oberschlächtige Rad für kleinere Gefälle . . . . $Q = 12{\cdot}7K - 15{\cdot}2K$
oberschlächtige Rad für grössere Gefälle . . . . $Q = 10{\cdot}2K - 12{\cdot}7K$

Anmerkung. In jenen, nur selten vorkommenden Fällen, in welchen Wasserkräfte von mehr als 80 Pferdekraft benutzt werden müssen, wendet man lieber zwei oder mehrere Räder an, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft schon zu colossale Dimensionen erhalten. Auch muss man dort, wo ein System von Arbeitsmaschinen zu betreiben ist, welche nicht wohl mit einander arbeiten können, wie z. B. bei Eisenwerken, statt einem Rade ebenfalls mehrere Räder anlegen.

Die Jonval'sche Turbine.

(§. 435.)

271. Da die von Jonval angegebene Turbine in neuester Zeit, und zwar mit dem besten Erfolge, vielfältig zur Anwendung kommt, so soll hier in Kürze das Wichtigste hierüber bemerkt und entwickelt werden.

Diese Turbine, welche in Fig. 155 im Durchschnitte, in Fig. 155, *a* in einer äussern Ansicht dargestellt ist, und wobei noch Fig. 155, *b* den Grundriss der Turbinenstube (in etwas kleinerem Massstabe), Fig. 155, *c* den vierten Theil der obern Ansicht des Leit-Curvenapparates und Fig. 155, *d* einen solchen Quadranten der obern Ansicht des Turbinenrades vorstellt, unterscheidet sich von der Fourneyron'schen (§. 430), deren Princip auch dabei zum Grunde liegt, wesentlich dadurch, dass das Leitcurvenrad nicht innerhalb, sondern über, in besonderen Fällen auch unter dem Turbinenrade angebracht und ausserdem so aufgestellt wird (wodurch sich diese Turbine auch von der Fontaine'schen unterscheidet), dass das Turbinenrad *ab* (Fig. 155) mehrere (selbst nahe bis 30) Fuss über den Wasserspiegel *CD* des Abflusscanales zu liegen kommt. Da das Wasser aus dem Zuleitungscanal *K* in den etwas conisch zulaufenden Leitcurvenapparat (das Leitcurvenrad) *bf*, und von da in das Turbinenrad *ab* eintritt, von wo es, nachdem es gewirkt, in dem cylinderischen Rohre *ag*, in welchem der ganze Apparat sammt dem um die verticale Achse *cd* umlaufenden Rade eingeschlossen ist herabfällt, so wirkt das Wasser von oben durch den Druck und von unten durch den Zug (durch Saugen), wesshalb solche Turbinen auch doppelt wirkend genannt werden. Die unten angebrachte Schütze EE (Fig. 155 und Fig. 155, a), welche das Wasser aus dem Cylinder-Mantel entweder nur von einer Seite, oder wie bei den neuern Turbinen, ringsherum ausströmen lässt, dient bis zu einer gewissen Grenze zur Regulirung der auf das Rad wirkenden Wassermenge, indem das unten abfliessende Wasser zugleich auch jenes ist, welches von oben her in das Rad eintritt. Auch die obere Schütze muss zur Regulirung des Ganges der Turbine eine angemessene Stellung (den gehörigen Schützenzug) erhalten.

272. Es sei nun zur Berechnung der Hauptabmessungen dieser Turbine in Fig. 156, R' der äussere, R'' der innere und $R = \frac{1}{2}(R' + R'')$ der mittlere Halbmesser des Turbinenrades; ferner stelle Fig. 157 einen Theil der Abwicklung des mittleren Schnittes in eine Ebene vor, welcher Schnitt dadurch entsteht, dass man das Leit- und Turbinenrad durch einen Cylinder vom Halbmesser R schneidet, dessen Achse mit jener cd (Fig. 155) zusammenfällt. In dieser Abwicklung seien ab, $a'b'$, zwei Leit-, und cd, $c'd'$ zwei Radschaufeln (welche windschiefe oder schraubenförmige Flächen bilden); α sei der mittlere Winkel, welchen die Leitschaufeln mit der untern Ebene des Leitrades, β der Winkel, welchen die Radschaufeln mit der obern Ebene des Turbinenrades bilden, so wie γ der Winkel, unter welchem das Wasser gegen die untere Ebene dieses Rades aus demselben austritt. Ferner sei (Fig. 155) h' die Tiefe der untern Fläche des Leitschaufelrades unter dem Oberwasserspiegel AB, h die Höhe des Turbinenrades, h'' der verticale Abstand der untern Fläche dieses Rades über dem Unterwasserspiegel CD, und H die ganze Gefällshöhe; ferner bezeichne n und n' beziehungsweise die Anzahl der Leit- und Radschaufeln, $s = bi$ (Fig. 157) und $s' = md'$ die mittlere normale untere Weite der Leit- und Radcanäle, F und F' die Summe der Ausflussöffnungen sämmtlicher Canäle im Leitcurven- und im Turbinenrad, so wie $s'' = cn$ die obere Weite und F'' die Summe der obern Querschnitte der Canäle des Turbinenrades; ferner seien k und k' die Contractionscoeffizienten für den Ausfluss des Wassers aus dem Leitcurven- und Turbinenrade; v die vortheilhafteste Geschwindigkeit eines Punctes im Umfange des Kreises vom Halbmesser R, V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitcurvenrad austritt, u, u' die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radschaufeln beim Ein- und Austritt, und U die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verlässt. Endlich sei $\mathfrak{H}$ die Höhe einer Wassersäule, welche dem Drucke der Atmosphäre entspricht, $\mathfrak{H}'$ und $\mathfrak{H}''$ zwei Wassersäulenhöhen, welche beziehungsweise dem Drucke entsprechen, der zwischen den beiden Rädern und unter dem Turbinenrade Statt findet, f der Querschnitt der untern Ausflussöffnung am cylinderischen Mantel, k'' der betreffende Contractionscoeffizient, A der Querschnitt des cylinderischen Rohres, in welchem das aus dem Turbinenrade austretende Wasser herabsinkt, Q die per Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge in Kubikfuss, E_n der Nutzeffect der Turbine in Fusspfund und N_n dieser Effect in Pferdekräften zu $430^{F. Pf.}$ ausgedrückt. Diess vorausgesetzt, hat man zuerst für die theoretische Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus dem Leitschaufelrade:

$$V = \sqrt{[2g(\mathfrak{H} + h' - \mathfrak{H}')]} \ldots (1).$$

Anmerkung. Es ist leicht einzusehen, dass diese Ausflussgeschwindigkeit sowohl von der Grösse der Ausströmungsöffnungen im Turbinenrad, als auch von der Umdrehungsgeschwindigkeit dieses Rades abhängt. Zugleich sieht man aus dieser Formel (1), dass $V = > < \sqrt{2gh'}$ wird, je nachdem $\mathfrak{H}' = < > \mathfrak{H}$ ist.

273. Was ferner den Uebertritt des Wassers aus dem Leitschaufel- in das Turbinenrad betrifft, so müssen die Leit- und Radschaufeln wieder so construirt werden, dass dieser Uebertritt ohne Stoss Statt findet. Ist demnach AB (Fig. 158) die Richtung und Grösse der Geschwindigkeit V, mit der das Wasser in das Rad tritt, welches selbst nach der Richtung CA die Geschwindigkeit v besitzt, so nehme man in entgegengesetzter Richtung $AC = v$ und construire aus diesen beiden Geschwindigkeiten AB und AC das Parallelogramm BC, um durch die Diagonale AD die Grösse und Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit u zu erhalten; es muss daher, damit die genannte Bedingung erreicht werde, diese Gerade AD die Curve der Radschaufel im Eintrittspuncte A berühren. Aus dem Dreieck ABD folgt aber:

$$v = V\frac{Sin(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta}\ldots(2) \text{ und } u = V\frac{Sin\,\alpha}{Sin\,\beta}\ldots(3).$$

Ferner ist auch, wenn $ab = u'$ die relative Austrittsgeschwindigkeit des Wassers und $ac = v$ die Geschwindigkeit des Rades bezeichnet, sofort die Diagonale $ad = U$ die absolute Geschwindigkeit des aus dem Rade austretenden Wassers und daher

$$U^2 = u'^2 + v^2 - 2u'v\,Cos\,\gamma\ldots(4).$$

Soll nun das Wasser seine ganze lebendige Kraft im Rade verlieren, so muss $U = 0$ sein, was nur möglich ist, wenn die beiden Bedingungsgleichungen

$$u' = v \text{ und } \gamma = 0\ldots(5)$$

Statt finden.

Es ist ferner, wie leicht zu sehen,

$$\frac{u'^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + (\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'')\ldots(6)$$

und

$$\mathfrak{H}'' + h'' = \mathfrak{H}\ldots(7)$$

oder mit Rücksicht auf die erste der Bedingungsgleichungen (5):

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + \mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}''\ldots(8).$$

Aus der Gleichung (1) folgt $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{V^2}{2g}$ und aus jener (7): $\mathfrak{H}'' = \mathfrak{H} - h''$, mithin ist $\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}'' = h' + h'' - \frac{V^2}{2g}$ und $\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}'' + h = H - \frac{V^2}{2g}$. Dieser Werth in (8) substituirt gibt:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + H - \frac{V^2}{2g}\ldots(9).$$

Setzt man in diese Gleichung für v und u die Werthe aus (2) und (3), so erhält man:

$$H = \frac{V^2}{2g}\left(1 + \frac{Sin^2(\alpha+\beta)}{Sin^2\beta} - \frac{Sin^2\alpha}{Sin^2\beta}\right)\ldots(10)$$

oder da der eingeklammerte Theil auch (Formelsammlung, S. 5, Formeln 16 und 13)

$$= \frac{2\,Cos\,\alpha\,Sin(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta} \text{ ist,}$$

und wenn man dann V bestimmt, sofort

$$V = \sqrt{\left[\frac{g\,H\,Sin\,\beta}{Cos\,\alpha\,Sin(\alpha+\beta)}\right]}\ldots(11).$$

Wird dieser Werth von V in der Formel (2) substituirt, so erhält man nach einer einfachen Reduction:

$$v = \sqrt{\left[\frac{g\,H\,Sin(\alpha+\beta)}{Cos\,\alpha\,Sin\,\beta}\right]}\ldots(12).$$

Aus (1) folgt $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{V^2}{2g}$ oder mit Rücksicht auf (11):

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{H \, Sin \, \beta}{2 \, Cos \, \alpha \, Sin \, (\alpha + \beta)} \ldots (13).$$

Ferner ist noch im Beharrungsstande, und da alle Canäle ausgefüllt sein sollen

$$Q = k V F = u F'' = k' u' F' \ldots (14),$$

folglich
$$F = \frac{Q}{k V} \ldots (15)$$

und wenn man in $k V F = u F''$ für u den Werth aus (3) setzt:

$$\frac{F''}{F} = k \frac{Sin \, \beta}{Sin \, \alpha} \ldots (16);$$

setzt man dagegen in $k V F = k' u' F'$ (Gleichung 5 und 2) $u' = v = V \frac{Sin \, (\alpha + \beta)}{Sin \, \beta}$, so wird

$$\frac{F'}{F} = \frac{k}{k'} \frac{Sin \, \beta}{Sin \, (\alpha + \beta)} \ldots (17).$$

Anmerkung 1. Wie aus der Relation (13) hervorgeht, so wird der Druck des Wassers zwischen beiden Rädern jenem der Atmosphäre, d. i. $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H}$ gleich, wenn $h' = \frac{H \, Sin \, \beta}{2 \, Cos \, \alpha \, Sin \, (\alpha + \beta)}$ ist.

Damit das Wasser im Zusammenhange zufliesse (Continuitätsbedingung), so darf $\mathfrak{H}'$ niemals Null sein, woraus also folgt, dass immer

$$\mathfrak{H}' + h' > \frac{H \, Sin \, \beta}{2 \, Cos \, \alpha \, Sin \, (\alpha + \beta)} \text{ sein müsse.}$$

Damit sich ferner das Wasser nicht von der Grundfläche des Turbinenrades losreisse, muss auch $\mathfrak{H}'' > 0$ sein, was aus der Relation (7) die Bedingung von $h'' < \mathfrak{H}$ gibt,

oder, da streng genommen, die Höhe h'' durch die Geschwindigkeit des aus der untern Schützen- oder Mantelöffnung f ausfliessenden Wassers herabgezogen oder um h_1 vermindert wird, wenn $h_1 = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{k'' f} \right)^2$ die Geschwindigkeitshöhe für das unten ausfliessende Wasser bezeichnet, so ist statt der Relation (7) jene

$$\mathfrak{H}'' + h'' - h_1 = \mathfrak{H}$$

zu setzen, so dass also für die zuletzt erwähnte Bedingung

$$h'' < \mathfrak{H} + h_1$$

sein muss; dabei kann jedoch in allen Fällen, in welchen die Oeffnung f gross, also die Ausflussgeschwindigkeit sehr klein ist, $h_1 = 0$ gesetzt werden.

Anmerkung 2. Wegen $\frac{Sin \, \beta}{Cos \, \alpha \, Sin \, (\alpha + \beta)} = \frac{2 \, Sin \, \beta}{Sin \, (2\alpha + \beta) + Sin \, \beta}$ ist für $2\alpha + \beta = 180^0$ aus Relation (11), $V = \sqrt{2gH}$ und aus (13)

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - H.$$

Für $2\alpha + \beta < 180^0$ wird $V < \sqrt{2gH}$ und $\mathfrak{H}' > \mathfrak{H} + h' - H$
und für $2\alpha + \beta > 180$ wird $V > \sqrt{2gH}$ und $\mathfrak{H}' < \mathfrak{H} + h' - H$.

Während nun bei der Schottischen und Cadiat'schen Turbine $2\alpha + \beta > 180^0$ ist, hat man bei der Jonval'schen immer $2\alpha + \beta < 180^0$ und zwar empfiehlt Redtenbacher für die meisten vorkommenden Fälle die Werthe $\alpha = 24^0$ und $\beta = 66^0$. Nur für grosse Gefälle und geringe Wassermengen ist es besser, den Winkel α etwas kleiner, etwa von 15 bis 18 Grad zu nehmen, damit das Rad grösser ausfalle. Den Winkel γ endlich kann man im Mittel zu 16 Grad annehmen, indem es, um dem Wasser den gehörigen Abfluss zu verschaffen, nicht möglich ist, wie es die Theorie verlangt (Relat. 5) $\gamma = 0$ zu setzen.

274. Zur Bestimmung des Radhalbmessers sei $cd = \delta$ (Fig. 159) die Dicke einer Leit-, so wie δ' die Dicke einer Radschaufel, so ist, da man die Leitschaufeln nach unten zu gerade macht, $ad = ab \, Sin\, \alpha = \frac{2R\pi}{n} Sin\, \alpha$, folglich $ac = ad - cd$, d. i.

$$s = \frac{2R\pi}{n} Sin\, \alpha - \delta \ldots (18).$$

Der Querschnitt eines Canales des Leitcurvenrades ist daher

$$s(R' - R'') = (R' - R'')\left(\frac{2R\pi}{n} Sin\, \alpha - \delta\right),$$

folglich aller n Canäle n Mal so gross; diese Summe der Querschnitte

$$(R' - R'')(2R\pi \, Sin\, \alpha - n\delta)$$

wird jedoch verengt durch die Dicken der Radschaufeln. Es ist nämlich $\delta' = mo = mn \, Sin\, \beta$ und $mi = mn \, Sin\, \alpha = \frac{\delta'}{Sin\, \beta} Sin\, \alpha$, folglich $n'(R' - R'')\, mi = n'(R' - R'')\frac{Sin\, \alpha}{Sin\, \beta}\delta'$ und daher die Summe der wirklichen Ausflussöffnungen:

$$F = (R' - R'')(2R\pi \, Sin\, \alpha - n\delta) - n'(R' - R'')\frac{Sin\, \alpha}{Sin\, \beta}\delta'$$

oder reducirt:

$$F = 2R(R' - R'')\pi \, Sin\, \alpha\left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \, Sin\, \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \, Sin\, \beta}\right) \quad (a)$$

und wegen $2R = R' + R''$ auch:

$$F = R'^2\left[1 - \left(\frac{R''}{R'}\right)^2\right]\pi \, Sin\, \alpha\left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \, Sin\, \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \, Sin\, \beta}\right) = \frac{Q}{kV}$$

(wegen Relat. 15); aus dieser Gleichung folgt endlich:

$$R' = \sqrt{\left[\frac{Q}{kV\left[1 - \left(\frac{R''}{R'}\right)^2\right]\pi \, Sin\, \alpha\left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \, Sin\, \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \, Sin\, \beta}\right)}\right]} \quad (19)$$

Substituirt man, um zugleich auch s' zu finden, in der obigen Relation (17) für F' und F die Werthe, d. i.

$$F' = n's'(R' - R'') \ldots (b)$$

und für F den Werth aus der Relation (a) und bestimmt dann s', so erhält man nach einer einfachen Reduction:

$$s' = \frac{k}{n'k'} \frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha + \beta)} \left(2R\pi\,Sin\,\alpha - n\delta - n'\delta' \frac{Sin\,\alpha}{Sin\,\beta}\right) \ldots (20).$$

Durch eine etwas complicirte Entwicklung findet man für den Druck P, welchen das Wasser nach verticaler Richtung auf das Rad, d. i. auf die Flächeneinheit der Radbreite $(R'^2 - R''^2)\,\pi$ ausübt, sofort:

$$P = \frac{\gamma Q^2}{g} \left(\frac{Sin\,\beta}{F''} - \frac{Sin\,\gamma}{F'}\right) \ldots (21).$$

Endlich erhält man ganz einfach und analog mit der Bestimmung von s, sofort:

$$s'' = \frac{2R\pi}{n'} Sin\,\beta - \delta' \ldots (22)$$

und analog mit F in Relation (a):

$$F'' = \left(2R\pi\,Sin\,\beta - n'\alpha' - n\delta \frac{Sin\,\beta}{Sin\,\alpha}\right)(R' - R'') \ldots (c).$$

Anmerkung. Was die übrigen Grössen und Verhältnisszahlen betrifft, so nimmt man für hohe Gefälle, um dem nachtheiligen Einfluss der Fliehkraft möglichst zu begegnen, die Differenz $R' - R''$ kleiner als für niedrigere Gefälle. In der Regel kann man (m. s. Redtenbacher über Turbinen) $R'' = \frac{2}{3}R'$ und $R = \frac{5}{6}R'$, so wie für hohe Gefälle $R'' = \frac{3}{4}R'$ nehmen.

Ferner ist in der Regel $n = 16$, $n' = 24$, $\delta = \delta' = \frac{1}{40}R$, $k = 1$ und $k' = {\cdot}9$ zu nehmen. Versuche haben gezeigt, dass man die vortheilhafteste Geschwindigkeit v erhält, wenn man die oben in (12) angegebene theoretische mit dem Factor ·774 multiplicirt, also

$$v = {\cdot}774 \sqrt{\left[\frac{g\,H\,Sin\,(\alpha + \beta)}{Cos\,\alpha\,Sin\,\beta}\right]} \ldots (d)$$

setzt.

Ferner ist $n\,.\,2R\pi = 60v$, daher $n = \frac{60}{2\pi}\frac{v}{R} = 9{\cdot}548\frac{v}{R}$.

Redtenbacher setzt die Höhe des Turbinenrades $= {\cdot}5R$, jene des Leitrades $= {\cdot}6R$, Abstand der untern Ebene des Leitrades von der obern Ebene des Turbinenrades $= \frac{1}{50}R$, Halbmesser des cylinderischen Mantels, welcher das Turbinenrad umgibt $= 1{\cdot}225R$, Höhe der Ausflussöffnung in dem untern Theile dieses Mantels $a)$ wenn die Ausströmung ringsherum Statt hat $= \frac{1}{2}R'$, $b)$ wenn die Ausströmung einseitig, auf eine Breite von $2R'$ Statt findet $= \frac{\pi}{2}R'$, Breite des Abflusscanales an der Stelle, wo die Turbine aufgestellt ist $= 4R'$. Endlich kann man noch in den meisten

Fällen $V = \cdot 707 \sqrt{2gH}$, $R' = 1\cdot 380 \sqrt{\frac{Q}{V}}$, $s = 1\cdot 372 R$, $s' = 0\cdot 811 R$ und $v = \cdot 6 \sqrt{2gH}$ nehmen.

Schliesslich wollen wir noch bemerken, dass den Versuchen zufolge die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Turbine die Hälfte von jener ist, welche sie beim Umlaufen im unbelasteten Zustande annimmt.

275. Um endlich auch noch den Nutzeffect dieser Turbine zu bestimmen, kann man wieder, um complicirtere Entwicklungen zu vermeiden, von der Coefficienten-Methode Gebrauch machen und dabei auf folgende Weise verfahren.

Man kann unter der Voraussetzung einer richtigen Construction der Leit- und Radschaufeln, so wie der Erfüllung der Bedingungsgleichung (2) in **273**, annehmen, dass das Wasser aus dem Leitcurvenrade in das Turbinenrad ohne Stoss, also ohne Verlust an lebendiger Kraft, und zwar, wenn man von der Reibung in den Leitcurven-Canälen abstrahirt (oder diese in den folgenden Widerstandscoeffizienten mit einbezieht), mit der Geschwindigkeit V, wie sie in (1) oder (11) ausgedrückt ist, eintritt. Nimmt man ferner an, dass das Wasser beim Durchgange durch das Turbinenrad, der entstehenden Reibungen und Störungen wegen, die Geschwindigkeitshöhe $\varepsilon \frac{u'^2}{2g}$ verliert, so ist die relative Austrittsgeschwindigkeit nicht mehr u', sondern nur $u' \sqrt{1 - \varepsilon}$, wobei ε einen aus der Erfahrung zu bestimmenden Widerstandscoeffizienten bezeichnet. Dies vorausgesetzt, ist der dadurch entstehende Effectverlust $= \gamma Q \varepsilon \frac{u'^2}{2g}$, wenn nämlich γ wieder das Gewicht von 1 Kubikfuss Wasser bezeichnet.

Wie bereits (Nr. **272**, Anmerk. 2) bemerkt wurde, ist es in der Praxis unmöglich, den Ausflusswinkel $\gamma = 0$ zu machen, folglich lässt sich auch die, durch die beiden Relationen (5) ausgedrückte Bedingung, dass die absolute Ausflussgeschwindigkeit $U = 0$ sein soll, niemals vollständig realisiren, und es ist, wenn man wenigstens die eine Bedingung erfüllt und $u' = v$ setzt, sofort:

$$U^2 = 2v^2 (1 - Cos\,\gamma) = 4v^2 Sin^2 \tfrac{1}{2}\gamma.$$

Die in dem, mit dieser Geschwindigkeit U aus dem Rade tretenden Wasser, noch enthaltene, für den Nutzeffect also verlorne Wirkungsgrösse ist daher $= \frac{\gamma Q}{2g} \cdot 4v^2 Sin^2 \frac{1}{2}\gamma$.

Endlich (da wir von der Zapfenreibung wieder abstrahiren) geht für den Nutzeffect auch noch jene Wirkungsgrösse verloren, welche erforderlich ist, um das Wasser aus der untern Schützenöffnung f mit der gehörigen Geschwindigkeit austreten zu machen. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v', so ist der genannte Effectverlust $= \gamma Q \frac{v'^2}{2g}$, oder wegen $Q = k''fv'$, woraus $v' = \frac{Q}{k''f}$ folgt, auch $= \frac{\gamma Q}{2g}\left(\frac{Q}{k''f}\right)^2$.

Zieht man diese hier aufgezählten Effectverluste von der absoluten Wirkung des Wassers, nämlich von γQH ab, so erhält man den gesuchten, relativ grössten Nutzeffect (wegen $u' = v$):

$$E_n = \gamma QH - \left[\varepsilon v^2 + 4v^2 \, Sin^2 \tfrac{1}{2}\gamma + \left(\frac{Q}{k''f}\right)^2\right]\frac{\gamma Q}{2g} \ldots (1).$$

Anmerkung. Die Bedingung, unter welcher das Wasser aus dem Leitcurvenapparate in das Turbinenrad ohne Stoss eintreten kann, lässt sich auch noch auf folgende Weise ableiten.

Zerlegt man die Geschwindigkeit V, mit welcher das Wasser nach der Tangente des letzten Elementes der Leitschaufel aus dem Leitcurvenrad ausströmt, in zwei auf einander senkrechte Seitengeschwindigkeiten T und N, nach den Richtungen der Tangente AT (Fig. 160), welche an das erste Element der Radschaufel gezogen wird, und der Normale AN, so ist, wegen W. $n = 90^0 - \beta$, sofort $T = V \, Sin\,(\alpha + \beta - 90)$ und $N = V \, Cos\,(\alpha + \beta - 90) = V \, Sin\,(\alpha + \beta)$. Zerlegt man ferner die Geschwindigkeit v, mit welcher das erste Element der Radschaufel nach Av ausweicht, ebenfalls in zwei auf einander senkrechte Seitengeschwindigkeiten T' und N' nach denselben Geraden, so ist $T' = v \, Cos \, \beta$ und $N' = v \, Sin \, \beta$. Nun findet aber offenbar nur dann kein Stoss des Wassers gegen die Radschaufel oder umgekehrt der Schaufel gegen das Wasser Statt, wenn $N = N'$, d. i. wenn $V \, Sin\,(\alpha + \beta) = v \, Sin \, \beta$ ist, was sofort auch durch die obige Bedingungsgleichung (2) bereits ausgesprochen wird.

276. Durch die Einführung des Widerstandscoefficienten ε erhält man nun auch für die Geschwindigkeit v einen von dem obigen, in (12) angegebenen, etwas verschiedenen Werth, und zwar muss man jetzt statt der obigen Gleichung (6) setzen:

$$\frac{u'^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + (\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'') - \varepsilon \frac{u'^2}{2g},$$

es ist nämlich $(1 + \varepsilon)\, u'^2 = u^2 + 2g(\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'')$, oder wegen $u^2 = V^2 + v^2 - 2Vv \, Cos \, \alpha$ (Dreieck ABD in Fig. 158), ferner $u' = v$ (Relat. 5), $V^2 = 2g(\mathfrak{H} + h' - \mathfrak{H}')$ (Relat. 1) und $V = \frac{v \, Sin \, \beta}{Sin\,(\alpha + \beta)}$ (Relat. 2), auch, wenn man substituirt und reducirt:

$$\left[\varepsilon + \frac{2\,Sin\,\beta\,Cos\,\alpha}{Sin\,(\alpha+\beta)}\right] v^2 = 2\,g\,(\mathfrak{H} + h + h' - \mathfrak{H}'')$$

oder wegen $\mathfrak{H}'' = \mathfrak{H} - h''$ (Relat. 7) und $h + h' + h'' = H$, endlich, wenn man gleich v bestimmt:

$$v = \sqrt{\left[\frac{2gH\,Sin\,(\alpha+\beta)}{\varepsilon\,Sin\,(\alpha+\beta) + 2\,Sin\,\beta\,Cos\,\alpha}\right]} \ldots (23).$$

Anmerkung. Ist $Z = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{k''f}\right)^2$ die Geschwindigkeitshöhe für das aus der untern Schütze ausfliessende Wasser, so sollte man, streng genommen, in diesem Ausdrucke von v anstatt H setzen $H - Z$; allein da bei einer hinreichend grossen Schützenöffnung f, der Werth von Z sehr klein wird, so kann man immerhin ohne beachtenswerthen Fehler H statt $H - Z$ setzen.

277. Um den oben angenommenen Widerstandscoefficienten ε zu bestimmen, wollen wir von dem Erfahrungssatze Gebrauch machen, dass, wenn man die Turbine bei aufgezogener Schütze (so, dass sie dabei die normale Wassermenge consumirt) leer laufen lässt, diese eine Geschwindigkeit annimmt, welche nahe der doppelten Gefällshöhe H entspricht, so zwar, dass wenn die Turbine dabei das absolute Maximum des Effectes erreichen könnte, sofort $v = \sqrt{(2g.2H)} = 2\sqrt{gH}$ sein würde. Da sich ferner aus den zahlreichen Versuchen, welche mit solchen gut ausgeführten Jonval'schen Turbinen gemacht wurden, herausgestellt hat, dass die vortheilhafteste, dem grössten Nutzeffecte entsprechende Geschwindigkeit v halb so gross, als die eben erwähnte, d. i. sehr nahe $v = \sqrt{gH}$ ist, so hat man zur Bestimmung von ε die Gleichung, wenn man diesen Werth in der Relat. (23) substituirt und die Gleichung quadrirt:

$$gH = \frac{2\,g\,H\,Sin\,(\alpha+\beta)}{\varepsilon\,Sin\,(\alpha+\beta) + 2\,Sin\,\beta\,Cos\,\alpha}$$

woraus sofort:

$$\varepsilon = 2\left[1 - \frac{Sin\,\beta\,Cos\,\alpha}{Sin\,(\alpha+\beta)}\right] = \frac{2\,Sin\,\alpha\,Cos\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)} \ldots (24) \text{ folgt.}$$

Für die oben angenommenen Werthe von $\alpha = 24^0$ und $\beta = 66^0$ wird insbesondere $\varepsilon = 2\,Sin^2\,24^0 = \cdot 33$.

Anmerkung. Um die mögliche Uebereinstimmung des oben erwähnten und zur Bestimmung von ε benützten Erfahrungssatzes, dass eine gut construirte Jonval'sche Turbine, wenn sie leer läuft und dabei die normale Wassermenge Q consumirt, eine Geschwindigkeit annimmt, welche nahe der doppelten Gefällshöhe H entspricht, mit der Theorie nachzuweisen, müssen wir fürs Erste auf die bereits in Nr. **272** (Anmerk.) erwähnte Eigenschaft zurückkommen, nach welcher die Ausflussgeschwindigkeit V des

Wassers aus dem Leitcurvenrade nicht blos von dem Gefälle, sondern zugleich auch von der Weite der Radcanäle und der Geschwindigkeit des Turbinenrades abhängt, indem diese Ausflussgeschwindigkeit nach Umständen gleich, kleiner oder grösser sein kann, als wenn das Rad nicht vorhanden wäre. Bei der gewöhnlichen Construction der Radcanäle und der bedeutenden Geschwindigkeit, mit welcher das Rad im leeren Zustande umläuft, kann daher die Geschwindigkeit V sehr wohl $1{\cdot}1\sqrt{2gH}$ betragen, und da ihre Richtung gegen eine Horizontale einen mittlern Winkel von 20 bis 25 Grad bildet, dessen Cosinus z. B. für $\alpha = 24^0$, wie wir bisher angenommen $= {\cdot}9135$ ist, so wird die nach der Richtung der Radgeschwindigkeit v genommene Seitengeschwindigkeit $V\, Cos\, \alpha = 1{\cdot}1 \times {\cdot}9135 \sqrt{2gH}$ nahe genug $= \sqrt{2gH}$.

Um nun aber das per Secunde mit dieser Geschwindigkeit nach dieser Richtung fliessende Wasser γQ auf jene des Rades $\sqrt{(2g\,.\,2H)} = 2\sqrt{gH}$ (im leeren Zustande) zu bringen, ist eine Arbeit von

$$\frac{\gamma Q}{2g}(4gH - 2gH) = \gamma Q H^{F.\ Pf.}$$

erforderlich, was sofort die absolute dynamische Grösse der Betriebskraft ist, so, dass also eine Turbine wenigstens bei dieser Geschwindigkeit, das absolute Maximum erreichen würde, welche unbelastet, bei Consumirung der ganzen normalen Wassermenge eine Geschwindigkeit von $v = \sqrt{(2g \times 2H)} = 2\sqrt{gH}$ annähme.

Vergleicht man den zweiten Erfahrungssatz, dass nämlich die Turbine im belasteten Zustande am vortheilhaftesten arbeitet, wenn ihre Geschwindigkeit die Hälfte der eben genannten des Leerlaufens beträgt, d. i. wenn $v = \sqrt{gH}$ ist, mit dem oben (Nr. **274**, Anmerk.) angeführten Werth von ${\cdot}6\sqrt{2gH} = {\cdot}6 \times 1{\cdot}414\sqrt{gH} = {\cdot}85\sqrt{gH}$; so ist dieser letztere Werth um beiläufig 15 Procent kleiner als der erstere, wobei jedoch zu bemerken ist, dass sich die Geschwindigkeit des Rades überhaupt von jener, welche dem grössten Nutzeffect entspricht, bedeutend entfernen kann, ohne dass dadurch ein merklicher Nachtheil entsteht.

(Eine strenge theoretische Deduction des hier erwähnten Satzes, dass die vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen der Turbine halb so gross ist, als die Anzahl der Umdrehungen, welche sie, leer laufend, unter sonst gleichen Umständen macht, findet man in dem mehr erwähnten Werke: „Theorie und Bau der Turbinen" von F. Redtenbacher, 1844, auf S. 192 u. f.).

278. Wir haben endlich bei dieser Jonval'schen Turbine noch auf einen Punct, nämlich auf die untere Schütze EE aufmerksam zu machen und zu bemerken, dass sie keineswegs die Eigenschaft der übrigen Schützenvorrichtungen bei Wasserrädern und anderer Turbinen besitzt, nach welcher es möglich ist, mehr oder weniger Wasser auf das Rad wirken zu lassen, wornach dann auch der Nutzeffect sehr nahe dieser Wassermenge proportional ist. Mittelst dieser Schütze (die ursprünglich nur aus einem einfachen ebenen Schieber bestand) lässt sich zwar bei einem Ueberfluss an Aufschlagwasser die Geschwindigkeit des Rades bis zu einer gewissen Grenze reguliren, indem man dieselbe nicht ganz aufzieht; sie kann aber durchaus nicht als Regulirungsschütze bei Wassermangel dienen, indem, wenn z. B. nur halb so viel Wasser durch die Turbine geht, nicht auch, wie es bei den übrigen Wasserrädern nahe der Fall, der Nutzeffect blos halb so gross wird, sondern vielmehr bis auf den 8ten Theil herabsinkt. Ist nämlich im erstern Falle Q die durch das Rad gehende Wassermenge und H die wirksame Gefällshöhe, so ist der Effect $E = \gamma QH$. Nimmt dagegen die Wassermenge um die Hälfte ab und strömt in derselben Zeit nur die Menge $\frac{1}{2}Q$ durch das Rad, so muss, da die Querschnittsöffnungen des Leitschaufelrades dieselben bleiben und nicht auch auf die Hälfte reducirt werden können, die Geschwindigkeit halb, also die entsprechende Geschwindigkeitshöhe nur den vierten Theil so gross werden als im ersten Falle, so, dass wenn Q in $\frac{1}{2}Q$ übergeht, sofort H in $\frac{1}{4}H$ übergehen muss und sonach der Effect im letztern Falle $E' = \frac{1}{2}Q \times \frac{1}{4}H = \frac{1}{8}QH = \frac{1}{8}E$ wird, woraus $E : E' = 1^3 : (\frac{1}{2})^3$ folgt. Man sieht leicht, dass bei dieser Sachlage überhaupt und unter allen Umständen der Effect der Turbine dem Kubus der wirksamen Wassermenge proportional ist.

Um also auch kleinere Wassermengen, als wofür die Turbine berechnet ist, eben so vortheilhaft benützen zu können, bleibt vor der Hand nichts Anderes übrig, als durch Beilagstücke, wodurch R'' vergrössert, also die Breite $R' - R''$ vermindert wird, die Oeffnungen F und F' gehörig zu verengen.

Anmerkung. Was endlich die Bestimmung der zweckmässigsten Form der Radflächen betrifft, so verweisen wir ebenfalls wieder auf die mehr genannten Redtenbacher'schen Schriften und bemerken hier nur noch, dass sich die Relation, welche zwischen den drei Winkeln α, β, γ wenigstens annäherungsweise Statt finden sollen, einfach auf folgende Weise ableiten lässt. Es ist nämlich, wie leicht zu sehen, wenn man auf die Schaufeldicke keine Rücksicht nimmt:

$$F = 2R\pi \operatorname{Sin} \alpha, \quad F' = 2R\pi \operatorname{Sin} \gamma, \quad F'' = 2R\pi \operatorname{Sin} \beta,$$

folglich auch $\frac{F'}{F} = \frac{\operatorname{Sin} \gamma}{\operatorname{Sin} \alpha}$, und wenn man diesen Werth jenem in Relation (17) gleich setzt: $\frac{\operatorname{Sin} \gamma}{\operatorname{Sin} \alpha} = \frac{\operatorname{Sin} \beta}{\operatorname{Sin} (\alpha + \beta)}$, woraus sofort folgt:

$$Cot.\,\alpha + Cot.\,\beta = \frac{1}{Sin\,\gamma} \ldots (y).$$

Mit dieser Relation erhält man nun auch für den Widerstandscoefficienten ε aus der Relation (24) den Ausdruck:

$$\varepsilon = 2\,(1 - Sin\,\gamma\; Cot\,\alpha) \ldots (z).$$

279. Beispiele. 1. Unter den vielen Jonval'schen Turbinen, welche in Oesterreich in der neuesten Zeit durch den besonders in diesem Zweige geschickten (bereits verstorbenen) Ingenieur Herrn Wetterneck construirt und in der (damals noch) Specker'schen Maschinenfabrik ausgeführt oder gebaut wurden, gehört jene, welche in der Girandoni'schen Baumwoll-Spinnfabrik zu Günseldorf aufgestellt und Ende April 1847 von einer Kommission des n. ö. Gewerbvereins probirt und untersucht wurde, mit zu den vorzüglichsten; wir wählen daher diese Turbine als Beispiel und berechnen ihren Nutzeffect nach der vorstehenden Theorie.

Diese Turbine ist für einen Nutzeffect von 45 Pferdekraft gebaut, welche bei dem disponiblen Gefälle von 16 Fuss eine Wassermenge von beiläufig 30 Kubikfuss per Secunde zu consumiren hat. Um jedoch die Frein-Versuche zu erleichtern, wurden die Radöffnungen durch 2 Zoll breite oder dicke Beilagen (in der Richtung des Radius gemessen) so weit verengt, dass die Turbine während des Versuches nur 17 Kubikfuss Wasser verbrauchte und dabei, nachdem sich das Gefälle, durch den Rückstau im Unterwasser, welcher durch den Einbau eines Ueberfalles (zum Behufe der Bestimmung der consumirten Wassermenge) bewirkt wurde, constant auf 13 Fuss gestellt hatte, einen Nutzeffect von nahe 25 Pferdekraft entwickelte.

Die hier zur Berechnung dienenden Dimensionen und Daten sind nun folgende: $R' = 20''$, $R'' = 16''$ folglich $R = 18'' = 1{\cdot}5'$, $H = 13'$, $Q = 17^{c.'}$, $n = 12$, $n' = 20$, $\alpha = 20^0$, $\beta = 60^0$, $\gamma = 18^0$, $F = 1$, $F' = {\cdot}914\square'$ (ohne die eingelegten Beilagen ist $F = 1{\cdot}53$, $F' = 1{\cdot}35$). Die Turbine machte im belasteten Zustande 124 und im unbelasteten 249 Umläufe per Minute. Die Höhe des Leitcurvenrades beträgt 10 und die des Turbinenrades 6 Zoll. Die kreisförmige Schütze, welche selbst im gänzlich aufgezogenen Stande noch ins Unterwasser taucht, kann 2 Fuss hoch aufgezogen werden.

Aus diesen Angaben folgt für's Erste $v = \frac{124}{60} \times 2R\pi = 19{\cdot}48'$ und aus der vorigen Relation (z) der Widerstandscoefficient $\varepsilon = {\cdot}3$. Mit diesen Werthen erhält man aus der Formel (I), wobei man das der Abflussgeschwindigkeit, die dabei nur ungefähr 2 Fuss beträgt, entsprechende Glied $\left(\frac{Q}{k''f}\right)^2$ ohne Weiteres auslassen kann, für den Nutzeffect $E_n = 10148^{F.\,Pf.}$ und da der absolute Effect $E_a = 56{\cdot}5 \times 17 \times 13 = 12486{\cdot}5^{F.\,Pf.}$ ausmacht, folglich $E_n = {\cdot}814 E_a$ ist, so beträgt dieser Nutzeffect nahe $81\frac{1}{2}$ Procent; die erwähnte Freinprobe gab dafür 85 Procent.

Es muss bemerkt werden, dass der zur Bestimmung der verbrauchten Wassermenge angebrachte Ueberfall von $B = 15$ Fuss Breite mit 18 Zoll breiten Flügelwänden versehen war, wodurch $b = 12$ Fuss und $\frac{b}{B} = {\cdot}8$

wurde, wozu nach §. 357 der Reductionscoefficient $m = \cdot 431$ gewählt, und womit eben die hier in Rechnung gebrachte Wassermenge von 17 Kubikfuss gefunden wurde.

Die Geschwindigkeit eines Punctes im mittlern Umfange des Rades vom Halbmesser R ist 39 Fuss, dagegen die der doppelten Gefällshöhe entsprechende Geschwindigkeit $= 7{\cdot}874 \sqrt{26} = 40$ Fuss, also bestätigt sich auch hier der oben angeführte Erfahrungssatz von der Radgeschwindigkeit im unbelasteten Zustande, so wie jener, dass die Turbine bei ihrem grössten Effect im belasteten Zustande nur halb so viele Umläufe, als im unbelasteten Zustande macht.

Da endlich der Durchmesser des Zapfens $3\frac{1}{2}$ Zoll und das Gewicht des Turbinenrades sammt der Welle 700 Pfund (wogegen der verticale nach Relation (21) zu bestimmende Druck des Wassers vernachlässigt werden kann) beträgt, so absorbirt die Zapfenreibung, wenn man den Reibungscoefficienten $= \frac{1}{10}$ setzt, nahe $90^{F.\ Pf.}$ oder etwas über $\frac{1}{5}$ Pferdekraft.

2. Bei der Turbine, welche in der Spinnerei des Herrn Mohr zu Neunkirchen aufgestellt, und durch dieselbe Kommission untersucht wurde, finden folgende Verhältnisse Statt.

Während der Probe waren im Turbinenrade wieder Segmente und zwar von 5 Zoll Breite beigelegt, dadurch war $R' = 36$, $R'' = 32$, folglich $R = 34$ Zoll $= 2{\cdot}833'$; ferner war $H = 11{\cdot}65'$ und wenn man wieder mit dem Coefficienten $m = \cdot 431$ rechnet; $Q = 33{\cdot}5^{c.'}$, die Turbine machte per Minute im (am vortheilhaftesten) belasteten Zustande 56, und im leeren Zustande 122 Umläufe. Ferner war $F = 1{\cdot}87$, $F' = 1{\cdot}86$ Quadratfuss (ohne die Beilagen ist $F = 4{\cdot}33$ und $F' = 4{\cdot}06$); ferner ist $n = 16$, $n' = 26$, Höhe des Leitcurvenrades 12 und des Turbinenrades 9 Zoll. Der Durchmesser des Zapfens ist 5 Zoll und das Gewicht des Turbinenrades sammt dem Wellbaum $= 2500$ Pfund.

Mit diesen Daten findet man $v = 16{\cdot}61$ und wenn man wieder $\gamma = 18^0$ und $\varepsilon = \cdot 3$ setzt, $E_n = 22050 - 3351 = 18699$; da nun $E_a = 22050$ ist, so wird $E_n = \cdot 848\, E_a$, was sofort einen Nutzeffect von nicht ganz 85 Procent gibt, während durch die Freinprobe (bei der Annahme von $33\frac{1}{2}$ Kubikfuss verbrauchte Wassermenge, dafür 83 Procent gefunden wurde, wobei jedoch der durch die Zapfenreibung entstehende Effectverlust nicht abgeschlagen ist, so, dass sich, da dieser Verlust $203^{F.\ Pf.}$ beträgt, der Nutzeffect eigentlich um 1 Procent höher, nämlich auf 84 Procent stellt, was mit der obigen Theorie und Formel (I) auf die befriedigendste Weise übereinstimmt.

Anmerkung. Stellt man die aus der Theorie und den Versuchen sich ergebenden Resultate übersichtlich zusammen, so erhält man im Wesentlichen folgende Sätze:

1) Bei ungeänderter Grösse der unteren Ausflussöffnungen des Turbinenrades ist die consumirte Wassermenge von der Anzahl der Umdrehungen des Rades unabhängig.

2) Die Anzahl der Umdrehungen der Turbine kann sich bedeutend von der vortheilhaftesten Umdrehungszahl entfernen, ohne dass dadurch eine

merkliche Aenderung im Nutzeffecte entsteht. So fand eine im *Aspach-le-pont* zur Prüfung einer von André Köchlin & Comp. verfertigten Jonval'schen Turbine zusammengesetzte Kommission, dass der von 72 bis 83 Procent betragende Nutzeffect derselbe blieb, obgleich die Geschwindigkeit des Rades von 90 bis auf 168 Umdrehungen per Minute stieg, während der Wasserverbrauch nur um circa $\frac{1}{10}$ Procent zunahm. (*Bulletin de la Soc. industr. de Mulhouse*, 1844, Nr. 58.)

3) Mit dem unten angebrachten Schieber oder der Schütze ist es nicht möglich, grössere oder kleinere Wasserquantitäten gleich gut nutzbringend zu machen.

4) Die Anzahl der Umdrehungen der leer laufenden Turbine ist bei ganz aufgezogener Schütze doppelt so gross, als die vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen im belasteten Zustande.

5) Die Turbine erreicht ihren grössten Nutzeffect nur dann, wenn ihr die Wassermenge, wofür sie construirt ist, auf eine ruhige und constante Weise zugeführt wird.

Ausser dem grossen Vortheile, dass bei der Jonval'schen Turbine der Wasserbau, und da die Trockenlegung sehr leicht, die Ueberwachung und Instandhaltung derselben weit einfacher und weniger kostspielig als bei der Fourneyron'schen Turbine ist, bietet sie gegen diese letztere noch folgende wesentliche Vortheile dar.

Erstlich wird bei dieser das zuströmende Wasser aus seiner Richtung nur ein Mal, und zwar blos um beiläufig 60 Grad abgelenkt, während diess bei der Fourneyron'schen Turbine zwei Mal, und jedes Mal um nahe 90 Grad geschieht. Ferner kann der Halbmesser und die Umdrehungszahl bei dieser Turbine innerhalb viel weiterer Grenzen variiren als bei der Fourneyron'schen.

Dagegen steht die Jonval'sche Turbine der Fourneyron'schen darin nach, dass nicht alle Puncte der obern horizontalen Radschaufelkanten (wie es im Gegentheil mit den Puncten der innern verticalen Schaufelkanten bei der Fourneyron'schen Turbine der Fall ist) einerlei Geschwindigkeit, sondern die von der Achse entfernteren eine grössere, die näher liegenden eine kleinere Geschwindigkeit besitzen, was zur Folge hat, dass das Wasser nicht nach der ganzen Breite der Schaufeln völlig ohne Stoss in das Rad eintreten kann. Ferner, dass aus demselben Grunde die äussern Wassertheilchen eine grössere, die mehr gegen die Achse zu liegenden aber eine kleinere Fliehkraft besitzen, wodurch in denselben ein gewisses Drängen und eine Art Störung entsteht; beide diese Nachtheile lassen sich jedoch dadurch fast ganz unschädlich machen, dass man die Kranzbreite $R' - R''$ so klein als möglich nimmt.

Wassersäulenmaschine.

(§. 439.)

280. Wir wählen hier als ein weiteres Beispiel dieser sehr nützlichen Kraftmaschine zur Hebung der Grubenwasser in Berg-