Achse. Man braucht daher die Kraft R nur so zu wählen, dass sie die erstere Bewegung, und das Paar J so anzunehmen, dass es die letztere Bewegung hervorbringen kann.

2. Wirken umgekehrt beliebig viele Kräfte auf einen Körper, so denke man sich dieselben sämmtlich mit sich parallel in den Schwerpunct des Körpers verlegt, so setzen sie sich zu einer einzigen Kraft, so wie die entstehenden Paare zu einem einzigen Paar J zusammen.

Die im Schwerpuncte angebrachte Resultirende R sucht in den sämmtlichen materiellen Puncten des Körpers die gemeinschaftliche Geschwindigkeit $v = \frac{R}{m}$ nach der Richtung dieser Kraft R zu erzeugen, während das Kräftepaar J das Bestreben hat, in dem Körper eine Drehbewegung w um eine durch dessen Schwerpunct gehende Achse AZ hervorzubringen, deren Lage nach dem Obigen bestimmt werden kann.

Centrifugalkraft.

31. Um ferner auch die Centrifugalkräfte eines rotirenden Körpers zu bestimmen, hat man zu berücksichtigen, dass durch diese drehende Bewegung (wobei jedes materielle Theilchen dm des Körpers die Kraft $rw\,dm$ besitzt oder durch diese gleichsam animirt oder getrieben wird) in jedem materiellen Punct dm in jedem Augenblick eine unendlich kleine Kraft f, die sogenannte Centrifugalkraft entsteht oder erzeugt wird, welche dieses Theilchen vom Mittelpunct des betreffenden Kreises zu entfernen strebt.

Würde das materielle Theilchen dm, dieses als vollkommen frei gedacht, blos von der einzigen Kraft $p = v\,dm$ nach der Tangente eines Kreises getrieben, so könnte dasselbe auch nicht den kleinsten Theil des Kreisbogens zurücklegen, wenn es nicht jeden Augenblick durch eine bestimmte Kraft, die sogenannte Centripetalkraft, gegen den Mittelpunct des Kreises gezogen und so auf dessen Peripherie erhalten würde, indem ohne diese Kraft das Theilchen mit der erlangten Geschwindigkeit v nach der Tangente fortgehen und sich sonach vom genannten Mittelpuncte entfernen würde.

Da die Centripetalkraft, welche der Centrifugalkraft gleich und entgegengesetzt ist, daher auf diese bezogen durch $-f$ bezeichnet wird, von der Natur der Schwerkraft ist, so lässt sich diese beschleunigende Kraft auch leicht nach denselben Gesetzen bestimmen, und zwar ist ihre Grösse (Dynamik Nr. **130**) im vorliegenden Falle $f = rw^2 \mathrm{d}m$.

Denkt man sich daher in jedem materiellen Theilchen $\mathrm{d}m$ des rotirenden Körpers zu der Tangentialkraft $rw\,\mathrm{d}m$ noch die entsprechende Centripetalkraft $-rw^2\mathrm{d}m$ hinzugefügt, so wird sich das ganze System dieser materiellen Puncte, d. i. der Körper selbst, um die angenommene Achse AZ mit der Winkelgeschwindigkeit w vollkommen frei und ungezwungen so drehen, dass die Theilchen des Körpers, selbst wenn sie nicht mit einander verbunden wären, dadurch nicht im Geringsten afficirt werden.

Anmerkung. Im vorliegenden Falle wird jedes materielle Theilchen $\mathrm{d}m$ allerdings nur von der Tangentialkraft p getrieben; allein man kann, ohne Aenderung des Bewegungszustandes dieser Kraft p, die Centripetalkraft $-f$ hinzufügen, wenn man an diesen Punct zugleich noch eine gleiche und entgegengesetzte Kraft $+f$ anbringt. Da es nun erlaubt ist, die Impulsionskraft $rw\,\mathrm{d}m$ durch die drei gleichgeltenden $rw\,\mathrm{d}m$, $-rw^2\mathrm{d}m$, $+rw^2\mathrm{d}m$ zu ersetzen, so kann man sich vorstellen, dass während eines Zeitelementes $\mathrm{d}t$ die beiden erstern dazu verwendet werden, um das Theilchen $\mathrm{d}m$ frei durch den Kreisbogen $rw\,\mathrm{d}t$ zu bewegen, während die dritte Kraft $+rw^2\mathrm{d}m$ dieses Theilchen vom Mittelpunct zu entfernen sucht.

Auf diese Weise nun werden die sämmtlichen materiellen Puncte des Körpers, in Folge seiner rotirenden Bewegung um die Achse AZ, von ganz ähnlichen beschleunigenden Kräften $+f$ getrieben, welche den innern Zustand desselben in so ferne afficiren, als sie den Cohäsionskräften entgegen, oder auf die Bänder, wenn man sich solche vorstellen will, welche diese Theilchen zurückhalten, ziehend oder spannend wirken.

32. Alle diese unendlich kleinen Centrifugalkräfte f lassen sich aber nach dem obigen Verfahren ganz leicht auf eine einzige beschleunigende Kraft R' und ein beschleunigendes Kraftpaar K' reduciren, wenn man einfach berücksichtiget, dass diese Kräfte $f = rw^2\mathrm{d}m$ bis auf den Factor w eben so ausgedrückt sind, wie die, die Theilchen $\mathrm{d}m$ animirenden Tangentialkräfte $p = rw\,\mathrm{d}m$, und dass sie nicht wie diese letzteren nach den Tangenten, sondern nach den Radien der zu durchlaufenden Kreise wirksam, folglich auf diesen Kräften p und der Achse AZ zugleich perpendikulär sind.

Verfährt man daher mit diesen Kräften f genau so, wie früher (Nr. **29**) mit jenen p, und verlegt die nach den Achsen der X, Y, Z entstehenden drei Componenten von f wieder in den Anfangspunct A, so erhält man erstens die mit der obigen R in Relat. (1) analoge Kraft:

$$R' = w^2 \sqrt{(\int x\,dm)^2 + (\int y\,dm)^2} = wR \ldots (7)$$

oder auch:

$$R' = \delta w^2 m \ldots (7')$$

(wenn man nämlich für R den Werth aus Relat. (1') in Nr. **29** setzt) und dann das mit K in Relat. (2) analoge Paar:

$$K' = w^2 \sqrt{(\int xz\,dm)^2 + (\int yz\,dm)^2} = wK \ldots (8),$$

welches aus den beiden mit M' und N' analogen Paaren, deren Momente $w^2 \int xz\,dm$, $w^2 \int yz\,dm$ sind und beziehungsweise in den Ebenen der xz und yz liegen (oder als in diesen liegend angesehen, d. i. in diese verlegt werden können) resultirt und sonach in einer durch die Achse AZ gehenden Ebene liegen.

Ein mit L analoges, auf der Achse AZ perpendikuläres Paar L' kann hier nicht entstehen, weil die sämmtlichen Centrifugalkräfte durch die Umdrehungsachse AZ gehen, oder weil dafür $L' = Xy - Yx = 0$ wird.

33. Was nun die Lage dieser Kraft R' und des Paares K' anbelangt, so steht erstere offenbar auf der obigen Kraft R perpendikulär, weil die einzelnen Centrifugalkräfte f, von denen R' die Resultirende ist, beziehungsweise auf den einzelnen Tangential- oder Impulsionskräften p, von denen R die Resultante ist, senkrecht und diesen proportional sind.

Aus demselben Grunde ist auch die Achse AK' (Fig. 22) des Paares K' auf der Achse AK des Paares K perpendikulär (d. h. die Paarebenen bilden einen rechten Winkel, Nr. **9**, Zus. 2) und da diese letztere auf AZ, als Achse des Paares L senkrecht steht, so ist auch die erstere Achse AK' perpendikulär auf der Achse AJ des Paares J, welches aus den beiden Paaren L und K (durch Zusammensetzung nach dem in Nr. **9**, Zusatz 2 angegebenen Verfahren) resultirt: es steht also die Achse des aus den Centrifugalkräften entstehenden Paares K' zugleich auf der Rotationsachse AZ und auf der Achse des Paares J der Impulsions- oder Tangentialkräfte perpendikulär, oder die Ebene des Paares K' geht durch die Rotationsachse und steht zugleich auf der Ebene des Paares J senkrecht.

Da nun von den beiden Geraden AR und AJ die erstere die Grösse der Kraft R, und letztere die Achse und Grösse des Paares J vorstellt, welche Kräfte (R und J) zusammen dieselbe Drehung w um die freie Achse AZ bewirken können, so erhält man, wenn α den Neigungswinkel der Achse AJ (des Paares J) mit der Umdrehungsachse AZ bezeichnet (wodurch sofort $K = J \operatorname{Sin} \alpha$ wird) für die beschleunigende Kraft R' und das beschleunigende Paar K', welche Kräfte aus den Centrifugalkräften entstehen, ganz einfach (aus den vorigen Relationen (7′) und (8)):

$$R' = wR \text{ und } K' = wJ \operatorname{Sin} \alpha \ldots (9),$$

dabei ist R' zugleich auf der Richtung der Kraft R und der Achse AZ, und K' auf der Achse AJ (des Paares J) und derselben Achse AZ perpendikulär.

Zusatz. Geht die Rotationsachse AZ durch den Schwerpunct des rotirenden Körpers, so ist wegen $\int x \, dm = 0$ und $\int y \, dm = 0$ sofort (Relat. (7)) $R' = 0$, folglich reduciren sich in diesem Falle die sämmtlichen Kräfte auf das Paar K'.

Ist ausserdem noch die Drehachse eine der drei Hauptachsen des Körpers, so ist wegen $\int xz \, dm = 0$ und $\int yz \, dm = 0$ sofort auch noch (Relat. (8)) $K' = 0$; es halten sich daher in diesem besondern Falle die sämmtlichen Centrifugalkräfte in A (wegen $R' = 0$) das Gleichgewicht, und da auch (wegen $K' = 0$) das Kräftepaar verschwindet, so hat die Umdrehungsachse von keiner Seite her irgend einen Druck zu erleiden; aus diesem Grunde wird sie in diesem Falle eine freie Achse genannt.

Umgekehrt besitzt nur eine solche freie Achse die Eigenschaft, dass sich alle die durch Umdrehung eines Körpers um diese Achse entstehenden Centrifugalkräfte das Gleichgewicht halten oder gegenseitig aufheben; denn es muss dafür sowohl $R' = 0$ als auch $K' = 0$ sein. Aus der erstern Bedingung folgen aber aus Relat. (7) die beiden Bedingungsgleichungen $\int x \, dm = 0$ und $\int y \, dm = 0$, welche aussagen, dass die Umdrehungsachse durch den Schwerpunct gehen muss, während aus der zweiten Bedingung, wegen Relat. (8), die beiden Gleichungen

$$\int xz \, dm = 0 \text{ und } \int yz \, dm = 0 \ldots (10)$$

folgen, welche anzeigen, dass die Umdrehungsachse eine sogenannte Hauptachse des Körpers sein muss.

Anmerkung. Verschwindet zwar das Kräftepaar K', nicht aber auch die Resultirende R', d. h. wird $K' = 0$, nicht aber auch zugleich $R' = 0$, so ist zwar die Umdrehungsachse wegen $\int xz\,dm = 0$ und $\int yz\,dm = 0$ eine Hauptachse, jedoch, da sie nicht durch den Schwerpunct geht, nicht auch zugleich eine sogenannte freie Achse, indem der Punct A der Achse in jedem Augenblick einen Druck R' zu erleiden hat. Diese Hauptachse kann jedoch die Eigenschaft einer freien Achse erhalten, wenn man diesen Punct A festmacht.

34. Fasst man endlich das Ganze übersichtlich zusammen, so ergeben sich aus den vorhergehenden Betrachtungen und Entwickelungen für die Centrifugalkräfte der Körper, materiellen Ebenen und Linien die nachstehenden Sätze und Eigenschaften.

1. Im Allgemeinen besteht die Centrifugalkraft eines um eine Achse rotirenden Körpers aus der Centrifugalkraft (R' in Relat. (7')) seiner im Schwerpunct vereinigt gedachten Masse und einem Kräftepaar (K'), dessen Ebene durch die Umdrehungsachse geht; die erstere Kraft sucht den Körper von der Achse zu entfernen, das Paar dagegen die Lage dieser Achse zu verändern.

Unabhängig von der obigen Entwickelung lässt sich dieser Satz auch auf folgende Weise ableiten.

Man lege durch den Schwerpunct O des Körpers eine Ebene senkrecht auf die Umdrehungsachse, projicire irgend ein materielles Theilchen dm des Körpers auf diese Ebene und verlege zugleich auch die diesem Theilchen entsprechende Centrifugalkraft (nach Nr. **11**) mit sich parallel in diese Ebene, so erhält man erstlich eine in der Projectionsebene liegende, mit jener p gleichen und gleichgerichteten Kraft p', als Centrifugalkraft des projicirten Elementes dm', und ausserdem noch ein Kräftepaar (p, p'') vom Momente pz, wenn z der Abstand des Theilchens dm von dieser Ebene ist; die Kraft p' hat ihren Angriffspunct im Durchschnitt der Achse mit der Ebene, während das Paar auf der Achse senkrecht steht.

Verfährt man mit allen übrigen materiellen Puncten des Körpers auf dieselbe Weise, so erhält man sowohl ein System von Kräften p', welche in der genannten Ebene liegen und durch den Durchschnittspunct der Achse mit der Ebene, als auch zugleich eine Gruppe von Paaren, deren Ebenen sämmtlich durch die Umdrehungsachse gehen. Die Resultirende R' der Kräfte p', welche natürlich denselben Angriffspunct hat, geht (Dynamik Nr. **132**) durch den Schwerpunct aller dieser projicirten Massentheilchen dm', welcher zugleich auch der Schwerpunct O des Körpers ist, und hat dieselbe Grösse, wie die Centrifugalkraft der in diesem Puncte O

vereinigt gedachten Masse m der materiellen Ebene, welche Masse keine andere als die des Körpers selbst ist.

Was die Gruppe der Kräftepaare betrifft, so lassen sich diese (Nr. 9, Zusatz 3) in ein einziges Paar K' vereinigen, dessen Ebene also wieder durch die Achse geht. Diese Ebene wird jedoch im Allgemeinen nicht in die Richtung der Centrifugalkraft R' fallen, also eine Vereinigung der Kraft R' mit dem resultirenden Paar K' (Nr. **10**, Zusatz) nur in besonderen Fällen möglich sein.

Bezieht man, um noch eine zweite Methode anzuführen, die materiellen Puncte des Körpers anstatt auf die durch den Schwerpunct O gehende, auf eine mit ihr parallele Ebene in einem beliebigen Abstand, welche Ebene man sofort für die coordinirte Ebene der xy nehmen kann, und zerlegt jede Centrifugalkraft $p = rw^2 dm$ in zwei Seitenkräfte, welche beziehungsweise in die Ebenen der xz und yz fallen und mit den Achsen X und Y des rechtwinkeligen Achsensystemes parallel sind; so hat man beziehungsweise $p_x = xw^2 dm$ und $p_y = yw^2 dm$, folglich rücksichtlich der sämmtlichen materiellen Puncte des Körpers zwei Gruppen paralleler, in den Ebenen der xz und yz liegender, auf der Umdrehungsachse Z perpendikulärer, unendlich kleiner Kräfte, deren Resultanten beziehungsweise:

$$R_x = \int (x w^2 dm) = w^2 \int x\, dm \quad \text{und} \quad R_y = w^2 \int y\, dm \ldots (a)$$

sind.

Bezeichnet man die Abstände ihrer Angriffspuncte in der Achse Z von der Ebene der xy (d. i. ihre Ordinaten nach Z) mit Z_x und Z_y, so ist:

$$Z_x R_x = w^2 \int xz\, dm \quad \text{und} \quad Z_y R_y = w^2 \int yz\, dm \ldots (b).$$

Offenbar lassen sich die beiden Seitenkräfte R_x und R_y nur dann zu einer einzigen Kraft R' vereinigen, wenn sie in der Achse AZ denselben Angriffspunct haben, d. h. wenn

$$Z_x = Z_y \ldots (c)$$

ist.

Handelt es sich in der Praxis blos um die Bestimmung des Druckes auf die Umdrehungsachse oder Welle (oder deren Zapfen), so ist diese Vereinigung auch nicht nöthig.

Ist aber die durch die Relation (c) ausgedrückte Bedingung vorhanden, so entsteht die im Puncte N der Achse Z angreifende Centrifugalkraft:

$$R' = \sqrt{R_x^2 + R_y^2},$$

wofür $AN = Z_x = Z_y$ ist.

Wird die Achse AZ in diesem Puncte N festgemacht, so wird der Druck R' auf dieselbe aufgehoben und sie besitzt dann die Eigenschaft einer freien Achse.

Findet in besonderen Fällen die Bedingung Statt, dass

$$\int xz\, dm = 0 \quad \text{und} \quad \int yz\, dm = 0 \ldots (n)$$

wird, so folgt aus den Relationen (b) sofort auch: $Z_x = 0$ und $Z_y = 0$, zum Beweis, dass jetzt die Resultirenden R_x und R_y in der Ebene der xy selbst liegen und beziehungsweise mit den Achsen AX und AY zusammenfallen. Da man diese Achsen um den Ursprung A in ihrer Ebene xy beliebig (sich immer rechtwinkelig schneidend) herum drehen kann, so folgt, dass in diesem speciellen Falle die materiellen Puncte des Körpers gegen diese Ebene zu beiden Seiten, d. i. ober- und unterhalb (xy horizontal gedacht), symmetrisch liegen, diese Ebene also zugleich auch durch den Schwerpunct geht.

Bekanntlich entspricht die durch Relation (n) ausgedrückte Bedingung der drehenden Bewegung des Körpers um eine seiner Hauptachsen; es ist also jede auf einer durch den Schwerpunct des Körpers gehenden Symmetrie-Ebene senkrechte Gerade eine Hauptachse desselben.

Da in diesem Falle die Centrifugalkraft in dieser Ebene der xy liegt und durch den Schwerpunct geht, also nach dieser Richtung auf die Drehachse Z den Druck R' ausübt, so braucht man nur den Anfangspunct A (als Angriffspunct von R') festzumachen, um diesen Druck aufzuheben.

Geht die Umdrehungsachse zugleich auch durch den Schwerpunct des Körpers, fällt also der Ursprung A mit diesem Punct zusammen, ist also ausser den Relationen (n) auch noch $\int x\,dm = 0$ und $\int y\,dm = 0$, folglich (Relat. (a)) $R_x = 0$ und $R_y = 0$, also auch $R' = 0$; so hört jeder Druck auf die Umdrehungsachse von selbst auf und sie wird daher zur eigentlichen freien oder natürlichen Achse.

Hieraus folgt also, dass für jeden Körper, welcher eine (natürlich durch den Schwerpunct gehende) Symmetrie-Ebene besitzt, eine auf derselben durch den Schwerpunct gehende senkrechte Gerade eine freie Achse ist.

So ist z. B. im Würfel jede der sechs Diagonal-Ebenen eine Symmetrie-Ebene, daher sind für diesen, ausser den drei Geraden, welche die Mittelpuncte der Gegenflächen verbinden, auch noch die sechs Geraden, welche die Halbirungspuncte der parallelen Gegenkanten verbinden, freie Achsen.

Ein gerader Kegel hat ausser seiner geometrischen Achse (nach 4.) noch unzählig viele freie Achsen, welche sämmtlich in der durch den Schwerpunct auf der Achse perpendikulären Ebene liegen und auf der geometrischen Achse senkrecht stehen. Aehnliches gilt für gerade reguläre Prismen und Pyramiden, welche im Allgemeinen eben so viele durch die geometrische Achse gehenden Symmetrie-Ebenen besitzen, als die Grundflächen Seiten haben u. s. w.

2. Denkt man sich den rotirenden Körper durch Ebenen, welche auf der Rotationsachse senkrecht stehen, in unendlich dünne Schichten zerschnitten oder aufgelöst, und liegen die sämmtlichen Schwerpuncte dieser Körperelemente in ein und derselben durch die Achse gehenden Ebene; so ist dessen Centrifugalkraft eben so gross, als ob die gesammte Masse in seinem Schwerpunct concentrirt oder vereinigt wäre; die Richtung dieser Kraft aber geht im Allgemeinen nicht durch den Schwerpunct.

In diesem Falle ist es eben so, als ob eine materielle Ebene um eine in ihr liegende Gerade als Achse rotirte. Mit dem vorigen Fall verglichen, reducirt sich die Projectionsebene hier auf eine gerade, auf der Achse perpendikulären Linie, und man erhält bei demselben Verfahren die durch den Schwerpunct der Ebene gehende Centrifugalkraft R' von derselben Grösse, als ob die gesammte Masse der Ebene in diesem Puncte vereinigt wäre, so wie das Paar K', welches jetzt mit R' in einerlei (d. i. in der rotirenden) Ebene liegt und sich daher mit dieser Kraft vereinigen lässt. Durch diese Verbindung entsteht aber (Nr. **10**) eine mit jener R' gleiche und parallele Kraft, welche jedoch einen andern Angriffspunct hat, folglich nicht mehr durch den Schwerpunct der materiellen Ebene (also auch nicht des rotirenden Körpers) geht.

Nach der vorigen zweiten Methode lasse man die materielle Ebene mit jener der xz, und die Umdrehungsachse mit jener der z zusammenfallen, so reduciren sich die vorigen Relationen (a) und (b), da hier die Ordinaten y Null sind, auf jene:

$$R' = R_x = w^2 \int x\, dm \ldots (\alpha) \quad \text{und} \quad Z_x = \frac{\int xz\, dm}{\int x\, dm} \ldots (\beta),$$

wobei, wenn Z die Ordinate des Schwerpunctes O (nach der Achse der z) ist, im Allgemeinen Z_x von Z verschieden sein wird.

3. Liegen die vorhin (in 2.) genannten Schwerpuncte der Schichten sämmtlich in einer mit der Umdrehungsachse parallelen Geraden, so geht die Centrifugalkraft des Körpers R' zugleich auch durch den Schwerpunct desselben.

Dieser Fall entspricht zugleich der Rotation einer (im Allgemeinen heterogenen) materiellen geraden Linie um eine mit ihr parallelen Achse.

Ist a der Abstand dieser Geraden von der Achse, so hat man nach der vorigen zweiten Methode ganz einfach aus den Relationen (α) und (β), da $x = a$ constant ist:

$$R' = a w^2 \int dm = a w^2 m \quad \text{und} \quad Z_x = \frac{a \int z\, dm}{a \int dm} = \frac{\int z\, dm}{m},$$

mithin ist (Statik Nr. **32**) $Z_x = Z$ gleich der Ordinate des Schwerpunctes.

Dieser Fall tritt bei allen Rotationskörpern ein, deren geometrische Achsen mit der Umdrehungsachse parallel sind.

4. Geht in diesem letztern Falle die Umdrehungsachse zugleich durch den Schwerpunct des Körpers, so wird die Centrifugalkraft (wegen $a = 0$) $R' = 0$, und die Achse wird, da jetzt jeder Druck auf dieselbe aufhört, zur freien oder natürlichen Achse.

Aus diesem Grunde sind die Achsen der Rotationskörper, ferner die geometrischen Achsen von regulären Prismen, Pyramiden u. s. w. freie Achsen.

Da man nun in der Anwendung, besonders im Maschinenwesen, jeden aus den Centrifugalkräften entstehenden Druck auf die Wellzapfen zu vermeiden hat, so erkennt man leicht, wie wichtig bei drehenden Bestandtheilen, wie Räder, Scheiben u. s. w., das richtige Centriren der betreffenden Massen ist.

Eigenschaften der freien und Hauptachsen.

35. Um diese Achsen noch speciell in's Auge zu fassen, so folgt aus den bisherigen Entwickelungen, dass man bei der Definition der freien oder sogenannten natürlichen Achsen von einem doppelten Gesichtspuncte ausgehen könne. Man kann nämlich erstens die Frage stellen, um welche Achse ein Körper oder festes System materieller Puncte sich drehen müsse, damit die in demselben thätigen Tangentialkräfte $p = r w \, \mathrm{d}m$ sich auf ein einziges Kräftepaar L reducire, dessen Ebene auf dieser Achse senkrecht steht? oder sich zweitens die Aufgabe stellen, jene Drehungsachse zu finden, auf welche bezogen die entstehenden Centrifugalkräfte $f = r w^2 \mathrm{d}m$ sich gegenseitig aufheben oder im Gleichgewichte halten; denn in beiden Fällen hat die Drehungsachse keinen Druck zu erleiden, also auch keinen Widerstand zu leisten, und das System bewegt sich, auch wenn es vollkommen frei ist, um diese genau so, als ob die Achse fest wäre, d. h. sie wird weder irgend eine fortschreitende Bewegung annehmen, noch sonst, wenn sie auch durch Nichts gehalten ist, ihre Lage gegen den Körper oder das System verändern; endlich wird, dieses System einmal um diese Achse in drehende Bewegung versetzt, und wenn keine äussern Kräfte auf dasselbe einwirken, dabei die Winkelgeschwindigkeit w constant, also die drehende Bewegung eine gleichförmige.

36. Man mag nun die Umdrehungsachse nach der einen oder andern der beiden Bedingungen bestimmen, so kommt man in beiden Fällen (Nr. **29**, Zusätze 1 und 2 und Nr. **33**, Zusatz) zu den Bedingungsgleichungen:

$$\int x \, \mathrm{d}m = 0, \quad \int y \, \mathrm{d}m = 0 \ldots (1)$$

und

$$\int x z \, \mathrm{d}m = 0, \quad \int y z \, \mathrm{d}m = 0 \ldots (2),$$

wenn nämlich die Coordinatenachse Z die gesuchte Drehungsachse ist.

Diese gesuchte Achse muss also erstlich (wegen Relat. (1)) durch den Schwerpunct des Systemes gehen und ausserdem