

allen diesen Kräften ansehen, um zu demselben Resultate zu gelangen.

3. Ist die hier angenommene variable Geschwindigkeit  $V$  die Resultirende aus den Seitengeschwindigkeiten  $u, u', u'' \dots$ , welche mit der Achse der  $x$  oder  $AX$  beziehungsweise die Winkel  $\alpha, \alpha', \alpha'' \dots$  bilden, so wäre die obige Projection  $V$  (in einem bestimmten Augenblicke):

$$v = u \cos \alpha + u' \cos \alpha' + u'' \cos \alpha'' + \dots$$

weil nach einem bekannten Satze der Geometrie die Schlussseite eines Polygones gleich ist der algebraischen Summe der Projectionen aller übrigen Seiten auf irgend eine Gerade.

Es ist daher auch die Beschleunigung:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d \cdot u \cos \alpha}{dt} + \frac{d \cdot u' \cos \alpha'}{dt} + \frac{d \cdot u'' \cos \alpha''}{dt} + \dots$$

der projecirten Totalgeschwindigkeit  $V$  gleich der algebraischen Summe der Beschleunigungen aus den projecirten Seitengeschwindigkeiten.

Hieraus folgt auch ferner, dass die Projection der Intensität der Kraft  $P$  in irgend einem Augenblicke, d. i.

$$p = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d \cdot u \cos \alpha}{dt} + m \frac{d \cdot u' \cos \alpha'}{dt} + \dots$$

ist.

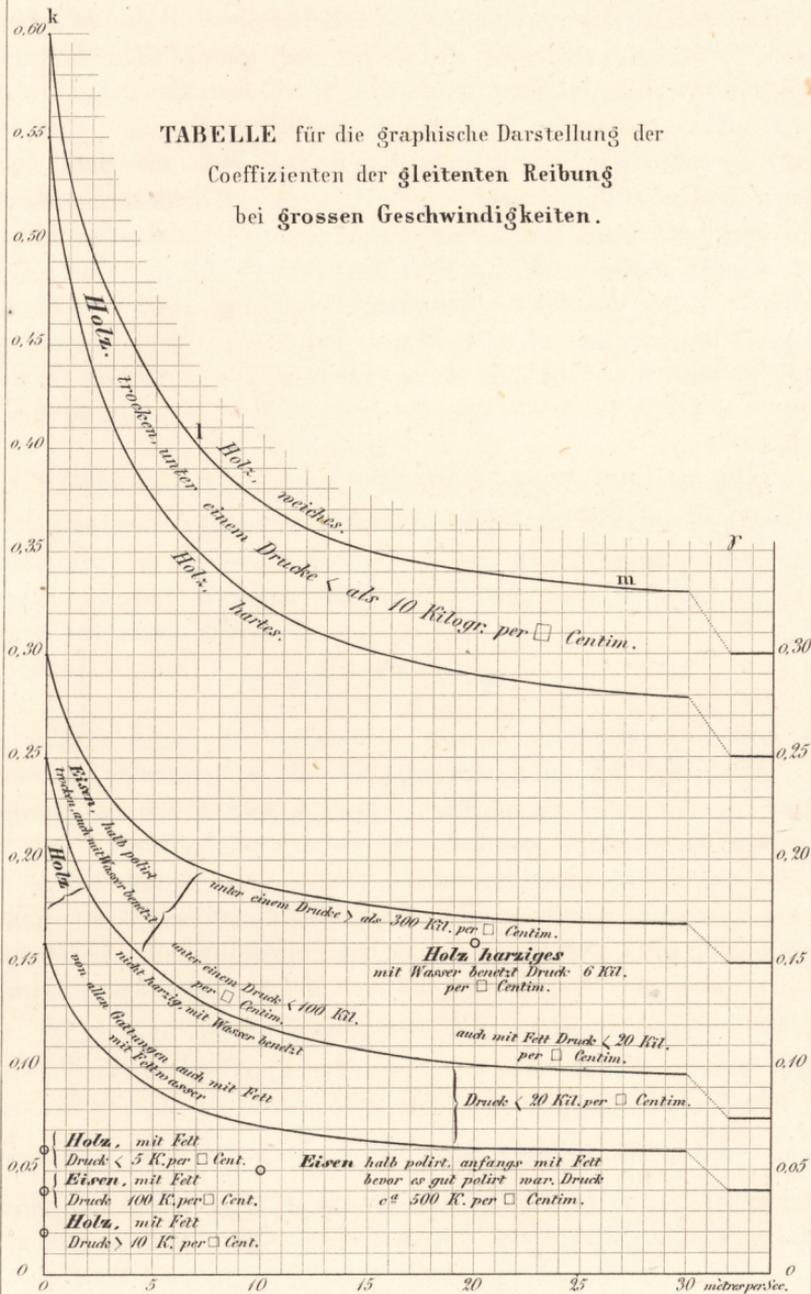
## Z u s a t z 2.

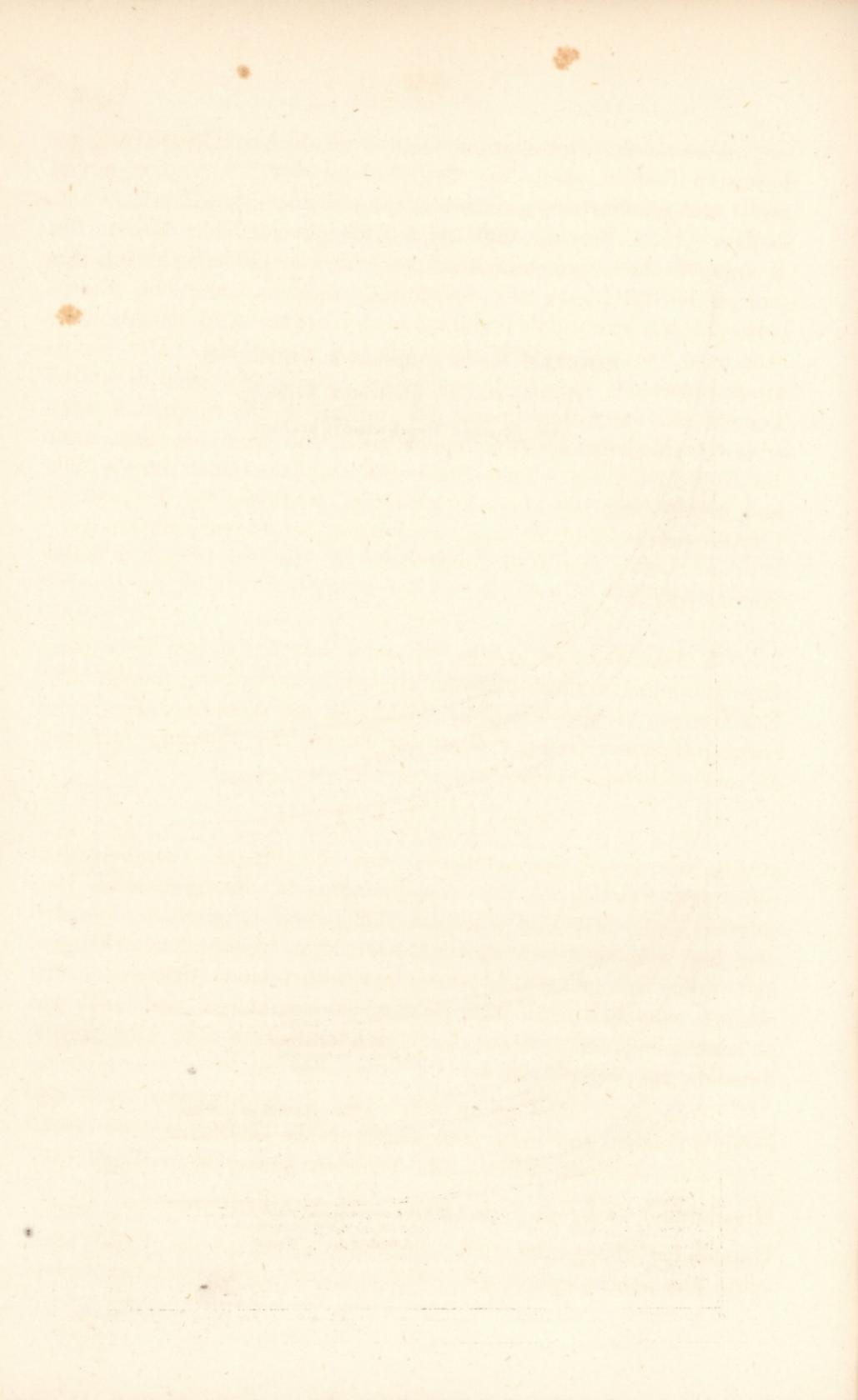
1. Es sind in der neuesten Zeit über die gleitende Reibung mit grossen Geschwindigkeiten, wie solche beim Eisenbahnbetriebe vorkommen, zahlreiche Versuche angestellt worden, welche geeignet sind, diesen Gegenstand in ein neues Licht zu setzen und die bisherigen Reibungsgesetze mehr oder weniger zu modificiren. Namentlich sind es die ganz kürzlich von dem *Ingenieur des mines* Hrn. Bochet, auf der französischen Westbahn in grosser Zahl und mit aller möglichen Genauigkeit und Vorsicht ausgeführten Experimente\*), auf die wir hier aufmerksam machen und deren Resultate wir dem Wesentlichen nach anführen wollen.

\*) *Nouvelles recherches expérimentales sur le frottement de glissement (Annales des mines, Tome XIX. Paris 1861.)*

ZU ZUSATZ 2.

TABELLE für die graphische Darstellung der  
Coeffizienten der gleitenden Reibung  
bei grossen Geschwindigkeiten.





Diese Versuche wurden theils mit bis zum Stillstand gebremsten Rädern, theils mit Radschuhen oder Schlittenkufen und zwar von verschiedenen reibenden Oberflächen (wie Eisen, Holz, Leder, Gutta-Percha) und zwar von verschiedener Grösse der Reibungsflächen, und endlich mit verschiedenen Geschwindigkeiten (von 0 bis 25 Meter per Secunde) vorgenommen. Die Eisenbahnschienen waren dabei vollkommen trocken, bald feucht, dann sehr nass, so wie endlich auch mit Oel bestrichen. Der Totaldruck zwischen den Reibungsflächen betrug zwischen 6 und 7 Tonnen (à 1000 Kilogramm). Die reibenden Oberflächen wurden in 5 verschiedenen Grössen angewendet und zwar betrug diese der Reihe nach 400 — 500, 700 — 800, 1000 — 1500, 2000 — 2600 und 3000 — 4000 Quadrat-Centimeter, wodurch auf 1 Quadrat-Centimeter als Flächeneinheit ein Druck (der sogenannte respective Druck) von beziehungsweise 15, 10, 6, 4 und 2 Kilogramm entfiel.

2. Hr. Bochet glaubt, obschon sich bei diesen Versuchen Erscheinungen ergaben, wofür er heute noch keine genügenden Erklärungen zu geben weiss, dass sich die wesentlichsten dabei ausgesprochenen Gesetze oder der Betrag der Reibung  $R$  durch die nachstehende Formel:

$$R = p \left( \frac{k - \gamma}{1 + av} + \gamma \right) \dots (1)$$

ausdrücken lasse, in welcher  $p$  den Totaldruck zwischen den reibenden Flächen,  $v$  die Geschwindigkeit der gleitenden Bewegung, so wie  $k$  und  $\gamma$  zwei Coefficienten bezeichnen, welche von den verschiedenen dabei obwaltenden Umständen abhängen und wobei immer  $k > \gamma$  ist;  $a$  bezeichnet einen dritten Coefficienten, welchen man ohne Fehler als constant und zwar zu  $\cdot 3$  annehmen kann, wenn die Geschwindigkeit  $v$  in Metern per Secunde ausgedrückt wird.

Trägt man die Geschwindigkeiten  $v$  als Abscissen und die entsprechenden Reibungscoefficienten  $f$  als rechtwinkelige Ordinaten auf (siehe die beiliegende Tafel zu Zusatz 2), so stellt die Gleichung  $f = \frac{k - \gamma}{1 + av} + \gamma$  einen, von einem bestimmten (nach Umständen höher oder tiefer liegenden) Punkt  $k$  der Ordinatenachse aus nach abwärts gehenden und gegen die Abscissenachse

convex bleibenden Ast  $klm$  (der angehängten Figur) einer Hyperbel vor, für welchen die Abscissenachse selbst, oder nach Umständen eine mit ihr parallele Gerade die Assymptote bildet.

Hieraus folgt, dass  $k$  den Werth der Reibung  $R$  für eine unendlich kleine Geschwindigkeit  $v$  vorstellt, ein Werth, welcher in der Regel auch beim Beginne der Bewegung stattfindet; nur wenn Holz oder Leder auf feuchten oder mit Oel bestrichenen Schienen gleitet, wird ausnahmsweise beim Beginne der Bewegung die Reibung grösser als  $k$  und zwar stieg diese bis auf  $2k$ , während sie in allen übrigen Fällen  $= k$  blieb.

Der Coefficient  $\gamma$  bezeichnet die Höhe über der Abscissenachse der mit dieser parallelen Assymptote; diese Gerade bildet die Grenze, gegen welche der Reibungscoefficient bei beständig zunehmenden Geschwindigkeiten  $v$  ohne Ende convergirt.

**3.** Die aus diesen zahlreichen Versuchen abgeleiteten Gesetze sind nach *Bochet* im Wesentlichen folgende:

- a) Die Reibung nimmt ab, wenn die Geschwindigkeit der Bewegung zunimmt (wenigstens innerhalb der Versuchsgrenzen von 0 bis 25 Meter per Secunde).
- b) Die Annahme, dass der Betrag der Reibung von der Grösse der Reibungsflächen unabhängig, folglich dem Totaldruck zwischen diesen Flächen proportional sei, ist nicht in allen Fällen, sondern nur so lange richtig, als der specifische Druck (Druck auf die Flächeneinheit) zwischen den reibenden Flächen nur gering ist.
- c) Die beiden Coefficienten  $k$  und  $\gamma$  der obigen Gleichung (1) sind gewisse, bis jetzt noch nicht hinlänglich bekannte Functionen dieses specifischen Druckes.
- d) Auch variiren diese eben genannten Coefficienten von einander unabhängig je nach Verschiedenheit der Körper, der Politur der reibenden Flächen und der dazwischen gebrachten Schmiermittel.
- e) Die Werthe dieser Coefficienten, folglich auch die der Reibung selbst, variiren innerhalb gewisser Grenzen selbst bei dem scheinbaren Vorhandensein von ganz gleichen Umständen und Verhältnissen.
- f) Im Allgemeinen findet gegen die bisherige Annahme beim Beginne der Bewegung (von der Ruhe aus) kein besonderer

(also kein grösserer) Reibungswiderstand Statt, sondern der Coefficient  $k$  hat dabei denselben Werth, wie für unendlich kleine Geschwindigkeiten. Ausnahmen sind dabei allerdings möglich, wie z. B. solche bei den in Rede stehenden Versuchen bei Holz und Leder auf nassen oder fetten Schienen wirklich vorgekommen sind, wobei  $k$  auf das Doppelte stieg.

- g) Die stärkste Reibung fand zwischen Holz (namentlich weichem), Leder und Gutta-Percha auf trockenen Schienen Statt. Der Werth von  $k$  stieg dabei öfters bis  $\cdot 7$ , während er niemals unter  $\cdot 4$  herabging; für gewöhnlich war  $k$  für weiches Holz =  $\cdot 60$  und für hartes =  $\cdot 55$ .

Für Eisen (auf Eisen) war die Reibung stets kleiner; nur für grobes und rauhes stieg der Coefficient  $k$  bis  $\cdot 6$ , für gewöhnlich war  $k = \cdot 4$  und öfter bloß  $\cdot 25$ .

War die reibende Fläche (des Eisens) nur halbwegs polirt, so stieg  $k$  niemals über  $\cdot 4$ , für gewöhnlich war dabei  $k = \cdot 3$  bis  $\cdot 2$ , und fiel in manchen Fällen sogar bis  $\cdot 17$  und  $\cdot 12$  herab.

Es war endlich dabei auch gleichgiltig, ob die Schienen trocken oder nass, ja selbst mit Oel bestrichen waren; nur wenn in diesem letztern Falle die reibenden Flächen sehr klein, der specifische Druck also sehr gross war, wurde die Reibung durch das Einsmieren der Schienen mit Oel sehr vermindert.

So wenig aber bei der Reibung von Eisen auf den Schienen der Zustand der letzteren (ob fett, nass oder trocken) im Allgemeinen einen Einfluss hatte, um so mehr machte sich dieser verschiedene Zustand bei der Reibung von Holz, Leder und Gutta-Percha auf den Schienen geltend; schon blosses Wasser konnte die Reibung mehr oder weniger vermindern, weniger bei harzigen als den gewöhnlichen Hölzern, noch weniger bei Gutta-Percha. Bei Anwendung von Oel oder wässriger Wagenschmiere wurde dabei die Reibung derart vermindert, dass  $k$  für Holz und Leder auf  $\cdot 2$  bis  $\cdot 16$ , ja in manchen Fällen selbst bis  $\cdot 05$  herabging.

Uebrigens zeigte sich bei Anwendung von Oel oder sonstiger Schmiere die Verminderung der Reibung um so bedeutender, je kleiner die reibenden Flächen, also je grösser der respective Druck (auf die Flächeneinheit) war.

h) Die Reibungswiderstände der verschiedenen Körper oder Stoffe weichen beim Beginne der Bewegung und bei kleinen Geschwindigkeiten am meisten von einander ab, und nähern sich bei wachsenden Geschwindigkeiten, wobei, wie bemerkt, die Reibungswiderstände überhaupt abnehmen, einander immer mehr. Diese Annäherung oder dieses Zusammenlaufen ist zugleich um so grösser, je polirter die Reibungsflächen sind und um so besser sie eingeschmiert werden.

Auch kann man sagen, dass die verschiedenen Körper, wenn ihre reibenden Oberflächen gut polirt und zweckmässig eingeschmiert sind, bei einem mässigen specifischen Drucke und einer grössern Geschwindigkeit nahezu denselben Reibungscoefficienten haben, dass es jedoch ausserhalb dieser Bedingungen nicht leicht Etwas gibt, was je nach den verschiedenen Umständen (Natur der sich reibenden Flächen, grössere oder geringere Glätte, Vollkommenheit der Oberflächen, Beschaffenheit der Schmiere, specifischer Druck und namentlich grössere oder kleinere Geschwindigkeit) mehr veränderlich als eben dieser Reibungswiderstand wäre, welcher selbst unter scheinbar vollkommen gleichen Umständen innerhalb gewisser Grenzen verschieden sein kann.

Herr Bochet stellte alle aus seinen zahlreichen Versuchen hervorgehenden Resultate sehr übersichtlich in graphischen Tableaus dar und vereinigte diese für den practischen Gebrauch näherungsweise, da es sich dabei um die feinere Distinction nicht handelt, in ein einfaches graphisches Bild, welches wir eben auch in der angehängten Tafel, die sich von selbst erklärt, mittheilen.

Es bedarf übrigens kaum der Bemerkung, dass diese, namentlich in der gedachten graphischen Darstellung ersichtlich gemachten Reibungs-Resultate für den Eisenbahnbetrieb von der grössten Wichtigkeit sind und sich daraus Manches erklärt, was bis jetzt vollkommen unklar gewesen.