hat, sonst aber $\frac{A^2}{\alpha f}$, nehmen, wenn α der entsprechende Contractions-Coefficient ist. Sind nicht alle Kanten gehörig abgerundet, so muss man in die Summe $\Sigma(n')$ auch noch den Widerstands-Coefficienten aufnehmen, welcher dem Widerstande entspricht, den das Wasser beim Durchgange durch dieses Mundstück erfährt.

Anmerkung. Wäre der Druck auf die Flächeneinheit auf den oberen Wasserspiegel durch die Wassersäule h' und auf den unteren Wasserspiegel durch jene h'' ausgedrückt und h' von h'' verschieden, so müsste man in dieser Gleichung $H + h' - h''$ anstatt H setzen.

Bestimmung der Ausflussgeschwindigkeit aus einer Röhrenleitung.

226. Für den ganz allgemeinen Fall darf man nur die vorige Gleichung (2) oder (3) nach v auflösen, um diese Geschwindigkeit zu erhalten. Nehmen wir hier nur den einfachsten Fall und setzen eine Leitung voraus, in welcher weder Verengungen noch Krümmungen vorkommen, und bei welcher auch durch gehörige Erweiterung der Einflussöffnung die Contraction des Wassers beim Eintritt aus dem Behälter in die Röhrenleitung vermieden ist, so hat man, mit Beibehaltung aller früheren Bezeichnungen in der vorigen Formel (3) alle mit dem Summenzeichen Σ behafteten Glieder auszulassen und

$$(a) \quad H = \left(1 + n\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g}$$

zu setzen, woraus sofort

$$v = \sqrt{\left[\frac{2gH}{1 + n\frac{L}{D}}\right]} \ldots (4) \quad \text{folgt.}$$

Tritt dagegen das Wasser aus dem Behälter mit Contraction in die Leitung, so hat man mit Hinzufügung des betreffenden Widerstands-Coefficienten $\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2$ (Nr. **218**, Gleich. β) oder jenes $\frac{1}{\varphi^2} - 1$ [Nr. **191** (c)] $H = \frac{v^2}{2g}\left[1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 + n\frac{L}{D}\right]$ oder wenn man Kürze halber $\frac{\alpha}{\sqrt{[\alpha^2 + (1-\alpha)^2]}} = m$ setzt, auch

$$(a') \quad H = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{m^2} + n\frac{L}{D}\right),$$

woraus sofort: $v = m\sqrt{\left(\frac{2gH}{1 + nm^2\frac{L}{D}}\right)} \ldots (5)$ folgt.

Anmerkung. Da man den diesem Fall entsprechenden Contractions-Coefficienten (Nr. **218**, Anmerkung) $\alpha = \cdot 596$ setzen kann, so folgt für den Coefficienten m der mittlere Werth $m = \cdot 83$, welcher nahe mit dem Geschwindigkeits-Coefficienten ·82 beim Ausflusse des Wassers aus kurzen cylinderischen Ansatzröhren übereinstimmt (d. i. ·816 Nr. **190**), und da er diesen in etwas übertrifft, nur den Beweis liefert, dass selbst bei einem kurzen Ansatzrohr schon einiger Reibungswiderstand an den Röhrenwänden stattfindet.

227. Nimmt man für die Widerstandshöhe z anstatt des Ausdruckes (7) in Nr. **216** jenen (2) in Nr. **215**, so wird

$$(b)\quad H = \frac{v^2}{2g} + \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2)$$

und daraus, wenn man $g = 31$ und für α, β die in Nr. **215** angegebenen, auf den Wiener Fuss sich beziehenden Werthe (m) setzt (und durch Division mit $8g\beta$ den Coefficienten $8g\beta L + D$ auf die Form $L + 36{\cdot}6D$ bringt):

$$v = -\frac{\cdot 002536\,gL}{L + 36{\cdot}6D} + \sqrt{\left[\left(\frac{\cdot 002536\,gL}{L + 36{\cdot}6D}\right)^2 + \frac{73{\cdot}2\,gDH}{L + 36{\cdot}6D}\right]} \ldots (6).$$

Ist die Leitung so lang, dass man $36{\cdot}6D$ gegen L auslassen darf, so ist einfacher:

$$v = -\cdot 002536\,g + \sqrt{\left[(\cdot 002536\,g)^2 + \frac{73{\cdot}2\,gDH}{L}\right]} \ldots (7).$$

Ist die Geschwindigkeit v grösser als 2 Fuss, so kann man, da dann das Glied mit der 1sten Potenz von v vernachlässigt werden darf (§. 369)

$$v = 8{\cdot}427\sqrt{\left(\frac{gHD}{L + 35.5D}\right)} = 46{\cdot}95\sqrt{\left(\frac{HD}{L + 35{\cdot}5D}\right)} \ldots (8)$$

setzen.

Nimmt man dagegen die wenigstens eben so viel Vertrauen verdienenden Werthe (n) (aus Nr. **215**), so erhält man:

$$(6')\quad v = -\frac{\cdot 002800\,gL}{L + 37{\cdot}2D} + \sqrt{\left[\left(\frac{\cdot 002800\,gL}{L + 37{\cdot}2D}\right)^2 + \frac{74{\cdot}405\,gDH}{L + 37{\cdot}2D}\right]}.$$

Kann man $37{\cdot}2D$ gegen L auslassen, so ist:

$$(7')\quad v = -\cdot 002800\,g + \sqrt{\left[(\cdot 002800\,g)^2 + \frac{74{\cdot}405\,gDH}{L}\right]}.$$

Ist die Geschwindigkeit v nach der einen oder andern dieser Formeln bestimmt, so findet man die per Secunde durch die Röhrenleitung fliessende Wassermenge aus der Formel

$$M = \tfrac{1}{4}\pi D^2 v = \cdot 7854\,D^2 v \ldots (9).$$

Anmerkung. Man sieht von selbst, dass sich diese Formeln nicht nur auf den Wiener Fuss als Einheit, sondern auch auf den Meter und überhaupt auf jedes beliebige Mass beziehen, wenn man nur g im ersteren Falle $= 31$, im zweiten $= 9{\cdot}808$ und so überhaupt in dem landesüblichen Masse ausgedrückt substituirt.

228. Um die Gefällshöhe H zu bestimmen, welche vorhanden sein muss, damit eine Röhrenleitung von der Länge L und dem Durchmesser D per Secunde M Kubikfuss Wasser liefere, suche man zuerst aus der vorigen Gleichung (9) die Geschwindigkeit $v = \frac{4M}{\pi D^2}$ und damit die Gefällshöhe H aus (a) oder (a') in Nr. **226**, oder aus (b) in Nr. **227**, d. i. entweder, wenn das Wasser aus dem Behälter ohne Contraction in die Röhren tritt, aus der Formel:

$$H = \left(1 + n\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g},$$

wobei $n = {\cdot}01439 + \frac{{\cdot}01685}{\sqrt{v}}$ ist, oder, wenn das Wasser mit Contraction eintritt, aus der Formel:

$$H = \left(\frac{1}{m^2} + n\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g},$$

wobei n den vorigen Werth hat und $m = {\cdot}83$ ist, oder endlich aus der Formel:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2),$$

wobei $\alpha = {\cdot}00001733$ und $\beta = {\cdot}0001101$, oder auch $\alpha = {\cdot}0000188$ und $\beta = {\cdot}0001083$ ist.

Beispiel. Um diese verschiedenen Werthe wenigstens an einem Beispiele mit einander zu vergleichen, in welchem $D = {\cdot}79$ und $L = 4587$ Fuss ist, ferner $M = 1{\cdot}235$ Kubikfuss sein soll, hat man zuerst aus der Formel (9) für die Geschwindigkeit $v = 2{\cdot}5196$ Fuss und damit aus der letzten Formel für die Gefällshöhe $H = 17{\cdot}35$ oder $H = 17{\cdot}17$ Fuss, je nachdem man für die Coefficienten α und β die ersteren oder letzteren der eben angegebenen Werthe nimmt.

229. Um den Durchmesser D zu bestimmen, welchen eine Röhrenleitung erhalten muss, damit diese bei einem Gefälle $= H$ in jeder Secunde M Kubikfuss Wasser liefere, hat man zuerst, wenn man in die Formel (9) (Nr. **227**) den genäherten Werth für v aus der Formel (8) setzt, und darin noch $35{\cdot}5\,D$ gegen L auslässt:

$$M = {\cdot}7854 \times 46{\cdot}95\,D^2 \sqrt{\left(\frac{HD}{L}\right)} = 36{\cdot}874 \sqrt{\left(\frac{HD^5}{L}\right)}$$

und daraus
$$D = {\cdot}2362 \sqrt[5]{\left(\frac{LM^2}{H}\right)} \ldots (c).$$

Anmerkung. Genauer kann man diesen Durchmesser dadurch finden, dass man in der Gleichung $D = \sqrt{\frac{4M}{\pi v}}$ (welche aus 9 folgt) für v versuchsweise mehrere Werthe annimmt und damit die entsprechenden Werthe von D berechnet. Je zwei zusammengehörige Werthe von v und D setzt man dann in die Gleichung $H = \frac{v^2}{2g} + \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2)$ [Gleich. (b) in Nr. **227**], oder wenn man die Weisbach'schen vorzieht, in jene (a) oder (a') in Nr. **226**, so sind jene Werthe, welche diese Gleichung befriedigen, die wahren Werthe von v und D.

230. Um endlich noch die vortheilhafteste Geschwindigkeit zu finden, bei welcher die Wasserkraft, welche durch eine Röhrenleitung von gegebenen Dimensionen erhalten werden kann, ein Maximum wird, hat man die Wirkungsgrösse der per Secunde mit der Geschwindigkeit v ausfliessenden Wassermenge M, wenn diese durch W bezeichnet wird: $W = \gamma M \frac{v^2}{2g} = \gamma M h$, oder wegen $M = \frac{1}{4}\pi D^2 v$ auch $W = A D^2 h v$, wenn man Kürze halber $\frac{1}{4}\gamma\pi = A$ setzt. Nun folgt aber aus $H = h + z = h + \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2)$ sofort:

$$h = H - \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2),$$

folglich ist

$$W = AD^2\left[Hv - \frac{4L}{D}(\alpha v^2 + \beta v^3)\right]$$

und es muss in dieser Gleichung v so bestimmt werden, dass dafür W am grössten wird. Nun ist aber, wenn man nach der bekannten Regel verfährt:

$$\frac{dW}{dv} = AD^2\left[H - \frac{4L}{D}(2\alpha v + 3\beta v^2)\right] = 0 \quad \text{oder} \quad 2\alpha v + 3\beta v^2 = \frac{DH}{4L}$$

und daraus

$$v = -\frac{\alpha}{3\beta} + \sqrt{\left[\frac{\alpha^2}{9\beta^2} + \frac{1}{12\beta}\cdot\frac{HD}{L}\right]}.$$

Setzt man in diesem Ausdruck für α und β die obigen Werthe (m) aus Nr. **215**, d. i. $\alpha = {\cdot}00001733$ und $\beta = {\cdot}0001101$, so erhält man nahe genug, für die vortheilhafteste Geschwindigkeit, wofür die Wirkung W, weil dafür der 2te Differenzial-Quotient negativ ausfällt, in der That ein Maximum wird:

$$v = -{\cdot}0525 + \sqrt{\left({\cdot}002756 + 756{\cdot}9\,\frac{HD}{L}\right)}.$$

Anmerkung. Diese Entwickelung kann, da man es nicht in seiner Gewalt hat, diese vortheilhafteste Geschwindigkeit herbeizuführen, nur dazu dienen, um sich zu überzeugen (man vergleiche diese Formel mit jener (7) in Nr. **227**), dass diese vortheilhafteste Geschwindigkeit in der Regel immer kleiner als die wirkliche ist, folglich auch das Maximum der Wirkung des durch die Leitung fliessenden Wassers nicht erreicht werden kann.

231. Bestände die Röhrenleitung aus mehreren Stücken, beziehungsweise von den Längen $L, L_1, L_2, \ldots$ den Querschnitten $A, A_1, A_2, \ldots$ den Durchmessern $D, D_1, D_2, \ldots$ in welchen das Wasser mit den Geschwindigkeiten $v, v_1, v_2, \ldots$ fliesst und wären $n, n_1, n_2, \ldots$ die entsprechenden Reibungs-Coefficienten, so müsste man in den Formeln (2) und (3) Nr. **225** statt $n\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$ setzen:

$$n\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}+n_1\frac{L_1}{D_1}\frac{v_1^2}{2g}+n_2\frac{L_2}{D_2}\frac{v_2^2}{2g}+\ldots$$

d. i. wegen $v_1=\frac{D^2}{D_1^2}v$, $v_2=\frac{D^2}{D_2^2}v, \ldots$ sofort:

$$\left(n\frac{L}{D}+n_1\frac{L_1}{D_1}\frac{D^4}{D_1^4}+n_2\frac{L_2}{D_2}\frac{D^4}{D_2^4}+\ldots\right)\frac{v^2}{2g},$$

d. h. also, man muss $n\frac{L}{D}+n_1\frac{L_1}{D_1}\frac{D^4}{D_1^4}+\ldots$ anstatt $n\frac{L}{D}$ setzen.

232. Um die Höhe von springenden Strahlen zu bestimmen, welche durch Röhrenleitungen gespeist werden, muss man, wenn das Mundstück *abcd* (Fig. 130) lang oder sehr eng ist, nicht bloss auf den durch die plötzliche Querschnittsänderung hervorgehenden, sondern auch auf jenen Widerstand Rücksicht nehmen, welcher aus der Reibung beim Durchgange des Wassers durch dieses Mundstück entsteht. Bezeichnet man nämlich die Länge des Mundstückes mit l, ihren Durchmesser mit d und den nach Nr. **219** (Anmerk.) zu bestimmenden Widerstands-Coefficienten für den Eintritt des Wassers mit μ, so muss man nach der eben gemachten Bemerkung (vorige Nr.) in der allgemeinen Formel (2) statt $n\frac{L}{D}$ setzen: $n\frac{L}{D}+n_1\frac{l}{d}\frac{D^4}{d^4}$, und wenn man den Widerstand, welcher beim Eintritte des Wassers in das Mundstück von der allgemeinen Summe $\Sigma(n')$ ausscheidet und für sich hinstellt, $\mu+\frac{A^2}{f^2}$ statt $\frac{A^2}{f^2}\left(=\frac{D^4}{d^4}\right)$ setzen; dadurch erhält man für den vorliegenden Fall, wenn man wieder den kleinen Quotienten $\frac{A^2}{f^2}$ auslässt:

$$H=\frac{v^2}{2g}\left[\frac{A^2}{f^2}+\mu+n\frac{L}{D}+n_1\frac{l}{d}\frac{D^4}{d^4}+\Sigma(n')+\Sigma(n'')+\Sigma(n''')\right]\ldots(10)$$

dabei bezeichnen, wie bereits bemerkt, μ den Widerstands-Coefficienten für den Eintritt des Wassers in das Mundstück (Nr. **219**), $n\frac{L}{D}$ und $n_1\frac{l}{d}$ die Widerstands-Coefficienten für die

Reibung des Wassers an den Wänden der Leitungsröhre und des Mundstückes (Nr. **215** und **216**), n' den Widerstands-Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch irgend eine in der Leitungsröhre befindliche Scheidewand, plötzliche Erweiterung oder Verengung, wozu auch der Eintritt des Wassers aus dem Sammelbehälter in die Röhre gehört, wenn diese nicht nach aufwärts gehörig erweitert ist, ein Ventil u. s. w. (Nr. **217** bis **222**), n'' den Widerstands-Coefficienten durch eine Krümmung (Nr. **223**) und endlich n''' den Widerstands-Coefficienten für den Durchgang des Wassers durch ein Knie (Nr. **224**).

Anmerkung. Was den Coefficienten n_1 betrifft, so kann man diesen, da für gewöhnlich die Geschwindigkeit des Wassers im Mundstück sehr gross ist $n_1 = {}^{\cdot}016$ setzen.

233. Da das Wasser aus der Mündung mit der Geschwindigkeit $\frac{A}{f} v$ ausspringt, so erreicht der Strahl (abgesehen vom Widerstande der Luft) die Höhe $h = \frac{A^2}{f^2} \frac{v^2}{2g}$. Führt man diese Sprunghöhe h in die vorige Formel ein, und setzt Kürze halber die Summe der Glieder

$$\mu + n \frac{L}{D} + n_1 \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} + \Sigma(n') + \Sigma(n'') + \Sigma(n''') = S, \text{ so erhält man}$$

$$(11) \quad H = h\left(1 + \frac{f^2}{A^2} S\right) \text{ und daraus } h = \frac{H}{1 + \frac{f^2}{A^2} S} \ldots (12).$$

Da aus der Gleichung (11) $h = H - h \frac{f^2}{A^2} S$ und (Fig. 131) $ED = EC - CD = H - h = H - (H - h \frac{f^2}{A^2} S) = h \frac{f^2}{A^2} S$ ist, so folgt, dass die Sprunghöhe $CD = h$ um diese Höhe $ED = h \frac{f^2}{A^2} S$ kleiner als die disponible Druckhöhe $CE = H$ ist.

Anmerkung. Denkt man sich die Druckhöhe $CE = H$ im Puncte D so getheilt, dass sich verhält $CD : DE = h : H - h = 1 : \frac{f^2}{A^2} S$, so bezeichnet ED den Verlust an Druckhöhe, d. i. die gesammte Widerstandshöhe, sowie CD die wirksame Druckhöhe oder Sprunghöhe.

Mit Rücksicht darauf, dass der vertical aufsteigende Wasserstrahl, theils wegen des Luftwiderstandes, theils weil die zurückfallenden Wassertheilchen die Bewegung der aufsteigenden hindern, nicht völlig diese Höhe h, sondern die geringere Höhe h_1 erreicht, kann man nach D'Aubuisson für diese Steighöhe setzen

$$h_1 = h\,(1 - {}^{\cdot}0032\,h),$$

wenn man nämlich den Wiener Fuss zur Einheit nimmt.

234. Soll das Wasser aus einer Hauptleitung durch mehrere Nebenleitungen, z. B. durch zwei Zweigröhren geleitet werden, so findet man die Geschwindigkeiten, welche das Wasser in diesen Röhrenleitungen annimmt, auf folgende Weise.

Es sei H die Höhe des Reservoirs über dem Theilungspunct der Leitung, L die Länge und D der Durchmesser der Hauptleitungsröhre, sowie V die Geschwindigkeit des Wassers in derselben. Ferner sei h die Höhe des genannten Theilungspunctes über der Ausflussöffnung der ersten Zweigröhre, sowie l ihre Länge, d ihr Durchmesser und v die Geschwindigkeit des Wassers in derselben; für die zweite Zweigröhre sollen h', l', d' und v' dieselbe Bedeutung haben.

Diess vorausgesetzt ist die am Theilungspunct der Hauptleitung nach Abzug der Widerstandshöhe noch vorhandene wirksame Druckhöhe [**215**, Relat. (2)] $h'' = H - \frac{4L}{D}(\alpha V + \beta V^2)$.

Dagegen ist die zur Bewegung des Wassers im ersten Zweigrohr nöthige Druckhöhe [**227**, Relat. (b)]:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4l}{d}(\alpha v + \beta v^2),$$

sowie jene im zweiten Zweigrohre:

$$h' = \frac{v'^2}{2g} + \frac{4l'}{d'}(\alpha v' + \beta v'^2).$$

Da nun diese 3 Druckhöhen einander gleich sein müssen, so hat man die beiden Gleichungen:

$$h'' = h \quad \text{und} \quad h'' = h'$$

und man darf zu diesen nur noch die Continuitäts-, d. i. die Bedingungs-Gleichung hinzufügen, dass die in der Hauptröhre fliessende Wassermenge gleich sein muss der Summe der Wassermengen, die in den Zweigröhren fortfliessen, d. i. die Gleichung:

$$VD^2 = vd^2 + v'd'^2,$$

um aus diesen 3 Gleichungen die 3 Geschwindigkeiten V, v und v' bestimmen zu können.

Anmerkung. Fliesst das Wasser aus den Zweigröhren (deren Zahl natürlich nicht auf 2 beschränkt zu sein braucht) nicht voll, sondern durch ein Ansatzrohr oder Mundstück vom lichten Durchmesser, beziehungsweise δ und δ' aus, so muss man, wie leicht zu sehen, in den obigen Ausdrücken von h und h' anstatt v^2 und v'^2 sofort $v^2 \frac{d^4}{\delta^4}$ und $v'^2 \frac{d'^4}{\delta'^4}$ setzen.

235. Um schliesslich noch den in irgend einem Querschnitt mn (Fig. 129) einer Röhrenleitung stattfindenden hydraulischen Druck zu finden, sei die diesem Drucke entsprechende Druckhöhe $= \mathfrak{z}$, der lothrechte Abstand des Mittelpunctes des betreffenden Querschnittes mn unter dem oberen Wasserspiegel AB, d. i. $ac = z$, die Länge des Röhrenstückes $Cc = l$ und jene von $cD = L - l = l'$, so ist, wenn man zuerst jenen Theil cD der Leitung betrachtet, welcher zwischen der gedrückten Stelle c und der Ausmündung liegt, in der Gleichung (2) Nr. **225**, in welcher man sich den ersten Theil (nach Anmerk. der erwähnten Nummer) mit $H + h' - h''$ geschrieben denken muss, $\mathfrak{z}$ statt h' und $H - z$ statt H zu setzen. Bezeichnet man ferner noch die Summenzeichen Σ durch Σ_1, insoferne sie sich auf jene Widerstände, als Verengungen u. s. w. beziehen, welche im oberen Theile Cc, dagegen mit Σ_2, insoferne sie sich auf die im unteren Theile cD der Leitung vorkommenden Widerstände beziehen und setzt statt F eine allgemeine Querschnittsfläche a, so hat man für das Stück cD:

$$H - z + \mathfrak{z} - h'' = \frac{v^2}{2g}\left[\frac{A^2}{f^2} - \frac{A^2}{a^2} + n\frac{l'}{D} + \Sigma_2(n') + \Sigma_2(n'') + \Sigma_2(n''')\right] (k).$$

Zieht man nun diese Gleichung von der genannten (2) in Nr. **225** ab, so erhält man für den oberen Röhrentheil, wegen $L - l' = l$ und $\Sigma - \Sigma_2 = \Sigma_1$ sofort:

$$\mathfrak{z} = z + h' - \frac{v^2}{2g}\left[\frac{A^2}{a^2} - \frac{A^2}{F^2} + n\frac{l}{D} + \Sigma_1(n') + \Sigma_1(n'') + \Sigma_1(n''')\right] \ldots (13),$$

d. h. die Druckhöhe, welche dem im Querschnitte a stattfindenden hydraulischen Drucke entspricht, ist gleich der verticalen Tiefe des Mittelpunctes des betreffenden Querschnittes unter dem Wasserspiegel des Behälters, vermehrt um die Wassersäulenhöhe, welche dem auf den Wasserspiegel stattfindenden Drucke entspricht und vermindert um die Summe der Geschwindigkeitshöhe des Wassers im betreffenden Querschnitt und der Widerstandshöhen aller im oberen Theile der Röhre, vom betreffenden Querschnitte an bis zum Behälter vorkommenden Hindernisse.

Ist γ das Gewicht von 1 Kubikfuss Wasser, so ist der hydraulische Druck q auf die Flächeneinheit, d. i. auf 1 Quadratfuss:

$$q = \gamma \mathfrak{z}.$$

236. Für den Fall, als der untere Behälter nicht vorhanden ist und die Röhre mit voller Oeffnung in die freie Luft ausmündet, ferner weder im oberen Behälter noch in der Röhre plötzliche Querschnittsänderungen vorkommen, endlich auch keine Contraction bei der Einmündung der Röhre stattfindet, hat man für den hydraulischen Druck auf die Flächeneinheit in irgend einem Puncte des Behälters, wegen $a = F$ und $n = n' = \ldots = 0$ sofort:

$$q = \gamma \mathfrak{z} = \gamma z + \gamma h';$$

dagegen für irgend einen Querschnitt der Röhre, z. B. bei c (Fig. 132) wegen $a = A$, und wenn man den in der Regel sehr kleinen Quotienten $\frac{A^2}{F^2}$ wieder auslässt:

$$q = \gamma z + \gamma h' - \gamma \left(1 + n\frac{l}{D}\right)\frac{v^2}{2g},$$

oder da für diesen Fall die Gleich. (3) in Nr. **225** in $H = \frac{v^2}{2g}\left(1 + n\frac{L}{D}\right)$ übergeht, woraus $\frac{v^2}{2g} = \frac{H}{1 + n\frac{L}{D}}$ folgt, auch:

$$q = \gamma h' + \gamma z - \gamma H \frac{1 + n\frac{l}{D}}{1 + n\frac{L}{D}} \ldots (14).$$

Da dieser Quotient $1 + n\frac{l}{D} : 1 + n\frac{L}{D}$, besonders wenn l nicht sehr verschieden von L ist, also namentlich für die unteren Querschnitte der Leitung, nahe $= \frac{l}{L}$ ist, so hat man auch sehr nahe:

$$q = \gamma h' + \gamma \left(z - \frac{l}{L} H\right) \ldots (15).$$

Anmerkung. Findet in einer horizontalen Röhrenleitung keine plötzliche Verengung oder Erweiterung, sowie auch keine Contraction beim Eintritt des Wassers statt, so ist, wenn die Röhre mit voller Oeffnung in die freie Luft ausmündet, nach der Formel (k) in Nr. **235**, wegen $f = a = A$, $n' = n'' = \ldots = 0$ und $z = H$ sofort:

$$\mathfrak{z} - h'' = n\frac{l'}{D}\frac{v^2}{2g},$$

so dass also der Ueberschuss des inneren Wasserdruckes (oder wenn man den Druck der Atmosphäre, da er, wenn es sich z. B. um die Bestimmung der Wanddicke handelt, von innen und aussen gleich stark ist und sich aufhebt, unberücksichtigt lässt, sofort der hydraulische Druck) an dem betreffenden Querschnitt, dem Drucke einer Wassersäule gleich kommt, welche nothwendig ist, um die Reibung des Wassers in jenem Theile der Röhre, welcher zwischen der gedrückten Stelle und der Ausmündung liegt, zu überwinden. Dieser Druck wächst also genau wie die Entfernung der gedrückten Stelle von der Ausmündung, in welchem Puncte selbst er gleich Null ist.

Ist dagegen die Ausmündung verengt und vernachlässigt man den Röhrenwiderstand, so folgt wieder aus derselben Formel (k), wegen $a = A$:

$$\mathfrak{z} - h'' = \frac{A^2}{f^2}\frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} = H - h \text{ oder } \gamma(\mathfrak{z} - h'') = \gamma(H - h),$$

d. h. der Ueberschuss dieses Druckes, oder wenn man den atmosphärischen Druck $\gamma h''$ unberücksichtiget lässt, der hydraulische Druck, ist in diesem Falle in der ganzen Röhre derselbe, und zwar gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Höhe die um die Geschwindigkeitshöhe des fliessenden Wassers verminderte Druckhöhe ist. (Vergleiche §. 371.)

237. Ist B (Fig. 132) jener Punct des Wasserspiegels, welcher lothrecht über der Einmündung C der Röhre liegt, und zieht man die Gerade BD, so werden in der Regel die Stücke Bb und BD sehr wenig von jenen Cc und CD, d. i. von l und L verschieden sein, so dass man nahe $\frac{Bb}{BD} = \frac{l}{L}$, und wegen $ab : ED = Bb : BD$ auch $ab = \frac{Bb}{BD} ED = \frac{l}{L} H$ setzen kann.

Da nun $ac = z$ ist, so wird nahe $bc = z - \frac{l}{L} H$, folglich nach der letzten Gleichung (15) der hydraulische Druck q in c sehr nahe gleich $\gamma h' + \gamma . bc$, d. i. gleich dem hydrostatischen Drucke einer oben offenen Wassersäule von der Höhe bc sein, auf deren obere Fläche also noch der athmosphärische Druck $\gamma h'$ wirkt.

Würde man daher die Röhre c an der obern Seite durchbohren und auf diese Oeffnung ein oben offenes Rohr (einen sogenannten Piëzometer oder Druckmesser) aufsetzen, so würde das Wasser darin bis auf die Höhe b steigen und sonach den in diesem Puncte der Leitung stattfindenden hydraulischen Druck messen oder angeben (§. 372, Anmerkung 2).

Macht man die über B gezogene Verticale $BF = h'$, d. i. gleich der Höhe einer mit dem Luftdrucke im Gleichgewichte stehenden Wassersäule (also nahe = 32 Fuss) und zieht FG parallel mit BD, so wird der in c herrschende hydraulische Druck q mit Inbegriff des atmosphärischen durch das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe cN ausgedrückt, oder es ist $q = \gamma . Nc$. (Vergleiche auch die Anmerkungen zu §. 372.)

Anmerkung. Liegt der betreffende Punct c in b, so ist $bc = 0$ und $q = \gamma h' = \gamma . Nb$. Liegt c in N, so ist $bc = -bN = -h'$ und $q = 0$. Könnte c über N z. B. in c' liegen, was z. B. der Fall wäre, wenn die Leitung die Form $Cc'D$ hätte, so wäre cN, also auch der Druck q negativ.

Es ist jedoch leicht zu sehen, dass die Gerade FG die Grenze ist, über welche hinaus kein Punct der Leitung liegen, ja dass man selbst nicht einmal so weit gehen darf, wenn der Ausfluss durch die Leitung möglich sein soll.

Theilt man die ganze Druckhöhe $ED = H$ in die beiden Höhen $EH = h_1$ und $HD = h_2$, wovon also die erstere dem Zuflussbehälter oder Reservoir und die letztere der Röhre zukommt, so ist, wenn die Röhre ohne alle Verengungen und Biegungen in die freie Luft ausmündet, nach Gleichung (3) in Nr. **225**:

$$H = h_1 + h_2 = \frac{v^2}{2g} + n\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g},$$

oder wenn man für den Reibungswiderstand den Ausdruck (2) in Nr. **215** wählt, auch:
$$h_1 + h_2 = \frac{v^2}{2g} + \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2).$$

Damit nun das Wasser den Querschnitt der Röhre völlig ausfülle oder mit vollem Querschnitt ausfliesse, muss das Reservoir eine hinlängliche Quantität Wasser in die Röhre drücken, was nur geschieht, wenn $h_1 > \frac{v^2}{2g}$ also $h_2 < \frac{4L}{D}(\alpha v + \beta v^2)$ ist, eine Bedingung, welche ohne Reibungswiderstand gar nicht möglich wäre, indem das Wasser eine gleichförmig beschleunigte Bewegung annehmen würde.

Diese Bedingungen kann man, wenn sie nicht ohnehin schon vorhanden sind, dadurch herbeiführen, dass man entweder das Reservoir tiefer, also h_1 grösser macht, oder die Leitung unter Wasser ausmünden lässt und dadurch h_2 vermindert.

So beträgt in dem Beispiele 1 in §. 369 die Widerstandshöhe der $764\frac{1}{2}$ Klafter langen Leitung nahe 16·73 und die ganze Gefällshöhe 16·83 Fuss, also die wirksame Druckhöhe $\frac{1}{10}$ Fuss, in Folge welcher das Wasser nahe mit $2\frac{1}{2}$ Fuss Geschwindigkeit aus der Leitung ausfliesst. Würde man nun die Druckhöhe des Reservoirs $h_1 < \frac{1}{10}$, also jene der Leitung $h_2 > 16{\cdot}73$ Fuss nehmen, so würde das Wasser, da es in der Leitung eine beschleunigte Bewegung erhielte, nicht mehr mit vollem Querschnitte in die freie Luft ausfliessen.

Von dem Stosse eines isolirten Wasserstrahles.

(§. 377.)

238. Um die Pressungen oder den hydraulischen Druck eines Wasserstrahles zu finden, welcher in einer bestimmten Richtung und mit einer gewissen constanten Geschwindigkeit gegen die Oberfläche eines festen Körpers trifft, sei allgemein CM (Fig. 133) die Richtung und V die Geschwindigkeit des an die Fläche AMB stossenden isolirten Strahles; MD die Richtung und v die Geschwindigkeit, nach und mit welcher diese Fläche gleich-