theile man denselben in die nemliche Anzahl gleicher Theile, und trage diese Theile auf die Geraden des Cylinders, welche durch die Theilpunkte 0, 1, 2, 3... des Umkreises gehen; nemlich einen Theil auf die Gerade des Punkts 1, zwey Theile auf die Gerade des Punkts 2, und so fort. Die Spirale geht durch die Endpunkte aller dieser Geraden, und hat ihren Ursprung in 0.

Um die Projektion der Spirale auf eine zum Halbmesser O 0 parallele Vertikalebene Y Y′ zu konstruiren, projektire man auf diese Ebene die vertikalen Geraden des Cylinders, und trage auf diesen Projektionen von der Geraden Y Y′ aus, die zwischen der Horizontalebene und der Spirale gefaßten Längen der Geraden des Cylinders, so gehören ihre Endpunkte 0′, *a*, *b*, *c*, *d*, der Vertikalprojektion der Spirale.

Hat man zum Beyspiel den Umfang der Basis in sechszehn gleiche Theile getheilt, sodann aus dem Punkt 4 die Senkrechte 4 4′ *d* auf die Gerade Y Y′ errichtet, welche diese Gerade in dem Punkt 4′ schneidet, und man nimmt 4′ *d* gleich dem vierten Theil des Ganges der Spirale, so ist der Punkt *d* die Vertikalprojektion des Punkts der Spirale, dessen Horizontalprojektion 4 ist.

Konstruktion der Tangente an einen gegebenen Punkt einer cylindrischen Spirale.

346. Nehmen wir zuerst an, die Tangente solle durch den Punkt (4, *d*) gezogen werden. Diese Tangente ist in der Ebene enthalten, welche den Cylinder an demselben Punkt berührt; und deren Riß auf der Horizontalebene die Gerade 4 L ist. Diese zu Y Y′ parallele Gerade ist offenbar die Horizontalprojektion der Tangente. Wickelt man den Cylinder auf die tangirende Vertikalebene 4 L auf, so wird der Viertelsumkreis 0 1 2 3 4 in der Aufwicklung die Gerade 4 L, und man erhält auf der Ebene der Aufwicklung ein rechtwinkliges Dreyeck *l d* 4′, dessen Seite 4′ *l* = 4 L. Die Hypothenuse *d l* dieses Dreyecks ist die Vertikalprojektion der Tangente zu der Spirale am Punkt (4, *d*). Diese Tangente macht mit der Geraden des Cylinders, welche durch den Berührungspunkt (4, *d*) geht, einen Winkel *l d* 4′; sie schneidet die Horizontalebene in dem Punkt L, dessen Vertikalprojektion der Punkt *l* der Geraden Y Y′ ist.

Man erhält die Tangente an irgend einem andern Punkt der Spirale, als (4, *d*), bey welchem die Tangente nicht parallel zur vertikalen Projektionsebene ist, wenn man durch den gegebenen Punkt der Spirale, und in der tangirenden Ebene zu dem Cylinder, welche durch denselben Punkt geht, eine Gerade zieht, die mit der Kante des Cylinders einen Winkel, gleich dem bekannten Winkel *l d* 4′ macht. Nach der Erklärung der cylindrischen Spirale ist dieser Winkel bey allen Punkten der Linie beständig.

Bestimmung der Tangente zu der cylindrischen Spirale, welche parallel zu einer gegebenen Ebene ist.

347. Da alle Tangenten zu der cylindrischen Spirale mit den Kanten des Cylinders einen unveränderlichen Winkel machen, so folgt daraus, daß sie sämmtlich parallel zu den Kanten eines geraden Kegels sind, welcher als Axe eine Parallele zu den Kanten des Cylinders hat, und daß es sonach keine Tangente zu der Spirale gebe, welche nicht ihre Parallele auf dem geraden Kegel habe. Hat man diesen Kegel konstruirt, so führe man durch seinen Scheitel eine Ebene, parallel zu der bekannten Ebene, und wenn diese den Kegel nach zwey Kanten schneidet, *) so sind die verlangten Tangenten Parallelen zu diesen Kanten. Sind die Richtungen der Tangenten bekannt, so bestimmt man die Punkte, in denen sie die Spirale berühren, wenn man beobachtet, daß die Projektionen der Tangenten zu der Spirale auf der Ebene der kreisförmigen Basis des Cylinders, Tangenten zu dieser Basis sind.

348. (Taf XXXIV. Fig. 1.) es sey (O, $d\,d'$) die Axe des Cylinders, auf welchem die Spirale verzeichnet ist. Man nehme auf dieser Axe einen Punkt (O, d) als Scheitel des geraden Kegels, der als Kante die Gerade $d\,l$ hat, welche mit d 4′ einen Winkel $l\,d$ 4′ macht, gleich jenem, den die Tangente zu der Spirale mit der Kante des Cylinders bildet. Die Grundlinie dieses Kegels ist der aus O, als Mittelpunkt und mit O P = 4′ l als Halbmesser beschriebene Kreis. Nehmen wir Z Z′, Z′ x als die Risse der gegebenen Ebene an, von welchen Rissen der Eine Z Z′ senkrecht auf die Projektionsaxe Y Y′ ist, so wird die durch (O, d) geführte, und zu der (Z Z′, Z′ x) parallelen Ebene den geraden Kegel nach zwey Geraden schneiden, die sich auf die Horizontalebene als die Halbmesser O S, O T, des aus dem Mittelpunkt O beschriebenen Kreises projektiren. Die Endpunkte S, T dieser Halbmesser bestimmen sich aus dem Zusammentreffen der Vertikalen S′ T und des aus dem Mittelpunkt O mit dem Halbmesser O P = 4′ l beschriebenen Kreises.

Die wechselsweise zu den Geraden O S, O T parallelen Tangenten U V, R Q zu dem geraden Schnitte des Cylinders sind die Horizontalprojektionen der zu der gegebenen Ebene parallelen Tangenten, und man erhält daher die Punkte V, Q als Horizontalprojektionen der Berührungspunkte.

Die aus Q, V auf Y, Y′ errichteten Senkrechten V v, Q q bestimmen die Verti-

*) Es ist einleuchtend, daß die Aufgabe aufhörte möglich zu seyn, wenn diese parallele Ebene, mit dem geraden Kegel außer dem Scheitel keinen Punkt mehr gemein hätte.