

Elemente allmählich Ordnung und Classe der Complexfläche erniedrigen, bis die Fläche zuletzt von der zweiten Ordnung und Classe wird.

Wir können behufs einer weiteren Eintheilung der Complexflächen unterscheiden, ob die feste gerade Linie d dem gegebenen Complex angehört oder nicht; ferner, ob die Singularitäten, welche die Complexfläche besitzt, also ihre singulären Ebenen und Punkte, ihre Doppelpunkte und Doppelsebenen, reell oder imaginär sind. Allein es ist hier nicht der Ort, in ein grösseres Detail bei der Classification der Complexflächen einzugehen. Wir beschränken uns darauf, nur das erste und wesentlichste Eintheilungs-Princip: die Beziehung der festen geraden Linie d zu der Fläche Φ , in Anwendung zu bringen.

344. Wir erhalten so die nachstehende Eintheilung der Flächen eines gegebenen Complexes des zweiten Grades in sieben Arten.*) Diese Arten sind nicht einander coordinirt. Vielmehr umfasst eine jede vorhergehende einzelne der folgenden als Grenzfälle.

I.

Die gerade Linie d ist beliebig angenommen.

In dem sechsten Paragraphen des vorletzten Abschnitts haben wir diesen Fall, den wir als den allgemeinen der Complexflächen bezeichnen, einer eingehenden Discussion unterworfen, und die gegenseitige Lage der Singularitäten der Fläche untersucht. Wir haben dort insbesondere unter der Annahme reeller Singularitäten eine lineare Construction für die Fläche gefunden, die nur dann durch eine Construction vom zweiten Grade ersetzt werden muss, wenn die gegebene gerade Linie d selbst eine Complex-Linie ist. Als hier in Betracht kommend heben wir hervor, einmal dass die gerade Linie d ein Doppelstrahl und eine Doppelaxe der Fläche ist, dann, dass die vier singulären Strahlen und vier singulären Axen der Fläche bezüglich einfache Strahlen, nullfache Axen und nullfache Strahlen, einfache Axen derselben sind. Ordnung und Classe der Fläche sind beide die vierte. Die Zahl der willkürlichen Constanten, von denen eine solche Fläche abhängt, ist siebenzehn.

II.

Die gerade Linie d berührt die Fläche Φ .

Zwei der vier singulären Punkte fallen in den Berührungspunkt, zwei der vier singulären Ebenen fallen in die bezügliche Tangential-Ebene zusammen.

*) Es ist leicht, aus demselben Princip noch weitere Unterabtheilungen herzuleiten, auf die wir aber hier nicht eingehen.