Wegen dieser Analogie der beyden Flächenfamilien wendet man auch auf beyde die gleiche Benennungsweise an; so nimmt man die ebene Leitlinie den Namen der Basis oder der Grundlinie, und jede einzelne Stellung der geraden Erzeugungslinie die einer Kante der Kegelfläche an ꝛc.

Die einfachste aller Kegelflächen ist der gerade kreisförmige Kegel, er hat als Grundlinie einen Kreis, und der Mittelpunkt der Fläche liegt in der Axe dieses Kreises, welche zugleich der Axe des Kegels ist.

Der schiefe kreisförmige Kegel hat als Grundlinie einen Kreis, aber die aus dem Mittelpunkt der Grundlinie nach jenem der Fläche gezogene Geraden ist nicht senkrecht auf die Ebene dieser Grundlinie.

Man kann die Kegelflächen als die Gränzen der Pyramiden betrachten, deren gemeinschaftlicher Scheitel im Mittelpunkt der Fläche liegt, und deren Grundlinien um die des Kegels umschriebene oder eingeschriebene Polygone sind. (Man sehe in Bezug auf die Kegel- und die Cylinderflächen die Note 1 zu Ende dieses Buches).

Von den Umdrehungsflächen.

62. Wenn man irgend eine gerade oder krumme Linie, von einfacher oder doppelter Krümmung, sich dergestalt um eine feste Gerade als Axe drehen läßt, daß jeder Punkt der beweglichen Linie immer in gleichem Abstande von jedem Punkte der Axe bleibt, so erzeugt man durch die Bewegung dieser Linie eine Umdrehungsfläche.

Jeder Punkt der Erzeugungslinie einer Umdrehungsfläche beschreibt bey ihrer Drehung den Umfang eines Kreises, die Ebenen aller dieser Kreise sind senkrecht auf die Axe und ihre Mittelpunkte liegen in dieser Axe. Wenn man durch irgend einen Punkt der Erzeugungslinie und durch die Axe eine Ebene annimmt, so lasssen sich alle diese Eigenschaften, nach dem was wir (Art. 42 u. 43.) über die Bewegung einer Ebene und eines Punkts in derselben gesagt haben, leicht erklären.

Die Umdrehungsflächen können auch betrachtet werden, als durch einen Kreis erzeugt, welcher sich so bewegt, daß, während sein Mittelpunkt immer in der Axe bleibt, und seine Ebene immer senkrecht auf diese Axe, sein Halbmesser in jedem Moment der Bewegung gleich sey der Entfernung des Punkts, in welchem die Ebene des Kreises die Axe durchschneidet, von demjenigen, in welchem sie eine im Raume gegebene Kurve trifft. Hiebey ändert die Erzeugungslinie, deren Gestalt bey der ersten Erzeugung beständig blieb, zu gleicher Zeit Stellung und Gestalt.

63. Wenn man aus allen Punkten einer doppelt gekrümmten Erzeugungslinie einer Umdrehungsfläche Senkrechte auf die Axe gefällt denkt, und an derselben beendigt, so

sind diese die Halbmesser der von jenen Punkten beschriebenen Kreise, und ihre Fußpunkte auf der Axe sind die Mittelpunkte dieser Kreise. Nun aber werden diese Halbmesser weder ihre Abstände von einander, noch ihre Größe ändern, wenn man sie sämmtlich auf eine durch die Axe geführte Ebene zurücklegt; ihre Endpunkte, die immer noch der Fläche angehören, werden eine besondere ebene Kurve bilden, und diese ebene Kurve wird daher durch ihre Umdrehung um die Axe dieselbe Fläche erzeugen, wie die vorgelegte Erzeugungslinie von doppelter Krümmung. Es läßt sich eben so leicht beweisen, daß nicht nur die genannte ebene Kurve, sondern, im Allgemeinen, jede auf einer Umdrehungsfläche verzeichnete Linie durch ihre Rotationsbewegung um die Axe wiederum die nemliche Fläche erzeugen müssen.

Man nennt eine durch die Axe einer Umdrehungsfläche gehende Ebene eine Meridianebene, und die krumme Linie, nach welcher eine solche Ebene die Fläche schneidet, einen Meridian derselben.

Die Kreise, aus denen man eine Umdrehungsfläche zusammengesetzt betrachten kann, und deren Ebenen senkrecht auf die Axe und parallel unter sich sind, heißen die Parallelkreise oder auch blos die Parallelen der Fläche.

64. Die Klasse der Umdrehungsflächen ist eine der zahlreichsten, welche in den Künsten angewendet werden und ihre Verfertigung ist eine der einfachsten. Es giebt so viele Familien derselben, als sich verschiedenerley Linien, oder auch selbst Zusammensetzungen von Linien zu ihrer Erzeugung nehmen lassen, und diese Familien zerfallen wiederum in sehr unterschiedene Arten, je nach der Stellung der Axe in Bezug auf die Erzeugungslinie.

Die geraden Kegel und Cylinder von kreisförmigen Grundlinien sind Umdrehungsflächen, deren Meridian aus zwey geraden Linien gebildet wird.

Die Kugel entsteht durch die Umdrehung eines Kreises um einen seiner Durchmesser. Wenn die Axe, um welche ein Kreis sich dreht, nicht durch den Mittelpunkt desselben geht, so bildet man eine Fläche, welche zu der Familie der ringförmigen gehört. Die Ringe, die in den mechanischen Künsten so häufig vorkommen, sind eine besondere Art dieser Flächenfamilie.

---

65. Wir wollen diese Aufzählung besonderer krummer Flächen für den Augenblick nicht weiter fortsetzen; die angeführten Beyspiele werden die Richtigkeit unseres oben aufgestellten Satzes deutlich gezeigt haben: „Daß es keine krumme Fläche gäbe, deren Gestalt „und Stellung nicht vollkommen durch die genaue und vollständige Angabe ihrer „Erzeugung bestimmt werden könnte.“ Es ist hiebey nur noch folgendes zu bemerken. 1tens da es leicht ist, für jede krumme Fläche mannigfache Erzeugungsarten anzu-

geben, so bleibt es der Geschicklichkeit und dem Scharfsinn des Arbeitenden überlassen, in jedem einzelnen Falle diejenige zu wählen, welche die einfachste Kurve gebraucht, und die am wenigsten mühsamen Betrachtungen erheischt. 2tens hat eine vielfache Erfahrung gezeigt, daß, anstatt bey jeder krummen Fläche nur eine einzige Erzeugungsart zu betrachten, was das Studium des Gesetzes der Bewegung und der Gestaltveränderung der Erzeugungslinie erfoderte; es oft weit einfacher sey, zu gleicher Zeit zwey verschiedene Erzeugungsarten zu betrachten, und für jeden beliebigen Punkt die Konstruktion zweyer Erzeugungslinien anzugeben.

66. Um an einem Beyspiel zu zeigen, mit welcher Einfachheit und Fruchtbarkeit die vorgetragene Betrachtungsweise der krummen Flächen sich zu allen graphischen Operationen mit denselben anwenden lasse; nehmen wir an, es sey eine krumme Fläche gegeben, und es solle der Durchschnitt dieser Fläche mit einer gleichfalls gegebenen Ebene konstruirt werden. Wenn die Erzeugungslinie der vorgelegten Fläche in irgend einer ihrer Stellungen die gegebene Ebene durchschneidet, was in einem oder in mehreren Punkten geschehen kann, so gehören diese Punkte, da sie zu gleicher Zeit auf der Fläche sowohl, als auf der durchschneidenden Ebene liegen, offenbar dem Durchschnitte dieser beyden an. Hat man daher eine hinreichende Anzahl von Stellungen der Erzeugungslinie konstruirt, und die Begegnungspunkte einer jeden mit der durchschneidenden Ebene bestimmt, und man verbindet die Vertikalprojektionen dieser Begegnungspunkte durch eine erste krumme Linie, sodann die Horizontalprojektionen derselben Punkte durch eine zweyte Krumme, so hat man die beyden Projektionen der gesuchten Durchschnittslinie, und zwar um so genauer, je mehr Begegnungspunkte der durchschneidenden Ebene mit den verschiedenen Erzeugungslinien man bestimmt haben wird.

Die Konstruktionen der ebenen Schnitte der krummen Flächen und der Durchschnitte dieser Flächen unter sich, sind der Gegenstand des 3ten Buches. In dem weiteren Kapiteln des gegenwärtigen Buches werden wir uns mit der Konstruktion der tangirenden Ebenen und der Normalen zu den krummen Flächen beschäftigen.

Zweytes Kapitel.

Von den Tangenten, den tangirenden Ebenen und den Normalen zu den krummen Linien und Flächen.

67. Nach der gemeinhin in der Geometrie angenommenene Erklärung ist eine krumme Linie diejenige, deren Richtung sich stetig verändert. Denken wir uns an irgend