Anmerkung. Denkt man sich die obere Kolbenfläche auf jeden Quadratfuss mit einem Gewichte von 1845 Pf. belastet, so lässt sich diese Maschine als eine Watt'sche Dampfmaschine von einfacher Wirkung ansehen und eben so behandeln. (Man findet übrigens die ausführliche Entwicklung der atmosphärischen Dampfmaschinen in dem bereits angezogenen Pambour-schen Werke im 13. Kapitel.)

Locomotiv-Maschine.

392. Um schliesslich auch noch die Locomotive zu erwähnen, so darf man, wenn man dabei keine Expansion oder frühere Absperrung der Communication mit dem Kessel voraussetzt, diese also als Hochdruckmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation ansieht, nur jene geringen Veränderungen in den Formeln von Nr. **378** anbringen, welche durch die Natur dieser Maschinen bedingt werden.

Bezeichnet man nämlich, während v die Kolbengeschwindigkeit bleibt, die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Locomotiv fortbewegt, mit V und den Durchmesser der Treibräder mit $\mathfrak{D}$, so kann man den auf die Flächeneinheit und Geschwindigkeit des Kolbens reducirten Widerstand von Seite des Blasrohrs durch $p'V$ und den Widerstand der Luft direct durch uV^2, folglich wieder auf die Einheit der Kolbenfläche bezogen (wegen $uV^2 : Fx = 2L : \pi\mathfrak{D}$), durch $\frac{\pi\mathfrak{D}}{2L} \cdot \frac{uV^2}{F}$ ausdrücken. Man muss daher in den genannten Formeln $q + \frac{\pi\mathfrak{D}}{2L} \cdot \frac{uV^2}{F}$ statt q, und $p + p'V$ statt p setzen.

Da überdies $\frac{V}{v} = \frac{\pi\mathfrak{D}}{2L}$ oder $V = \frac{\pi\mathfrak{D}}{2L} v$, und wenn man die directe Zugkraft an der Maschine mit K bezeichnet,

$$\frac{K}{Fq} = \frac{2L}{\pi\mathfrak{D}} \text{ oder } K = \frac{2L}{\pi\mathfrak{D}} \cdot Fq,$$

folglich auch:

$$KV = Fqv$$

ist; so folgt, wenn man mit Rücksicht auf die gemachte Bemerkung für v und Fq die Werthe aus den Formeln (1) und (2) in Nr. **378** und zugleich auch $q = \frac{K}{F} \cdot \frac{\pi\mathfrak{D}}{2L}$ setzt, für den allgemeinen Fall:

$$V = \frac{L}{L+a} \cdot \frac{mS}{(1+\delta)(K+uV^2) + \frac{2FL}{\pi \mathfrak{D}}(n+p+p'V+f)} \ldots (1),$$

$$K = \frac{L}{L+a} \cdot \frac{mS}{(1+\delta)V} - \frac{2L}{\pi \mathfrak{D}} \cdot \frac{F}{1+\delta}(n+p+p'V+f) - uV^2 \ldots (2);$$

ferner ist:

$$S = \frac{L+a}{L} \cdot \frac{V}{m}\left[(1+\delta)(K+uV^2) + \frac{2L}{\pi \mathfrak{D}} F(n+p+p'V+f)\right] \ldots (3),$$

$$E = KV = Fqv \ldots (4);$$

für das Maximum des Nutzeffectes [aus den Formeln (5) bis (8)]:

$$V' = \frac{L}{L+a} \cdot \frac{\pi \mathfrak{D}}{2L} \cdot \frac{mS}{F(n+P)} \ldots (5),$$

$$K' = \frac{F}{1+\delta} \cdot \frac{2L}{\pi \mathfrak{D}}(P-p-p'V'-f) - uV'^2 \ldots (6),$$

$$S = \frac{L+a}{L} \cdot \frac{2L}{\pi \mathfrak{D}} \cdot \frac{FV'}{m}(n+P) \ldots (7),$$

$$E_{max.} = K'V' \ldots (8).$$

Anmerkung. Wie man sieht, müsste man zur Bestimmung von V im allgemeinen Fall eine cubische Gleichung auflösen. Um dies zu vermeiden, nimmt man für V einen genäherten Werth an und setzt diesen im Nenner der Gleichung (1) statt V und V^2 und berechnet damit einen genauern Werth von V, welcher, für eine zweite Rechnung abermals im Nenner der genannten Formel substituirt, schon für die meisten Fälle einen hinreichend genauen Werth für V gibt.

393. Was ferner die numerischen Werthe der verschiedenen Coefficienten betrifft, so lässt sich zuerst der Coefficient f oder die Reibung der Maschine auf folgende Weise angeben.

Nach den neueren Versuchen von Pambour betrug die Reibung bei mehreren vierräderigen ungekuppelten Locomotiven mit 11zölligen Cylindern 104 Pfund, was, da die progressive Geschwindigkeit der Maschine 5·9 Mal grösser als die Kolbengeschwindigkeit war, auf die Kolbenfläche reducirt $5{\cdot}9 \times 104 = 613{\cdot}6$ oder nahe 614 Pfund, mithin, da beide Kolbenflächen zusammen 190 Quadratzoll ausmachten, auf den Quadratzoll dieser Flächen bezogen $\frac{614}{190} = 3{\cdot}23$ Pfund ausmacht. Da sich ferner für gekuppelte Räder oder bei Maschinen mit 6 Rädern diese Ziffer höher, und zwar von 3·4 bis 3·6 stellt, so nimmt Pambour als Mittelwerth $3{\cdot}5 \times 144$ Pf. auf den Quadratfuss der Kolbenfläche bezogen. Auf das Wiener Mass und Gewicht reducirt, kann man also, wenn man in einzelnen Fällen nicht lieber selbst die Versuche machen will, $f = 3{\cdot}5 \times 144 \times {\cdot}8711 = 439{\cdot}1$, oder sicherer $f = 440$ setzen.

Obschon der vom Blasrohr herrührende Widerstand nicht blos mit der Kolbengeschwindigkeit, sondern auch mit der Grösse der Dampfentwicklung und der Blasrohröffnung variirt, so kann man doch die mittlern, gewöhnlich vorkommenden Werthe und Dimensionen dabei zum Grunde legen. Bei diesen mittlern Werthen fand Pambour bei einer Geschwindigkeit der Maschine von 10 Meilen per Stunde oder 880 Fuss per Minute diesen Widerstand gleich $1\frac{3}{4}$ Pf. per Quadratzoll der Kolbenfläche und zugleich, dass dieser Widerstand im umgekehrten Verhältnisse mit der Geschwindigkeit der Maschine stehe; dies gibt auf den Quadratfuss bezogen:

$$p' V = 1{\cdot}75 \times 144, \text{ für } V = 880,$$

folglich

$$p' = \frac{1{\cdot}75 \times 144}{880} = {\cdot}2864,$$

oder auf das Wiener Mass reducirt:

$$p' = {\cdot}2494 \text{ Pf.}$$

Was ferner den Widerstand der Luft betrifft, so rechnet Pambour bei einer Geleisweite von nicht mehr als 5 Fuss für die widerstehende Fläche einmal 70 Quadratfuss und dann noch so oft Mal 10 Quadratfuss, als Waggons (die Maschine und den Tender mit dazu gerechnet) vorhanden sind. Bezeichnet man allgemein diese widerstehende Fläche durch F und die Geschwindigkeit des Trains in engl. Meilen per Stunde mit V', so ist nach Pambour dieser Widerstand der Luft (wobei jedoch nur Räder von 3 Fuss vorausgesetzt werden) $= {\cdot}002687\, F V'^2$ Pf.; da nun aber die Meile 5280 Fuss enthält, so erhält man die Geschwindigkeit der Maschine in Fuss per Minute aus dem Verhältniss $\frac{V'}{V} = \frac{60}{5280}$, oder es ist $V' = \frac{60}{5280} V$ und daher

$$u V^2 = {\cdot}002687\, F \left(\frac{60}{5280}\right)^2 V^2 = {\cdot}0^6347\, S V^2$$

oder $u = {\cdot}0^6347\, F$, folglich ist, auf das Wiener Mass und Gewicht reducirt, $u = {\cdot}0^6 32516\, F$.

Was den Werth von S betrifft, so nimmt Pambour, da durch die besondern Umstände sehr viel Wasser mechanisch mitgerissen wird, die effective Verdampfung nur mit 76 Procent der Bruttoverdampfung in Rechnung und setzt also $S = \cdot 76\,S'$.

Endlich ist wieder $a = \cdot 05\,L$, $\delta = \cdot 14$, $p = 1845$, $m = 3788346$ und $n = 539$.

394. Da man die Dimensionen der Locomotive auch bei uns häufig nach englischem Mass ausdrückt, so setzen wir die practischen Formeln, um die Reduction auf das Wiener Mass zu ersparen, auch noch nach diesem Masse an. Diese sind, mit Beibehaltung der vorigen Bezeichnung nach Pambour, folgende.

Für den allgemeinen Fall.

Geschwindigkeit der Maschine in (engl.) Fussen per Minute:

$$V = \frac{4348000\,S}{1197\,K + \cdot 668\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,(2738 + f) + \cdot 191\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,V + \cdot 0^6 415\,S V^2 \text{*)}}.$$

Zugkraft oder Nutzlast der Maschine in (engl.) Pfunden:

$$K = 3632500\,\frac{S}{V} - \cdot 558\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,(2738 + f) - \cdot 160\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,V - \cdot 0^6 347\,S V^2.$$

Effective Wasserverdampfung in (engl.) Kubikfuss per Minute:

$$S = \frac{V}{4348000}\left[1{\cdot}197\,K + \cdot 668\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,(2738 + f) + 191\,\frac{FL}{\mathfrak{D}}\,V + \cdot 0^6 415\,S V^2\right].$$

Nutzeffect in Pfunden 1 Fuss hoch per Minute:

$$E = KV, \text{ detto in Pferdekräften } E_{Pf.\,kr.} = \frac{KV}{33000}.$$

Nutzeffect von 1 Pf. Brennmateriale in Fusspfund $= \frac{KV}{R}$.

„ „ 1 Kubikf. verdampftes Wasser in Fusspf. $= \frac{KV}{S}$.

Brennmaterial in Pfunden, welches 1 Pferdekr. erzeugt $= \frac{33000\,R}{KV}$.

Verdampftes Wasser in Kubikf., „ „ „ $= \frac{33000\,S}{KV}$.

Für das Maximum des Nutzeffectes:

$$V' = \frac{\mathfrak{D}}{L} \cdot \frac{S}{F} \cdot \frac{6504600}{620 + P},$$

---

*) $\cdot 0^6 415$ steht Kürze halber statt $\cdot 000000415$.

$$K' = \cdot 558 \frac{FL}{\mathfrak{D}} (P - 2118 - f) - \cdot 160 \frac{L}{\mathfrak{D}} FV' - \cdot 0^6 347 S V'^2,$$

$$S = FV' \frac{L}{\mathfrak{D}} \cdot \frac{620 + P}{6504600},$$

$$E_{max.} = K' V'.$$

395. Beispiel. Bei einer Locomotive fanden nach englischem Mass folgende Dimensionen Statt:

2 Cylinder von 12 Zoll Durchmesser gibt $F = 1{\cdot}57$ Quadratfuss.

Kolbenlauf 16 Zoll, also $L = 1{\cdot}33$ Fuss.

Dampfdruck im Kessel 65 Pfund auf den Quadratzoll, also $P = 65 \times 144$.

Brutto-Verdampfung 50 Kubikf. per Stunde, gibt $S = \cdot 633$ per Minute.

Brennstoffverbrauch per Minute $9\frac{3}{4}$ Pfund, gibt $R = 9{\cdot}75$.

Reibung der Maschine, 3·62 Pf. auf den Quadratzoll der Kolbenfläche, gibt $f = 3{\cdot}62 \times 144$.

Endlich hatte die Maschine 5schuhige Räder, so dass also $\mathfrak{D} = 5$ ist.

Mit diesen Daten findet man nun aus den letztern Formeln, wenn man die Rechnung nicht blos für die dem Maximum des Nutzeffectes entsprechende Geschwindigkeit, sondern auch noch für eine Kolbengeschwindigkeit von 250 und 300 (engl.) Fuss (was einer Traingeschwindigkeit von 1473 und 1768 Fuss per Minute entspricht) durchführt, folgende Resultate:

			Max. des Effectes.
V	= 1768	1473	986
K	= 247	512	1328
S	= ·633	·633	·633
E	= 436190	753500	1309300
$E_{Pf.\,kr.}$	= 13	23	40
$\frac{KV}{R}$	= 44740	77280	134290
$\frac{KV}{S}$	= 689100	1190400	2068400
$\frac{33000\,R}{KV}$	= ·74	·43	·25
$\frac{33000\,S}{KV}$	= ·048	·028	·016.

Anmerkung. Will man die Geschwindigkeit in Meilen per Stunde und die Nutzlast in Tonnen ausdrücken, so muss man die Geschwindigkeit mit dem Factor $\frac{60}{5280}$ multipliciren und die für die Zugkraft gefundenen Zahlen durch 6 dividiren, weil zur Fortbewegung einer Last von 1 Tonne auf der horizontalen Eisenbahn im Mittel eine Kraft von 6 Pfund erforderlich ist. Die 3 obigen Fälle geben also:

Geschwindigkeit	= 20·11	.... 16·76	.... 11·22	Meilen per St.
Brutto-Last	= 41	 85	 221	Tonnen.

In dieser Last ist natürlich auch der Tender sammt Wasser und Brennmateriale mit inbegriffen.

Nach französischen Angaben verursacht die an der Locomotive angehängte Last per Tonne (à 1000 Kilogr.) mit Einschluss des Luftwiderstandes (bei einer Geschwindigkeit von 10 bis 12 Meter per Sec.) einen Widerstand von 5 Kilogramm. Dagegen beträgt der Widerstand der Locomotive selbst auf jede Tonne ihres Gewichtes (mit Einschluss der Reibung der Maschinentheile) das Doppelte, d. i. 10 Kilogramm.

Der Reibungscoefficient der Räder auf den Schienen kann, im Falle die Schienen trocken sind, mit $\frac{1}{5}$, wenn die Schienen etwas feucht und schlüpferig sind, mit $\frac{1}{10}$, und im Durchschnitt in der Rechnung mit $\frac{1}{8}$ angenommen werden.

Der Gegendruck auf die Kolbenflächen beträgt in der Regel $1\frac{1}{4}$ Atmosphäre oder 12500 Kilogramme auf den Quadratmeter.

Bezeichnet endlich Q die grösste Last (in Tonnen), welche eine Locomotive auf einer Eisenbahn noch fortschaffen kann, ohne dass ein Gleiten der Treibräder eintritt, q die Last, welche auf den Treibrädern ruht, α den Neigungswinkel der Bahn und f den Reibungscoefficienten für die Räder auf den Schienen; so ist

$$Q = \frac{1000 f q - q\,(10 + 1000\, Sin\,\alpha)}{5 + 1000\, Sin\,\alpha} \ldots (\alpha),$$

oder, wenn man die Steigung der Bahn durch den Bruch $\frac{1}{n}$ ausdrückt, wegen $Sin\,\alpha = \frac{1}{n}$, auch

$$Q = \frac{1000 f q - q\left(10 + \frac{1000}{n}\right)}{5 + \frac{1000}{n}} = \frac{200 f n q - 2 q\,(n + 100)}{n + 200},$$

denn es ist nach den vorigen Angaben, wie leicht zu sehen,

$$5 Q + \frac{1000}{n} Q + 10 q + \frac{1000}{n} q = 1000 f q.$$

Es ist übrigens leicht zu sehen, dass die vorige Formel (α) ohne Aenderung auch für das Wiener Gewicht gilt, wenn man Q und q in Wiener Centner ausdrückt.

Nach der Zusammenstellung neuerer Versuche von den Ingenieuren Lechatelier, Flachat, Petiet und Polonceau zergliedert sich der Widerstand eines als Beispiel gewählten Eisenbahnzuges von 60 Tonnen bei einer mittlern Geschwindigkeit von 45 Kilometer per Stunde in folgender Weise:

1. *Widerstand des Zuges per Tonne der Brutto-Last.*

Widerstand, welcher von der Bewegung der Wägen herrührt	$6{\cdot}25^{k.}$
„ welcher der Reibung des Mechanismus der unbelasteten Maschine entspricht................	$2{\cdot}50$
„ welcher von der Reibung des Mechanismus durch den Dampfdruck erzeugt wird	$1{\cdot}75$
Summe ...	$10{\cdot}50^{k.}$

2. *Widerstand der Maschine per Tonne des Gewichtes der Maschine sammt Tender.*

Widerstand, welcher der Maschine als Fuhrwerk entspricht...	$6{\cdot}25^{k.}$
„ der Reibung der unbelasteten Maschine.........	$5{\cdot}75$
„ „ „ durch den Dampfdruck............	$4{\cdot}00$
Summe ...	$16{\cdot}00^{k.}$

(Es bilden nämlich die $4^{k.}$ dieser letzten Rubrik vom Gewichte der Maschine und Tender $= 26$ Tonnen, den eben so vielten Theil, als in der obigen ähnlichen Rubrik die $1{\cdot}75^{k.}$ von dem Totalgewicht $= 60$ Tonnen.)

Zur Berechnung des Widerstandes der remorquirten Züge (ohne Maschine und Tender) auf geraden Bahnen stellt Harding folgende Formel auf:

$$R = 2{\cdot}72 + {\cdot}094\,V + {\cdot}00484\,\frac{N\,V^2}{T} + 1000\,i,$$

in welcher R den Totalwiderstand in Kilogramm ausdrückt, V die Geschwindigkeit in Kilometer per Stunde, N den grössten Querschnitt des Zuges normal auf die Bahn, T das Gewicht des Trains in Tonnen, so wie i die grösste Steigung der Bahn bezeichnet.

Diese Formel stimmt für grosse Geschwindigkeiten von 60 bis 100 Kilometer ganz gut mit den Versuchen überein, gibt aber für kleinere Geschwindigkeiten etwas zu grosse Werthe. Die Züge sind dabei von 20 bis 100 Tonnen im Gewichte angenommen.

Die von dem Ingenieur der Lyoner Bahn Herrn Poirée schon im Jahre 1852 über die gleitende Reibung auf den Eisenbahnschienen constatirte Erscheinung, dass diese mit der Geschwindigkeit abnimmt, wurde durch die im Jahre 1856 von den Ingenieuren Bochet und Garella wiederholten Versuche bestätigt und bei Bekanntmachung ihrer Resultate stellten sie zugleich für diesen Reibungswiderstand die Formel auf:

$$f = \frac{P k}{1 + a v},$$

in welcher P den Druck zwischen den reibenden Flächen, so wie k einen blos von der Beschaffenheit der Schienen abhängigen Coefficienten bezeichnet, und zwar ist für vollkommen trockene Schienen $k = \cdot 30$, für gut trockene $k = \cdot 25$, für ziemlich trockene $k = \cdot 20$ und für feuchte oder nasse Schienen $k = \cdot 14$ zu setzen; dabei kann dieser Coefficient auch alle Zwischenwerthe annehmen. v ist die Geschwindigkeit des Gleitens, so wie a ein Coefficient, welcher streng genommen nach Umständen veränderlich ist, wofür man jedoch ganz gut einen constanten Mittelwerth, und zwar, wenn die Räder unmittelbar auf den Schienen gleiten, $a = \cdot 03$, und wie noch nachträglich Poirée mit dem Bremswagen von Cochot, bei welchem eiserne Kufen von grösseren Flächen auf den Schienen gleiten, gefunden hat, $a = \cdot 07$ setzen kann.

Noch spätere und genauere Versuche veranlassten Herrn Bochet, in die vorige Formel noch einen dritten Coefficienten einzuführen. (Man s. Zusatz 2.)

c) *Theorie nach den Anschauungen der mechanischen Wärmelehre.*

396. Um schliesslich wenigstens den Weg anzuzeigen, auf welchem die Theorie der Dampfmaschinen nach der mechanischen Wärmetheorie zu entwickeln sein wird, wollen wir hier noch aus Zeuner's Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie (Freiberg 1860) die wichtigsten auf den Wasserdampf sich beziehenden Grundgleichungen anführen und entwickeln.

Angenommen, es befinde sich in einem Dampfcylinder eine Mischung von Dampf und Wasser von der Temperatur t und zwar vom Dampfe m und vom Wasser $M - m$, also zusammen von M Kilogrammen; dabei sei p die der Temperatur t entsprechende Dampfspannung.

Dies vorausgesetzt, beträgt die in dem vorhandenen Dampfe und Wasser enthaltene Wärme beziehungsweise mq und $(M - m)\,W$, folglich in beiden zusammen oder in der ganzen Mischung die Wärmemenge:

$$mq + (M - m)\,W = M\,W + m\,(q - W),$$

oder da $q - W = l$ die latente Wärme ist (Nr. **363**, ε) auch:

$$MW + ml \ldots (a),$$

dabei besitzen W und q die oben in Nr. **363** (in β, β', ε', δ') angegebenen Werthe.

Haben nun diese allgemeinen Werthe m, W und l zu Anfang und zu Ende irgend einer Versuchsperiode beziehungsweise die Werthe m_1, W_1, l_1 und m_2, W_2, l_2, so folgt für die in der Mischung M enthaltene Wärmemenge im Anfange und am Ende dieser Periode nach dieser Relat. (a) beziehungsweise:

$$MW_1 + m_1 l_1 \text{ und } MW_2 + m_2 l_2,$$

folglich beträgt die Zunahme der innern Wärme, wenn man diese allgemein mit $\varDelta U$ bezeichnet:

$$\varDelta U = M(W_2 - W_1) + (m_2 l_2 - m_1 l_1),$$

oder in einer andern Form:

$$\varDelta U = M \varDelta W + \varDelta (ml),$$

daher auch, wenn man auf die Grenzen übergeht:

$$\mathrm{d}U = M \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t + \mathrm{d}(ml),$$

und da endlich $\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = c$ die specifische Wärme des Wassers bezeichnet (Nr. **363**, (a)), auch:

$$\mathrm{d}U = Mc\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}(ml) \ldots (I)$$

als erste, in allen Fällen geltende Hauptgleichung für Dämpfe; dabei drückt $\mathrm{d}U$ statt einer Zunahme eine Abnahme der innern Wärme aus, wenn dieser Ausdruck negativ ausfällt.

397. Ist v das Volumen der Gewichtseinheit Dampf und w jenes der Gewichtseinheit Wasser, beide für die Temperatur t, so ist, wenn man Kürze halber $v - w = u$ setzt, zuerst das Gesammtvolumen der im gedachten Dampfcylinder enthaltenen Mischung:

$$mv + (M - m)w = mu + Mw \ldots (b)$$

und die latente Wärme (Nr. **363**, ε, γ', wenn man u statt V setzt):

$$l = L - Apu.$$

Setzt man diesen letztern Werth für l in die vorige Gleichung (1), so erhält man:

$$\mathrm{d}U = Mc\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}(mL) - \mathrm{d}(mApu),$$

oder wegen $\mathrm{d}(mApu) = Amu \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t + Ap\,\mathrm{d}(mu)$ auch:

$$\mathrm{d}U = Mc\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}(mL) - Amu \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t - Ap\,\mathrm{d}(mu).$$

Nun gilt aber für den gesättigten Dampf die zuerst von Clapeyron entwickelte und von Clausius auf die nachstehende Form gebrachte Relation:

$$\frac{L}{u} = A\,T\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \ldots (c),$$

wobei $T = a + t = 273 + t$ die absolute Temperatur (Nr. **307**) bezeichnet, folglich ist auch, wenn man den daraus resultirenden Werth von $Au\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{L}{T}$ in der vorigen Gleichung substituirt:

$$\mathrm{d}U + Ap\,\mathrm{d}(mu) = Mc\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}(mL) - \frac{mL}{T}\mathrm{d}t \ldots (d).$$

Um dieser Gleichung eine einfachere Form zu geben und ihre Bedeutung besser zu übersehen, berücksichtige man, dass während der Dampfkolben um den Weg dv fortgeschoben wird, der Dampf eine Arbeit $p\,\mathrm{d}v$ verrichtet, wozu die Wärmemenge

$$Ap\,\mathrm{d}v \ldots (e)$$

erforderlich ist, weil A das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit bezeichnet (Nr. **306**).

Ist nun v das Volumen der ganzen im Cylinder enthaltenen Mischung, so ist nach der obigen Relation (b) $v = mu + Mw$ und wenn man differenziirt, da M constant ist und auch w, als Volumen der Gewichtseinheit Wasser, als constant angesehen werden kann, sofort $\mathrm{d}v = \mathrm{d}(mu)$ ist, so hat man für die in Arbeit umgewandelte Wärme: $Ap\,\mathrm{d}v = Ap\,\mathrm{d}(mu)$; wird dieser Werth in die vorige Gleichung (d) gesetzt, so erkennt man, dass der erste Theil dieser Gleichung aus der Summe zweier Wärmequantitäten besteht, wovon die eine die Zunahme der innern Wärme und die andere die in äussere Arbeit umgewandelte Wärme bezeichnet, beide zusammen bilden aber gerade die während der Expansion des Dampfes von Aussen zugeführte Wärme dQ; es geht daher die vorige Gleichung (d) über in die folgende:

$$\mathrm{d}Q = Mc\,\mathrm{d}t + \mathrm{d}(mL) - \frac{mL}{T}\mathrm{d}t \ldots (II)$$

und diese kann als die zweite Hauptgleichung angesehen werden.

398. Statt der vorhin für die in Arbeit verwandelte Wärme angegebenen Relation $Ap\,\mathrm{d}(mu)$ lässt sich noch eine andere für die Behandlung der auf die Dampfmaschinen sich beziehenden Fragen wichtige Gleichung, und zwar auf folgende Weise ableiten.

Bezeichnet man diese Wärmemenge durch dE, so ist für's Erste $dE = Ap\,d(mu)$, oder wenn man im zweiten Theil dieser Gleichung den Ausdruck $Amu\,dp$ addirt und subtrahirt:

$$dE = A\,d(pmu) - Amu\frac{dp}{dt}dt = Apu\,dm + m\,d(Apu) - Amu\frac{dp}{dt}dt,$$

oder mit Rücksicht auf die obige Relation (c) in Nr. **397**, auch:

$$dE = (Apu)\,dm + m\,d(Apu) - \frac{mL}{T}dt \ldots (f).$$

Nun ist aber nach der Relation (γ') und (δ) in Nr. **363** (wieder u statt V gesetzt):

$$Apu = B\,logn.\frac{T}{n},$$

wobei $B = 30{\cdot}456$ und $n = 100$ zu setzen ist, oder wenn man differenziirt, wegen $dT = d(a + t) = dt$, auch:

$$d(Apu) = \frac{B}{T}dt;$$

setzt man diesen letztern Werth für $d(Apu)$ in die vorige Gleichung (f), so erhält man die vorhin erwähnte, nämlich die dritte Hauptgleichung bildende Relation:

$$dE = B\,dm\,.\,logn.\frac{T}{n} - \frac{m(L-B)}{T}dt \ldots (III).$$

Von diesen hier entwickelten drei Hauptgleichungen gibt die erste die Zu- oder Abnahme, also überhaupt die Veränderung in der innern Wärme der Dampf- und Wasser-Mischung an, sie ist integrabel und unter allen Umständen (ohne sonstige Bedingung) giltig. Die zweite Hauptgleichung gibt die von Aussen zugeführte Wärme und die dritte die in äussere Arbeit umgewandelte Wärme an; beide diese Gleichungen können nur unter gewissen Voraussetzungen integrirt und dürfen auch nur dann angewendet werden, wenn der Dampf (d. i. die Mischung) während seiner Ausdehnung fortwährend unter einem äussern Drucke steht, der in jedem Augenblicke der Spannung des Dampfes gleich ist.

399. Um eine Anwendung der hier für den gesättigten Dampf entwickelten Hauptgleichungen zu zeigen, wollen wir schliesslich noch folgende Aufgaben auflösen.

1. In einem Dampfcylinder befinden sich m_1 Kilogramme Dampf und $M - m_1$ Kilogramme Wasser, beide von der Temperatur t; es ist die Frage, wie viele Wärme dieser Mischung von Aussen zugeführt werden müsse, damit die Dampfmenge m_1, während sich der Dampf expandirt und den Kolben fortschiebt, constant bleibe, d. h. damit sich weder Dampf niederschlage noch welcher aus dem Wasser bilde; dabei wird ausdrücklich vorausgesetzt, dass der Kolben in jedem Augenblick einen der Dampfspannung vollkommen gleichen Druck zu überwinden habe?

Nehmen wir an, dass unter der gemachten Voraussetzung des Gegendruckes, welcher in jedem Augenblicke jenem des sich expandirenden Dampfes gleich sein soll und bei Dampfmaschinen immer angenommen werden kann, während der Dampf eine bestimmte Arbeit verrichtet, dessen Temperatur von t_1 auf t_2, und Spannung von p_1 auf p_2 sinken oder herabgehen soll; so hat man nach der letzten Hauptgleichung (*III*), deren Anwendung (so wie auch jener (*II*)) unter dieser Voraussetzung ohne weiteres gestattet ist, wegen $dm = 0$ (da m_1 constant sein soll) für die in Arbeit umgewandelte Wärme:

$$E = -m_1 \int_{t_1}^{t_2} \frac{L - B}{T} dt,$$

und da man für mittlere, bei Dampfmaschinen vorkommenden Temperaturen, für L den (von jenem (γ) in Nr. **363** nur wenig abweichenden) Werth:

$$L = 607{\cdot}31 - {\cdot}7106\, t$$

setzen kann und $T = 273 + t$ ist, so gibt die vorige Gleichung, wenn man die Integration ausführt:

$$E = m_1 \left[770{\cdot}864\, logn. \left(\frac{a + t_1}{a + t_2} \right) - {\cdot}7106\, (t_1 - t_2) \right] \ldots (1).$$

Für diese hier vorausgesetzten mittleren Temperaturen kann man für $logn.\, T$ anstatt des in Nr. **363** Relat. (δ) angegebenen genaueren Werthes nach Zeuner den einfacheren Werth $logn.\,(a + t) = 5{\cdot}6650 + {\cdot}00255\, t$ setzen, dadurch geht die vorige Gleichung (1) über in jene einfache:

$$E = 1{\cdot}2551\, m_1\, (t_1 - t_2) \ldots (2),$$

und diese drückt sofort die Wärmemenge aus, welche in äussere Arbeit umgewandelt wird, wenn bei constant bleibender Dampfmenge m_1 die Expansion so weit getrieben wird, dass die Temperatur von t_1 auf t_2 herabsinkt.

Um nun auch die weitere Frage zu beantworten, welche Wärmemenge Q der vorausgesetzten Mischung von Dampf und Wasser von Aussen zugeführt werden müsse, damit eben die genannte Bedingung eintrete und die Dampfmenge m_1 constant bleibe, wollen wir zuerst aus der obigen Gleichung (*I*) (Nr. **396**) die Zunahme (oder Abnahme) U der innern Wärme bestimmen. Es folgt aber daraus, da m_1 constant ist:

$$U = M \int_{t_1}^{t_2} c\, dt + m_1\, (l_2 - l_1).$$

Nun ist für Temperaturen, wie wir sie hier voraussetzen, die specifische Wärme des Wassers $c = 1\cdot0224$ und näherungsweise:

$$l = 575\cdot03 - \cdot7882\,t, \text{ also } l_2 - l_1 = \cdot7882\,(t_1 - t_2),$$

daher folgt aus der vorigen Gleichung, wenn man gehörig substituirt und dann die Integration ausführt, für die Zu- oder Abnahme der innern Wärme während der Expansion des Dampfes:

$$U = (\cdot7882\,m_1 - 1\cdot0224\,M)\,(t_1 - t_2) \ldots (3).$$

Da nun aber im vorliegenden Falle immer $M \gtreqless m_1$ ist, so fällt auch dafür U in allen Fällen negativ aus, zum Beweis, dass die Temperatur während der Expansion des Dampfes abnimmt.

Ob jedoch diese verschwundene innere Wärme wirklich auch jener gleich ist, welche der verrichteten äussern Arbeit entspricht, kann auf folgende Weise untersucht werden.

Offenbar muss die unter den gegebenen Bedingungen der Mischung von Aussen zuzuführende Wärmemenge Q gleich sein der Summe aus der Zunahme der innern und der in äussere Arbeit umgewandelten Wärme, d. h. es muss sein:

$$Q = U + E \ldots (4),$$

oder wenn man für U und E die Werthe aus (3) und (2) setzt, auch:

$$Q = (2\cdot0433\,m_1 - 1\cdot0224\,M)\,(t_1 - t_2) \ldots (5).$$

Diese selbe Gleichung erhält man aber auch aus der obigen Hauptgleichung (II) unmittelbar durch Integration, wenn man in derselben $c = 1\cdot0224$, $L = 607\cdot31 - \cdot7106\,t$, $logn.(a + t) = 5\cdot6650 + \cdot00255\,t$, $a = 273$, also $\dfrac{L}{a+t} = -\cdot7106 + \dfrac{801\cdot304}{a+t}$ setzt, zum Beweis, dass die verschwundene Wärme in der That jener der äussern Arbeit entsprechenden gleich ist.

2. Nehmen wir jetzt den einfachen Fall an und setzen, dass sich im Cylinder blos M Kilogramm gesättigter Dampf ohne Beimischung von Wasser und zwar wieder von der Temperatur t_1 befinde, so ist jetzt $m_1 = M$ und man erhält, wenn während der Expansion der Dampf, dessen Temperatur von t_1 auf t_2 herabsinkt, fortwährend gesättigt bleiben und sich auch kein Theil desselben niederschlagen oder condensiren soll, für die in Arbeit umgewandelte Wärmemenge nach Gleichung (2):

$$E = 1\cdot2551\,M\,(t_1 - t_2) \ldots (6).$$

Die Zunahme an innerer Wärme ist nach Relation (3):

$$U = -\cdot2342\,M\,(t_1 - t_2) \ldots (7),$$

wobei das negative Zeichen anzeigt, dass hier die innere Wärme nicht zu-, sondern abnimmt.

Zufolge der vorigen Gleichung (5) ist daher die nöthige Wärmemenge, welche dem Dampfe unter diesen Voraussetzungen von Aussen zugeführt werden muss:

$$Q = 1\cdot0209\,M\,(t_1 - t_2) \ldots (8).$$

Setzen wir, um auf ein specielles Beispiel überzugehen, den Fall, es befinde sich im Cylinder gerade ein Kilogramm gesättigter Dampf von 4 Atmosphären Spannung ohne Beimischung von Wasser, und nehmen an, dass sich derselbe bis auf 1 Atmosphäre expandiren soll.

Da den Dampfspannungen von 4 und 1 Atmosphäre nach Regnault beziehungsweise die Temperaturen (Nr. **361**) von 144 und 100 Grad entsprechen (nach den in 3. von Nr. **359** angeführten Regnault'schen Formeln erhält für $t_1 = 144$, also $t = 164^0$ die Quecksilbersäule h eine Höhe von 3040 Millimeter, also der Dampf eine Spannung von 4·05 Atmosphären), so hat man $t_1 = 144$ und $t_2 = 100$ zu setzen, folglich wegen $M = 1$ aus Gleichung (6) für die in äussere Arbeit umgewandelte Wärme:

$$E = 1{\cdot}2551 \times 44 = 55{\cdot}224 \text{ Calorien.}$$

Die durch die Expansion des Dampfes verrichtete Arbeit beträgt sonach:

$$55{\cdot}224\, A = 55{\cdot}224 \times 424 = 32415 \text{ Kilogramm-Meter}$$

oder 432 Pferdekräfte.

Damit jedoch der gestellten Bedingung gemäss die Dampfmenge dabei constant bleibe, d. h. sich während der Expansion kein Theil des Dampfes im Cylinder niederschlage oder condensire, muss dem Dampfe von Aussen die Wärmemenge (Gleich. 8):

$$Q = 1{\cdot}0209 \times 44 = 44{\cdot}920 \text{ Calorien}$$

zugeführt werden.

Die Wärmemenge, welche der Dampf bei seiner Expansion verliert oder abgibt, beträgt nach der Relation (4):

$$U = E - Q = 10{\cdot}304 \text{ Calorien.}$$

Anmerkung. Die vorstehenden Entwicklungen zeigen nun deutlich, dass vom Standpuncte der mechanischen Wärmetheorie aus die bisherigen Ansichten über die Expansionswirkungen des Dampfes bei Dampfmaschinen unrichtig sind; denn nicht nur, dass der gesättigte Dampf den Gasgesetzen, d. i. den Gesetzen von Mariotte und Gay-Lussac, nicht folgt, erweist sich nach dieser Wärmetheorie nun auch die Pambour'sche Voraussetzung, nach welcher der Dampf (Nr. **359**) während seiner Ausdehnung ohne äussere Wärmezuführung fortwährend gesättigt bleibe und sich auch kein Theil desselben condensire, als unhaltbar. Es muss vielmehr, wie sich jetzt nach der mechanischen Wärmetheorie zeigt, dem Dampfe während seiner Ausdehnung, d. i. während er Arbeit verrichtet, so viel Wärme von Aussen zugeführt werden, dass diese auf jedes Kilogramm Dampf auf je 1 Grad Abnahme seiner Temperatur (durch die Expansion bewirkt) wegen $c = 1{\cdot}0224$ (als specifische Wärme des Wassers bei mittlerer Temperatur) etwas über 1 Wärmeeinheit entspricht, wenn man verlangt, dass sich dabei kein Theil des Dampfes niederschlage.

Da nun aber bei unseren Dampfmaschinen dem Cylinder, in welchem (wenn es sich um eine Expansionsmaschine handelt) der Dampf expandirt, von Aussen keine Wärme zugeführt wird, so muss man wohl mit Recht annehmen, dass während dieser Expansion immer auch eine theilweise

Condensation des Dampfes im Cylinder stattfindet. Diese für die Theorie der Dampfmaschinen so wichtige Entdeckung wurde fast gleichzeitig von Clausius und Rankine gemacht.

Was die weitere Anwendung dieser Wärmetheorie auf Probleme der Dampfmaschine betrifft, so verweisen wir auf das mehr erwähnte treffliche Buch: „Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie mit besonderer Rücksicht auf das Verhalten des Wasserdampfes", von Dr. Gustav Zeuner, Prof. der Mechanik und theoret. Maschinenlehre am eidgenössischen Polytechnikum zu Zürich. Freiberg 1860.

Auch hat Herr Gust. Schmidt, k. k. Kunstmeister, seither (Freiberg 1861) eine Theorie der Dampfmaschinen nach dieser mechanischen Wärmetheorie bearbeitet und herausgegeben.