{Last}}{i_G^2}}{J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2}} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}} \quad (2.121)$$

1-Massen-System Einfluss der elastischen Welle

berechnet werden. Die Übertragungsfunktion (2.120) kann auch hier wieder in einen starren Anteil mit dem Gesamtmassenträgheitsmoment

$$J_{Gesamt} = J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2} \quad (2.122)$$

und einen flexiblen Anteil aufgeteilt werden.

2.3.5.3 Schlussfolgerungen bei Verwendung eines Getriebes

Aus dem Vergleich von (2.105) und (2.120) sowie (2.106) und (2.121) ist ersichtlich, dass sich ein 2-Massen-System mit Getriebe wie ein 2-Massen-System ohne Getriebe verhält, wobei für die physikalischen Parameter gilt:

$$\begin{aligned} J_{Motor} &\rightarrow J_{Motor} \\ J_{Last} &\rightarrow \frac{J_{Last}}{i_G^2} \\ c &\rightarrow \frac{c}{i_G^2} \\ d &\rightarrow \frac{d}{i_G^2} \end{aligned} \quad (2.123)$$

Für ein größer werdendes Übersetzungsverhältnis können folgende Aussagen getroffen werden:

- Das effektive Gesamtmassträgheitsmoment wird kleiner:

$$\lim_{i_G \rightarrow \infty} J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2} = J_{Motor} \quad (2.124)$$

- Die Übertragungsfunktion (2.121) vom Querstrom auf die Lastdrehzahl geht gegen null.
- Die Antiresonanzfrequenz, festgelegt durch die Nullstellen des flexiblen Anteils von (2.120), ändert sich nicht:

$$s^2 \frac{J_{Last}}{i_G^2} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2} = s^2 J_{Last} + sd + d = 0 \quad (2.125)$$

- Die Resonanzfrequenz, festgelegt durch die Pole des flexiblen Anteils von (2.120) oder (2.121), verschiebt sich in Richtung Antiresonanzfrequenz:

$$\lim_{i_G \rightarrow \infty} s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2}} + sd + c = s^2 J_{Last} + sd + c \quad (2.126)$$

- Die quadratischen Terme in (2.120), welche Antiresonanz- und Resonanzfrequenz bestimmen, kürzen sich aufgrund der Ordnungsreduktion heraus:

$$\lim_{i_G \rightarrow \infty} \frac{s^2 \frac{J_{Last}}{i_G^2} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}}{\frac{J_{Motor} \frac{J_{Last}}{i_G^2}}{J_{Motor} + \frac{J_{Last}}{i_G^2}} + s \frac{d}{i_G^2} + \frac{c}{i_G^2}} = \frac{s^2 J_{Last} + sd + c}{s^2 J_{Last} + sd + c} = 1 \quad (2.127)$$

Dadurch gehen die Steuer- und/oder Beobachtbarkeit verloren.

- Das System wird immer schlechter beobachtbar. Die Determinante der Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{B}_y , berechnet aus der Systemmatrix in (2.119) und dem Ausgangsvektor für motorseitige Drehzahl n_m , geht gegen null:

$$\lim_{i_G \rightarrow \infty} \det \mathbf{B}_y = \lim_{i_G \rightarrow \infty} - \left(\frac{c}{J_{Motor} i_G} \right)^2 = 0 \quad (2.128)$$

Es kann also ein 2-Massen-System mit Getriebe gleich behandelt werden wie eines ohne Getriebe, wenn die Substitutionen (2.123) berücksichtigt werden. Dem Vorteil der geringeren Momentrückwirkung durch ein Getriebe steht der Nachteil der schlechten Beobachtbarkeit der lastseitigen Größen gegenüber. Dieser Sachverhalt muss bei der Regelung von Achsen mit tief liegenden Eigenfrequenzen berücksichtigt werden.

2.3.6 Mehrmassenschwinger

2.3.6.1 Darstellung im Zeitbereich

Aufgrund der deutlich wachsenden Komplexität durch Hinzunahme weiterer Trägheitsmassen wird auf die Beschreibung im Zeitbereich verzichtet und z.B. auf die Arbeit [5] verwiesen. Übersichtlicher und deutlich kompakter können solche Systeme im Frequenzbereich dargestellt werden.

2.3.6.2 Darstellung im Frequenzbereich

Für verschwindende Anfangswerte ergibt sich als Übertragungsfunktion vom Querstrom auf die motorseitige Drehzahl $n_m = \omega_m/(2\pi)$ als Verallgemeinerung von (2.105) mit den Normpolynomen 2. Ordnung (2.109):

$$\frac{\mathcal{L}\{n_m\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q}\}} = \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22}\pi}}{\underbrace{s(J_{Motor} + J_{Last})}_{\text{1-Massen-System}}} \cdot \prod_k \frac{1 + s \frac{2D_{Z,k}}{\omega_{0,Z,k}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,Z,k}}\right)^2}{1 + s \frac{2D_{N,k}}{\omega_{0,N,k}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,N,k}}\right)^2} \quad (2.129)$$

Diese Übertragungsfunktion entspricht einer Serienschaltung von einem 1-Massen-System mit dem Gesamtmassenträgheitsmoment

$$J_{Gesamt} = J_{Motor} + J_{Last}, \quad J_{Last} = \sum_k J_{Last,k} \quad (2.130)$$

mit k Teilsystemen 2. Ordnung, welche die Flexibilität beschreiben. In dieser Beschreibung wird allerdings der Zusammenhang zwischen den physikalischen Parametern und den Parametern der Normpolynome für eine zunehmende Anzahl an Trägheitsmassen sehr schnell unüberschaubar.

2.4 Diskussion

In diesem Abschnitt wurden Modelle der wesentlichen Komponenten einer Servoantriebsachse erstellt. Dazu zählen die Antriebsmaschine (Motor), die Stell- und Regeleinrichtung (Servoverstärker) sowie die angetriebene Arbeitsmaschine (Mechanik). Auf Grundlage der Raumzeigerdarstellung wurde ein Grundwellenmodell der permanentmagneterregten Synchronmaschine abgeleitet. Basierend auf der Idee der feldorientierten Regelung wurde die dazu erforderliche Reglerstruktur vorgestellt und die wesentlichen Parameter beschrieben. Es wurden Möglichkeiten zur Verbesserung des Führungsverhalten, in Form von Vorsteuerungen diskutiert. Etwas detaillierter wurde auf die Möglichkeit eingegangen, den Geber durch einen virtuellen Geber (Beobachter) zu ersetzen. Schlussendlich wurden typische, in der Antriebstechnik auftretende Mechaniken diskutiert.

Diese hier zusammengefassten Grundlagen dienen zum Verständnis für die Funktionsweise einer Servoantriebsachse. Sie werden später aber auch benötigt, um Aspekte zur Identifikation und Regelung schon vorab durch Simulation klären zu können.

Kapitel 3

Systemidentifikation

3.1 Anregungssignal

3.1.1 Allgemeines

Als Anregungssignal wird in dieser Arbeit ein Pseudo-Rausch-Binär-Signal (PRBS) gewählt, da es folgende Vorteile bietet:

- Das PRBS ist hervorragend dafür geeignet, mechanische Strecken zu identifizieren. Der Grund dafür ist die gleichmäßige Anregung über einen großen Frequenzbereich.
- Weiters ist, verglichen mit einer schrittweisen Frequenzgangmessung, die Zeitdauer zur Ermittlung des Frequenzgangs vernachlässigbar klein. Die bei der Anregung auftretende Lärmbelastung ist somit auch nur von kurzer Dauer und deshalb angenehmer für den Anwender.
- Obwohl das PRBS ähnliche Eigenschaften wie das Weiße Rauschen (stochastisch) besitzt, ist das Signal deterministisch. Aufgrund der Periodizität wiederholt sich das Signal nach einer bestimmten Zeitdauer. Dies kann ausgenutzt werden, um mit deterministischen Methoden zu arbeiten.
- Das PRBS hat einen minimal möglichen Scheitelfaktor (Crest-Faktor) von 1.0. Dieses günstige Verhältnis von Scheitelwert zu Effektivwert hat zur Folge, dass viel Anregungsleistung bei gleichzeitig kleiner Anregungsamplitude in das System gebracht wird. Dies ist im Hinblick auf Stellgrößenbeschränkung von Interesse.

3.1.2 Erzeugung

Aufgrund des binären Charakters kann das PRBS, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, leicht erzeugt werden. Ein über XOR-Gatter rückgekoppeltes Schieberegister mit einem beliebigen Startwert liefert durch Taktung das gewünschte Signal mit den Werten 0 und 1. Durch

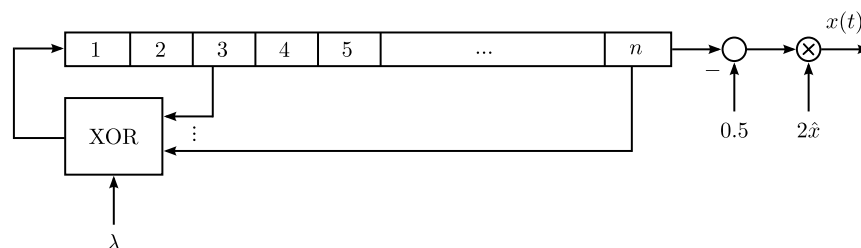


Abbildung 3.1: Struktur zur Erzeugung eines PRBS.

Addition eines Offsets und entsprechender Skalierung kann die gewünschte Amplitude eingestellt werden (siehe z.B. [11]).

3.1.3 Eigenschaften

Das PRBS $x(t)$ kann durch folgende Größen charakterisiert werden [32], [33]:

- Amplitude \hat{x}
- Ordnung n : Anzahl der Stufen des Schieberegisters
- Zykluszeit λ : Mit dieser Zeit werden die Schieberegister getaktet.

Ausgehend von der Ordnung, kann die Periodenlänge berechnet werden, welche sich zu $N = 2^n - 1$ ergibt. Die Periodizität oder Periodendauer ergibt sich aus Zykluszeit und Periodenlänge zu $T = N\lambda$. Der Gleichanteil ist gegeben durch

$$\bar{x} = \frac{\hat{x}}{N} = \frac{\hat{x}}{2^n - 1} \quad (3.1)$$

und ist somit abhängig von der Amplitude und der Ordnung des PRBS. Mit der Abtastzeit $T_a \leq \lambda$ ergibt sich als Frequenzauflösung zwischen zwei Spektrallinien $\Delta f = \frac{1}{NT_a}$ und ein Frequenzbereich, in dem die Anregung stattfindet von $\frac{1}{NT_a} \leq f \leq \frac{1}{2T_a}$.

3.1.4 Fourier-Analyse

Oft werden stochastische Methoden verwendet, um das PRBS einfacher beschreiben zu können [34]. Mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion kann die spektrale Leistungsdichte auf analytische Weise berechnet werden. Dazu ist aber theoretisch eine unendlich lange Aufzeichnungsdauer notwendig. Wird aber aufgrund des periodischen Charakters des Signals eine Fourier-Analyse durchgeführt, genügt es, eine Periode zu betrachten. Für ein zu den Zeitpunkten $t_k = kT_a$ ($k = 0 \dots \tilde{N} - 1$, $\tilde{N} = \frac{\lambda}{T_a}N$) äquidistant abgetastetes PRBS $x_k = x(t_k)$ können die komplexen Fourier-Koeffizienten c_l der Reihe

$$x_k = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_l e^{j\omega_0 k T_a} \quad \omega_0 = \frac{2\pi l}{\tilde{N}T_a} \quad (3.2)$$

numerisch berechnet werden:

$$c_l = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{k=0}^{\tilde{N}-1} x_k e^{-j\omega_0 k T_a} \quad (3.3)$$

Aufgrund der Eigenschaft

$$e^{-j\frac{2\pi(l+\tilde{N})}{\tilde{N}T_a} k T_a} = e^{-j\frac{2\pi l}{\tilde{N}T_a} k T_a} \quad (3.4)$$

reicht es aus, die Berechnung nur für folgende Werte von l durchzuführen:

$$l = 0 \dots \tilde{N} - 1 \quad (3.5)$$

Gleichung 3.3 entspricht der Diskreten Fourier-Transformierten (DFT) und kann besonders effizient mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation berechnet werden¹.

Im Folgenden wird anhand numerischer Berechnungen der Einfluss einzelner Parameter gezeigt. Es wird von einem Signal mit der Amplitude $\hat{x} = 1$ und einer Abtastzeit von $T_a = 0.0002s$ ausgegangen. Je nach Beispiel werden die Parameter, wie in Tabelle 3.1

Tabelle 3.1: Parameterstudie PRBS

	n	λ	N	\tilde{N}
Beispiel 1	5	0.0002s	31	31
Beispiel 2	5	0.0002s	31	155
Beispiel 3	5	0.0008s	31	124
Beispiel 4	9	0.0002s	511	511
Beispiel 5	5	0.0002s	32	32

dargestellt, variiert. Die zugehörigen Fourier-Koeffizienten c_l , $l = 0 \dots \text{floor}(\frac{\tilde{N}}{2})$, sind in Abbildung 3.2 nach Betrag und Phase in Abhängigkeit von der Frequenz $\frac{l}{NT_a}$ dargestellt.

Beispiel 1 - Analyse einer Periode Werden die Koeffizienten exemplarisch für ein Signal mit den Daten ($n = 5$, $\lambda = T_a$) für exakt eine Periode berechnet, ergibt sich Abbildung 3.2 (a). Es ist erkennbar, dass die Beträge der Fourier-Koeffizienten über alle Frequenzen gleich groß sind. Der Gleichanteil c_0 ist nicht exakt null, sondern besitzt den Wert aus (3.1).

Beispiel 2 - Analyse mehrerer Perioden Werden exakt fünf Perioden ($\tilde{N} = 5N$) zur Berechnung der Fourier-Koeffizienten herangezogen, ergibt sich Abbildung 3.2 (b). Aufgrund der längeren Aufzeichnungsdauer wird die Frequenzdiskretisierung kleiner. Es ist erkennbar, dass die hinzugekommenen Komponenten aufgrund ihrer Größe praktisch keine zusätzliche Information liefern.

Beispiel 3 - Analyse bei Zykluszeit ungleich Abtastzeit Wird die Zykluszeit größer als die Abtastzeit gemacht ($\lambda = 4T_a$), ergeben sich die Fourier-Koeffizienten wie in Abbildung 3.2 (c). Aufgrund der längeren Aufzeichnungsdauer einer Periode wird die Frequenzdiskretisierung kleiner. Die ursprünglich gleichmäßige Verteilung verschwindet und es werden die Beträge bei höheren Frequenzen kleiner. Weiters gibt es Frequenzbereiche (1250Hz, 2500Hz), bei denen die Beträge praktisch verschwinden.

Beispiel 4 - Analyse bei höherer Ordnung Wird die Ordnung vergrößert ($n = 9$), ergeben sich die Fourier-Koeffizienten wie in Abbildung 3.2 (d). Aufgrund der höheren Ordnung vergrößert sich die Periodendauer und somit die Aufzeichnungsdauer, was in einer kleineren Frequenzdiskretisierung resultiert. Die Beträge sind über alle Frequenzen gleich groß, allerdings ist deren Amplitude kleiner als im Fall $n = 5$. Dasselbe gilt für den Gleichanteil. Mit größer werdender Ordnung gleicht das PRBS immer mehr dem Weißen Rauschen.

Beispiel 5 - Analyse nicht ganzzahliger Periode Werden $N+1$ Datenpunkte zur Berechnung der Fourier-Koeffizienten herangezogen, ergibt sich Abbildung 3.2 (e). Der „Leck-Effekt“ führt dazu, dass der ursprünglich glatte Verlauf verloren geht.

¹In Matlab ist die Berechnung der fft wie folgt implementiert:

$$x_n = \sum_{k=1}^N x_k e^{-j \frac{2\pi}{N} (k-1)(n-1)} \quad n = 1 \dots N$$

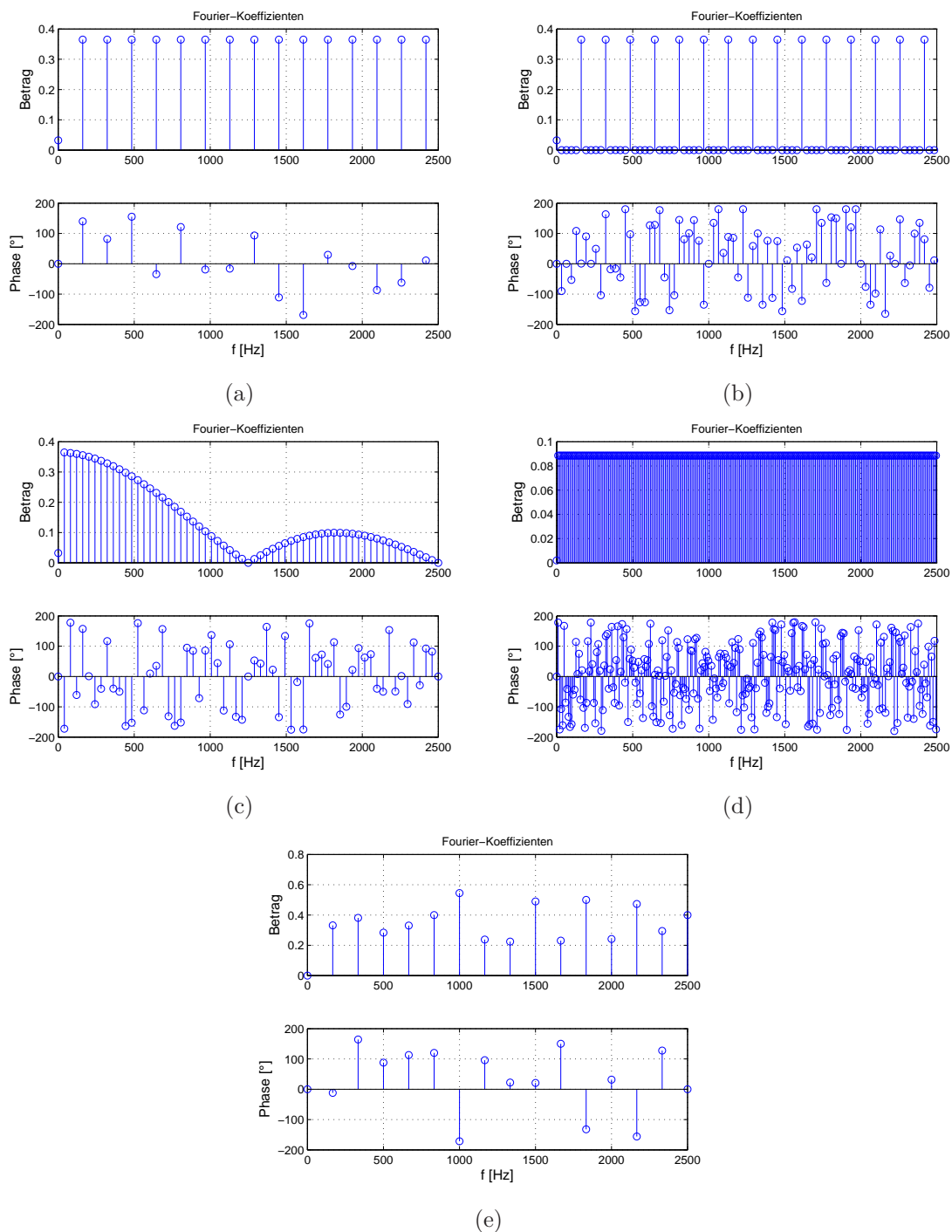


Abbildung 3.2: Betrag und Phase der Fourier-Koeffizienten eines PRBS. (a) Analyse einer Periode (b) Analyse mehrerer Perioden (c) Analyse bei Zykluszeit ungleich Abtastzeit (d) Analyse bei höherer Ordnung (e) Analyse bei nicht ganzzahliger Periode

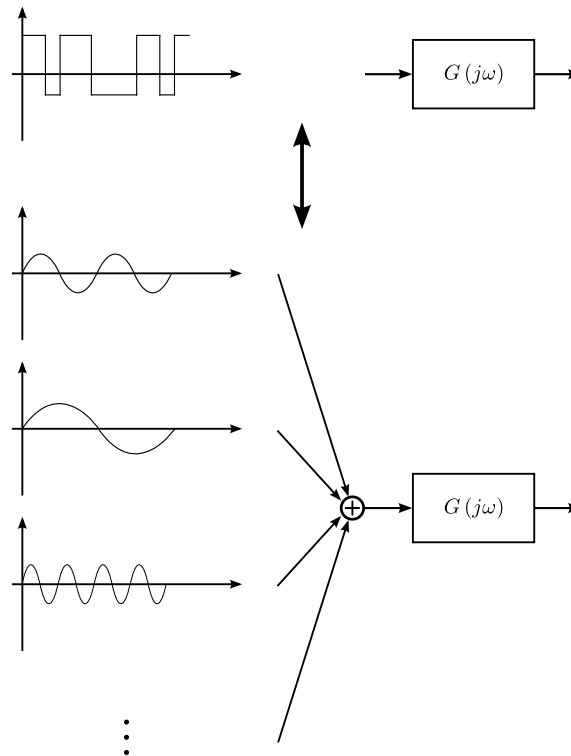


Abbildung 3.3: Interpretation des PRBS als Summe von harmonischen Funktionen.

3.1.5 Diskussion

Aus den Untersuchungen ergibt sich, dass das PRBS mit zunehmender Ordnung mehr und mehr dem Weißen Rauschen entspricht. Die Abtastzeit orientiert sich an der Zykluszeit, wobei aufgrund des Abtasttheorems $T_a \leq \lambda$ gelten muss. Abweichende Werte der Zykluszeit von der Abtastzeit resultieren in einer ungleichmäßigen Anregung im gesamten Frequenzbereich. Der höhere Frequenzbereich wird schwächer und bestimmte Frequenzen werden überhaupt nicht angeregt. Durch die Aufzeichnung von exakt N Datenpunkten kann auf die Fensterung verzichtet werden. Die Berücksichtigung mehrerer Perioden bringt keinen zusätzlichen Informationsgewinn, sondern resultiert in Komponenten, welche null sind. Im Hinblick auf die Ermittlung des Frequenzgangs im nächsten Abschnitt ist es aber notwendig, dass alle Fourier-Koeffizienten von null verschieden sind. Aus diesem Grund wird für alles weitere $T_a = \lambda$ gewählt und jeweils $N = \tilde{N} = 2^n - 1$ Elemente zur Frequenzgangsrechnung verwendet.

3.2 Ermittlung des Frequenzgangs

3.2.1 Idee

Das PRBS kann gemäß Abschnitt 3.1 als Überlagerung von harmonischen Funktionen mit bestimmtem Betrag und Phase, wie in Abbildung 3.3 dargestellt, interpretiert werden. Wird diese Summe von Signalen auf ein lineares, zeitinvariantes System angewendet und hinreichend lange gewartet, bis die Ausgleichsvorgänge abgeklungen sind, würde jede Komponente ein Antwortsignal mit gleicher Frequenz aber unterschiedlicher Amplitude und Phase zur Folge haben. Die Summe der Antworten aller Komponenten ergibt ein Antwortsignal, welches jenem entspricht, welches das System als Antwort auf das PRBS liefert. Wird das Antwortsignal ebenfalls einer Fourier-Analyse unterzogen, kann aus den Koeffizienten des Anregungs- und Antwortsignals auf das Übertragungsverhalten des Systems geschlossen

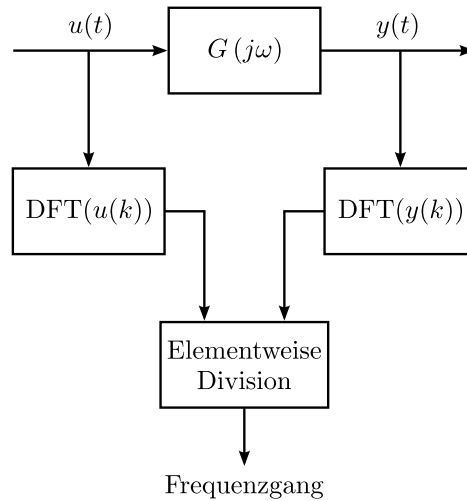


Abbildung 3.4: Struktur zur Bestimmung des Frequenzgangs.

werden. Dieses Übertragungsverhalten entspricht dem Frequenzgang des Systems.

3.2.2 Umsetzung

Um den Frequenzgang eines linearen, zeitinvarianten Systems zu bestimmen, wird von der Struktur in Abbildung 3.4 ausgegangen: Das System wird mittels PRBS angeregt. Aufgrund der Periodizität wird sich nach einer bestimmten Zeit ein annähernd stationärer Betriebszustand einstellen (Transiente sind abgeklungen). Das Anregungssignal $u(t)$ und das Antwortsignal $y(t)$ wird an den Zeitpunkten $t = k \cdot T_a$, $k = 0, \dots, N - 1$ abgetastet und als Folge $u(k)$ und $y(k)$ gespeichert. Mit Hilfe der Diskreten Fourier Transformation (DFT) (3.3) kann der Frequenzgang des zu identifizierenden Systems durch elementweise Division der komplexen Elemente an den Frequenzen $\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{N \cdot T_a}$, $l = 1, 2, \dots, \text{floor}(\frac{N}{2})$ berechnet werden:

$$G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a}) = \frac{\text{DFT}(y(k))}{\text{DFT}(u(k))} \quad (3.6)$$

Das Ergebnis ist ein nichtparametrisches Modell, welches durch eine Folge von Betrags-, Phasen- und Frequenzwerten beschrieben werden kann. In der Literatur [34] wird diese Methode auch als „Empirical Transfer Function Estimation“ (ETFE) bezeichnet. Vorteil dieser Art der Identifikation ist die Tatsache, dass bis auf Linearität und Zeitinvarianz keine weiteren Annahmen über die Modellstruktur getroffen werden. Dies ist im Hinblick auf die automatisierte Identifikation ein großer Vorteil.

3.2.3 Beispiel

Ein lineares System mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\omega_g^2}{s^2 + 2d\omega_g s + \omega_g^2} \quad (3.7)$$

und den Parametern Grenzkreisfrequenz $\omega_g = 2\pi 500$ und Dämpfung $d = 0.1$ wird in einer Simulation mit einem PRBS der Amplitude $\hat{x} = 1$, der Zykluszeit $\lambda = 0.0002\text{s}$ und der Ordnung $n = 9$ angeregt. Die Abtastzeit wird gleich der Zykluszeit gewählt.

Eingeschwungener Zustand Nach hinreichend langem Abwarten sehen eine Periode des Anregungs- und Antwortsignals im eingeschwungenen Zustand wie in Abbildung 3.5

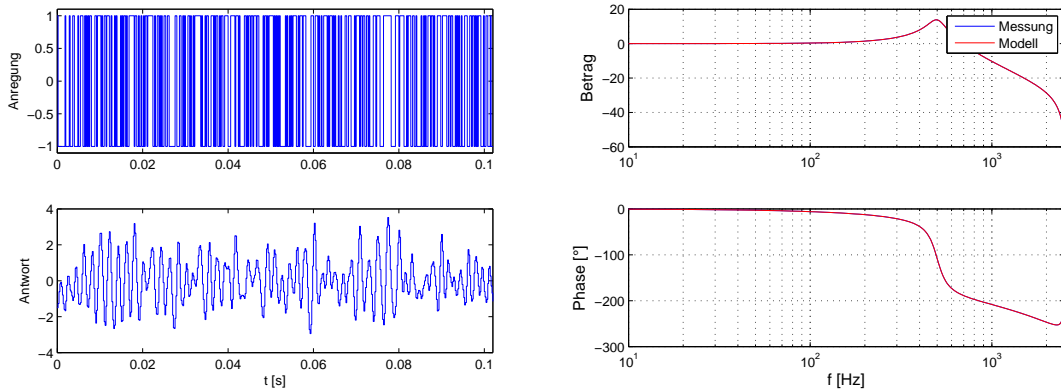


Abbildung 3.5: Anregungs- und Antwortsignal (links) und der daraus berechnete Frequenzgang (rechts).

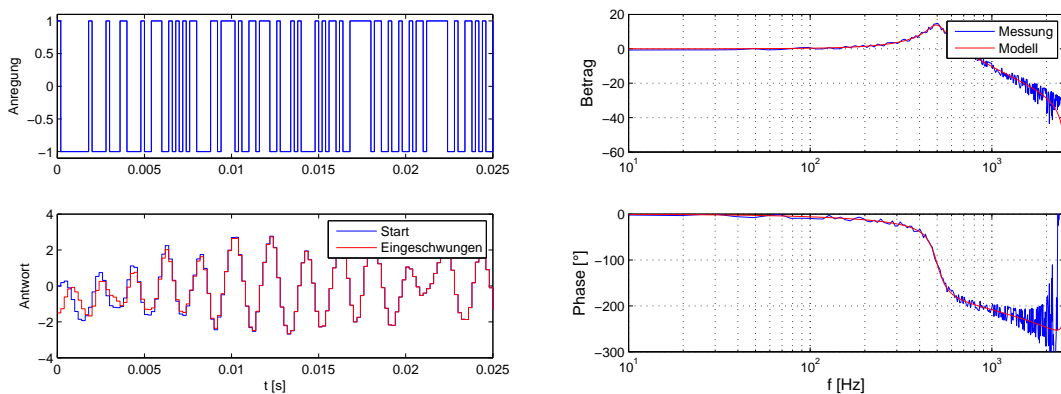


Abbildung 3.6: Anregungs- und Antwortsignal (links) und der daraus berechnete Frequenzgang (rechts) im nicht stationären Zustand.

links aus. Der mit der im vorigen Abschnitt beschriebenen Methode ermittelte Frequenzgang ist in Abbildung 3.5 rechts dargestellt. Aus dem Frequenzgang ist erkennbar, dass sich der tatsächliche mit dem identifizierten deckt.

Nicht eingeschwungener Zustand Wird hingegen der Einschwingvorgang z.B. bei schwach gedämpften Systemen nicht abgewartet, ergibt sich Abbildung 3.6. Aus dem linken Bild (unten) ist erkennbar, dass das Signal in Blau bei null startet. Im Vergleich dazu das Signal in Rot welches bereits eingeschwungen ist. Im Bild rechts ist der daraus resultierende Frequenzgang dargestellt. Durch den noch nicht eingeschwungenen Zustand tritt besonders bei hohen Frequenzen stärkeres Rauschen auf.

3.2.4 Diskussion

Mit Hilfe des PRBS kann auf recht einfache Art und Weise der Frequenzgang eines linearen, zeitinvarianten Systems identifiziert werden. Durch Berechnung der Fourier-Koeffizienten des Anregungs- und Antwortsignals kann auf das Übertragungsverhalten des Systems geschlossen werden. Da bis auf Linearität und Zeitinvarianz keine weiteren Forderungen an die Modellstruktur gestellt werden, eignet sich diese Methode besonders im Hinblick auf einfache Automatisierbarkeit. Das Abwarten, bis sich ein stationärer Zustand eingestellt hat, sowie die Verwendung genau einer Signalperiode sind dabei wichtige Grundvorausset-

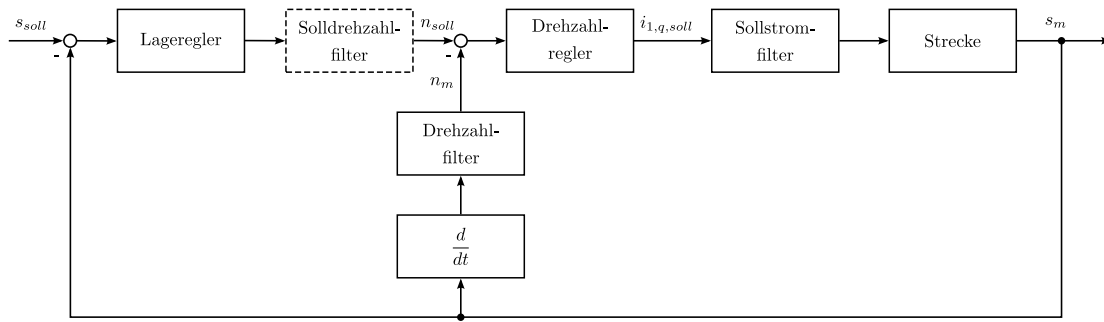


Abbildung 3.7: Identifikationsstruktur zur Stabilisierung bei Achsen ohne Gravitationseinfluss.

zungen.

3.3 Frequenzgangsmessung bei Achsen ohne Gravitationseinfluss

Bei frei drehbaren Achsen, auf welche kein Lastmoment aufgrund der Gravitation einwirkt, kann es aufgrund des Gleichanteils des PRBS (3.1) zu einer Driftbewegung kommen. Diese wird umso stärker ausfallen, je geringer die Reibung ist, je größer die Anregungsamplitude ist und je kleiner die Ordnung des PRBS ist. Um bei beschränktem Bewegungsbereich trotzdem eine Identifikation durchführen zu können, kann es notwendig sein, dies im geschlossenen Kreis zu tun.

3.3.1 Identifikationsstruktur

Ausgehend von der gegebenen Reglerstruktur in Abbildung 2.5 sind in Abbildung 3.7 jene Komponenten dargestellt, welche zur Stabilisierung im Arbeitspunkt eingesetzt werden. Die Struktur entspricht einer klassischen Kaskadenstruktur mit Lageregler und unterlagertem Drehzahlregler. Beide Regler sind als PI-Regler ausgeführt, können aber auch als reine P-Regler betrieben werden. Falls der Drehzahlregler als PI-Regler parametrisiert wird, kann mit dem vorgeschalteten Solldrehzahlfilter der Vorhalt kompensiert werden. Mit dem Sollstromfilter im Vorwärtszweig (siehe Anhang A.3.2) kann dem Kreis Tiefpassverhalten aufgezwungen werden. Da nur die Motorposition s_m gemessen wird, muss die Drehzahl n_m durch Differentiation, realisiert als Differenzenquotient, gewonnen werden. Das nachgeschaltete Tiefpassfilter (Drehzahlfilter, siehe Anhang A.3.1) glättet eventuell vorhandenes Geberrauschen. s_{soll} entspricht der Führungsgröße, $i_{1,q,soll}$ der Stellgröße und s_m der Regelgröße.

3.3.2 Parametrierung als Stützregler

Aus Abschnitt 2.3.4.2 ist bekannt, dass Resonanzerscheinungen in einem Antrieb auftreten können. Wird vom flexiblen Anteil aus (2.129) jenes Teilsystem 2. Ordnung betrachtet, dessen Eigenfrequenzen am kleinsten sind, ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$G_{Flexibel}(s) = \frac{\frac{s^2}{\omega_{0,Z}^2} + s\frac{2D_Z}{\omega_{0,Z}} + 1}{\frac{s^2}{\omega_{0,N}^2} + s\frac{2D_N}{\omega_{0,N}} + 1} \quad (3.8)$$

Da gemäß (2.114) die Antiresonanzfrequenz $\omega_{0,Z}$ niedriger als die Resonanzfrequenz $\omega_{0,N}$ ist, gilt:

$$\frac{1}{\omega_{0,Z}} > \frac{1}{\omega_{0,N}} \quad (3.9)$$

Wird nun die Filterzeitkonstante T_{Filter} des Drehzahlfilters im Rückführzweig ²

$$G_{Filter}(s) = \frac{1}{1 + sT_{Filter}} \quad (3.10)$$

so gewählt, dass

$$T_{Filter} \gg \frac{1}{\omega_{0,Z}} \quad (3.11)$$

erfüllt ist, kann unter Berücksichtigung von (3.9) der flexible Anteil (3.8) gegenüber dem Drehzahlfilter (3.10) in der Serienschaltung vernachlässigt werden. Eventuell vorhandene Resonanzen werden unterdrückt und wirken sich nicht mehr störend beim Schließen des Kreises aus. Die getätigte Vereinfachung aufgrund des Tiefpasses ist auch dann zulässig, wenn das System wie in (2.129) ein Mehrmassenschwinger ist. Maßgeblich für die Wahl der Filterzeitkonstante ist dann nur die niedrigste Kennkreisfrequenz des mechanischen Systems. Wird noch vorausgesetzt, dass zumindest die Motorträgheit J_{Motor} bekannt ist, kann der Drehzahl- und Lagereger parametrisiert werden. Das Gesamtsystem wird zwar eine geringe Dynamik besitzen (weicher Stützregler), aber die Funktion der Stabilisierung im Arbeitspunkt erfüllen.

Die Strecke, welche zur Dimensionierung des Drehzahlreglers verwendet wird, besitzt ähnlich wie in (2.73) die Gestalt:

$$G_n(s) = \frac{\mathcal{L}\{n_m(s)\}}{\mathcal{L}\{i_{1,q,soll}(s)\}} = \frac{k_T}{s2\pi\sqrt{2}J_{Motor}} \left(\frac{1}{1 + sT_{Filter}} \right) \quad (3.12)$$

Es wird bewusst keine drehzahlproportionale und statische Reibung in der Entwurfstrecke berücksichtigt. Der drehzahlproportionale Anteil wirkt sich erst bei höheren Drehzahlen stärker aus. Da es aber Ziel sein wird, während der Identifikation möglichst kleine Wege und somit kleine Drehzahlen zu erreichen, ist diese Vernachlässigung erlaubt. Der Reglerentwurf wird mit Hilfe linearer Methoden durchgeführt. Darin begründet sich auch die Vernachlässigung der (nichtlinearen) statischen Reibung. Die Verwendung des Drehzahlfilters als dominanter Tiefpass bringt zusätzlich den Vorteil, dass sämtliche Totzeiten und die Dynamik des Stromregelkreises demgegenüber vernachlässigt werden können:

$$T_{Filter} \gg T_I \quad (3.13)$$

Weiters wird eventuell vorhandenes Rauschen des Gebers durch den Tiefpass geglättet und wirkt sich bei der Regelung geringer aus. Die Filterzeitkonstante kann als Entwurfparameter interpretiert werden und sollte so gewählt werden, dass (3.11) und (3.13) eingehalten werden. Da $\omega_{0,Z}$ vorab nicht bekannt ist, wird eine sinnvolle Wahl der Filterzeitkonstante der Maximalwert, den das bestehende System zulässt, sein.

Prinzipiell können in Anlehnung an die Berechnungen in Abschnitt 2.2.2 die Parameter

²Alternativ kann auch das Sollstromfilter im Vorwärtszweig, parametrisiert als Tiefpass 1. Ordnung, dazu verwendet werden. Es kann gezeigt werden, dass die Störübertragungsfunktion vom Eingang der Strecke zur Istposition in beiden Fällen sich nur gering unterscheidet.

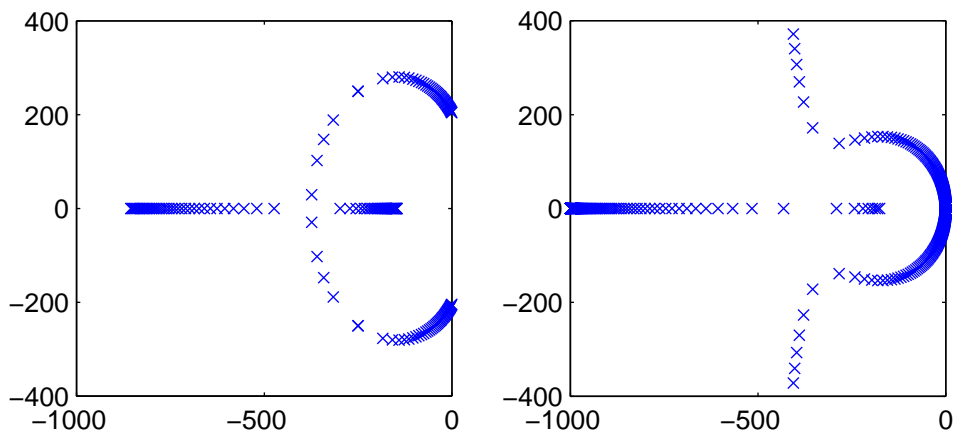


Abbildung 3.8: Wurzelort bei größer werdender Trägheit. Links: PI-Drehzahl und P-Lagereger; Rechts: P-Drehzahl und P-Lagereger.

für den PI-Drehzahlregler sowie in Anlehnung an Abschnitt 2.2.3 die Parameter des P-Lageregers wie folgt berechnet werden:

$$k_v = \frac{\pi\sqrt{2}J_{Motor}}{k_T T_{Filter}} \quad (3.14)$$

$$t_n = 4T_{Filter} \quad (3.15)$$

$$k_p = \frac{1}{8T_{Filter}} \quad (3.16)$$

Da in diesem Kapitel angenommen wird, dass kein Lastmoment aufgrund der Gravitation auf den Antrieb einwirkt, kann auf den I-Anteil des Drehzahlreglers verzichtet werden. Der überlagerte P-Lagereger ist aufgrund des Streckenintegrators von Ist Drehzahl auf Istposition imstande, die Istposition im Stillstand stationär auszuregeln. Dadurch ist es auch nicht notwendig, den Vorhalt des PI-Drehzahlreglers ($1+st_n$), welcher in der Übertragungsfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises auftreten würde, durch ein Drehzahlsollwertfilter zu kompensieren.

Die Möglichkeit, auf den I-Anteil zu verzichten, bringt weiters den Vorteil mit sich, dass der geschlossene Lageregelkreis robuster hinsichtlich Variation der tatsächlichen Trägheit ist ($J_{Gesamt} > J_{Motor}$). In Abbildung 3.8 ist der Wurzelort des Lageregelkreises in Abhängigkeit der tatsächlichen Trägheit dargestellt. Im linken Bild ist erkennbar, dass ab einem bestimmten Wert der tatsächlichen Trägheit die Wurzelortskurve (WOK) die imaginäre Achse schneidet. Im rechten Bild kann theoretisch die Trägheit beliebig vergrößert werden, ohne dass instabiles Verhalten auftritt.

3.3.3 Identifikation bei Stillstand

Wird nun die vorgegebene Reglerstruktur mit der in Abschnitt 3.3.2 vorgeschlagenen Grobparametrierung betrieben, kann damit der Frequenzgang der interessierenden Streckenübertragungsfunktion im Arbeitspunkt „Stillstand“ ermittelt werden. Als Führungsgröße wird dazu $s_{soll}(t) = 0$ vorgegeben und das System mit einem PRBS an geeigneter Stelle angeregt.

Drehzahlreglerstrecke Zur Identifikation der Drehzahlreglerstrecke wird das Anregungs- bzw. Antwortsignal wie in Abbildung 3.9 dargestellt, abgenommen. Das Antwortsig-

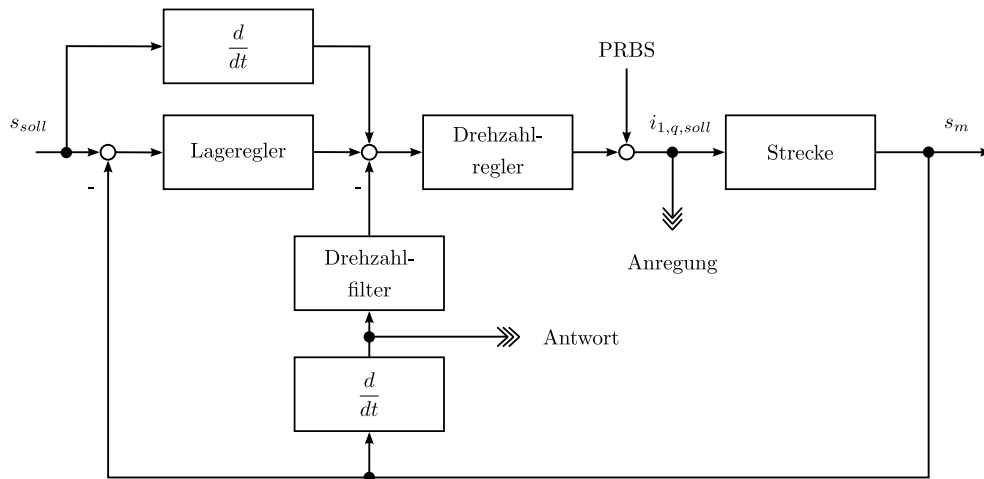


Abbildung 3.9: Identifikationsstruktur zur Messung des Frequenzgangs der Drehzahlreglerstrecke.

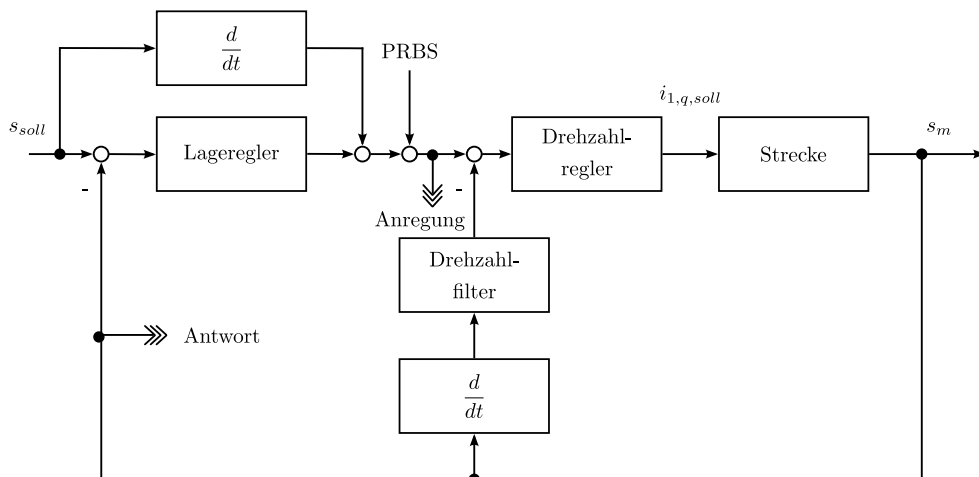


Abbildung 3.10: Identifikationsstruktur zur Messung des Frequenzgangs der Lagereglerstrecke.

gnal wird bewusst vor dem Drehzahlfilter abgegriffen, da nur die Charakteristik der Strecke von Interesse ist.

Lagereglerstrecke Unter der Voraussetzung eines stabil arbeitenden Drehzahlregelkreises wird zur Identifikation der Lagereglerstrecke das Anregungs- bzw. Antwortsignal wie in Abbildung 3.10 dargestellt, abgenommen.

Anschließend kann mit der in Abschnitt 3.2.2 gezeigten Methode der Frequenzgang berechnet werden.

3.3.4 Identifikation bei Drehzahl

Für gewisse Fälle ist es hilfreich bzw. kann es notwendig sein, die Identifikation nicht im Stillstand durchzuführen, sondern im Arbeitspunkt „Konstantdrehzahl“.

- Statische Reibung: Der nichtlineare Term in (2.94) kann dazu führen, dass der ermittelte Frequenzgang bei niedrigen Frequenzen das tatsächliche Verhalten schlecht wiedergibt. Wird die Identifikation bei einer solchen Drehzahl durchgeführt, so dass

der sign-Term nicht mehr greift, kann dadurch die Qualität des Frequenzgangs verbessert werden.

- Geberloser Betrieb: Wird anstatt eines Gebers ein Beobachter zur Positionserfassung wie z.B. aus Abschnitt 2.2.6.2 verwendet, muss beachtet werden, dass dieser erst ab einer bestimmten Drehzahl einen brauchbaren Schätzwert liefert. In solchen Fällen kann die Identifikation der zu regelnden Strecke auch nur im Arbeitspunkt „Konstantdrehzahl“ erfolgen.

Im Unterschied zur Identifikation bei Stillstand in Abschnitt 3.3.3 muss in diesem Fall für den Positionssollwert $s_{soll}(t)$ in Abbildung 3.9 bzw. in Abbildung 3.10 ein hinreichend glatter Verlauf gefunden werden, sodass der Antrieb ohne Strombegrenzung auf die Identifikationsdrehzahl gebracht werden kann.

3.3.4.1 Wahl der Beschleunigung

Das einfachste Profil, welches maximal Sprünge in der Beschleunigung zulässt, ist ein Drehzahltrapez. Es ist gekennzeichnet durch die maximale Drehzahl und Beschleunigung, um auf diese zu kommen. Während der Wert für die maximale Drehzahl durch die Identifikationsdrehzahl festgelegt werden kann, und diese sinnvollerweise kleiner gleich der Nennzahl des Motors ist, ist ein Wert für die Beschleunigung schwieriger anzugeben.

Wird das als bekannt vorausgesetzte Motorträgheitsmoment J_{Motor} , die Momentkonstante k_T und der maximal erlaubte Beschleunigungsstrom I_{max} (orientiert sich am Nennstrom von Motor und Servoverstärker) zur Berechnung der Beschleunigung verwendet,

$$\left. \frac{dn_{soll}}{dt} \right|_{max} = \frac{k_T}{2\pi\sqrt{2}J_{Motor}} \cdot I_{max} \quad (3.17)$$

wird diese in der Regel aufgrund $J_{Gesamt} = J_{Motor} + J_{Last}$ zu einem zu großen Strom führen:

$$\frac{2\pi\sqrt{2}J_{Gesamt}}{k_T} \cdot \left. \frac{dn_{soll}}{dt} \right|_{max} > I_{max} \quad (3.18)$$

Annahme einer maximalen Gesamtträgheit Eine und einfachste Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, besteht darin, von vornherein die Beschleunigung auf ein deutlich größeres Massenträgheitsmoment $J_{Gesamt} \gg J_{Motor}$ auszulegen:

$$\left. \frac{dn_{soll}}{dt} \right|_{max} = \frac{k_T}{2\pi\sqrt{2}J_{Gesamt}} \cdot I_{max} \quad (3.19)$$

Zweistufige Vorgehensweise Eine weitere Möglichkeit besteht darin, in einem ersten Schritt eine Frequenzgangsmessung im Stillstand auszuführen und mit Hilfe einer 1-Massen-Approximation einen Schätzwert für das Gesamtträgheitsmoment \tilde{J}_{Gesamt} zu ermitteln. Abbildung 3.11 zeigt exemplarisch den identifizierten Frequenzgang und dessen Approximation im Frequenzbereich 10–40Hz. Im zweiten Schritt wird daraus die Beschleunigung berechnet:

$$\left. \frac{dn_{soll}}{dt} \right|_{max} = \frac{k_T}{2\pi\sqrt{2}\tilde{J}_{Gesamt}} \cdot I_{max} \quad (3.20)$$

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass diese Möglichkeit im Falle des geberlosen Betriebs nicht umsetzbar ist, da der Beobachter im Stillstand keine brauchbaren Signale liefert.

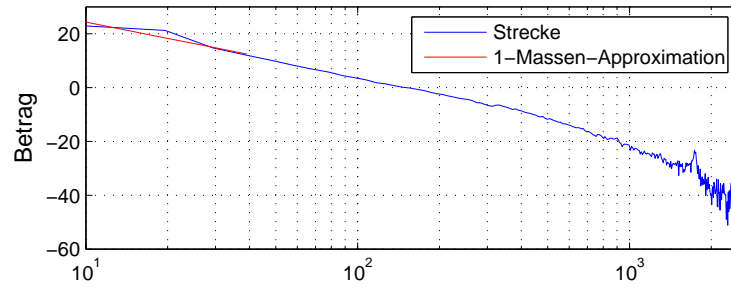


Abbildung 3.11: Identifizierte Strecke und 1-Massen-Approximation zur Bestimmung der Beschleunigung.

Tabelle 3.2: PRBS Parameter

Name	Abkürzung	Einheit	Wert
Ordnung	n		9
Abtastzeit	T_a	s	0.0002
Zykluszeit	λ	s	0.0002

3.3.4.2 Kriterium für Stationarität

Aufgrund der „weichen“ Parametrierung der Kaskade kann es länger dauern, bis eine annähernd konstante Drehzahl erreicht ist. Da Stationarität aber wesentlich für die Identifikation ist, muss dies durch entsprechende Maßnahmen sichergestellt werden. Eine Möglichkeit besteht darin, einen Schätzwert für den Mittelwert online mitzurechnen:

$$\bar{n}_m = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N n_m(k) \quad (3.21)$$

Falls dessen zeitliche Änderung hinreichend klein ist, kann dies als Kriterium für Stationarität herangezogen werden.

3.3.5 Beispiele

Hier werden typische Frequenzgänge aus der Servoantriebstechnik, welche mit der vorher beschriebenen Methodik ermittelt wurden, dargestellt und diskutiert. Da die wesentlichen Merkmale in der Drehzahlreglerstrecke enthalten sind, wird im Folgenden auf die Darstellung der Lageregerstrecke verzichtet.

3.3.5.1 Parameter für Anregungssignal

Es hat sich gezeigt, dass mit den Parametern des PRBS aus Tabelle 3.2 eine Vielzahl an Mechaniken ausreichend identifiziert werden kann. Mit den gewählten Parametern ergibt sich eine Periodendauer von

$$T = NT_a = (2^n - 1)T_a = 0.1022s \quad (3.22)$$

und ein Frequenzbereich von

$$\frac{1}{NT_a} = 9.7847\text{Hz} \leq f \leq \frac{1}{2T_a} = 2500\text{Hz} \quad (3.23)$$

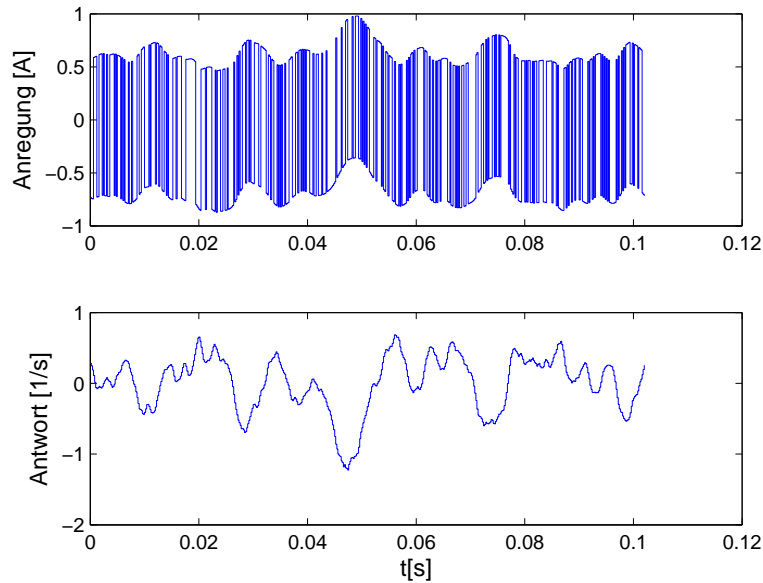


Abbildung 3.12: Anregungs- und Antwortsignal bei Identifikation im geschlossenen Kreis.

wobei die Frequenzauflösung sich mit

$$\Delta f = \frac{1}{NT_a} = 9.7847\text{Hz} \quad (3.24)$$

ergibt. Ein sinnvoller Wert der Amplitude \hat{x} kann aus dem Minimum der Nennströme von Servoverstärker und Motor abgeleitet werden:

$$\hat{x} = \sqrt{2} \min(I_{N,Servo}, I_{N,Motor}) \quad (3.25)$$

In Abbildung 3.12 ist ein typischer Verlauf des Anregungs- und Antwortsignals bei der Identifikation dargestellt. Es ist aus dem oberen Bild erkennbar, dass der Mittelwert des PRBS sich zeitlich ändert. Dies ist ein Kennzeichen dafür, dass die Identifikation im geschlossenen Kreis erfolgt und der überlagerte Regler Korrekturen ausführt.

3.3.5.2 Typische Frequenzgänge

In Abbildung 3.13 sind einige typische Frequenzgänge aus dem industriellen Umfeld dargestellt. Es werden hier nur Frequenzgänge von Antriebsachsen ausgewählt, welche mit einem entsprechend hochauflösenden Geber ausgestattet waren. Durch Vergleich lassen sich einige Merkmale angeben, welche im folgenden Abschnitt zusammengefasst werden.

3.3.5.3 Klassifikation

Folgende Charakteristiken können angegeben werden:

- IT1-Verhalten für niedrige Frequenzen bei kleiner Reibung (b), (e): Strecke entspricht im Wesentlichen dem Integrator aus (2.93).
- PT1-Verhalten für niedrige Frequenzen bei größerer Reibung (c): Bei Berücksichtigung eines drehzahlproportionalen Reibterms (2.94) wird aus dem Integrator ein PT1-Glied.

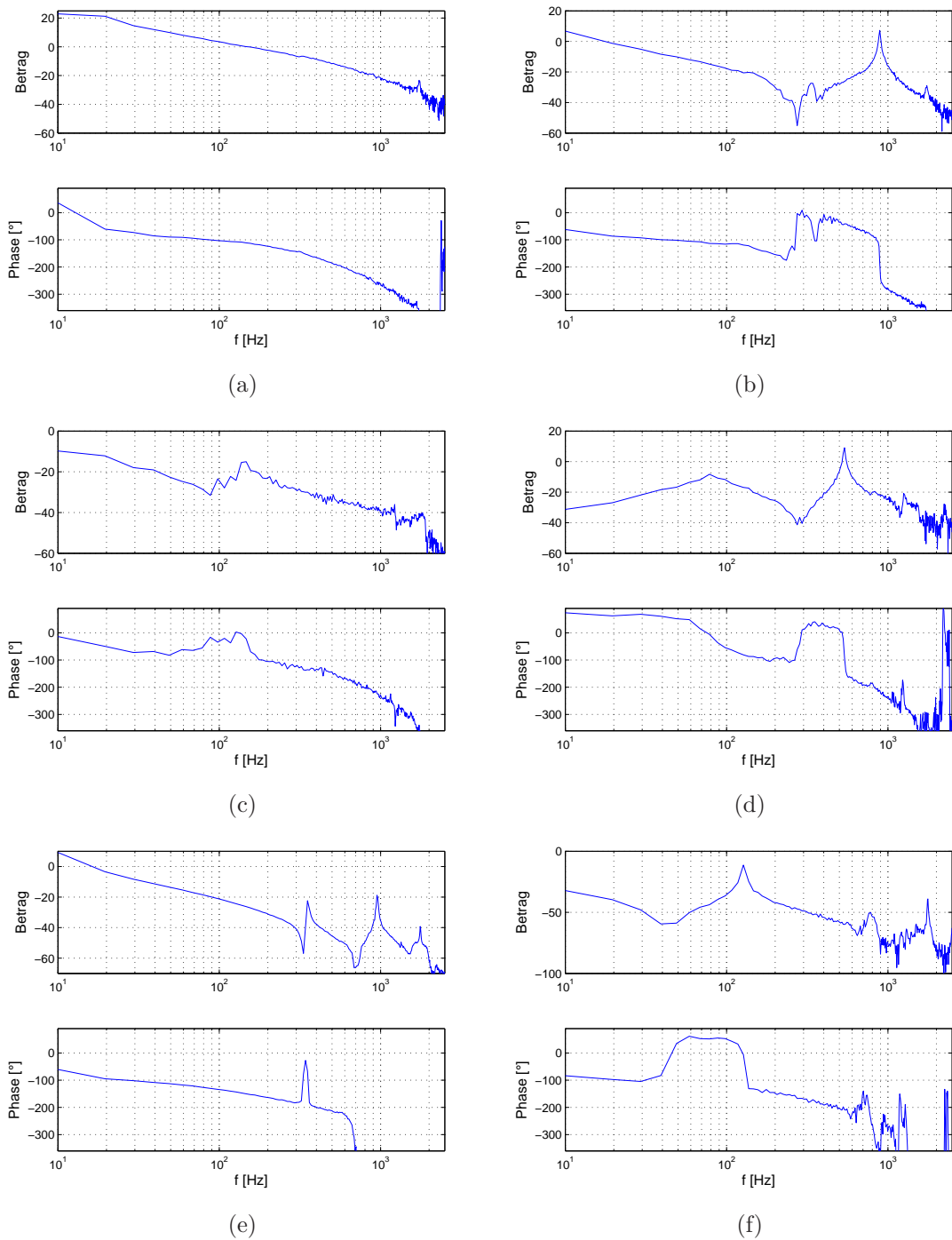


Abbildung 3.13: Identifizierte Frequenzgänge. (a) Motor ohne Mechanik (b) Motor mit Schwingscheibe (c) x-Achse einer Laserschneidmaschine mit Getriebe (d) x-Achse einer CNC-Fräsmaschine (e) Achse einer Spezialwerkzeugmaschine mit wenig Reibung (f) Achse einer direktangetriebenen Druckmaschine

- Totzeiten (a): Erkennbar aus dem starken Abfall der Phasenkennlinie bei höheren Frequenzen. Diese können im Wesentlichen der Messung, Abtastung und Berechnung zugeordnet werden.
- Einfluss des unterlagerten Stromregelkreises (a): Für höhere Frequenzen wird die Betragskennlinie zusätzlich abgesenkt.
- Keine (a), eine (b), (c), (f) bzw. mehrere ausgeprägte Resonanzen (d), (e): Abhängig von den Flexibilitäten im Antriebsstrang kann das System als 1-, 2- oder Mehrmassensystem beschrieben werden (siehe Abschnitt 2.3.4.2).
- Nicht immer Strecken vom einfachen Typ (b): 0-dB Linie wird mehrmals geschnitten
- Sehr tief liegende Eigenfrequenzen (d): Die Antiresonanzfrequenz liegt bei Frequenzwerten außerhalb des Anregungsbereichs.

Daraus ist erkennbar, dass mit Hilfe der analytischen Modelle aus Abschnitt 2.3 die wesentlichen Merkmale, welche hier durch Messungen ermittelt wurden, abgebildet werden können.

3.3.6 Diskussion

Es gibt Konfigurationen, bei denen es notwendig ist, die Identifikation im geschlossenen Kreis durchzuführen. Unter der Voraussetzung des bekannten Motorträgheitsmoments kann die bestehende Struktur genützt werden, um einen Stützregler zu parametrieren. Dieser führt zwar auf eine geringe Bandbreite des Regelsystems, hat aber den Vorteil, dass die Rückwirkung bei der Identifikation im geschlossenen Kreis gering ist. Es hat sich gezeigt, dass die Robustheit hinsichtlich Variation der tatsächlichen Trägheit bei einer P/P-Regler-Kombination deutlich höher ist als bei einer P/PI-Regler-Kombination. Mit dieser Grobparametrierung ist es möglich, den Regelkreis nicht nur im Arbeitspunkt „Stillstand“ zu betreiben, sondern auch bei „Konstantdrehzahl“. Dies ist Grundvoraussetzung bei der Identifikation von geberlos betriebenen Achsen und verbessert das Identifikationsergebnis bei Geberachsen mit hoher statischer Reibung. Weiters wurde diskutiert, wie eine Trajektorie zur Erreichung der Identifikationsdrehzahl geplant werden kann, wenn die tatsächliche Trägheit unbekannt ist und vorgegebener Strom nicht überschritten werden darf. Abschließend wurden typische Frequenzgänge aus der Servoantriebstechnik diskutiert und deren Charakteristika mit den physikalischen Modellen aus Abschnitt 2.3 verglichen.

3.4 Frequenzgangsmessung bei Achsen unter Gravitations-einfluss

Bei Achsen, auf die ein externes Lastmoment z.B. aufgrund der Gravitation wirkt („hängende Achse“), kommt es in den meisten Fällen beim Öffnen der Bremse zu einer beschleunigten Bewegung. Aus diesem Grund werden im Folgenden Möglichkeiten gezeigt, wie trotzdem die Identifikation nahe der Ausgangsposition (Startposition) durchgeführt werden kann. Vorab wird aber eine Arbeitsbereichsüberwachung beschrieben, welche übergeordnet mitläuft und ein gewisses Maß an Sicherheit, sowohl für den Inbetriebnehmer als auch für die Maschine, bietet.

3.4.1 Arbeitsbereichsüberwachung

Um eine Beschädigung der Mechanik zu verhindern, ist es wichtig, einen Arbeitsbereich („Safe Opeation Area“) wie in Abbildung 3.14 zu definieren, innerhalb dessen die Last sich

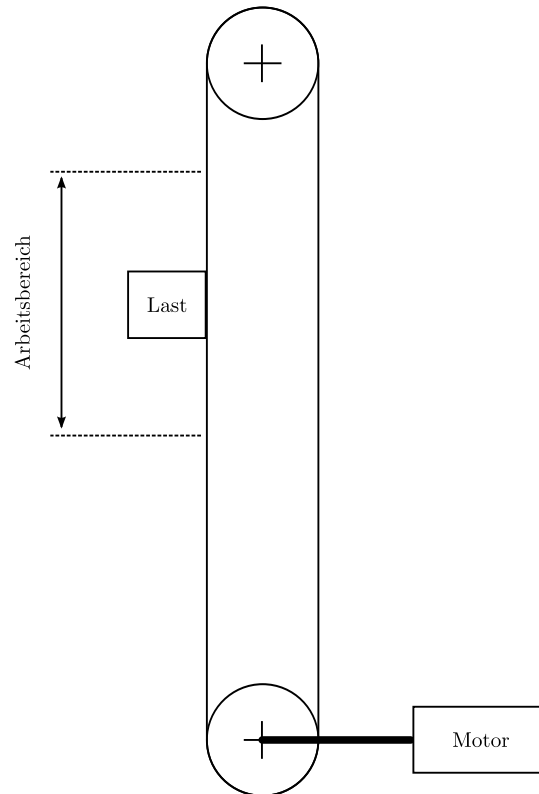


Abbildung 3.14: Festlegung des Arbeitsbereichs.

bewegen darf. Wird dieser Bereich überschritten, muss der Antrieb unabhängig von der Reglerparametrierung zum Stillstand gebracht werden. Damit dies sicher funktioniert, wird bei Überschreitung des erlaubten Bewegungsbereichs Δs_{max} ein Induktionshalt eingeleitet und anschließend die Bremse geschlossen (Abbildung 3.15). Der Induktionshalt ist eine vom Servoverstärker angebotene Funktionalität, um im Fehlerfall die Achse *unabhängig von den Reglerparametern* in den Stillstand überzuführen.

3.4.2 Momentaufschaltung

Für den Fall, dass kein Motorträgheitsmoment bekannt ist, kann keine Grobparametrierung wie in Abschnitt 3.3.2 beschrieben, durchgeführt werden. Ein möglicher Weg, dies zu umgehen, basiert auf folgender Idee.

3.4.2.1 Idee

Wenn aufgrund eines konstanten, aber unbekanntes Lastmoments ($m_{Last} = M_{Gravitation} = konst$) der Antrieb sich beschleunigt, liegt es nahe, in einem ersten Schritt dieses dafür verantwortliche Lastmoment zu schätzen ($\hat{M}_{Gravitation}$) und in einem zweiten Schritt, wie in Abbildung 3.16 dargestellt, in Form eines Stromes zu kompensieren. Im Idealfall wird dadurch die Driftbewegung unterbunden und im Realen deutlich reduziert.

3.4.2.2 Lastmomentschätzung

Ausgehend vom Modell (2.93) ergibt sich bei vernachlässigter Reibung und vernachlässigtem Torsionsmoment bei gelüfteter Bremse:

$$J_{Motor}\dot{\omega}_m = m - M_{Gravitation} \quad (3.26)$$

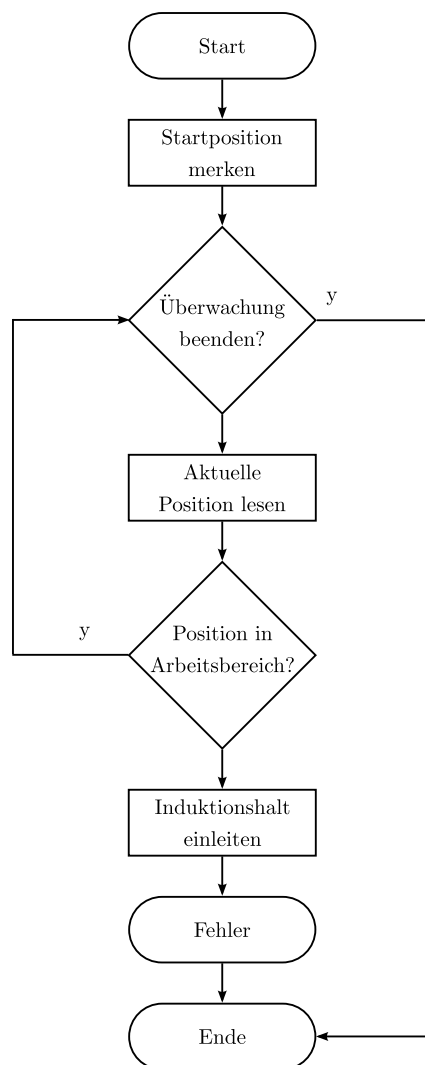


Abbildung 3.15: Ablaufdiagramm der Arbeitsbereichsüberwachung.

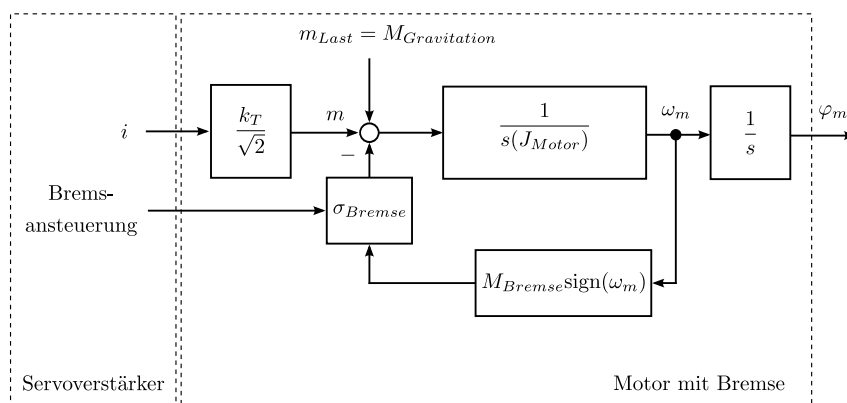


Abbildung 3.16: Prinzip der Lastmomentaufschaltung.

Mit Hilfe dieser Gleichung kann anhand zweier Messungen der unbekannt Parameter $M_{Gravitation}$ geschätzt werden.

Messung 1 Es wird kein Moment eingepreßt, d.h. $i(t) = i_1 = 0$ und die Winkelgeschwindigkeit $\omega_m(t)$ gemessen. Aus dem Geschwindigkeitsverlauf kann auf die Beschleunigung $\alpha_1 = \dot{\omega}_m(t)$ geschlossen werden. Dies resultiert in:

$$J_{Motor}\alpha_1 = -\hat{M}_{Gravitation} \quad (3.27)$$

Die Beschleunigung ist dann positiv ($\alpha_1 > 0$), wenn das Lastmoment negativ ist. Um ein noch schnelleres Absinken zu verhindern, wird in der zweiten Messung das Vorzeichen vom Moment so gewählt, dass die Beschleunigung kleiner wird. Zusammengefasst gilt:

$$i(t) = i_2 = \begin{cases} > 0 & \text{für } \alpha_1 < 0 \\ < 0 & \text{für } \alpha_1 > 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Messung 2 Es wird ein Moment eingepreßt, welches sich betragsmäßig am Nennmoment orientiert, d.h. $i(t) = i_2 = \frac{\sqrt{2}}{k_T}M_N$ und der Winkelgeschwindigkeitsverlauf $\omega(t)$ erneut gemessen, aus dem wieder die Beschleunigung α_2 berechnet wird. Es gilt folgende Gleichung:

$$J_{Motor}\alpha_2 = M_N - \hat{M}_{Gravitation} \quad (3.29)$$

Die Lösung von (3.27) und (3.29) führt auf den Schätzwert für das Lastmoment:

$$\hat{M}_{Gravitation} = M_N \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (3.30)$$

3.4.2.3 Kriterium für hängende Achse

Nach Ausführung von Messung 1 in Abschnitt 3.4.2.2 ist es notwendig zu entscheiden, ob ein Lastmoment auf die Achse einwirkt oder nicht. Dies wird durch Berechnung der Beschleunigung aus dem Geschwindigkeitsverlauf erreicht. Überschreitet diese einen bestimmten Wert, kann davon ausgegangen werden, dass ein Lastmoment einwirkt. Folgende Punkte erschweren die Festlegung des Schwellwertes:

- Aufgrund der endlichen, je nach Geber unterschiedlichen Geberauflösung, ist das Drehzahlsignal mehr oder weniger stark verrauscht.
- Bei großen Massenträgheitsmomenten kann die Beschleunigung sehr klein sein.

Aufgrund der genannten Punkte ist es somit schwer, einen Grenzwert festzulegen. Im Folgenden wird, basierend auf einer Simulation mit den Modellen aus Abschnitt 2.3, ein mögliches Kriterium abgeleitet.

In Abbildung 3.17 ist im oberen Bild der Drehzahlverlauf für den Fall dargestellt, dass kein Lastmoment auf die Mechanik wirkt. Im unteren Bild ist die Driftbewegung aufgrund eines Lastmoments erkennbar. Im Falle des Einwirkens eines konstanten Lastmoments nimmt die Drehzahl im Bereich kleiner Werte linear mit der Zeit zu. Zur Ableitung des Kriteriums wird daher folgendermaßen vorgegangen:

- Das Drehzahlsignal wird linear approximiert und die Steigung (Beschleunigung) berechnet
- Die Differenz aus Drehzahlsignal und Approximation wird berechnet (trendbefreites Signal)
- Der Maximalwert des Betrags des Differenzsignals wird berechnet

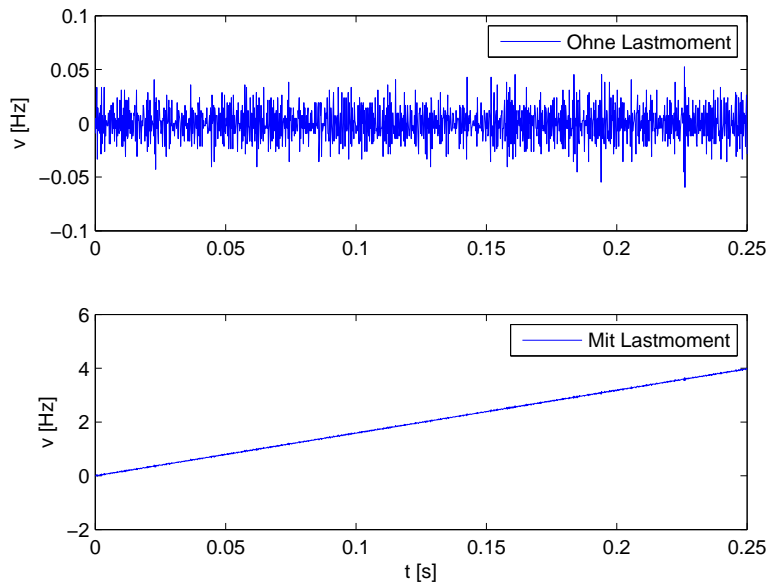


Abbildung 3.17: Drehzahlsignal zur Beurteilung, ob Lastmoment auf Achse einwirkt.

- Die Drehzahl am Ende des Aufzeichnungsintervalls wird aus der Steigung berechnet

Mit den vorangegangenen Berechnungen kann nun das Kriterium formuliert werden:

Kriterium für hängende Achse: Ist die aus der Beschleunigung berechnete Drehzahl am Ende des Aufzeichnungsintervalls größer als der Maximalwert des Betrags des Differenzsignals, so wirkt ein Lastmoment auf die Mechanik ein.

Das Kriterium wird anhand der Simulationsergebnisse in Abbildung 3.18 verdeutlicht. In den oberen Bildern ist der Fall dargestellt, wo kein Lastmoment auf den Antrieb wirkt. Die berechnete Drehzahl überschreitet die Grenzen nicht. Hingegen ist in den unteren Bildern ein konstantes Lastmoment wirksam. In diesem Fall kommt es zu einer Überschreitung.

3.4.2.4 Lastmomentaufschaltung

Der in 3.30 berechnete Wert kann auf einen Strom umgerechnet

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}}{k_T} \hat{M}_{Gravitation} \quad (3.31)$$

und aufgeschaltet werden. Dadurch verhält sich der Antrieb, als ob kein Lastmoment aufgrund der Gravitation auf ihn wirkt. Die in Abschnitt 3.3 vorgeschlagene Methode zur Frequenzgangmessung kann anschließend angewendet werden.

3.4.2.5 Ablauf

In Abbildung 3.19 ist der Ablauf der Momentaufschaltung dargestellt. Im linken Teil ist der Ablauf von Messung 1 dargestellt. Abhängig vom Ausgang des Kriteriums für hängende Achse wird entweder in den mittleren Teil verzweigt, wo Messung 2 durchgeführt wird oder direkt in den rechten Teil, wo die Frequenzgangmessung durchgeführt wird. Die Traceaufzeichnung wird solange ausgeführt, bis entweder die Istposition 10% des erlaubten Arbeitsbereichs $\Delta_{s_{max}}$ überschritten hat (Fall 1) oder die Zeitdauer von einer Periode des PRBS abgelaufen ist (Fall 2). Folgende Gründe sind für diese Wahl ausschlaggebend:

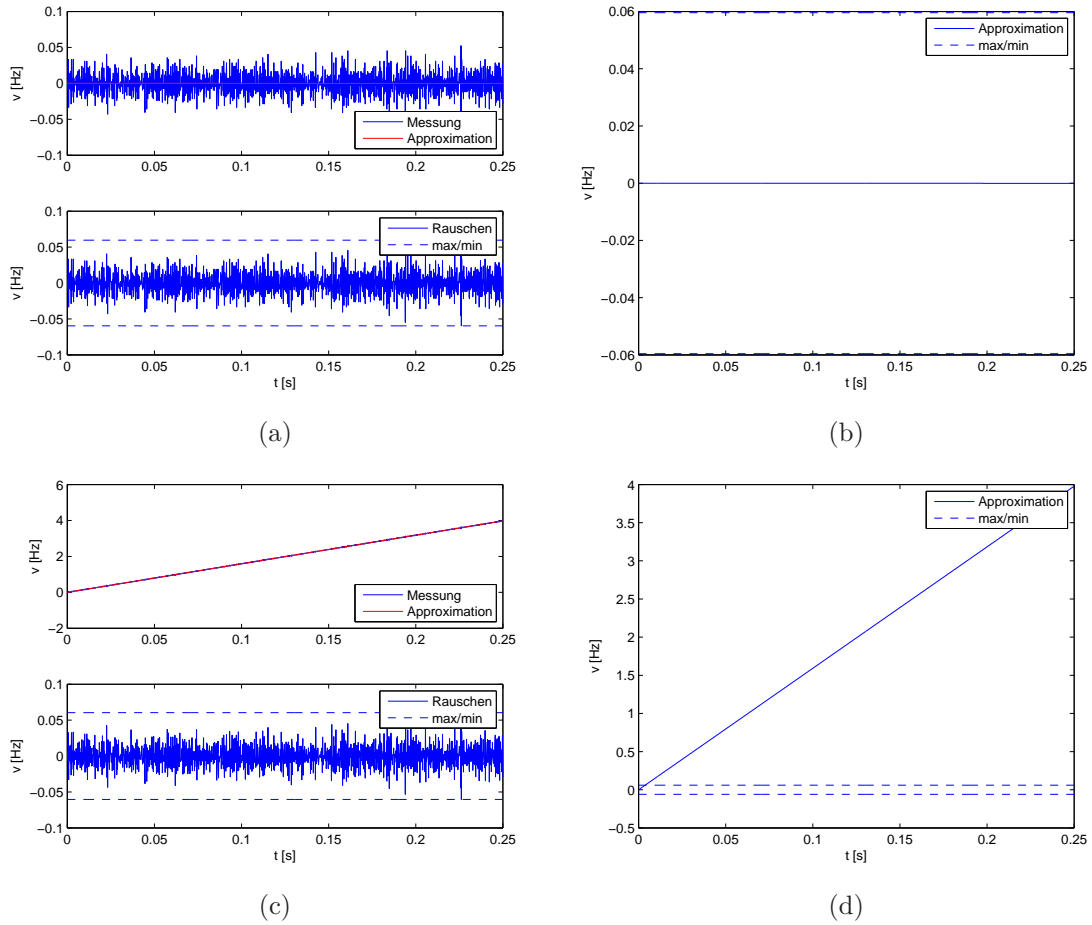


Abbildung 3.18: Simulationsergebnisse zur Beurteilung, ob ein Lastmoment auf die Achse einwirkt. (a) Messung und Approximation (oben) und trendbefreites Signal (unten), wenn kein Lastmoment einwirkt (b) Grenzen aus Rauschen und Approximation, wenn kein Lastmoment einwirkt (c) Messung und Approximation (oben) und trendbefreites Signal (unten), wenn ein Lastmoment einwirkt (d) Grenzen aus Rauschen und Approximation, wenn ein Lastmoment einwirkt

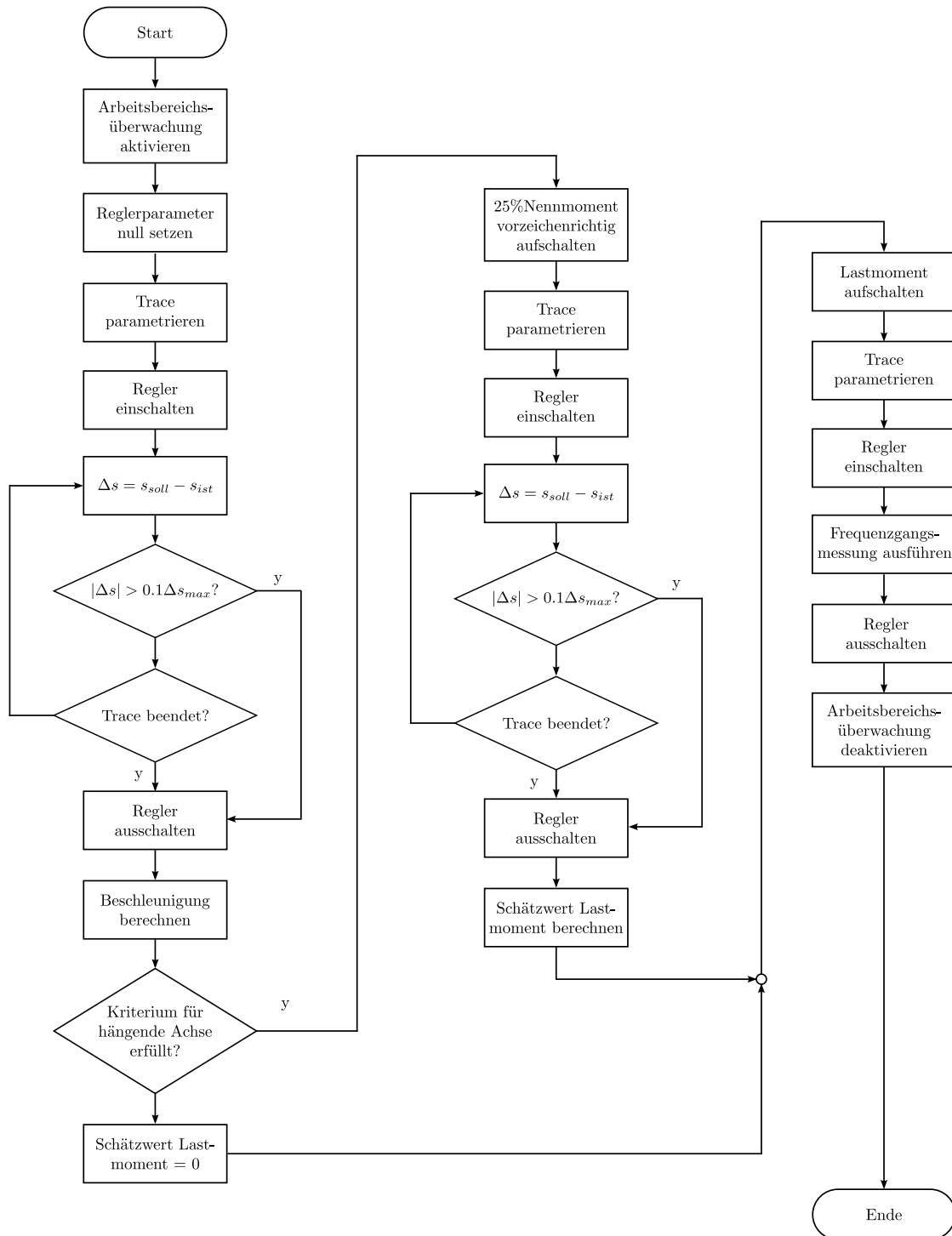


Abbildung 3.19: Algorithmus bei der Momentaufschaltung.

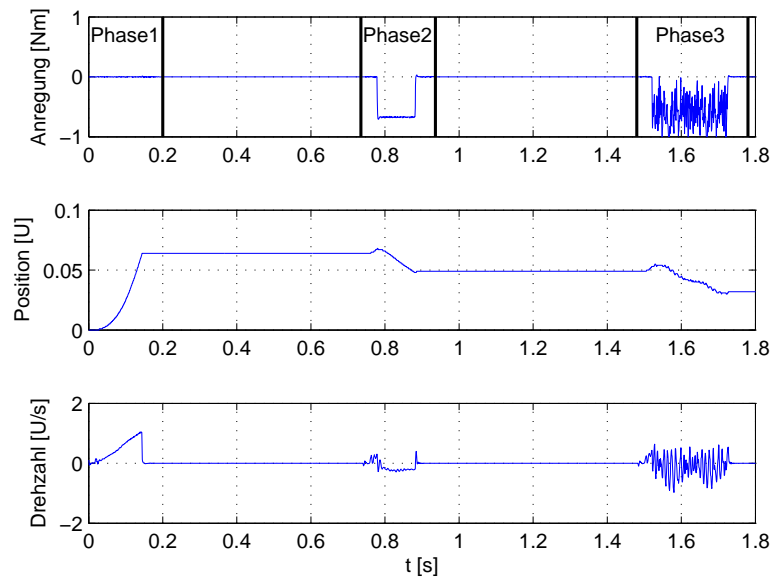


Abbildung 3.20: Anregung, Position und Drehzahl beim Identifikationsvorgang.

- Falls kein Lastmoment einwirkt, würde Fall 1 nie eintreten (Endlosschleife).
- Falls der Arbeitsbereich vom Anwender zu klein gewählt oder das Lastmoment sehr groß ist, würde Fall 2 nie eintreten.

Weiters ist daraus erkennbar, dass die Arbeitsbereichsüberwachung am Beginn aktiviert und am Ende deaktiviert wird. Es sei hier angemerkt, dass beim Einschalten des Reglers automatisch die Bremse gelüftet wird und beim Ausschalten des Reglers die Bremse wieder einfällt.

3.4.2.6 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen Konzepts gezeigt. Zu diesem Zweck wird von der Kombination Servoverstärker (Anhang A) und Motor (Anhang B.1) mit dem Frequenzgang aus Abbildung B.2 (20kHz) ausgegangen. An diesen Motor wird nun über eine Kupplung die Verbindung zur Mechanik (Anhang B.3) hergestellt, sodass sich der Aufbau aus Abbildung B.5 ergibt. Der Identifikationsvorgang erstreckt sich, wie in Abbildung 3.20 dargestellt, über drei Phasen. In Phase 1 wird kein Moment eingepreßt und Messung 1 durchgeführt. In Phase 2 wird Messung 2 durchgeführt und das Lastmoment geschätzt. Schließlich wird in Phase 3 der Frequenzgang gemessen. Aus dem Verlauf der Drehzahl ist ersichtlich, dass das vorzeichenrichtig gewählte Anregungsmoment in Phase 2 eine deutlich geringere Bewegung zur Folge hat. Weiters ist aus dem Positionsverlauf erkennbar, dass die Position nach Abschluss des Identifikationsvorganges nicht mehr der ursprünglichen Position entspricht.

3.4.2.7 Diskussion

Mit dem beschriebenen Verfahren ist es möglich, den Frequenzgang eines mechatronischen Systems zu identifizieren, auf das eine konstante Störung wirkt. Basierend auf einem einfachen Modell, wird in einem ersten Schritt festgestellt, ob ein Lastmoment einwirkt und welche Beschleunigung dieses zur Folge hat. In einem zweiten Schritt wird ein definiertes Motormoment vorzeichenrichtig eingepreßt, sodass das Summenmoment kleiner wird. Auch

diese Beschleunigung wird gemessen und ein Schätzwert für das Lastmoment berechnet. In einem dritten Schritt wird dieses geschätzte Lastmoment als Strom aufgeschaltet mit dem Ziel, dass das resultierende Moment kleiner als das Reibmoment ist. Ein großer Vorteil dieser Methode liegt darin, dass *keine* Kenntnis der Motorträgheit notwendig ist. Aufgrund des „Open-Loop-Charakters“ ist diese Methode sehr robust und führt zu einem sehr guten Verhalten. Ein Nachteil liegt darin, dass sich die Mechanik vor und nach Ausführung der Funktion an einer unterschiedlichen Position befinden kann.

3.4.3 Selbsteinstellender Stützregler

Der Nachteil der Lastmomentaufschaltung im vorigen Abschnitt ist jener, dass die Position nach Ausführung der Funktion aufgrund der Driftbewegung („Absacken“) nicht mehr der entspricht, welche sie vorher war. Dies kann bei mehrmaligem Ausführen des Identifikationsvorgangs die Maschine an den Rand des erlaubten Bewegungsbereichs bringen. Im folgenden wird eine Möglichkeit gezeigt, welche diesen Nachteil eliminiert [35].

3.4.3.1 Idee

In Abschnitt 3.3.2 war die Parametrierung des Stützreglers festgelegt durch die beiden Parameter J_{Motor} und Filterzeitkonstante T_{Filter} . Während die Filterzeitkonstante gewählt werden kann (Entwurfparameter), wurde die Motorträgheit in Ermangelung an Alternativen als Schätzwert für die Gesamtträgheit J_{Gesamt} verwendet. Dass dies in den meisten Fällen unzureichend ist, geht aus den Gleichungen (2.97), (2.108), (2.122) und (2.130) hervor. Im Folgenden wird auf die Möglichkeit der Schätzung des Gesamtmassenträgheitsmoments sowie auf die Herleitung einer Hilfestellung zur Wahl der Filterzeitkonstante eingegangen. Gesucht ist ein Schätzwert \hat{J} für den Parameter J_{Gesamt} . Grundlage bildet das einfache Modell, welches sich aus den Gleichungen (2.93), (2.94) und (2.95) ergibt.³ Für die Schätzung wird von folgender nichtlinearer Bewegungsgleichung ausgegangen:

$$J_{Gesamt} \dot{\omega}_m = m - M_{Gravitation} - M_S \text{sign}(\omega_m) \quad (3.32)$$

3.4.3.2 Schätzer

Um eine zeitdiskrete Realisierung (Abtastzeit T_a) von (3.32) zu erhalten, werden die Größen $\varphi_k = \varphi_m(t_k)$, $\omega_k = \dot{\varphi}_m(t_k) = \omega_m(t_k)$ und $\alpha_k = \ddot{\varphi}_m(t_k) = \dot{\omega}_m(t_k)$ mit

$$t_k = kT_a \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.33)$$

eingeführt. Mit Hilfe des Rückwärts-Differenzenquotienten können aus der gemessenen Größe φ_k die Größen ω_k und α_k berechnet werden. Bei konstanten Größen J_{Gesamt} , $M_{Gravitation}$ und M_S soll für die zugehörigen Schätzwerte \hat{J} , $\hat{M}_{Gravitation}$ und \hat{M}_S in jedem Abtastzeitpunkt t_k gelten:

$$\hat{J} \alpha_k = m_k - \hat{M}_{Gravitation} - \hat{M}_S \text{sign}(\omega_k) \quad (3.34)$$

Es hat sich gezeigt, dass bei der Berechnung von α_k eine zusätzliche Tiefpassfilterung notwendig ist. Allerdings reicht dazu ein Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz, die deutlich höher als die Grenzfrequenz des eingangsseitigen Tiefpasses ist, sodass dieses gegenüber dem eingangsseitigen Tiefpassfilter vernachlässigt werden kann. Wird für den Zeitbereich

³Die drehzahlproportionale Reibung wird in diesem Fall vernachlässigt, da beim Identifikationsvorgang nur geringe Drehzahlen erreicht werden.

$[t_1 \dots t_{\tilde{N}}]$ Gleichung (3.34) ausgewertet, ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

$$\Psi \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{z} \quad (3.35a)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & \text{sign}(\omega_1) \\ \alpha_2 & 1 & \text{sign}(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{\tilde{N}} & 1 & \text{sign}(\omega_{\tilde{N}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{J} \\ \hat{M}_{Gravitation} \\ \hat{M}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{\tilde{N}} \end{bmatrix}. \quad (3.35b)$$

Mit den Größen

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{J} & \hat{M}_{Gravitation} & \hat{M}_S \end{bmatrix}^T, \quad (3.36)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \begin{bmatrix} \alpha_k & 1 & \text{sign}(\omega_k) \end{bmatrix}^T, \quad (3.37)$$

$$z_k = m_k, \quad (3.38)$$

kann mit Hilfe des Rekursiven-Least-Squares Algorithmus [34]

$$\mathbf{k}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\gamma}_k}{1 + \boldsymbol{\gamma}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\gamma}_k}, \quad (3.39a)$$

$$e_k = z_k - \boldsymbol{\gamma}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}, \quad (3.39b)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1} + \mathbf{k}_k e_k, \quad (3.39c)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{k}_k \boldsymbol{\gamma}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \quad (3.39d)$$

und den Startwerten

$$\mathbf{P}_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \mathbf{I} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = 0, \quad (3.40)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix entsprechender Dimension darstellt, das Gleichungssystem (3.35a) zu jedem Abtastschritt „bestmöglich“ gelöst werden. Der erste Eintrag des Lösungsvektors entspricht dem gesuchten Schätzwert für J_{Gesamt} und kann als Eingabeparameter zur Berechnung der Reglerparameter verwendet werden.

3.4.3.3 Struktur des Gesamtsystems

Wird die Kombination aus Schätzer und Regler betrachtet, ergibt sich die Struktur aus Abbildung 3.21. Der Schätzer liefert einen Prozessparameter (\hat{J}) aus dem - zusammen mit dem noch festzulegenden Entwurfparameter T_{Filter} - über das Symmetrische Optimum (SO) und das Betragsoptimum (BO) die entsprechenden Reglerparameter berechnet werden. In [36] wird eine solche Struktur als Self-Tuning-Controller (STC) bezeichnet. Voraussetzung für die Funktionstüchtigkeit des STC ist ein ausreichend anregendes Sollwertsignal s_{soll} . Aus folgenden zwei Gründen ist die Anregung des Systems über den Sollwert, wie in Abbildung 3.21 dargestellt, nicht zielführend:

- Der zeitliche Verlauf ist bestimmt durch die maximal erlaubte Drehzahl und Beschleunigung. Die Positionstrajektorie müsste so geplant werden, dass die Beschleunigung einen vorgegebenen Wert nicht überschreitet, um so sicher zu stellen, dass der Maximalstrom des Motors (Servoverstärkers) nicht überschritten wird. Da das Gesamtmassenträgheitsmoment J_{Gesamt} unbekannt ist, kann die maximale Beschleunigung *nicht* ermittelt und so die Trajektorie nicht geplant werden.
- Da die Drehzahlreglerverstärkung aus der ersten Komponente des Parametervektors $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ berechnet wird und dieser zu Beginn der Identifikation Null ist, würde der Schätzalgorithmus nie starten.

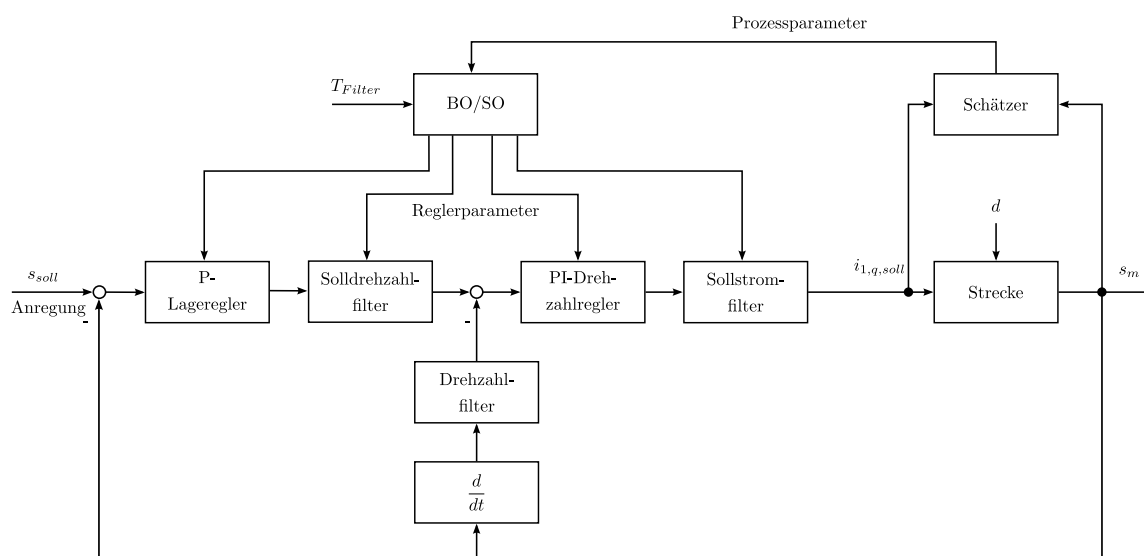


Abbildung 3.21: Struktur des selbststellenden Stützreglers.

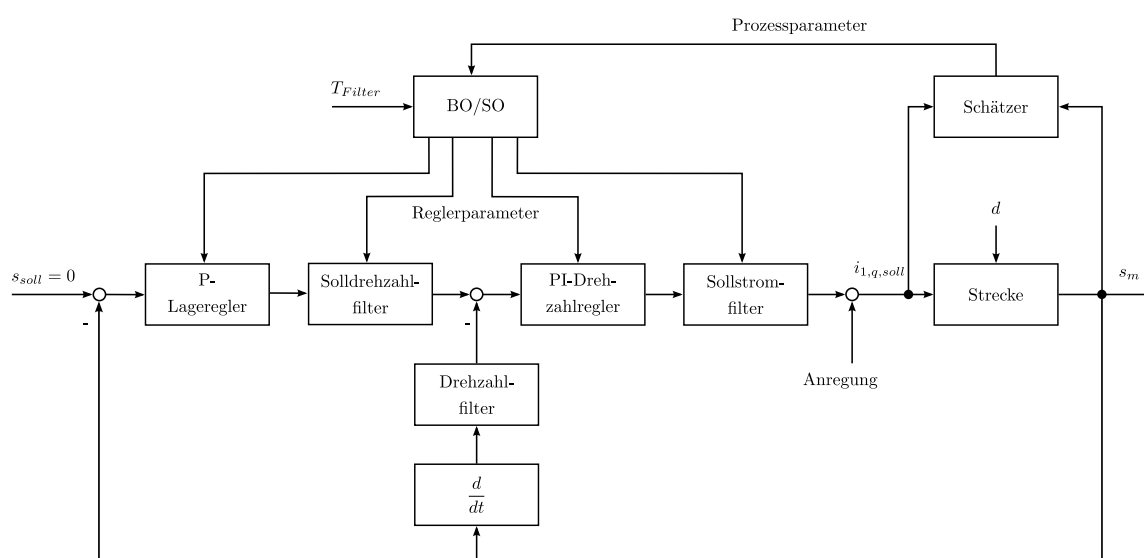


Abbildung 3.22: Struktur des selbststellenden Stützreglers bei verschobenem Eingriffsort des Anregungssignals.

Aus den genannten Gründen liegt es nahe, den Ort des Einwirkens des Anregungssignals zu verschieben. In Abbildung 3.22 ist die geänderte Struktur dargestellt. Diese bringt den Vorteil mit sich, dass anstatt einer Beschleunigung direkt ein Strom (dieser ist proportional dem Drehmoment) vorgegeben werden kann. Weiters können zu Beginn der Identifikation die Reglerparameter auf Null stehen und die Anregung ist trotzdem vorhanden.

Nachdem nun die Struktur des Gesamtsystems festgelegt ist, müssen die Eigenschaften des Anregungssignals genauer untersucht werden.

3.4.3.4 Anregungssignal

Das Anregungssignal, welches einem Moment entspricht, muss so gewählt werden, dass die gesuchten Parameter richtig geschätzt werden. Es müssen ausreichend Beschleunigungs- und Bremsphasen zur Schätzung des Gesamtmassenträgheitsmoments sowie Richtungswechsel zur Schätzung der statischen Reibung vorhanden sein. Aus diesem Grund fällt die Wahl auf ein harmonisches Signal, welches durch Amplitude und Frequenz bestimmt ist. Im Weiteren wird auf die geeignete Wahl dieser beiden Größen sowie auf die Wahl der Anregungsdauer näher eingegangen.

Wahl der Amplitude Die Anregungsamplitude orientiert sich am Nennmoment des Servomotors (siehe 3.25). Es wird davon ausgegangen, dass der Servoverstärker so groß gewählt ist, dass dieser den für das Nennmoment notwendigen Strom dauerhaft liefern kann.

Wahl der Frequenz Da die Anregung an derselben Stelle angreift wie ein Störmoment, ist es sinnvoll, das Störverhalten des Systems zu untersuchen. Wird die Übertragungsfunktion $S(s)$ vom Störmoment d_S zur tatsächlichen Beschleunigung $\alpha = \dot{\omega}_m$ gebildet, ergibt sich

$$S(s) = \frac{\alpha(s)}{d_S(s)} = \frac{1}{J_{Gesamt}} \frac{64s^3 T_{Filter}^3 (1 + sT_{Filter})}{64s^4 T_{Filter}^4 + 64s^3 T_{Filter}^3 + 32s^2 T_{Filter}^2 + 8sT_{Filter} + 1}. \quad (3.41)$$

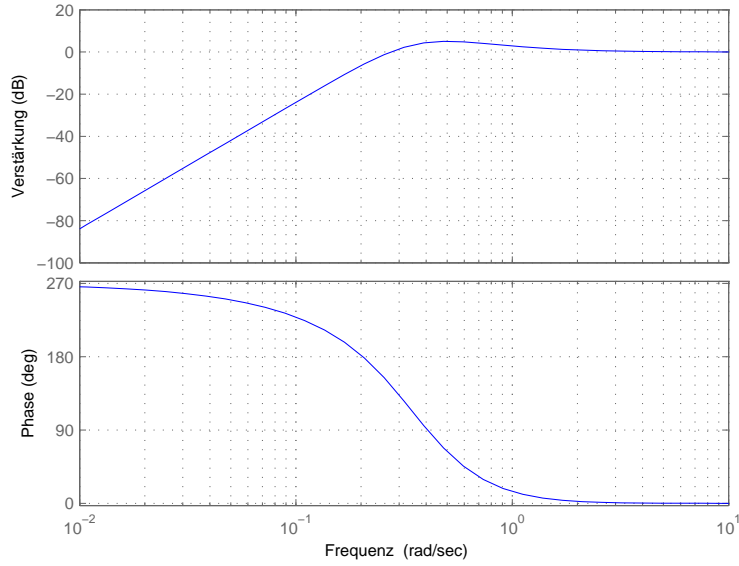
Die Störübertragungsfunktion ist abhängig von den Parametern J_{Gesamt} und T_{Filter} . Wird $J_{Gesamt} = 1$ und $T_{Filter} = 1$ gesetzt, besitzt der Frequenzgang die Gestalt aus Abbildung 3.23. Maximale Beschleunigung tritt dort auf, wo $|S(j\omega)|$ ein Maximum besitzt. Wird also jene Frequenz ω_{max} ermittelt, bei der das Maximum auftritt, entspricht diese der gesuchten Anregungsfrequenz. Sie ergibt sich zu

$$\omega_{max} = \frac{1}{2T_{Filter}}. \quad (3.42)$$

Somit ist die Anregungsfrequenz durch die Filterzeitkonstante T_{Filter} bestimmt und unabhängig vom Gesamtmassenträgheitsmoment J_{Gesamt} .

Wahl der Anregungsdauer Um eine Abschätzung der minimalen Anregungsdauer zu erhalten, ist es sinnvoll, von der optimalen Lösung von (3.35a) auszugehen [32]:

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T z. \quad (3.43)$$


 Abbildung 3.23: Bode-Diagramm der Störübertragungsfunktion $S(s)$.

Damit der Parametervektor berechnet werden kann, muss $\Psi^T \Psi$ invertierbar sein. Mit Hilfe von (3.35b) berechnet sich diese Matrix zu

$$\Psi^T \Psi = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k^2 & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k \text{sign}(\omega_k) \\ \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k & \tilde{N} & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}(\omega_k) \\ \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k \text{sign}(\omega_k) & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}(\omega_k) & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}^2(\omega_k) \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Wird mit der Voraussetzung eines harmonischen Anregungssignals und eines eingeschwungenen Systemzustands der Wert für \tilde{N} so gewählt, dass ein ganzzahliges Vielfaches der Anregungsperiode enthalten ist, dann gilt:

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}(\omega_k) = 0, \quad (3.45a)$$

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k = 0, \quad (3.45b)$$

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k \text{sign}(\omega_k) = 0. \quad (3.45c)$$

In diesem Fall ergibt sich für (3.44) die Diagonalmatrix

$$\Psi^T \Psi = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k^2 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{N} & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}^2(\omega_k) \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

welche unter der Voraussetzung einer ausreichenden Systemanregung

$$\sum_{k=1}^{\tilde{N}} \alpha_k^2 > 0 \quad \tilde{N} > 0 \quad \sum_{k=1}^{\tilde{N}} \text{sign}^2(\omega_k) > 0 \quad (3.47)$$

leicht zu invertieren ist.

Aufgrund von Signalrauschen und der Tatsache, dass die Identifikation von einem stationären Systemzustand aus erfolgt, wird die Wahl für die minimale Anregungsdauer auf ein Vielfaches einer Anregungsperiode fallen.

3.4.3.5 Wahl der Filterzeitkonstante

Die Filterzeitkonstante T_{Filter} ist zentrale Größe bei der Parametrierung der Reglerkaskade und der Bestimmung der Anregungsfrequenz. Da die geeignete Wahl dieses Entwurfspareters entscheidend für das zufriedenstellende Funktionieren des vorgestellten Konzepts ist, wird im Folgenden dazu eine Hilfestellung erarbeitet.

Untergrenze Die Filterzeitkonstante muss so gewählt werden, dass (3.11) und (3.13) erfüllt sind. Für eine Vielzahl an Servoantriebsachsen wird diese Bedingung eingehalten, weil die Mechanik auf maximale Dynamik konstruiert ist und somit die Resonanz- und Anti-resonanzfrequenz(en) hinreichend groß sind. Weiters muss die Filterzeitkonstante so groß gewählt werden, dass systembedingte Totzeiten (Abtastzeit, Positionsermittlung, Drehzahlermittlung, ...) und die Stromregelkreisdynamik im Vergleich dazu vernachlässigt werden können. Im Frequenzbereich heißt dies, dass die Durchtrittsfrequenz $\frac{1}{2T_{Filter}}$ des offenen Drehzahlregelkreises so klein gewählt werden muss, dass die zusätzliche Phasendrehung durch vorhandene Totzeiten die maximale Phasenreserve nicht erheblich verringert. Dann ist sichergestellt, dass der Frequenzgang des offenen Kreises den Verlauf aus Abbildung 3.24 aufweist. Die zusätzliche Phasendrehung wurde in Anhang B.1 durch Messung bei verschiedenen Schaltfrequenzen ermittelt. In Abbildung 3.25 ist der Frequenzgang zwischen Sollstrom und Ist Drehzahl des einfachen Modells (2.73) ohne Totzeit ($T_{tot} = 0$) jenem mit berücksichtigter Totzeit (in diesem Fall ist $T_{tot} = 350\mu s$) gemäß (B.1) gegenübergestellt. Es ist erkennbar, dass die Betragskennlinien sich decken, die Phasenkennlinien hingegen für höhere Frequenzen stark voneinander abweichen. Somit ist es bei bekannter Schaltfrequenz des Servoverstärkers möglich, jene Frequenz anzugeben, bis zu der das Modell mit der Messung hinreichend genau übereinstimmt. Wird von einer 10%-igen Abweichung vom theoretischen Wert $-\frac{\pi}{2}$ ausgegangen, muss folgende Gleichung erfüllt sein:

$$\varphi_{10} = -\frac{\pi}{2} - \omega_{10}T_{tot} = -1.1\frac{\pi}{2}. \quad (3.48)$$

Daraus folgt für die Obergrenze der Gültigkeit des einfachen Modells:

$$\omega_{10} = \frac{\pi}{20T_{tot}}. \quad (3.49)$$

Da für die Durchtrittsfrequenz

$$\frac{1}{2T_{Filter}} < \omega_{10} \quad (3.50)$$

gelten muss, ergibt sich als Untergrenze für die Filterzeitkonstante:

$$T_{Filter} > \frac{1}{2\omega_{10}} = \frac{10T_{tot}}{\pi}. \quad (3.51)$$

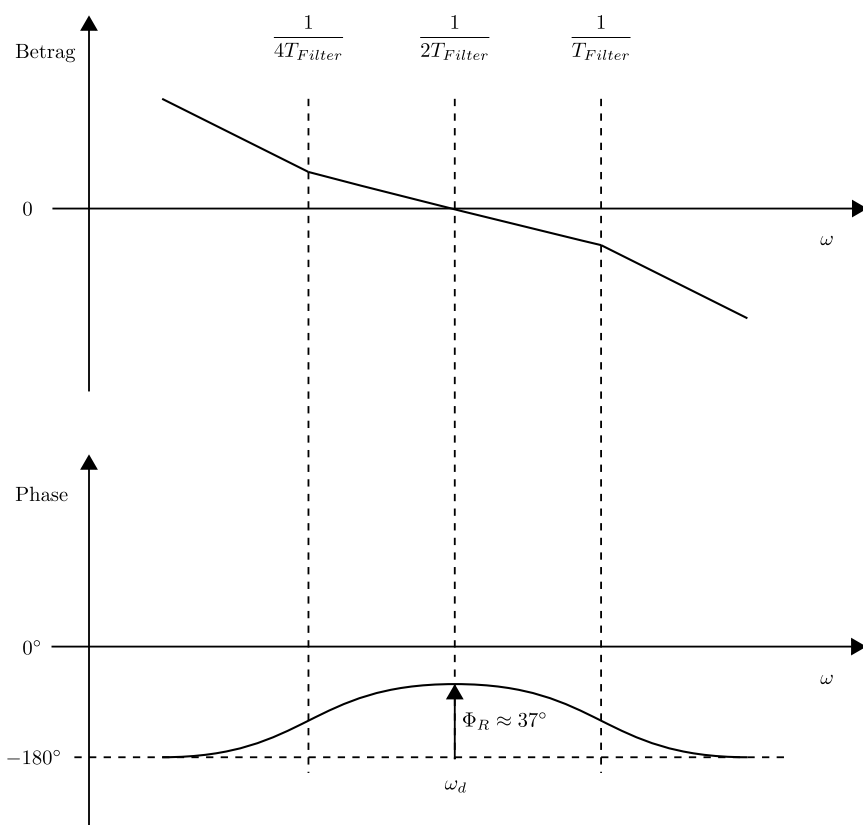


Abbildung 3.24: Frequenzgang des offenen Kreises, eingestellt mit dem Verfahren des symmetrischen Optimums.

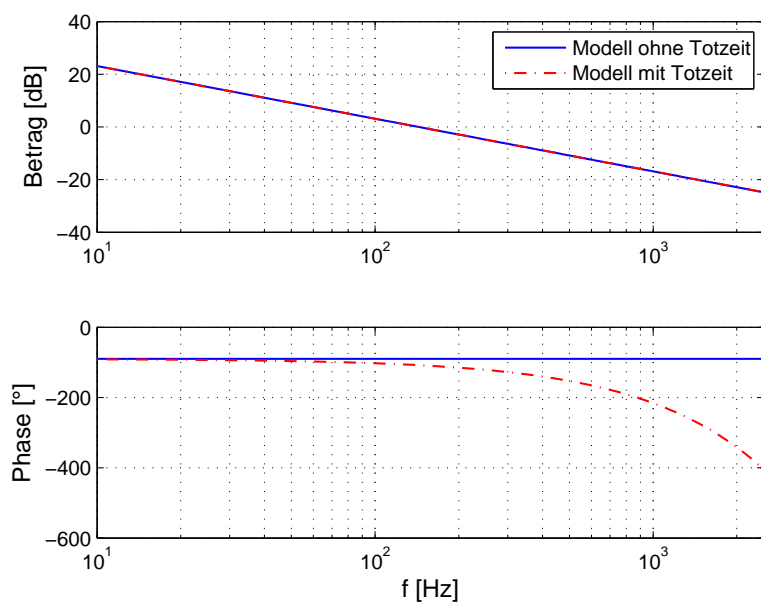


Abbildung 3.25: Frequenzgang des einfachen Modells ohne und mit Totzeit.

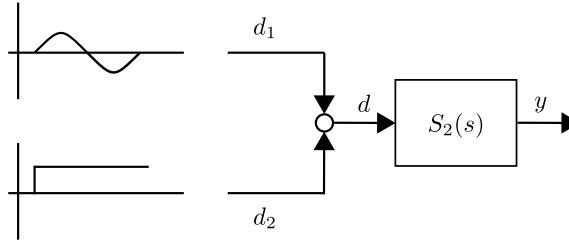


Abbildung 3.26: Strukturbild Störübertragungsfunktion.

Obergrenze Eine zu groß gewählte Filterzeitkonstante hat zur Folge, dass der Regler sehr träge auf das Lastmoment reagiert. Dies führt unter Umständen zu einer Ausgleichsbewegung, welche über den erlaubten Bewegungsbereich hinausgeht. Um eine Obergrenze für die Wahl der Filterzeitkonstante angeben zu können, ist es sinnvoll, das Störverhalten zu untersuchen. Wird die Übertragungsfunktion $S_2(s)$ vom Störmoment d_S zur Istposition $y = s_m$ gebildet, so ergibt sich

$$S_2(s) = \frac{y(s)}{d_S(s)} = \frac{1}{J_{Gesamt}} \frac{64sT_{Filter}^3(1 + sT_{Filter})}{64s^4T_{Filter}^4 + 64s^3T_{Filter}^3 + 32s^2T_{Filter}^2 + 8sT_{Filter} + 1}. \quad (3.52)$$

Da das Anregungssignal d_1 an derselben Stelle angreift wie das Lastmoment d_2 ($d_2 = M_{Gravitation}$), lässt sich das Strukturbild aus Abbildung 3.26 ableiten. Die Gesamtstörung $d_S = d_1 + d_2$ wird von der Störübertragungsfunktion gefiltert und ergibt ein Antwortsignal y , welches in seiner Größe abgeschätzt werden kann. Mit Hilfe der Impulsantwort der Störübertragungsfunktion

$$s_2(t) = \mathcal{L}^{-1}\{S_2(s)\} \quad (3.53)$$

kann über die Faltungssumme

$$y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} s_2(t - \tau) d(\tau) d\tau \quad (3.54)$$

folgende Ungleichung abgeleitet werden [37]:

$$\|y\|_{\infty} \leq \|s_2\|_1 \cdot \|d_1 + d_2\|_{\infty} \quad (3.55)$$

Die 1-Norm der Impulsantwort $\|s_2\|_1$ ist abhängig von der Filterzeitkonstante T_{Filter} und dem Gesamtmassenträgheitsmoment J_{Gesamt}

$$\|s_2\|_1 = \|s_2(T_{Filter}, J_{Gesamt})\|_1 \quad (3.56)$$

und kann auf numerischem Wege hinreichend genau berechnet werden. Für den Fall bekannter Motorträgheit J_{Motor} (für viele Servomotoren gegeben), kann folgende Abschätzung nach oben durchgeführt werden:

$$\|s_2(T_{Filter}, J_{Gesamt})\|_1 \leq \|s_2(T_{Filter}, J_{Motor})\|_1. \quad (3.57)$$

Weiters lässt sich aufgrund der Tatsache

$$\|d_1 + d_2\|_{\infty} \leq \|d_1\|_{\infty} + \|d_2\|_{\infty} \quad (3.58)$$

der Einfluss der zwei Störterme getrennt abschätzen. $\|d_1\|_{\infty}$ entspricht der Amplitude des Anregungssignals (Moment) und ist bekannt (Abschnitt 3.4.3.4), $\|d_2\|_{\infty}$ entspricht dem Lastmoment und kann bei sinnvoll durchgeführter Antriebsauslegung mit 50 – 75% des Nennmoments des Motors abgeschätzt werden.

Somit kann eine Obergrenze für die Filterzeitkonstante angegeben werden. Diese ist abhängig vom Nennmoment und Massenträgheitsmoment des Motors sowie dem erlaubten Bewegungsbereich.

3.4.3.6 Hilfestellung zur Wahl der Filterzeitkonstante

Zusammenfassend ergibt sich folgende Hilfestellung für die Auswahl der Filterzeitkonstante:

1. Bestimmung der Untergrenze mittels (3.51).
2. Bestimmung von $\|d_1\|_\infty$ gemäß Abschnitt 3.4.3.4
3. Bestimmung von $\|d_2\|_\infty$ aus dem Nennmoment des Motors.
4. Wahl einer (großen) Filterzeitkonstante T_{Filter} .
5. Berechnung der 1-Norm von $s_2(t)$ mit J_{Motor} und T_{Filter} .
6. Berechnung von $\|y\|_\infty = \|s_2\|_1 \cdot (\|d_1\|_\infty + \|d_2\|_\infty)$
7. Wenn $\|y\|_\infty$ größer als der erlaubte Bewegungsbereich ist, muss eine kleinere Filterzeitkonstante (größer als die Untergrenze) gewählt und mit 5 fortgesetzt werden. Ansonsten ist ein geeigneter Bereich (Untergrenze, Obergrenze) gegeben, aus dem ein Wert für T_{Filter} gewählt werden kann.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass der abgeschätzte Bewegungsbereich mit dem erlaubten umso besser übereinstimmt, je genauer das tatsächliche Gesamtmassenträgheitsmoment bekannt ist. D.h., in Schritt 5 kann statt J_{Motor} der genauere Wert zur Abschätzung verwendet werden.

Wenn das Motormassenträgheitsmoment nicht bekannt ist, ist eine Abschätzung nicht möglich. Aber auch in diesem Fall kann das vorgestellte Konzept verwendet werden, es muss allerdings ausreichend Bewegungsbereich vorhanden sein.

Aufgrund von Reibung wird die tatsächliche Bewegung geringer ausfallen, als in der Abschätzung angenommen. Trotzdem macht es vom praktischen Gesichtspunkt aus Sinn, eine Bewegungsbereichsüberwachung, wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben, durchzuführen.

3.4.3.7 Ausregelzeit

Wird davon ausgegangen, dass das Lastmoment beim Lüften der Bremse wirksam wird, ist es im Hinblick auf einen automatisierten Vorgang von Interesse, wie lange der Ausregelvorgang dauert. Dessen Dauer kann aus der Störübertragungsfunktion (3.52) ermittelt werden. Wird wie in Abbildung 3.27 oben die Sprungantwort dieser Übertragungsfunktion für unterschiedliche Werte von J_{Gesamt} berechnet, ist aus der Ausregelzeit t_{aus} ($< 2\%$ vom Maximalwert) erkennbar, dass diese unabhängig vom Parameter J_{Gesamt} ist. Wird hingegen T_{Filter} variiert (Abbildung 3.27 unten), verändert sich sowohl die Amplitude als auch die Ausregelzeit. Wird für unterschiedliche Wert von T_{Filter} die Ausregelzeit t_{aus} ermittelt, ergibt sich Abbildung 3.28. Daraus ist ein linearer Zusammenhang erkennbar welcher in Form folgender Gleichung ausgedrückt werden kann:

$$t_{aus} \approx 26.6 \cdot T_{Filter} \quad (3.59)$$

Diese Gleichung kann dazu genutzt werden, um den Zeitpunkt für das Ende der Stabilisierung festzulegen.

3.4.3.8 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen Konzepts gezeigt. Es wird wieder vom Aufbau wie in Abschnitt 3.4.2.6 ausgegangen. Der zusätzlich notwendige Schätzalgorithmus und die Parameteradaption werden mit einer Abtastzeit $T_a = 400\mu s$ abgearbeitet. Die beiden genannten Erweiterungen konnten nicht mit zur Verfügung stehenden Funktionen abgebildet werden und wurden deshalb zu Testzwecken direkt im Betriebssystem implementiert.

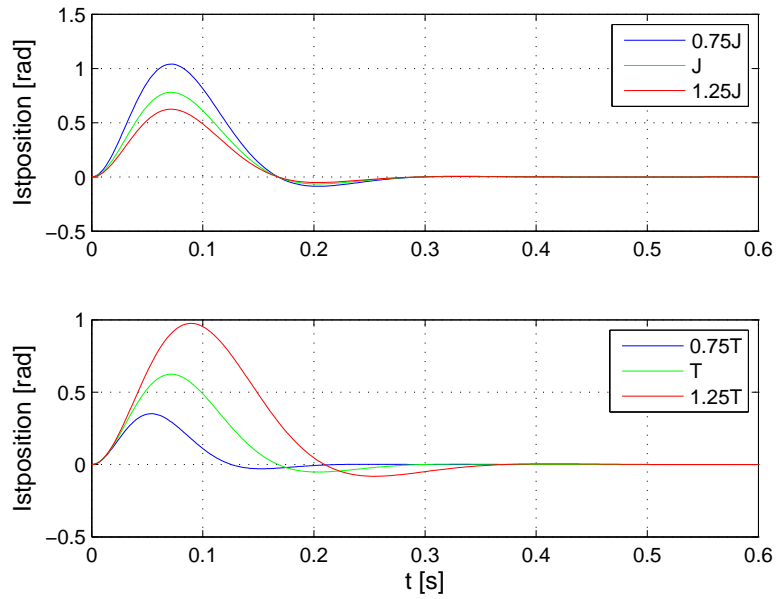


Abbildung 3.27: Sprungantwort der Störübertragungsfunktion bei Variation von J_{Gesamt} oben und T_{Filter} unten.

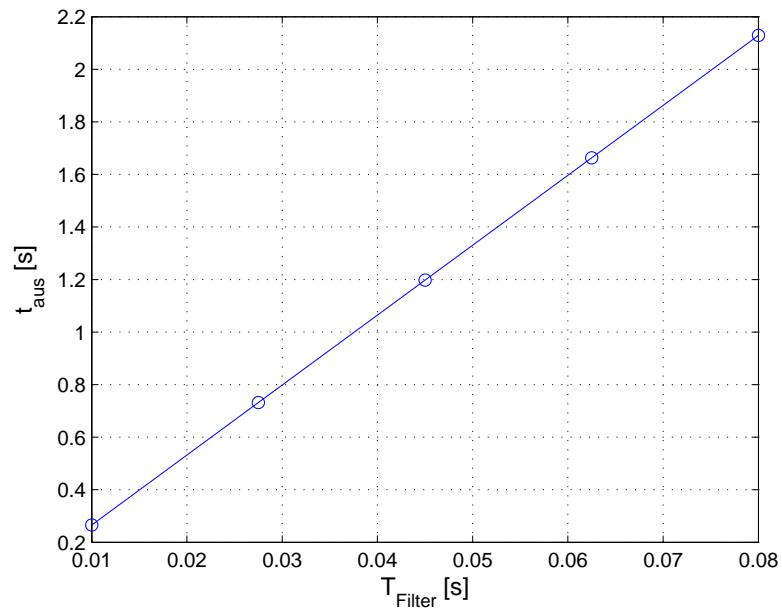


Abbildung 3.28: Abhängigkeit der Ausregelzeit t_{aus} von der Filterzeitkonstante T_{Filter} .

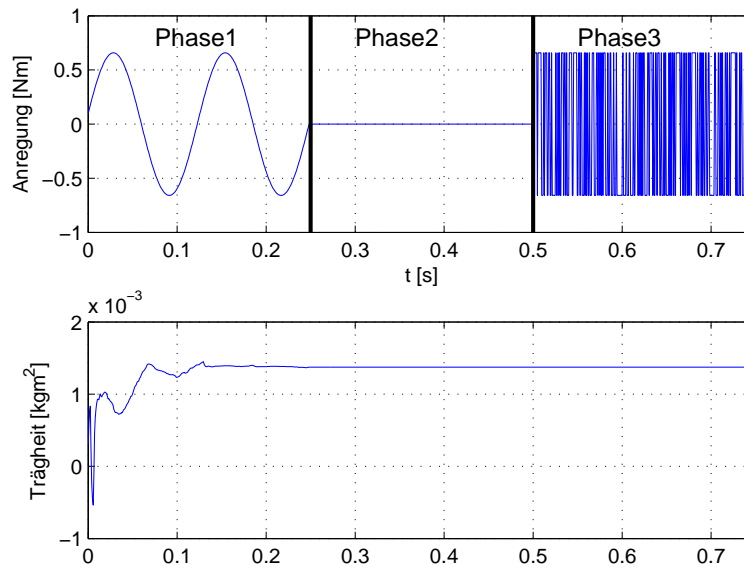


Abbildung 3.29: Anregungssignal und geschätztes Massenträgheitsmoment beim Identifikationsvorgang.

Auswahl der Filterzeitkonstante Die Grenzen ergeben sich entsprechend der Hilfestellung aus Abschnitt 3.4.3.6. Für den genannten Servoverstärker mit einer Schaltfrequenz von 20 kHz und einer Totzeit von 0.00035s (siehe Anhang B.2) ist die Untergrenze (3.51) durch

$$T_{Filter} > \frac{10T_{tot}}{\pi} = 0.0011s \quad (3.60)$$

gegeben. Die Filterzeit wird gleich dem vom Servoverstärker maximal zulässigen Wert ($T_{Filter,max} = 0.01s$) gewählt. $\|d_1\|_\infty$ ergibt sich aus dem Produkt aus Nennstrom und Momentkonstante aus Tabelle B.1 zu $\|d_1\|_\infty = 0.25 \cdot 1.89A \cdot 1.45Nm/A = 0.685Nm$ (als Motorstrom wird im vorliegenden Beispiel 25% des Nennstromes verwendet). Da die translatorisch bewegte Masse mit ca. $m = 1kg$ angegeben ist, kann daraus ein Schätzwert für das Lastmoment berechnet werden. Mit einem Radius der Umlenkscheiben von $R = 0.025m$ ergibt sich dafür ein Wert von ca. 0.25Nm und somit $\|d_2\|_\infty = 0.25Nm$. Weiters kann ein besserer Schätzwert für das Gesamtmassenträgheitsmoment berechnet werden: $J_{Motor} + mR^2 = 0.00016 + 1 \cdot 0.025^2 = 0.000785kgm^2$. Mit einem Wert von $T_{Filter} = T_{Filter,max}$ ergibt sich für $\|s_2\|_1 = 2.1647rad/Nm$. Daraus kann $\|y\|_\infty = \|s_2\|_1 \cdot (\|d_1\|_\infty + \|d_2\|_\infty) = 2.1647 \cdot (0.685 + 0.25) = 2.02rad$ ermittelt werden, was näherungsweise einem Wert von 1/3 Umdrehung in eine Richtung entspricht. Umgerechnet ins Translatorische ergibt sich ein Verfahrweg von ca. $\pm 5cm$, was in Relation zum möglichen gesamten Verfahrbereich von 1m ein brauchbarer Wert ist.

Identifikationsvorgang Der Identifikationsvorgang erstreckt sich über drei Phasen (siehe Abbildung 3.29, oben). In Phase 1 wird das System mit einem Sinus angeregt und die mechanischen Parameter werden geschätzt. Zeitgleich werden aufgrund der geschätzten Parameter die Reglerparameter nachgeführt. In Abbildung 3.29 ist erkennbar, dass der Schätzwert für das Massenträgheitsmoment nach genau einer Anregungsperiode das erste Mal einen stationären Wert erreicht. Nach einer Anregungsdauer von zwei Signalperioden wird in Phase 2 gewartet, bis die Ausregelzeit $t_{aus} \approx 26.6 \cdot T_{Filter} = 0.266s$ vorbei ist und das System sich wieder in Ruhe befindet. Aus Abbildung 3.30 ist erkennbar, dass sich so-

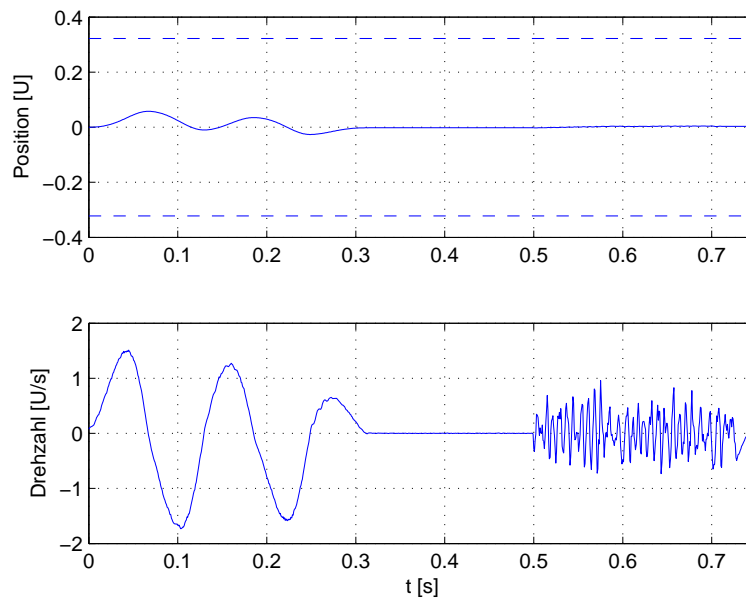


Abbildung 3.30: Position und Drehzahl beim Identifikationsvorgang.

wohl Position als auch Drehzahl stationär einstellen und die angegebene vorausberechnete Grenze nicht überschritten wird. Schließlich wird in Phase 3 die eigentliche Aufnahme des Frequenzgangs mit Hilfe der in Abschnitt 3.3 vorgeschlagenen Methode zur Frequenzgangsmessung durchgeführt.

3.4.3.9 Diskussion

Mit dem beschriebenen Verfahren ist es möglich, den Frequenzgang eines mechatronischen Systems zu identifizieren, auf das eine konstante Störung wirkt. Basierend auf einem einfachen Modell wurden unter der Annahme bekannter Streckenparameter die Reglerparameter der vorgegebenen Reglerstruktur berechnet. Die tatsächlichen Parameter der Strecke wurden durch einen RLS-Schätzer ermittelt. Dadurch konnte erreicht werden, dass nur *ein* Entwurfsparameter notwendig ist. Für die Wahl dieses Parameters wurde eine Hilfestellung erarbeitet. Ein wesentlicher Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass die Mechanik nach Ausführung der Funktion wieder an jener Position ist, an welcher sie vorher war. Ein möglicher Nachteil dieses Verfahrens kann sein, dass die Bedingung $T = 0.01 \gg \frac{1}{\omega_{0,z}}$ für diese Mechanik zwar erfüllt wird, dies aber nicht immer der Fall ist. Speziell bei Direktantrieben, bei denen aus Kosten- und Genauigkeitsgründen das Getriebe eingespart wird, verlagern sich die Resonanz- und Antiresonanzfrequenzen hin zu niedrigeren Werten.

3.5 Identifikation parametrischer Modelle

Bisher wurden nichtparametrische Modelle zur Beschreibung der Mechanik ermittelt. Oft kann es aber notwendig sein, mit parametrischen Modellen zu arbeiten. Dies können zum einen datenbasierte Modelle („black-box model“) aber auch physikalisch motivierte Modelle („white-box model“) sein. Die Ermittlung eines parametrischen Modells ist im Hinblick auf einen automatisierten Ablauf deutlich schwieriger. Zum einen soll der Algorithmus dem Anwender möglichst wenig Tuning-Parameter zur Verfügung stellen und zum anderen sollte ein möglichst geradliniger Weg verfolgt werden.

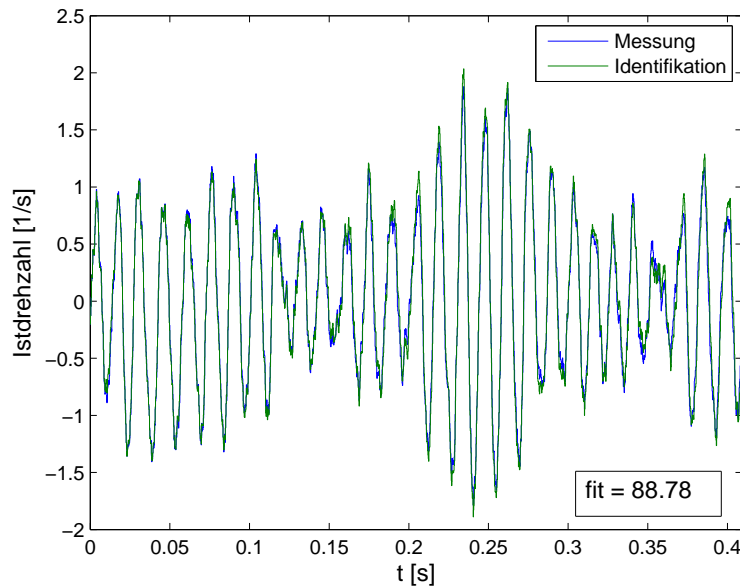


Abbildung 3.31: Gemessenes (blau) und simuliertes (grün) Ausgangssignal.

3.5.1 Datenbasierte Modelle

3.5.1.1 Beschreibung

Basierend auf den Daten zur Berechnung des Frequenzgangs aus Abschnitt 3.3.3 wird ein lineares Zustandsraummodell mit Hilfe der Subspace-Identifikations-Methode aus Abschnitt C.1 identifiziert. Der große Vorteil an dieser Methode liegt darin, dass nur ein Parameter (maximale Ordnung des Systems n_s) festgelegt werden muss. Versuche an unterschiedlichen Mechaniken haben gezeigt, dass ein Wert von $n_s = 20$ ein guter Kompromiss zwischen Modellgüte und Rechenaufwand darstellt. Das identifizierte Modell wird anschließend in eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion der Form

$$G_p(z) = \frac{b_{m_s}z^{m_s} + b_{m_s-1}z^{m_s-1} + \dots + b_1z + b_0}{z^{n_s} + a_{n_s-1}z^{n_s-1} + \dots + a_1z + a_0}, \quad m_s \leq n_s \quad (3.61)$$

ungerechnet. Zur Validierung des identifizierten Modells wird ein zweiter Datensatz mit derselben Anregung verwendet. Die Beurteilung erfolgt über den fit-Wert, welcher wie folgt definiert ist:

$$\text{fit} = 100 \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|_2}{\|y - \text{mean}(y)\|_2} \right) \quad (3.62)$$

Dabei ist y die Messung und \hat{y} die simulierte Ausgangsgröße dazu. Es hat sich gezeigt, dass gut identifizierte Modelle einen fit-Wert von über 90% erreichen können.

3.5.1.2 Beispiel

Zur Demonstration der Vorgehensweise wird die Mechanik aus Abschnitt B.4 gewählt. Wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, werden das Anregungs- und Antwortsignal aufgezeichnet, wobei für die Ordnung des PRBS $n = 11$ gewählt wird. Mit diesen Daten wird nun ein parametrisches Modell berechnet⁴. Das Ergebnis der Identifikation ist in Abbildung 3.31 (Zeitbereich) sowie in Abbildung 3.32 (Frequenzbereich) dargestellt. Sowohl aus dem fit-Wert von 88.78% als auch aus dem Vergleich der Frequenzgänge ist erkennbar, dass das identifizierte Modell sehr gut mit dem nichtparametrischen Modell übereinstimmt.

⁴Zur Berechnung wird der Befehl „n4sid“ des Programmpaketes MATLAB verwendet.

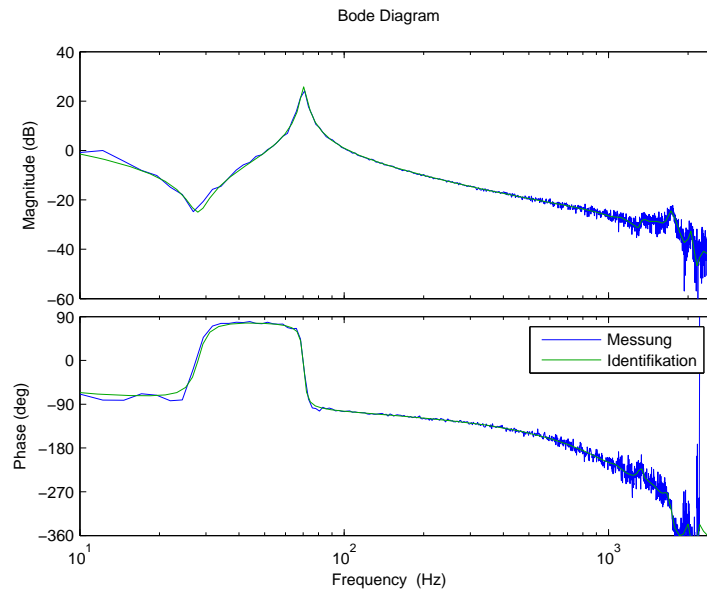


Abbildung 3.32: Gemessener Frequenzgang (blau) und Frequenzgang des identifizierten zeitdiskreten Modells (grün).

3.5.2 Physikalisch motivierte Modelle

3.5.2.1 Beschreibung

Ähnlich wie in den Arbeiten [5], [11], [6], [14] wird zur Identifikation der physikalischen Parameter vom gemessenen Frequenzgang ausgegangen. Basierend auf einer vorgegebenen Struktur (2-, 3-Massensystem ...) wird mit Hilfe numerischer Optimierungsverfahren versucht, die identifizierte Betragskennlinie in einem Frequenzintervall möglichst gut an die gemessene anzupassen („Curve-Fitting“). Der Vorteil der alleinigen Verwendung der Betragskennlinie liegt darin, dass Totzeiten nicht berücksichtigt werden müssen. Als Unterschied zu obigen Arbeiten hat es sich als sinnvoll herausgestellt, dass die Betragswerte in *logarithmischer Skalierung* berücksichtigt werden. Dadurch kann die Antiresonanz, welche durch betragsmäßig kleine Werte gekennzeichnet ist, besser gewichtet werden. Die Arbeit beschränkt sich im Folgenden auf die Struktur eines 2-Massen-Systems.

3.5.2.2 Bestimmung der Startwerte

Es hat sich gezeigt, dass die Startwerte des numerischen Optimierungsproblems ganz wesentlich zum Finden der optimalen Lösung beitragen. Würde von der Übertragungsfunktion eines 2-Massen-Systems (2.105) mit den Parametern J_{Motor} , J_{Last} , c und d ausgegangen werden, ist es schwierig, Startwerte dafür festzulegen. Einfacher wird es hingegen, wenn (2.105) mit (2.109) und (2.114) auf folgende Form gebracht wird⁵:

$$G_m(s) = \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{sJ_{Motor} \frac{1}{x_{2MS}}} \cdot \frac{\omega_{0,N}^2 + s2\omega_{0,N}D_Z + s^2 \frac{1}{x_{2MS}}}{\omega_{0,N}^2 + s2\omega_{0,N}D_Z + s^2} \quad (3.64)$$

⁵Es gilt folgender Zusammenhang:

$$x_{2MS} = \frac{J_{Motor}}{J_{Gesamt}} = \left(\frac{\omega_{0,Z}}{\omega_{0,N}} \right)^2 \quad (3.63)$$

In diesem Fall sind die Parameter das motorseitige Massenträgheitsmoment J_{Motor} , die Resonanzkreisfrequenz $\omega_{0,N}$, ein Dämpfungswert D_Z und ein Verhältniswert von Antiresonanz- zu Resonanzfrequenz $x_{2MS} = \left(\frac{\omega_{0,Z}}{\omega_{0,N}}\right)^2$. Diese Optimierungsparameter sind deutlich einfacher aus dem nichtparametrischen Modell $G_{Meas}(e^{j\omega_k T_a})$ zu extrahieren. Der Startwert für die Resonanzfrequenz kann, wie in Abschnitt 4.3.5.2 gezeigt, durch eine Maximumsuche ermittelt werden, wohingegen der Startwert für die Antiresonanzfrequenz durch eine Minimumsuche bestimmt wird. Der Startwert für das motorseitige Massenträgheitsmoment kann aus den Motordaten oder aus einer 1-Massen-Approximation (siehe Abschnitt 3.3.4.1) entnommen werden.

3.5.2.3 Bestimmung des parametrischen Modells

Basierend auf (3.64) kann zusammen mit dem durch Messung gewonnenen Frequenzgang $G_{Meas}(e^{j\omega_k T_a})$ aus Abschnitt 3.2.2 folgendes nichtlineares Optimierungsproblem formuliert werden:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}} \quad & \sum_{k=k_S}^{k=k_E} \left(\hat{G}_m(\mathbf{p}, \omega_k) - y_{data,k} \right)^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{p} > 0 \end{aligned} \quad (3.65)$$

Die Optimierungsparameter sind im Parametervektor

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{Motor} \\ \frac{1}{\hat{x}_{2MS}} \\ \hat{\omega}_{0,N} \\ \hat{D}_Z \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

zusammengefasst und die nichtlineare Optimierungsfunktion lautet:

$$\hat{G}_m(\mathbf{p}, \omega_k) = \log \left| \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}} \cdot p_3^2 + j2\omega_k p_3 p_4 + (j\omega_k)^2 p_2}{j\omega_k p_1 p_2 \cdot p_3^2 + j2\omega_k p_3 p_4 + (j\omega_k)^2} \right| \quad (3.67)$$

Die Auswertung erfolgt an den Frequenzstützstellen $\omega_k = \frac{2\pi \cdot k}{N \cdot T_a}$, $k = k_S, \dots, k_E$, wobei mit k_S und k_E das Frequenzintervall festgelegt wird. Dieses wird so gewählt, dass die interessierenden Eigenfrequenzen darin enthalten sind. Die Vergleichsdaten werden ebenfalls logarithmisch skaliert:

$$y_{data,k} = \log \left| G_{Meas}(e^{j\omega_k T_a}) \right| \quad (3.68)$$

Mit dem Ergebnis der Optimierung lassen sich anschließend die gesuchten Parameter wie folgt berechnen:

$$\hat{J}_{Motor} = p_1 \quad (3.69)$$

$$\hat{J}_{Last} = p_1 (p_2 - 1) \quad (3.70)$$

$$\hat{c} = p_1 \left(1 - \frac{1}{p_2} \right) p_3^2 \quad (3.71)$$

$$\hat{d} = 2p_1 \left(1 - \frac{1}{p_2} \right) p_3 p_4 \quad (3.72)$$

3.5.2.4 Beispiel

Wie auch schon in Abschnitt 3.5.1.2 wird hier zur Demonstration der Vorgehensweise die Mechanik aus Abschnitt B.4 verwendet. Aus den ermittelten Resonanz- bzw. Antiresonanzfrequenzen (B.10), der bekannten Motorträgheit (siehe Tabelle B.4) und einem angenommenen Dämpfungswert von null sind die Startwerte festgelegt. Die Werte für k_S und k_E

Parameter	Einheit	Startwert	Optimalwert
\hat{J}_{Motor}	kgm ²	0.000439	0.000513
$\frac{1}{\hat{x}_{2MS}}$	-	6.2371	6.2373
$\hat{\omega}_{0,N}$	rad/s	438.1864	438.1857
\hat{D}_Z	-	0	0.0194

Tabelle 3.3: Parameter vor und nach der Optimierung

Parameter	Einheit	Wert
\hat{J}_{Motor}	kgm ²	0.000513
\hat{J}_{Last}	kgm ²	0.0027
\hat{c}	Nm/rad	82.7
\hat{d}	Nms/rad	0.0073

Tabelle 3.4: Identifizierte Parameter des 2-Massen-Systems.

orientieren sich an der Resonanz- und Antiresonanzfrequenz und werden so festgelegt, dass dadurch ein Intervall von 5Hz bis 300Hz abgedeckt wird. Die Parameter vor und nach der Ausführung der Optimierung⁶ sind in Tabelle 3.3 dargestellt. Durch Umrechnung der Optimierungsparameter in die gesuchten physikalischen Parameter ergeben sich die Werte in Tabelle 3.4. In Abbildung 3.33 ist der Vergleich des gemessenen Frequenzgangs und des Frequenzgangs des identifizierten 2-Massen-Systems dargestellt. Weiters ist das Optimierungsintervall dargestellt. Aus dem Vergleich der beiden Frequenzgänge ist erkennbar, dass die Betragskennlinien sehr gut übereinstimmen. Aus der Phasenkennlinie ist der Einfluss der Totzeit ersichtlich, welche nicht berücksichtigt wurde.

3.6 Diskussion

In diesem Abschnitt wurde die Systemidentifikation einer Servoantriebsachse beschrieben. Es hat sich gezeigt, dass bei geeigneter Parametrierung des Anregungssignals (PRBS) der Frequenzgang besonders einfach und effizient ermittelt werden kann, was im Hinblick auf die automatisierte Inbetriebnahme ein wesentlicher Vorteil ist. Dazu wird die vorgegebene Reglerstruktur als „weicher“ Stützregler so parametrierung, dass das System nahe dem Arbeitspunkt bleibt und ein Wegdriften vermieden wird. In dieser Konfiguration ist es auch möglich, das System auf konstante Drehzahl zu bringen, um bei dieser die Identifikation durchzuführen. Dies ist bei geberlos betriebenen Achsen die einzige Möglichkeit zur Identifikation, da der virtuelle Geber (Beobachter) im Stillstand keine brauchbaren Signale liefert. Weiters wurden zwei Möglichkeiten gezeigt, wie auch im Fall einer Achse unter Gravitationseinfluss (hängende Achse) der Frequenzgang ermittelt werden kann. Während die erste Möglichkeit (Momentaufschaltung) sich aufgrund es „Open-Loop“-Charakters als sehr robust erwiesen hat (kein Entwurfsparameter notwendig), besitzt diese den Nachteil, dass die Position nach Ausführung der Funktionalität nicht mehr der ursprünglichen entspricht. Dieser Nachteil wird in der zweiten Möglichkeit, der des selbsteinstellenden Stützreglers, eliminiert. Schlussendlich wurden noch Möglichkeiten mit bekannten Methoden gezeigt, wie aus den Rohdaten parametrische bzw. physikalisch motivierte Modelle ermittelt werden können. Besonderer Fokus wurde dabei auf die Einfachheit der Bedienung (wenige Parameter) und die Geradlinigkeit des Algorithmus gelegt.

Diese Identifikationsergebnisse sind die Grundlage für den nächsten Abschnitt, in dem Möglichkeiten zur automatisierten Ermittlung der Reglerparameter gezeigt werden.

⁶Zur Berechnung wird der Befehl „fminsearch“ des Programmpakets MATLAB verwendet.

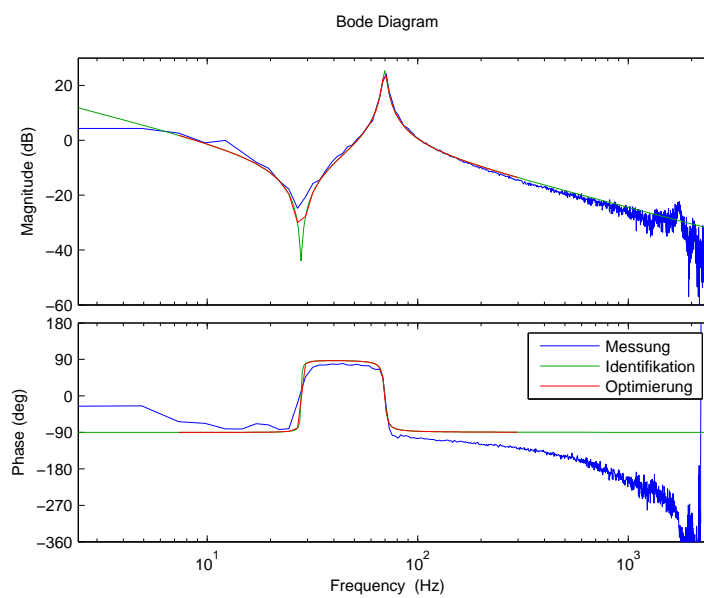


Abbildung 3.33: Gemessener Frequenzgang (blau) und Frequenzgang des identifizierten 2-Massen-Systems (grün) sowie die Werte im Optimierungsintervall (rot).

Kapitel 4

Automatische Reglerparametrierung

4.1 Vorgegebene Reglerstruktur

Basierend auf der Grobstruktur zur Regelung des Synchronmotors aus Abbildung 2.5 sind die für die automatische Reglerparametrierung wichtigen Komponenten in Abbildung 4.1 farblich hervorgehoben. Im Folgenden eine kurze Beschreibung der Komponenten.

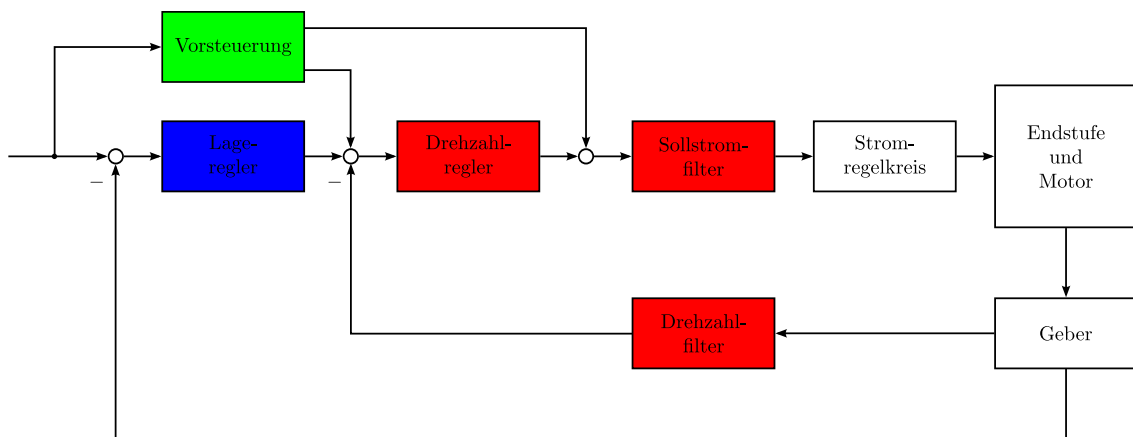


Abbildung 4.1: Komponenten, welche autoparametriert werden sollen. Rot: Parametrierung des Drehzahlregelkreises, Blau: Parametrierung des Lageregelkreises, Grün: Parametrierung der Vorsteuerung.

Drehzahlregler PI-Regler mit integriertem Anti-Windup. Verwendung als Proportionalregler meist ausreichend, da Strecke bereits integrierendes Verhalten besitzt. Ausnahmen sind Achsen mit starker Reibung und hängende Achsen. Bei diesen kann aber bei entsprechender Wahl der Vorsteuerparameter ebenfalls auf den I-Anteil verzichtet werden.

Drehzahlfilter Da die Istdrehzahl durch Rückwärtsdifferenzenbildung ermittelt wird, kann bei schlechter Geberauflösung die Drehzahlquantisierung sehr grob werden. Dies hat zur Folge, dass aufgrund des Soll-Ist-Vergleichs beim Drehzahlregler die Quantisierungsstufen gewichtet mit der Drehzahlreglerverstärkung direkt dem Stromregler als Sollwert vorgegeben werden. Die daraus resultierende Geräusentwicklung kann durch das Drehzahlfilter im Rückführzweig deutlich reduziert werden.

Sollstromfilter Dieses Filter liegt im Vorwärtszweig des Regelkreises und kann dazu verwendet werden, bestimmte Frequenzen oder Frequenzbereiche nicht anzuregen. Dies kann durch den Modus festgelegt werden.

- Sperrfilter: Als Sperrfilter verwendet, dient es zur Unterdrückung störender, scharf ausgeprägter Resonanzfrequenzen. Vorteil: Bei der Sperrfrequenz besitzt es eine sehr hohe Dämpfung. Nachteil: Für gleichbleibende Wirkung darf sich die Resonanzfrequenz nicht zu stark ändern.
- Tiefpassfilter: Als Tiefpassfilter verwendet, dient es zur Unterdrückung störender Resonanzfrequenzen. Vorteil: Die Dämpfung erstreckt sich über einen größeren Frequenzbereich. Nachteil: Dämpfung ist nicht so stark wie beim Sperrfilter. Es kommt dort zum Einsatz, wo eine Resonanzfrequenz stört und diese sich ändern kann.
- Biquad-Filter: Als Biquad-Filter verwendet, dient es zur Kompensation der 2-Massen-Charakteristik [38]. Vorteil: Bei korrekter Parametrierung verhält sich der Antrieb motorseitig wie ein 1-Massen-System. Nachteil: Lastseitig kann deutlich stärkeres Schwingen auftreten. Leichte Änderung der Mechanik kann zu problematischem Verhalten führen.
- Allgemeines Filter: Als allgemeines Filter verwendet, dient es zur Implementierung einer beliebigen zeitdiskreten Übertragungsfunktion 2. Ordnung. Vorteil: Alle Freiheiten. Nachteil: Koeffizienten der z-Übertragungsfunktion müssen berechnet werden.

Lageregler PI-Regler mit parametrierbarem Anti-Windup. Verwendung als Proportionalregler meist ausreichend, da Strecke bereits integrierendes Verhalten besitzt.

Vorsteuerung Basierend auf den Positions-Sollwerten können bei korrekter Parametrierung die Drehzahl und der Strom vorgesteuert werden. Dadurch werden der Lage- und Drehzahlregler entlastet und eine deutliche Reduktion des Schleppfehlers im Führungsverhalten kann erreicht werden.

4.2 Klasse von Übertragungsfunktionen

Die gemessenen Frequenzgänge aus Abschnitt 3.3.5.3 können mit Hilfe von (2.73), (2.94) und (2.129) folgender Klasse von Übertragungsfunktionen zugeordnet werden¹:

$$G(s) = \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{1 + sT_I} \cdot \frac{1}{sJ_{Gesamt} + r_v} \cdot \prod_k \frac{1 + s\frac{2D_{Z,k}}{\omega_{0,Z,k}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,Z,k}}\right)^2}{1 + s\frac{2D_{N,k}}{\omega_{0,N,k}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,N,k}}\right)^2} \cdot e^{-sT_{tot}} \quad (4.1)$$

Dabei ist $k_T > 0$ die Momentkonstante des Motors, $T_I > 0$ die Ersatzzeitkonstante des Stromregelkreises, $J_{Gesamt} > 0$ das Gesamtmassenträgheitsmoment, $r_v \geq 0$ ein Reibungskoeffizient, $T_{tot} \geq 0$ die Totzeit im Drehzahlregelkreis, $D_{Z,k} \geq 0$ und $\omega_{0,Z,k} > 0$ die Dämpfung und Kennkreisfrequenz des Zählerpolynoms sowie $D_{N,k} \geq 0$ und $\omega_{0,N,k} > 0$ die Dämpfung und Kennkreisfrequenz des Nennerpolynoms. Werden die Pole der Übertragungsfunktion untersucht, ist erkennbar, dass theoretisch ein Pol bei $s = 0$ liegen kann und/oder konjugiert komplexe Pole auf der imaginären Achse auftreten können. Real werden alle Pole in der linken Halbebene liegen, da bei jedem physikalischen System Reibung vorhanden ist und somit $r_v > 0$, $D_{N,k} > 0$ und $D_{Z,k} > 0$ gilt.

¹Die gemessenen Frequenzgänge sind zeitdiskrete Frequenzgänge im Sinne von $G(z)$ mit $z = \exp(j\omega T)$. Sie approximieren aber den kontinuierlichen Frequenzgang des analytischen Modells hinreichend genau.

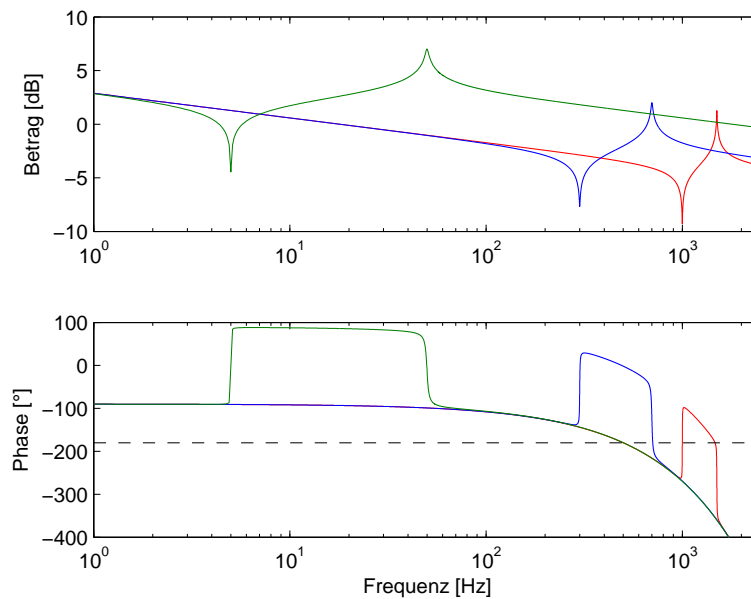


Abbildung 4.2: Einteilung der Strecken. Rot: Dominante Eigenfrequenzen oberhalb der Phasendurchtrittsfrequenz, Blau: Dominante Eigenfrequenzen im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz, Grün: Dominante Eigenfrequenzen unterhalb der Phasendurchtrittsfrequenz.

Da bei dieser Klasse von Strecken die Betragskennlinie aufgrund der quadratischen Terme die 0-dB Linie mehrmals schneiden kann, ist nicht sichergestellt, dass es sich immer um Strecken vom „einfachen Typ“ handelt. Es hat sich aber gezeigt, dass es Sinn macht, eine Unterteilung, wie in Abbildung 4.2 dargestellt, einzuführen:

- Dominante Eigenfrequenzen oberhalb der Phasendurchtrittsfrequenz (starres System)
- Dominante Eigenfrequenzen im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz (steifes System)
- Dominante Eigenfrequenzen unterhalb der Phasendurchtrittsfrequenz (flexibles System)

Im Weiteren wird untersucht, wie für die Klasse von Übertragungsfunktionen die Parameter der vorgegebenen Struktur aus Abschnitt 4.1 automatisiert bestimmt werden können. Dazu wird in Abschnitt 4.3 ein einfacher Tuning-Algorithmus vorgestellt, mit dem es möglich ist, die Komponenten Proportionalregler, Drehzahlfilter und Sollstromfilter (verwendet als Sperrfilter) autoparametrieren zu lassen. Dieser Algorithmus ist für Mechaniken, deren Eigenfrequenz im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz und darüber liegen, gut einsetzbar. In Abschnitt 4.4 wird eine Möglichkeit zur Autoparametrierung für Mechaniken mit Eigenfrequenzen im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz vorgestellt, welche zu einem robusteren Verhalten führt, allerdings algorithmisch deutlich aufwendiger ist. Auf Möglichkeiten zur Autoparametrierung für Mechaniken mit tief liegenden Eigenfrequenzen wird in Abschnitt 4.6 näher eingegangen.

4.3 Einfacher Tuning-Algorithmus

Grundlage für den einfachen Tuning-Algorithmus ist der gemessene Frequenzgang (3.6), welcher ein nichtparametrisches Modell der zu regelnden Strecke darstellt. Dies bringt folgende Vorteile mit sich:

- Vorhandene Totzeiten sind bereits inkludiert.
- Es ist kein aufwendiger Algorithmus zur Identifikation und Validierung eines parametrischen Modells notwendig. Dies ist im Hinblick auf die Vielzahl an unterschiedlichen Strecken aus der genannten Klasse vorteilhaft.
- Es müssen keine charakteristischen Größen der Regelstrecke (Pole, Nullstellen, Ordnung, relativer Grad, ...) automatisiert bestimmt werden.

Um einen stabil arbeitenden geschlossenen Regelkreis zu erhalten, wird dazu im Folgenden eine einfache Methodik vorgestellt. Zuerst werden die wesentlichen Punkte im Zeitkontinuierlichen erarbeitet und anschließend auf den zeitdiskret ermittelten Frequenzgang angewandt.

4.3.1 Grundlagen des Algorithmus

4.3.1.1 Nyquist-Kriterium

Wird für die Strecke (4.1) der offene Kreis $L(s)$ berechnet

$$L(s) = k \cdot G(s) \quad (4.2)$$

wobei $k > 0$ der Verstärkung eines Proportionalreglers entspricht, kann anhand des Nyquist-Kriteriums auf die Stabilität des geschlossenen Kreises geschlossen werden [39]. Da für die Pole der Übertragungsfunktion (4.2) unter realen Bedingungen gilt:

- Anzahl der Pole auf der imaginären Achse $n_a = 0$
- Anzahl der Pole in der rechten offenen Halbebene $n_r = 0$

ist der geschlossene Kreis nur dann stabil, wenn k so gewählt wird, dass gilt:

$$\Delta \text{arc} \{1 + L(j\omega)\} = \left(\frac{n_a}{2} + n_r\right) \pi = 0 \quad (4.3)$$

D.h., die Ortskurve des offenen Kreises muss den Punkt -1 ausreichend weit „links“ liegen lassen. Mathematisch kann dies folgendermaßen formuliert werden:

$$|1 + L(j\omega)| > D \quad (4.4)$$

Der Zeiger vom Punkt -1 zum Punkt $L(j\omega)$ darf nicht in den Kreis mit dem Durchmesser $D > 0$ eintreten. Wird die Gleichung umgeformt, ergibt sich der Ausdruck

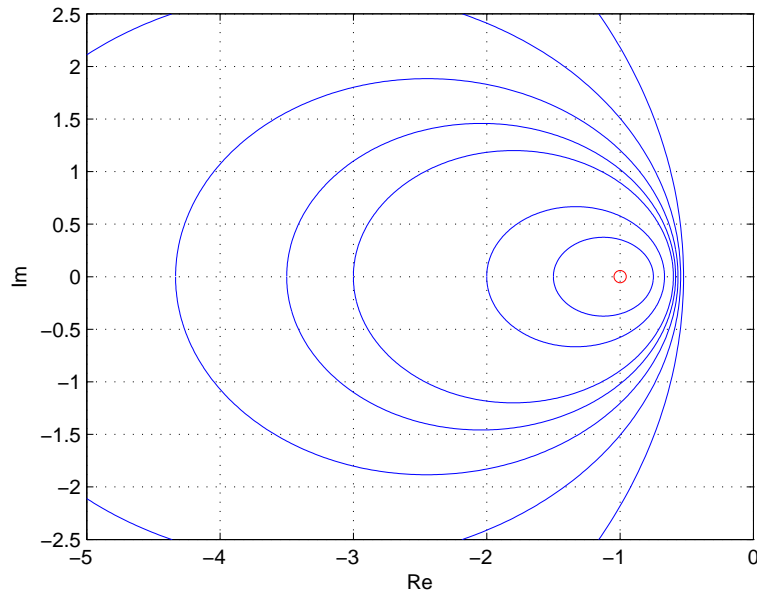
$$\frac{1}{|1 + L(j\omega)|} < \frac{1}{D} \quad (4.5)$$

welcher mit der Empfindlichkeit² $S(j\omega) = \frac{1}{1+L(j\omega)}$ und deren Maximum $S_{max} = D^{-1}$ formuliert werden kann als:

$$|S(j\omega)| < S_{max} \quad (4.6)$$

Mit dieser Relation ist es prinzipiell möglich, einen Verstärkungsfaktor k so zu finden, dass der Maximalwert der Empfindlichkeit S für alle Frequenzen einen vorgegebenen Wert S_{max} gerade nicht überschreitet. Da der Begriff der Komplementären Empfindlichkeit $T = 1 - S$ das Führungsverhalten besser wiedergibt, wird im Folgenden das Kriterium unter Verwendung dieser Größe hergeleitet. Dazu wird der Begriff des Apolloniuskreises verwendet [40].

²In der Literatur wird als Empfindlichkeit der Einfluss von Ausgangsstörungen bzw. Sollwertänderungen auf den Regelfehler bezeichnet.

Abbildung 4.3: Apolloniuskreise für $M_T = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2, 3$.

4.3.1.2 Apolloniuskreis

Der Apolloniuskreis ist der geometrische Ort aller Punkte, deren Entfernungen von zwei gegebenen Punkten ein festes Verhältnis haben. In diesem Fall wird der Apolloniuskreis als geometrischer Ort einer konstanten komplementären Empfindlichkeit interpretiert:

$$|T(j\omega)| = \frac{|L(j\omega)|}{|1 + L(j\omega)|} = M_T \quad (4.7)$$

Dabei handelt es sich hier um folgende zwei Strecken mit dem konstanten Verhältnis M_T :

- $|L(j\omega)|$: der Abstand eines Punktes vom Ursprung
- $|1 + L(j\omega)|$: der Abstand desselben Punktes vom Nyquist-Punkt $(-1, j \cdot 0)$

Dieser Kreis besitzt:

- das Zentrum bei $\left(-\frac{M_T^2}{M_T^2-1}, 0\right)$ und
- den Radius $\left(\frac{M_T}{M_T^2-1}\right)$

In Abbildung 4.3 sind die Apolloniuskreise für unterschiedliche Werte von M_T dargestellt. Wird der Frequenzgang des offenen Kreises in diesem Diagramm dargestellt, so bestimmt der durch $L(j\omega)$ begrenzte Apolloniuskreis mit dem konstanten Verhältnis M_T die Resonanz-Überhöhung der komplementären Empfindlichkeit $T_{max} = M_T$. Dieser Sachverhalt kann ausgenutzt werden, um einen Verstärkungsfaktor k zu finden, sodass die Resonanzüberhöhung des geschlossenen Kreises einen bestimmten Wert M_T nicht überschreitet.

4.3.2 Maximum-Peak-Kriterium

Das Maximum der komplementären Empfindlichkeit

$$T_{max} = \max_{\omega} (|T(j\omega)|) \quad (4.8)$$

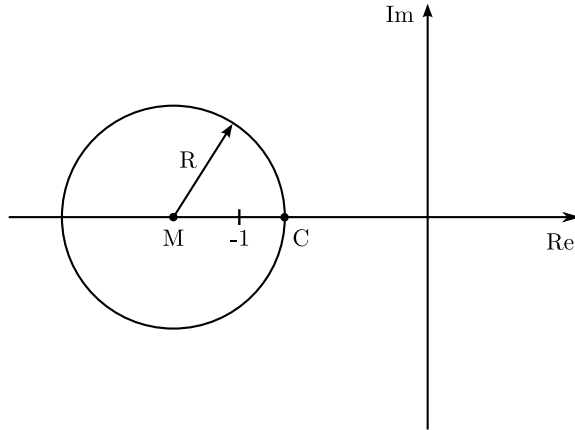


Abbildung 4.4: Verstärkungsreserve.

steht in engem Zusammenhang mit den Robustheitsmaßen Verstärkungsreserve (GM) und Phasenreserve (PM) [41].

4.3.2.1 Verstärkungsreserve

In Abbildung 4.4 ist jener Kreis mit Radius (R) und Mittelpunkt (M) dargestellt, der vom Frequenzgang des offenen Kreises nicht geschnitten werden darf. Dies muss auch für den Punkt (C) gelten. Mit

$$R = \frac{T_{max}}{T_{max}^2 - 1} \quad (4.9)$$

$$M = -\frac{T_{max}^2}{T_{max}^2 - 1} \quad (4.10)$$

folgt

$$\begin{aligned} M + R &\leq C \\ -\frac{T_{max}^2}{T_{max}^2 - 1} + \frac{T_{max}}{T_{max}^2 - 1} &\leq -\frac{1}{GM} \end{aligned}$$

Dies kann folgendermaßen umgeformt werden:

$$\frac{1}{GM} \leq \frac{T_{max}^2}{T_{max}^2 - 1} - \frac{T_{max}}{T_{max}^2 - 1} = \frac{T_{max}^2 - T_{max}}{T_{max}^2 - 1} = \frac{T_{max}(T_{max} - 1)}{(T_{max} + 1)(T_{max} - 1)} = \frac{T_{max}}{T_{max} + 1}$$

Daraus folgt als Relation für die Verstärkungsreserve:

$$GM \geq \frac{T_{max} + 1}{T_{max}} = 1 + \frac{1}{T_{max}} \quad (4.11)$$

4.3.2.2 Phasenreserve

Bei der Durchtrittsfrequenz Punkt (C) gilt aufgrund der Geometrie:

$$\sin\left(\frac{PM}{2}\right) = \frac{\frac{|1+L|}{2}}{1} = \frac{|1+L|}{2} \quad (4.12)$$

$$|L| = 1 \quad (4.13)$$

Durch Erweiterung kann erreicht werden:

$$\sin\left(\frac{PM}{2}\right) = \frac{|1+L|}{|L|} \frac{|L|}{2} = \frac{1}{|T|} \frac{1}{2} \quad (4.14)$$

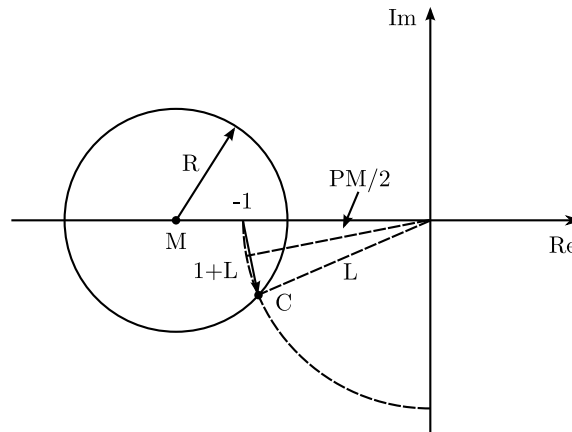


Abbildung 4.5: Phasenreserve.

Da $L(j\omega)$ im Punkt (C) den Apolloniuskreis tangiert und dieser die maximale Resonanzüberhöhung der komplementären Empfindlichkeit bestimmt, kann auch geschrieben werden:

$$\sin\left(\frac{PM}{2}\right) = \frac{1}{2T_{max}} \quad (4.15)$$

Umgeformt ergibt sich für die Phasenreserve im Punkt (C):

$$PM = 2 \arcsin\left(\frac{1}{2T_{max}}\right) \quad (4.16)$$

Da aus dem Bild ersichtlich ist, dass im Hinblick auf Phasenreserve Punkt (C) der schlimmste Fall ist, gilt folgende Ungleichung:

$$PM \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2T_{max}}\right) \quad (4.17)$$

4.3.2.3 Entwurfskriterium

Ist Gleichung (4.8) erfüllt, folgt daraus eine garantierte Verstärkungs- (4.11) und Phasenreserve (4.17):

$$T_{max} < M_T \Rightarrow \begin{cases} GM \geq 1 + \frac{1}{M_T} \\ PM \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2M_T}\right) \end{cases} \quad (4.18)$$

Dabei ist $M_T > 0$ ein Entwurfparameter, welcher typischerweise im Bereich

$$1 < M_T < 1.25 \text{ (2dB)} \quad (4.19)$$

gewählt wird [41]. Für den Fall $M_T = 1.2$ ergeben sich die Werte $GM \approx 1.83$ und $PM \approx 50^\circ$.

Grafische Darstellung des Kriteriums Wird die Verstärkung k für eine einfache Strecke aus der Klasse der Übertragungsfunktionen (4.1) so gewählt, dass (4.18) gerade noch erfüllt ist, ergeben sich die Verhältnisse in Abbildung 4.6. Daraus ist erkennbar, dass der Frequenzgang des geschlossenen Kreises T ein in der Regelungstechnik gewünschtes Verhalten besitzt. Gutes Folgeverhalten bei niedrigen Frequenzen, leichte Überhöhung im Durchtrittsbereich und Abfall bei hohen Frequenzen.

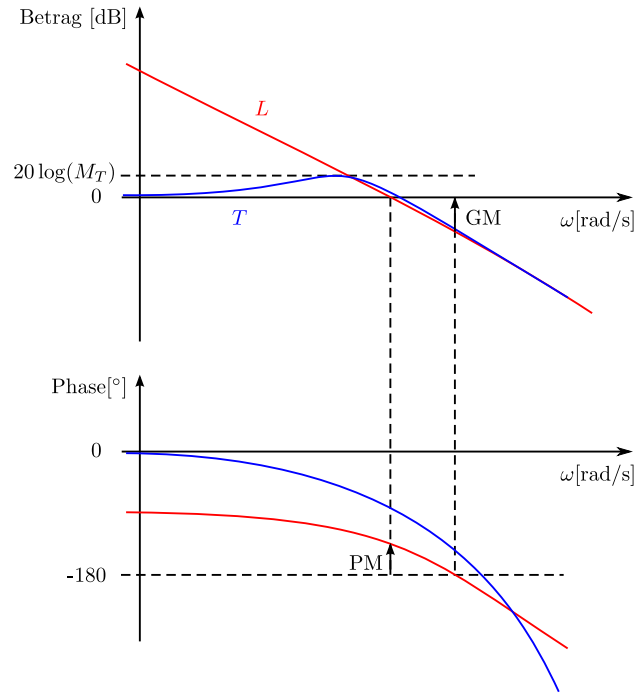


Abbildung 4.6: Maximum-Peak-Kriterium.

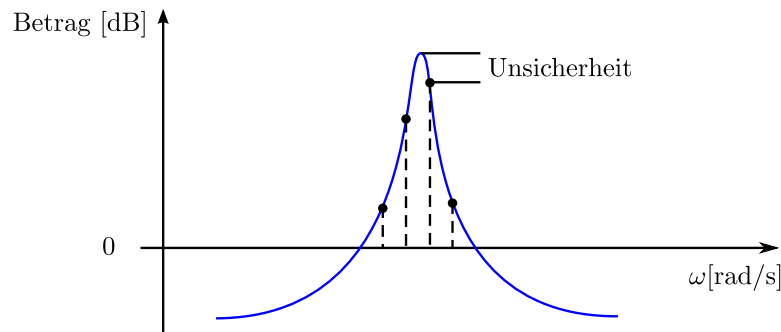


Abbildung 4.7: Unsicherheit aufgrund der Frequenzdiskretisierung bei scharf ausgeprägten Resonanzen.

4.3.3 Berücksichtigung von Unsicherheiten

Aus Abbildung 4.7 ist erkennbar, dass aufgrund der endlichen Frequenzdiskretisierung z.B. bei scharf ausgeprägten Resonanzen die tatsächliche Amplitude von der gemessenen abweicht. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, eine Möglichkeit zu schaffen, welche diese Unsicherheit abdeckt. Das Kriterium aus Abschnitt 4.3.2.3 kann wie folgt umgeschrieben werden:

$$\max_{\omega} \left| \frac{1}{M_T} T(j\omega) \right| < 1 \quad (4.20)$$

Der Faktor $w_I = 1/M_T$ kann als Gewichtung einer multiplikativen Unsicherheit interpretiert werden, mit der für robuste Stabilität (RS) gilt [41]:

$$\text{RS} \Leftrightarrow \max_{\omega} |w_I T(j\omega)| < 1 \quad (4.21)$$

Üblicherweise wird w_I dort groß gewählt, wo eine starke Unsicherheit zu erwarten ist. Im einfachsten Fall kann dafür ein Hochpassverhalten mit der Grenzfrequenz $\omega_{g,u}$ angesetzt

werden, aus welchem daraus für M_T resultiert:

$$M_T \rightarrow M_T(\omega) = \left| \frac{M_T}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{g,u}}} \right| \quad (4.22)$$

Es ist also im Fall von Unsicherheiten notwendig, von einem konstanten Wert für M_T zu einem frequenzabhängigen Wert $M_T(\omega)$ überzugehen.

4.3.4 Ermittlung Verstärkungsfaktor

Das modifizierte Maximum-Peak-Kriterium (4.20) mit der frequenzabhängigen Begrenzung (4.22) wird nun auf den gemessenen Frequenzgang $G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a})$ (3.6) angewandt. Durch Vergrößerung des Verstärkungsfaktors von Null aus kann erreicht werden, dass sich die Ortskurve des offenen Kreises $L(e^{j\omega_0 T_a})$ zum Nyquist-Punkt $(-1, j \cdot 0)$ hin verschiebt und die maximale Resonanzüberhöhung des geschlossenen Kreises $T(e^{j\omega_0 T_a})$ die vorgegebene Grenze erreicht:

$$\left| T(e^{j\omega_0 T_a}) \right| < M_T(\omega_0) \quad \forall \omega_0 \quad (4.23)$$

Ein möglicher Weg zur Ermittlung des Verstärkungsfaktors ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Da der gemessene Frequenzgang in Form von Vektoren vorliegt, werden der offene Kreis und der geschlossene Kreis durch elementweise Operationen berechnet. Die Verstärkung wird zuerst mit großer Schrittweite verändert und anschließend mit kleiner Schrittweite die Feinanpassung durchgeführt.

Dieser Algorithmus ist Grundlage zur Parametrierung des Drehzahl- und Lagereglers in den nächsten Abschnitten und wird je nach Anforderung angepasst.

4.3.5 Drehzahlregler-Tuning

Die in Abschnitt 4.3.4 beschriebene Möglichkeit zur Ermittlung der Verstärkung mit Hilfe des Maximum-Peak-Kriteriums unter Berücksichtigung von Unsicherheiten wird im Weiteren zur Autoparametrierung des Drehzahlreglers verwendet.

4.3.5.1 Filter im Rückführzweig

Befindet sich im Regelkreis ein Filter im Rückführzweig, muss dieses mitberücksichtigt werden. Ausgehend von der Struktur aus Abbildung 4.9 oben, kann gemäß der Vorschrift „Vorwärtszweig dividiert durch 1 plus Schleife“ die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises berechnet werden

$$T(e^{j\omega_0 T_a}) = \frac{k_v G(e^{j\omega_0 T_a})}{1 + k_v G(e^{j\omega_0 T_a}) F(e^{j\omega_0 T_a})} \quad (4.24)$$

wobei $R(e^{j\omega_0 T_a}) = k_v$ angenommen wird. Mit der Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L(e^{j\omega_0 T_a}) = k_v G(e^{j\omega_0 T_a}) F(e^{j\omega_0 T_a}) \quad (4.25)$$

kann (4.24) wie folgt ausgedrückt werden:

$$T(e^{j\omega_0 T_a}) = \frac{L(e^{j\omega_0 T_a})}{1 + L(e^{j\omega_0 T_a})} F^{-1}(e^{j\omega_0 T_a}) \quad (4.26)$$

Die entsprechende Struktur ist aus Abbildung 4.9 unten ersichtlich. Sie entspricht einem Standardregelkreis in Serie mit der inversen Filterübertragungsfunktion. Wird das Maximum-Peak-Kriterium (4.18) darauf angewendet ergibt sich:

$$\left| T(e^{j\omega_0 T_a}) \right| = \left| \frac{L(e^{j\omega_0 T_a})}{1 + L(e^{j\omega_0 T_a})} F^{-1}(e^{j\omega_0 T_a}) \right| < M_T(\omega_0) \quad (4.27)$$

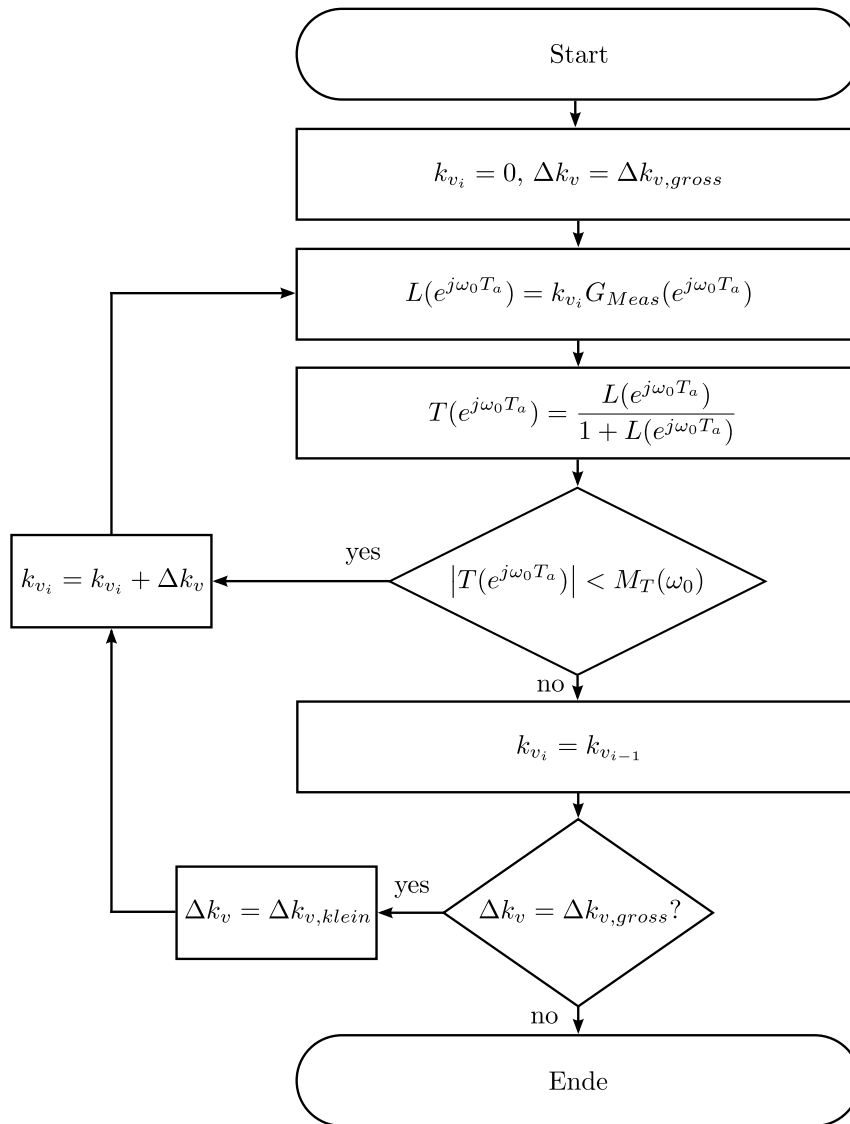


Abbildung 4.8: Algorithmus zur Bestimmung der Verstärkung.

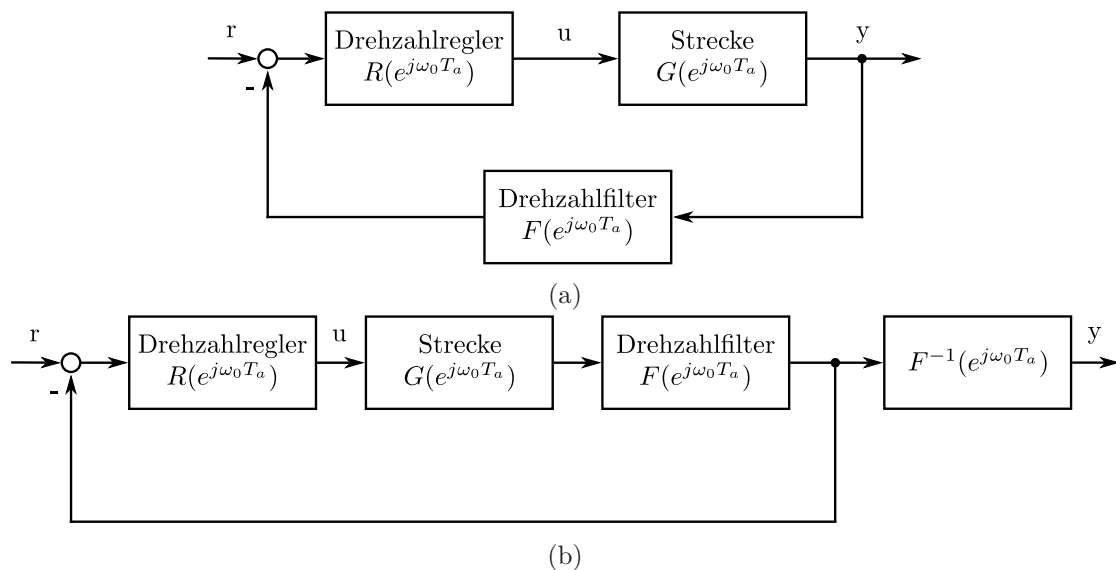


Abbildung 4.9: Filter im Rückführzweig.

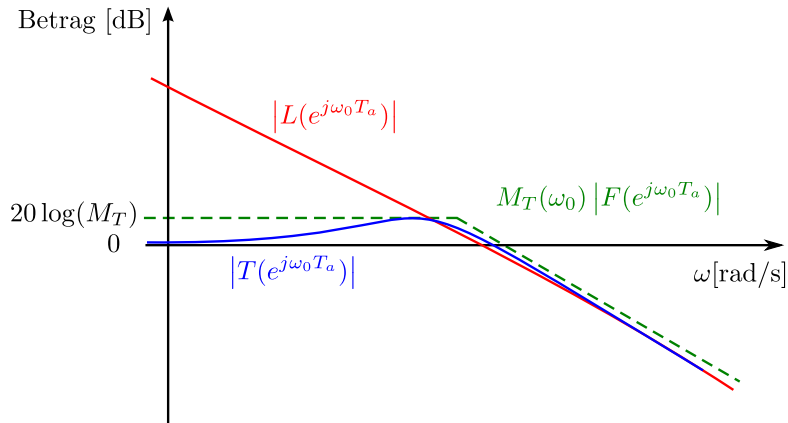


Abbildung 4.10: Maximum-Peak-Kriterium bei Filter im Rückführzweig.

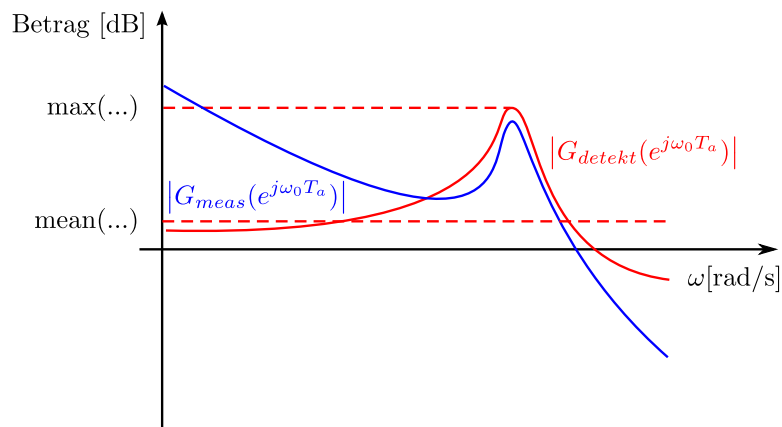


Abbildung 4.11: Detektion der Resonanzfrequenz.

bzw.

$$\left| \frac{L(e^{j\omega_0 T_a})}{1 + L(e^{j\omega_0 T_a})} \right| < M_T(\omega_0) |F(e^{j\omega_0 T_a})| \quad (4.28)$$

Dieser Sachverhalt kann folgendermaßen interpretiert werden: Befindet sich ein Filter im Rückführzweig des Regelkreises und wird das Maximum-Peak-Kriterium angewendet, so kommt es zu einer frequenzabhängigen Begrenzung mit $M_T(\omega_0) |F(e^{j\omega_0 T_a})|$ nach oben (siehe Abbildung 4.10).

4.3.5.2 Detektion Resonanzfrequenz

Aufgrund des integrierenden Charakters der Drehzahlreglerstrecke würde eine reine Maximumsuche nicht immer zum gewünschten Ziel führen. So kann es vorkommen, dass, wie in Abbildung 4.11 dargestellt, die Betragskennlinie bei niedrigen Frequenzen größer ist als der Betrag bei der zu findenden Resonanzfrequenz. Abhilfe schafft in diesem Fall die Multiplikation des gemessenen Frequenzgangs $G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a})$ mit dem Frequenzgang eines Differenziergliedes

$$G_{\text{diff}}(e^{j\omega_0 T_a}) = \frac{(e^{j\omega_0 T_a}) - 1}{T_a e^{j\omega_0 T_a}} \quad (4.29)$$

um so das Integratorverhalten zu eliminieren:

$$G_{\text{detekt}}(e^{j\omega_0 T_a}) = G_{\text{meas}}(e^{j\omega_0 T_a}) G_{\text{diff}}(e^{j\omega_0 T_a}) \quad (4.30)$$

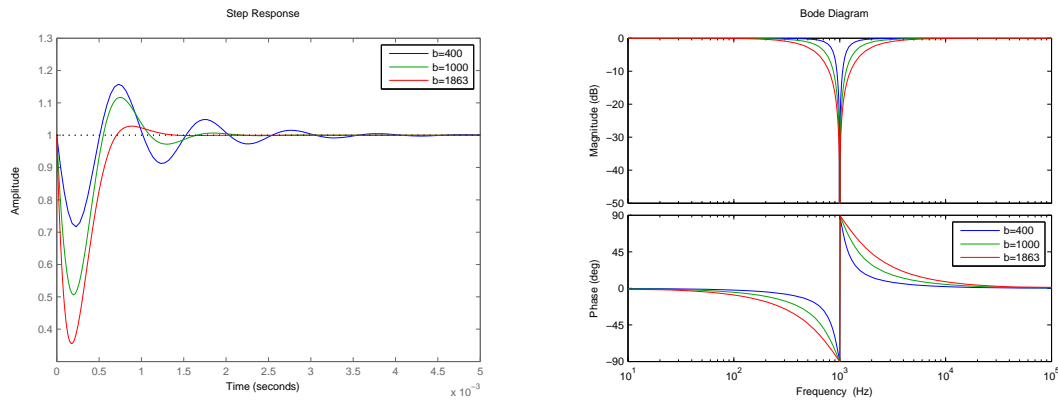


Abbildung 4.12: Sprungantworten (links) und Frequenzgänge (rechts) des Sperrfilters mit Sperrfrequenz $f_N = 1000\text{Hz}$ für unterschiedliche Bandbreiten.

Die Resonanzfrequenz kann dann über eine Maximumsuche ermittelt werden:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \arg \max_{\omega_0} |G_{\text{detekt}}(e^{j\omega_0 T_a})| \quad (4.31)$$

Als Kriterium, ob eine gefundene Resonanz auch eine solche ist, hat sich folgende Relation als brauchbar erwiesen:

$$\frac{|G_{\text{detekt}}(e^{j\omega_{res} T_a})|}{\text{mean}_{\omega_0} (|G_{\text{detekt}}(e^{j\omega_0 T_a})|)} > K_{res} \quad (4.32)$$

Dabei ist der so genannte Resonanzfaktor K_{res} eine empirisch ermittelte Größe, dessen Wert sich mit $K_{res} = 2$ als sinnvoll erwiesen hat. Sind mehrere Resonanzen vorhanden, muss die erste gefundene Resonanz mit Hilfe des Frequenzgangs eines Sperrfilters $G_{\text{Notch}}(z)$ (siehe Abschnitt A.3.2.2) ausgeblendet und anschließend eine erneute Maximumsuche durchgeführt werden.

4.3.5.3 Parametrierung Sperrfilter

Das im Falle einer vorhandenen Resonanz zu parametrierende Sperrfilter (Notch) besitzt folgende zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

$$G_{\text{Notch}}(s) = \frac{s^2 + \omega_N^2}{s^2 + 2d_N \omega_N s + \omega_N^2} \quad (4.33)$$

und ist, wie in Abschnitt A.3.2.2 beschrieben, implementiert. Die Parameter für den Anwender sind die Sperrfrequenz f_N und die -3dB-Bandbreite b_N . Während die Sperrfrequenz einfach wie in Abschnitt 4.3.5.2 beschrieben ermittelt wird, könnte die Bandbreite wie folgt festgelegt werden. Aus dem Dämpfungswert

$$d_N = \frac{1}{2} \left(\frac{f_N + 0.5b_N}{f_N} - \frac{f_N}{f_N + 0.5b_N} \right) \quad (4.34)$$

lässt sich die Bandbreite als positive Lösung einer quadratischen Gleichung berechnen:

$$b_N = 2f_N \left(d_N - 1 + \sqrt{d_N^2 + 1} \right) \quad (4.35)$$

Für eine gegebene Sperrfrequenz und einen gewünschten Dämpfungswert ergibt sich die Bandbreite. In Abbildung 4.12 sind für unterschiedliche Bandbreiten die Sprungantworten und Frequenzgänge dargestellt. Als Kompromiss zwischen Phasenabsenkung und Schwingneigung ergibt sich als sinnvoller Wert für die Bandbreite:

$$b_N = f_N \quad (4.36)$$

4.3.5.4 Algorithmus

Basierend auf den vorigen beiden Abschnitten, kann der Algorithmus aus Abschnitt 4.3.4 dahingehend erweitert werden, dass auch das Drehzahlfilter und Sperrfilter autoparametriert werden können. Ein möglicher Weg dazu ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Basierend auf dem gemessenen Frequenzgang $G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a})$ werden mögliche Resonanzfrequenzen gesucht und jene ausgewählt, die betragsmäßig am größten und oberhalb der Phasendurchtrittsfrequenz liegt. Für das Sperrfilter wird der Frequenzgang $G_{Notch}(e^{j\omega_0 T_a})$ berechnet. Abhängig vom Gebertyp wird die Filterzeitkonstante T_{Filter} gewählt und ebenso der Frequenzgang des Drehzahlfilters $F(e^{j\omega_0 T_a})$ berechnet. Es hat sich gezeigt, dass für EnDat-Geber keine und für Resolver-Geber eine Filterzeit von $0.0012s$ sinnvoll ist. Aus der Serienschaltung der drei Frequenzgänge kann nun jener Wert für die Verstärkung k_v berechnet werden, für den die maximale Resonanzüberhöhung des geschlossenen Kreises $T(e^{j\omega_0 T_a})$ einen vorgebbaren, frequenzabhängigen Wert nicht überschreitet. Für den Fall eines Drehzahlfilters $T_{Filter} \neq 0$ ist dieser gegeben durch $(M_T(\omega_0) | F(e^{j\omega_0 T_a}) |)$.

4.3.6 Lageregler-Tuning

Da beim Lageregler nur die Proportionalverstärkung autoparametriert wird, kann der Algorithmus aus Abschnitt 4.3.4 dazu verwendet werden. Der Frequenzgang wird, wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, ermittelt. Einziger Unterschied ist die Abtastzeit T_a , welche beim Lageregler mit $T_a = 400\mu s$ festgelegt ist.

4.3.7 Frequenzgangstool

Falls die vorgeschlagene vollautomatische Methode aus Abschnitt 4.3.5.4 bzw. 4.3.6 nicht zufriedenstellende Ergebnisse bringt, kann der Anwender mit Hilfe des entwickelten Frequenzgangstools aus Abbildung 4.14 die Ursache ermitteln und eventuell eine manuelle Feinparametrierung durchführen. Folgende Merkmale kennzeichnen diese grafische Oberfläche:

- Grafische Darstellung des gemessenen Frequenzgangs: Der gemessene Frequenzgang $G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a})$ wird nach Betrag und Phase getrennt dargestellt.
- Analyse der Streckeneigenschaften: Es können Werte wie die Gesamtmassenträgheitsmoment, Resonanz- und Antiresonanzfrequenzen gemessen werden.
- Bei Auswahl des Filtertypen Sperrfilter werden die gefundenen Resonanzfrequenzen vorgeschlagen.
- Reglerentwurf im Frequenzbereich: Durch Auswahl und Parametrierung der einzelnen Filter ist es möglich die Dynamik des Drehzahlregelkreises zu beeinflussen.
- Der Frequenzgang jedes Filters kann individuell dargestellt werden.
- Die Nachstellzeit des PI-Reglers wird als Eingabeparameter behandelt und in die Autoparametrierung miteinbezogen.

In dieser grafischen Oberfläche wird ebenfalls mit der in Abschnitt 4.3.4 gezeigten Möglichkeit der Verstärkungsfaktor ermittelt. Einziger Unterschied liegt darin, dass der offene Kreis als Serienschaltung mehrerer Übertragungsfunktionen besteht. Je nach Auswahl des Anwenders werden die Koeffizienten der jeweiligen Filter gemäß Abschnitt A.2 und A.3 berechnet. Mit der Übertragungsfunktion der drei Sollstromfilter

$$G_{ISQ}(e^{j\omega_0 T_a}) = G_{ISQ1}(e^{j\omega_0 T_a})G_{ISQ2}(e^{j\omega_0 T_a})G_{ISQ3}(e^{j\omega_0 T_a}) \quad (4.37)$$

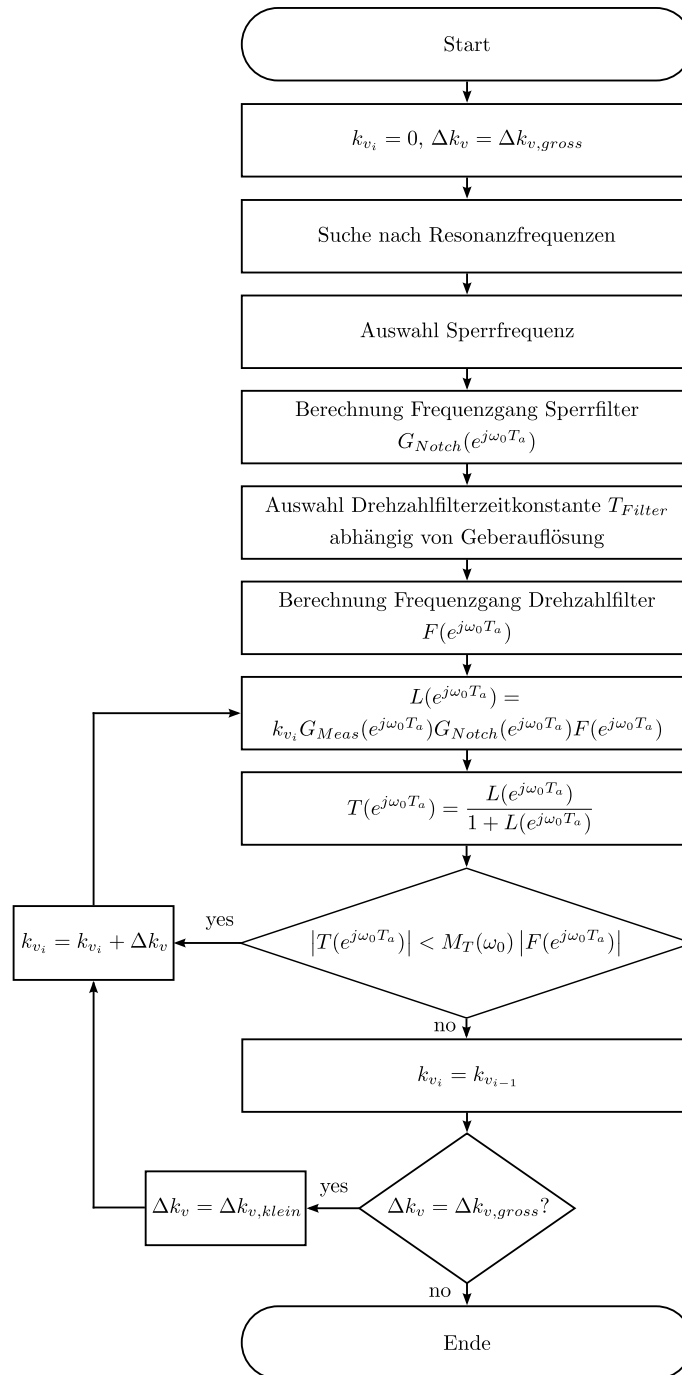


Abbildung 4.13: Algorithmus zur Autoparametrierung des Drehzahlregelkreises.

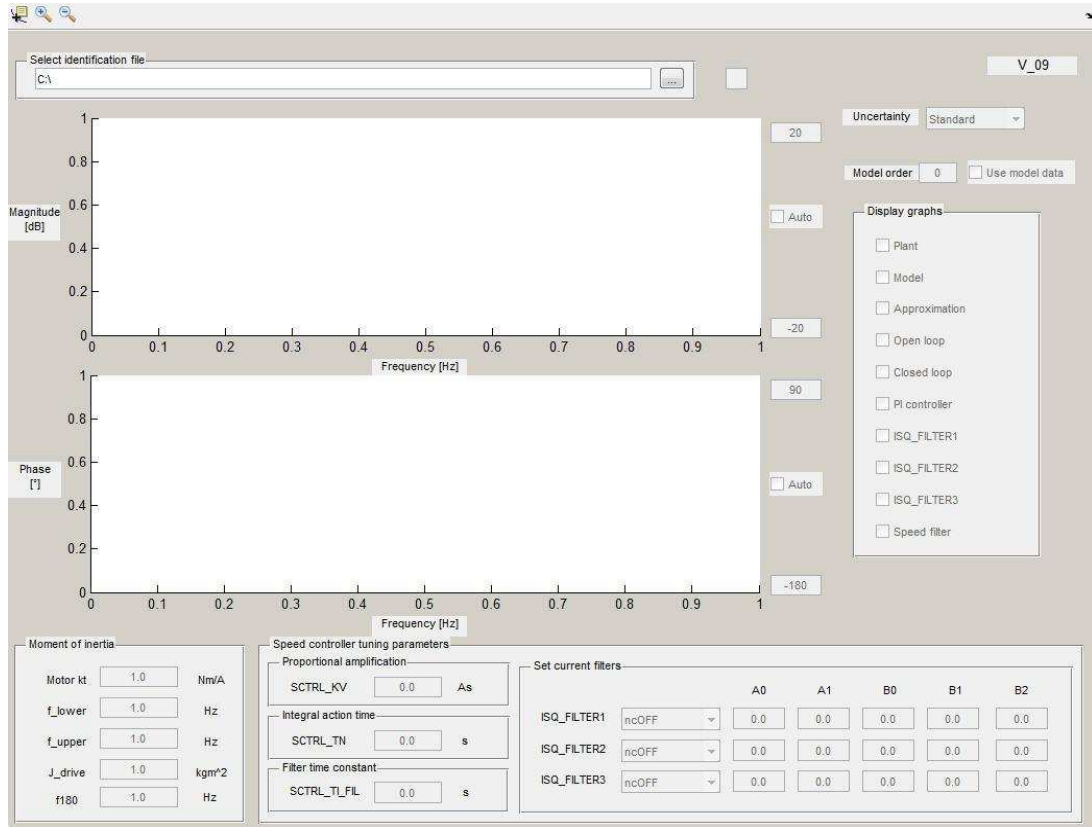


Abbildung 4.14: Frequenzgangstool: Grafische Oberfläche zum manuellen Parametrieren des Drehzahlregelkreises.

und dem Integralanteil des PI-Reglers:

$$G_I(e^{j\omega_0 T_a}) = 1 + \frac{T_a}{t_n} \frac{e^{j\omega_0 T_a}}{e^{j\omega_0 T_a} - 1} \quad (4.38)$$

ergibt sich für den offenen Kreis:

$$L(e^{j\omega_0 T_a}) = k_{v_i} G_I(e^{j\omega_0 T_a}) G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a}) F(e^{j\omega_0 T_a}) G_{ISQ}(e^{j\omega_0 T_a}) \quad (4.39)$$

4.3.8 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen einfachen Tuning-Algorithmus gezeigt. Zu diesem Zweck wird von der Kombination Servoverstärker (Anhang A) und Motor (Anhang B.2) ausgegangen. Da dieser Algorithmus am Servoverstärker implementiert ist, kann er auf Knopfdruck ausgeführt werden.

Ermittelte Parameter Wird die Funktion zuerst für den Drehzahlregler und anschließend für den Lageregler ausgeführt, ergeben sich die Parameter aus Tabelle 4.1.

Darstellung im Frequenzbereich Um einen besseren Eindruck zu erhalten, wie die gefundenen Parameter im Frequenzbereich sich auswirken, sind in Abbildung 4.15 die zugehörigen Frequenzgänge der Drehzahlreglerstrecke, des offenen sowie des geschlossenen Drehzahlregelkreises dargestellt. Es ist am Frequenzgang des offenen Kreises erkennbar, dass die Resonanzfrequenz ausgeblendet wird und dadurch eine höhere Verstärkung erzielbar ist. Aus dem Frequenzgang des geschlossenen Drehzahlregelkreises ist erkennbar, dass

Parameter	Einheit	Wert
Drehzahlregler-Verstärkung	As	3.75
Filterzeitkonstante	s	0.0
Sperrfrequenz	Hz	881.0
Bandbreite	Hz	881.0
Lageregler-Verstärkung	1/s	380.0

Tabelle 4.1: Ermittelte Reglerparameter des einfachen Tuning-Algorithmus.

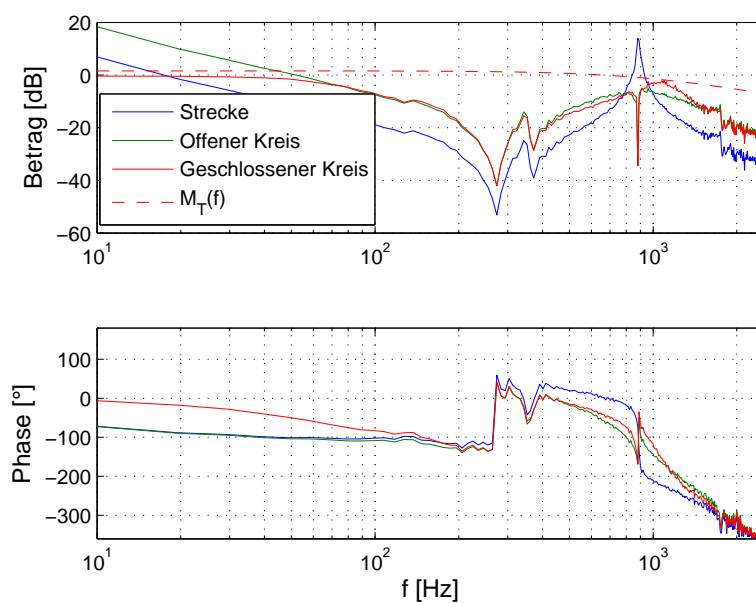


Abbildung 4.15: Frequenzgänge bei der Autoparametrierung des Drehzahlreglers.

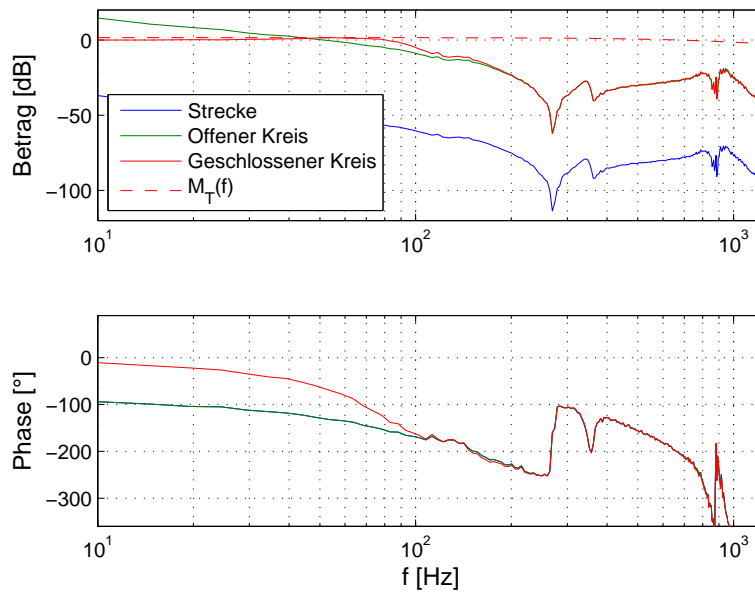


Abbildung 4.16: Frequenzgänge bei der Autoparametrierung des Lagereglers.

trotz Begrenzung bei ca. 1200Hz ein gutes Führungsverhalten erreicht werden kann. Die Tatsache, dass der geschlossene Drehzahlregelkreis Teil der Lageregerstrecke ist, ist aus Abbildung 4.16 erkennbar. Die Antiresonanz sowie die gefilterte Resonanz sind hier deutlich erkennbar. Weiters kann aus dem Frequenzgang des geschlossenen Lageregerkreises gutes Führungsverhalten bis ca. 50Hz abgelesen werden.

4.3.9 Diskussion

Mit dem vorgestellten einfachen Tuning-Algorithmus ist es möglich, für eine Klasse von Übertragungsfunktionen (Eigenfrequenzen im Bereich der Durchtrittsfrequenz und darüber) eine ausreichend gut parametrisierte Reglerkaskade zu erreichen. Ein wesentlicher Vorteil dieses Algorithmus liegt darin, dass ein nichtparametrisches Modell als Grundlage verwendet wird. Es sind keine aufwendigen Parameteridentifikationsverfahren und Modellvalidierungen erforderlich. Dadurch vereinfacht sich die Implementierung und Automatisierung. Als Nachteil dieses Verfahrens kann angeführt werden, dass die Parametrierung der Nachstellzeit des Drehzahlreglers nicht unterstützt wird. Weiters ist aus dem Frequenzgang des geschlossenen Drehzahlregelkreises erkennbar, dass außerhalb dessen Bandbreite der Betrag nicht überall deutlich unterhalb der 0dB-Linie liegt. Dies kann im Hinblick auf Robustheit ein Nachteil sein.

4.4 Tuning für allgemeinen Regler

Grundlage für den Entwurf eines allgemeinen Reglers sind die Sollstromfilter im Vorwärtszweig der vorgegebenen Reglerstruktur in Abbildung 4.1. Diese ermöglichen gegenüber dem Ansatz in Abschnitt 4.3 erweiterte Freiheiten, um einen allgemeinen Regler zu entwerfen³. Ziel ist ein geradliniger Ansatz zur Ermittlung eines allgemeinen Drehzahlreglers ohne viel Zutun des Anwenders. Der Lagereger wird nach wie vor mit dem einfachen Tuning-Algorithmus autoparametriert. Dieser Abschnitt gibt im Wesentlichen den Inhalt der Arbeit [42] wieder.

³Der PI-Drehzahlregler wird in diesem Fall als Proportionalregler mit Verstärkung 1 verwendet.

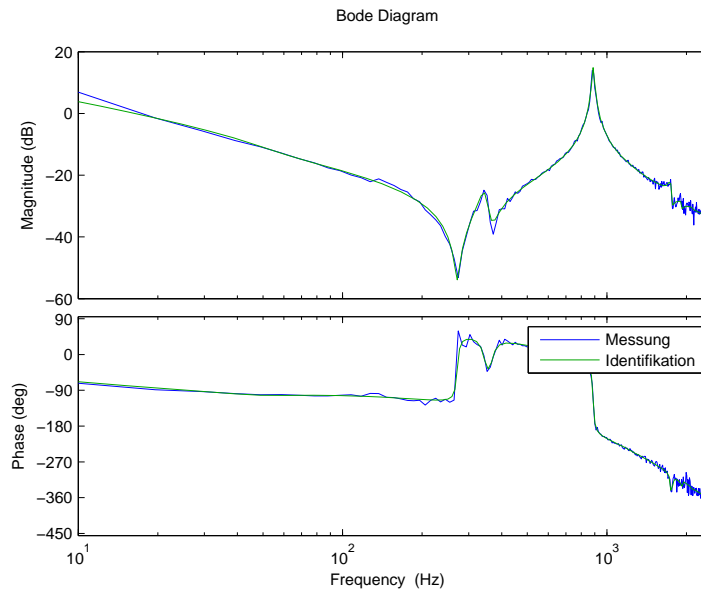


Abbildung 4.17: Gemessener (blau) und identifizierter (grün) Frequenzgang.

4.4.1 Identifikation

Zur Demonstration der Vorgehensweise wird die Mechanik aus Abschnitt B.2 gewählt. Basierend auf den Daten zur Berechnung des Frequenzgangs wird, wie in Abschnitt 3.5.1 beschrieben, ein zeitdiskretes Modell $G_p(z)$ (3.61) ermittelt, dessen Frequenzgang in Abbildung 4.17 (blau) dargestellt ist (Fit-Wert (3.62) von ca. 90%). Für die weiteren Schritte wird das zeitdiskrete Modell (3.61) in eine zeitkontinuierliche Form gebracht. Dafür wird die bekannte Tustin-Transformation

$$q = \frac{2}{T_a} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4.40)$$

angewendet, wobei T_a die Abtastzeit ist. Dadurch wird aus der z -Übertragungsfunktion eine q -Übertragungsfunktion

$$G_p(q) = G_p(z) \Big|_{z = \frac{1 + \frac{T_a}{2} q}{1 - \frac{T_a}{2} q}} \quad (4.41)$$

In Abbildung 4.18 (blau) ist der Frequenzgang von (4.41) mit $q = j\Omega$ im Zeitkontinuierlichen dargestellt.

4.4.2 Modellreduktion und Unsicherheitsbeschreibung

In vielen Arbeiten wird zuerst ein Regler auf einem genauen Streckenmodell basierend entworfen und anschließend eine Ordnungsreduktion des Reglers durchgeführt. Hier wird ein *alternativer* Ansatz gewählt. Zuerst wird eine Ordnungsreduktion auf das Streckenmodell angewandt und der Regler auf diesem Modell basierend entworfen. Da in den meisten Fällen es sich um Strecken vom Typ (4.1) handelt und diese vereinfacht ein konjugiert komplexes Pol-/Nullstellenpaar besitzen, ist diese Vorgehensweise zulässig. Dieser Ansatz ist dadurch gekennzeichnet, dass der Unterschied zwischen dem Modell hoher Ordnung und dem reduzierten Modell als Unsicherheit betrachtet werden kann, welche direkt für den Reglerentwurf verwendet wird. Durch diese Vorgehensweise können Probleme, welche durch die Reduktion der Reglerordnung hervorgerufen werden, umgangen werden.

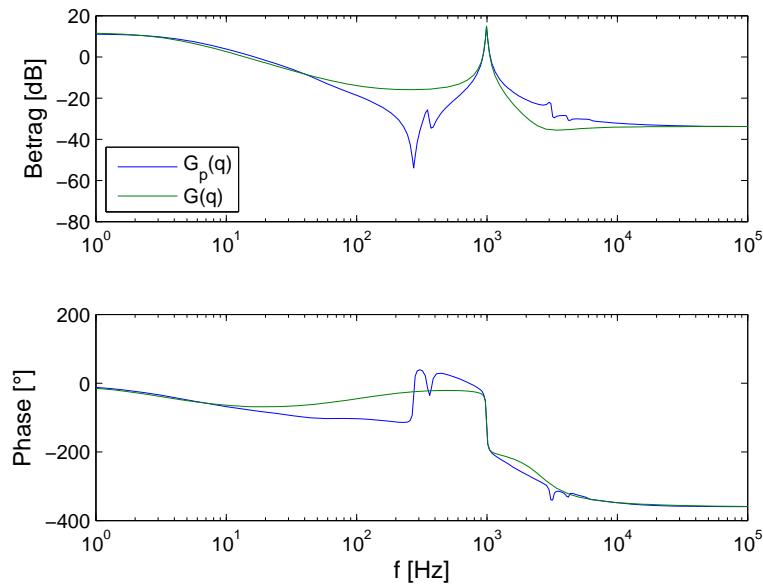


Abbildung 4.18: Frequenzgang des Modells hoher Ordnung $G_p(q)$ (blau) und des Modells reduzierter Ordnung $G(q)$ (grün).

Im nächsten Abschnitt wird zuerst der Algorithmus zur Reduktion des Modells und anschließend der Algorithmus zur automatischen Ermittlung der Unsicherheitsbeschreibung gezeigt.

4.4.2.1 Modellreduktion

Aus Abschnitt 4.2 ist bekannt, dass die hier auftretenden Übertragungsfunktionen Pol-/Nullstellen Konfigurationen besitzen, welche nahe der imaginären Achse liegen. Diese spiegeln sich auch im Frequenzgang der Übertragungsfunktion (4.41) aus Abbildung 4.18 (blau) wieder. Die Nullstellen werden repräsentiert durch die Antiresonanzfrequenz bei ca. 280Hz, und die dominanten Pole drücken sich aus durch die Resonanz bei ca. 1000Hz. Ein mit der H_∞ -Methodik entworfener Regler für eine solche Übertragungsfunktion wäre durch schwach gedämpfte Pole charakterisiert, welche die Nullstellen kompensieren [43]. Gewöhnlich kann dadurch die Dynamik des geschlossenen Kreises verbessert werden, allerdings reduziert sich aber die Robustheit. Da diese wichtig ist, werden hier die schwach steuerbaren und/oder beobachtbaren Zustände identifiziert und eine balancierte Realisierung berechnet. Basierend auf dieser Realisierung können Zustände, welche wenig zum Ausgang des Systems beitragen, eliminiert werden. Als Indikator für solche Zustände können die Diagonalelemente g_k , $k = 1 \dots n_s$ der Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeits-Gramschen des balancierten Systems herangezogen werden. Untersuchungen an unterschiedlichen Mechaniken haben gezeigt, dass es ausreichend ist, Strecken vom Typ (4.1) durch ein Modell der reduzierten Ordnung $n_{red} = 3$ zu approximieren⁴. Abbildung 4.18 (grün) zeigt den Frequenzgang des reduzierten Modells $G(q)$ im Vergleich zum ursprünglichen Modell $G_p(q)$ der Ordnung $n_s = 20$. Es ist erkennbar, dass das reduzierte Modell das Verhalten bei niedrigen

⁴Es wird dabei folgende Annahme getroffen:

$$G(s) \approx \frac{\frac{k_T}{\sqrt{22\pi}}}{sJ_{Gesamt} + r_v} \cdot \frac{1 + s \frac{2D_Z}{\omega_{0,Z}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,Z}}\right)^2}{1 + s \frac{2D_N}{\omega_{0,N}} + \left(\frac{s}{\omega_{0,N}}\right)^2} \quad (4.42)$$

Frequenzen gut wiedergibt. Weiteres ist ersichtlich, dass die Antiresonanzfrequenz nicht im reduzierten Modell vorhanden ist und somit von der Unsicherheitsbeschreibung abgedeckt werden muss.

4.4.2.2 Automatische Unsicherheitsbestimmung

Der Unterschied zwischen dem Modell hoher Ordnung und dem Modell reduzierter Ordnung kann durch eine multiplikative Unsicherheit beschrieben werden

$$G_P(q) = G(q) [1 + w_I(q)\Delta_I(q)] \quad (4.43)$$

wobei $G(q)$ das Nominalmodell, $w_I(q)$ eine Gewichtungsfunktion für die Unsicherheit und $\Delta_I(q)$ die Unsicherheit selbst darstellt. Die relative Unsicherheit kann für jede Frequenz wie folgt berechnet werden [41]:

$$l_I(\Omega) = \left| \frac{G_P(j\Omega) - G(j\Omega)}{G(j\Omega)} \right| \quad (4.44)$$

Wird folgende Festlegung getroffen

$$|\Delta_I(j\Omega)| \leq 1 \quad \forall \Omega \quad (4.45)$$

kann daraus eine hinreichende Wahl für die Gewichtungsfunktion w_I durchgeführt werden.

$$l_I(\Omega) \leq |w_I(j\Omega)| \quad \forall \Omega \quad (4.46)$$

Um eine möglichst geringe Reglerordnung zu erhalten, wird ein Unsicherheitsmodell 1. Ordnung gewählt:

$$w_I(q) = K_I \frac{1 + \frac{q}{\Omega_1}}{1 + \frac{q}{\Omega_2}}, \quad (4.47)$$

Dabei sind K_I , Ω_1 and Ω_2 Entwurfparameter, welche durch den folgenden Algorithmus bestimmt werden:

- $K_I = \lim_{\Omega \rightarrow 0} l_I(\Omega)$: Gleichanteil der relativen Unsicherheit für gute Annäherung bei niedrigen Frequenzen.
- Ω_2 : Dieser Parameter orientiert sich an den schnellsten Polen/Nullstellen der relativen Unsicherheit. Da $w_I(q)$ im nächsten Abschnitt zur Beeinflussung der Komplementären Sensitivität genützt wird, kann durch diese Wahl ein Abfall von 20 dB/Dekade bei höheren Frequenzen erreicht werden.
- Ω_1 : Bestimmung durch Lösen des folgenden nichtlinearen Optimierungsproblems mit Beschränkungen:

$$\begin{aligned} \min_{\Omega_1} \quad & \sum_k (|w_{I,k}(j\Omega)| - l_{I,k}(\Omega))^2 \\ \text{s.t.} \quad & l_{I,k}(\Omega) - |w_{I,k}(j\Omega)| \leq 0 \quad \forall k \end{aligned} \quad (4.48)$$

Mit einem Startwert der Optimierung, welcher sich an der Dynamik der langsamsten Pol-/Nullstellen-Konfiguration der relativen Unsicherheit (4.44) orientiert, ist das Ergebnis in Abbildung 4.19 dargestellt. Es ist daraus ersichtlich, dass (4.46) im optimalen Sinn erfüllt ist. Weiters ist daraus auch das überproportionale Anwachsen der Gewichtung bis zur Grenzfrequenz bei ca. $2 \cdot 10^4$ Hz erkennbar.

Die letzten Schritte haben gezeigt, dass das Modell hoher Ordnung durch ein nominales Modell niedriger Ordnung mit einer entsprechenden Gewichtungsfunktion beschrieben werden kann. Diese Streckenbeschreibung wird im nächsten Abschnitt dazu verwendet, einen robusten H_∞ -Regler zu entwerfen.

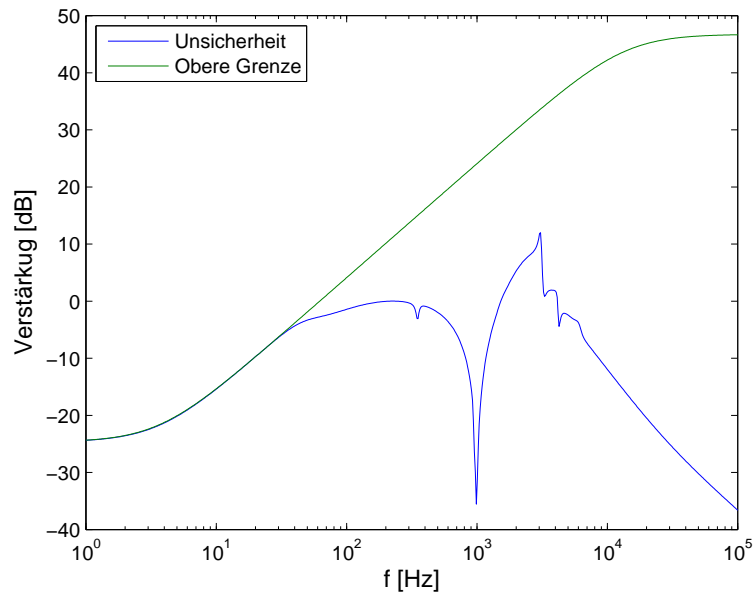
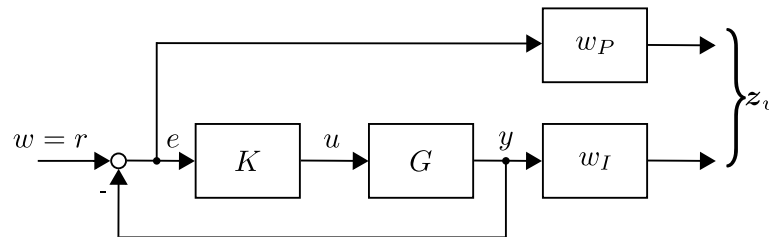

 Abbildung 4.19: Relative Unsicherheit $l_I(\Omega)$ und obere Grenze $|w_I(j\Omega)|$.


Abbildung 4.20: Blockschaltbild der erweiterten Strecke zum Reglerentwurf.

4.4.3 Reglerentwurf

4.4.3.1 Erweiterte Strecke

Der Reglerentwurf basiert auf der Struktur in Abbildung 4.20, welche einem „Mixed sensitivity“-Ansatz [41] entspricht. Der virtuelle Ausgang z_v kann wie folgt beschrieben werden:

$$z_v = N_e w, \quad N_e = \begin{bmatrix} w_P S \\ w_I T \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Dabei sind S und T die Sensitivität und komplementäre Sensitivität sowie w_P und w_I die entsprechenden Gewichtungen. K ist der Regler, welcher im Sinne der H_∞ -Entwurfsmethodik entworfen wird, sodass gilt:

$$\|N_e\|_\infty < \gamma \quad (4.50)$$

Während die Berechnung des Reglers aufgrund der vorhandenen Werkzeuge kein größeres Problem darstellt, ist der kritische Punkt die Wahl der Gewichtungsfunktionen. Da aber w_I bereits festgelegt ist, wird nun ein möglicher Weg gezeigt, wie w_P zur Gewichtung des Regelfehlers e bestimmt werden kann.

4.4.3.2 Gewichtungsfunktion für Sensitivität

Die Sensitivität S ist ein guter Maßstab für die Dynamik des geschlossenen Kreises. Sie kann mit Hilfe der Bandbreite Ω_B^* , der maximalen Amplitude M und der Sperrdämpfung

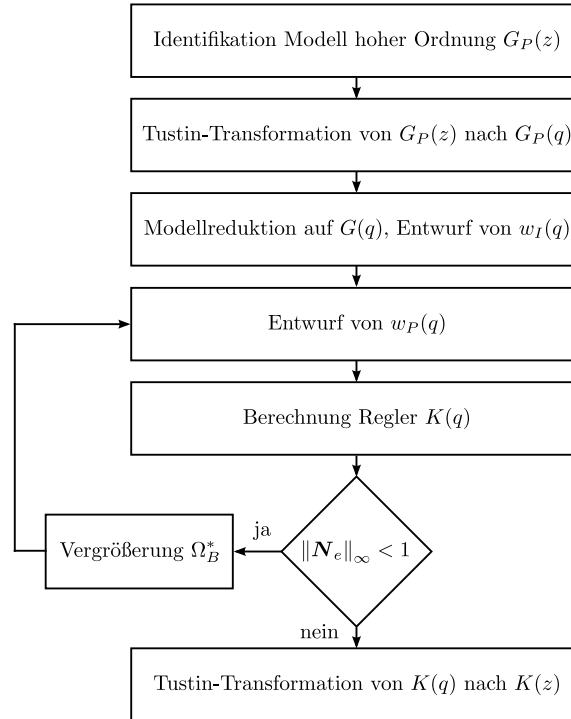


Abbildung 4.21: Automatischer Tuning-Algorithmus.

A für niedrige Frequenzen spezifiziert werden [41]:

$$w_P(q) = \frac{\frac{q}{M} + \Omega_B^*}{q + \Omega_B^* A_S} \quad (4.51)$$

Ein Wert von $M = 2$ garantiert aufgrund des Maximum-Peak-Kriteriums eine Verstärkungsreserve $GM \geq 2$ und eine Phasenreserve von $PM \geq 29^\circ$. Mit der Wahl $A_S = 0.0001$ kann ein kleiner Regelfehler im niedrigen Frequenzbereich erzielt werden.

4.4.3.3 Tuning-Algorithmus

Der Parameter für die Bandbreite Ω_B^* wird iterativ von einem hinreichend kleinen Wert aus so lange vergrößert, so lange die Bedingung für die gemischte Sensitivität

$$\|N_e\|_\infty = \max_{\Omega} \sqrt{(|w_P S|^2 + |w_I T|^2)} < 1 \quad (4.52)$$

erfüllt ist. Das kann als Verschiebung der Gewichtungsfunktion $w_P(q)$ nach „rechts“, hin zu einer höheren Dynamik, interpretiert werden. In Abbildung 4.21 ist der vorgeschlagene Tuning-Algorithmus dargestellt. In Abbildung 4.22 sind die Frequenzgänge der Sensitivität S und der komplementären Sensitivität T für das gewählte Beispiel dargestellt. Es ist daraus erkennbar, dass die Entwurfsspezifikationen

$$|S| < 1/|w_P| \quad |T| < 1/|w_I| \quad (4.53)$$

erfüllt sind.

4.4.3.4 Reglerdiskretisierung

Um einen realisierbaren Regler zu erhalten, wird die Tustin-Transformation erneut angewendet:

$$K(z) = K(q) \Big|_{q=\frac{2}{T_a} \frac{z-1}{z+1}} \quad (4.54)$$

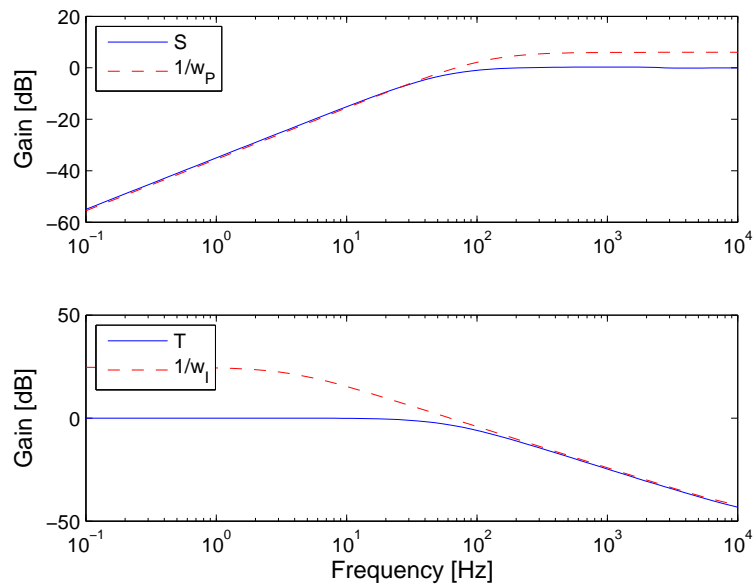


Abbildung 4.22: Sensitivität (oben) und komplementäre Sensitivität (unten) mit entsprechenden inversen Gewichtungen als Begrenzungen nach oben.

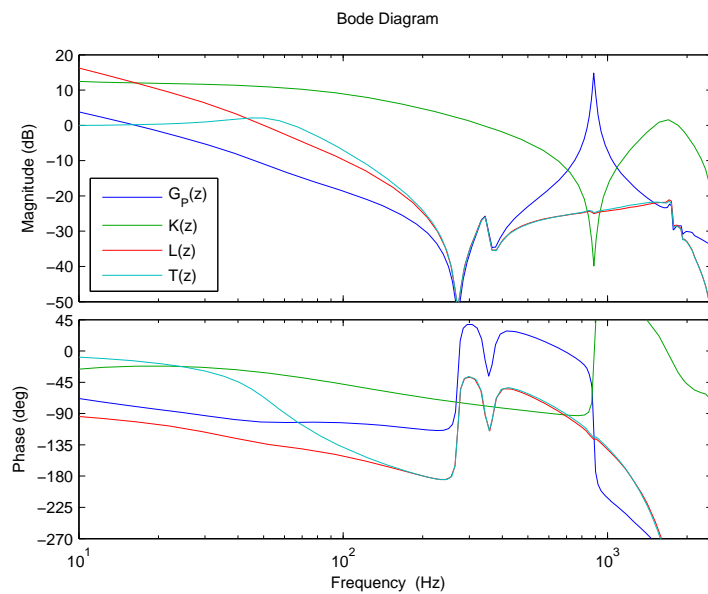


Abbildung 4.23: Frequenzgang von Strecke, Regler, offenem und geschlossenem Kreis.

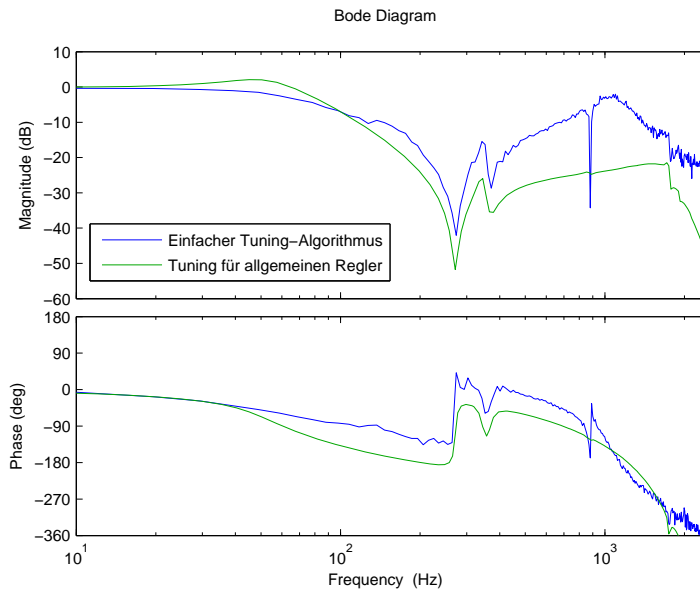


Abbildung 4.24: Vergleich der Frequenzgänge des geschlossenen Kreises für den einfachen Tuning-Algorithmus und den Algorithmus für allgemeinen Regler.

In Abbildung 4.23 ist das Verhalten des berechneten zeitdiskreten Reglers $K(z)$ in Verbindung mit der Strecke hoher Ordnung $G_P(z)$ im Frequenzbereich dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass die Resonanzfrequenz vom Regler eliminiert wird, während die Antiresonanzfrequenz unverändert bleibt, was auch Ziel den Entwurfes war. In Abbildung 4.24 ist der Vergleich der Frequenzgänge des geschlossenen Kreises für den einfachen Tuning-Algorithmus und den Algorithmus für den allgemeinen Regler dargestellt. Daraus ist erkennbar, dass der einfache Tuning-Algorithmus zu einer deutlich geringeren Dynamik führt (Betragsskennlinie bricht bei niedrigeren Frequenzen ein). Weiters ist bei hohen Frequenzen der Betrag deutlich höher gegenüber dem Frequenzgang mit dem allgemeinen Regler (weniger robust).

4.4.4 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die vorgestellte Methode an dem Prüfstand aus Abschnitt B.3 angewendet. In Abbildung 4.25 ist der Frequenzgang des identifizierten Modells der Ordnung $n = 20$ sowie des Modells reduzierter Ordnung $n_{red} = 3$ dargestellt. Zusätzlich sind die berechnete Unsicherheit und die automatisch bestimmte obere Grenze abgebildet. Der berechnete Regler der Ordnung 5, welcher (4.52) mit $\gamma = 1.0118$ und $\Omega_B^* = 2\pi 60$ erfüllt, besitzt die Form:

$$K(z) = \frac{0.51z^5 - 0.81z^4 - 0.34z^3 + 0.97z^2 - 0.15z - 0.16}{z^5 - 2.20z^4 + 0.91z^3 + 0.70z^2 - 0.32z - 0.09} \quad (4.55)$$

Aufgrund des Frequenzgangs aus Abschnitt B.3 kann der mechanische Aufbau jener Klasse von Strecken zugeordnet werden, welche die dominante Eigenfrequenz im Bereich der Phasendurchtrittsfrequenz besitzt (siehe Abschnitt 4.2). Aus diesem Grund wird als Referenz nicht das Ergebnis des einfachen Tuning-Algorithmus herangezogen, sondern ein händisch parametrierter PI-Regler. Dieser wird Schritt für Schritt eingestellt, wobei zuerst der Proportionalanteil auf den halben Wert der Verstärkungsreserve des identifizierten Modells fixiert wurde. Als Zweites wurde der Integralanteil so lange angepasst, bis ein hinreichend gutes Folgeverhalten erzielt war. In Abbildung 4.26 ist der Vergleich des Frequenzgangs

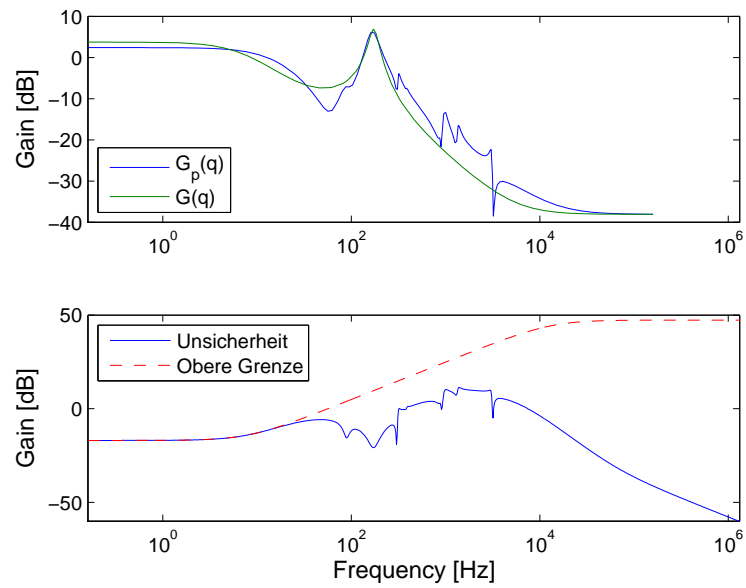


Abbildung 4.25: Oben: $G_P(q)$ des Prüfstandes und des Modells reduzierter Ordnung $G(q)$, Unten: Relative Unsicherheit $l_I(\Omega)$ und obere Grenze $|w_I(j\Omega)|$.

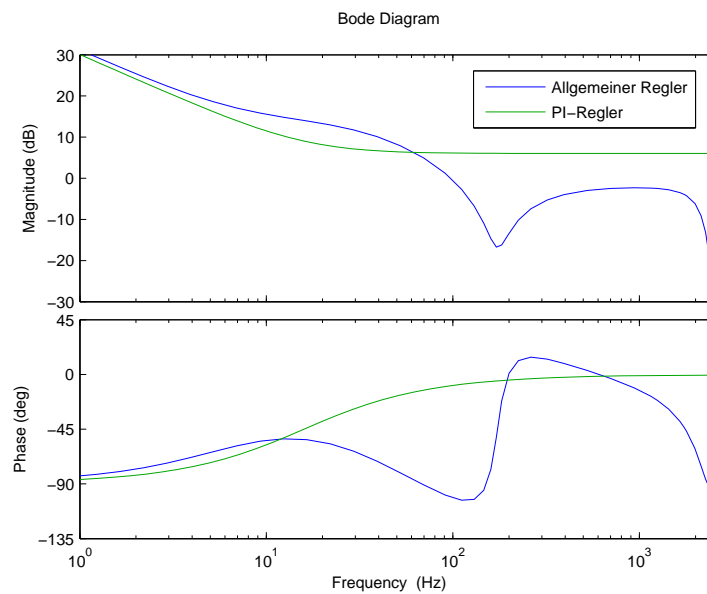


Abbildung 4.26: Frequenzgang des vorgeschlagenen Reglers und des PI-Referenzreglers.

des vorgeschlagenen Reglers und des PI-Referenzreglers mit den Parametern $k_v = 2.0 \text{ As}$, $t_n = 0.01 \text{ s}$ dargestellt. Daraus ist erkennbar, dass für niedrige Frequenzen ($< 10\text{Hz}$) das Verhalten sehr ähnlich ist. Bei höheren Frequenzen ($> 100\text{Hz}$) senkt der vorgestellte Regler den Betrag deutlich weiter ab, was zugunsten der Robustheit geht.

4.4.5 Diskussion

Mit dem vorgestellten Tuning-Algorithmus für einen allgemeinen Regler ist es möglich, für eine Klasse von Übertragungsfunktionen (Eigenfrequenzen im Bereich der Durchtrittsfrequenz) einen gut parametrisierten Drehzahlregler zu erreichen. Als Vorteil dieses Verfahrens kann angeführt werden, dass die Wirkung eines I-Anteils besser abgebildet wird. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass für höhere Frequenzen ein deutlich größerer Abstand der Betragskennlinie zur 0-dB-Linie erreicht werden kann. Dies resultiert in einem robusteren Verhalten hinsichtlich Parameterschwankungen. Als Nachteil kann genannt werden, dass algorithmisch ein deutlich größerer Aufwand notwendig ist. Auch im Hinblick auf die Vielfalt an möglichen Strecken kann dies zu einer deutlich schwierigeren, automatisierten Vorgehensweise führen.

4.5 Tuning für Achsen ohne Geber

Mit der in Abschnitt 3.3.4 vorgeschlagenen Methode ist es möglich, den Frequenzgang einer geberlos betriebenen Achse zu ermitteln. Gleich wie beim einfachen Tuning-Algorithmus bildet dieses nichtparametrische Modell mit den in Abschnitt 4.3 genannten Vorteilen die Grundlage für dieses Kapitel. Im Folgenden wird zuerst der Unterschied zu einer Geberachse herausgearbeitet und in weiterer Folge ein angepasster Tuning-Algorithmus abgeleitet [44].

4.5.1 Beobachter ersetzt Geber

Wird, wie in Abschnitt 2.2.6.2 beschrieben, der Geber durch einen virtuellen Geber (Beobachter) ersetzt, hat dies einen wesentlichen Einfluss auf den Frequenzgang. In Abbildung 4.27 ist beispielhaft der Vergleich des gemessenen Frequenzgangs der Mechanik aus Abschnitt B.2 mit Geber und Beobachter dargestellt. Folgende charakteristischen Merkmale können aus dem Vergleich abgeleitet werden:

- Integrierendes Verhalten bei niedrigen Frequenzen
- Differenzierendes Verhalten bei hohen Frequenzen
- Resonanzen nicht immer erkennbar
- Gute Übereinstimmung bei niedrigen Frequenzen
- Schlechte Übereinstimmung bei hohen Frequenzen

Zur Kompensation des differenzierenden Verhaltens kann das Drehzahlfilter im Rückführzweig verwendet werden.

4.5.2 Filter im Rückführzweig

Zur Bestimmung der Verstärkung kann vom Algorithmus aus Abschnitt 4.3.5.4 ausgegangen werden. Die Filterzeitkonstante T_{Filter} wird dabei nicht abhängig von der Geberauflösung gewählt, sondern abhängig von der Frequenz f_{min} , bei der die Betragskennlinie in Abbildung 4.27 vom integrierenden Verhalten auf das differenzierende Verhalten übergeht:

$$T_{Filter} = \frac{1}{2\pi f_{min}} \quad (4.56)$$

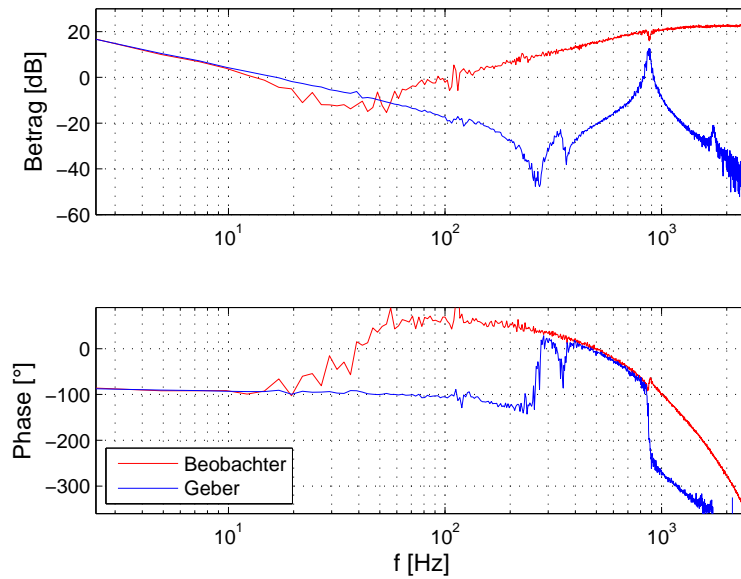


Abbildung 4.27: Vergleich des Frequenzgangs einer Mechanik mit Geber und virtuellem Geber (Beobachter).

Es hat sich allerdings gezeigt, dass bei dieser Vorgehensweise aufgrund des Kriteriums (4.28) viel zu kleine Verstärkungswerte ermittelt werden. Wird das Kriterium dahingehend modifiziert, dass gilt

$$\left| \frac{L(e^{j\omega_0 T_a})}{1 + L(e^{j\omega_0 T_a})} \right| < M_T(\omega_0), \quad (4.57)$$

ergeben sich sinnvolle Werte. In Abbildung 4.28 ist der Unterschied zwischen den beiden Kriterien anhand der Mechanik aus Abschnitt B.2 dargestellt. Während mit dem Kriterium (4.28) nur eine Verstärkung von $k_v = 0.1$ erzielt werden kann (oben), ist mit dem Kriterium (4.57) eine deutlich höhere Verstärkung von $k_v = 1.0$ erzielbar (unten). In beiden Fällen wurde dieselbe Filterzeitkonstante von $T_{Filter} = 0.004s$ verwendet (bezogen auf $f_{min} \approx 40$).

4.5.3 Drehzahlregler-Tuning

Basierend auf den vorigen beiden Abschnitten kann der Algorithmus aus Abschnitt 4.3.5.4 so modifiziert werden, dass auch geberlos betriebene Achsen autoparametriert werden können. Ein möglicher Weg ist in Abbildung 4.29 dargestellt. Die Modifikation besteht darin, dass für alle möglichen Filterzeitkonstanten im erlaubten Bereich $0 \leq T_{Filter} \leq T_{Filter,max}$ die zugehörigen Verstärkungsfaktoren berechnet und abgespeichert werden. Jene Kombination aus Filterzeit und Verstärkung wird als Ergebnis ermittelt, welche zur größten Verstärkung geführt hat. Aufgrund der dämpfenden Wirkung des ohnehin notwendigen Drehzahlfilters und der schweren Detektierbarkeit von Resonanzfrequenzen kann auf die Schritte zur Parametrierung des Notch-Filters verzichtet werden.

4.5.4 Lageregler-Tuning

Da beim Lageregler nur die Proportionalverstärkung autoparametriert wird, kann der Algorithmus aus Abschnitt 4.3.4 dazu verwendet werden. Der Frequenzgang wird, wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben, ermittelt. Dabei ist die Abtastzeit T_a dem Lageregler entsprechend mit $T_a = 400\mu s$ zu wählen.

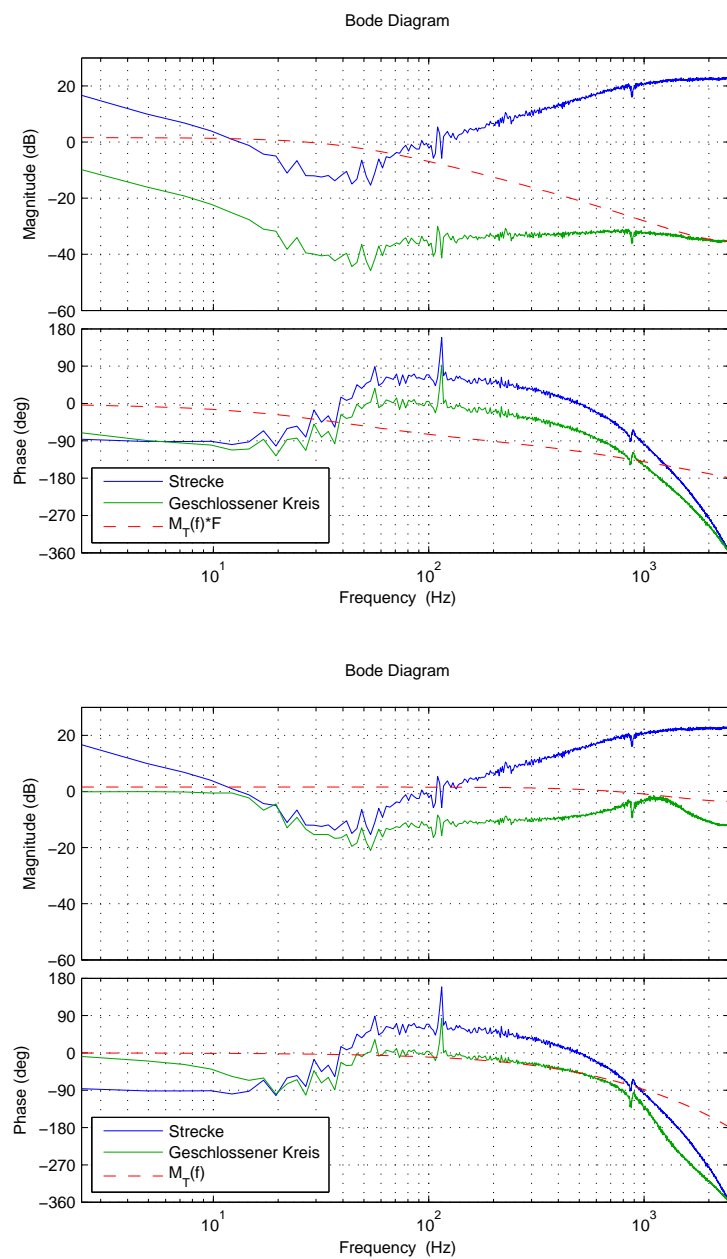


Abbildung 4.28: Frequenzgang von Strecke, geschlossenem Kreis und der frequenzabhängigen Begrenzung für das Kriterium (4.28) oben und das Kriterium (4.57) unten.

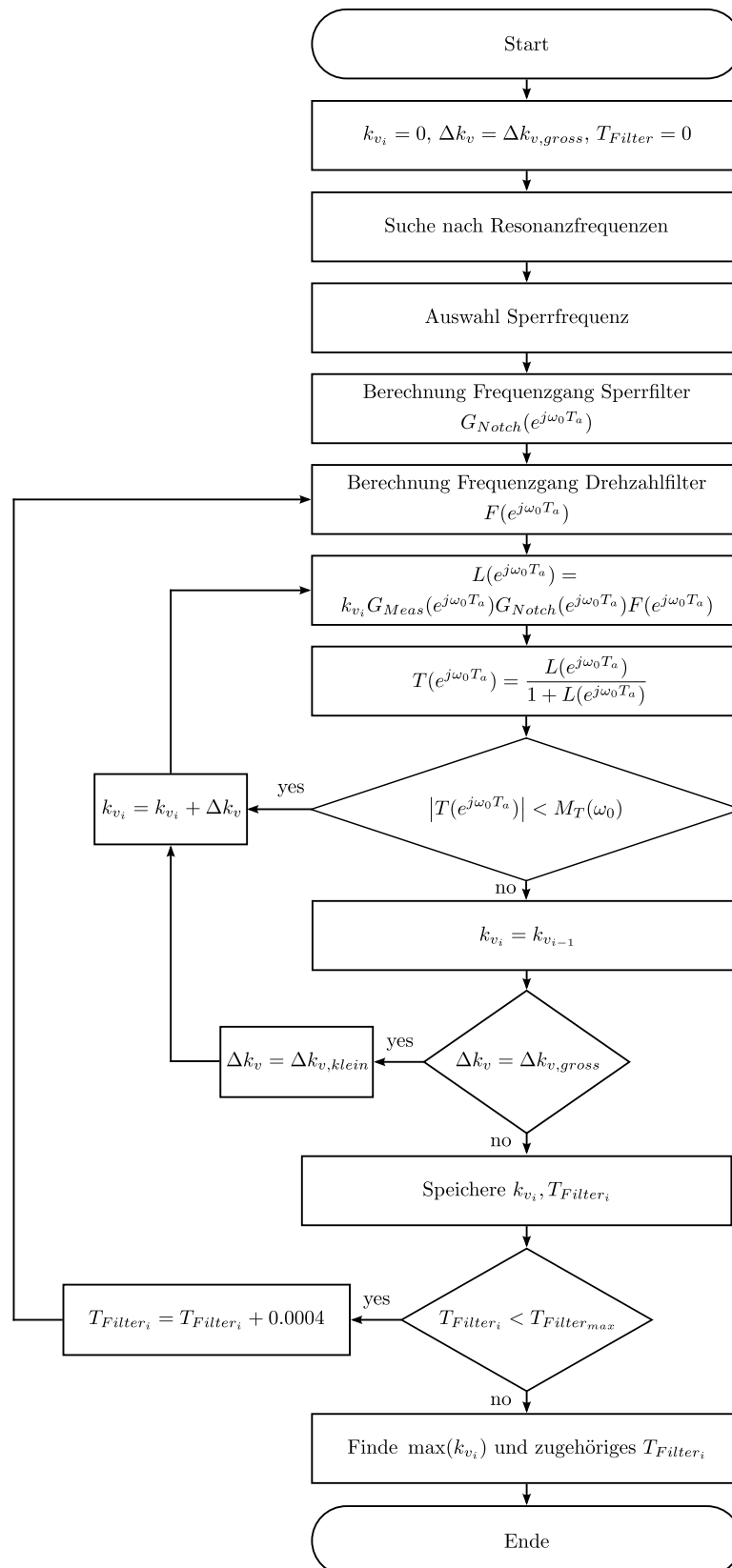


Abbildung 4.29: Algorithmus zur Autoparametrierung des Drehzahlregelkreises bei virtuellem Geber (Beobachter).

Parameter	Einheit	Wert
R_1	Ω	11.9
L_1	H	0.0365
k_T	Nm/A	1.45
z_P	-	3
K_ψ	VA/Nm	100

Tabelle 4.2: Parameter des Beobachters

Parameter	Einheit	Wert
Drehzahlregler-Verstärkung	As	1.48
Filterzeitkonstante	s	0.0064
Sperrfrequenz	Hz	-
Bandbreite	Hz	-
Lageregler-Verstärkung	1/s	71.0

Tabelle 4.3: Ermittelte Reglerparameter des einfachen Tuning-Algorithmus für Achsen ohne Geber.

4.5.5 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen Tuning-Algorithmus für Achsen ohne Geber gezeigt. Zu diesem Zweck wird von der Kombination Servoverstärker (Anhang A) und Motor (Anhang B.2) ausgegangen, bei dem allerdings das Geberkabel entfernt wird. Als Ordnung des Anregungssignals wird $n = 11$ gewählt, um auch bei niedrigen Frequenzen ausreichend Streckeninformation zu erhalten. In Tabelle 4.2 sind die Werte zur Parametrierung des Beobachters zusammengefasst. Die Parameter ergeben sich aus den Motorparametern in Tabelle B.1 sowie dem Defaultwert für die Beobacherverstärkung K_ψ . Da dieser Algorithmus am Servoverstärker implementiert ist, kann er auf Knopfdruck aktiviert werden.

Ermittelte Parameter Wird die Funktion zuerst für den Drehzahlregler und anschließend für den Lageregler ausgeführt, ergeben sich die Parameter aus Tabelle 4.3. In Abbildung 4.30 ist die ermittelte Abhängigkeit der Drehzahlreglerverstärkung k_v von der Filterzeitkonstante T_{Filter} dargestellt. Es ist daraus erkennbar, dass die Verstärkung einen maximalen Wert besitzt.

Darstellung im Frequenzbereich Für diese Verstärkung und die zugehörige Filterzeitkonstante können, wie in Abbildung 4.31 dargestellt, der Frequenzgang des offenen und geschlossenen Drehzahlregelkreises berechnet werden. Aus den Verläufen ist ersichtlich, dass der differenzierende Anteil durch das Drehzahlfilter abgesenkt wird. Für niedrige Frequenzen liegt die Betragskennlinie annähernd bei eins, was sich in gutem Folgeverhalten in diesem Frequenzbereich widerspiegelt. Der Vollständigkeit halber sind in Abbildung 4.32 die Frequenzgänge bei der Autoparametrierung des Lageregelkreises dargestellt. Werden die Ergebnisse mit denen einer Geberachse in Abschnitt 4.3.8 verglichen, kann festgestellt werden, dass eine deutlich geringere Drehzahl- und Lagereglerverstärkung ermittelt wird. Dies resultiert auch in einer deutlich geringeren Bandbreite im Falle einer geberlos betriebenen Achse. Wird diese festgelegt als Frequenz, bei der die Phasenkennlinie des geschlossenen Kreises die -100° schneidet, ergibt sich 70Hz aus Abbildung 4.16 im Vergleich zu 40Hz aus Abbildung 4.32. Grund ist die hohe Filterzeitkonstante, welche notwendig ist, um das differenzierende Verhalten zu kompensieren.

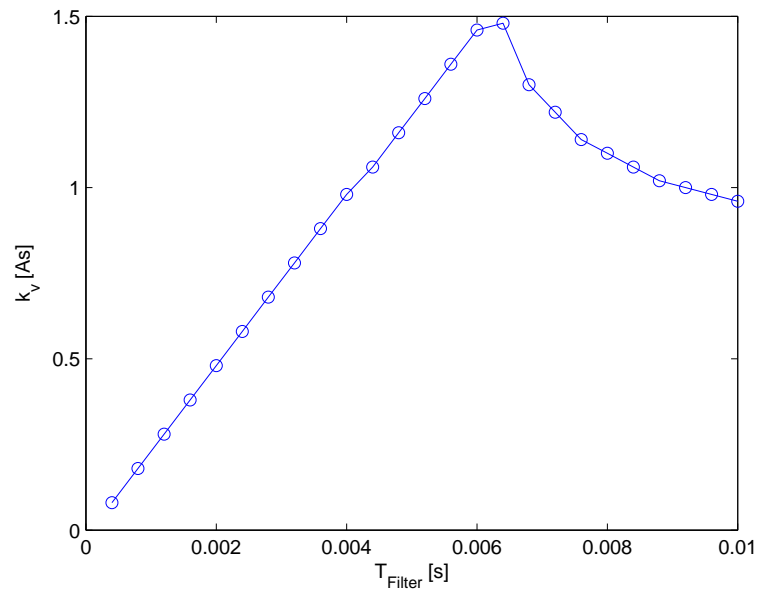


Abbildung 4.30: Drehzahlreglerverstärkung k_v in Abhängigkeit von der Filterzeitkonstante T_{Filter} .

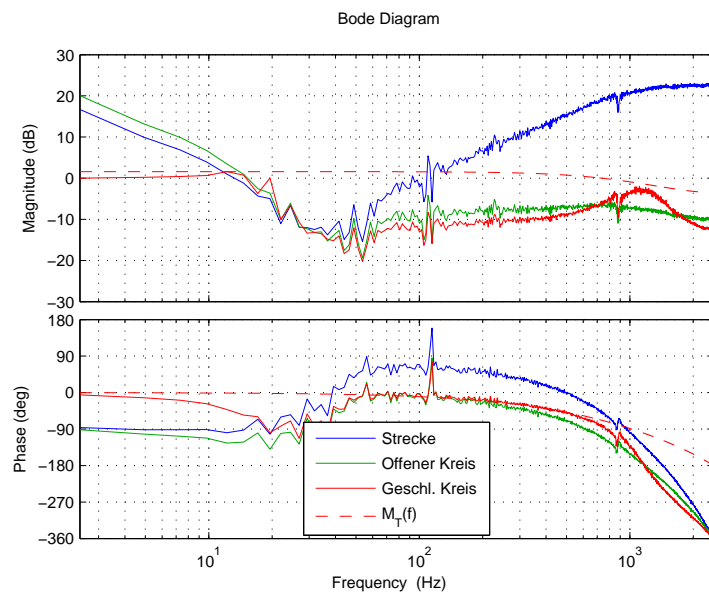


Abbildung 4.31: Frequenzgänge bei der Autoparametrierung des Drehzahlreglers für Achsen ohne Geber.

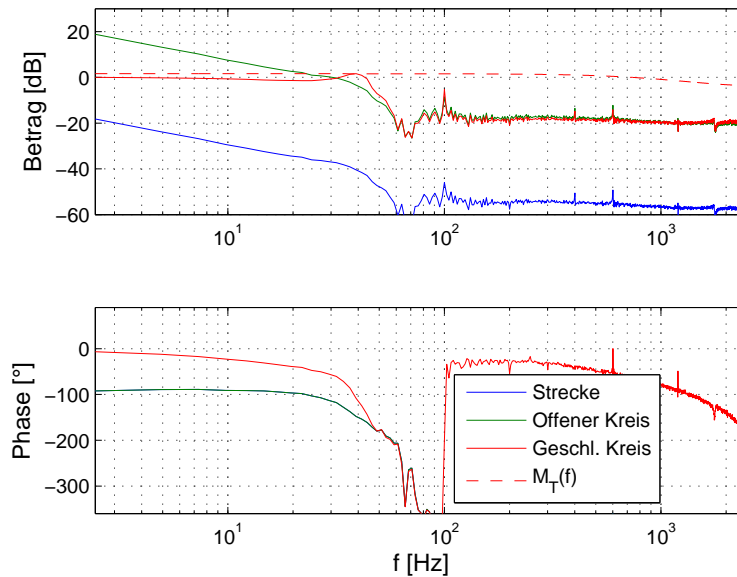


Abbildung 4.32: Frequenzgänge bei der Autoparametrierung des Lagereglers für Achsen ohne Geber.

4.5.6 Diskussion

Mit dem vorgestellten Algorithmus ist es möglich, den Drehzahl- und Lageregler einer geberlos betriebenen Achse autoparametrieren zu lassen. Aufgrund der Tatsache, dass der virtuelle Geber (Beobachter) im Stillstand keine brauchbaren Signale liefert, muss die Identifikation bei Drehzahl erfolgen. Der so ermittelte Frequenzgang unterscheidet sich wesentlich von dem einer Geberachse. Aus diesem Grund muss auch der Algorithmus zur Berechnung der Reglerparameter angepasst werden. Als Vorteil dieses Verfahren kann die Einfachheit in Bezug auf die algorithmische Implementierbarkeit genannt werden. Verglichen mit einer Geberachse kann allerdings nur eine deutlich geringere Dynamik erzielt werden. Grund ist das Drehzahlfilter im Rückführzweig, welches zur Kompensation des differenzierenden Verhaltens sehr groß gewählt werden muss.

4.6 Tuning für Achsen mit tief liegenden Eigenfrequenzen

4.6.1 Problembeschreibung

Für Antriebsachsen, welche dadurch gekennzeichnet sind, dass eine Lastmasse wenig steif an den Motor angebracht ist (flexibles System) oder große Trägheitsmomentunterschiede („inertia mismatch“) vorliegen, führt der einfache Tuning-Algorithmus aus Abschnitt 4.3 zu einem nicht immer zufriedenstellenden Verhalten. Untersuchungen haben gezeigt, dass für solche Systeme die Antiresonanz (2.110), welche einem konjugiert komplexen Nullstellenpaar entspricht, zu Problemen führen kann. Oft wird versucht, mit einem Biquad-Filter die 2-Massen-Charakteristik zu kompensieren, was darin resultiert, dass zwar das dynamische Verhalten auf Motorseite zufriedenstellend ist, nicht aber auf Lastseite [38], [45]. Genau diese ist es aber, welche für Bearbeitungsvorgänge maßgeblich ist. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie durch Miteinbeziehung von lastseitigen Informationen das dynamische Verhalten verbessert werden kann [46].

4.6.2 Zustandsregler

Unter der Annahme, dass die Lastposition durch einen zusätzlichen Geber gemessen werden kann, steht der gesamte Systemzustand für das System (2.98), (2.99) zur Verfügung. Mit einem Zustandsregler der allgemeinen Form

$$u = V s_{soll} - k_1 \varphi_m - k_2 \omega_m - k_3 \varphi_l - k_4 \omega_l \quad (4.58)$$

kann die Dynamik des geschlossenen Kreises entsprechend beeinflusst werden. Unterschiedliche Methoden sind dazu aus der Literatur bekannt (LQR, LQRy, Polplatzierung). In dieser Arbeit wird auf die Methode der Polplatzierung zurückgegriffen, da die Parameter in einer anschaulichen Methode vorgegeben werden können. Dies geschieht mit Hilfe eines Wunschpolynoms

$$W(s) = 1 + 8sT_w + 32s^2T_w^2 + 64s^3T_w^3 + 64s^4T_w^4 \quad (4.59)$$

mit dem Entwurfsparameter T_w . Durch Koeffizientenvergleich von

$$\det \left(sE - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-c}{J_{Motor}} & \frac{-d}{J_{Motor}} & \frac{c}{J_{Motor}} & \frac{d}{J_{Motor}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_{Last}} & \frac{d}{J_{Last}} & \frac{-c}{J_{Last}} & \frac{-d}{J_{Last}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_T}{\sqrt{2}J_{Motor}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4] \right) = W(s) \quad (4.60)$$

können die Parameter in (4.58) bestimmt werden. Der Vorfaktor ergibt sich zu

$$V = 2\pi(k_1 + k_3) \quad (4.61)$$

aus der Forderung, dass im Stillstand $\omega_m = \omega_l = 0$ bei verschwindender Verdrehung $s_{soll} = \frac{\varphi_l}{2\pi} = \frac{\varphi_m}{2\pi}$ die Stellgröße in (4.58) gleich null sein soll.

4.6.3 Beobachter

In den meisten Fällen ist die Annahme in Abschnitt 4.6.2 nicht umsetzbar. Um das Konzept der Zustandsregelung aber trotzdem durchführen zu können, wird der Lastgeber durch einen Beobachter (virtueller Geber) ersetzt. Am Servoverstärker gibt es die Möglichkeit, einen solchen mit Hilfe des Funktionsblocks „Allgemeines dynamisches System“ zu realisieren (siehe Abschnitt A.5). Folgende Schritte sind dazu notwendig:

4.6.3.1 Festlegung der physikalischen Parameter

Ein Beobachter ist dadurch gekennzeichnet, dass er ein Abbild der zu regelnden Strecke darstellt. Aus diesem Grund ist die Kenntnis der physikalischen Parameter J_{Motor} , J_{Last} , c und d ausschlaggebend (siehe Abschnitt A.5.2). Weiters ist es notwendig festzulegen, ob das Zusatzmoment motor- oder lastseitig wirkt.

4.6.3.2 Festlegung der Beobachterdynamik

Die Dynamik des Beobachters wird im Wesentlichen durch die Vorgabe der Kovarianzmatrizen \mathbf{Q}_B und \mathbf{R}_B bestimmt (siehe Abschnitt A.5.3). Obwohl für den Entwurf angenommen wird, dass es sich beim Zustands- und Ausgangsrauschen um mittelwertfreies, unkorreliertes Rauschen handelt, wird mit diesen Matrizen hier die Unsicherheit des Modells und der Messung ausgedrückt. Zusammen mit den physikalischen Parametern errechnet sich nach Kalman [47] eine Beobachterverstärkung \mathbf{L}_B , welche angibt, wie stark das Modell aufgrund der Messung korrigiert werden muss. Allgemein kann vereinfacht Folgendes festgehalten werden:

- Zur Berechnung von \mathbf{L}_B spielen weniger die Absolutwerte der Einträge der Matrizen \mathbf{Q}_B und \mathbf{R}_B eine Rolle als das Verhältnis zueinander.
- Ist das Ausgangsrauschen groß, ist der Wert für \mathbf{R}_B groß zu wählen. Das Vertrauen in die Messung ist gering (große Messunsicherheit) und somit wird \mathbf{L}_B kleine Werte annehmen.
- Ist das Zustandsrauschen groß, sind die Werte für \mathbf{Q}_B groß zu wählen. Das Vertrauen in das Modell ist gering (große Modellunsicherheit) und somit wird \mathbf{L}_B große Werte annehmen.

Speziell für das diskretisierte 2-Massen-System aus Abschnitt (A.5.2) mit den Matrizen (A.8) kann als Hilfestellung zur Wahl der Kovarianzmatrizen das unbekannte Zusatzmoment wie folgt berücksichtigt werden:

$$m_{add,k+1} = m_{add,k} + \Delta m_{add,k} \quad (4.62)$$

Diese Wahl ist dadurch begründet, dass das Zusatzmoment zwar hauptsächlich konstant ist, sich aber ändern kann. Die Miteinbeziehung als zusätzlicher Zustand resultiert in:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ m_{add,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_{2d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ m_{add,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1d} \\ 0 \end{bmatrix} m_{in,k} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta m_{add,k} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Daraus ist erkennbar, dass die größte Unsicherheit der vierten Zustandsgröße zugeschrieben werden kann. Die Unsicherheit der ersten drei Zustände ist im Wesentlichen durch die physikalischen Parameter festgelegt. Bei hinreichend genauer Kenntnis dieser können die Unsicherheit der ersten drei Zustände kleiner als die von Zustand vier angenommen werden. Basierend auf diesen Feststellungen wird die Kovarianzmatrix \mathbf{Q}_B wie folgt gewählt:

$$\mathbf{Q}_B = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Simulationen und Messungen haben gezeigt, dass ein Wert für

$$R_B = R_{11} = 10 \quad (4.65)$$

zu einem guten Kompromiss zwischen Rauschen und Dynamik des Beobachters führt. Diese Überlegungen und Untersuchungen haben auch dazu geführt, dass die „Default“-Konfiguration des Funktionsblocks wie in (4.64), (4.65) gewählt wurde. Es zeigte sich, dass diese Wahl bei hinreichend genauer Kenntnis der physikalischen Parameter meist ausreichend ist.

4.6.4 Erweiterte Reglerkaskade

Die vorgegebene Reglerstruktur aus Abbildung 4.1 wird um den Beobachter und Zustandsregler, wie in Abbildung 4.33 dargestellt, erweitert. Eingangsgrößen des Beobachters sind der Iststrom (Moment) und die Istdrehzahl des Motors. Die Ausgangsgröße ergibt sich durch Parametrierung des Ausgangsmodus (siehe Abschnitt A.5.4). Um einen Zusammenhang zwischen den Parametern des Zustandsreglers und den Parametern des Funktionsblocks zu erhalten, wird gemäß Abbildung 4.33 von folgender Gleichung ausgegangen:

$$u = k_v [k_p (s_{soll} - s_m) + n_{add} - n_m] \quad (4.66)$$

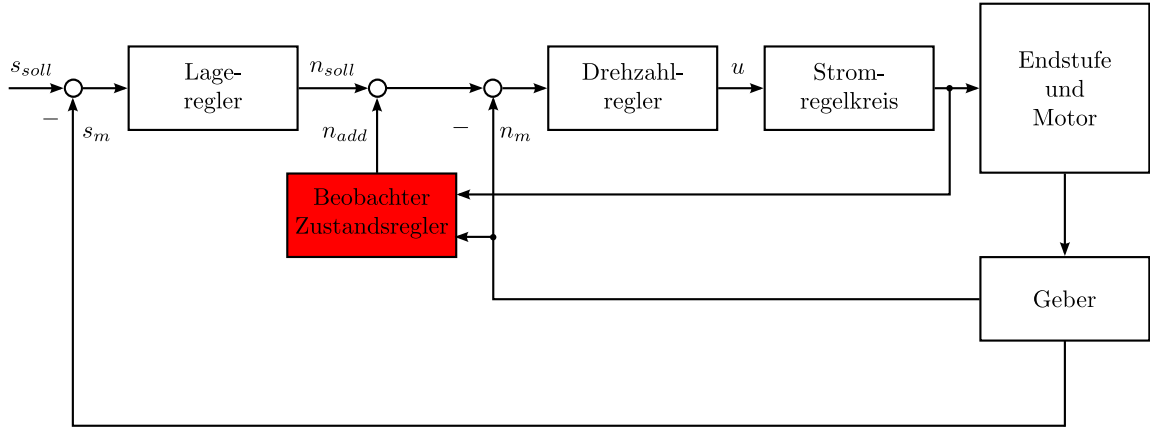


Abbildung 4.33: Erweiterung der vorgegebenen Reglerstruktur um einen Beobachter und Zustandsregler mit Hilfe eines zuschaltbaren Funktionsblocks.

Dabei wurde angenommen, dass der Drehzahlregler als Proportionalregler mit der Verstärkung k_v und der Lageregler mit der Verstärkung k_p ausgeführt ist. Mit Hilfe von (A.21) ergibt sich⁵:

$$u = k_v \left[k_p (s_{soll} - s_m) + \lambda_s \left(n_m - \frac{\omega_l}{2\pi} \right) + \frac{k_p \lambda_p}{2\pi} \Delta\varphi - n_m \right] \quad (4.67)$$

und schlussendlich durch Umformung und Zusammenfassen:

$$u = k_v k_p s_{soll} - \frac{k_v k_p}{2\pi} (1 - \lambda_p) \varphi_m - \frac{k_v}{2\pi} (1 - \lambda_s) \omega_m - \frac{k_v k_p}{2\pi} \lambda_p \varphi_l - \frac{k_v}{2\pi} \lambda_s \omega_l \quad (4.68)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit (4.58) ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$V = k_v k_p \quad (4.69)$$

$$k_1 = \frac{k_v k_p}{2\pi} (1 - \lambda_p) \quad (4.70)$$

$$k_2 = \frac{k_v}{2\pi} (1 - \lambda_s) \quad (4.71)$$

$$k_3 = \frac{k_v k_p}{2\pi} \lambda_p \quad (4.72)$$

$$k_4 = \frac{k_v}{2\pi} \lambda_s \quad (4.73)$$

Daraus ergibt sich mit dem Vorfaktor (4.61) als Zusammenhang zwischen den Parametern des Zustandsreglers und der Tuningparameter:

$$\begin{aligned} k_v &= 2\pi(k_2 + k_4) \\ k_p &= \frac{k_1 + k_3}{k_2 + k_4} \\ \lambda_s &= \frac{k_4}{k_2 + k_4} \\ \lambda_p &= \frac{k_3}{k_1 + k_3} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen ist es nun möglich, die Zustandsreglerparameter direkt in die Tuningparameter für den Funktionsblock umzurechnen.

⁵Um Terme zusammenfassen zu können werden hier anstatt der beobachteten Größen gemessene Größen verwendet.

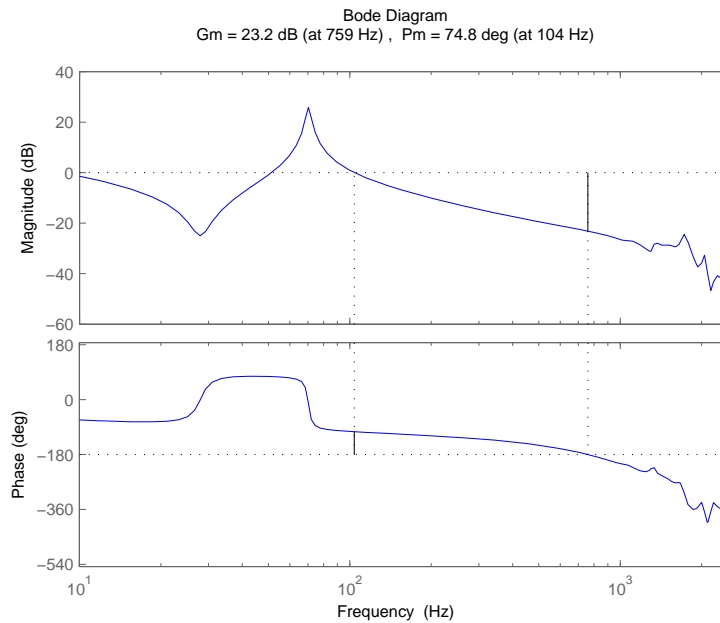


Abbildung 4.34: Verstärkungs- und Phasenreserve eines 2-Massen-System mit Totzeit.

4.6.5 Sinnvolle Wahl der Wunschdynamik

4.6.5.1 Begrenzende Faktoren

Die Wunschdynamik, ausgedrückt durch den Entwurfparameter T_w , orientiert sich an der erzielbaren Drehzahlreglerverstärkung k_v bei alleiniger Verwendung des Proportionalreglers. Limitierend wirken bei Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen in erster Linie die Totzeiten aufgrund Messwertgewinnung und Abtastung sowie eventuell vorhandene störende hochfrequente Resonanzen.

Beispiel Ausgangspunkt ist das in Abschnitt 3.5.1 beispielhaft ermittelte Modell für die Mechanik aus Abschnitt B.4. Aus dem Frequenzgang in Abbildung 4.34 ist erkennbar, dass sowohl die Verstärkungs- als auch Phasenreserve sich oberhalb der Antiresonanz/Resonanz-Charakteristik befinden. Erst in diesem Frequenzbereich führt die systembedingte Totzeit zur Phasenabsenkung, welche schlussendlich die erreichbare Verstärkung limitiert.

4.6.5.2 Kriterium

Um ein Kriterium zur Wahl der Wunschdynamik angeben zu können, wird von einem 2-Massen-System mit den Parametern aus Tabelle 3.4 ausgegangen. Diese ergeben sich aus der Parameteridentifikation aus Abschnitt 3.5.2 für den Frequenzgang aus Abbildung 4.34. Werden für dieses System nun die berechneten Werte (4.74) in Abhängigkeit des Entwurfparameters T_w berechnet, ergibt sich Abbildung 4.35. Im Bild ganz oben ist zusätzlich jener Wert für die Drehzahlreglerverstärkung eingezeichnet, der sich ergibt, wenn mit Hilfe des einfachen Tuning-Algorithmus aus Abschnitt 4.3.5.4 die Drehzahlreglerverstärkung ermittelt wird. Daraus ist erkennbar, dass bei einem Wert $T_w \approx 0.00135s$ sich eine vergleichbare Verstärkung ergibt. Die dadurch erzielbare Verbesserung des dynamischen Verhaltens ist in Abbildung 4.36 dargestellt.

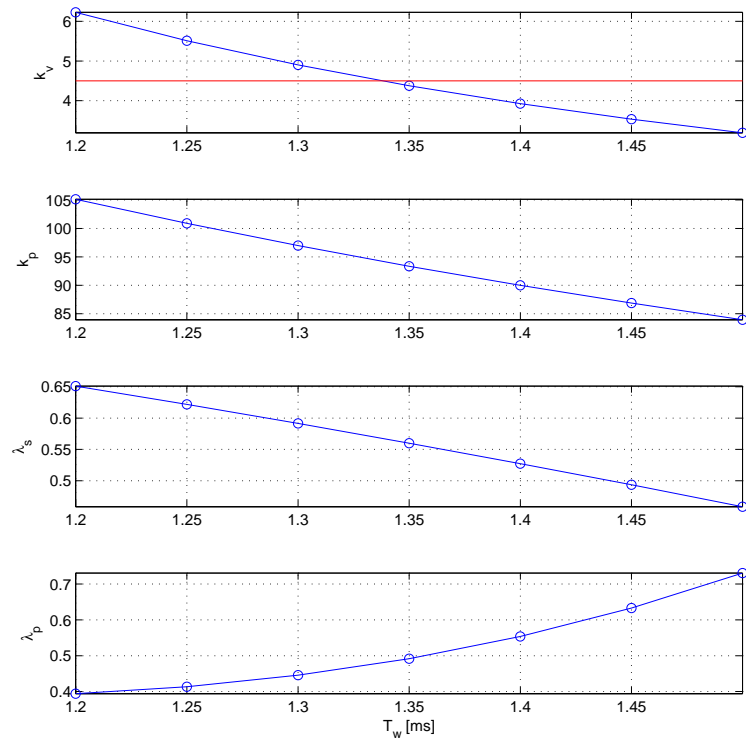


Abbildung 4.35: Abhängigkeit der Tuningparameter vom Entwurfparameter T_w .

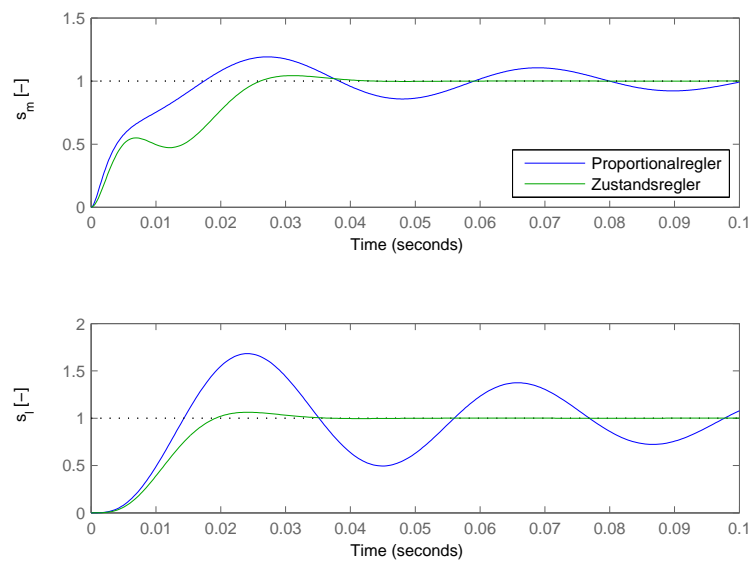


Abbildung 4.36: Dynamik auf Motorseite (oben) und Lastseite (unten) bei Verwendung eines Zustandsreglers im Vergleich zu einem Proportionalregler.

Parameter	Einheit	Wert
J_{Motor}	kgm^2	0.000513
J_{Last}	kgm^2	0.0027
c	Nm/rad	82.7
d	Nms/rad	0.0073
Q_{11}	-	0.01
Q_{22}	-	0.01
Q_{33}	-	0.01
Q_{44}	-	0.1
R_{11}	-	10
k_v	-	4.5
k_p	-	93
λ_s	-	0.56
λ_p	-	0.49

Tabelle 4.4: Tuning-Parameter zur Regelung des 2-Massen-Systems.

4.6.6 Algorithmus

Die Ergebnisse aus den vorigen Abschnitten motivieren dazu, den folgenden (semi-)automatischen Tuning-Algorithmus zur Regelung von Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen vorzuschlagen:

- Ausführen des einfachen Tuning-Algorithmus nach Abschnitt 4.3 für den Drehzahlregler.
- Bestimmung der physikalischen Parameter nach Abschnitt 3.5.2.
- Parametrierung des Beobachter gemäß Abschnitt 4.6.3.
- Berechnung von T_w gemäß Abschnitt 4.6.5.2 so, dass vergleichbare Drehzahlreglerverstärkung wie durch einfachen Tuning-Algorithmus erzielt wird.
- Parametrierung des Zustandsreglers gemäß Abschnitt 4.6.4.

Falls die dadurch erzielte Dynamik nicht ausreichend ist, kann durch manuelles Nachparametrieren (Verkleinern) von T_w unter Umständen eine Verbesserung erzielt werden.

4.6.7 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen Tuning-Algorithmus für Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen gezeigt. Zu diesem Zweck wird vom mechanischen Aufbau in Anhang B.4 ausgegangen. Nach Abarbeitung der in Abschnitt 4.6.6 genannten Schritte ergeben sich die Parameter, wie in Tabelle 4.4 aufgelistet. Die physikalischen Parameter wurden bereits in Abschnitt 3.5.2.4 bestimmt und sind der Tabelle 3.3 entnommen. Die Tuning-Parameter des Beobachters werden nicht verändert (Standardeinstellung) und sind somit durch (4.64) und (4.65) gegeben. Der Wert des Entwurfparameters für die Wunschdynamik wurde bereits in Abschnitt 4.6.5.2 ermittelt und beträgt $T_w = 0.00135\text{s}$. Daraus resultieren die Werte für die Drehzahl- und Lagereglerverstärkung sowie die Tuning-Parameter des Zustandsregler-“Add-on“. In Abbildung 4.37 ist das Verhalten bei einem Positioniervorgang dargestellt. Die Vergleichskurve wurde mit einer Parametrierung ermittelt, bei der sowohl der Drehzahl- als auch der Lageregler mit dem einfachen Tuning-Algorithmus parametriert wurden ($k_v = 4.5$, $k_p = 220$).

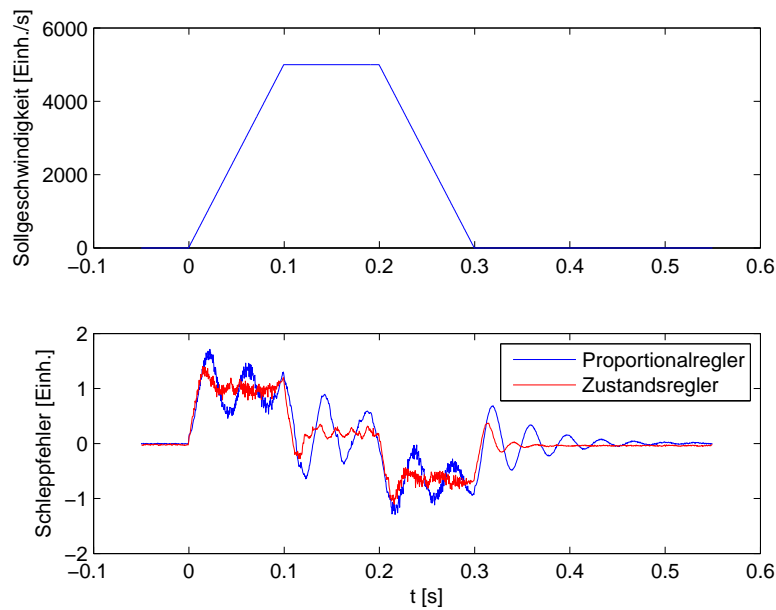


Abbildung 4.37: Sollgeschwindigkeit (oben) und Schleppfehler (unten) bei Verwendung eines Zustandsreglers im Vergleich zu einem Proportionalregler.

4.6.8 Diskussion

Es konnte gezeigt werden, dass unter Einbeziehung lastseitiger Informationen die Schwingneigung eines 2-Massen-Systems deutlich reduziert werden kann. Durch den Einsatz eines Beobachters mit Bias-Schätzung kann die Standard-Kaskade so erweitert werden, dass sich ein Zustandsregelkreis ergibt. Bei der Berechnung der Reglerparameter liegt die Schwierigkeit in der Festlegung einer sinnvollen und mit dem System verträglichen Wunschkennlinie. Mit dem vorgeschlagenen einfachen Algorithmus ist es möglich, dieses Problem zu überwinden. Dabei werden die physikalischen Parameter des 2-Massen-Systems sowie die erzielbare Drehzahlreglerverstärkung bei alleiniger Verwendung des Proportionalanteils berücksichtigt. Bei der Parametrierung des Beobachters hat sich gezeigt, dass die Kenntnis der physikalischen Parameter wesentlich ist. Sind diese ausreichend genau bekannt, kann die Beobachterdynamik mit der Default-Einstellung betrieben werden. Da diese Funktionalität noch nicht Bestandteil des Betriebssystems des Servoverstärkers ist, muss die Realisierung mit einem Funktionsblock durchgeführt werden (Zustandsregler-“Add-on“).

4.7 Tuning für Vorsteuerung

4.7.1 Allgemeines

Wie in Abschnitt 2.2.4 bereits erwähnt, ist es mit Hilfe von Vorsteuerung(en) (Feed-Forward) möglich, das Führungsverhalten deutlich zu verbessern. Das setzt sowohl Modellwissen als auch Wissen über den Sollwertverlauf voraus. Im folgendem Abschnitt wird eine Möglichkeit gezeigt, wie die Vorsteuerparameter ermittelt werden können und welche Verbesserungen durch eine korrekt parametrierte Vorsteuerung erzielbar sind.

4.7.2 Bestehende Vorsteuerung

4.7.2.1 Struktur und Parameter

Ausgangspunkt ist die gegebene Vorsteuerstruktur aus Abschnitt A.4, welche auf einem 1-Massen-System basiert

$$m_{ff}(t) = M_{ff,Last} + K_{ff} v_{soll}(t) + J_{ff} \alpha_{soll}(t) + \begin{cases} M_{ff,Pos} & v_{soll}(t) > 0 \\ -M_{ff,Neg} & v_{soll}(t) < 0 \\ 0 & v_{soll}(t) = 0 \end{cases} \quad (4.75)$$

und sich, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, in die Reglerstruktur eingliedert. Dabei ist v_{soll} die Sollgeschwindigkeit in Hz und $\alpha_{soll}(t) = 2\pi \frac{dv_{soll}(t)}{dt}$ die Winkelbeschleunigung in rad/s^2 . Da als Vorsteuergröße ein Strom erforderlich ist, wird noch folgende Umrechnung durchgeführt:

$$i_{ff}(t) = \frac{\sqrt{2}}{k_T} m_{ff}(t) \quad (4.76)$$

4.7.2.2 Parameterbestimmung

Um die Vorsteuerparameter durch Identifikation bestimmen zu können, muss ein Anregungssignal gefunden werden, welches alle Komponenten in (4.75) ausreichend anregt:

- Beschleunigungs- und Abbremsphasen
- Konstantgeschwindigkeitsphasen in positive und negative Richtung
- Stillstandsphasen

Das Anregungssignal ist in diesem Fall ein Positionsprofil in Form eines Geschwindigkeits-trapez (1/3 Beschleunigungsphase, 1/3 Konstantgeschwindigkeitsphase, 1/3 Abbremsphase), welches am Servoverstärker durch Vorgabe von Bewegungsdistanz, maximale Geschwindigkeit und maximale Beschleunigung online erzeugt wird und dem Lageregler als Sollwert dient. Durch Aufzeichnung der Größen Motormoment $m_k = m(k \cdot T_a)$ und Sollgeschwindigkeit $v_{soll,k} = v_{soll}(k \cdot T_a)$ mit $k = 1, \dots, \tilde{N}$ können durch Lösen des folgenden Least-Squares Problems die Vorsteuerparameter ermittelt werden⁶:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{soll,1} & v_{soll,1} & K_{Pos}(v_{soll,1}) & K_{Neg}(v_{soll,1}) & 1 \\ \alpha_{soll,2} & v_{soll,2} & K_{Pos}(v_{soll,2}) & K_{Neg}(v_{soll,2}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{soll,\tilde{N}-1} & v_{soll,\tilde{N}-1} & K_{Pos}(v_{soll,\tilde{N}-1}) & K_{Neg}(v_{soll,\tilde{N}-1}) & 1 \\ \alpha_{soll,\tilde{N}} & v_{soll,\tilde{N}} & K_{Pos}(v_{soll,\tilde{N}}) & K_{Neg}(v_{soll,\tilde{N}}) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_{ff} \\ K_{ff} \\ M_{ff,Pos} \\ M_{ff,Neg} \\ M_{ff,Last} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{\tilde{N}-1} \\ m_{\tilde{N}} \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

Die Beschleunigungswerte $\alpha_{soll,k}$ werden mit Hilfe des Differenzenquotient aus $v_{soll,k}$ gebildet und die Hilfsfunktionen sind wie folgt definiert:

$$K_{Pos}(v_{soll,k}) = \begin{cases} 1 & v_{soll,k} > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.78)$$

$$K_{Neg}(v_{soll,k}) = \begin{cases} -1 & v_{soll,k} < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.79)$$

⁶Für den Fall, dass kein konstantes Moment auf die Achse einwirkt (keine hängende Achse), wird das Gleichungssystem um die Komponente $M_{ff,Last}$ verkleinert.

Parameter	Einheit	Wert
$M_{ff,Last}$	Nm	0.0
$M_{ff,Pos}$	Nm	0.050646
$M_{ff,Neg}$	Nm	0.036127
K_{ff}	Nms	0.012884
J_{ff}	kgm^2	0.0015523

Tabelle 4.5: Ermittelte Vorsteuerparameter.

4.7.2.3 Algorithmus

Der folgende Algorithmus setzt voraus, dass die Reglerkaskade stabil und ausreichend dynamisch parametrisiert ist. Da zwar in den meisten Fällen das Motorträgheitsmoment bekannt ist, nicht aber das Gesamtmassenträgheitsmoment, muss dieser Umstand berücksichtigt werden. Vom Anwender müssen Daten wie die maximal erlaubte Identifikationsgeschwindigkeit, der maximal erlaubte Weg und der maximal erlaubte Strom während der Identifikationsphase vorgegeben werden. Anschließend wird der Algorithmus in Form folgender Schritte automatisiert abgearbeitet:

1. Ermittlung eines Schätzwertes für das Gesamtmassenträgheitsmoment aus einer Frequenzgangmessung gemäß Abschnitt 3.3.4.1.
2. Berechnung eines Beschleunigungswertes basierend auf Schätzwert und maximal erlaubtem Strom gemäß (3.20).
3. Wahl der Startbeschleunigung deutlich kleiner dem berechneten Beschleunigungswert so, dass Trägheiten, die bei Frequenzgangmessung z.B. aufgrund von Lose nicht „gesehen“ werden, bei der Bewegung aber doch wirken, zu keinem Überstrom führen.
4. Ausführung von Punkt-zu-Punkt-Bewegungen und iterative Vergrößerung der Beschleunigung, bis der Strom den maximal erlaubten Wert erreicht.
5. Berechnung Bewegungsparameter für Geschwindigkeitstrapez (1/3, 1/3, 1/3).
6. Ausführen der Identifikationsbewegung und Aufzeichnung der Größen Moment und Sollgeschwindigkeit.
7. Berechnung der Vorsteuerparameter gemäß (4.77).

Wenn das Geschwindigkeitsprofil ausreichend anregend war, werden sich als Ergebnis des Least-Squares-Problems physikalisch plausible Parameter ergeben.

4.7.2.4 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit des vorgeschlagenen Tuning-Algorithmus zur Autoparametrierung der Vorsteuerung gezeigt. Zu diesem Zweck wird von der Kombination Servoverstärker (Anhang A) und Motor (Anhang B.2) ausgegangen. Da dieser Algorithmus am Servoverstärker implementiert ist, kann er auf Knopfdruck ausgeführt werden. Vorgegebene Parameter sind eine maximale Bewegungsdistanz von 5 Umdrehungen bei einer Identifikationsgeschwindigkeit entsprechend einem Fünftel der Motornennzahl und einem maximal erlaubten Strom gleich dem halben Motornennstrom.

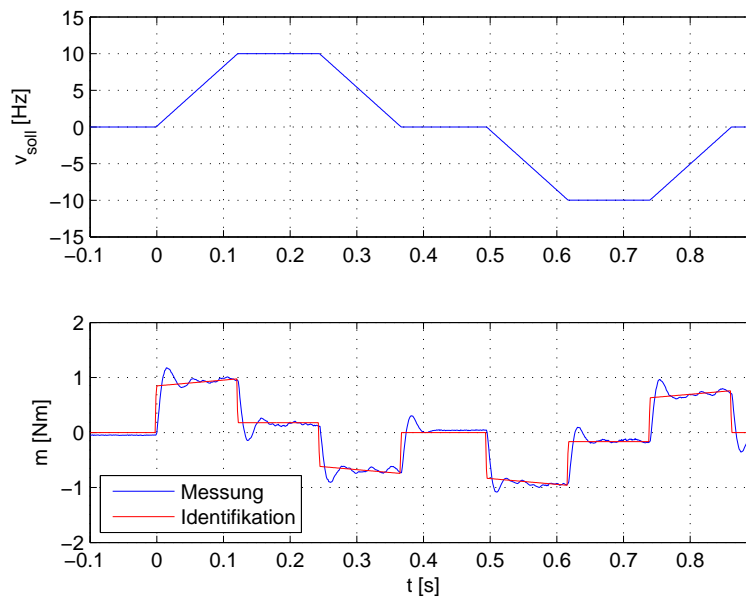


Abbildung 4.38: Verlauf der Sollgeschwindigkeit (oben) und Motormoment sowie identifiziertes Moment (unten).

Ermittelte Parameter Wird die Funktion ausgeführt, ergeben sich die Parameter aus Tabelle 4.5. Das zugehörige Identifikationsergebnis ist aus Abbildung 4.38 ersichtlich. Im Bild oben ist die Sollgeschwindigkeit dargestellt, welche einer Hin- und Rückbewegung entspricht. Im Bild unten ist in Blau das dazu notwendige Motormoment dargestellt und in Rot der identifizierte Momentverlauf als Ergebnis der Least-Squares-Approximation.

Vergleich mit/ohne Vorsteuerung Das Verbesserungspotential durch den Einsatz der Vorsteuerung ist aus Abbildung 4.39 ersichtlich. Es ist daraus erkennbar, dass die Abweichung zwischen Sollposition und Istposition (Schleppfehler) während der Bewegung sehr stark reduziert werden kann.

4.7.2.5 Diskussion

Mit dem vorgestellten Algorithmus ist es möglich, die Parameter der gegebenen Vorsteuerstruktur autoparametrieren zu lassen. Dazu wird unter Einhaltung der vom Anwender vorgegebenen Grenzwerte ein Bewegungsprofil ermittelt, welches ausreichend anregend ist, um die Parameter schätzen zu können. Verglichen mit dem Verhalten ohne Vorsteuerung, kann eine deutliche Reduktion des Schleppfehlers erzielt werden. Untersuchungen haben gezeigt, dass die identifizierte Trägheit jener Parameter ist, welcher zur stärksten Verbesserung beiträgt. Auch für geberlos betriebene Achsen ist es möglich, Vorsteuerparameter zu ermitteln. Allerdings muss in diesem Fall ein hinreichend kleiner Startwert für die Beschleunigung vorgegeben werden, da eine Trägheitsmomentschätzung aus einer Frequenzgangsmessung im Stillstand nicht möglich ist [48].

4.7.3 Erweiterung auf 2-Massen-Systeme

Für Systeme mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen (flexible Systeme) reicht eine 1-Massen-Approximation oft nicht mehr aus und es ist notwendig, die Vorsteuerung auf ein 2-Massen-System zu erweitern. Dazu wird im Folgenden, basierend auf der Idee des flachen Ausgangs, die Vorsteuerstruktur abgeleitet.

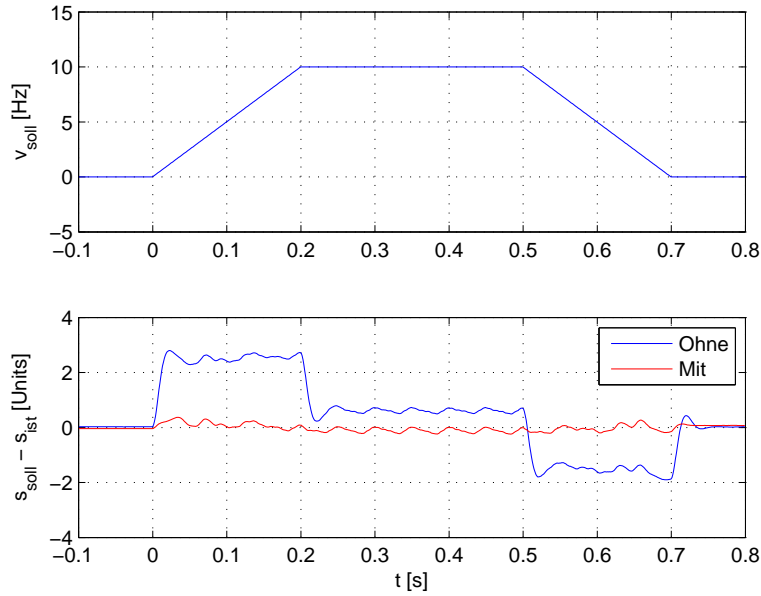


Abbildung 4.39: Verlauf der Sollgeschwindigkeit (oben) und Schleppfehlerverlauf ohne/mit Vorsteuerung (unten).

4.7.3.1 Flacher Ausgang

Die Gleichungen (2.98) und (2.99), welche die Dynamik eines 2-Massen-Systems beschreiben, können in kompakter Form angegeben werden:

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f u_f \quad (4.80)$$

Dabei gilt für die Systemmatrix und den Eingangsvektor:

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_{\text{Motor}}} & -\frac{d}{J_{\text{Motor}}} & \frac{c}{J_{\text{Motor}}} & \frac{d}{J_{\text{Motor}}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_{\text{Last}}} & \frac{d}{J_{\text{Last}}} & -\frac{c}{J_{\text{Last}}} & -\frac{d}{J_{\text{Last}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{\text{Motor}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

sowie für den Zustandsvektor und den Eingang:

$$\mathbf{x}_f = [\varphi_m \quad \omega_m \quad \varphi_l \quad \omega_l]^T \quad (4.82)$$

$$u_f = m \quad (4.83)$$

Die Ausgangsmatrix zu System (4.80) wird so gewählt, dass die für den Vorsteuerungsentwurf maßgeblichen Größen als Ausgänge zur Verfügung stehen. Neben der Last- und Motorposition ist die dem Drehzahlvergleichspunkt zugeführte Summe aus Motordrehzahl und Additivdrehzahl (A.21)⁷:

$$\tilde{n}_m = k_p \lambda_p \frac{\varphi_m - \varphi_l}{2\pi} + \lambda_s \frac{\omega_m - \omega_l}{2\pi} - \frac{\omega_m}{2\pi} \quad (4.84)$$

Mit der Festlegung $\mathbf{y}_f = [s_l \quad s_m \quad \tilde{n}_m]^T$ ergibt sich in kompakter Form:

$$\mathbf{y}_f = \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f \quad (4.85)$$

⁷Für die weitere Ableitung wird auf die Dach-Größen verzichtet.

mit der Ausgangsmatrix:

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2\pi} & 0 \\ \frac{1}{2\pi} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_p \lambda_p}{2\pi} & \frac{\lambda_s - 1}{2\pi} & -\frac{k_p \lambda_p}{2\pi} & -\frac{\lambda_s}{2\pi} \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Der flache Ausgang

$$z_f = \boldsymbol{\lambda}_f^T \mathbf{x}_f \quad (4.87)$$

lässt sich aus der Forderung, dass dieser den relativen Grad $r = n$ besitzen muss, berechnen [49]:

$$0 < r < n \quad : \quad \boldsymbol{\lambda}_f^T \mathbf{A}_f^{r-1} \mathbf{B}_f = 0 \quad (4.88)$$

$$r = n \quad : \quad \boldsymbol{\lambda}_f^T \mathbf{A}_f^{r-1} \mathbf{B}_f = \kappa \neq 0 \quad (4.89)$$

Durch Ausklammern von $\boldsymbol{\lambda}_f^T$ auf der linken Seite ergibt sich die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{P} . Auf der rechten Seite steht der Zeilenvektor \mathbf{e}^T mit dem nicht verschwindenden Element $\kappa \neq 0$:

$$\boldsymbol{\lambda}_f^T \underbrace{[\mathbf{B}_f, \mathbf{A}_f \mathbf{B}_f, \dots, \mathbf{A}_f^{n-1} \mathbf{B}_f]}_{\mathbf{P}} = \underbrace{[0, \dots, 0, \kappa \neq 0]}_{\mathbf{e}^T} \quad (4.90)$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit wird der freie Parameter κ wie folgt gewählt:

$$\kappa = \frac{c}{2\pi J_{Motor} J_{Last}} \quad (4.91)$$

Da die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{P} regulär ist, kann der flache Ausgang mit Hilfe der letzten Zeile der inversen Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{P}^{-1} berechnet werden:

$$\boldsymbol{\lambda}_f^T = \mathbf{e}^T \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d^2}{2\pi J_{Last} c} & 0 & \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{d^2}{J_{Last} c}\right) & -\frac{d}{2\pi c} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

Wird die Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zum flachen Ausgang z_f berechnet:

$$\frac{\mathcal{L}\{z_f\}}{\mathcal{L}\{u_f\}} = G_{u_f \rightarrow z_f}(s) = \frac{1}{s^2 2\pi (J_{Motor} + J_{Last})} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{c(J_{Motor} + J_{Last})}} \quad (4.93)$$

und mit der vom Eingang u_f zur lastseitigen Position $y_{f,1} = s_l$ verglichen:

$$\frac{\mathcal{L}\{y_{f,1}\}}{\mathcal{L}\{u_f\}} = G_{u_f \rightarrow y_{f,1}}(s) = \frac{1}{s^2 2\pi (J_{Motor} + J_{Last})} \cdot \frac{1 + s \frac{d}{c}}{1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{c(J_{Motor} + J_{Last})}} \quad (4.94)$$

ergibt sich:

$$\mathcal{L}\{y_{f,1}\} = \left(1 + s \frac{d}{c}\right) \mathcal{L}\{z_f\} \approx \mathcal{L}\{z_f\} \quad (4.95)$$

D.h. für kleine Werte von $\frac{d}{c}$ entspricht die Lastposition hinreichend gut dem flachen Ausgang.

4.7.3.2 Parametrierung

Für den flachen Ausgang z_f kann eine hinreichend glatte Wunschtrajektorie gefordert werden:

$$\mathcal{L}\{z_f\} \stackrel{!}{=} z_f^*(s) \quad (4.96)$$

Aus dieser Forderung kann nun die Eingangsgröße berechnet werden. Mit der Festlegung

$$\frac{z_f^*(s)}{u_f^*(s)} = \frac{P_f(s)}{Q_f(s)} \quad (4.97)$$

mit

$$\begin{aligned} P_f(s) &= 1 \\ Q_f(s) &= s^2 2\pi(J_{Motor} + J_{Last}) \left(1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{c(J_{Motor} + J_{Last})} \right) \end{aligned} \quad (4.98)$$

ergibt sich:

$$u_f^*(s) = Q_f(s) z_f^*(s) \quad (4.99)$$

Würde diese Eingangsgröße aufgeschaltet, wird das System nur dann ungestört der Trajektorie folgen, wenn die Sollwerte für den Drehzahl- und Lageregelkreis auch entsprechend vorgesteuert werden.

Erweiterte Kaskade Zu diesem Zweck wird die Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zur Summe aus Motordrehzahl und Additivdrehzahl $y_{f,3}$

$$\frac{\mathcal{L}\{y_{f,3}\}}{\mathcal{L}\{u_f\}} = G_{u_f \rightarrow y_{f,3}}(s) = \frac{1}{s^2 2\pi(J_{Motor} + J_{Last})} \cdot \frac{1 + s \left(\frac{d}{c} - \lambda_p k_p \frac{J_{Last}}{c} \right) + s^2 \frac{J_{Last}}{c} (1 - \lambda_s)}{1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{c(J_{Motor} + J_{Last})}} \quad (4.100)$$

und vom Eingang u_f zur Motorposition $y_{f,2}$

$$\frac{\mathcal{L}\{y_{f,2}\}}{\mathcal{L}\{u_f\}} = G_{u_f \rightarrow y_{f,2}}(s) = \frac{1}{s^2 2\pi(J_{Motor} + J_{Last})} \cdot \frac{1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Last}}{c}}{1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Motor} J_{Last}}{c(J_{Motor} + J_{Last})}} \quad (4.101)$$

berechnet. Daraus können nun die entsprechenden Vorsteuergrößen angegeben werden:

$$\begin{aligned} y_{f,2}^*(s) &= G_{u_f \rightarrow y_{f,2}}(s) u_f^*(s) = G_{u_f \rightarrow y_{f,2}}(s) Q_f(s) z_f^*(s) = S_f(s) z_f^*(s) \\ y_{f,3}^*(s) &= G_{u_f \rightarrow y_{f,3}}(s) u_f^*(s) = G_{u_f \rightarrow y_{f,3}}(s) Q_f(s) z_f^*(s) = R_f(s) z_f^*(s) \end{aligned}$$

mit

$$S_f(s) = 1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Last}}{c} \quad (4.102)$$

$$R_f(s) = \left(1 + s \left(\frac{d}{c} - \lambda_p k_p \frac{J_{Last}}{c} \right) + s^2 \frac{J_{Last}}{c} (1 - \lambda_s) \right) s \quad (4.103)$$

Standard-Kaskade In diesem Fall ist die dem Drehzahlvergleichspunkt zugeführte Größe (4.84) die Motordrehzahl alleine ($\lambda_s = 0$, $\lambda_p = 0$). Die Vorsteuerung ergibt sich als Sonderfall aus (4.103) durch Nullsetzen der Mischfaktoren zu:

$$R_f(s) = \left(1 + s \frac{d}{c} + s^2 \frac{J_{Last}}{c} \right) s \quad (4.104)$$

Die Vorsteuerungsfunktionen (4.98) und (4.102) bleiben unverändert.

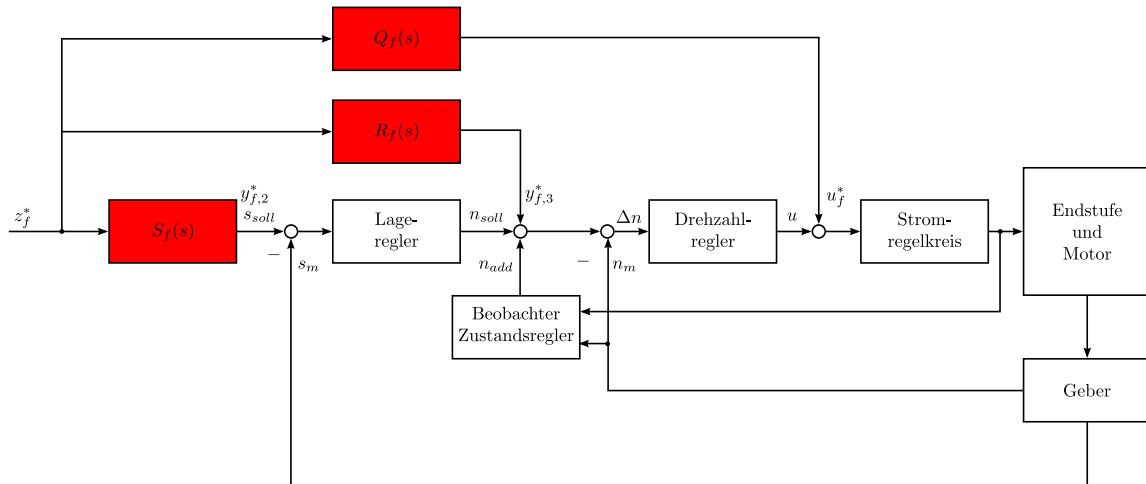


Abbildung 4.40: Erweiterung der Struktur zur Regelung von Systemen mit tief liegenden Eigenfrequenzen um entsprechende Vorsteuerungen.

4.7.3.3 Struktur

In Abbildung 4.40 ist die Gesamtstruktur zur Regelung von Systemen mit tief liegenden Eigenfrequenzen dargestellt. Der Feedback-Teil besteht aus der Standard-Reglerkaskade, erweitert um das Zustandsregler-„Add-on“ zur Regelung eines 2-Massen-Systems. Der Feed-Forward-Teil besteht aus einer Moment-, Drehzahl- und Lagesollwertvorsteuerung.

Die Momentvorsteuerung (4.98) besitzt ein konjugiert komplexes Nullstellenpaar bei der Frequenz (2.112) und würde jene spektralen Komponenten des Sollwertprofils herausfiltern, welche die Resonanz anregen. Wird im Hinblick auf die Differentiationsklasse C^n des Sollwertprofils folgende Vereinfachung durchgeführt

$$G_{ff,m}(s) = s^2 2\pi(J_{Motor} + J_{Last}) \approx Q_f(s), \quad (4.105)$$

reduziert sich die Forderung nach stetiger Differenzierbarkeit und entspricht der Vorsteuerung für ein 1-Massen-System, welche standardmäßig im Betriebssystem vorhanden ist. Für die Dämpfung der jetzt möglicherweise angeregten Resonanz sorgt der Drehzahlregler. Aufgrund der ausreichend großen Phasenreserve bei Systemen mit tief liegenden Eigenfrequenzen ist schon ein Proportionalanteil ausreichend.

Die Drehzahlvorsteuerung (4.103) sowie die Lagesollwertvorsteuerung (4.102) sind in dieser Form nicht Bestandteil des Betriebssystems und müssen daher durch ein „Add-on“ realisiert werden. Für geringen Implementierungsaufwand wird die Lagesollwertvorsteuerung in eine äquivalente Drehzahlvorsteuerung umgerechnet. Voraussetzung dafür ist, dass der Lage-regler als Proportionalregler mit der Verstärkung k_p betrieben wird. Aus Abbildung 4.40 kann für den Drehzahlfehler Δn in Abhängigkeit der Wunschtrajektorie z_f^* angeschrieben werden:

$$\Delta n(s) = k_p S_f(s) z_f^*(s) + R_f(s) z_f^*(s) \quad (4.106)$$

Durch geschicktes Umformen ergibt sich

$$\Delta n(s) = \underbrace{(k_p + s)}_{\text{Standard}} z_f^*(s) + \underbrace{G_{ff,n}(s)}_{\text{Erweiterung}} s z_f^*(s) \quad (4.107)$$

mit der Drehzahlvorsteuerfunktion

$$G_{ff,n}(s) = k_p \frac{S_f(s) - 1}{s} + \frac{R_f(s)}{s} - 1 \quad (4.108)$$

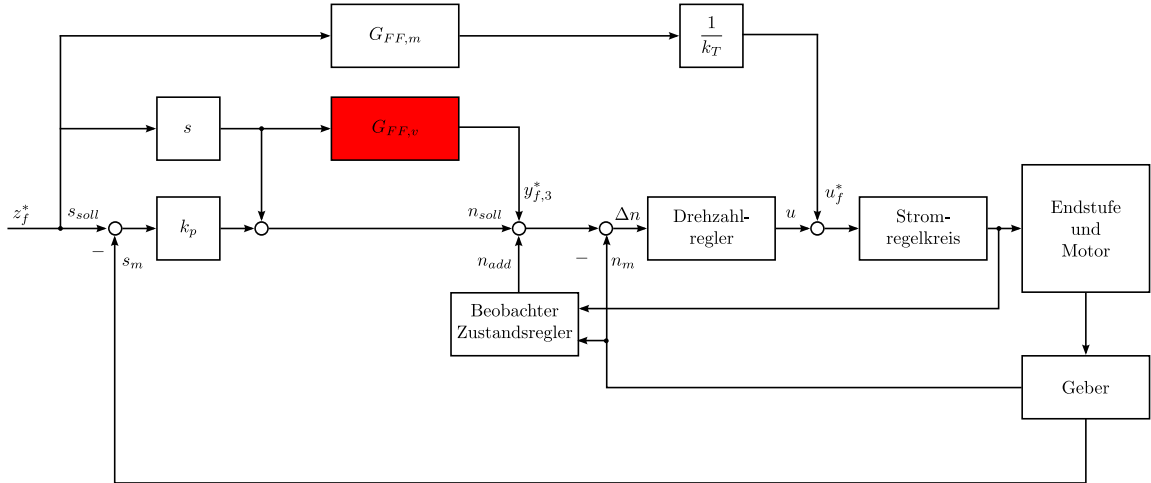


Abbildung 4.41: Implementierungsstruktur zur Regelung von Systemen mit tief liegenden Eigenfrequenzen.

Die sich dadurch ergebende Struktur ist in Abbildung 4.41 dargestellt⁸. In Kombination mit der standardmäßigen Drehzahlvorsteuerung wird durch eine Erweiterung (Vorsteuer-„Add-on“) die gewünschte Funktionalität erzielt.

4.7.3.4 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Funktionstüchtigkeit der flachheitsbasierten Vorsteuerung für Achsen mit tief liegenden Eigenfrequenzen gezeigt. Zu diesem Zweck wird von der Konfiguration aus Abschnitt 4.6.7 ausgegangen. Zur Implementierung von (4.108) wird eine zeitdiskrete Approximation verwendet:

$$G_{ff,n}(z) = G_{ff,n}(s)|_{s=\frac{z-1}{T_a z}} \quad (4.109)$$

Durch Erweiterung um einen Doppelpol bei $z = 0$ aus Kausalitätsgründen ergibt sich das (FIR)-System:

$$G_{ff,n}(z) = \frac{b_2 z^2 - b_1 z + b_0}{z^2} \quad (4.110)$$

mit den Koeffizienten:

$$b_2 = k_p \frac{d}{c} + \frac{\frac{d}{c} - \lambda_p k_p \frac{J_{Last}}{c} + k_p \frac{J_{Last}}{c}}{T_a} + \frac{J_{Last}(1 - \lambda_s)}{T_a^2} \quad (4.111)$$

$$b_1 = \frac{\frac{d}{c} - \lambda_p k_p \frac{J_{Last}}{c} + k_p \frac{J_{Last}}{c}}{T_a} + 2 \frac{J_{Last}(1 - \lambda_s)}{T_a^2} \quad (4.112)$$

$$b_0 = \frac{J_{Last}(1 - \lambda_s)}{T_a^2} \quad (4.113)$$

Dieses System wird durch einen Funktionsblock „Allgemeines dynamisches System“ (siehe Abschnitt A.5.2.1) realisiert. Mit den physikalischen Parametern, den Reglerparametern der Kaskade und den Parametern des Beobachter-Zustandsreglers aus Tabelle 4.4 ergeben sich für eine Abtastzeit von $T_a = 0.0004s$ die Parameter aus Tabelle 4.6⁹. Für ein C^3 -stetiges Bewegungsprofil ist in Abbildung 4.42 das dynamische Verhalten für eine Punkt

⁸Zur Umrechnung in einen Strom wird der Momentvorsteuerwert mit der Momentkonstante k_T skaliert.

⁹Hier wird ein Umrechnungsfaktor miteingerechnet, welcher den Maßstab von 1000 Einheiten pro Umdrehung berücksichtigt.

Parameter	Bezeichnung	Wert
DYNSYS_PAR_A[0]	$A(0,0)$	0.0
DYNSYS_PAR_A[1]	$A(0,1)$	0.0
DYNSYS_PAR_A[2]	$A(1,0)$	1.0
DYNSYS_PAR_A[3]	$A(1,1)$	0.0
DYNSYS_PAR_B[0]	$B(0,0)$	0.5
DYNSYS_PAR_B[1]	$B(1,0)$	0.0
DYNSYS_PAR_C[0]	$C(0,0)$	-0.3737
DYNSYS_PAR_C[1]	$C(0,1)$	0.1827
DYNSYS_PAR_D[0]	$D(0,0)$	0.09549

Tabelle 4.6: Parameter für die flachheitsbasierte Vorsteuerung, realisiert mit Funktionsblock.

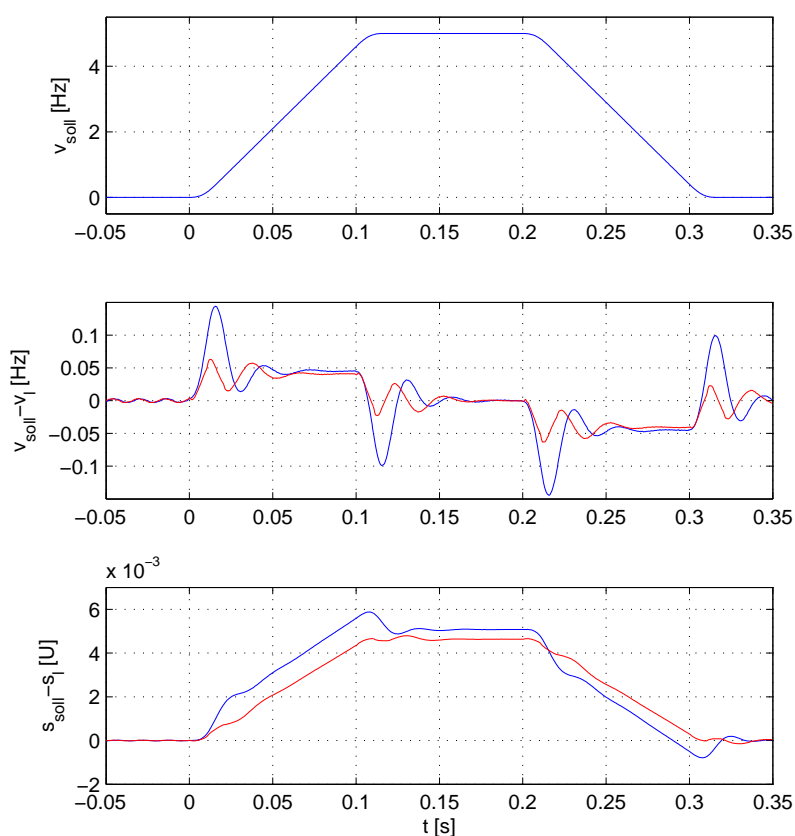


Abbildung 4.42: Vergleich des lastseitigen Drehzahl- und Positionsfehlers bei Verwendung des Zustandsregler-“Add-on“ (blau) und bei Erweiterung um Vorsteuerungs-“Add-on“ (rot).

zu Punkt Positionierung ersichtlich. Im Bild oben ist die Sollgeschwindigkeit dargestellt. Aus dem Bild in der Mitte ist eine deutliche Reduktion des Überschwingens der lastseitigen Drehzahl erkennbar, was sich in einem besseren Folgeverhalten der Lastposition im Bild unten äußert. Die bleibende lastseitige Drehzahlabweichung in der Beschleunigungs- und Abbremsphase ist auf die Totzeiten im System zurückzuführen.

4.7.3.5 Diskussion

Mit dem vorgestellten Konzept zur Vorsteuerung von 2-Massen-Systemen, basierend auf der Idee des flachen Ausgangs, kann eine deutliche Reduktion der lastseitigen Positionsabweichung erreicht werden. Die Vorsteuerung kann sowohl für die Standard-Kaskade als auch in Kombination mit dem Beobachter-Zustandsregler verwendet werden. Als Vorteil kann die einfache Parametrierung genannt werden. Die dafür notwendigen Größen gehen aus dem Entwurf des Beobachter-Zustandsreglers hervor. Als Nachteil kann genannt werden, dass höhere Anforderungen an die „Glattheit“ der Referenztrajektorie gestellt werden müssen. Da diese Funktionalität noch nicht Bestandteil des Betriebssystems des Servoverstärkers ist, muss die Realisierung mit einem Funktionsblock durchgeführt werden (Vosteuer-„Addon“).

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Konzept zur *Automatisierten Inbetriebnahme von Servoantriebsachsen* entwickelt. Der Fokus liegt dabei auf der Ermittlung einer brauchbaren Reglerparametrierung für ein breites Spektrum an mechanischen Konfigurationen. Eine wichtige Grundvoraussetzung für diese Arbeit ist die ausschließliche Verwendung der bestehenden Reglerstruktur mit Ausnahme zuschaltbarer, zum Betriebssystem gehörender Funktionsblöcke („Add-ons“), mit denen dynamische Systeme implementiert werden können. Es wird in Kauf genommen, dass die gefundene Einstellung eher auf der konservativen Seite liegt.

Wesentlich für diese Arbeit ist der gemessene Frequenzgang, der als Grundlage für alle weiteren Schritte dient. Zu dessen Identifikation hat sich das PRBS als sehr brauchbares Anregungssignal erwiesen, da bei geeigneter Parametrierung die Anregung im interessanten Frequenzbereich gleichmäßig ist und zugleich die Messdauer sehr kurz gehalten werden kann. Es hat sich gezeigt, dass bei Einhaltung bestimmter Voraussetzungen mit geringen Ressourcen (Speicherbedarf, Rechenleistung, Float-Numerik...) auch auf einem eingebetteten System ein, hinsichtlich Rauschen, „sauberer“ Frequenzgang identifiziert werden kann. Und dies nicht nur für frei drehbare Achsen, sondern auch für Achsen, auf die ein konstantes Lastmoment aufgrund der Gravitation wirkt (hängende Achsen) oder welche über keinen Geber verfügen (geberlos betriebene Achsen).

Auf Grundlage dieser Frequenzgangsmessung, welche ein nichtparametrisches Modell liefert, kann die zu regelnde Strecke kategorisiert werden. Dabei hat sich eine Einteilung in starres, steifes und flexibles System als sinnvoll erwiesen. Als Kriterium dafür wird die Lage der Eigenfrequenzen in Bezug zur Phasendurchtrittsfrequenz der Strecke herangezogen.

Für den Fall des starren Systems wird ein einfacher Tuning-Algorithmus vorgestellt, welcher prinzipiell auf Parametrierung eines Sperrfilters und dazu passender Proportionalverstärkung beruht. Diese Tuning-Funktionalität wurde vollständig am Servoverstärker implementiert und kann ohne viel Zutun des Anwenders ausgeführt werden („Parametrierung auf Knopfdruck“). Prinzipiell kann diese Funktionalität auch für Strecken, welche nicht zu dieser Kategorie gehören, angewendet werden. Allerdings kann dies zu einem nicht zufriedenstellenden Verhalten führen.

Aus diesem Grund wird für die Fälle steifes bzw. flexibles System eine Tuning-Funktionalität entwickelt, welche auf modellbasierten Reglerentwurfverfahren fußt. Die dazu notwendigen Modelle können direkt aus dem Frequenzgang bzw. aus den Rohdaten zur Frequenzgangsberechnung ermittelt werden. Im Hinblick auf einfache Implementierung und Automatisierung werden solche Identifikationsalgorithmen gewählt, welche sich durch wenige Eingabeparameter auszeichnen.

Im Falle des steifen Systems wird ein Ansatz mit Hilfe der H_∞ -Methodik, basierend auf einem datenbasierten Modell, gewählt. Das Entwurfsmodell und die Gewichtungsfunktionen ergeben sich aus der Approximation des Modells hoher Ordnung durch ein einfaches

Modell mit entsprechender Gewichtungsfunktion für die Modellunsicherheit sowie einer Gewichtung der Sensitivität. Letztere wird iterativ so lange zu höheren Frequenzen hin verschoben, so lange ein vorgegebenes Gütekriterium erfüllt ist. Das Ergebnis ist für diese Kategorie von Mechaniken ein Regler, der sich gegenüber dem Ergebnis des einfachen Tuning-Algorithmus durch höhere Robustheit auszeichnet. Dieser Algorithmus steht dem Anwender in Kombination mit einer grafischen Benutzeroberfläche als Werkzeug zur Verfügung. Die so ermittelten Reglerparameter können dann auf den Antrieb übertragen werden. Für den Fall des flexiblen Systems wird durch den Einsatz eines Beobachters die Kaskade so erweitert, dass sich ein Zustandsregelkreis ergibt. Mit dem für diesen Fall vorgeschlagenen Algorithmus werden die für den Beobachter erforderlichen physikalischen Parameter eines 2-Massen-Systems mit Hilfe einer Betragskennlinienanpassung in Form eines nichtlinearen Minimierungsproblems ermittelt. Weiters wird die Wunschkennlinie des geschlossenen Kreises automatisch so festgelegt, dass diese mit der Mechanik „verträglich“ ist. Unter der Voraussetzung, dass sich die Regelstrecke hinreichend gut als 2-Massen-System beschreiben lässt, kann mit Hilfe dieses Regelkonzepts die Schwingneigung eines flexiblen Systems deutlich reduziert werden. Während die Identifikation bereits am Servoverstärker implementiert wurde, steht der Algorithmus zur Berechnung der Reglerparameter noch als Matlab-Skript zur Verfügung.

Weiterer Bestandteil dieser Arbeit ist die Autoparametrierung von geberlos betriebenen Achsen. Wesentlich bei dieser Ausprägung einer Servoantriebsachse ist die Notwendigkeit der Identifikation der Regelstrecke bei Drehzahl, da der vom Servoverstärker eingesetzte Positionsbeobachter im Stillstand keine brauchbaren Signale liefert. Durch geringfügige Anpassungen kann auch in diesem Fall der einfache Tuning-Algorithmus eingesetzt werden und steht dem Anwender als Betriebssystemfunktionalität zur Verfügung.

Schlussendlich werden noch Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Parameter der Vorsteuerung, welche zu einem deutlich verbesserten Führungsverhalten führen, automatisiert ermittelt werden können. Dies für den Fall eines starren/steifen Systems, welches mit der bestehenden Struktur realisiert werden kann, als auch für den Fall eines flexiblen Systems, welches nur durch Erweiterung um ein „Add-on“ umsetzbar ist.

Als Ergebnis dieser Arbeit kann ein Grundgerüst zur Autoparametrierung von Servoantriebsachsen genannt werden. Wesentlich ist dabei, dass typische Ausprägungen im industriellen Umfeld, wie hängende Achsen und geberlose betriebene Achsen, ebenfalls behandelt werden können. Der große Vorteil dieses Konzepts liegt für den Anwender in der Einfachheit der Bedienung. Die in der Einleitung gesteckten Ziele und aufgeworfenen Fragen konnten erreicht und beantwortet werden. Darüberhinaus hat sich das Konzept aufgrund der bereits weiten Verbreitung im Feld als sehr brauchbar erwiesen.

Anhang A

Servoverstärker

A.1 Technische Daten

Der verwendete Servoverstärker aus Abbildung A.1 ist vom Typ ACOPOS 8V1022.00-2¹



Abbildung A.1: Foto des verwendeten Servoverstärkers.

und besitzt die technischen Daten aus Tabelle A.1:

¹Firma Bernecker&Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H., www.br-automation.com

Parameter	Einheit	Wert
Nominale Schaltfrequenz	kHz	20
Mögliche Schaltfrequenzen	kHz	5/10/20
Nennspannung	VAC	3x400
Nennstrom	A	2.2
Spitzenstrom	A	14.0
Netzfrequenz	Hz	50/60
Spitzenleistung Bremswiderstand	W	3500.0
Dauerleistung Bremswiderstand	W	130.0

Tabelle A.1: Technische Daten des verwendeten Servoverstärkers.

A.2 PI-Regler

Die PI-Regler mit den Parametern Proportionalverstärkung k_v und Integrator-Nachstellzeit t_n besitzen folgende z-Übertragungsfunktion:

$$G_{\text{PI}}(z) = k_v \left(1 + \frac{T_a}{t_n} \frac{z}{z-1} \right)$$

Die Abtastzeit T_a beträgt beim Lageregler $T_a = 0.0004\text{s}$ und beim Drehzahlregler $T_a = 0.0002\text{s}$.

A.3 Filter

Im Folgenden eine Beschreibung der am Servoverstärker verfügbaren Filter. Der stützpunktweise Frequenzgang eines Filters ergibt sich an der Stelle f_i durch die Berechnung mit $z = e^{j2\pi f_i T_a}$ und der Abtastzeit $T_a = 0.0002\text{s}$.

A.3.1 Drehzahlfilter

Das Drehzahlfilter mit der Filterzeitkonstanten T_{Filter} entspricht einem PT1-Glied, welches eine Phasenkorrektur für höhere Frequenzen besitzt. Die z-Übertragungsfunktion ist gegeben durch

$$G_{\text{Filter}}(z) = \frac{f_1 z}{z - f_2}$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{T_a}{T_{\text{Filter}}} \\ f_2 &= 1 - f_1 \end{aligned}$$

A.3.2 Sollstromfilter

Das Sollstromfilter besteht aus einer Serienschaltung von 3 zeitdiskreten Filtern 2. Ordnung. Modusabhängig kann jedes dieser Filter wie folgt parametrisiert werden.

A.3.2.1 Tiefpass

Das Tiefpassfilter 2. Ordnung mit dem Parameter -6dB -Grenzfrequenz f_g besitzt folgende z-Übertragungsfunktion:

$$G_{\text{Tiefpass}}(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

Die Filterkoeffizienten errechnen sich zu:

$$\begin{aligned} a_0 &= \exp(-2\omega_0 T_a) \\ a_1 &= -2 \exp(-\omega_0 T_a) \\ b_0 &= 0 \\ b_1 &= 0 \\ b_2 &= 1 + a_0 + a_1 \end{aligned}$$

Parameter	Bezeichnung	Einheit
FFCTRL_TORQUE_LOAD	$M_{FF,Last}$	Nm
FFCTRL_TORQUE_POS	$M_{FF,Pos}$	Nm
FFCTRL_TORQUE_NEG	$M_{FF,Neg}$	Nm
FFCTRL_KV_TORQUE	K_{FF}	Nms
FFCTRL_INERTIA	J_{FF}	kgm^2

Tabelle A.2: Parameter zur Konfiguration der Vorsteuerung.

A.3.2.2 Sperrfilter (Notch)

Das Sperrfilter mit den Parametern Mittenfrequenz (Sperrfrequenz) f_N und -3dB -Bandbreite b_N besitzt die folgende z -Übertragungsfunktion:

$$G_{\text{Notch}}(z) = dc \cdot \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

Die Filterkoeffizienten errechnen sich zu:

$$\begin{aligned} b_2 &= 1 \\ b_1 &= -2 \cos(\omega_N T_a) \\ b_0 &= 1 \\ a_1 &= \begin{cases} -\left(\exp(\omega_N T_a \sqrt{d^2 - 1}) + \exp(-\omega_N T_a \sqrt{d^2 - 1})\right) \exp(-d \omega_N T_a) & 1 - d^2 < 0 \\ -2 \cos(\omega_N T_a \sqrt{1 - d^2}) \exp(-d \omega_N T_a) & \text{sonst} \end{cases} \\ a_0 &= \exp(-2d \omega_N T_a) \\ dc &= \frac{1 + a_1 + a_0}{1 + b_1 + b_0} \end{aligned}$$

wobei folgende Hilfsgrößen verwendet werden:

$$\begin{aligned} \omega_N &= 2\pi f_N \\ d_N &= \frac{1}{2} \left(\frac{f_N + \frac{b_N}{2}}{f_N} - \frac{f_N}{f_N + \frac{b_N}{2}} \right) \end{aligned}$$

A.4 Vorsteuerungen

Die Vorsteuerungen sind am Servoverstärker, wie in Abbildung A.2 dargestellt, realisiert. Zur Aktivierung muss der Reglermodus „ncPOSITION+ncFF“ gewählt und die Parameter aus Tabelle A.2 entsprechend konfiguriert werden.

A.5 Funktionsblock „Allgemeines dynamisches System“

Mit Hilfe eines zuschaltbaren Funktionsblocks („Add-on“) kann die Standard-Reglerkaskade dahingehend erweitert werden, dass das dynamische Verhalten bei flexiblen Mechaniken deutlich verbessert werden kann. Dieser Funktionsblock läuft im $400\mu\text{s}$ Zeitraster.

A.5.1 Struktur

Die Struktur dieses Funktionsblocks ist aus Abbildung A.3 ersichtlich [50]. Die Eingänge DYN SYS_IN_x_PARID können auf beliebige Größen im Servoverstärker verschaltet werden. Die Ausgänge können über DYN SYS_OUT_x_VALUE abgegriffen werden und bei

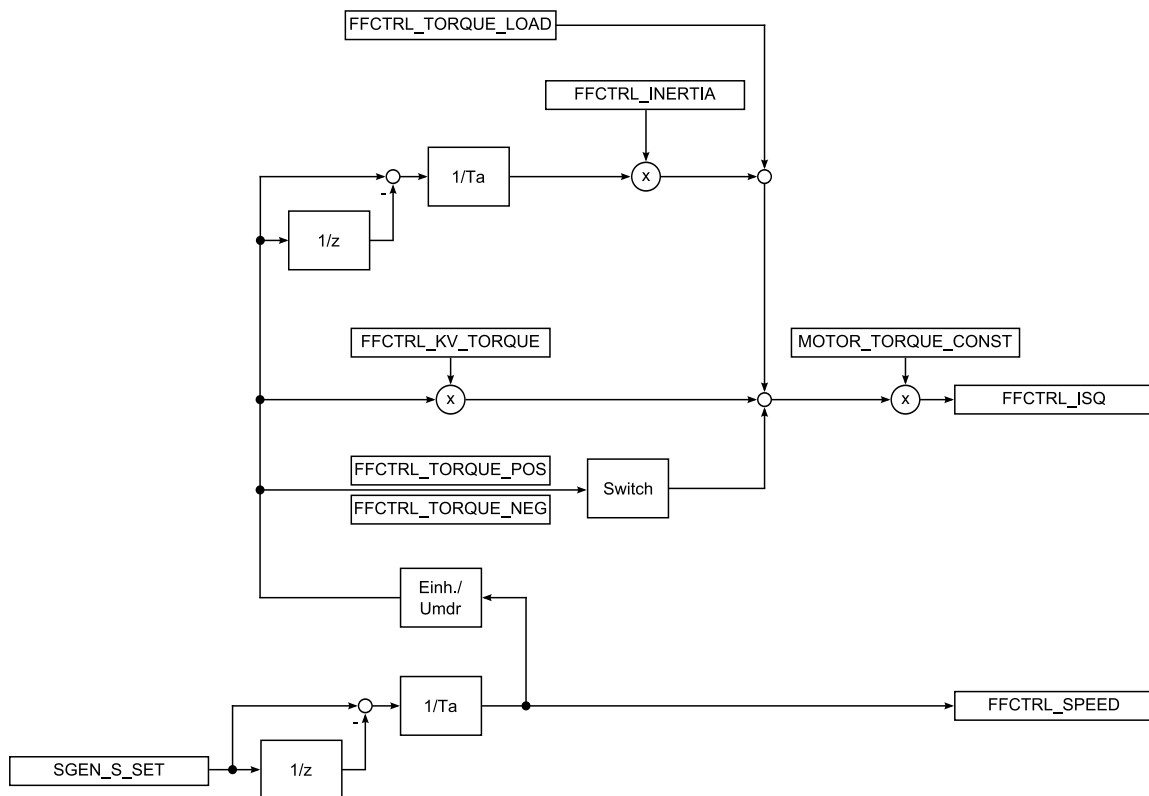


Abbildung A.2: Gegebene Vorsteuerstruktur. Eingangsgröße ist die Sollposition, Ausgangsgrößen sind die Drehzahlvorsteuerung und die Moment- bzw. Stromvorsteuerung.

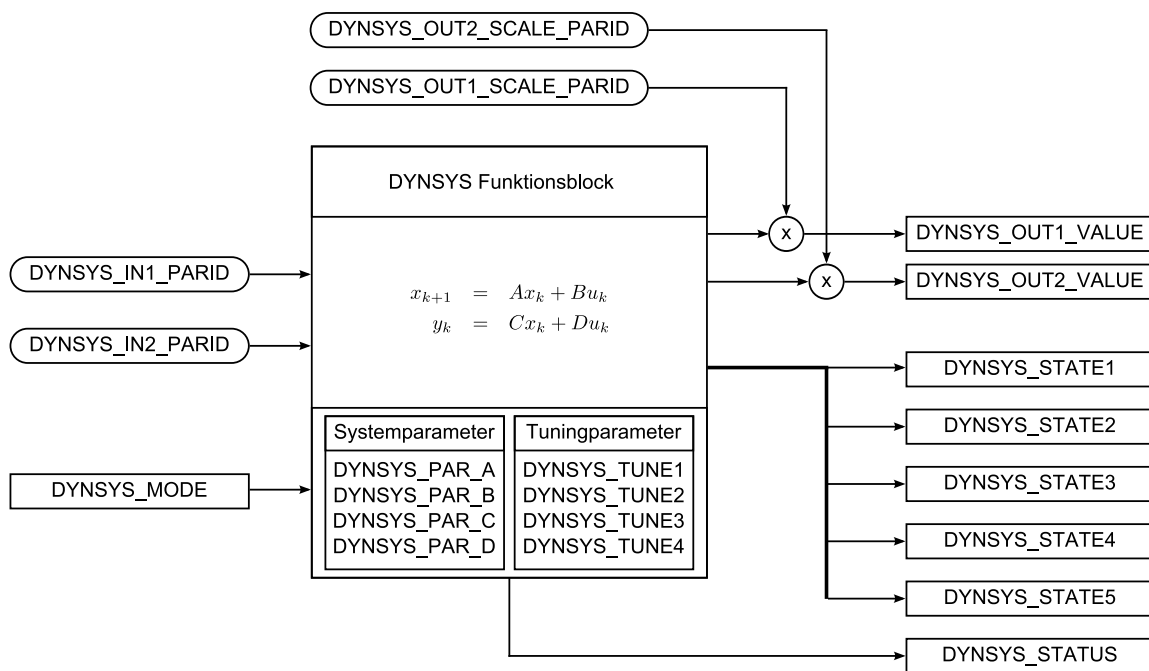


Abbildung A.3: Struktur des Funktionsblocks „Allgemeines dynamisches System“.

Parameter	Bezeichnung	Einheit
DYNSYS_PAR_A[x]	Elemente von \mathbf{A}_d	-
DYNSYS_PAR_B[x]	Elemente von \mathbf{B}_d	-
DYNSYS_PAR_C[x]	Elemente von \mathbf{C}_d	-
DYNSYS_PAR_D[x]	Elemente von \mathbf{D}_d	-

Tabelle A.3: Systemparameter zur Konfiguration des zeitdiskreten dynamischen Systems.

Bedarf über DYNSYS_OUTx_SCALE_PARID skaliert werden. Weiters kann auf die Systemzustände DYNSYS_STATEx zugegriffen werden. Es kann maximal ein System 5. Ordnung parametrisiert werden, wobei die Zahl der Ein- und Ausgänge auf 2 beschränkt ist. Über DYNSYS_STATUS lässt sich der Status des Funktionsblocks (initialisieren, aktiv, ...) auslesen. Mit dem Parameter DYNSYS_MODE wird der Funktionsmodus definiert. Je nach Modus werden die Systemparameter DYNSYS_PAR_X und die Tuningparameter DYNSYS_TUNEx unterschiedlich interpretiert. Folgende Hauptmodi sind möglich:

- Zeitdiskretes dynamisches System
- Zeitkontinuierliches dynamisches System, welches als zeitdiskretes System ausgeführt wird
- Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem mit Lastmoment, welches als zeitdiskretes System ausgeführt wird
- Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem mit eingangsseitigem Lastmoment, welches als zeit-diskretes System ausgeführt wird
- Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem ohne Zusatzmoment, welches als zeitdiskretes System ausgeführt wird

Zusätzlich kann über den Beobachtermodus die Konfiguration des Zustandsbeobachterentwurfs festgelegt werden:

- Zustandsbeobachter ohne Biasschätzung
- Zustandsbeobachter mit Biasschätzung

Mit Hilfe des Ausgangsmodus kann für gewisse Kombinationen aus Haupt- und Beobachtermodus der Systemausgang DYNSYS_OUTx_VALUE konfiguriert werden.

A.5.2 Hauptmodus

In dieser Arbeit werden folgende zwei Hauptmodi verwendet.

A.5.2.1 Zeitdiskretes dynamisches System

In diesem Fall wird das parametrisierte System als zeitdiskretes System mit der Abtastzeit von $T_a = 400\mu\text{s}$ interpretiert und werden daraus die Differenzgleichungen berechnet.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{D}_d \mathbf{u}_k \quad (\text{A.2})$$

Mit Hilfe der Systemparameter aus Tabelle A.3 kann das zeitdiskrete dynamische System konfiguriert werden, wobei die maximale Ordnung mit 5 festgelegt ist.

Parameter	Bezeichnung	Einheit
DYNSYS_PAR_A[0]	c	Nm/rad
DYNSYS_PAR_A[1]	d	Nm/rad/s
DYNSYS_PAR_A[2]	J_{Motor}	kgm ²
DYNSYS_PAR_A[3]	J_{Last}	kgm ²

Tabelle A.4: Systemparameter zur Konfiguration des 2-Massen-Systems.

A.5.2.2 Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem

In diesem Fall wird das parametrisierte System als physikalisches 2-Massen-Schwingsystem interpretiert

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 m_{in}(t) - \mathbf{B}_2 m_{add}(t) \quad (\text{A.3})$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (\text{A.4})$$

wobei der Zustandsvektor mit $\mathbf{x} = [\Delta\varphi \ \omega_l \ \omega_m]^T$ festgelegt ist. Je nach Angriffsort des Lastmoments wird wie folgt unterschieden, wobei die Systemmatrix \mathbf{A} und Ausgangsmatrix \mathbf{C} unabhängig davon gegeben sind durch:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \frac{c}{J_{Last}} & -\frac{d}{J_{Last}} & \frac{d}{J_{Last}} \\ -\frac{c}{J_{Motor}} & \frac{d}{J_{Motor}} & -\frac{d}{J_{Motor}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2\pi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem mit Lastmoment Für die Eingangsmatrizen gilt:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{Last}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Physikalisches 2-Massen-Schwingsystem mit eingangsseitigem Lastmoment

Für die Eingangsmatrizen gilt:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{Motor}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Mit Hilfe der Systemparameter aus Tabelle A.4 kann das 2-Massen-System konfiguriert werden.

A.5.3 Beobachtermodus

Die Modelle aus vorigem Abschnitt sind dadurch gekennzeichnet, dass eine unbekannte Eingangsgröße m_{add} vorhanden ist. Der Beobachter wird nun so entworfen, dass sowohl der Zustand als auch der unbekannte Eingang geschätzt werden. Dazu wird das diskretisierte System mit den Matrizen

$$\mathbf{A}_d = e^{AT_a}, \quad \mathbf{B}_{1d} = \int_0^{T_a} e^{AT_a} \mathbf{B}_{1d} d\tau, \quad \mathbf{B}_{2d} = \int_0^{T_a} e^{AT_a} \mathbf{B}_{2d} d\tau, \quad \mathbf{C}_d = \mathbf{C} \quad (\text{A.8})$$

so umstrukturiert, dass der unbekannte Eingang als zusätzlicher Zustand berücksichtigt wird:

$$m_{add,k+1} = m_{add,k} \quad (\text{A.9})$$

Parameter	Bezeichnung	Einheit
DYNSYS_TUNE1[0]	Q_{11}	
DYNSYS_TUNE1[1]	Q_{22}	
DYNSYS_TUNE1[2]	Q_{33}	
DYNSYS_TUNE1[3]	Q_{44}	
DYNSYS_TUNE2[0]	R_{11}	

Tabelle A.5: Tuningparameter zur Konfiguration des Beobachters des 2-Massen-Systems.

Das resultierende Gesamtsystem inklusive einem angenommenen Zustands- und Ausgangsrauschen erhält dadurch folgende Gestalt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ m_{add,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_{2d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ m_{add,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1d} \\ 0 \end{bmatrix} m_{in,k} + \mathbf{w}_k \quad (\text{A.10})$$

$$y_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ m_{add,k} \end{bmatrix} + v_k \quad (\text{A.11})$$

Dabei wird für die Kovarianzmatrizen angenommen, dass gilt:

$$\mathbf{Q} = E \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$R = E \{ v_k^2 \} = R_{11} \quad (\text{A.13})$$

Ein zeitdiskreter Zustandsbeobachter für dieses System besitzt die Form:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \hat{m}_{add,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_{2d} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \hat{m}_{add,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1d} \\ 0 \end{bmatrix} m_{in,k} + \mathbf{L}(y_k - \hat{y}_k) \quad (\text{A.14})$$

$$\hat{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \hat{m}_{add,k} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Die Beobacherverstärkung \mathbf{L} wird dabei nach Kalman so bestimmt, dass gilt:

$$E \left\{ \left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \hat{m}_{add,k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ m_{add,k} \end{bmatrix} \right) \left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \\ \hat{m}_{add,k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ m_{add,k} \end{bmatrix} \right)^T \right\} \rightarrow \min \quad (\text{A.16})$$

Mit Hilfe der Tuningparameter aus Tabelle A.5 kann der Beobachter konfiguriert werden.

A.5.4 Ausgangsmodus

Über den Ausgangsmodus wird festgelegt, wie die (geschätzten) Zustände an den Ausgang gegeben werden. Eine für den Anwender anschauliche, wie in Abbildung A.4 dargestellte, Möglichkeit besteht in der Festlegung einer Mischdrehzahl und Mischposition:

$$n_{misch} = (1 - \lambda_s) \frac{\omega_m}{2\pi} + \lambda_s \frac{\omega_l}{2\pi} \quad (\text{A.17})$$

$$s_{misch} = (1 - \lambda_p) \frac{\varphi_m}{2\pi} + \lambda_p \frac{\varphi_l}{2\pi} \quad (\text{A.18})$$

Die Mischfaktoren geben dabei an, zu welchem Teil Motor- bzw. Lastinformation verwendet wird. Der Drehzahlfehler Δv kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\Delta v = k_p \left(s_{soll} - (1 - \lambda_p) \frac{\varphi_m}{2\pi} - \lambda_p \frac{\varphi_l}{2\pi} \right) - (1 - \lambda_s) \frac{\omega_m}{2\pi} - \lambda_s \frac{\omega_l}{2\pi} \quad (\text{A.19})$$

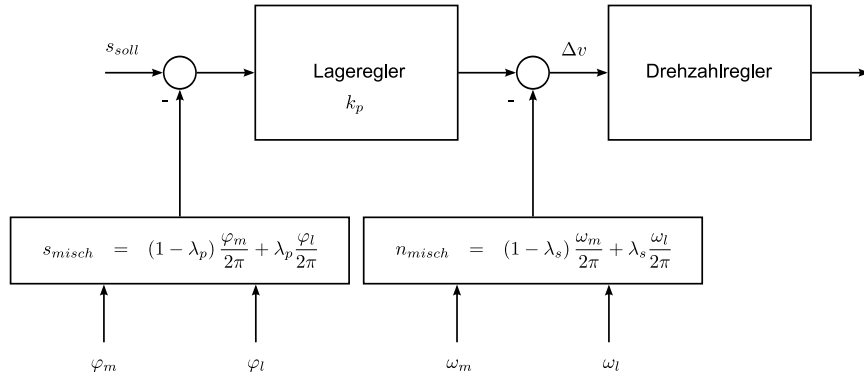


Abbildung A.4: Struktur der Mischregelung.

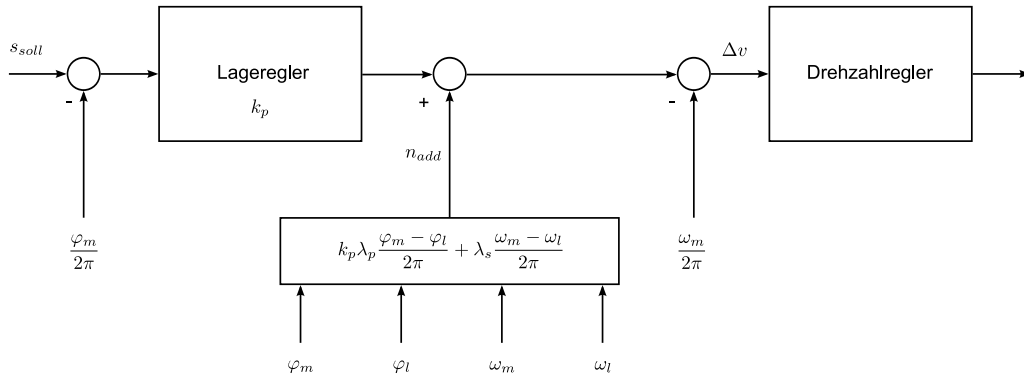


Abbildung A.5: Struktur der Mischregelung ausgeführt als Standardreglerkaskade mit „Add-on“ als additive Solldrehzahl.

Die vorgegebene Reglerkaskade besitzt die Möglichkeit, additiv eine Solldrehzahl einzubringen. Dieser Umstand wird, wie in Abbildung A.5 dargestellt, genutzt, um (A.19) zu realisieren:

$$\Delta v = k_p \left(s_{soll} - \frac{\varphi_m}{2\pi} \right) - \frac{\omega_m}{2\pi} + \underbrace{\lambda_s \frac{\omega_m - \omega_l}{2\pi} + k_p \lambda_p \frac{\varphi_m - \varphi_l}{2\pi}}_{\text{„Add-on“}} \quad (\text{A.20})$$

Unter Verwendung der geschätzten Zustände $\Delta\hat{\varphi}$ und $\hat{\omega}_l$ ergibt sich:

$$n_{add} = \lambda_s \left(n_m - \frac{\hat{\omega}_l}{2\pi} \right) + \frac{k_p \lambda_p}{2\pi} \Delta\hat{\varphi} \quad (\text{A.21})$$

Mit Hilfe der Tuningparameter aus Tabelle A.6 kann der Ausgangsmodus konfiguriert werden.

Parameter	Bezeichnung	Einheit
DYNSYS_TUNE3	λ_s	
DYNSYS_TUNE4	$k_p \lambda_p$	

Tabelle A.6: Tuningparameter zur Konfiguration des Ausgangsmodus.

Anhang B

Mechanische Konfigurationen

B.1 Motor ohne Mechanik

Der einfachste mechanische Aufbau entspricht einem Motor ohne angeschlossener Mechanik, wie in Abbildung B.1 dargestellt. Die wesentlichen Parameter dieses Motors vom Typ



Abbildung B.1: Foto des verwendeten Motors als Beispiel der einfachsten Mechanik.

8LSA33¹ sind in Tabelle B.1 aufgelistet. Wird der Frequenzgang von Sollstrom auf Istdreh-

Parameter	Einheit	Wert
Nennstrom	A	1.89
Nennzahl	min ⁻¹	3000
Widerstand	Ω	11.9
Induktivität	H	0.0365
Momentkonstante	Nm/A	1.45
Massenträgheitsmoment	kgm ²	0.00016
Polpaarzahl	-	3

Tabelle B.1: Parameter des verwendeten Motors

zahl für unterschiedliche Schaltfrequenzen dargestellt, ergibt sich Abbildung B.2. In der

¹Firma Bernecker&Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H., www.br-automation.com

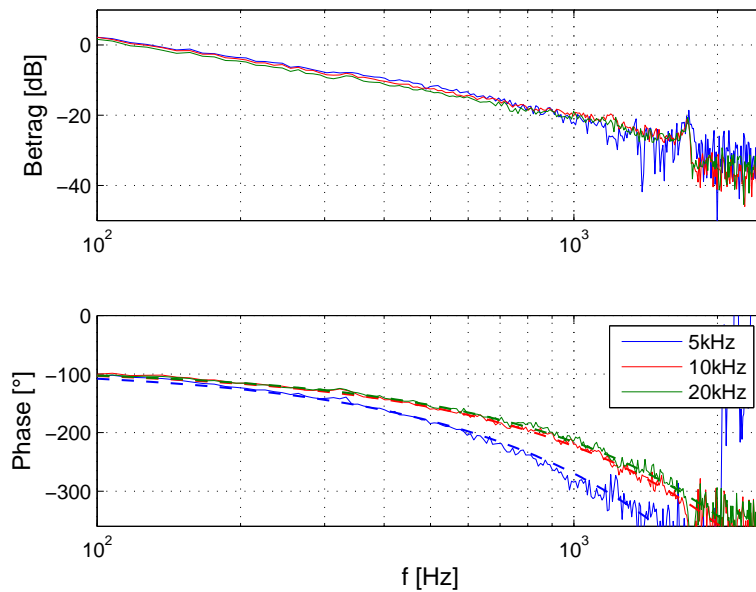


Abbildung B.2: Gemessener Frequenzgang von Sollstrom auf Ist-drehzahl des Motors bei unterschiedlicher Schaltfrequenz.

Phasenkenlinie ist auch für die jeweilige Schaltfrequenz eine Approximation der Form

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} - 2\pi f T_{tot} \quad (\text{B.1})$$

durchgeführt worden. Es ergeben sich für die Totzeit T_{tot} in Abhängigkeit der Schaltfrequenz die Werte aus Tabelle B.2. Messungen haben gezeigt, dass diese Werte unabhängig vom

Schaltfrequenz	Totzeit
5kHz	500us
10kHz	370us
20kHz	350us

Tabelle B.2: Totzeit in Abhängigkeit der Schaltfrequenz

angeschlossenen Motor und Mechanik sind. Weiters wurde die Stromreglerparametrierung, welche sich, abhängig von der Schaltfrequenz und den Motorparametern, ergibt, bei der autoparametrierten Einstellung belassen. Die Betragskenlinie ist für alle drei Fälle sehr ähnlich, die Phasenkenlinie weicht ab. Darin ist auch die Approximation durch Totzeitglied (Betrag ungefähr eins, Phase linear abnehmend) begründet.

B.2 Motor mit Schwungmasse

In Abbildung B.3 ist an den Motor aus Abschnitt B.1 eine Schwungmasse mit dem Massenträgheitsmoment von ca. 0.00125kgm^2 angebracht. Der Frequenzgang von Sollstrom auf Ist-drehzahl dieses mechanischen Aufbaus ist in Abbildung B.4 dargestellt. Als Vergleich dazu der Frequenzgang aus Abbildung B.2 (20kHz), bei dem nur der Motor die Mechanik darstellt.

Es ist erkennbar, dass die Betragskenlinie für tiefe Frequenzen aufgrund des Massenträgheitsmoments der Schwungmasse deutlich abgesenkt wird. Weiters ist auch die typische

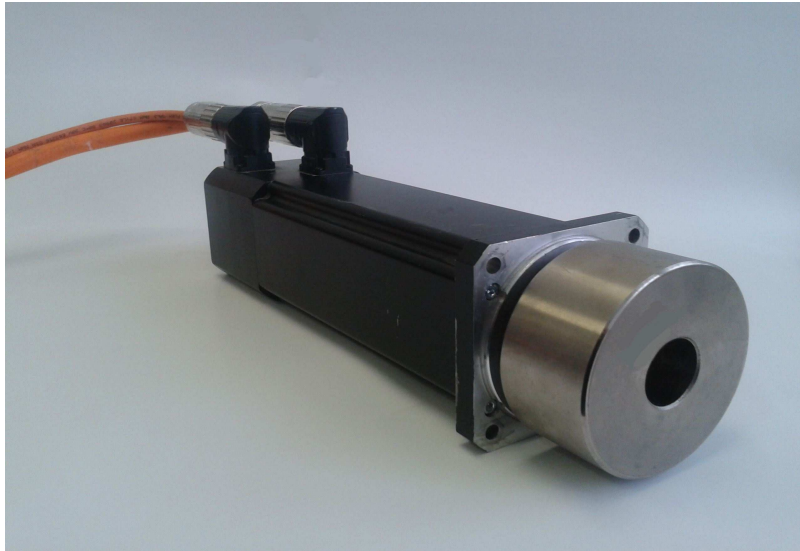


Abbildung B.3: Foto des verwendeten Motors mit Schwungmasse.

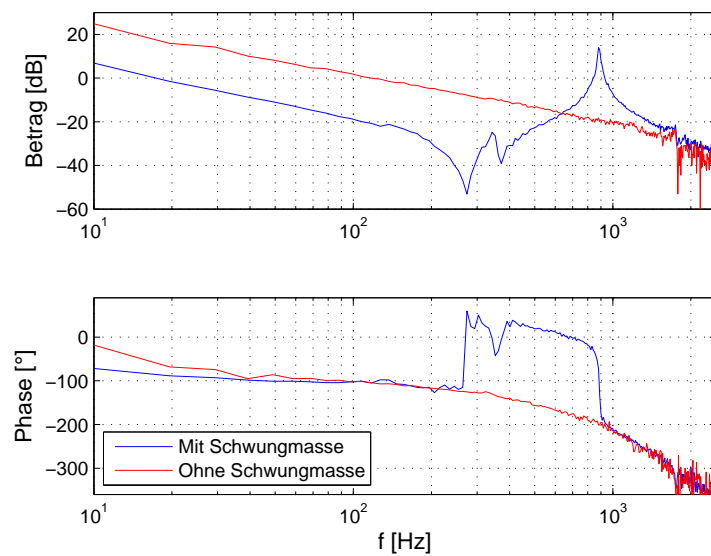


Abbildung B.4: Gemessener Frequenzgang von Sollstrom auf Ist Drehzahl für den Motor mit/ohne Schwungmasse.



Abbildung B.5: Foto des mechanischen Aufbaus.

Zweimassenschwinger-Charakteristik (Resonanz, Antiresonanz) erkennbar. Die Werte

$$\omega_{0,Z} = 2\pi \cdot 274 \text{ rad/s} \quad \omega_{0,N} = 2\pi \cdot 880 \text{ rad/s} \quad (\text{B.2})$$

können direkt aus dem Diagramm abgelesen werden. Die Phasenkennlinie liegt bei tiefen Frequenzen ca. bei -90° , was ein Anzeichen für geringe Reibung ist. Bei höheren Frequenzen stimmen die beiden Phasenkennlinien sehr gut überein. Daraus ist ableitbar, dass die Totzeit unabhängig von der Mechanik ist, was die ursprüngliche Annahme aus Anhang B.1 bestätigt.

B.3 Prüfstand für Vertikalachse

Um das Verhalten von Vertikalachsen untersuchen zu können, wurde der in Abbildung B.5 dargestellte mechanische Aufbau angefertigt. Er entspricht im Prinzip einem Riemenantrieb und ist so konstruiert, dass wesentliche mechanische Parameter einfach verändert werden können. So können die bewegte Masse und die Riemenspannung variiert werden. Dieser Aufbau deckt die wesentlichen bei einer Vertikalachse auftretenden Probleme ab. Zur Modellbildung wird von der Skizze in Abbildung B.6 ausgegangen. Das Modell entspricht

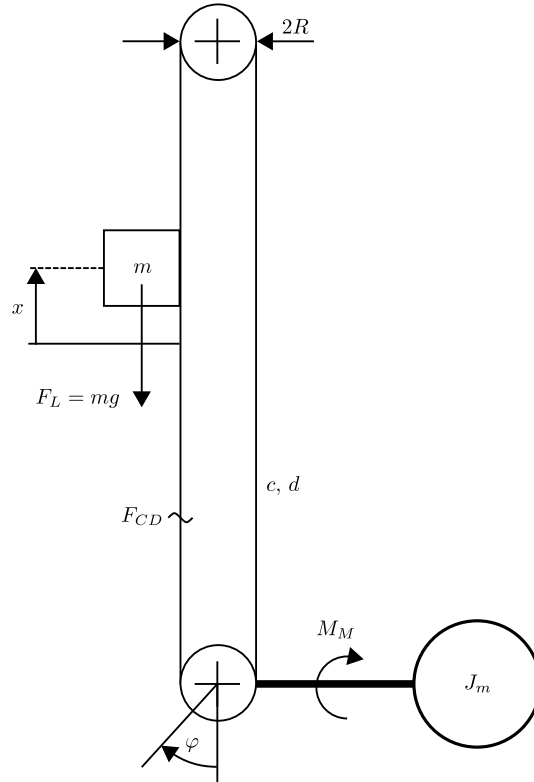


Abbildung B.6: Skizze mechanischer Aufbau.

einem Zweimassenschwinger und wird durch die Gleichungen

$$J_{Motor}\ddot{\varphi} = M_M - R \cdot F_{CD}, \quad (\text{B.3a})$$

$$m\ddot{x} = F_{CD} - F_L, \quad (\text{B.3b})$$

$$F_{CD} = c(R\varphi - x) + d(R\dot{\varphi} - \dot{x}) \quad (\text{B.3c})$$

beschrieben. Dabei ist J_{Motor} das Massenträgheitsmoment des Motors, M_M das Motormoment, F_{CD} ist die vom Riemen übertragene Kraft, m die translatorisch bewegte Masse, F_L die Lastkraft aufgrund der Gravitation, c die Drehfedersteifigkeit, d die Dämpfung und R der Radius der Umlenkrollen des Riemenantriebs. Weiters wird angenommen, dass nur die Motorposition φ gemessen werden kann. Durch Berechnung der Übertragungsfunktionen

$$\frac{\mathcal{L}\{\varphi\}}{\mathcal{L}\{M_M\}} \Big|_{F_L=0} = \frac{1}{s^2(J_{Motor} + mR^2)} \cdot \frac{s^2m + sd + c}{s^2 \frac{J_{Motor}m}{J_{Motor} + mR^2} + sd + c}, \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\mathcal{L}\{\varphi\}}{\mathcal{L}\{F_L\}} \Big|_{M_M=0} = -\frac{R}{s^2(J_{Motor} + mR^2)} \cdot \frac{sd + c}{s^2 \frac{J_m m}{J_{Motor} + mR^2} + sd + c} \quad (\text{B.5})$$

und mit Hilfe der Abkürzungen

$$G_{11}(s) = \frac{1}{s(J_{Motor} + mR^2)}, \quad (\text{B.6})$$

$$G_{12}(s) = \frac{s^2m + sd + c}{s^2 \frac{J_{Motor}m}{J_{Motor} + mR^2} + sd + c}, \quad (\text{B.7})$$

$$G_2(s) = R \cdot \frac{sd + c}{s^2m + sd + c} \quad (\text{B.8})$$

läßt sich das Strukturbild aus Abbildung B.7 ableiten. $G_{11}(s)$ entspricht einem starren

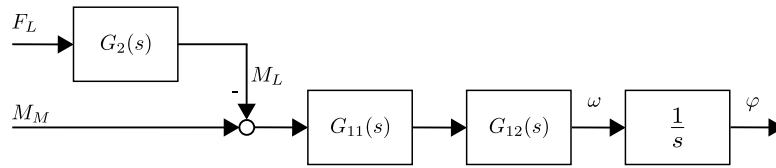


Abbildung B.7: Strukturbild.

Parameter	Einheit	Wert
Massenträgheitsmoment Motor	kgm ²	0.00016
Radius der Umlenkscheiben	m	0.025
Translatorisch bewegte Masse	kg	1.0
Verfahrdistanz	m	1.0

Tabelle B.3: Parameter des Prüfstand für Vertikalachse

Antrieb mit dem Gesamtmassenträgheitsmoment $J_{Gesamt} = J_{Motor} + mR^2$, $G_{12}(s)$ beschreibt den flexiblen Anteil. In Tabelle B.3 sind die mechanischen Parameter aufgelistet. Der Frequenzgang von Sollstrom auf Istdrehzahl dieses mechanischen Aufbaus ist in Abbildung B.8 dargestellt. Als Vergleich dazu der Frequenzgang aus Abbildung B.2 (20kHz), bei dem nur der Motor die Mechanik darstellt. Es ist erkennbar, dass die Betragskennlinie für tiefe Frequenzen aufgrund des Massenträgheitsmoments der angeschlossenen Mechanik deutlich abgesenkt wird. Weiters ist auch die typische Zweimassenschwinger-Charakteristik (Resonanz, Antiresonanz) erkennbar. Die Werte

$$\omega_{0,Z} = 2\pi \cdot 59 \text{ rad/s} \quad \omega_{0,N} = 2\pi \cdot 137 \text{ rad/s} \quad (\text{B.9})$$

können direkt aus dem Diagramm abgelesen werden. Bei einer Frequenz von ca. 1000Hz sind weitere Resonanzstellen erkennbar, welche aber wesentlich schwächer ausgeprägt sind. Die Phasenkennlinie weist bei tiefen Frequenzen eine deutlich geringere Phasendrehung auf, was auf die höhere Reibung zurückzuführen ist. Bei höheren Frequenzen passen die beiden Phasenkennlinien sehr gut überein. Auch hier ist daraus wieder ableitbar, dass die Totzeit unabhängig von der Mechanik ist, was die ursprüngliche Annahme aus Anhang B.1 bestätigt.

B.4 Prüfstand für Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen

Um das Verhalten von Achsen mit sehr tief liegenden Eigenfrequenzen („flexible Systeme“) untersuchen zu können, wurde der in Abbildung B.9 dargestellte mechanische Aufbau angefertigt, bei dem zwei Motoren über ein Federelement miteinander verbunden sind. Die wesentlichen Parameter des Antriebsmotors vom Typ 8LSA46 sowie des Lastmotors vom Typ 8LSA45² sind in Tabelle B.4 aufgelistet. Da jeder Motor einen Geber (EnDat) besitzt, kann so einfach die lastseitige Position gemessen werden. Der Frequenzgang von Sollstrom auf Istdrehzahl dieses mechanischen Aufbaus ist in Abbildung B.10 dargestellt. Als Vergleich dazu der Frequenzgang des Antriebsmotors ohne Mechanik. Es ist ähnlich, wie in Abbildung B.4 und Abbildung B.8 erkennbar, dass auch hier die Betragskennlinie aufgrund der angeschlossenen Mechanik abgesenkt wird. Weiters ist auch hier die typische Zweimassenschwinger-Charakteristik (Resonanz, Antiresonanz) erkennbar. Die Werte

$$\omega_{0,Z} = 2\pi \cdot 26.87 \text{ rad/s} \quad \omega_{0,N} = 2\pi \cdot 70.84 \text{ rad/s} \quad (\text{B.10})$$

²Firma Bernecker&Rainer Industrie-Elektronik Ges.m.b.H., www.br-automation.com

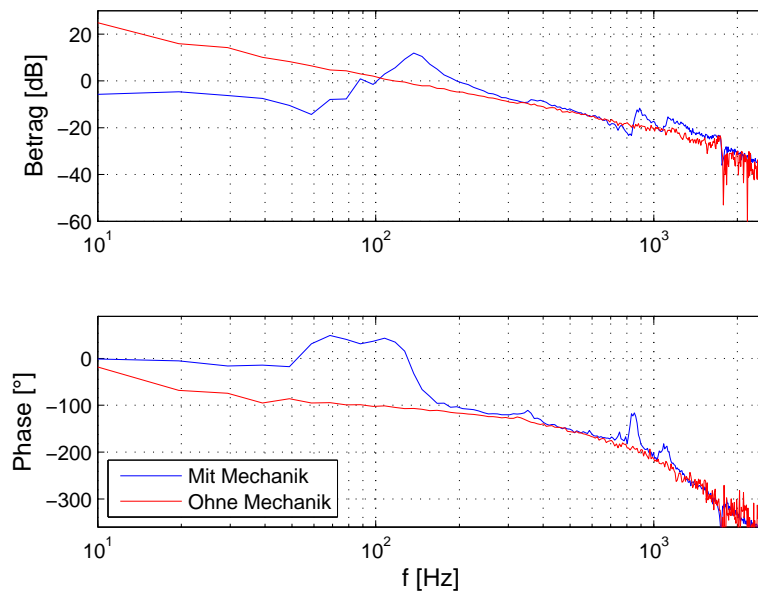


Abbildung B.8: Gemessener Frequenzgang von Sollstrom auf Ist Drehzahl für den Motor mit/ohne Mechanik (Prüfstand Vertikalachse).

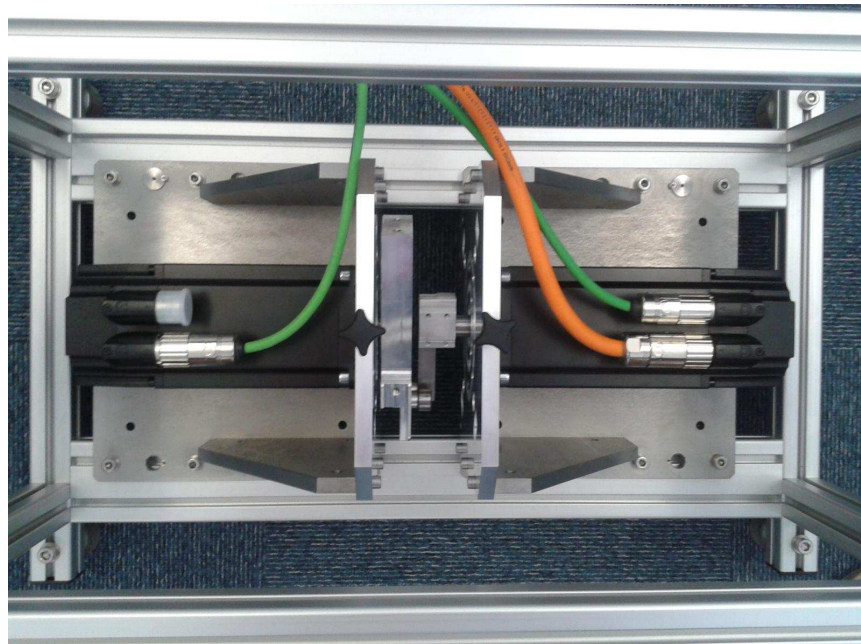


Abbildung B.9: Foto des mechanischen Aufbaus für Systeme mit tief liegenden Eigenfrequenzen. Rechts im Bild der Antriebsmotor (Motor- und Geberkabel) und links der Lastmotor (nur Geberkabel).

Parameter	Einheit	Wert
Nennstrom	A	4.73
Nenndrehzahl	min^{-1}	3000
Widerstand	Ω	1.92
Induktivität	H	0.01744
Momentkonstante	Nm/A	1.713
Polpaarzahl	-	5
Geberauflösung	Bit	23
Massenträgheitsmoment Antriebsmotor	kgm^2	0.000439
Massenträgheitsmoment Lastmotor	kgm^2	0.000358
Federsteifigkeit	Nm/rad	80.0

Tabelle B.4: Parameter des Prüfstands für Systeme mit tief liegenden Eigenfrequenzen.

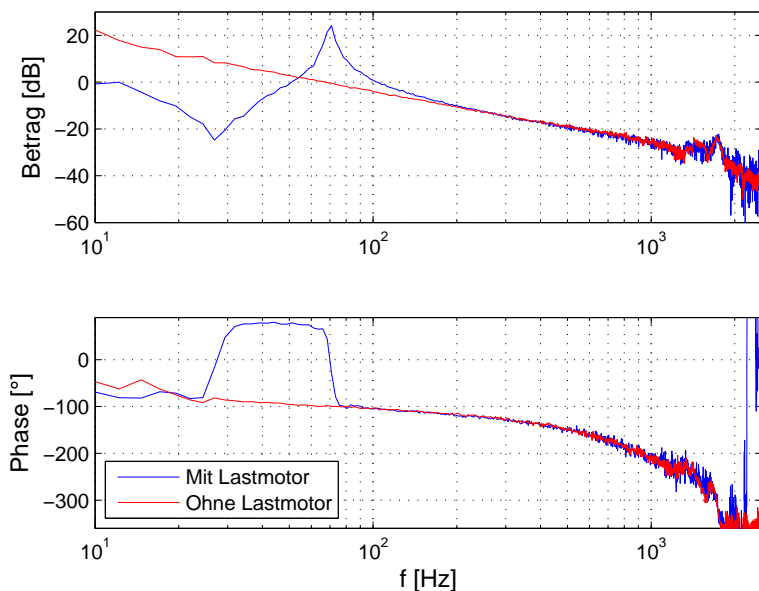


Abbildung B.10: Gemessener Frequenzgang von Sollstrom auf Istdrehzahl vom Antriebsmotor mit/ohne Lastmotor (Prüfstand für Systeme mit tief liegenden Eigenfrequenzen).

können direkt aus dem Diagramm abgelesen werden. Allerdings liegen diese Eigenfrequenzen deutlich unterhalb der Phasendurchtrittsfrequenz bei ca. 900Hz.

Anhang C

Verwendete Methoden

C.1 Subspace-Identifikation

Bei der Subspace-Identifikation werden durch Projektion der Eingangs- und Ausgangsdaten in einen geeigneten Unterraum der Systemzustand und daraus die Systemmatrizen ermittelt [51], [34], [52]. Ziel ist also die Identifikation des folgenden zeitdiskreten Systems

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}} & \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k \\ \tilde{\mathbf{u}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_k \\ \tilde{\mathbf{v}}_k \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

aus dem Verlauf des Eingangs $\tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^p$ und des Ausgangs $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^q$. Dabei wird der Ausgang durch das Messrauschen $\tilde{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^q$ verfälscht und der Systemzustand $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{n_s}$ wird durch das Systemrauschen $\tilde{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{n_s}$ beeinflusst. Es ist die Dimensionen p und q bekannt, nicht aber die Systemordnung n_s , welche sich aus der Identifikation ergibt. Wird der Ausgang $\tilde{\mathbf{y}}_{k+m}$ für beliebiges m durch rekursives Einsetzen der Zustandsgleichung auf den Zeitpunkt k zurückgeführt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{k+m} &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}_{k+m} + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{u}}_{k+m} + \tilde{\mathbf{v}}_{k+m} \\ &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}_{k+m-1} + \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}}_{k+m-1} + \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{w}}_{k+m} + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{u}}_{k+m} + \tilde{\mathbf{v}}_{k+m} \\ &= \dots \\ &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^m \tilde{\mathbf{x}}_k + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^{i-1} \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}}_{k+m-i} + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^{i-1} \tilde{\mathbf{w}}_{k+m-i} + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{u}}_{k+m} + \tilde{\mathbf{v}}_{k+m} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Werden die zeitabhängigen Größen mit Hilfe folgender Matrizen zusammengefasst,

$$\mathbf{Y}_{r,k} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_k \\ \tilde{\mathbf{y}}_{k+1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{y}}_{k+r-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rq}, \quad \mathbf{U}_{r,k} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_k \\ \tilde{\mathbf{u}}_{k+1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{u}}_{k+r-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rp}, \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{W}_{r,k} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_k \\ \tilde{\mathbf{w}}_{k+1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{w}}_{k+r-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rn_s}, \quad \mathbf{V}_{r,k} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{v}}_k \\ \tilde{\mathbf{v}}_{k+1} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{v}}_{k+r-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rq} \quad (\text{C.4})$$

lässt sich (C.2) für $m = 0 \dots r-1$ kompakt schreiben:

$$\mathbf{Y}_{r,k} = \mathbf{Q}_r \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{S}_r \mathbf{U}_{r,k} + \mathbf{N}_r \mathbf{W}_{r,k} + \mathbf{V}_{r,k} \quad (\text{C.5})$$

mit $s_1q + s_2p \geq n_s$ eliminiert werden, deren Spalten nur vergangene Werte beinhalten und wie folgt aufgebaut sind²:

$$\boldsymbol{\varphi}_s(k) = \left[\mathbf{y}_{k-1}^T \dots \mathbf{y}_{k-s_1}^T \mathbf{u}_{k-1}^T \dots \mathbf{u}_{k-s_2}^T \right]^T \in \mathbb{R}^{s_1q+s_2p} \quad (\text{C.18})$$

Durch Rechtsmultiplikation von $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T$ und Normalisierung mit N ergibt sich:

$$\frac{1}{N} \mathbf{Y} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T = \mathbf{Q}_r \frac{1}{N} \mathbf{X} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T + \frac{1}{N} \tilde{\mathbf{V}} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \quad (\text{C.19})$$

Der letzte Term kann mit (C.14) wie folgt dargestellt werden:

$$\frac{1}{N} \tilde{\mathbf{V}} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T = \frac{1}{N} \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T - \frac{1}{N} \tilde{\mathbf{V}} \mathbf{U}^T (\mathbf{U} \mathbf{U}^T)^{-1} \mathbf{U} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \quad (\text{C.20})$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} \boldsymbol{\varphi}_s^T(k) - \quad (\text{C.21})$$

$$\left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} (\mathbf{U}_{r,k})^T \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{U}_{r,k} (\mathbf{U}_{r,k})^T \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{U}_{r,k} \boldsymbol{\varphi}_s^T(k) \right] \quad (\text{C.22})$$

Für große Werte von N streben die gemittelten Summen gegen die Erwartungswerte der Summanden:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \tilde{\mathbf{V}} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T = \mathbb{E} \left\{ \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} \boldsymbol{\varphi}_s^T(k) \right\} - \mathbb{E} \left\{ \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} (\mathbf{U}_{r,k})^T \right\} \mathbf{R}_u^{-1} \mathbb{E} \left\{ \tilde{\mathbf{U}}_{r,k} \boldsymbol{\varphi}_s^T(k) \right\} \quad (\text{C.23})$$

Bei ausreichender Anregung ist die Kovarianzmatrix $\mathbf{R}_u = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{U}_{r,k} (\mathbf{U}_{r,k})^T \right\}$ invertierbar und aufgrund der angenommenen Unkorreliertheit der Größen $\tilde{\mathbf{v}}_k$, $\tilde{\mathbf{w}}_k$ und $\tilde{\mathbf{u}}_k$ gilt $\mathbb{E} \left\{ \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} (\mathbf{U}_{r,k})^T \right\} = \mathbf{0}$. Aufgrund der speziellen Wahl von (C.18) sind auch $\tilde{\mathbf{V}}_{r,k}$ und $\boldsymbol{\varphi}_s^T(k)$ voneinander unabhängig ($\tilde{\mathbf{V}}_{r,k}$ enthält Einträge mit dem Index $k, k+1, \dots$, hingegen enthält $\boldsymbol{\varphi}_s^T(k)$ Einträge mit dem Index $k-1, k-2, \dots$) und es gilt $\mathbb{E} \left\{ \tilde{\mathbf{V}}_{r,k} \boldsymbol{\varphi}_s^T(k) \right\} = \mathbf{0}$. Es kann gezeigt werden, dass

$$\tilde{\mathbf{T}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbf{X} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \in \mathbb{R}^{n_s \times (s_1q+s_2p)} \quad (\text{C.24})$$

vollen Rang n_s hat. Damit läßt sich (C.19) schreiben:

$$\frac{1}{N} \mathbf{Y} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T = \mathbf{Q}_r \tilde{\mathbf{T}} + \mathbf{E}_N, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{E}_N = \mathbf{0} \quad (\text{C.25})$$

wobei in \mathbf{E}_N die Rauschtermen zusammengefasst werden. Für hinreichend großes N und $n_s = s_1q + s_2p$ könnte die erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix über den Zusammenhang

$$\hat{\mathbf{Q}}_r = \frac{1}{N} \mathbf{Y} \boldsymbol{\Pi} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}^T \tilde{\mathbf{T}}^{-1} \quad (\text{C.26})$$

bestimmt werden. Allerdings hängt $\tilde{\mathbf{T}}$ noch von dem unbekanntem Zustand \mathbf{x} ab. Da der Zustand allerdings nicht festgelegt ist, reicht es aus, die erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix für ein System mit transformiertem Zustand $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{x}$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} \\ \tilde{\mathbf{y}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{T}}^{-1} & \tilde{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{T}}^{-1} & \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k \\ \tilde{\mathbf{u}}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_k \\ \tilde{\mathbf{v}}_k \end{bmatrix} \quad (\text{C.27})$$

²Für negative Indizes werden die Einträge null gesetzt.

zu ermitteln. Die zu (C.27) gehörige erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix besitzt nämlich die Gestalt $\mathbf{Q}_r \tilde{\mathbf{T}}$ und entspricht dem ersten Term auf der rechten Seite von (C.25).

Aus (C.25) ist ein Schätzwert der mit $\tilde{\mathbf{T}}$ transformierten, erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix bekannt:

$$\hat{\mathbf{G}} = \frac{1}{N} \mathbf{Y} \mathbf{\Pi} \tilde{\mathbf{\Psi}}^T \in \mathbb{R}^{(rq \times (s_1q + s_2p))} \quad (\text{C.28})$$

Eine Singulärwertzerlegung führt auf

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{O} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = \mathbf{O} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{(s_1q + s_2p)}) \mathbf{V}^T \quad (\text{C.29})$$

mit $\mathbf{O} \in \mathbb{R}^{(rq \times rq)}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{(s_1q + s_2p) \times (s_1q + s_2p)}$ und $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{rp \times (s_1q + s_2p)}$. Bei vernachlässigtem Rauschterm ergibt sich $\hat{\mathbf{G}}$ aus der Abbildung von \mathbf{Q}_r mit einer Matrix vollen Rangs $\tilde{\mathbf{T}}$ und hat deshalb ebenfalls den Rang n_s . Daher sind alle Singulärwerte für $k > n_s$ null und es ergibt sich:

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{O}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^T \quad (\text{C.30})$$

wobei \mathbf{O}_1 und \mathbf{V}_1 die ersten n_s Spalten der jeweiligen Matrizen und $\mathbf{\Sigma}_1$ die obere linke $n_s \times n_s$ Teilmatrix aus $\mathbf{\Sigma}$ sind. Über die Singulärwerte kann so die unbekannte Systemordnung n_s ermittelt werden. Bei nicht vernachlässigtem Rauschterm ist nicht garantiert, dass die Singulärwerte zu null werden. Da aber bei ausreichender Anregung davon ausgegangen werden kann, dass das Rauschen betragsmäßig klein gegenüber den Systemgrößen ist, lässt sich die Systemordnung über die Anzahl der Singulärwerte, welche deutlich größer als null sind, abschätzen. Nach Vernachlässigung der genannten kleinen Singulärwerte aufgrund des Rauschens folgt aus (C.25):

$$\mathbf{Q}_r \tilde{\mathbf{T}} = \mathbf{O}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^T \quad (\text{C.31})$$

Damit ist die erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix in einer transformierten Zustandsraum-Basis gegeben. Da die Basis aber beliebig gewählt werden kann, kann auch $\hat{\mathbf{Q}}_r = \mathbf{O}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{R}$ mit invertierbarem \mathbf{R} als identifizierte erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix angesehen werden. Aus der speziellen Wahl für $\mathbf{R} = \mathbf{\Sigma}_1^{-1}$ kann erkannt werden, dass nur \mathbf{O}_1 für die Identifikation maßgeblich ist. Zur Verminderung des Rauschens kann die Matrix $\hat{\mathbf{G}}$ vor der Singulärwertzerlegung mit $\mathbf{W}_1 \in \mathbb{R}^{rq \times rq}$ und $\mathbf{W}_2 \in \mathbb{R}^{(s_1q + s_2p) \times \alpha}$ mit beliebigem $\alpha \in \mathbb{N}$ gewichtet werden:

$$\mathbf{W}_1 \hat{\mathbf{G}} \mathbf{W}_2 = \mathbf{O}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^T \quad (\text{C.32})$$

In diesem Fall ergibt sich die identifizierte erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix zu $\hat{\mathbf{Q}}_r = \mathbf{W}_1^{-1} \mathbf{O}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{R}^3$.

C.1.2 Ermittlung der Systemmatrizen

Aus (C.7) kann die Ausgangsmatrix direkt ermittelt werden:

$$\hat{\mathbf{C}}_{i,j} = \hat{\mathbf{Q}}_{r_{i,j}}, \quad i = 1 \dots q, \quad j = 1 \dots n_s \quad (\text{C.33})$$

Die Dynamikmatrix lässt sich aus dem Zusammenhang

$$\hat{\mathbf{Q}}_{r_{(q+1 \dots qr), (1 \dots n_s)}} = \hat{\mathbf{Q}}_{r_{(1 \dots q(r-1)), (1 \dots n_s)}} \hat{\mathbf{A}} \quad (\text{C.34})$$

ermitteln. Es ist dies ein System von $q(r-1)$ Gleichungen für die n_s^2 unbekanntenen Einträge in $\hat{\mathbf{A}}$. Für hinreichend lange Identifikationsdauer ist dieses System überbestimmt und kann mit Hilfe eines Least-Squares-Ansatzes gelöst werden.

³Im Fall des Algorithmus N4SID sind die Gewichtungen $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$ und $\mathbf{W}_2 = (\frac{1}{N} \tilde{\mathbf{\Psi}} \mathbf{\Pi} \tilde{\mathbf{\Psi}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{\Psi}}$.

Zur Bestimmung der Eingangs- und Durchgriffsmatrix wird (C.1) mit Hilfe der z -Transformation umgeformt in

$$\mathbf{y}_k = \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \hat{\mathbf{C}} (z\mathbf{E} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \right\} \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}_k + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{u}_k + \quad (\text{C.35})$$

$$\underbrace{\mathcal{Z}^{-1} \left\{ \hat{\mathbf{C}} (z\mathbf{E} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \right\} \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{w}_k + \mathbf{v}_k}_{\text{Rauschen}} \quad (\text{C.36})$$

und die Schätzwerte mittels linearer Regression errechnet:

$$\mathbf{y}_k = \Gamma \underbrace{\left[\tilde{\mathbf{B}}_1^T \dots \tilde{\mathbf{B}}_p^T \tilde{\mathbf{D}}_1^T \dots \tilde{\mathbf{D}}_p^T \right]^T}_{\Theta} \quad (\text{C.37})$$

wobei $\tilde{\mathbf{B}}_i$ und $\tilde{\mathbf{D}}_i$ die Spalten von $\tilde{\mathbf{B}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ sind. Die Spalten der Eingriffs- und Durchgriffsmatrix werden aufeinander gestapelt und es gilt $\tilde{\mathbf{B}}_{i,j} = \Theta_{i+n_s(j-1)}$ sowie $\tilde{\mathbf{D}}_{i,j} = \Theta_{pn_s+i+n_s(j-1)}$. Die i -te Spalte von Γ ist dabei festgelegt mit

$$\Gamma_\alpha = \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \hat{\mathbf{C}} (z\mathbf{E} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \right\} \mathbf{e}_i u_j \quad (\text{C.38})$$

wobei \mathbf{e}_i den i -ten Einheitsvektor darstellt. Dabei gilt $\alpha = i + n_s(j - 1)$ für $\alpha = 1 \dots pn$. Ähnliches ergibt sich für

$$\Gamma_\beta = \mathbf{e}_i u_j \quad (\text{C.39})$$

mit $\beta = pn_s + i + n_s(j - 1)$ für $\beta = 1 \dots pq$.

C.1.3 Algorithmus

Im Folgenden eine Zusammenfassung der wesentlichen Schritte zur Identifikation eines Zustandsraummodells:

1. Berechnung von $\hat{\mathbf{G}}$ gemäß (C.28).
2. Singulärwertzerlegung von $\hat{\mathbf{G}}$ gemäß (C.29).
3. Abspaltung des Teilsystems (C.30) aufgrund der Singulärwerte, welche deutlich größer als null sind.
4. Berechnung der identifizierten erweiterten Beobachtbarkeitsmatrix $\hat{\mathbf{Q}}_r = \mathbf{O}_1 \Sigma_1 \mathbf{R}$ mit beliebiger, invertierbarer Matrix \mathbf{R} .
5. Bestimmung der Ausgangsmatrix entsprechend (C.33).
6. Bestimmung der Systemmatrix entsprechend (C.34).
7. Bestimmung der Eingangs- und Durchgriffsmatrix mittels Regression (C.37).

Abkürzungsverzeichnis

α_1, α_2	Winkelbeschleunigung
\bar{n}_m	Kurzzeitmittelwert der Motordrehzahl
β_K	Winkel des Stromzeigers, bezogen auf das allgemeine Koordinatensystem
β_S	Winkel des Stromzeigers, bezogen auf das statorfeste Koordinatensystem
Γ	Matrix für Regressionsberechnung bei Subspace-Identifikation
γ_k	Hilfsgröße bei Rekursivem-Least-Squares-Algorithmus
$\hat{\theta}$	Schätzwert für Parametervektor
\hat{A}	Identifizierte Systemmatrix bei Subspace-Identifikation
\hat{B}	Identifizierte Eingangsmatrix bei Subspace-Identifikation
\hat{C}	Identifizierte Ausgangsmatrix bei Subspace-Identifikation
\hat{D}	Identifizierte Durchgriffsmatrix bei Subspace-Identifikation
\hat{G}	Schätzwert für transformierte, erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix bei Subspace-Identifikation
\hat{Q}_r	Identifizierte erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix bei Subspace-Identifikation
λ_f^T	Ausgangsmatrix des flachen Ausgangs des 2-Massen-Systems
\tilde{x}	Transformierter Zustandsvektor bei Subspace-Identifikation
Π	Projektionsmatrix bei Subspace-Identifikation
Ψ	Messmatrix
Θ	Vektor mit Regressionskoeffizienten bei Subspace-Identifikation
$\tilde{\Psi}$	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{A}	Systemmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{B}	Eingangsmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{C}	Ausgangsmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{D}	Durchgriffsmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{T}	Transformationsmatrix bei Subspace-Identifikation
\tilde{u}	Eingangsvektor bei Subspace-Identifikation
\tilde{v}	Messrauschen bei Subspace-Identifikation
\tilde{w}	Systemrauschen bei Subspace-Identifikation
\tilde{x}	Zustandsvektor bei Subspace-Identifikation
\tilde{y}	Ausgangsvektor bei Subspace-Identifikation
$\varphi_s(k)$	Spaltenvektor von $\tilde{\Psi}$ bei Subspace-Identifikation
A	Systemmatrix des 2-Massen-Systems
A_d	Zeitdiskrete Systemmatrix
A_f	Systemmatrix des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung
B_y	Beobachtbarkeitsmatrix
B_1	Eingangsmatrix des 2-Massen-Systems
B_2	Eingangsmatrix des 2-Massen-Systems bezüglich des Lastmoments
B_{1d}, B_{2d}	Zeitdiskrete Eingangsmatrizen
B_f	Eingangsmatrix des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung

C	Ausgangsmatrix des 2-Massen-Systems
C_d	Zeitdiskrete Ausgangsmatrix
C_f	Ausgangsmatrix des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung
D_d	Zeitdiskrete Durchgriffsmatrix
E_N	Matrix mit zusammengefassten Rauschtermen bei Subspace-Identifikation
k_k	Hilfsgröße bei Rekursivem-Least-Squares-Algorithmus
L_B	Beobacherverstärkung
N_r	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
O, Σ, V	Matrizen der Singulärwertzerlegung von \hat{G}
O_1, Σ_1, V_1	Teilmatrizen der Singulärwertzerlegung von \hat{G}
P_k	Hilfsgröße bei Rekursivem-Least-Squares-Algorithmus
Q_B	Kovarianzmatrix
Q_r	Erweiterte Beobachtbarkeitsmatrix bei Subspace-Identifikation
R	Beliebige reguläre Matrix bei Subspace-Identifikation
R_B	Kovarianzmatrix
S_r	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
U	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
$U_{r,k}$	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
V	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
$V_{r,k}$	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
W	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
W_1, W_2	Gewichtungsmatrizen zur Verminderung des Rauscheinflusses bei Subspace-Identifikation
$W_{r,k}$	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
X	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
x	Zustandsvektor des 2-Massen-Systems
x_f	Zustandsvektor des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung
Y	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
y_f	Ausgangsgröße des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung
$Y_{r,k}$	Hilfsmatrix bei Subspace-Identifikation
z	Messvektor
z_v	Virtueller Ausgang
$\Delta\varphi$	Verdrehung zwischen Last- und Motorträgheit
Δf	Frequenzauflösung
Δm_{add}	Änderung des unbekanntes Zusatzmoments
Δs_{max}	Maximal erlaubter Bewegungsbereich
$\Delta_I(q)$	Unsicherheit
γ	Obergrenze für Unendlichnorm
\hat{G}_m	Schätzwert für den Frequenzgang von Querstrom auf motorseitige Drehzahl
\hat{J}	Schätzwert für Gesamtmassenträgheitsmoment
$\hat{M}_{Gravitation}$	Schätzwert für konstantes Lastmoment aufgrund der Gravitation
\hat{M}_S	Schätzwert für statisches Reibmoment
\hat{x}	Amplitude des Anregungssignals
κ	Freier Parameter zum Entwurf der flachheitsbasierten Vorsteuerung
λ	Zykluszeit des PRBS
λ_p	Mischfaktor für Position
λ_s	Mischfaktor für Drehzahl
Ω	Transformierte Frequenz der q-Übertragungsfunktion

Ω_B^*	Entwurfsparameter für Sensitivität
ω_0	Kreisfrequenz
Ω_1	Entwurfsparameter für Unsicherheitsmodell
Ω_2	Entwurfsparameter für Unsicherheitsmodell
ω_N	Sperrkreisfrequenz des Sperrfilters (Notch)
$\omega_{0,Z}, \omega_{0,N}$	Kennkreisfrequenzen des Zähler- und Nennerpolyonms
ω_{10}	Frequenz für 10% Fehler
$\omega_{g,u}$	Grenzkreisfrequenz der Unsicherheitsbeschreibung
ω_g	Grenzkreisfrequenz
ω_L	Elektrische Winkelgeschwindigkeit des Motors
ω_l	Mechanische Winkelgeschwindigkeit der Lastträgheit
ω_{max}	Frequenz, bei der Störübertragungsfunktion $S(s)$ ein Maximum besitzt
ω_m	Mechanische Winkelgeschwindigkeit des Motors
\bar{x}	Gleichanteil des PRBS
$\psi_{P,\alpha}, \psi_{P,\beta}$	Real-, Imaginärteil des Flusszeigers im statorfesten Koordinatensystem
$\Psi_u(t), \Psi_v(t), \Psi_w(t)$	Spulenflüsse
$\sigma_{Bremsse}$	Status der Haltebremse
GM	Verstärkungsreserve
PM	Phasenreserve
\tilde{N}	Anzahl der Abtastpunkte
\tilde{n}_m	Summe aus Motordrehzahl und Additivdrehzahl
$\underline{\Psi}(t)$	Komplexer Spulenflusszeiger
$\underline{\Psi}^L$	Komplexer Flusszeiger im statorfesten Koordinatensystem
$\underline{\psi}_P^L$	Komplexer Flusszeiger des Permanentmagneten im rotorfesten Koordinatensystem
$\underline{\psi}_P^S$	Komplexer Flusszeiger des Permanentmagneten im statorfesten Koordinatensystem
$\underline{\psi}_{ref}^S$	Komplexer Zeiger des Referenzflusses im statorfesten Koordinatensystem
\underline{a}	Komplexer Drehoperator
\underline{e}_ψ^S	Komplexer Zeiger des Flussfehlers im statorfesten Koordinatensystem
$\underline{i}(t)$	Komplexer Stromzeiger
\underline{i}^K	Komplexer Stromzeiger im allgemeinen Koordinatensystem
\underline{i}^S	Komplexer Stromzeiger im statorfesten Koordinatensystem
\underline{i}_1^S	Komplexer Stromzeiger im statorfesten Koordinatensystem
$\underline{u}(t)$	Komplexer Spannungszeiger
\underline{u}_1^S	Komplexer Spannungszeiger im statorfesten Koordinatensystem
φ_{10}	Phasenabsenkung für 10% Fehler
φ_l	Lastposition
φ_m	Lage des Rotors, Motorposition
A_S	Entwurfsparameter für Sensitivität
b_N	Bandbreite des Sperrfilters (Notch)
c	Federsteifigkeit
c_l	Fourier-Koeffizienten
D	Durchmesser
d	Dämpfung
d_N	Dämpfungsfaktor des Sperrfilters (Notch)
d_S	Störmoment
D_Z, D_N	Dämpfung des Zähler- und Nennerpolyonms
d_1, d_2	Teilstörmomente
e_k	Hilfsgröße bei Rekursivem-Least-Squares-Algorithmus
f	Frequenz
$F(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang des Drehzahlfilters
f_{ares}	Antiresonanzfrequenz

f_{min}	Frequenz, bei der Betragskennlinie bei geberlos betriebenen Achsen vom integrierenden auf das differenzierende Verhalten übergeht
f_{res}	Resonanzfrequenz
$G(q)$	q-Übertragungsfunktion des reduzierten identifizierten Modells
$G(s)$	Allgemeine Übertragungsfunktion
$G_I(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang des Integralanteils des PI-Reglers
$G_m(s)$	Übertragungsfunktion von Querstrom auf motorseitige Drehzahl
$G_{detekt}(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang zur Detektion der Resonanzfrequenz
$G_{diff}(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang des Differenziergliedes
$G_{ff,m}(s)$	Momentvorsteuerübertragungsfunktion
$G_{ff,n}(s)$	Drehzahlvorsteuerübertragungsfunktion
$G_{Filter}(s)$	Übertragungsfunktion des Drehzahlfilters
$G_{Flexibel}(s)$	Flexibler Anteil eines 2-Massen-Systems
$G_{ISQ}(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang der in Serie geschalteten Sollstromfilter
$G_I(s)$	Ersatzübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises
g_k	Diagonalelemente der Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeits-Gramschen
$G_{m,l}(s)$	Übertragungsfunktion von motorseitiger auf lastseitige Drehzahl
$G_{Meas}(e^{j\omega_0 T_a})$	Identifizierter Frequenzgang, nichtparametrisches Modell
$G_{Notch}(s)$	Übertragungsfunktion des Sperrfilters (Notch)
$G_{Notch}(z)$	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion des Sperrfilters (Notch)
$G_n(s)$	Übertragungsfunktion der Drehzahlreglerstrecke
$G_p(s)$	Übertragungsfunktion der Lagereglerstrecke
$G_p(q)$	q-Übertragungsfunktion des identifizierten Modells
$G_p(z)$	Zeitdiskrete Übertragungsfunktion des identifizierten Modells
$G_{q,I}(s), G_{d,I}(s)$	Übertragungsfunktion der Stromreglerstrecke in Quer- und Direkttrichtung
$G_{u_f \rightarrow y_{f,1}}(s)$	Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zur lastseitigen Position $y_{f,1} = s_l$
$G_{u_f \rightarrow y_{f,2}}(s)$	Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zur Motorposition
$G_{u_f \rightarrow y_{f,3}}(s)$	Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zur Summe aus Motordrehzahl und Additivdrehzahl
$G_{u_f \rightarrow z_f}(s)$	Übertragungsfunktion vom Eingang u_f zum flachen Ausgang z_f
$i_{1,\alpha}, i_{1,\beta}$	Real-, Imaginärteil des Stromzeigers im statorfesten Koordinatensystem
$i_{1,q,soll}, i_{1,d,soll}$	Sollwerte für Quer-, Direktkomponente des Stromzeigers im rotorfesten Koordinatensystem
$i_{1,q}, i_{1,d}$	Quer-, Direktkomponente des Stromzeigers im rotorfesten Koordinatensystem
$i_\alpha(t)$	Realteil des Stromzeigers im statorfesten Koordinatensystem
$i_\beta(t)$	Imaginärteil des Stromzeigers im statorfesten Koordinatensystem
i_A	Realteil des Stromzeigers im allgemeinen Koordinatensystem
i_B	Imaginärteil des Stromzeigers im allgemeinen Koordinatensystem
i_{ff}	Moment- oder Stromvorsteuerung
i_G	Getriebeübersetzungsverhältnis
I_{max}	Maximal erlaubter Beschleunigungsstrom
$I_{N, Motor}$	Nennstrom des Motors
$I_{N, Servo}$	Nennstrom des Servoverstärkers
$i_u(t), i_v(t), i_w(t)$	Phasenströme
$J_{Bremsse}$	Massenträgheitsmoment der Bremse
J_{ff}	Vorsteuerparameter für Massenträgheitsmoment
J_{Gesamt}	Gesamtmassenträgheitsmoment aus motorseitigem und lastseitigem Massenträgheitsmoment
J_{Last}	Lastseitiges Massenträgheitsmoment
J_{Motor}	Motor- bzw. motorseitiges Massenträgheitsmoment
k	Allgemeiner Verstärkungsfaktor

$K(q)$	q-Transformierte der zeitdiskreten Reglerübertragungsfunktion
$K(z)$	Zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion
k_1, k_2, k_3, k_4	Parameter des Zustandsreglers
K_ψ	Faktor zur Rückführung des geschätzten Flussfehlers
K_{ff}	Vorsteuerparameter für drehzahlabhängiges Reibmoment
K_I	Entwurfsparameter für Unsicherheitsmodell
$K_{Pos}(v_{soll,k}), K_{Neg}(v_{soll,k})$	Hilfsfunktionen zur Bestimmung der Vorsteuerparameter
k_p	Proportionalverstärkung des PI-Lagereglers
K_{res}	Resonanzfaktor
k_T	Momentkonstante des Motors
k_v	Proportionalverstärkung des PI-Drehzahlreglers
$L(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang des offenen Kreises
$L(s)$	Übertragungsfunktion des offenen Kreises
L_1	Spuleninduktivität
$l_I(\Omega)$	Relative Unsicherheit
M	Entwurfsparameter für Sensitivität
$m(t)$	Motormoment (inneres Moment)
M_T	Wert für konstante komplementäre Empfindlichkeit
$M_T(\omega_0)$	Frequenzabhängiger Maximalwert des geschlossenen Kreises
m_{add}	Unbekanntes Zusatzmoment
M_{Brems}	Haltemoment der Bremse
$M_{ff,Last}$	Vorsteuerparameter für konstantes Lastmoment
$M_{ff,Neg}$	Vorsteuerparameter für statisches Reibmoment in negative Bewegungsrichtung
$M_{ff,Pos}$	Vorsteuerparameter für statisches Reibmoment in positive Bewegungsrichtung
$m_{ff}(t)$	Vorsteuermoment
$M_{Gravitation}$	Moment aufgrund der Gravitation
m_{Last}	Lastmoment (äußeres Moment)
$m_{Reibung}$	Reibmoment
M_S	Statisches Reibmoment
$m_{Torsion}$	Torsionsmoment z.B. bei einer Welle
N	Periodenlänge des PRBS
n	Ordnung des PRBS
n_a	Pole auf der imaginären Achse
N_e	Erweiterte Strecke
n_l	Lastseitige Drehzahl
n_m	Motorseitige Drehzahl
n_r	Pole in der rechten offenen Halbebene
n_s	Maximale Ordnung des Systems
n_{add}	Additive Solldrehzahl
n_{ff}	Drehzahlvorsteuerung
n_{red}	Ordnung des reduzierten Systems
P	Steuerbarkeitsmatrix
p	Parametervektor zur Identifikation eines 2-Massen-Systems
$p(t)$	Momentanleistung des Motors
$P_f(s)$	Polynom zur Parametrierung des flachen Ausgangs
$Q_{11}, Q_{22}, Q_{33}, Q_{44}$	Element der Kovarianzmatrix Q_B
$Q_f(s)$	Polynom zur Parametrierung des flachen Ausgangs
R, R_1	Spulenwiderstand
R_{11}	Element der Kovarianzmatrix R_B
$R_f(s)$	Polynom zur Parametrierung des flachen Ausgangs
$R_n(s)$	Übertragungsfunktion des PI-Drehzahlreglers

r_v	Reibungskoeffizient
$S(s)$	Störübertragungsfunktion vom Störmoment zur Beschleunigung
$S(j\omega)$	Frequenzabhängige Empfindlichkeit
$S_2(s)$	Störübertragungsfunktion vom Störmoment zur Istposition
$s_2(t)$	Impulsantwort der Störübertragungsfunktion $S_2(s)$
$S_f(s)$	Polynom zur Parametrierung des flachen Ausgangs
S_{max}	Maximalwert der frequenzabhängigen Empfindlichkeit
s_m	Motorposition in Umdrehungen
s_{soll}	Sollposition in Umdrehungen
T	Periodizität, Periodendauer
$T(e^{j\omega_0 T_a})$	Zeitdiskreter Frequenzgang des geschlossenen Kreises
$T(j\omega)$	Frequenzabhängige komplementäre Empfindlichkeit
T_w	Entwurfsparameter für Zustandsregler
t_{aus}	Ausregelzeit
T_a	Abtastzeit
$T_{Filter,max}$	Maximalwert der Filterzeitkonstante T_{Filter}
T_{Filter}	Filterzeitkonstante des Drehzahlfilters
T_I	Ersatzzeitkonstante des geschlossenen Stromregelkreises
T_{max}	Maximalwert der frequenzabhängigen komplementären Empfindlichkeit
t_n	Nachstellzeit des PI-Drehzahlreglers
$T_n(s)$	Ersatzübertragungsfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises
$T_{tot,I}$	Totzeit im Stromregelkreis
T_{tot}	Totzeit im Drehzahlregelkreis
$u(t)$	Anregungs-, Eingangssignal
$u_f^*(s)$	Flachheitsbasierte Vorsteuergröße
$u_{1,\alpha}, u_{1,\beta}$	Real-, Imaginärteil des Spannungszeigers im statorfesten Koordinatensystem
$u_{1,q}, u_{1,d}$	Quer-, Direktkomponente des Spannungszeigers im rotorfesten Koordinatensystem
$u_{1,q}, u_{1,d}$	Quer-, Direktkomponente des Spannungszeigers im rotorfesten Koordinatensystem
u_f	Eingangsgröße des 2-Massen-Systems zur Berechnung der flachheitsbasierten Vorsteuerung
$u_u(t), u_v(t), u_w(t)$	Phasenspannungen
V	Verstärkungsfaktor für stationäre Genauigkeit des Zustandsreglers
$v_{soll}(t)$	Sollgeschwindigkeit in Hz
$W(s)$	Wunschpolynom
w_I	Gewichtungsfunktion für multiplikative Unsicherheit, komplementäre Sensitivität
w_P	Gewichtungsfunktion für Sensitivität
$x(t)$	Anregungssignal
x_{2MS}	Verhältnis von Motor- zu Gesamtmassenträgheitsmoment
$y(t)$	Antwort-, Ausgangssignal
$y_{f,2}^*(s)$	Positionsvorsteuergröße
$y_{f,3}^*(s)$	Drehzahlvorsteuergröße
$z_f^*(s)$	Wunschtrajektorie für den flachen Ausgang
$Z_{2MS}(s), N_{2MS}(s)$	Zähler- und Nennerpolynom des flexiblen Anteils
z_f	Flacher Ausgang des 2-Massen-Systems
z_k	Hilfsgröße bei Rekursivem-Least-Squares-Algorithmus
z_P	Polpaarzahl des Motors

Literaturverzeichnis

- [1] M. Schulze. *Elektrische Servoantriebe: Baugruppen mechatronischer Systeme*. HANSEER VERLAG, 2008.
- [2] J. Weidauer. *Elektrische Antriebstechnik: Grundlagen, Auslegung, Anwendungen, Lösungen*. Publicis Corp. Publ., 2008.
- [3] K.J. Åström and T. Hägglund. *PID controllers: Theory, Design and Tuning*. Setting the standard for automation. International Society for Measurement and Control, 1995.
- [4] Mario Pacas, Sebastian Villwock, Piotr Szczupak, and Henning Zoubek. Methods for commissioning and identification in drives. *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 29(1):53–71, 2010.
- [5] F. Schütte. *Automatisierte Reglerinbetriebnahme für elektrische Antriebe mit schwingungsfähiger Mechanik*. Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik. Shaker, 2003.
- [6] S. Villwock. *Identifikationsmethoden für die automatisierte Inbetriebnahme und Zustandsüberwachung elektrischer Antriebe*. 2007.
- [7] M. Pacas and S. Villwock. Development of an expert system for identification, commissioning and monitoring of drives. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th*, pages 2248–2253, Sept 2008.
- [8] H. Wertz and F. Schutte. Self-tuning speed control for servo drives with imperfect mechanical load. In *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, volume 3, pages 1497–1504 vol.3, 2000.
- [9] H. Grotstollen H. Wertz, F. Schütte. Ein rechnergestütztes Inbetriebnahmewerkzeug für geregelte industrielle Antriebssysteme mit schwingungsfähiger Mechanik. In *SPS/IPC/DRIVES*, 1997.
- [10] M. Pacas, S. Villwock, and T. Eutebach. Identification of the mechanical system of a drive in the frequency domain. In *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, volume 2, pages 1166–1171 Vol. 2, 2004.
- [11] S. Villwock, A. Baumüller, M. Pacas, F.-R. Gotz, Biao Liu, and V. Barinberg. Influence of the power density spectrum of the excitation signal on the identification of drives. In *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pages 1252–1257, 2008.
- [12] S. Villwock and M. Pacas. Application of the Welch-method for the identification of two- and three-mass-systems. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(1):457–466, 2008.

- [13] S. Villwock, M. Pacas, and T. Eutebach. Application of the welch-method for the automatic parameter identification of electrical drives. In *Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*, pages 6 pp.–, 2005.
- [14] H. Wertz, S. Beineke, N. Frohleke, S. Bolognani, K. Unterkofler, M. Zigliotto, and M. Zordan. Computer aided commissioning of speed and position control for electrical drives with identification of mechanical load. In *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, volume 4, pages 2372–2379 vol.4, 1999.
- [15] S. Beineke, F. Schutte, H. Wertz, and H. Grotstollen. Comparison of parameter identification schemes for self-commissioning drive control of nonlinear two-mass systems. In *Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS '97., Conference Record of the 1997 IEEE*, volume 1, pages 493–500 vol.1, Oct 1997.
- [16] F. Mink, A Bähr, and S. Beineke. Self-commissioning feedforward control for industrial servo drive. In *Advanced Electromechanical Motion Systems Electric Drives Joint Symposium, 2009. ELECTROMOTION 2009. 8th International Symposium on*, pages 1–6, July 2009.
- [17] I Pletschen, S. Rohr, G. Herrmann, and R. Kennel. Online parameter-estimation of feedforward gains in cascaded control structures for servo drives. In *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on*, pages 1–8, Aug 2011.
- [18] S. Thomsen and F.W. Fuchs. Flatness based speed control of drive systems with resonant loads. In *IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 120–125, Nov 2010.
- [19] S. Thomsen and F.W. Fuchs. Design and analysis of a flatness-based control approach for speed control of drive systems with elastic couplings and uncertain loads. In *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on*, pages 1–10, Aug 2011.
- [20] H. Zoubek and M. Pacas. A method for speed-sensorless identification of two-mass-systems. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*, pages 4461 –4468, Sept. 2010.
- [21] H. Zoubek and M. Pacas. An identification method for multi-mass-systems in speed sensorless operation. In *Industrial Electronics (ISIE), 2011 IEEE International Symposium on*, pages 1895 –1900, june 2011.
- [22] S. Beineke, J. Schirmer, J. Lutz, H. Wertz, A. Baehr, and J. Kiel. Implementation and applications of sensorless control for synchronous machines in industrial inverters. In *Sensorless Control for Electrical Drives (SLED), 2010 First Symposium on*, pages 64 –71, July 2010.
- [23] D. Schröder. *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. Number Bd. 10 in *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. Springer, 2009.
- [24] Dieter Gerling. *Antriebsregelung und Aktorik*. Vorlesungsskript, Universität der Bundeswehr München, 2009.
- [25] Alexander Bähr. *Speed Acquisition Methods for High-Bandwidth Servo Drives*. PhD thesis, TU Darmstadt, Mai 2005.

-
- [26] Li Yongdong and Zhu Hao. Sensorless control of permanent magnet synchronous motor — a survey. In *Proc. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conf. VPPC '08*, pages 1–8, 2008.
- [27] Xiao Dan and Song Zhengqiang. Sensorless control of surface permanent magnet synchronous motor using a structured adaptive flux observer. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2004. IPEMC 2004. The 4th International*, volume 2, pages 1023–1027 Vol.2, Aug. 2004.
- [28] Y. Imaeda, S. Doki, M. Hasegawa, K. Matsui, M. Tomita, and T. Ohnuma. Pmsm position sensorless control with extended flux observer. In *IECON 2011 - 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 4721–4726, Nov. 2011.
- [29] A.R. Weber and G. Steiner. An accurate identification and compensation method for nonlinear inverter characteristics for ac motor drives. In *I2MTC 2012 Graz*, pages 821–826, 13-16 May 2012.
- [30] W. Leonhard. *Control of Electrical Drives*. Engineering online library. Springer Berlin Heidelberg, 2001.
- [31] C.C. De Wit, H. Olsson, K.J. Astrom, and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 40(3):419–425, Mar 1995.
- [32] R. Isermann. *Identifikation Dynamischer Systeme 1: Grundlegende Methoden*. Springer Verlag, 1992.
- [33] R. Pintelon and J. Schoukens. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. Wiley, 2012.
- [34] L. Ljung. *System identification: theory for the user*. Prentice-Hall information and system sciences series. Prentice Hall PTR, 1999.
- [35] Weissbacher J. Horn M., Rehr J. *Selbsteinstellender Stützregler zur Frequenzgangsmessung von Servoantriebsachsen bei externem Lastmoment*. 17. Steirisches Seminar über Regelungstechnik und Prozessautomatisierung, 2011.
- [36] V. Bobál. *Digital self-tuning controllers: algorithms, implementation and applications*. Advanced textbooks in control and signal processing. Springer, 2005.
- [37] J.C. Doyle, B.A. Francis, and A.R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Dover Books on Engineering. Dover Publications, 2009.
- [38] D. Alders, R. Kennel, J. O. Krahl, and J. Quan. Biquad-filter for active damping of low frequency oscillations in two-inertia drive systems. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, volume 3, pages 1826–1831 vol.3, June 2003.
- [39] N. Dourdoumas M. Horn. *Regelungstechnik*. 2004.
- [40] E. Shafai H.P. Geering. *Regelungstechnik II*. IMRT Press, 2004.
- [41] S. Skogestad and I. Postlethwaite. *Multivariable feedback control: analysis and design*. Wiley, 1996.
- [42] J. Weissbacher, E. Grunbacher, and M. Horn. Automatic tuning of a servo drive speed controller for industrial applications. In *Mechatronics (ICM), 2013 IEEE International Conference on*, pages 700–705, Feb 2013.

- [43] M. Iwasaki, K. Seki, and H. Hirai. Fast-response positioning using h infin; control in machine tools. In *Advanced Motion Control, 2002. 7th International Workshop on*, pages 46 – 51, 2002.
- [44] J. Weissbacher, A.R. Weber, G. Steiner, and M. Horn. A simple method for self-commissioning of industrial ac motor drives without shaft encoder. In *MECHATRONIKA, 2012 15th International Symposium*, pages 1–6, Dec 2012.
- [45] J. Moscrop, C. Cook, and P. Moll. Control of servo systems in the presence of motor-load inertia mismatch. In *Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE*, volume 1, pages 351–356 vol.1, 2001.
- [46] Gruenbacher E. Weissbacher J., Holzleitner A. Unterdrückung von Laststörungen in schwingfähigen Systemen unter der Verwendung virtueller Sensorik. In *Kongress SPS/IPC/DRIVES*, 2013.
- [47] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. 1960.
- [48] Weissbacher J. Steiner G. Horn M. Weber, A. R. An accurate auto-tuning procedure for encoderless ac motor drives in industrial environments. In *TRANSACTIONS ON ELECTRICAL ENGINEERING*, volume Nr. 1, 2014.
- [49] Michael Zeitz. Differenzielle Flachheit: Eine nützliche Methodik auch für lineare SISO-Systeme (differential flatness: A useful method also for linear siso systems). *Automatisierungstechnik*, 58(1):5–14, 2010.
- [50] Bernecker + Rainer Industrie Elektronik Ges.m.b.H. *ACOPOS Drive functions*.
- [51] T. Katayama. *Subspace Methods for System Identification*. Communications and Control Engineering. Springer, 2005.
- [52] P. van Overschee and L.R. de Moor. *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*. Number Bd. 1. Kluwer Academic Publishers, 1996.