A und F sich vereinigen, nnd daß die wechselseitig auf S A und S F senkrechten Geraden A G, F H den gesuchten Winkel messen. Nun aber, wenn man durch diesen nemlicheu Geraden eine Ebene annimmt, so wird diese die Seite B S E nach einer Geraden G H schneiden, und die Pyramide nach einem Dreyecke, in welchem G H, G A und H F die Seiten sind, wenn man daher dieses Dreyeck G K H über G H als Grundlinie konstruirt, so ist der, dieser Grundlinie entgegenstehende Winkel G K H, gleich dem dritten gesuchten Winkel der Pyramide.

Die Geraden A B, B I, I F sind die Seiten eines andern Dreyeckes C B I, in dem der Winkel B, welcher der Seite C I gegenüber steht, gleich ist, den schon gefundenen Winkel (Art. 364.) der Seiten A S B, B S E.

Die gegebenen Seiten der Pyramide könnten statt spitzer Winkel stumpfe Winkel seyn; die Figur 2 würde in diesem Falle die Figur 3, in welcher die gleichbedeutenden Punkte mit den nemlichen Buchstaben bezeichnet sind. Wir bemerken jedoch, daß wenn die Aufgabe möglich seyn soll, die drey Seiten der Pyramide weniger als vier rechte Winkel betragen müssen, und daß die größte dieser Seiten kleiner seyn müsse als die Summe der beyden Andern.

366. Wir haben im ersten Kapitel (Art. 42.) die Art angegeben, wie die Reduktion eines Winkels auf den Horizont zu finden sey. Diese Aufgabe läßt sich auch nach dem vorstehenden Verfahren behandeln, denn wenn man die zwey Seiten des gegebenen Winkels, und die durch den Scheitel desselben gehende Vertikallinie als die Kanten einer dreyseitigen Pyramide betrachtet, in welcher die drey Seiten bekannt sind, so ist der Winkel, den die Seiten einschließen, deren Ebenen sich nach der Vertikalen schneiden, ebenfalls gleich dem auf den Horizont reduzirten Winkel.

Zweyte Aufgabe.

In einer dreyseitigen Pyramide sind zwey Seiten bekannt, und der Winkel, den die Ebenen dieser Seiten bilden; man soll die beyden andern Winkel und die dritte Seite der Pyramide bestimmen?

367. Auflösung. Die Aufgabe kommt darauf zurück, die dritte Seite zu finden, denn hat man diese, so sind alle drey Seiten bekannt, und man konstruirt die zwey unbekannten Winkel nach der Lösung der vorhergehenden Aufgabe. Um die unbekannte Seite zu bestimmen; seyen (Taf. XXXV. Fig. 4.) A S B, B S E die zwey gegebenen Seiten, auf der Ebene der Zweyten E S B aufgewickelt.

Es sey A B eine auf die Kante S B senkrechte Ebene, in welcher der Winkel C B D gegeben ist, den jene zwey Seiten einschließen. Da die Ebene (S B, B C) die gegebene Seite A S B enthält, so befindet sich der Punkt A der Kante S A in einer Höhe über der Horizontalebene, gleich der auf A B D senkrechten Geraden C D. Wenn man daher durch die Gerade (D, C D) eine Ebene D E senkrecht auf die Kante S E I führt, so enthält diese Ebene das Dreyeck C′ E D, in dem der Winkel, welcher der Seite D C′ = D C gegenüber steht, gleich ist dem Winkel der Ebene der dritten Seite, und der Ebene der Seite B S E. Verlängert man die Gerade D E um das Stück E F = E C′, und zieht die Gerade S F, so ist der Winkel E S F offenbar gleich der dritten gesuchten Seite.

Konstruirt man die Pyramide mit den drey Seiten A S B, B S E und E S F, so vereinigen sich die Punkte A, C, F in einen Einzigen, woraus sich ergiebt, daß die Geraden S A, S F Halbmesser eines nemlichen, aus S als Mittelpunkt beschriebenen Kreises sind.

Die Ebene A B D schneidet die Pyramide nach einem Dreyecke C B I, in welchem die Seite C B = B A, und die Seite C I = I F. Die zwey Geraden I F, E F, und die zwey aus den Mittelpunkten E und S beschriebenen Kreisbögen A F, C′ F laufen daher nach dem nemlichen Punkt F der Kante S F zusammen, und folglich bestimmen zwey beliebige von diesen Linien, durch ihren Schnitt die Kante S F der gesuchten Seite I S F.

Wenn man statt des Winkels C B D das Supplement A B C desselben als den zwischen den zwey Seiten A S B, B S E eingeschlossenen Winkel geommen hätte, so würde man nach derselben Konstruktion den Winkel I S F′ als dritte Seite der Pyramide gefunden haben.

Dritte Aufgabe.

Es sind in einer Pyramide zwey Seiten bekannt, und ein Winkel, welcher einer dieser Seiten gegenüber steht; man soll die dritte Seite bestimmen?

368. Auflösung. Es seyen B S E und E S F (Taf. XXXV. Fig. 5.) die zwey gegebenen, und auf die Ebene des Winkels B S E aufgewickelten Seiten der Pyramide; es sey H′ *b* E der Winkel, welcher durch die Ebene, die die Seite B S E enthält, und durch die Ebene der zu suchenden Seite eingeschlossen wird. Die Geraden S *b* B und (*b* E, *b* H′) bestimmen die Stellung einer Ebene, welche die gesuchte Seite enthält. Denken wir uns nun, daß die Kante S F sich um die Kante S E als Schar-