

VII. TRAGACHSEN.

§. 48.

Eintheilung der Tragachsen.

Achsen nennt man Träger, welche umlaufende oder schwingende Theile zu tragen bestimmt, und deshalb mit Drehzapfen versehen sind; sie heissen Tragachsen oder Stützachsen (entsprechend den Trag- und Stützzapfen), je nachdem sie quer auf ihre Zapfenachsen oder in deren Längenrichtung belastet sind. Hier sollen nur die Tragachsen behandelt werden. Bei denselben ist die Last entweder an einer Stelle vereinigt, oder sie ist auf mehrere Tragpunkte vertheilt; es unterscheiden sich hier-nach:

einfach tragende oder einfache Achsen und
mehrfach tragende Achsen.

Ihre Querschnitte werden bei Guss- und Schmiedeisen, auf welche Materialien hier zunächst Rücksicht genommen ist, entweder einfach kreisförmig oder nach anderen zusammengesetzteren Formen gebildet, wonach sich eine zweite Unterscheidung in der Berechnung ergibt. Bei den sämtlichen Aufgaben, welche sich in der Achsen-Construction darbieten, leistet die Zuhilfenahme der graphischen oder zeichnerischen Verfahrungsweisen sehr wesentliche Dienste. Es werden deshalb beide, das rechnerische und das zeichnerische Verfahren, beim Aufsuchen der Kräftewirkungen hier mitgetheilt.

A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

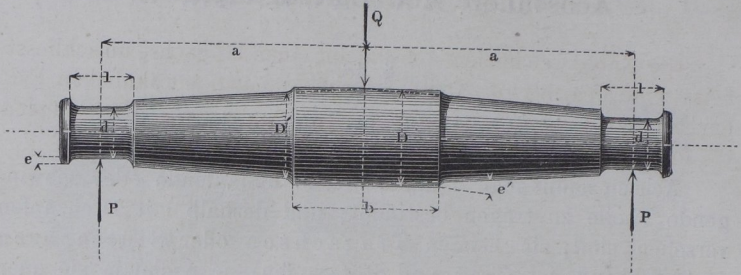
§. 49.

Gleichschenklige einfache Achse.

Die Last Q ist in der Mitte der Achse, auf dem Achsenkopf angebracht, Fig. 90 (a. f. S.), der von einer Hülse oder Nabe umschlossen

wird. Die Verbindungen von Kopf und Zapfen heissen die Schenkel der Achse. Die Zapfen werden nach den Regeln von Kap. V.

Fig. 90.



für den Druck $P = \frac{Q}{2}$ berechnet, und die Achse selbst annähernd von gleicher Festigkeit mit dem Zapfen konstruiert.

Nennt man:

- d den Zapfendurchmesser,
- l die Zapfenlänge,
- e die dem Zapfen zukommende Anlaufhöhe,
- D den Durchmesser des Achsenkopfes,
- b dessen Breite,
- D' den Durchmesser des Schenkels dicht neben dem Achsenkopf,
- $e' = \frac{D - D'}{2}$ den Vorsprung des letzteren,
- a die Schenkellänge,

so nehme man:

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - 0,5b}{\frac{l}{2}}} \dots \dots \dots (84)$$

Ist sodann noch:

d_q die Dicke des schmiedeisernen Stirnzapfens für die Belastung Q , genommen nach Formel (57)

so mache man:

$$e' = 3 + \frac{7}{100} d_q \dots \dots \dots (85)$$

und forme den Achsenschapel als Kegelstumpf von dem Basisdurchmesser D' und dem Scheiteldurchmesser $d + 2e$. Die strenge Form des Achsenschenkels würde ein kubisches Paraboloid sein (vergl. §. 10, Nro. VI., Bemerkungen), welches als Hilfsconstruction mit aufzutragen, für den Lernenden sehr nützlich ist.

§. 50.

Achsenkopf und Befestigungskeile.

Die Nabe, welche den Achsenkopf einer Tragachse umschliesst, heisst eine Tragnabe. Dieselbe erhält in den gewöhnlichen Fällen bei der Länge L und der Wanddicke w gute Abmessungen bei folgendem Ringquerschnitt:

$$\left. \begin{array}{l} \text{wenn aus Schmiedeisen . . } Lw = 0,6 d_q^2 \\ \text{wenn aus Gusseisen . . . } Lw = 1,2 d_q^2 \end{array} \right\} \dots (86)$$

und gehe man allenfalls bis auf $\frac{5}{6}$ dieser Werthe herab, wenn Sparsamkeit besonders wichtig ist.

Dabei nehme man die Länge L beim Nabenmaterial

$$\left. \begin{array}{l} \text{Schmiedeisen . . } L = 1,5 d_q \\ \text{Gusseisen . . . } L = 2,1 d_q \end{array} \right\} \dots (87)$$

Dies gilt unter der Voraussetzung, dass die Nabe eine radförmige, also verstärkende Umgebung hat (Wasserrad-Armschilde u. s. w.) Dagegen wird L um so grösser genommen, je mehr die Umgebung der Nabe dieselbe frei lässt (Balancier, Winkelhebel), und zwar steigt man bis zu folgenden Werthen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{bei Schmiedeisen . } L = 1,75 d_q \\ \text{bei Gusseisen . . } L = 2,45 d_q \end{array} \right\} \dots (88)$$

wobei die Wanddicke w entsprechend Formel (86) ermittelt wird. Hierdurch ist, die um wenig grösser als L zu nehmende Keilstellenbreite b (s. Fig. 90) bestimmt.

Beispiel. Für einen gusseisernen gleicharmigen Balancier auf schmiedeiserner gleichschenkliger Achse (vergl. Kap. XVII.) betrage die Achsenbelastung Q 11500^k. Dann ist d_q nach Tabelle §. 38 = 120^{mm}, und $e' = 12^{\text{mm}}$. Nach (88) ist nun passend zu nehmen $L = 2,45 \cdot 120 = 294^{\text{mm}}$ (vergl. das Resultat der Verhältnisszahlen in Kap. XVII.) und hat man b etwas $> L$, $\sim 300^{\text{mm}}$ zu machen.

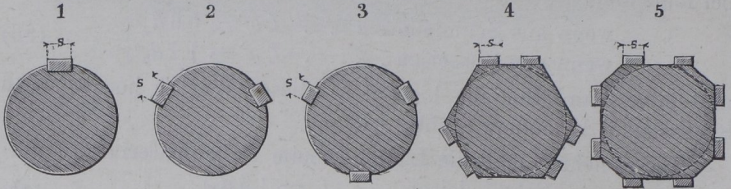
Die Keile oder Schlüssel, mittelst deren die Naben auf die Köpfe der Achsen befestigt werden, können nur nach empirischen Regeln construirt werden. Man wendet entweder nur einen oder zwei und mehr Keile zusammen an (Fig. 91), und macht die mittlere Keildicke gleich der halben Keil- oder Schlüsselbreite s . Letztere nehme man:

$$\left. \begin{array}{l} \text{bei einem Keil} \dots\dots\dots s = 2e' \\ \text{bei zwei Keilen} \dots\dots\dots s = 1,6e' \\ \text{bei drei und mehr Keilen} \dots\dots s = 1,4e' \end{array} \right\} \dots (89)$$

wobei e' wieder nach Formel (85) zu nehmen ist, sich also auf d_q bezieht.

Beispiel. Obiger Balancier sei mit einem Keil auf der Achse zu befestigen; dieser erhält nach (89) eine Breite $s = 2 \cdot 12 = 24\text{mm}$, und eine mittlere Dicke = 12mm .

Fig. 91.



In vielen Fällen bleibt wegen mangelnder Angaben über die Belastung einer Keilstelle die Bestimmung der Keilabmessungen dem Gefühl überlassen.

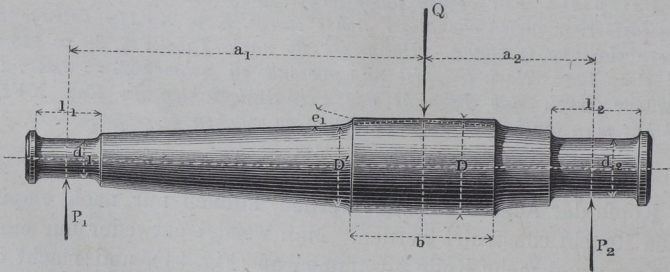
§. 51.

Ungleichschenklige einfache Achse.

Die Last Q vertheilt sich hier ungleich auf die beiden Zapfen d_1 und d_2 , Fig. 92, und zwar ist

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Fig. 92.



Die Mittelebene des Achsenkopfes theilt die Achse in zwei Stücke, von denen man jedes einzelne so behandelt, wie die Hälfte einer

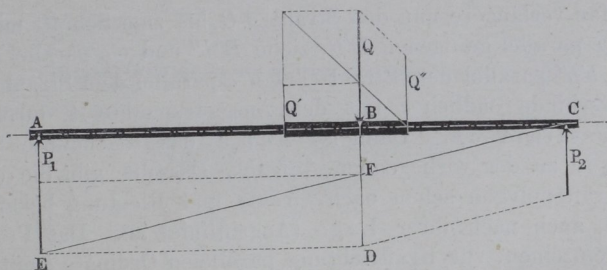
gleichschenkligen einfachen Achse, und schliesslich durch ausgleichende Verbesserungen dem Ganzen einen gleichförmigen Anstrich gibt. Man berechne dann D' für beide Schenkel und behalte das grössere der sich für D ergebenden Resultate bei. Wird $a_1 = a_2$, so geht die Achse in die gleichschenklige über.

§. 52.

Graphische Bestimmung der Kräfte bei der einfachen Achse.

Statt die Kräfte und Kraftmomente, welche die einfache Achse beanspruchen, durch Rechnung zu bestimmen, kann man sich dazu der zeichnerischen Methode*) bedienen, welche weit bequemer und anschaulicher ist.

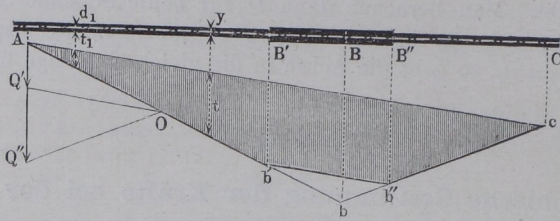
- 1) Bestimmung der Pressungen. Fig. 93. Die Zapfen-
Fig. 93.



drucke P_1 und P_2 verhalten sich verkehrt wie die Schenkellängen a_1 und a_2 . Mache $BD \parallel$ und $= AE$ und $=$ der Belastung Q , und ziehe CFE , so stellt BF den Druck P_1 in A , FD den Druck P_2 in C dar. Statt der auf die Nabe vertheilten Kraft Q kann man sich auch zwei Kräfte Q' und Q'' an den Nabenenden concentrirt denken; man findet dieselben auf ganz analoge Weise, wie P_1 und P_2 aus Q (siehe die Figur), auch wenn die Nabe nicht symmetrisch zur Ebene der Kraft Q vertheilt ist. Aus P_1 und P_2 werden die zugehörigen Zapfen von den Dicken d_1 und d_2 berechnet.

*) Vieles in der hier angewandten Methode ist sofort verständlich, anderes mehr verwickelt; ich verweise auf das Werk von Prof. Culmann: Die graphische Statik, Leipzig 1864.

2) Bestimmung der Kraftmomente. Fig. 94. Nachdem Fig. 94.



die Kräfte Q' und Q'' gefunden sind, trage man von A aus die Kraft Q' normal zu AC auf, wähle einen beliebigen Punkt O ausserhalb AQ' als Pol, ziehe die Strahlen AO , $Q'O$, verlängere AQ' um die Kraft Q'' , und ziehe $Q''O$, so ist $AQ'Q''O$ das sogenannte Kräftepolygon zu der vorliegenden Aufgabe. Dasselbe gibt die an der Achse wirkenden Kräfte nach Grösse und Richtung an.

Man verlängere nun den Strahl AO bis zum Schnitt mit der zu AQ' parallel gezogenen $B'b'$, ziehe $B''b''$ und Cc parallel AQ' ; ferner $b'b''$ parallel dem Strahl $Q'O$, $b''c$ parallel dem Strahl $Q''O$, und verbinde endlich c mit dem Ausgangspunkte A durch die Schlusslinie cA . Dann ist $Ab'b''c$ das sogenannte Seilpolygon zu der vorliegenden Aufgabe. Dasselbe gibt die durch das Kräftepolygon schon nach Grösse und Richtung bekannten Kräfte auch nach ihrer Lage (Angriffslinie) an. Das Produkt jeder einzelnen, zur Krafttrichtung parallelen Ordinate t mit dem sogenannten Polabstand (Abstand des Punktes O von AQ') gibt das statische Moment der in der Verlängerung von t den Stab beanspruchenden Kräfte. Da aber der Polabstand constant ist, so verhalten sich die Momente wie die Ordinaten t selbst. Man hat daher für die Dicke y des Schenkels an der Stelle, welche t entspricht, wenn der Wurzel des Zapfens d_1 die Ordinate t_1 zukommt:

$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}} \dots \dots \dots (90)$$

Der Schnittpunkt b der Polygonseiten AO und $b''c$ liegt in der Richtung der Mittelkraft Q .

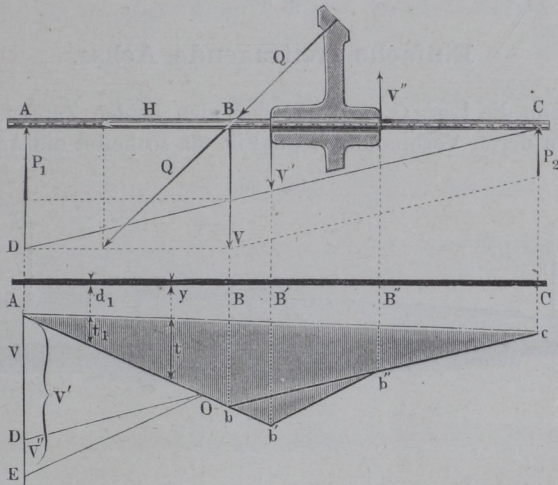
Nach Bestimmung der Schenkeldicken werden die Kopfansätze und übrigen Nebenconstructions wie oben behandelt.

§. 53.

Schief belastete einfache Achse.

Manchmal ist die Kraft Q nicht normal, sondern schief gegen AC gerichtet. Man verfähre dann wie folgt. Verlängere die Kraftlinie Q , Fig. 95, bis zu ihrem Schnitt B mit der Achse AC

Fig. 95.



und zerlege sie dort in die Normalkraft V und die Axialkraft H . Letztere wird durch einen der beiden Zapfen, der als Stützzapfen zu wirken hat, aufgenommen; ihre Wirkung auf die Materialspannungen darf meist vernachlässigt werden. V wird darauf, wie früher in die Kräfte P_1 und P_2 zerlegt, auf die beiden Zapfen bei A und C vertheilt, und diese Zapfen entsprechend berechnet. Sobald der Punkt B ausserhalb der Nabe fällt, ruft V an den Nabenenden B und B'' die einander entgegengerichteten Kräfte V' und V'' hervor. Man trage, um sie zu finden, von A nach D normal zu AC die Kraft $V = P_1 + P_2$ auf, wähle einen Pol O , ziehe und verlängere AO bis zum Schnitte b mit dem Lothe aus B , ziehe bc parallel dem Strahle DO , verlängere Ab bis zum Schnitte b' mit dem

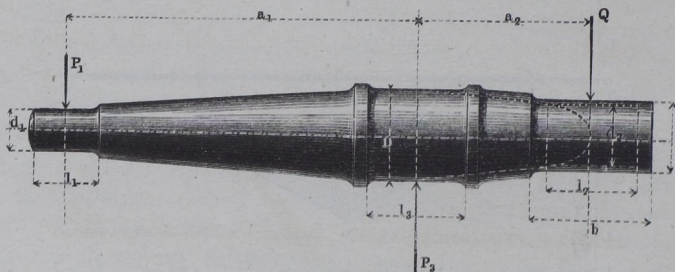
Lothe aus B' , verbinde b' mit b'' , dem Schnitte von bc mit dem Lothe aus B'' , und ziehe aus O den Strahl OE parallel $b''b'$, so schneidet dieser von der verlängerten AD die Strecke $DE =$ der Kraft V'' in B'' ab, und es ist endlich $AE =$ der gesuchten Kraft V' , welche gleich ist der Summe der nach oben gerichteten Kräfte P_1 , P_2 und V'' . Zieht man nun die Schlusslinie cA , so ist das Seilpolygon $Abb'b''c$ fertig, und es können dessen Ordinaten t wie oben zur Berechnung der Durchmesser dienen.

§. 54.

Einfache freitragende Achse.

Wenn die Last Q , statt zwischen den beiden Zapfen, ausserhalb von deren Verbindung liegt, Fig. 96, so heisst die Achse eine

Fig. 96.



freitragende oder fliegendtragende, wie die Praxis sich ausdrückt. Der Zapfen D wird hier ein Halszapfen (s. §. 41).

Es ist:

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}, \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}.$$

Man bestimme zuerst den Zapfen d_1 , darauf einen ideellen Zapfen d_2 für die Laststelle, und eine Achsenkopfdicke D für den Halszapfen, so als ob die Aufgabe diejenige des vorigen Paragraphen wäre, indem man für D die grössere der beiden Dicken D' und D'' beibehält, welche sich für die beiden Enden des Halszapfens aus Formel (84) ergeben, und mache alsdann (graphisch, siehe §. 39) die Zapfenlänge $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$. Hierauf lege man in

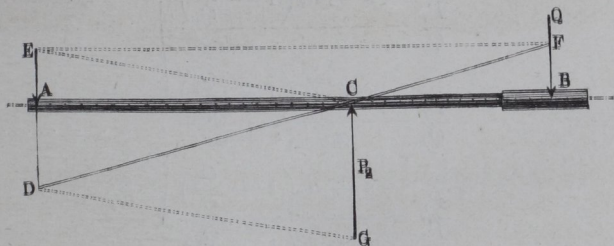
den Schenkel a_2 die cubische Parabel, welche der strengen Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite b je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens d_2 aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach D hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser \varnothing des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\varnothing}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}}.$$

Beispiel. Gegeben $Q = 12000^k$, $a_1 = 1200\text{mm}$, $a_2 = 600\text{mm}$, $b = 330\text{mm}$.
 Material Gusseisen. Umdrehungszahl < 150 . Man hat: $P_1 = \frac{Q}{2} = 6000^k$,
 $P_3 = \frac{3}{2} Q = 18000^k$. Nach Tabelle §. 35 ist nun zu nehmen d_1 zwischen 115 und 120, sei 115mm , d_2 zwischen 160 und 170, sei 165mm , wonach
 $l_1 = 153\text{mm}$, $l_2 = 220\text{mm}$. Nun wird $D = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{600}{110}} = 1,77 \cdot 165 = 292\text{mm}$,
 $l_3 = \sqrt{153^2 + 220^2} = 268\text{mm}$, $\varnothing = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{330}{220}} = 165 \cdot 1,15 = 190\text{mm}$.

Graphisch verfahren, mache man (Fig. 97) $AD = Q$ und ziehe DCF , so ist BF die bei A anzubringende Kraft P_1 , welche mit

Fig. 97.



Q zusammen der in C nach oben wirkenden Kraft P_2 das Gleichgewicht hält, so dass also DE parallel BF gezogen in $DE = DA + BF = CG$ die Kraft P_2 liefert. Kräftepolygon und Seilpolygon fallen im übrigen wie bei der vorigen Aufgabe aus.

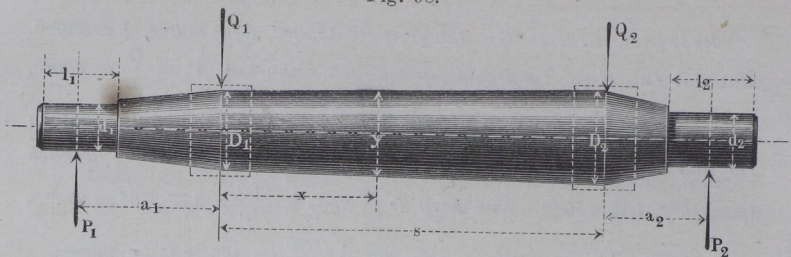
Ist die Kraft Q schief gerichtet, so gibt die graphische Behandlung der Aufgabe schnell die oft nicht leicht zu übersehenden Wirkungen der Kraft auf die Achse. Beispiele zu einfachen freitragenden Achsen mit schiefer Belastung liefern u. a. manche Krahnssäulen und ähnliche Constructionen.

§. 55.

Achse mit zwei Tragpunkten.

Bei der in Fig. 98 schematisch dargestellten zweifach tragenden Achse heissen die Enden wieder die Schenkel der

Fig. 98.



Achse, das Mittelstück der Schaft derselben. Sind Q_1 und Q_2 die Belastungen, s die Schaftlänge, so hat man für die Zapfendrucke:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{Q_1} &= \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2} \\ \frac{P_2}{Q_2} &= \frac{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (91)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)} \times \frac{Q_1}{Q_2}$$

Aus den auf diese Weise ermittelten Zapfendrucke lassen sich nun die Zapfen d_1 und d_2 , sowie überhaupt die Schenkel a_1 und a_2 ganz bestimmen, wobei man zunächst die Durchmesser D_1 und D_2 solcher ideellen Achsenköpfe ermittle, bei welchen Q_1 und Q_2 je auf einen Punkt concentrirt gedacht werden.

Für die dem Schaft an den verschiedenen Stellen zu gebenden Durchmesser hat man alsdann, wenn y den Durchmesser in der Entfernung x vom Lastpunkte Q_1 bezeichnet:

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1} \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \dots \dots \dots (92)$$

eine Gleichung, nach welcher das Profil des Schaftes nach zwei cubischen Parabelbogen zu begrenzen ist. Diese können indessen in der Regel durch zwei Gerade ersetzt werden, so dass der Schaft ein Kegelstumpf wird.

Die beiden Achsenköpfe werden gebildet, indem man Verdickungen um $e' = (3 + \frac{1}{100} d_{1q})$ resp. d_{2q} anbringt, wie es in §. 49 gezeigt wurde, und den Tragstellen die Breite b giebt, welche das zu tragende Stück vorschreibt.

Die Dicken $D_1' D_2', D_1''$ und D_2'' neben den Achsenköpfen bestimmen sich durch das Einschneiden der die Achsenköpfe abschliessenden Ebenen in die Schenkel und den Schaft, nachdem deren Abmessungen bestimmt sind. Die Werthe d_{1q} und d_{2q} sind wieder, entsprechend den Angaben in §. 49, die Durchmesser der schmiedeisernen Stirnzapfen für die Lasten Q_1 und Q_2 .

In sehr vielen Fällen ist die vorliegende Achse gleichschenkelig und an beiden Lastpunkten gleichstark belastet, also $a_1 = a_2, Q_1 = Q_2$. Dann wird:

$$P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2$$

und

$$y = D,$$

also der Schaft cylindrisch.

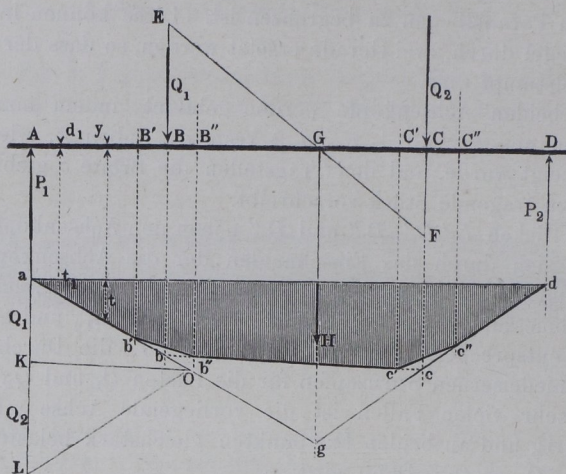
§. 56.

Graphostatik der vorstehenden zweifach belasteten Achse.

Man suche zuerst die Mittelkraft von Q_1 und Q_2 , indem man (Fig. 99, a. f. S.) $BE = Q_2, CF = Q_1$ macht und EGF zieht, die Mittelkraft $Q_1 + Q_2$ hat dann die Lage des Lothes GH . Hierauf bestimme man P_1 und P_2 aus $GH = Q_1 + Q_2$, wie es in §. 52 gezeigt wurde. Nunmehr können die Zapfen d_1 und d_2 aus P_1 und P_2 berechnet, und ferner das Kräftepolygon verzeichnet werden. Mache $aK, \text{ Fig. 99, } = Q_1, KL = Q_2$, ziehe den Strahl Ag in einer beliebigen Richtung, bis er die Mittelkraftlinie GH schneidet, verbinde g mit d , und ziehe den Strahl LO parallel gd . Dann ist O so gewählt, dass die Schlusslinie des zu verzeichnen-

den Seilpolygones horizontal wird. Projicire ferner B nach b , C nach c , und ziehe bc . Durch Fällen von Lothen aus den Naben-

Fig. 99.



enden B' , B'' und C' , C'' erhält man darauf, ohne die Zerlegung von Q_1 und Q_2 in die beiden ideellen Kräfte an den Nabenrändern machen zu müssen, die Punkte $b'b''$, $c'c''$ des Seilpolygones, dessen Schlusslinie da ist. Aus den Ordinaten t bei bekannter Ordinate t_1 an einer Zapfenwurzel sind dann wie oben alle Dicken y der Achse zu ermitteln nach Formel (90). Geht man direkt mit dem Verzeichnen des Seilpolygones vor, statt zuerst die Mittelkraft zu suchen, so wird letztere aus dem Kräftepolygon gefunden; die Schlusslinie kommt dann in der Regel schief zu liegen, was indessen nur unbedeutend stört.

§. 57.

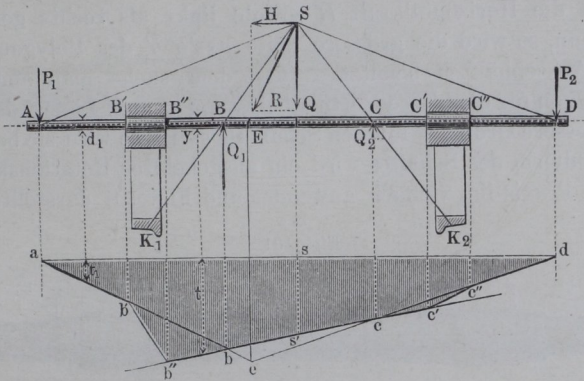
Schief belastete zweifach tragende Achse.**Eisenbahnwagen - Achse.**

Bei schiefer Richtung der Kräfte Q_1 und Q_2 wird die zeichnerische Auflösung der vorliegenden Aufgabe kaum weniger einfach als vorher. Die schiefe Krafrichtung kommt namentlich bei

den Eisenbahnwagenachsen vor, weshalb wir eine solche so gleich als Beispiel nehmen wollen, unter Vernachlässigung freilich einiger wenig bedeutenden Nebeneinflüsse.

Ausser der im Wagenschwerpunkt S , Fig. 100, angreifenden

Fig. 100.



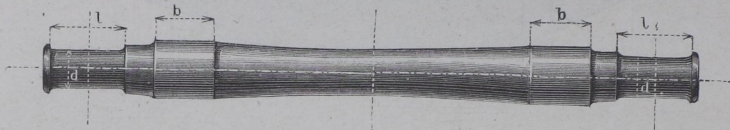
Vertical-Belastung Q der Achse wirkt an demselben Punkte zu Zeiten eine durch Centrifugalkraft und Schwankungen hervorge-rufene Horizontalkraft H , welche nach Scheffler*) auf $0,4 Q$ steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft R gegen die Achse hin drückt. Diese wird sowohl nach den Schienenköpfen K_1 und K_2 hin, als nach den Zapfen A und D hin zerlegt. In den Durchschnittspunkten B und C der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte Q_1 und Q_2 und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in vernachlässigbare Horizontalkräfte und die Vertikaldrucke P_1 und P_2 zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen d_1 und d_2 berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffspunkt E der Mittelkraft R ein Loth Ee auf die zur Achse parallel gezogene ad ; ziehe ea und ed (unter Voraussetzung eines derart gewählten Poles des Kräftepoly-gones, dass ad parallel AD ausgefallen sei); verlängere die Richtungen von Q_1 und Q_2 bis b und c , und lege durch b und c eine

*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig 1861.

Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabenrandpunkten $B'B''$, $C'C''$ Lothe nach $b'b''c'e''$ und ziehe $b'b''$, $c'e''$, so ist $ab'b''c'e''d$ das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten t desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken y aus der bekannten Zapfendicke d_1 und der Ordinate t_1 an der Zapfenwurzel.

Da die Horizontalkraft H sowohl links als rechts gerichtet sein kann, so wird die grössere Seite $ass'b''b'$ des Polygons für beide Achsenhälften benutzt. Ausserdem suche man auch das Seilpolygon für die blosse Vertikalbelastung Q auf. Liefert dasselbe eine grössere Ordinate für den Schaft als ss' ist, so wird sie benutzt; die Totalform des Schaftes wird ein ausgekehlter Rotationskörper, wie die Praxis ihn vielfach anwendet und Fig. 101 darstellt. Das

Fig. 101.



vorstehende Verfahren, bei welchem die Einzeichnung des Kräftepolygons als überflüssig weggelassen wurde, ist ganz entsprechend gebildet, wie dasjenige in §. 53. Die Zapfen der Eisenbahnwagenachsen haben 250 bis 300 Umdrehungen in der Minute und erhalten deshalb, wenn aus Schmiedeeisen, das Längenverhältniss 2.

§. 58.

Zweifach belastete Achse mit einem freitragenden Schenkel.

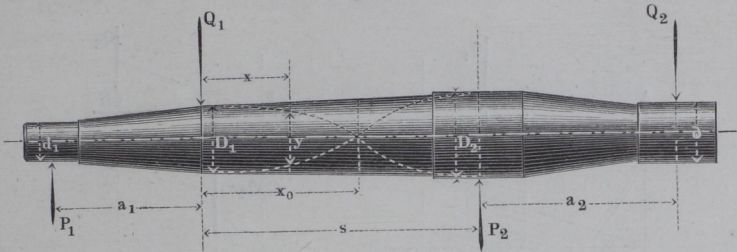
Auch hier kann man, wie bei der Achse in §. 54, einen der Schenkel seine Last frei tragen lassen, Fig. 102.

Nennt man dann s die Schaftlänge zwischen Q_1 und P_2 , so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s - a_2 \frac{Q_2}{Q_1}}{s + a_1} \dots \dots \dots (93)$$

$$\frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_2 + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{s + a_1} \dots \dots \dots (94)$$

Fig. 102.



und wieder $\frac{y}{D_1}$, wie es Formel (92) angibt. Bei dieser Aufgabe wird y nach (92) manchmal an einer Stelle im Schaft = 0, und zwar allgemein in einem Abstand x_0 vom ersten Tragpunkt, für welchen man hat (siehe Fig. 102)

$$x_0 = \frac{a_1 \cdot \frac{Q_1}{P_1} - 1}{\frac{Q_1}{P_1} - 1} \dots \dots \dots (95)$$

Man nähert dann meistens die strenge Form durch einen umhüllenden Kegelstumpf an.

Beispiel. $Q_1 = 2000^k$, $Q_2 = 1000^k$, $s = 1800^{mm}$, $a_1 = a_2 = 800^{mm}$.

Hier ist $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{1800 - 800 \cdot \frac{1}{2}}{1800 + 800} = \frac{14}{26}$, also $P_1 = \frac{7 \cdot 2000}{13} = 1077^k$; ferner

$\frac{P_2}{Q_2} = \frac{1800 + 800 + 800 \cdot 3}{2600} = \frac{50}{26}$, also $P_2 = \frac{50 \cdot 1000}{26} = 1923^k$, wo-

nach man die Berechnung der Zapfen und Schenkel anstellen kann.

y wird = 0 bei $x_0 = \frac{800}{\frac{26}{14} - 1} = \frac{800 \cdot 14}{12} = 933^{mm}$, was in den Schaft

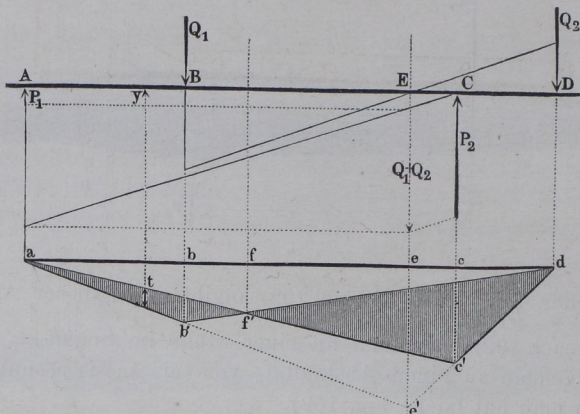
hineinfällt, also die oben angedeutete Annäherung erfordert.

Für Rechnungsproben und Erleichterungen ist es wichtig, zu bemerken, dass bei den sämtlichen obigen Achsen stets $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2$ ist.

Behufs der zeichnerischen Auflösung suche man zuerst aus Q_1 und Q_2 die Lage von deren Mittelkraft $Q_1 + Q_2$, und daraus

die Grösse der Kräfte P_1 und P_2 , worauf die Zapfendicke d_1 bestimmt werden kann. Fällt die Mittelkraft zwischen P_1 und P_2 , so ergibt sich folgendes Seilpolygon, Fig. 103.

Fig. 103.

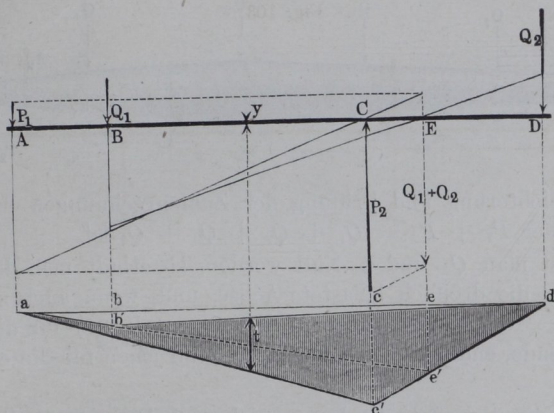


Ziehe von a aus die erste Polygonseite bis zum Schnitte b' mit dem Lothe aus dem Angriffspunkte B der ersten Kraft Q_1 , von b' die zweite Polygonseite nach d als in der Richtung der zweiten Kraft Q_2 gelegen. Von da aus ist die dritte Polygonseite bis zum Schnitte c' mit der dritten Krafrichtung (P_2) zu ziehen; da sich aber die erste und n te Seilpolygonseite auf der Mittelkraft schneiden müssen, so ziehe nun de' bis zu dem Schnittpunkte e' der ersten verlängerten Polygonseite mit der schon bekannten Mittelkrafrichtung ee' ; damit ist nun auch c' gefunden, und man kann endlich die Schlusslinie $c'a$ ziehen. Dann ist $ab'dc'a$ das gesuchte Seilpolygon, und dessen vertikale Ordinaten t die Verhältnissmaasse für die biegenden Momente, welche wie bisher benutzt werden [Formel (90)]. In f' wird $t = 0$, was dem oben analytisch gefundenen Punkte (x_0) entspricht.

Die Ordinate t wird nicht mitten im Schafte = Null, wenn die Mittelkraft ausserhalb AC fällt (Fig. 104). Eine der beiden Zapfenkräfte, hier P_1 , wird dann negativ gerichtet, was die (zeichnerische) Kräfteaufsuchung sofort lehrt. Man ziehe die erste Seilpolygonseite ab' , darauf die zweite $b'd$. Die dritte trifft wieder

auf der Mittelkraftrichtung in e' mit der verlängerten ersten Polygonseite $ab'e'$ zusammen, wird selbst dann verlängert bis zum

Fig. 104.



Schnittpunkte c' mit der dritten Krafrichtung, wonach die Schlusslinie $c'a$ gezogen werden kann.

Wegen der bequemen vorausgehenden Feststellung der Mittelkraft nach Richtung, Lage und Grösse konnte hier das Kräftepolygon ganz weggelassen werden, was auch von allen bis dahin vorgenommenen Achsen-Aufgaben gilt, so lange man nur die Verhältnisse der biegenden Kraftmomente $\left(\frac{t}{t_1}\right)$ zu kennen braucht. — Sind bei der zweifach tragenden Achse beide Schenkel freitragend, so wird das Seilpolygon ganz wie in §. 56 behandelt.

§. 59.

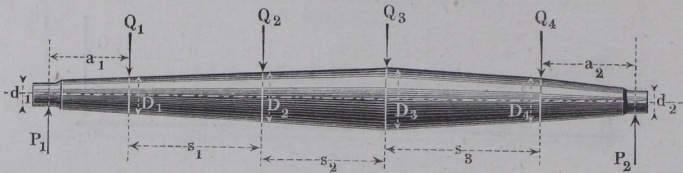
Achse mit drei und vier Tragpunkten.

Die Zahl der Tragpunkte der Achsen wird oft bis zu vier ausgedehnt. Sind die Belastungen, siehe Fig. 105, Q_1, Q_2, Q_3 und Q_4 , die Schaftstücke s_1, s_2, s_3 lang, so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s_1 + s_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) + s_3 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1}\right) + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1} + \frac{Q_4}{Q_1}\right)}{a_1 + s_1 + s_2 + s_3 + a_2} \quad (96)$$

woraus sich durch passende Zeichenänderung auch $\frac{P_2}{Q_2}$ ergibt.

Fig. 105.



Zur Erleichterung und Prüfung der Zahlenrechnungen dient es, dass wieder $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ ist.

Lässt man Q_4 und s_3 Null werden, so erhält man den Ausdruck für die dreifach belastete Achse, und, wenn auch noch Q_3 und $s_2 = \text{Null}$ gesetzt werden, den Ausdruck (91) für die zweifachtragende, endlich bei Q_2 und $s_1 = \text{Null}$ jenen für die einfache Achse.

Für die Schaftstücke lassen sich auch Formeln ähnlich (92) bilden; man kann indessen ohne weiteres die einzeln ermittelten Achsenköpfe durch Kegelstumpfe verbinden, um genügend angenäherte Formen zu erhalten.

Der Durchmesser des Achsenkopfes bei Q_4 findet sich aus:

$$\frac{D_4}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{a_1 + s_1 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right) + s_2 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1}\right) + s_3 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1} - \frac{Q_3}{P_1}\right)}{\left(\frac{l_1}{2}\right)} \dots \dots \dots (97)}$$

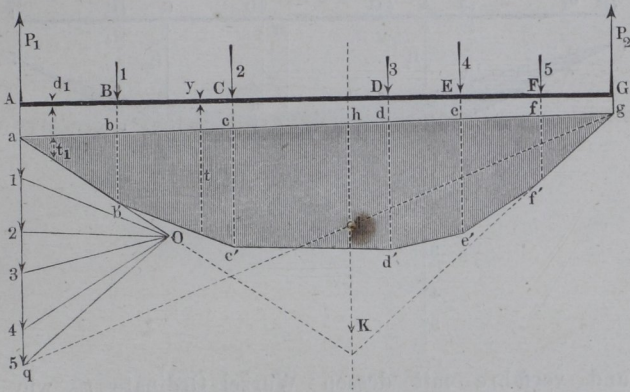
Werden hierin nacheinander s_3, s_2 und $s_1 = \text{Null}$ gesetzt, so geht die Formel über in die für $\frac{D_3}{d_1}, \frac{D_2}{d_1}, \frac{D_1}{d_1}$. Die Achsenköpfe werden mit dem aus §. 50 bekannten Vorsprung e' und einer Breite aufgesetzt, welche meistens vorgeschrieben ist, andernfalls sie nach den Formeln (87) und (88) gewählt werden kann.

Es ist klar, dass auch freitragende Schenkel angewandt werden können, deren Behandlungsweise sich indessen aus den oben angegebenen unschwer ableitet, auch z. B. durch Negativsetzen von a_1 oder a_2 sich unmittelbar ergibt.

Die zeichnerische Aufsuchung der Kräfte und Momente geschieht wie folgt. Man bilde (Fig. 106), unter dem Stützpunkt a beginnend, das Kräftepolygon aqO , wobei der Pol O wieder be-

liebig angenommen wird; die Belastungen sind hier nur mit den Ziffern 1 bis 5 bezeichnet. Darauf ziehe man ab' dem ersten

Fig. 106.

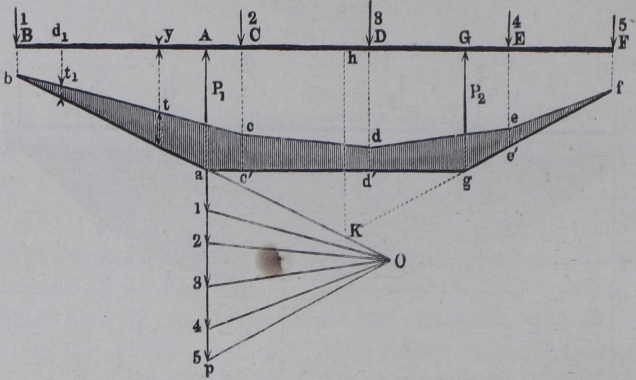


Strahl aO parallel bis zum Lothe bb' der Kraft Q_1 , dann $b'c'$ parallel dem zweiten Strahle $1O$ bis zum Lothe von Q_2 , $c'd'$ parallel dem dritten Strahle u. s. f., und endlich die Schlusslinie ga . Die verlängerte erste und sechste Seilpolygonseite, ab' und gf' , schneiden sich auf der Richtung der Mittelkraft, deren Grösse hK gleich der Summe aq aller Belastungen ist. Ziehe nun glq , so ist in hl die erste Zapfenkraft P_1 , und in lK die andere Zapfenkraft P_2 gefunden. Aus P_1 und P_2 aber können die Zapfen d_1 und d_2 berechnet werden, während die Ordinaten t des Seilpolygons wie bisher zur Berechnung der Durchmesser y der Achse dienen. — Will man zu Anfang durch aufeinanderfolgendes Zusammensetzen der Belastungen die Mittelkraftlage bestimmen, so lässt sich O sehr bequem so legen, dass ag parallel AG fällt.

Hat die vielfach belastete Achse freitragende Schenkel, wie in Fig. 107 (a. f. S.) angenommen ist, so verfährt man ganz ähnlich wie oben, indem man, wieder unter dem ersten Stützpunkte a beginnend, das Kräftepolygon aqO aufträgt, die erste Seilpolygonseite ab nach dem Lothe der ersten Kraft, die zweite nach dem Lothe cc' der zweiten Kraft zieht, und so bis zur Schlusslinie ga fortfährt. Die erste und n te Seilrichtung schneiden sich nach wie vor auf der Richtung hK der Mittelkraft, welche letztere wie bisher auf A und G vertheilt wird. Behufs Bestimmung der Durch-

126 Tragachse mit Belastungen in verschiedenen Kräfteebnen.
 messer y berechne man für die Last Q_1 einen ideellen Stirnzapfen

Fig. 107.



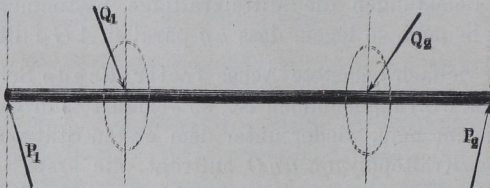
d_1 , und verfähre mit dessen Wurzel-Ordinate t_1 wie oben [Formel (90)].

§. 60.

Tragachse mit Belastungen in verschiedenen Kräfteebnen.

Bedeutend schwieriger als bisher wird die analytische Berechnung einer Tragachse, wenn (Fig. 108) die Belastungen in verschie-

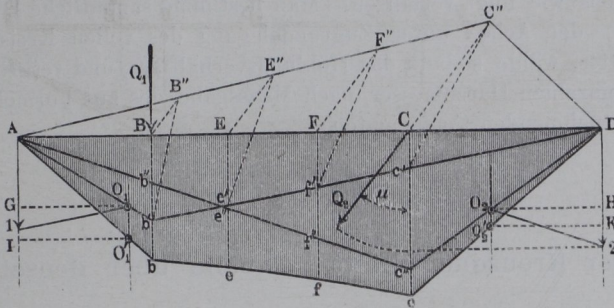
Fig. 108.



denen Ebenen wirken; mit der graphostatischen Methode dagegen sind die Schwierigkeiten leicht zu überwinden. Man trage zunächst (Fig. 108 a.) die Kräftepolygone $A O_1$ 1 und $A O_2$ 2 für die Kräfte Q_1 und Q_2 bei gleichem Polabstand $G O_1 = H O_2$ so auf,

dass beide Schlusslinien der alsdann zu zeichnenden Seilpolygone $Ab'D$ und $Ac''D$ in AD zusammenfallen; bringe darauf das

Fig. 108 a.



zweite Seilpolygon auf die schiefwinkligen Ordinaten $BB'' = Bb''$, $CC'' = Cc''$ u. s. w., so zwar, dass dieselben mit den (vertikalen) Ordinaten des ersten Polygons den Winkel μ der Kräfteebenen einschliessen, und ausserdem von den Anfangspunkten $B, C, E \dots$ rückwärts getragen werden. Hierauf mache man $Bb = B''b'$, $Cc = C''c'$, $Ee = E''e'$ u. s. w., und ziehe das Seilpolygon $AbefcD$, so geben dessen Vertikalordinaten (nach V., §. 16) die wie bisher zu benutzenden biegenden Momente für die Achse an. Das Seilstück $befc$ ist eine Curve (Hyperbel), Ab und cD dagegen sind geradlinig. Zieht man noch $O_1 O_1' \parallel A1$, $O_2 O_2' \parallel D2$, und fällt die Lothe $O_1' J$ und $O_2' K$, so ist AJ die Zapfenkraft P_1 , DK die Zapfenkraft P_2 , erstere $\parallel B''b'$, letztere $\parallel C''c'$ gerichtet, beide mit dem in den Kräftepolygonen benutzten Maassstab zu messen.

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 61.

Kreisringquerschnitt.

Will man eine Achse mit dem Kreisringquerschnitt, also rohrförmig ausführen, so berechne man vorerst die Zapfen als hohle Zapfen nach den Angaben unter f) in §. 37, und beziehe dann, unter Beibehaltung des bei den Zapfen angewandten Höhlungs-

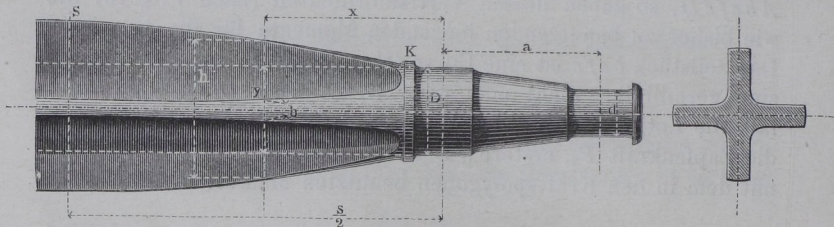
verhältnisses, sämtliche Abmessungen ebenso auf die Dicke der hohlen Zapfen, wie es bisher für die vollen gezeigt wurde. Das gebräuchlichste Hohlungsverhältniss ist 0,6. Auch kann man übrigens wie folgt verfahren. Man bestimme sämtliche Dimensionen der Achse unter Zugrundelegung des vollen Kreisquerschnittes, wähle sodann das Hohlungsverhältniss, und vergrössere alle einzelnen Durchmesser nach Maassgabe des aus Formel (70) zu entnehmenden Coefficienten.

§. 62.

Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben.

Bei den mehrfach tragenden gusseisernen Achsen eignet sich für den Schaft sehr gut der Kreuzquerschnitt. Die Achse erhält dann im Schaft vier Flügel, und wird danach Flügelachse genannt (entsprechend der Benennung der Flügelzapfen in §. 47). Die Schenkel behalten dabei häufig ihre konoidische Form bei (Fig. 109). Bei der Construction einer solchen Achse wird der

Fig. 109.



Schaft zuerst (punktirt) so verzeichnet, als ob er den vollen Kreisquerschnitt erhalten solle, und darauf das Profil $KS\dots$ der Flügel, in K an den Achsenkopf anschliessend, mit einer Anschwellung (siehe §. 65) von dem einen Schenkel zum anderen geführt. Ist dann für irgend eine Stelle (x) des Schaftes:

y der Durchmesser der ideellen runden Achse,

h die Rippenhöhe,

b die Rippenbreite oder -Dicke,

so wähle man b derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \frac{b}{h} \sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}} \sqrt[3]{1 - \frac{b}{h} + \left(\frac{h}{b}\right)^2} \dots \dots \dots (98)$$

Das für Gewichtberechnungen wichtige Verhältniss zwischen dem Inhalt F_1 des Kreuzquerschnittes und der Fläche F des runden ist dabei

$$\frac{F_1}{F} = \frac{4}{\pi} \frac{b}{h} \left(\frac{h}{y} \right)^2 \left(2 - \frac{b}{h} \right) \dots \dots \dots (99)$$

Folgende Tabelle macht die Benutzung dieser Formeln sehr leicht.

$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$
2,27	0,05	0,63	1,65	0,13	0,84	1,37	0,22	0,94
2,14	0,06	0,65	1,61	0,14	0,85	1,31	0,25	0,95
2,03	0,07	0,69	1,57	0,15	0,86	1,27	0,27	0,96
1,94	0,08	0,73	1,53	0,16	0,87	1,22	0,30	0,97
1,87	0,09	0,76	1,50	0,17	0,88	1,19	0,33	0,99
1,81	0,10	0,78	1,47	0,18	0,89	1,15	0,36	0,99
1,74	0,11	0,80	1,44	0,19	0,90	1,10	0,40	0,99
1,69	0,12	0,82	1,42	0,20	0,92	1,06	0,45	1,00

Um das Gewicht des Flügelschaftes zu erhalten, multiplicire man das zuerst ermittelte Gewicht des ideellen runden Schaftes mit dem arithmetischen Mittel aus den in Anwendung kommenden Werthen von $\frac{F_1}{F}$.

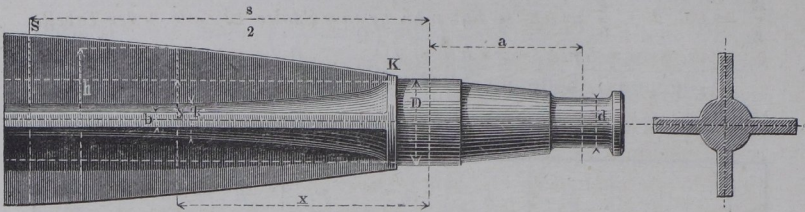
Beispiel. Hat an irgend einer Stelle das Profil der Flügelachse den zweifachen Durchmesser der ideellen runden Achse zur Höhe, so ist dort nach der zweiten Spalte und dritten Zeile der Tabelle die Rippenbreite $b = 0,07$ der Rippenhöhe zu nehmen. Gleichzeitig lehrt die dritte Spalte, dass alsdann der Kreuzquerschnitt nur 0,69mal so gross ist, als der volle Kreis, von welchem ausgegangen wurde.

§. 63.

Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben.

Häufig gebraucht ist der Querschnitt in Fig. 110 (a. f. S.). Um ihn anzuwenden, verzeichne man vorerst wieder die ideelle runde

Achse und das nach Geschmackrücksichten gewählte Höhenprofil der Flügel. Aldann bleibt noch übrig, entweder die Rippendicke b Fig. 110.



für jede Stelle anzunehmen und die Kerndicke k zu suchen, oder k anzunehmen (z. B. constant für die ganze Achse) und b zu suchen. Man verfähre in beiden Fällen mit Hilfe der folgenden Tabelle derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi} \frac{b}{h} \left[1 - \left(\frac{k}{h}\right)^3\right]} \dots \dots \dots (100)$$

Ganz zweckmässig ist es, die Flügel schon bei K merklich über den Cylinder des Achsenkopfes heraustreten zu lassen, damit sich ihre Festigkeit durch Verkleinerung von k geltend macht. Der Anlauf bei K vermittelt sehr bequem diesen Formenübergang.

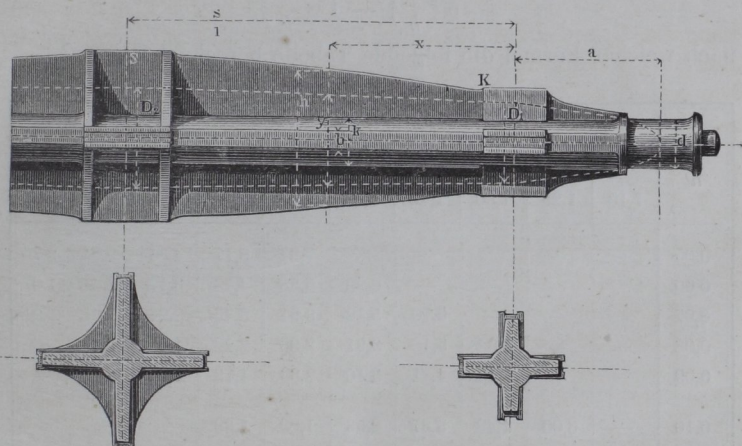
$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,30	1,40	1,50	1,61	1,72	1,84	1,94	2,04	2,15	2,18	2,22	2,26	2,27
0,06	1,30	1,39	1,48	1,58	1,68	1,79	1,87	1,95	2,02	2,07	2,11	2,13	2,14
0,07	1,29	1,38	1,46	1,56	1,65	1,74	1,82	1,89	1,94	1,98	2,00	2,02	2,02
0,08	1,28	1,36	1,45	1,53	1,62	1,70	1,76	1,83	1,87	1,91	1,93	1,93	1,93
0,09	1,27	1,35	1,43	1,51	1,59	1,66	1,72	1,77	1,81	1,84	1,86	1,87	1,87
0,10	1,27	1,34	1,42	1,49	1,56	1,63	1,68	1,72	1,75	1,78	1,80	1,80	1,81
0,11	1,26	1,33	1,40	1,47	1,54	1,60	1,64	1,68	1,71	1,73	1,74	1,75	1,75
0,12	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,61	1,64	1,67	1,68	1,69	1,70	1,70
0,13	1,25	1,31	1,38	1,43	1,49	1,54	1,58	1,61	1,63	1,64	1,65	1,65	1,65
0,14	1,24	1,30	1,36	1,42	1,47	1,51	1,55	1,57	1,59	1,60	1,61	1,61	1,61
0,15	1,23	1,29	1,35	1,40	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58	1,58	1,58
0,16	1,23	1,28	1,34	1,38	1,43	1,46	1,49	1,52	1,53	1,54	1,55	1,55	1,55
0,17	1,22	1,27	1,33	1,37	1,41	1,45	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52	1,52	1,52

Beispiel. Ist wieder an irgend einer Stelle im Schaft $\frac{h}{y} = 2$ und $\frac{k}{y} = 0,6$, d. i. $\frac{k}{h} = 0,3$, so hat man gemäss Spalte 12 Zeile 3 der Tabelle $b = 0,07 h$ zu nehmen.

In Fig. 110 ist b constant genommen und k gesucht worden. Hierbei ist es für die gewöhnlichen Fälle vollkommen ausreichend, zwei Durchmesser des conoidischen Kernes zwischen je zwei Tragpunkten zu suchen (z. B. seine Dicke beim ersten und zweiten Drittel seiner Länge) und durch die gefundenen Punkte einen Kegelstumpf zu legen; übrigens ist das Aufsuchen des vollständigen Kernprofils mit Hilfe der Tabellen so leicht, dass es immerhin der Mühe lohnt, einige Punkte mehr aufzusuchen.

Bei der in der folgenden Figur dargestellten dreifach tragenden Achse ist k constant genommen und b gesucht worden. Zu-

Fig. 111.



gleich ist hier auch der Schenkel a der Achse im Sternquerschnitt ausgeführt. Die Köpfe erhalten, wie die beiden Durchschnitte verdeutlichen, eine Verdickung zur Aufnahme der Keilnuthen, der mittlere Kopf ausserdem noch acht kleine Versteifungsrippen. Dem Zapfen ist ein kleiner Hilfszapfen, welcher beim Aufstellen schwerer Achsen der vorliegenden Art sehr nützlich ist, angegossen.

§. 64.

Die beränderte Flügelachse. Tabellen über dieselbe.

Sehr brauchbar für stark belastete Achsen ist die in Fig. 112 und 113 angewandte Querschnittform, bei welcher die Flügel der Achse eine Saumnerve erhalten. Man wählt auch hier wieder nach geschehener Bestimmung des ideellen runden Schaftes von den Dicken y das Profil, also die Höhen h für alle Querschnitte. Wir machen alsdann in jedem Querschnitte die Randdicke $c =$ der Flügelstärke b , und haben darauf bei Anwendung der Form Fig. 112 für die Saumbreite b_1 zu nehmen:

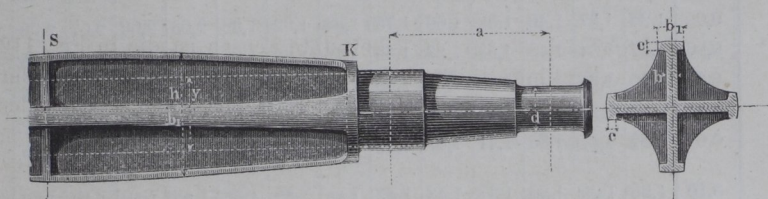
$$\frac{b_1}{b} = 1 + \frac{3\pi \left(\frac{y}{h}\right)^3 - \frac{b}{h} - \left(\frac{b}{h}\right)^3}{6 \left(\frac{b}{h}\right)^2 - 12 \left(\frac{b}{h}\right)^3} \dots \dots \dots (101)$$

nach welcher Formel die folgende Tabelle berechnet ist.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{b_1}{b}$, wenn $\frac{h}{y}$									
	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
0,05	—	—	—	—	—	7,94	6,17	4,81	3,64	2,75
0,06	—	—	—	—	6,99	5,38	4,13	3,17	2,34	1,07
0,07	—	—	—	6,70	5,12	3,91	3,45	2,24	1,61	1,01
0,08	—	—	6,82	5,16	3,91	2,96	2,22	1,65	1,17	—
0,09	—	—	5,45	4,11	3,10	2,33	1,73	1,01	—	—
0,10	—	6,00	4,48	3,37	2,53	1,89	1,39	—	—	—
0,11	—	5,05	3,77	2,82	2,11	1,57	1,15	—	—	—
0,12	6,56	4,34	3,23	2,42	1,80	1,34	—	—	—	—
0,13	5,73	3,78	2,81	2,10	1,56	1,15	—	—	—	—
0,14	5,06	3,34	2,48	1,85	1,38	1,01	—	—	—	—
0,15	4,53	2,98	2,21	1,65	1,22	—	—	—	—	—
0,16	4,09	2,69	2,00	1,48	1,11	—	—	—	—	—
0,17	3,73	2,45	1,81	1,35	—	—	—	—	—	—

Ueber 6 bis 7 und unter 1 wird $\frac{b_1}{b}$ nicht gemacht, weshalb die Tabelle nicht über diese Werthe hinausgeht. Man sucht einige

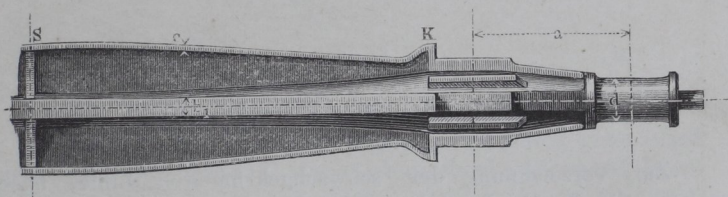
Fig. 112.



Saumprofilpunkte auf und verbindet sie durch eine stetige Linie. Die hier behandelte Querschnittform begünstigt einen geringen Materialverbrauch, und ist deshalb für sehr grosse Ausführungen gut geeignet; auch geben die Saumnerven der Achse ein sehr kräftiges, das Gefühl der Sicherheit erweckendes Aussehen.

Bei der Form in Fig. 113 ist wieder die Randdicke $c = b$, die

Fig. 113.



Randbreite b_1 aber $= 2b$ vorausgesetzt, und dafür die Kerndicke k veränderlich gelassen. Man hat $\frac{k}{h}$ so zu wählen, dass folgende Gleichung erfüllt wird:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi} \left[\frac{b}{k} \left(1 - \frac{k^3}{h^3}\right) + 6 \frac{b^2}{h^2} - \left(11 + \frac{k}{h}\right) \frac{b^3}{h^3} \right]} \quad (102)$$

eine Formel, deren Benutzung umstehende Tabelle leicht macht. Bei dieser, wie bei den früheren Flügelachsen wähle und verändere man das Längenprofil so lange, bis an allen Stellen elegante und doch der strengen Form sich annähernde Linien sich ergeben.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,28	1,37	1,46	1,56	1,66	1,75	1,84	1,92	1,98	2,03	2,06	2,07	2,08
0,06	1,27	1,34	1,43	1,52	1,58	1,69	1,75	1,82	1,86	1,90	1,93	1,94	1,95
0,07	1,25	1,31	1,40	1,48	1,55	1,65	1,68	1,73	1,77	1,80	1,82	1,82	1,83
0,08	1,23	1,29	1,38	1,44	1,51	1,57	1,62	1,66	1,69	1,71	1,72	1,72	1,73
0,09	1,22	1,27	1,35	1,41	1,47	1,52	1,56	1,59	1,62	1,63	1,64	1,65	1,65
0,10	1,20	1,25	1,32	1,37	1,43	1,47	1,51	1,53	1,55	1,57	1,58	1,59	1,59
0,11	1,19	1,23	1,30	1,34	1,39	1,43	1,46	1,48	1,50	1,50	1,51	1,52	1,52
0,12	1,17	1,21	1,27	1,32	1,35	1,39	1,41	1,43	1,45	1,46	1,47	1,47	1,47
0,13	1,16	1,19	1,25	1,29	1,32	1,35	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,42	1,42
0,14	1,14	1,17	1,23	1,26	1,29	1,32	1,34	1,35	1,36	1,36	1,37	1,37	1,37
0,15	1,13	1,15	1,21	1,24	1,27	1,29	1,31	1,32	1,33	1,33	1,34	1,34	1,34
0,16	1,12	1,14	1,19	1,22	1,24	1,26	1,28	1,29	1,29	1,30	1,30	1,30	1,30
0,17	1,10	1,12	1,17	1,20	1,22	1,24	1,25	1,26	1,26	1,26	1,26	1,27	1,27

§. 65.

Verzeichnung der Flügelprofile.

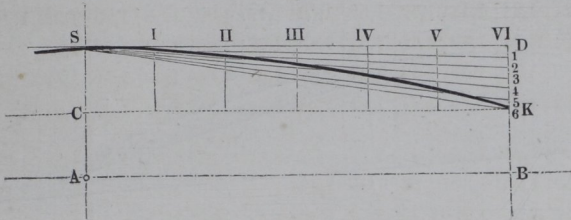
Zur Verzeichnung der schwachgekrümmten Linie, nach welcher die Profile der Achsenflügel begrenzt werden, kann man sich einer der folgenden Methoden bedienen. In den zugehörigen Figuren bezeichnet AB die geometrische Achse des Stückes, S den (bekannten) Scheitelpunkt der Profilvercurve, K den ebenfalls bekannten oder gewählten Ansatzpunkt derselben am Achsenkopf.

1) Kreisbogen. Nur bei Zeichnungen in kleinem Maassstab ist derselbe, wenn er nach Kreisschablonen gezogen werden kann, zweckmässig und empfehlenswerth.

2) Parabel. (Fig. 114) $SD \parallel AB \parallel CK$; theile SD in n , z. B. in sechs gleiche Theile, ebenso DK ; fälle von den Theilpunkten I, II, III... Lothe auf CK , und ziehe aus S die Geraden $S1, S2, S3...$, so liefern deren Schnittpunkte mit den Lothen I, II, III... die gesuchten Parabelpunkte.

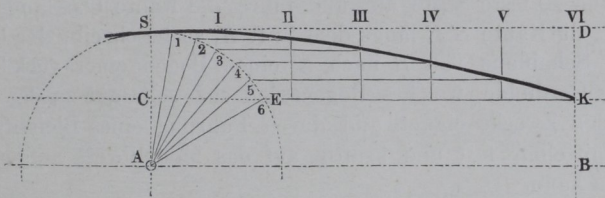
3) Sinoide. (Fig. 115) $SD \parallel AB \parallel CK$; beschreibe mit AS einen Kreis um A , theile den durch CK abgeschnittenen Bogen SE desselben in n , z. B. sechs gleiche Theile, ebenso die Gerade SD , ziehe aus den Theilpunkten 1, 2, 3... Parallelen zu AB , und

Fig. 114.



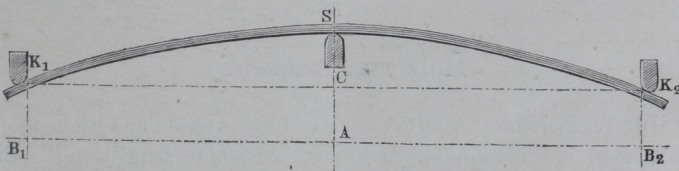
aus I, II, III... Lothe zu AB , so liefern die Schnitte der letzteren mit den ersteren die gesuchten Sinoidenpunkte.

Fig. 115.



4) Elastische Linie. Man biege eine sorgfältig prismatisch gearbeitete Ruthe (Fig. 116) von quadratischem Querschnitt durch

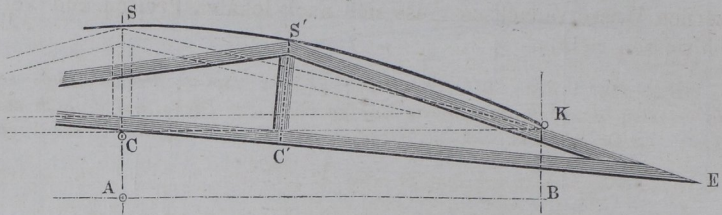
Fig. 116.



Druck an den Punkten K_1 , K_2 und S derart, dass die Pfeilhöhe CS die verlangte Grösse erhält, und verzeichne dann die Curve, indem man die Ruthe als Lehre benutzt. Für grosse Ausführungen ist die Ruthe etwa 20 bis 30^{mm} dick zu nehmen und unter Wasser aufzubewahren. Bei kleinen Zeichnungen für das gewöhnliche Zeichenbrett ist zu empfehlen, sie nicht unter 5^{mm} dick zu wählen.

5) Cardioide. Die folgende in vielen Fabriken gebräuchliche Methode eignet sich vorzugsweise gut zum Aufreissen der Curve auf das zum Modell vorgerichtete Brett. Es wird behufs der Verzeichnung eine hölzerne Schablone $S'KEC$ (Fig. 117) angefertigt, bei welcher EC und $E'S'$ gerade Kanten sind, und deren

Fig. 117.



Abmessungen $C'S' = CS$ und $CE = CK$ durch die Lage der zu verbindenden Punkte S und K gegeben sind. Man bringe sodann in C und K feste Stifte an, und führe die Kante CE längs dem Stift C , die Kante $S'E$ längs dem Stift K , so beschreibt der Punkt S' der Schablone von S nach K einen Bogen einer verkürzten (Peri-) Cardioide, welches Bogenstück sich sehr gut zu dem vorliegenden Zwecke eignet, und durch Führung eines Bleistiftes in S' unmittelbar fest und kräftig auf das Modellbrett aufgerissen werden kann.

Für das Entwerfen auf dem gewöhnlichen Zeichenbrett ist es sehr bequem, die Curve nach 2) oder 3) zu bestimmen und sie darauf mit Hilfe einer angelegten dünnen Ruthe nach 4) zu ziehen.

§. 66.

Hölzerne Achsen.

Die Wasserräder erhalten noch vielfach Achsen aus Eichenholz, denen man ein regelmässiges Vieleck zum Querschnitt gibt. Sie werden bis auf die, durch die anzuwendende Zapfenverbindung (siehe §. 43) vorgeschriebenen Schenkelenden prismatisch und demnach so dick gemacht, wie die stärkst beanspruchte Stelle es verlangt. Man findet für die Eichenholz-Achse die Dicke, indem man für die gleichbelastete gusseiserne Achse die Achsenkopfdicke aufsucht (siehe §. 49 bis 60) und diese mit 1,55 multiplicirt. Der so erhaltene Durchmesser kann für einzelne Fälle zu klein

ausfallen, wenn nämlich etwa die Arme in den Achsenkörper eingesteckt, überhaupt der Baum geschwächt werden muss, reicht aber bei Belastung des vollen Querschnittes aus. Fällt er kleiner aus, als es die Zapfenverbindung, siehe Kap. VI, verlangt, so ist der von dieser geforderte Durchmesser des Achsenschenkels für die ganze Achse maassgebend. Die Wahl zwischen eisernen und hölzernen Wasserradachsen muss sich nach lokalen Preisen und Verhältnissen richten.

Beispiel. Eine Wasserradachse von 2400^{mm} Schenkellänge sei so belastet, dass sie gusseiserne Zapfen von 90^{mm} Dicke und danach von 120^{mm} Länge erhalten müsse. Gemäss (§. 49) ist dann die Achsenkopfdicke für Gusseisen zu nehmen: $D = 90 \cdot \sqrt[3]{\frac{2400}{60}} = 90 \cdot \sqrt[3]{40} = 308^{\text{mm}}$. In Holz ausgeführt, ist daher zu machen: $D' = 1,55 \cdot 308 = 477^{\text{mm}}$.

VIII. WELLEN.

§. 67.

Berechnungsart der cylindrischen Wellen.

Der Maschinenbau versteht unter Wellen diejenigen Verkörperungen geometrischer Drehachsen, welche verdrehende Kraftmomente zu übertragen bestimmt sind. Dieselben müssen für diesen Zweck solche Abmessungen erhalten, dass sie 1) fest genug sind, und dass sie 2) durch die verdrehende Kraft nicht zu stark verwunden werden. In der Regel erfahren die Wellen ausser der Beanspruchung auf Drehung auch noch solche auf Biegung durch die Gewichte und Pressungen der auf ihnen sitzenden Räder, Rollen, Hebel u. s. w. Vorerst soll indessen hierauf keine Rücksicht genommen und auch nur für die massiven cylindrischen schmied- und gusseisernen Wellen die Berechnungsart angegeben werden.

Es bezeichne für eine solche Welle:

P die verdrehende Kraft,

R den Hebelarm, an welchem sie angreift,

N die Anzahl der Pferdestärken, welche die Welle überträgt,

n die Anzahl ihrer minutlichen Umdrehungen,

d den Wellendurchmesser,

L die Länge der Welle (ausnahmsweise) in Meter,

ϑ° den Verdrehungswinkel in Graden,