Trägt man die Entfernung $p' \, n$ des Punkts n von der Vertikalen $f \, f'$ auf dem Halbmesser O D von D nach δ, und beschreibt aus O, als Mittelpunkt und mit dem Halbmesser O δ einem Umkreis, welcher die Geraden N N′, $\varphi \; \varphi'$ in den Punkten P, P′, π'', π' schneidet, so gehören diese vier Punkte der Horizontalprojektion des Durchschnittes der Kugel und des Cylinders. Diese Projektion besteht aus zwey Zweigen, die einer nemlichen Parabel *) angehören, deren Scheitel in S auf der Senkrechten O G liegt, welche aus dem Mittelpunkt G der Kugel auf die Axe G G′ des Cylinders gefällt ist.

Die Tangente C M′ in C ergiebt sich wie in der vorstehenden Aufgabe, aus der Bedingung senkrecht auf dem Horizontalriß der Ebene der zwey Geraden C L′, C O zu seyn, von denen die Eine Normale zu dem Cylinder ist, und die Andere, Normale zu der Kugel; sie trifft die Gerade O G in dem Punkt M′, so daß die Subtangente C′ M′ ist. Theilt man C′ M′ durch den Punkt S in zwey gleiche Theile, so ist dieser Punkt der Scheitel der Parabel.

Durchschnitt eines Kegels und eines Cylinders.

Taf. XXXII. Fig. 4.

333. Ein Kegel, dessen Basis auf der horizontalen Projektionsebene der Kreis C K E J und dessen Scheitel in D und d projektirt ist, wird von einem geraden kreisförmigen Cylinder durchschnitten, der als Axe die Horizontale (S S, $s \; s$) hat, und als Basis, den in $m \; m'$ projektirten vertikalen Kreis, dergestalt, daß er mit seiner untersten Kante auf der Horizontalebene ruht. Man konstruirt die Durchdringungslinie dieser zwey Flächen, indem man sie beyde durch Ebenen schneidet, die durch den Scheitel der Kegelfläche parallel zu den Kanten des Cylinders geführt sind. (Art. 321.) Diese Ebe-

---

*) Man beweißt diesen Satz durch die Analysis, indem man den Mittelpunkt O der Kugel zum Ursprunge der Coordinaten nimmt, die Senkrechte O S auf die Axe G L′ des Cylinders als die Axe der x, und die Parallele zu jener Axe, als Axe der y. Die Gleichung der Kugel ist: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Nennt man a die Entfernung O G, so ist die Gleichung des Cylinders $(x - a)^2 + z^2 = r^2$; R und r sind die Halbmesser der Kugel und der Basis des Cylinders. Eliminirt man z^2, so erhält man als Gleichung der Projektion des Durchschnittes der Kugel und des Cylinders auf der Ebene der $x \; y$:

$$y^2 + 2 \, a \, x - a^2 = R^2 - r^2.$$

Diese Gleichung gehört einer Parabel, deren Scheitel S in einer Entfernung O S vom Mittelpunkt O liegt, gleich $\frac{R^2 + a^2 - r^2}{2 \, a}$.

nen haben ihre Horizontalrisse, wie leicht zu ersehen, parallel zu der Horizontalprojektion S S der Axe des Cylinders. Da aber die Risse der beyden vorgelegten Flächen nicht auf einer nemlichen Ebene gegeben sind, so ist, um die Schnitte der Hülfsebenen und der Cylinderfläche zu finden, eine dritte Projektionsebene erfoderlich, und man erhält die einfachsten Konstruktionen, wenn man hiezu eine Ebene, wie C D wählt, welche senkrecht auf die Erzeugungslinien der Cylinderfläche, und deßhalb auch senkrecht auf die Reihe der angenommenen Hülfsebenen ist, und dabey auf die Horizontalebene niedergelegt gedacht wird. Diese Projektionsebene C D enthält zwey Erzeugungslinien d' C, d' E des Kegels und einen kreisförmigen Schnitt n' p' g' des Cylinders.

Eine schneidende Hülfsebene, deren Riß J K, die Projektionsaxe C D in j trifft, in welche demnach die Kegelfläche nach zwey, horizontal in J D, K D projektirten Erzeugungslinien schneidet, hat als Riß auf der Ebene C D die Gerade j d, (D d' ist hier gleich D d), und sie schneidet die Cylinderfläche nach zwey horizontalen Erzeugungslinien (n', U W), (p', Y Z). Die Begegnungspunkte der zwey genannten Paare von Erzeugungslinien geben die Horizontalprojektionen N, N', P, P' von vier Punkten des Durchschnittes der zwey vorgelegten Flächen, deren Projektionen auf der Vertikalebene L M nach einer oder der andern bereits bekannten Art gefunden werden.

Die gefundene Durchschnittslinie hat auf ihrer einen Seite einen doppelten Punkt, (G, g', g) welches schon daraus zu entnehmen war, daß die äußerste Hülfsebene (F C, C d) auf dieser Seite zu gleicher Zeit berührend zu der Kegel- und der Cylinderfläche war.

Von der schiefen und perspektivischen Projektion.

334. Die Projektionsmethode, welche wir (Art. 7 — 10.) erklärt, und der wir uns bis jetzt ausschließlich bedient haben, um die Stellung der verschiedenen Punkte des Raumes zu bestimmen, besteht wie bekannt darinn, aus jedem zu bestimmenden Punkte eine Senkrechte auf jede der zwey Projektionsebene zu fällen; die Fußpunkte dieser Senkrechten, welche die Projektionen des betrachteten Punktes sind, bestimmen die Stellung dieses letzteren im Raume.

Wenn man durch irgend einen Punkt des Raumes zwey gerade Linien unter bekannten aber schiefen Richtungen nach beyden Projektionsebenen führte, so wäre, wenn man diese Geraden als projektirende Linien betrachtet, und ihre Durchschnitte mit den Projektionsebenen, als die Projektionen des Punktes, die Stellung dieses letzteren durch