$$W = \frac{1}{\varkappa - 1}\, p_2 v_2 \left[\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] \ldots (15')$$

erhält.

Beispiel. Es befinde sich wieder 1 Pfund atmosphärische Luft in einem mit einem Kolben versehenen Cylinder; ihre Spannung betrage $p_1 = 2$ Atmosphären, und Temperatur $t_1 = 40^0$. Wenn sich nun diese Luft ohne Wärmezuführung bis zur Spannung von $p_2 = 1$ Atmosphäre ausdehnt und dabei der Gegendruck auf den Kolben in jedem Augenblick dem innern Luftdrucke gleich ist, so findet dabei folgendes Verhalten der Luft Statt.

Aus der Gleichung (12) in Nr. **313** erhält man für die Endtemperatur der Luft:

$$t_2 = (a + t_1)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - a = (273 + 40)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\cdot 41}{1\cdot 41}} - 273 = -17\cdot 14,$$

$$\text{d. i. } t_2 = -17^0.$$

Die in Arbeit umgewandelte Wärme ist:

$$c_1(t_1 - t_2) = \cdot 1686\,(40 + 17) = 9\cdot 61 \text{ Calorien},$$

folglich die vom Gase verrichtete Arbeit:

$$\frac{9\cdot 61}{A} = 1341 \times 9\cdot 61 = 12887 \text{ Fusspfund} = 30 \text{ Pferdekräfte (nahe).}$$

Will man endlich auch noch das Ausdehnungs- oder Expansionsverhältniss kennen lernen, so hat man (Nr. **307**, (1)):

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}\,\frac{a + t_2}{a + t_1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{256}{313} = 1\cdot 636.$$

Verhalten des Gases bei plötzlicher Aenderung des Druckes, wenn dabei Wärme weder zu- noch abgeführt wird.

314. Nehmen wir an, es befinde sich in einem mit einem Kolben versehenen Cylinder wieder 1 Pfund atmosphärische Luft, deren Volumen, Spannung und Temperatur beziehungsweise v_1, p_1, t_1 sein soll; auch sei in diesem Zustande der Kolben gerade so belastet, dass Gleichgewicht zwischen der Spannung p_1 und dem äussern Drucke Statt findet. Wird nun der äussere Druck auf den Kolben plötzlich von p_1 auf p_2 vermindert, in dieser Stärke aber constant erhalten, so dehnt sich das Gas aus und schiebt den Kolben so lange fort, bis die Spannung des Gases ebenfalls bis auf p_2 herabgekommen ist. Es ist nun die Frage, wie gross am Ende dieser Ausdehnung sowohl das Volumen v_2 als auch die

Temperatur t_2 sein wird, wenn dabei von Aussen weder Wärme zugeführt noch abgeleitet wird?

Zur Beantwortung dieser für die Anwendung, z. B. beim Ausströmen eines Gases in die freie Luft, wichtigen Frage, hat man zuerst aus der Gleichung $du = c_1 dt$ (Nr. **308**, Anmerk.) für die Abnahme der innern, gänzlich zur äussern Arbeit verwendeten Wärme: $c_1(t_1 - t_2)$. Da aber p_2 constant sein soll, so lässt sich diese Arbeit auch durch $p_2(v_2 - v_1)$, folglich die zu dieser Arbeit verwendete Wärme durch $Ap_2(v_2 - v_1)$ ausdrücken, und man hat daher:

$$c_1(t_1 - t_2) = Ap_2(v_2 - v_1) \ldots (g).$$

Nun ist aber (Nr. **307**, (2)) $p_1 v_1 = R(a + t_1)$ und $p_2 v_2 = R(a + t_2)$, folglich, wenn man diese Werthe in die vorige Gleichung substituirt, auch:

$$c_1(t_1 - t_2) = \frac{AR}{p_1}[p_1(a + t_2) - p_2(a + t_1)]$$

und wenn man aus dieser letztern Gleichung t_2 bestimmt und dabei die Gleichung $c - c_1 = AR$ (Nr. **306**, (*s*)) berücksichtiget, so erhält man nach allen Reductionen:

$$t_2 = t_1 - \frac{AR}{c}\frac{(p_1 - p_2)}{p_1}(a + t_1) \ldots (16),$$

wobei c die specifische Wärme bei constantem Drucke ist. Auch kann man, wegen $AR = c - c_1$ (Nr. **307**, (4)) und $\frac{c}{c_1} = \varkappa$ sofort $\frac{AR}{c} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$ setzen.

Mit diesem Werth von t_2 erhält man nun für das Endvolumen (Nr. **307**, (2)):

$$v_2 = \frac{R}{p_2}(a + t_2) \ldots (17)$$

und das Expansionsverhältniss:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}\frac{a + t_2}{a + t_1} \ldots (18).$$

Endlich ist die vom Gase verrichtete äussere Arbeit:

$$W = \frac{c_1}{A}(t_1 - t_2) \ldots (19),$$

oder, wenn man für $t_1 - t_2$ den aus der obigen Gleichung (16) folgenden Werth, und für das Verhältniss $\frac{c}{c_1}$ der beiden specifischen Wärmen (Nr. **302**) $\varkappa (= 1{\cdot}41)$ setzt, auch:

$$W = \frac{R}{\varkappa}\frac{p_1 - p_2}{p_1}(a + t_1)\ldots(20)$$

und endlich mit Rücksicht auf die Gleichung $p_1 v_1 = R(a + t_1)$, noch einfacher:

$$W = \frac{v_1}{\varkappa}(p_1 - p_2)\ldots(21).$$

Anmerkung. Die hier gefundenen Ausdrücke, welche die gegebene Aufgabe vollständig auflösen, gelten offenbar auch für den Fall, in welchem der constante äussere Druck p_2 grösser als die anfängliche Spannung der Luft p_I ist, also Comprimirung der Luft ohne Wärme Ab- oder Zuführung vorausgesetzt wird.

Beispiel. Nehmen wir wieder, wie im vorigen Beispiel, die anfängliche Spannung der Luft im Cylinder mit 2 Atmosphären, uud die Temperatur mit 40^0 an; wenn nun der äussere Druck auf den Kolben plötzlich nur 1 Atmosphäre beträgt, so soll das Verhalten der Luft während ihrer Ausdehnung bis auf die Spannung von 1 Atmosphäre, wobei sie den constanten Druck von 1 Atmosphäre überwindet, und unter der Voraussetzung, dass von Aussen keine Wärme zugeführt oder abgeleitet wird, untersucht werden.

Aus der obigen Gleichung (16) erhält man zuerst für die Endtemperatur:

$$t_2 = 40 - \frac{\cdot 41}{1\cdot 41}\frac{(2-1)}{2}(273 + 40) = 5\cdot 5^0.$$

Ferner gibt die Gleichung (18) das Expansionsverhältniss:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{273 + 5\cdot 5}{273 + 40} = 1\cdot 78.$$

Die verrichtete Arbeit ist nach Gleichung (19):

$$W = 1341 \times \cdot 1686\,(40 - 5\cdot 5) = 7800 \text{ Fusspfd.} = 18 \text{ Pferdekräfte.}$$

Vergleicht man diese Resultate mit jenen im vorigen Beispiele, so zeigt sich, dass im gegenwärtigen Falle die Temperatursveränderung viel geringer als im vorigen ist, in welchem der äussere Druck, welchen das Gas überwindet, in jedem Augenblick der Gasspannung gleich ist. Dafür ist aber auch die jetzt verrichtete Arbeit (im Verhältniss von 5 : 3) kleiner als im vorigen Falle.

Dieser Unterschied lässt sich einigermassen daraus erklären, dass man hier den Kolben stillschweigend als massenlos vorausgesetzt hat, welcher bei dem plötzlichen Nachlassen des äussern Druckes dem Gase so schnell ausweicht, dass es nicht mit der seinem jedesmaligen Volumen entsprechenden, sondern mit der geringeren Spannung von nur 1 Atmosphäre (gleich dem Gegendrucke) auf den Kolben drückt. Wäre dieser äussere Druck $p_2 = 0$, so wäre die vom Gase während der Ausdehnung verrichtete äussere Arbeit sogar Null (wegen $W = p_2(v_2 - v_1)$) und man erhält für diesen speciellen Fall aus der obigen Gleichung (g) in Nr. **314**:

$$c_1(t_1 - t_2) = 0,$$

folglich $t_2 = t_1$, so, dass also die Temperatur des Gases constant bleibt.

Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn Gas aus einem Behälter in den luftleeren Raum ausströmt. Es muss jedoch ausdrücklich bemerkt werden, dass hier nur von dem Endzustand die Rede sein kann, indem man über die Zwischenzustände, in welchen sich das Gas beim Fortschieben des massenlosen Kolbens bei dem constanten Gegendrucke p_2 befindet, nichts bestimmen kann. Es wäre daher auch der Schluss, dass comprimirtes, in einen leeren Raum überströmendes Gas (ein von Herrn Joule ausgeführtes Experiment) durchaus keine Arbeit verrichte, weil sich am Ende in beiden Gefässen gleiche Temperaturen zeigen, ein irriger, da sowohl Reibung als die Trägheit des Gases u. s. w. überwunden wird; nur äussere, wahrnehmbare Arbeit wird dabei keine verrichtet.