und Thermometer 6° C. zeigt. Wenn nun dieser Wind durch eine 1 Zoll weite kreisrunde Oeffnung ohne Contraction in einen grossen oder freien Raum, in welchem der Barometerstand 27 Zoll beträgt, ausströmt, so entsteht die Frage, in welcher Zeit der Manometerstand bis auf 7 Zoll herabsinkt und welches Luftquantum bis dahin ausfliesst?

Bezeichnet man die in Fussen ausgedrückten Manometer- und Barometersäulen durch h, h', b und das Gewicht von 1 Kubikfuss Quecksilber mit γ'', so ist $P=(h+b)\gamma''$, $p'=(h'+b)\gamma''$ und $p=b\gamma''$ oder für $h=\frac{10}{12}$, $h'=\frac{7}{12}$, $b=\frac{27}{12}$ und $\gamma''=766{\cdot}87$ Pf. auch $P=2364{\cdot}5$, $p'=2172{\cdot}8$ und $p=1725{\cdot}4$ Pfund.

Die in der Reihe R in Relation (g) vorkommenden Quotienten werden $\frac{p'}{p}=1+\frac{h'}{b}=1+\frac{7}{27}=1{\cdot}25926$, $\frac{P+p'}{2p}=1+\frac{h+h'}{2b}=1{\cdot}31482$ und $\frac{P}{p}=1+\frac{h}{b}=1{\cdot}37037$. Die genannte Reihe ist also:

$$R=31{\cdot}955\,(2{\cdot}08277+7{\cdot}64580+1{\cdot}78151)=367{\cdot}805.$$

Nimmt man dagegen die noch mehr genäherte Reihe (h), so wird

$$R=367{\cdot}7933\,(2{\cdot}08277+7{\cdot}96280+3{\cdot}82290+7{\cdot}36948+ \\ +1{\cdot}78151)=367{\cdot}9775,$$

wodurch die bereits erreichte hinlängliche Genauigkeit ersichtlich wird.

Setzt man also $R=367{\cdot}98$, so folgt aus der Relation (16), wegen $a=\frac{1}{4}\cdot\frac{3{\cdot}1416}{144}=\frac{{\cdot}1309}{24}$, $k=801561$ und $s=1$, sofort $t=30{\cdot}397$, ferner aus (19) $V'=79{\cdot}62$ und aus (20) Gewicht $=7{\cdot}28$.

Das Manometer wird also in nahe 30·4 Secunden von 10 auf 7 Zoll herabsinken, und während dieser Zeit wird ein Volumen Luft oder Wind ausströmen, welches unter dem anfänglichen innern Druck gemessen 79·62 Kubikfuss (unter dem äussern Druck gemessen 109·11 Kubikfuss) und dem Gewichte nach nahe $7\frac{1}{4}$ Pfund beträgt.

Bewegung der Luft in Röhrenleitungen.

(§. 481.)

331. Bewegt sich die Luft aus dem Behälter A (Fig. 165) durch eine lange Röhre BC vom Durchmesser D und der Länge L mit der mittlern Geschwindigkeit C, so kann man den an der Röhrenwand Statt findenden Reibungswiderstand durch die Höhe z einer Luftsäule messen, wofür (auf ähnliche Weise wie bei Wasserleitungen) $z=\varepsilon\frac{L}{D}\frac{C^2}{2g}$ und der mittlere Reibungs- oder Widerstandscoefficient $\varepsilon={\cdot}025$ ist. (Will man die Widerstandshöhe z durch eine Quecksilbersäule ausdrücken, so muss man

$$\varepsilon=\frac{{\cdot}025}{10517}={\cdot}00000238$$

setzen, und es würde ein in C angebrachtes Quecksilbermanometer M'' um diese Höhe z niedriger stehen, als ein in B befindliches derartiges Manometer M').

Strömt nun die Luft aus der verengten Oeffnung E vom Durchmesser d mit der Geschwindigkeit c aus, und nimmt man an, dass im Behälter A, im Anfang der Röhrenleitung bei B und am Ende derselben bei C (unmittelbar vor der Verengung) der Reihe nach P, P', P'' die Drücke oder Spannungen der Luft, h, h', h'' die entsprechenden Quecksilbersäulenhöhen der Manometer M, M', M'', so wie ϱ, ϱ', ϱ'' die entsprechenden Dichtigkeiten der Luft sind, und dass endlich p der äussere Druck der Atmosphäre, b der Barometerstand und ϱ_1 die entsprechende Dichte der äussern Luft ist; so folgt aus der Formel (1) in Nr. **316**, wenn man den durch das Manometer M'' angezeigten, in C Statt findenden Luftdruck in Rechnung bringen will, wozu man in dieser Formel nur P'' statt P und $\frac{a^2}{A^2} = \frac{d^4}{D^4}$ setzen darf, für die Ausflussgeschwindigkeit, wenn man auch gleichzeitig $\frac{P''}{p} = \frac{b + h''}{b}$ setzt:

$$c = \sqrt{\frac{2k\, logn.\left(\frac{b+h''}{b}\right)}{1 - \left(\frac{b}{b+h''}\right)^2 \frac{d^4}{D^4}}} \ldots (1).$$

In dieser Formel ist $k = \frac{P''}{\varrho''}$, so wie $\frac{p}{P} = \frac{p}{P''} = \frac{\varrho_1}{\varrho''}$.

Will man von dem Manometerstand h' des Manometers M' in B ausgehen, so muss man in die Grundgleichung (f) (Nr. **316**) zurückgehen und berücksichtigen, dass die im ersten Theile derselben ausgedrückte Arbeitsgrösse nicht blos wie dort die Luftmasse $v\varrho$ (jetzt $v\varrho'$) von der kleineren Geschwindigkeit C auf die grössere c zu bringen, sondern auch überdies noch die Reibung oder die Widerstände in der Leitung von der Länge L und dem Durchmesser D zu überwinden hat, wozu die Arbeit $gv\varrho'z$ erforderlich ist, wenn z die Widerstandshöhe bezeichnet, d. i. (Nr. **215**) $z = \varepsilon \frac{L}{D} \frac{C^2}{2g}$ ist.

Wird daher in der genannten Gleichung (f), in welcher P' statt P und wieder d^4 und D^4 statt a^2 und A^2 zu setzen ist, im zweiten Theil derselben dieses Glied, und zwar wegen $C = \frac{d^2}{D^2} c$

und $\varrho' = \frac{P'}{k}$ in der Form $P'v \,.\, \varepsilon \frac{L}{D} \frac{d^4}{D^4} \frac{c^2}{2k}$ hinzugefügt und die Gleichung durch $P'v$ abgekürzt, so erhält man:

$$logn. \frac{P'}{p} = \frac{c^2}{2k}\left(1 - \frac{p^2}{P'^2} \frac{d^4}{D^4}\right) + \varepsilon \,.\, \frac{L}{D} \frac{d^4}{D^4} \frac{c^2}{2k}$$

und daraus, wegen $\frac{P'}{p} = \frac{b+h'}{b}$, und wenn man nach den Versuchen von Girard, d'Aubuisson, Buff u. m. A. den Widerstands- oder Reibungscoefficienten $\varepsilon = \cdot 025$ setzt, die Ausflussgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{2k\, logn. \left(\frac{b+h'}{b}\right)}{1 + \left[\cdot 025 \frac{L}{D} - \left(\frac{b}{b+h'}\right)^2\right] \frac{d^4}{D^4}}} \ldots (2).$$

In dieser Gleichung ist $k = \frac{P'}{\varrho'}$.

Berücksichtigt man endlich den Manometerstand h des Manometers M im Behälter A, wo man die Luft fast als ruhend annehmen, also $C = 0$ setzen und daher in der genannten Grundgleichung (f) (Nr. **316**) den Bruch $\frac{ap}{AP}$ auslassen kann (indem in der Relat. (2) Nr. **316** für $C = 0$ sofort $\frac{AP}{ap} = \infty$ wird), so hat man, wieder mit Hinzufügung des vorigen Gliedes für den Röhrenwiderstand:

$$logn. \frac{P}{p} = \frac{c^2}{2k} + \varepsilon \frac{L}{D} \frac{d^4}{D^4} \frac{c^2}{2k}$$

oder, wenn man auch zugleich auf die Widerstände der Luft beim Ein- und Austritt Rücksicht nimmt und die betreffenden Widerstandscoefficienten (Nr. **191**) durch ε_1 und ε_2 bezeichnet, folglich im zweiten Theil der vorigen Gleichung noch die beiden Glieder $\varepsilon_1 \frac{d^4}{D^4} \frac{c^2}{2k}$ und $\varepsilon_2 \frac{c^2}{2g}$ hinzufügt (auf die Grundgleichung (f) (Nr. **316**) zurückgehend, müsste man ausser dem schon vorhin für die Formel (2) hinzugefügten Glied $gv\varrho'z$ hier noch jene $gv\varrho z'$ und $gv\varrho z''$ beifügen, wobei $\varrho = \frac{P}{k}$, $z' = \varepsilon_1 \frac{d^4}{D^4} \frac{c^2}{2g}$, $z'' = \varepsilon_2 \frac{c^2}{2g}$ ist, und die Gleichung wieder durch Pv abkürzen) und daraus c bestimmt, die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit, wegen $\frac{P}{p} = \frac{b+h}{b}$ und $\varepsilon = \cdot 025$, sofort:

$$c = \sqrt{\frac{2k \, logn. \left(\frac{b+h}{b}\right)}{1 + \varepsilon_2 + \left(\varepsilon_1 + \cdot 025 \frac{L}{D}\right) \frac{d^4}{D^4}}} \ldots (3).$$

Um diese Formel für den Gebrauch bequemer einzurichten, kann man wieder, wie dies in Nr. **323** geschehen, $k = k_0 (1 + \alpha t)$, $k_0 = \frac{g Q_0 b_0}{q_0}$ und für g, Q_0, b_0 und $q_0 = s\gamma_0 = \gamma_0$ (wegen $s = 1$) die in Nr. **324** angegebenen Werthe setzen, und zugleich statt der natürlichen die Tafellogarithmen einführen; dadurch erhält man, auf das Wiener Mass und Gewicht bezogen, denselben Coefficienten 1900·5, wie er in Nr. **324**, Formel (16) erhalten wurde, folglich für diese Ausflussgeschwindigkeit den Ausdruck:

$$c = 1900 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1 + \alpha t) \, logv. \left(\frac{b+h}{b}\right)}{1 + \varepsilon_2 + \left(\varepsilon_1 + \cdot 025 \frac{L}{D}\right) \frac{d^4}{D^4}}} \ldots (4).$$

Was die in dieser Formel vorkommenden Coefficienten betrifft, so kann man $\alpha = \cdot 00366$ und für gewöhnlich (Nr. **191**) $\varepsilon_1 = \cdot 5$, so wie für Düsenöffnungen $\varepsilon_2 = \frac{1}{\mu^2} - 1 = \frac{1}{\cdot 85^2} - 1 = \cdot 384$ setzen.

332. Um nun auch die theoretische Ausflussmenge der Luft per Secunde auszudrücken, so ist diese wie in Nr. **322** für den innern und äussern Druck beziehungsweise:

$$V_1 = \tfrac{1}{4} d^2 \pi \, . \, c \text{ und } V_2 = \tfrac{1}{4} d^2 \pi \, . \, c \left(1 + \frac{h}{b}\right).$$

Anmerkung. Diese Relationen beziehen sich auf den Fall, in welchem in der Leitung weder plötzliche Erweiterungen noch Verengungen, Krümmungen u. s. w. vorkommen, indem durch solche Hindernisse die Formeln (auf ähnliche Weise wie bei den Wasserleitungen) zusammengesetzter werden. Auch müsste man, wenn die Ausmündung um ζ höher oder tiefer als die Einmündung liegt, streng genommen im Nenner der vorigen Formel (4) diese Höhe ζ beziehungsweise addiren oder abziehen; allein diese Grösse wird immer gegen die übrigen ohne Fehler vernachlässigt werden können.

Beispiel. In dem Regulator einer 320 Fuss langen und 4 Zoll weiten cylinderischen Windleitung steht das Quecksilbermanometer 3·1 und das äussere Barometer 27·2 Zoll hoch. Wenn nun der Wind bei einer Temperatur von 20° C. am Ende der Leitung durch eine conisch zulaufende Düsenöffnung von 2 Zoll Durchmesser ausströmt, so ist die Frage, welche Windmenge diese Leitung liefert?

Setzt man in der letzten Formel (4) $t=20$, $b=27{\cdot}2$, $h=3{\cdot}1$, $L=320$, $D=\frac{1}{3}$, $d=\frac{1}{6}$, $\alpha={\cdot}00366$, $\varepsilon_1={\cdot}5$ und (wie oben bemerkt) $\varepsilon_2={\cdot}384$; so erhält man nach gehöriger Substitution und Reduction die Ausflussgeschwindigkeit:

$$c=1900{\cdot}5\sqrt{\frac{1{\cdot}0732\ logv.\ \frac{30{\cdot}3}{27{\cdot}2}}{2{\cdot}91525}}=249{\cdot}65 \text{ Fuss.}$$

Ferner ist die theoretische Ausflussmenge unter dem innern Druck:

$$V=\tfrac{1}{4}d^2\pi\,.\,c=5{\cdot}45 \text{ Kubikfuss,}$$

dagegen unter dem äussern Druck:

$$V=5{\cdot}45\left(1+\frac{3{\cdot}1}{27{\cdot}2}\right)=6{\cdot}07 \text{ Kubikfuss.}$$

Hochofengebläse.

(§. 487.)

333. Zur Bestimmung der Arbeits- oder Wirkungsgrösse, welche bei einem Cylindergebläse erforderlich ist, um die in den Gebläscylinder von Aussen eintretende Luft in den Regulator zu drücken, der bereits mit einer höher gespannten Luft gefüllt ist, sei p die Spannung der äussern, p' jene der im Regulator enthaltenen Luft, F die Grösse der Kolbenfläche, s der ganze Kolbenlauf und s' jener Theil davon, welchen der Kolben zurücklegen muss, bis die im Cylinder befindliche Luft von der Spannung p auf die höhere p' zusammengedrückt ist, und von welchem Momente an erst diese comprimirte Luft in den Regulator hineingepresst wird. Dies vorausgesetzt, hat man zuerst für die zur Comprimirung der Luft nöthige Arbeit, wenn man dabei die Temperatur als constant voraussetzt, nach Relat. (9′) in Nr. **312**, in welcher $p_2=p$, $v_2=Fs$ und $v_1=F(s-s')$ zu setzen ist, und wegen (nach dem Mariotte'schen Gesetz) $p'(s-s')=ps$, sofort: $w_1=Fsp\ logn.\left(\frac{p'}{p}\right)$.

Ferner ist die Arbeit, um die auf p' comprimirte Luft während des Kolbenganges $s-s'$ in den Regulator zu drücken, offenbar: $w_2=Fp'(s-s')=Fps$.

Endlich drückt die Atmosphäre auf die Gegenseite des Kolbens mit der Kraft Fp und verrichtet während des ganzen