
V i e r t e s B u c h.

Verschiedene Aufgaben.

E r s t e s K a p i t e l.

Von einigen krummen Linien, die durch einen, nach gewissen Gesetzen sich bewegenden Punkt beschrieben sind.

343. Wir haben im vorigen Kapitel die krummen Linien von doppelter Krümmung betrachtet, als aus dem wechselseitigen Durchschnitte zweyer krummen Flächen entstehend; und unter diesem Gesichtspunkte kommen sie auch wirklich am häufigsten in den Anwendungen der darstellenden Geometrie vor. In diesem Falle haben wir auch gesehen, auf welche Weise man die Tangenten zu demselben ziehen könne. Aber so wie eine krumme Fläche mittelst der Gestalt und der Bewegung ihrer Erzeugungslinie bestimmt seyn kann, eben so kann eine krumme Linie durch das Gesetz der Bewegung eines Erzeugungspunktes gegeben seyn. Von dieser letzten Zahl sind die cylindrische Spirale und die sphärische Epicycloide jene, welche hauptsächlich in den Künsten angewendet werden, und deren Tangenten sich durch besondere Bedingungen bestimmen lassen.

Von der cylindrischen Spirale oder der Schraubenlinie.

344. Wenn man in der tangirenden Ebene zu irgend einem Cylinder eine Gerade zieht, welche mit der geraden Berührungslinie des Cylinders und der Ebene einen gewissen Winkel macht, und wenn man die Ebene sich um den Cylinder wälzen läßt, ohne daß sie eine Bewegung in der Richtung der geraden Erzeugungslinie desselben macht, so

zeichnet die geneigte Gerade auf dem Cylinder eine krumme Linie, welche man cylindrische Spirale oder Schraubenlinie nennt.

Es folgt aus dieser Erklärung, daß die Spirale sich auf der Aufwicklung des Cylinders in eine Gerade umwandle, und daß sie daher sowohl auf dieser Aufwicklung als auf dem Cylinder alle Geraden dieser Fläche unter dem nemlichen Winkel durchschneide. Wenn die Grundlinie des Cylinders, auf welchen man eine Spirale verzeichnet hat, eine geschlossene Linie ohne Knoten ist, so durchschneidet die Spirale in ihren verschiedenen Umwälzungen eine nemliche Gerade des Cylinders in einer Reihe gleich weit von einander stehender Punkte; die Entfernung zwey solcher aufeinanderfolgender Punkte heißt der Gang der Schraubenlinie. Die in den Künsten fast ausschließlich angewendete Spirale ist auf einem geraden kreisförmigen Cylinder verzeichnet.

Es sey (Taf XXXIV. Fig. a.) die Gerade H K ein Stück einer auf die Aufwicklung ihres angehörigen Cylinders übertragenen Spirale. Betrachten wir dieses Stück als Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreyecks H M K, welches als Seite K M eine Gerade des Cylinders hat, und als Seite H M ein Stück der Aufwicklung des geraden Schnittes des Cylinders; so ist, welches auch die Länge von H K sey, das Verhältniß dieser Seiten K M und H M immer dasselbe. Nehmen wir nun an, ein Punkt bewege sich von H aus nach der Richtung der Hypothenuse K H, so ist in jedem Punkte *f*, *g*, *l*, der K H die Entfernung dieses Punktes von der Basis H M proportional zu den entsprechenden Stücken H *r*, H *s*, H *t* dieser Basis.

Wenn man daher um einen Cylinder einer seiner Kanten sich drehen läßt, während ein Punkt längs dieser Kante dergestalt fortrückt, daß die von dem Punkte und der Kante durchlaufenen Räume proportional sind, so beschreibt der in Rede stehende Punkt eine Schrauben- oder Spirallinie.

Die cylindrische Spirale ist daher durch einen Punkt erzeugt, welcher, indem er sich um eine Ase dreht, in der, zu dieser Ase parallelen Richtung fortrückt, und zwar proportional zu der Quantität der Drehung, die er um dieselbe Ase macht.

Es ergibt sich aus dieser Eigenschaft folgende Konstruktion der Spirale auf einem geraden Cylinder von kreisförmiger Basis.

Konstruktion der Spirale.

345. (Taf. XXXIV. Fig. 1.) Es sey O 1 2 3.... 8... 12... O die kreisförmige Basis des geraden Cylinders; man theile dieselbe von dem Punkt O, dem Ursprung der Spirale aus, in gleiche Bögen. Da der Gang der Spirale gegeben ist, so