

herbeigeführt, sondern auch für die aufwärts liegenden Werke die Gefälle vermindert und diese in ihrem Betriebe gestört werden können.

Obschon die genaue Bestimmung dieser Stauweite ziemlich weitläufige Entwicklungen erfordert, so kann man diese für gewöhnlich doch ganz einfach und genau genug durch  $h \cot. \alpha$  ausdrücken, wenn  $h$  die Stauhöhe und  $\alpha$  den Neigungswinkel bezeichnet, welchen die Wasserfläche vor dem Wehr oder Einbau mit dem Horizont bildet.

### Ausfluss bei veränderlicher Druckhöhe.

(§. 358.)

**198.** Es sei  $AOB$  (Fig. 104) der verticale Durchschnitt eines z. B. mit Wasser bis  $AB$  gefüllten Gefässes von veränderlichem Querschnitt und mit einer horizontalen Bodenöffnung  $ab$  versehen. Nimmt man an, der Wasserspiegel  $AB$  sei während der Zeit  $t$ , diese vom Augenblicke an gerechnet, als der Ausfluss beginnt, bis  $MM'$  und dann in dem darauf folgenden Zeitelemente  $dt$  bis  $mm'$  gesunken; nimmt man ferner die durch den tiefsten Punct  $O$  gezogene Verticallinie  $OC$  zur Abscissenachse und setzt  $OC = h$ ,  $OP = x$  also  $Pp = dx$ , so kann man die Druckhöhe  $x$  während der Zeit  $dt$ , d. i. während der Spiegel um  $Pp = dx$  herabsinkt, und folglich die momentane Ausflussgeschwindigkeit als constant ansehen, und man erhält daher, wenn  $a$  die Fläche der Ausflussöffnung ist und dabei wieder vorausgesetzt wird, dass dieselbe gegen die freie Oberfläche des Wassers sehr klein ist (Nr. 189), für die theoretische in der Zeit  $dt$  ausfliessende Wassermenge (§. 344):

$$dM = a dt \sqrt{2gx}.$$

Ist aber die Querschnittsfläche des Gefässes an dieser Stelle  $MM' = U$ , so ist auch  $dM = U dx$ , folglich mit Rücksicht darauf, dass  $x$  abnimmt, wenn  $t$  zunimmt ( $dx$  und  $dt$  daher verschiedene Zeichen erhalten müssen), die Gleichung der Continuität (Nr. 187):

$$(\alpha) \dots a dt \sqrt{2gx} = - U dx, \text{ woraus } dt = - \frac{U x^{-\frac{1}{2}} dx}{a \sqrt{2g}} \text{ folgt.}$$

Die Zeit, während welcher der Wasserspiegel von der Höhe  $h$  auf jene  $h'$  herabgeht, ist daher:

$$t = - \frac{1}{a \sqrt{2g}} \int_h^{h'} U x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{a \sqrt{2g}} \int_{h'}^h U x^{-\frac{1}{2}} dx \dots (1).$$

Da für die Entleerungszeit  $T$ ,  $h' = 0$  gesetzt werden muss, so ist

$$T = \frac{1}{a\sqrt{2g}} \int_0^h Ux^{-\frac{1}{2}} dx \dots (2).$$

Anmerkung. Was die durch diese Relation (2) ausgedrückte Entleerungszeit  $T$  anbelangt, so darf diese für die Anwendung, natürlich mit Einführung des Reductions-Coefficienten (indem  $na$  statt  $a$  zu setzen ist) mehr nur als genäherter Werth angesehen werden, indem die der Entwicklung dieser Formel stillschweigend zum Grunde liegende Bedingung, dass beim allmähigen Herabsinken des Wasserspiegels, selbst wenn die Druckhöhe schon unendlich klein geworden, keine Störungen durch Einsenkungen oder Wirbeln in der Mitte desselben entstehen, in der Wirklichkeit niemals vorhanden ist. Eine genügende Uebereinstimmung der Formel (1) für die Zeit  $t$  mit den Beobachtungen findet daher nur in solange statt, als sich beim Herabsinken des Wasserspiegels derselbe noch um eine gewisse Höhe über der Ausflussöffnung befindet.

**199.** Ist der Querschnitt des Gefässes constant und  $= A$ , so hat man nach der Formel (1):

$$t = \frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_{h'}^h x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{h'})$$

(§. 359, Gleichung 2) und nach der Formel (2):

$$T = \frac{A}{a\sqrt{2g}} \int_0^h x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \sqrt{h}$$

(§. 358, Gleichung 1).

**200.** Ist das Gefäss durch Umdrehung der Curve  $AMO$  um die Achse  $CO$  entstanden, so ist, wenn man die zu  $x$  gehörige Ordinate  $PM = y$  setzt,  $U = y^2\pi$ , wodurch die vorigen Gleichungen (1) und (2) in die nachstehenden übergehen:

$$(3) \quad t = \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} \int_{h'}^h y^2 x^{-\frac{1}{2}} dx \quad \text{und} \quad (4) \quad T = \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} \int_0^h y^2 x^{-\frac{1}{2}} dx.$$

**201.** So hat man z. B. wenn  $AMO$  eine gerade Linie ist, für den Ausfluss aus einem kegelförmigen Gefässe, vom Halbmesser  $CA = CB = r$  und der Höhe  $CO = h$ , nach diesen

Formeln (3) und (4), wegen  $y = \frac{r}{h}x$  sofort:

$$t = \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} \cdot \frac{r^2}{h^2} \int_{h'}^h x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} \frac{r^2}{h^2} (h^2\sqrt{h} - h'^2\sqrt{h'})$$

und

$$T = \frac{2}{5} \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} r^2 \sqrt{h} = \frac{6}{5} \frac{V}{a\sqrt{2gh}},$$

wenn man nämlich den Inhalt des Gefässes  $\frac{1}{3}r^2\pi h = V$  setzt.

Würde die Druckhöhe  $h$  nicht abnehmen, so würde ein gleiches Volumen  $V$  schon in der Zeit  $T' = \frac{V}{a\sqrt{2gh}}$  ausfliessen, also ist  $T = \frac{2}{3}T'$ .

**202.** Ist die Curve  $AMO$  ein Kreisbogen vom Halbmesser  $r$ , also das Gefäss kugelförmig, so ist wegen  $y^2 = 2rx - x^2$ , nach der Formel (3):

$$t = \frac{\pi}{a\sqrt{2g}} \int_x^{h'} x^{-\frac{1}{2}} dx (2rx - x^2), \text{ d. i.}$$

$$t = \frac{2\pi}{a\sqrt{2g}} \left[ \frac{2}{3} r (h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}) - \frac{1}{5} (h^{\frac{5}{2}} - h'^{\frac{5}{2}}) \right]$$

und nach der Formel (4), die ganze Ausflusszeit:

$$T = \frac{2\pi}{a\sqrt{2g}} \left( \frac{2}{3} r h^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{5} h^{\frac{5}{2}} \right).$$

Für die volle Halbkugel wird wegen  $h = r$ :

$$T = \frac{14}{15} \frac{\pi r^{\frac{5}{2}}}{a\sqrt{2g}} = \frac{7}{5} \frac{V}{a\sqrt{2rg}},$$

wenn man den Inhalt  $\frac{2}{3}r^3\pi = V$  setzt.

Für die ganze gefüllte Kugel wird, wegen  $h = 2r$ :

$$T = \frac{16}{15} \frac{\pi V \sqrt{2}}{a\sqrt{2g}} r^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{5} \frac{V \sqrt{2}}{a\sqrt{2rg}} V,$$

wenn man den Inhalt der Kugel  $\frac{4}{3}r^3\pi = V$  setzt.

Anmerkung. Es unterliegt keinem Anstande, auf dem angedeuteten Wege noch die Ausflusszeit aus vielen anderen regelmässigen Gefässen zu finden. Bei irregulären Gefässen muss man zur Näherungsmethode Zuflucht nehmen.

Auch versteht es sich von selbst, dass man, um auf die wirkliche Ausflussmenge überzugehen, in allen diesen Formeln wieder  $na$  für  $a$  setzen muss, wenn  $n$  den entsprechenden Contractions- oder Reductions-Coefficienten bezeichnet.

Endlich lässt sich mit Hilfe der obigen Gleichung (1) in Nr. 198 auch die in der Zeit  $t$  ausfliessende Wassermenge  $M = \int_{h'}^h U dx$  finden. So ist z. B. für jenen Fall (Nr. 199), in welchem der Querschnitt des Gefässes constant, nämlich  $U = A$  ist, sofort  $M = A \int_{h'}^h dx = A(h - h')$ . Drückt man nun aus dem für diesen Fall gefundenen Werth von

$$t = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{h'})$$

die Höhe  $h'$  aus und setzt dessen Werth in den vorigen Ausdruck von  $M$ , so

$$\text{erhält man auch: } M = at\sqrt{2gh} - \frac{a^2 t^2 g}{2A},$$

in welchem Ausdrücke der erste Theil offenbar nichts anderes, als die in der Zeit  $t$  ausfliessende Wassermenge bei einer constanten Druckhöhe  $h$  ist.

**203.** Um endlich auch ein Beispiel für den Ausfluss aus einem irregulären Gefässe zu entwickeln, wollen wir die obigen Formeln auf das Ausleeren von Teichen anwenden.

Da sich in diesem Falle das bestimmte Integral  $\int_h^0 \frac{U}{\sqrt{x}} dx$  der Formel (1) in Nr. 198, indem man  $U$  nicht als eine bestimmte Function von  $x$  ausdrücken kann, nur näherungsweise und zwar am besten nach der Simpson'schen Formel (siehe auch §. 214) berechnen lässt, so theile man die Höhe  $h-h'$ , um welche der Wasserspiegel während der Zeit  $t$  herabsinkt, in  $n$  gleiche Theile, und denke sich durch die entstehenden Theilungspunkte  $0, 1, 2, \dots, n$  (von  $h'$  aufwärts bis  $h$  gezählt) horizontale Schnitte gelegt, bezeichne die Flächeninhalte dieser Querschnitte durch  $U_0, U_1, U_2, \dots, U_n$ , sowie die Abstände derselben von  $0$  aufwärts gezählt durch  $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$ , wobei im obigen Integrale  $h_0$  und  $h_n$  statt  $h'$  und  $h$  zu setzen ist; so hat man in der Voraussetzung, dass  $n$  gerade ist, nach dieser Formel, wenn man  $\frac{U}{\sqrt{x}} = y_1$  setzt, wodurch also

$$y_0 = \frac{U_0}{\sqrt{h_0}}, \quad y_1 = \frac{U_1}{\sqrt{h_1}}, \quad \dots, \quad y_n = \frac{U_n}{\sqrt{h_n}}$$

wird, sofort:

$$t = \frac{h_n - h_0}{3na\sqrt{2g}} \left[ \frac{U_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{U_n}{\sqrt{h_n}} + 4 \left( \frac{U_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{U_3}{\sqrt{h_3}} + \dots + \frac{U_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}}} \right) + 2 \left( \frac{U_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{U_4}{\sqrt{h_4}} + \dots + \frac{U_{n-2}}{\sqrt{h_{n-2}}} \right) \right].$$

Ebenso erhält man aus der Relation  $M = \int_{h_0}^{h_n} U dx$  für die in dieser Zeit  $t$  ausfließende Wassermenge den genäherten Ausdruck:

$$M = \frac{h_n - h_0}{3n} [U_0 + U_n + 4(U_1 + U_3 + \dots + U_{n-1}) + 2(U_2 + U_4 + \dots + U_{n-2})],$$

oder auch nach der Relation  $M = a\sqrt{2g} \int_0^t \sqrt{x} dt$ , wenn man in der Simpson'schen Formel  $y = \sqrt{x}$ , also  $y_0 = \sqrt{h_0}$ ,  $y_1 = \sqrt{h_1}$ , ..  $y_n = \sqrt{h_n}$  setzt, und wieder  $n$  als gerade annimmt:

$$M = \frac{1}{3} a\sqrt{2g} \cdot \frac{t}{n} [\sqrt{h_0} + \sqrt{h_n} + 4(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_3} + \dots + \sqrt{h_{n-1}}) + 2(\sqrt{h_2} + \sqrt{h_4} + \dots + \sqrt{h_{n-2}})].$$

Dabei darf man nur, wenn die Zeit  $t$  von dem Augenblicke an gezählt wird, in welchem der Wasserspiegel noch die Höhe  $h_n = h$  hat, die den gleichen Zeitintervallen von  $\frac{t}{n}$  entsprechenden Wasserstände  $h_{n-1}, h_{n-2}, \dots, h_2, h_1, h_0 = h'$  beobachten.

204. Erhält das Gefäss einen beständigen Zufluss von  $m$  Kubikfuss per Secunde oder in der Zeiteinheit, so verwandelt sich die Relation ( $\alpha$ ) in Nr. 198, da jetzt während dem Zeitelement  $dt$  nicht bloss die Schichte  $Udx$ , sondern auch noch die Wassermenge  $mdt$  ausfliesst, in die folgende:

$$a dt \sqrt{2gx} = -Udx + mdt,$$

woraus: 
$$dt = \frac{-Udx}{-m + a\sqrt{2gx}} \text{ folgt.}$$

Für ein prismatisches Gefäss von dem constanten Querschnitt  $U = A$  erhält man also für die Zeit, während welcher der Wasserspiegel von der Höhe  $h$  auf jene  $h'$  herabgeht:

$$t = A \int_{h'}^h \frac{dx}{-m + a\sqrt{2gx}},$$

oder wenn man  $x^{\frac{1}{2}} = y$ , also  $dx = 2y dy$  setzt und in der bekannten Integralformel  $\int \frac{y dy}{a + by} = \frac{y}{b} - \frac{a}{b^2} \log n(a + by)$  gehörig substituirt, sofort:

$$t = 2A \left[ \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{a\sqrt{2g}} + \frac{m}{2ga^2} \log n. \left( \frac{-m + a\sqrt{2gh}}{-m + a\sqrt{2gh'}} \right) \right] \dots (1)$$

(§. 360, Anmerkung).

Da man für die Entleerungszeit  $T$  wieder  $h' = 0$  setzen muss, so erhält man (wieder annäherungsweise):

$$T = 2A \left[ \frac{\sqrt{h}}{a\sqrt{2g}} + \frac{m}{2ga^2} \log n. \left( 1 - \frac{a}{m} \sqrt{2gh} \right) \right] \dots (2).$$

Ist nun die beständig zufließende Wassermenge  $m = a\sqrt{2gh}$ , so verwandelt sich die logarithmische Grösse in  $\log. o$ , und da dieser Logarithmus, folglich auch  $T$  imaginär wird, so ist diess ein Zeichen, dass unter diesen Umständen der Wasserspiegel nicht herabsinken, das Gefäss also niemals leer werden kann.

Anmerkung. Um überhaupt die Höhe  $h'$  zu finden, bis zu welcher der Wasserspiegel sinken muss, damit das ausfließende Wasserquantum dem zufließenden gleich wird, von welchem Momente an dann der Wasserspiegel constant bleibt, hat man aus  $m = a\sqrt{2gh'}$  die gesuchte Höhe

$$h' = \frac{m^2}{2ga^2} \dots (\beta).$$

Um also die Zeit zu finden, während welcher der Wasserspiegel so weit herabsinkt, um dann constant zu bleiben, muss man diesen Werth von  $h'$  in der vorigen Formel (1) substituiren. Da jedoch dafür die Formel  $t = \infty$  gibt, so ist diess ein Beweis, dass sich der Wasserspiegel in aller Strenge niemals auf dieser Höhe  $h'$  unveränderlich erhält, sondern sich dieser Grenze in unendlich kleinen Oscillationen nähert, die jedoch für die Wirk-

lichkeit als verschwindend erscheinen. Da übrigens die obige Gleichung ( $\beta$ ) den Werth von  $h'$  auch  $> h$  geben kann, so muss der Wasserspiegel, anstatt um die genannte Grenze zu erreichen, zu fallen, vielmehr steigen, in welchem Falle in der Formel (1) nur  $h'$  mit  $h$  vertauscht werden darf, weil das Integrale in diesem Falle von  $h$  bis  $h'$  genommen werden muss.

Endlich versteht es sich wieder von selbst, dass, um auf die wirkliche Ausflussmenge überzugehen, hier wie überall statt der Ausflussöffnung  $a$  das Product  $na$  gesetzt werden muss, wenn  $n$  den betreffenden Contractions- oder Reductions-Coefficienten bezeichnet.

**205.** Befindet sich bei Voraussetzung eines Gefässes von durchaus gleicher Weite die Ausflussöffnung in einer verticalen Seitenwand  $BC$  (Fig. 105), so sei, um hier nur den einfachsten Fall zu behandeln, diese bis zum Wasserspiegel reichende Oeffnung ein Rechteck von der horizontalen Breite  $b$  und verticalen Höhe  $h$ , so dass also der Ausfluss über einen Ueberfall stattfindet.

Ist nun der Wasserspiegel, welcher wieder als sehr bedeutend gegen die Ausflussöffnung vorausgesetzt wird, während der Zeit  $t$  von der Höhe  $AB = h$  bis auf jene  $AM = x$  herabgesunken, so sinkt er in dem darauf folgenden Zeitelement  $dt$  noch um  $Mm = dx$  und man hat nach Nr. 195 für die während dieser Zeit ausfliessende theoretische Wassermenge:

$$dM = \frac{2}{3} b x dt \sqrt{2gx}.$$

Da aber, wenn der horizontale Querschnitt des Gefässes  $= A$  ist, dieselbe Wassermenge auch durch  $A dx$  ausgedrückt wird, so hat man, mit Rücksicht auf die Zeichen von  $dx$  und  $dt$ :

$$\frac{2}{3} b x dt \sqrt{2gx} = - A dx,$$

woraus sofort  $dt = -\frac{3}{2} \frac{A}{b\sqrt{2g}} x^{-\frac{3}{2}} dx$  folgt.

Um daher die Zeit zu finden, während welcher der Wasserspiegel von der Höhe  $h$  auf jene  $h'$  herabgeht, hat man durch Integration, wenn man gleich das Zeichen ändert, folglich die Grenzen umkehrt:

$$t = \frac{3}{2} \frac{A}{b\sqrt{2g}} \int_{h'}^h x^{-\frac{3}{2}} dx = -3 \frac{A}{b\sqrt{2g}} \left( \frac{1}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{h'}} \right),$$

oder  $t = \frac{3A}{b\sqrt{2g}} \left( \frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right).$

(Man vergleiche §. 361.)

Dabei ist die in der Zeit  $t$  ausgeflossene Wassermenge  $M = A(h - h')$ .

Drückt man aus dieser Gleichung  $h'$  aus und setzt den gefundenen Werth in der vorhergehenden Relation für  $t$ , so erhält man für die zum Ausfluss einer bestimmten theoretischen Wassermenge  $M$  nöthige Zeit den Ausdruck:

$$t = \frac{3A}{b\sqrt{2g}} \left( \frac{1}{\sqrt{h - \frac{M}{A}}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right).$$

Ist das Gefäss unregelmässig, so lässt sich die Ausflussmenge wieder näherungsweise nach demselben Verfahren, welches oben in Nr. 203 angewendet wurde, berechnen.

Theilt man nämlich die Höhe  $h - h'$ , die wir wieder durch  $h_n - h_0$  bezeichnen, in  $n$  gleiche Theile, wo  $n$  eine gerade Zahl sein soll, und berechnet die den Höhen  $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$  entsprechenden horizontalen Querschnittsflächen  $U_0, U_1, \dots, U_n$ , so findet man ganz einfach:

$$t = \frac{h - h'}{2nb\sqrt{2g}} \left[ \frac{U_0}{h_0\sqrt{h_0}} + \frac{U_n}{h_n\sqrt{h_n}} + 4 \left( \frac{U_1}{h_1\sqrt{h_1}} + \frac{U_3}{h_3\sqrt{h_3}} + \dots + \frac{U_{n-1}}{h_{n-1}\sqrt{h_{n-1}}} \right) + 2 \left( \frac{U_2}{h_2\sqrt{h_2}} + \frac{U_4}{h_4\sqrt{h_4}} + \dots + \frac{U_{n-2}}{h_{n-2}\sqrt{h_{n-2}}} \right) \right]$$

$$\text{und} \quad M = \frac{h - h'}{3n} [U_0 + U_n + 4(U_1 + U_3 + \dots + U_{n-1}) + 2(U_2 + U_4 + \dots + U_{n-2})].$$

Auch ist, wenn man die nach den gleichen Zeitintervallen  $\frac{t}{n}$  stattfindenden Wasserstände  $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$  beobachtet hat (wobei immer  $n$  als gerade vorausgesetzt wird), wegen  $M = \frac{3}{2}b\sqrt{2g} \int_0^t x^{\frac{3}{2}} dt$ , wieder näherungsweise:

$$M = \frac{3}{2}b\sqrt{2g} \cdot \frac{t}{3n} [h_0\sqrt{h_0} + h_n\sqrt{h_n} + 4(h_1\sqrt{h_1} + h_3\sqrt{h_3} + \dots + h_{n-1}\sqrt{h_{n-1}}) + 2(h_2\sqrt{h_2} + h_4\sqrt{h_4} + \dots + h_{n-2}\sqrt{h_{n-2}})].$$

**206.** Stehen in zwei communicirenden Gefässen  $AD$  und  $df$  (Fig. 106), bevor die Communication, z. B. durch das Oeffnen eines Hahnes hergestellt ist, auf ungleicher Höhe  $AB, ab$ , so findet man die Zeit, binnen welcher nach Herstellung der Communication beide Wasserspiegel gleich hoch stehen, auf folgende Weise.

Es seien nämlich sowohl die beiden Gefässe  $AD, df$  als auch das Verbindungsrohr prismatisch oder cylinderisch und ihre constanten Querschnitte beziehungsweise  $A, A', a$ ; ferner sei während der Zeit  $t$ , diese von dem Augenblicke an gezählt, als die Communication hergestellt worden, der Wasserspiegel  $AB$  bis  $MN$  gesunken und jener  $ab$  bis  $mn$  gestiegen und dafür

$DN = x$ ,  $dm = y$ ,  $DB = h$  und  $da = h'$ ; so wird im nächst darauf folgenden Zeitelement  $dt$  der erstere noch um  $dx$  fallen und der letztere um  $dy$  steigen, so dass also, mit Rücksicht darauf, dass  $x$  abnimmt, während  $y$  zunimmt, oder umgekehrt (wodurch  $dx$  und  $dy$  entgegengesetzte Zeichen erhalten):

$$A'dy = -A dx \text{ und } (§. 362) A dx = -a dt \sqrt{2g(x-y)}.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen integrirt gibt

$$A'y = C - Ax,$$

oder da für  $x = h$ ,  $y = h'$  sein soll, daher die Constante

$$C = Ah + A'h'$$

wird, auch:  $Ax + A'y = Ah + A'h' \dots (m)$ .

Bestimmt man aus dieser Gleichung  $y$ , setzt diesen Werth in die zweite der vorigen Differenzial-Gleichungen und integrirt diese, so erhält man:

$$dt = -\frac{AV A'}{a\sqrt{2g}} dx [(A + A')x - (Ah + A'h')]^{-\frac{1}{2}}$$

und  $t = C - \frac{2AV A'}{a(A + A')\sqrt{2g}} V[(A + A')x - (Ah + A'h')]$ ,

oder da für  $t = 0$ ,  $x = h$  sein muss, also die Constante

$$C = \frac{2AV A'}{a(A + A')\sqrt{2g}} V[A'(h - h')] \text{ wird, auch:}$$

$$t = \frac{2AV A'}{a(A + A')\sqrt{2g}} \left[ V[A'(h - h')] - V[(A + A')x - Ah - A'h'] \right]$$

als diejenige Zeit, während welcher der Wasserspiegel  $AB$  bis  $MN$  sinkt, oder jener  $ab$  bis  $mn$  steigt.

Ist nun die gesuchte Zeit, in welcher beide Spiegel gleich hoch stehen =  $T$ , so muss man, um  $T$  zu erhalten, in der vorigen Gleichung  $x = y = \frac{Ah + A'h'}{A + A'}$  (aus Gleichung  $m$ ) setzen; dadurch erhält man, nach gehöriger, einfacher Reduction:

$$T = \frac{2AA'V(h + h')}{a(A + A')\sqrt{2g}},$$

wobei wieder, wenn eine Contraction stattfindet,  $na$  statt  $a$  zu setzen ist (§. 365).

### Ausfluss aus einem Gefäss, welches irgend eine geradlinige, veränderliche Bewegung besitzt.

207. Wird das Gefäss  $AD$  (Fig. 107), welches eine schwere, incompressible Flüssigkeit enthält, in der Richtung  $RS$  mit einer veränderlichen Geschwindigkeit, welche am Ende der Zeit  $t$