Verhalten des Gases, wenn es bei seiner Volumsveränderung einen äussern Druck zu überwinden hat, welcher in jedem Augenblick seiner Spannung gleich ist, und wenn dabei Wärme weder zu- noch abgeführt wird.

313. Befindet sich in einem für Wärme undurchdringlichen Cylinder, welcher mit einem Kolben versehen ist, eine Gewichtseinheit eines Gases, so verrichtet das Gas durch Fortschieben des Kolbens eine gewisse Arbeit; es sollen die dabei Statt findenden Erscheinungen und Gesetze untersucht werden.

Da weder Wärme zu- noch abgeführt werden soll, so ist Q also auch $\mathrm{d}Q = 0$, folglich nach Gleichung (d) (Nr. **308**, Anmerkung 2):

$$0 = v\,\mathrm{d}p + \frac{c}{c_1}\,p\,\mathrm{d}v,$$

oder wegen $\frac{c}{c_1} = \varkappa$ (Nr. **302**) auch:

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + \varkappa\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0$$

und daraus erhält man durch Integration, wenn v_1, p_1 Volumen und Spannung im Anfange, so wie v_2, p_2 am Ende sind:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa} \ldots (10).$$

Diese Gleichung gibt also das Gesetz an, nach welchem sich Volumen und Spannung eines Gases ändern, wenn dasselbe ohne Wärmezuführung oder Wärmeabgabe ausgedehnt oder comprimirt wird. (Dieses Gesetz wurde zuerst von Poisson angegeben.)

Aus dieser letzten Gleichung folgt auch, wegen (Nr. **307**, (2)) $\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{a + t_2}{a + t_1}$ die Gleichung:

$$\frac{a + t_2}{a + t_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1} \ldots (11),$$

aus welcher sich die Temperatursveränderung ergibt, wenn die Volumsänderung gegeben ist.

Aus der Verbindung der beiden Gleichungen (10) und (11) erhält man noch:

$$\frac{a+t_2}{a+t_1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \ldots (12),$$

folglich durch Vergleichung dieser beiden letzten Relationen:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa-1}=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \ldots (12').$$

Was endlich die Arbeit betrifft, welche das Gas während seiner Ausdehnung verrichtet oder zu seiner Comprimirung erfordert, so erhält man aus der Gleichung (c) in Nr. **308** (Anmerk.) zuerst, da hier $Q=0$ ist: $0=c_1(t_2-t_1)+A\int_{v_1}^{v_2} p\,dv$ und da, wenn man die vom Gase während seiner Ausdehnung von v_1 auf v_2 verrichtete Arbeit wieder mit W bezeichnet, sofort $W=\int_{v_1}^{v_2} p\,dv$ ist, so folgt aus der vorigen Gleichung:

$$W=\frac{c_1}{A}(t_1-t_2) \ldots (13)$$

und sonach ist die in Arbeit umgesetzte Wärme:

$$c_1(t_1-t_2)=-c_1(t_2-t_1),$$

welche Gleichung sofort anzeigt, dass ein Theil der im Gas enthaltenen Wärme verschwunden und eben in Arbeit umgewandelt wurde.

Anmerkung. Die vorige Gleichung (13) kann auch noch in anderer Form dargestellt werden. Zuerst kann man ihr die Form geben:

$$W=\frac{c_1(a+t_1)}{A}\left(1-\frac{a+t_2}{a+t_1}\right),$$

oder wegen $v_1 p_1 = R(a+t_1)$ (Nr. **307**, (2)) und mit Rücksicht auf die vorige Gleichung (12'), wenn man zugleich auch (wegen $c-c_1=AR$, Nr. **307**, (4)) statt $\frac{c_1}{AR}$ den Werth $\frac{c_1}{c-c_1}=\frac{1}{\varkappa-1}$ setzt:

$$W=\frac{1}{\varkappa-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa-1}\right] \ldots (14)$$

und ferner: $$W=\frac{1}{\varkappa-1}p_1 v_1\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] \ldots (15).$$

Für die zur Comprimirung des Gases vom Volumen v_2 auf jenes v_1 nöthige Arbeit müssen im obigen Integrale die Grenzen umgekehrt werden, wodurch die Gleichung (13) in $W=\frac{c_1}{A}(t_2-t_1)$ übergeht, folglich jene (15) die Form:

$$W = \frac{1}{\varkappa - 1}\, p_2 v_2 \left[\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] \ldots (15')$$

erhält.

Beispiel. Es befinde sich wieder 1 Pfund atmosphärische Luft in einem mit einem Kolben versehenen Cylinder; ihre Spannung betrage $p_1 = 2$ Atmosphären, und Temperatur $t_1 = 40^0$. Wenn sich nun diese Luft ohne Wärmezuführung bis zur Spannung von $p_2 = 1$ Atmosphäre ausdehnt und dabei der Gegendruck auf den Kolben in jedem Augenblick dem innern Luftdrucke gleich ist, so findet dabei folgendes Verhalten der Luft Statt.

Aus der Gleichung (12) in Nr. **313** erhält man für die Endtemperatur der Luft:

$$t_2 = (a + t_1)\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - a = (273 + 40)\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\cdot 41}{1\cdot 41}} - 273 = -\,17\cdot 14,$$

$$\text{d. i. } t_2 = -\,17^0.$$

Die in Arbeit umgewandelte Wärme ist:

$$c_1(t_1 - t_2) = \cdot 1686\,(40 + 17) = 9\cdot 61 \text{ Calorien},$$

folglich die vom Gase verrichtete Arbeit:

$$\frac{9\cdot 61}{A} = 1341 \times 9\cdot 61 = 12887 \text{ Fusspfund} = 30 \text{ Pferdekräfte (nahe)}.$$

Will man endlich auch noch das Ausdehnungs- oder Expansionsverhältniss kennen lernen, so hat man (Nr. **307**, (1)):

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}\,\frac{a + t_2}{a + t_1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{256}{313} = 1\cdot 636.$$

Verhalten des Gases bei plötzlicher Aenderung des Druckes, wenn dabei Wärme weder zu- noch abgeführt wird.

314. Nehmen wir an, es befinde sich in einem mit einem Kolben versehenen Cylinder wieder 1 Pfund atmosphärische Luft, deren Volumen, Spannung und Temperatur beziehungsweise v_1, p_1, t_1 sein soll; auch sei in diesem Zustande der Kolben gerade so belastet, dass Gleichgewicht zwischen der Spannung p_1 und dem äussern Drucke Statt findet. Wird nun der äussere Druck auf den Kolben plötzlich von p_1 auf p_2 vermindert, in dieser Stärke aber constant erhalten, so dehnt sich das Gas aus und schiebt den Kolben so lange fort, bis die Spannung des Gases ebenfalls bis auf p_2 herabgekommen ist. Es ist nun die Frage, wie gross am Ende dieser Ausdehnung sowohl das Volumen v_2 als auch die