Da nun $h_1 + h_2 + h_3 + .. = h$ ist, so folgt:

$$h = \frac{M^2}{2g}\left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_3^2} + \ldots + \frac{1}{a^2}\right),$$

folglich:
$$M = \sqrt{\left(\frac{2gh}{\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \ldots + \frac{1}{a^2}}\right)}.$$

Sind alle Oeffnungen gleich gross, nämlich $= a$, und ihre Anzahl $= n$, so erhält man:

$$M = a\sqrt{\left(\frac{2gh}{n}\right)},$$

so dass also bei derselben Druckhöhe h die ausfliessende Wassermenge M um so kleiner wird, je grösser n, d. i. die Anzahl der Oeffnungen ist.

Anmerkung 1. Um (im Falle die Oeffnungen nicht so erweitert und abgerundet sind, dass keine Contraction stattfindet) die Contraction dabei zu berücksichtigen, muss man wieder $m_1 a_1$, $m_2 a_2$, .. ma statt a_1, a_2, .. a setzen, wenn m_1, m_2, .. m die entsprechenden Coefficienten sind.

Anmerkung 2. Münden die oben geschlossenen Gefässe, wie in Fig. 99 a, ohne Zwischenwände ineinander ein und nehmen diese in der Weite vom ersten bis zum letzten immer mehr ab, so dass das letzte Gefäss das engste ist, so darf man in der obigen Formel (δ) (Nr. **192**) nur $a_1 = a_2 = A_1$, $a_3 = A_2$, $a_4 = a_n = A_3 = A_{n-1}$ setzen. Man erhält dadurch, $h' = h''$ genommen:

$$h = \frac{v_1^2 a_1^2}{2g}\left[\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_3^2} + \frac{1}{a_4^2} - \frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_3^2} - \frac{1}{a_4^2}\right] = \frac{v_1^2}{2g},$$

so dass also die Zwischengefässe auf die Druck- oder Geschwindigkeitshöhe der letzten Ausflussöffnung a_1 keinen Einfluss haben, oder die einmal gewonnene Geschwindigkeit nicht mehr verloren geht.

Befindet sich dagegen, wie in Fig. 99 b, zwischen dem letzten Gefäss ein engeres, so dass man für die dargestellte Anordnung $a_1 = A_1$, $a_2 = a_3 = A_2$ und $a_4 = A_3$, folglich aus der genannten Formel $h = \frac{v_1^2}{2g}\frac{a_1^2}{a_2^2}$ erhält, so folgt, weil $\frac{a_1}{a_2} v_1$ die der Ausflussöffnung a_2 entsprechende Geschwindigkeit ist, dass die erforderliche Druckhöhe h nicht nach der, der letzten Ausflussöffnung a_1, sondern nach jener, der engsten Oeffnung $a_2 = a_3$ zukommenden Geschwindigkeit, wovon wieder ein Theil verloren geht, bemessen oder bestimmt werden muss.

Seitenausfluss bei geringen Druckhöhen.

(§. 354.)

194. Befindet sich die Ausflussöffnung in einer verticalen Wand und denkt man sich die Oeffnung in unendlich viele und schmale horizontale Streifen getheilt, so wird für einen solchen, um die Tiefe x unter dem Wasserspiegel liegenden Streifen von der Breite $= y$, also Flächeninhalt $= y\,\mathrm{d}x$ in der Zeiteinheit, bei constantem Wasserspiegel die Wassermenge $y\,\mathrm{d}x\sqrt{2gx}$ ausfliessen. Hieraus folgt nun für die aus der ganzen Oeffnung in der Zeiteinheit ausfliessende Wassermenge:

$$M = \int y\,\mathrm{d}x\sqrt{2gx} \ldots (1),$$

wobei das Integrale von dem kleinsten Werth von x bis zum grössten der Ausflussöffnung zu nehmen ist.

Ist F die Grösse der Ausflussöffnung, so ist innerhalb derselben Grenzen: $F = \int y\,\mathrm{d}x \ldots (2)$.

Man nennt den Quotienten oder das Verhältniss $\frac{M}{F}$ die mittlere Ausflussgeschwindigkeit; wird diese durch V bezeichnet, so ist:

$$V = \frac{\sqrt{2g}\int y\,\mathrm{d}x\sqrt{x}}{\int y\,\mathrm{d}x} \ldots (3).$$

Die zu dieser Geschwindigkeit gehörige Druckhöhe heisst die mittlere Druckhöhe der Ausflussöffnung, bezeichnet man dieselbe durch H, so ist:

$$H = \frac{V^2}{2g} = \left(\frac{\int y\,\mathrm{d}x\sqrt{x}}{\int y\,\mathrm{d}x}\right)^2 \ldots (4).$$

Mit diesen Werthen ist dann auch die Ausflussmenge:

$$M = F\sqrt{2gH} \ldots (5).$$

Anmerkung. Obschon für den Seitenausfluss die Hypothese des Parallelismus der Schichten nicht in aller Strenge richtig sein mag, so weicht sie doch auch hier (wie bei dem Ausflusse aus Bodenöffnungen) von der Wahrheit nicht so weit ab, als dass man dieselbe den Entwickelungen, wie es hier überall stillschweigend geschieht, nicht auch zum Grunde legen dürfte, wenn nur dabei die Ausflussöffnung nicht zu gross gegen den Querschnitt des Gefässes vorausgesetzt wird.

195. Ist z. B. die Ausflussöffnung ein Rechteck AD (Fig. 101) von der horizontalen Breite $AB = b$ und verticalen Höhe $AC = a$, und liegen die beiden Kanten AB und CD beziehungsweise um die Tiefen d und d' unter dem Wasserspiegel, so hat man nach der vorigen Formel (1) für die in der Zeiteinheit ausfliessende Wassermenge, da hier $y = b$ ist:

$$M = b\sqrt{2g}\int_d^{d'} x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x = \tfrac{2}{3}b\sqrt{2g}\cdot(d'^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}),$$

oder da nach der Relation (4) der vorigen Nummer hier die mittlere Druckhöhe

$$(\alpha)\quad H = \frac{4}{9}\left(\frac{d'^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}}}{d' - d}\right)^2 = \frac{4}{9a^2}(d'^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}})^2$$

ist, auch: $(\beta)\quad M = ab\sqrt{2gH} = \frac{2}{3}b\sqrt{2g}.(d'^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}})$.

Bezeichnet man den Abstand des Schwerpunctes der Oeffnung vom Wasserspiegel durch h, so ist $d' = h + \frac{1}{2}a$ und $d = h - \frac{1}{2}a$, mithin:

$$d'^{\frac{3}{2}} - d^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}ah^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{1}{96}\frac{a^2}{h^2} - \frac{1}{2048}\frac{a^4}{h^4} - \cdot\cdot\right)$$

und sonach auch die mittlere Druckhöhe, wenn man diesen Werth in den vorigen Ausdruck von H substituirt und gehörig entwickelt:

$$H = h\left(1 - \frac{1}{48}\frac{a^2}{h^2} - \frac{1}{1152}\frac{a^4}{h^4} - \cdot\cdot\right),$$

woraus sofort folgt, dass jene horizontale Schichte, in welcher die mittlere Geschwindigkeit stattfindet, nicht durch den Schwerpunct der Oeffnung geht, sondern etwas höher liegt.

Liegt die obere Kante AB des Rechteckes im Wasserspiegel selbst, so ist wegen $d = o$, $d' = a$ und $h = \frac{1}{2}a$, sofort $H = \frac{4}{9a^2}d'^3 = \frac{4}{9}a$ und damit

$$M = ab\sqrt{2gH} = \frac{2}{3}ab\sqrt{2ga} \text{ (vergl. §. 354).}$$

In diesem Falle ist die Differenz $h - H = \frac{1}{2}a - \frac{4}{9}a = \frac{1}{18}a$.

Anmerkung. Steht das Wasser im Gefässe nicht ruhig, sondern kommt dasselbe gegen die Ausflussöffnung (wie diess z. B. bei einem Ueberfall stattfindet) schon mit der Geschwindigkeit c an, wofür die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g} = u$ ist; so muss man (§. 355) in der obigen Formel (β) für die theoretische Ausflussmenge, $d + u$ und $d' + u$ statt d und d' setzen. Dadurch erhält aber auch die mittlere Druckhöhe H in der obigen Relation (α) den Werth:

$$H = \frac{4}{9}\left[\frac{(d' + u)^{\frac{3}{2}} - (d + u)^{\frac{3}{2}}}{d' - d}\right]^2.$$

Liegt nun, wie bei Ueberfällen, die obere Kante des Rechteckes im Wasserspiegel und ist die Höhe der über den Schweller fliessenden Wasserschichte (bei ungesenktem Wasserspiegel) $= h$, so ist $d = 0$ und $d' = h$, mithin für einen solchen Ueberfall die mittlere Druckhöhe:

$$H = \frac{4}{9}\left[\frac{(h + u)^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{3}{2}}}{h}\right]^2$$

sowie die in der Zeiteinheit über denselben fliessende theoretische Wassermenge:

$$M = bh\sqrt{2gH} = \frac{2}{3}b\sqrt{2g}.[(h + u)^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{3}{2}}] \ldots (\gamma)$$

(vergl. §. 356).

Was dabei die Höhe h betrifft, so muss diese etwas oberhalb der Ueberfallsschwelle, oder wenn man diese unmittelbar über der Schwelle nehmen und den Einfluss der Senkung des Wasserspiegels durch den betreffenden Reductions-Coefficienten berücksichtigen will, wenigstens nicht in der Mitte der Breite b, sondern mehr gegen beide Seiten zu messen, da sich bekanntlich der Wasserspiegel in der Mitte mehr einsenkt und über der Schwelle keine Ebene, sondern eine concave Fläche bildet.

196. Hat man statt dem Rechteck ein rechtwinkeliges Dreieck ACD (Fig. 102), dessen Spitze A im Wasserspiegel und Cathete CD horizontal liegt, und ist wieder $AC = h$, $CD = b$, $AP = x$, $PM = y$ und $Pp = \mathrm{d}x$, so ist $\mathrm{d}M = y\,\mathrm{d}x\sqrt{2gx}$, oder wegen $y = \frac{b}{h}x$ auch $\mathrm{d}M = \frac{b}{h}\sqrt{2g}\,.\,x^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}x$, folglich:

$$M = \frac{b}{h}\sqrt{2g}\int_0^h x^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}x = \tfrac{2}{5}bh\sqrt{2gh}.$$

Für die umgekehrte Lage, d. i. wenn CD im Wasserspiegel liegt, folgt wegen $y = \frac{b}{h}(h-x)$ sofort $\mathrm{d}M = \frac{b}{h}\sqrt{2g}\,.\,x^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x\,(h-x)$ und daraus:

$$M = \tfrac{4}{15}bh\sqrt{2gh}.$$

Beide Querschnitte zusammen geben die Wassermenge von $\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$, d. i. wieder von $\frac{2}{3}bh\sqrt{2gh}$, wie es sein soll.

Für die trapezförmige Oeffnung (Fig. 103), wovon die eine parallele Seite AB im Wasserspiegel liegen soll, sei $AB = B$, $CD = b$, $EC = FD = h$, $AE = b'$ und $BF = b''$, so ist nach dem unmittelbar Vorhergehenden die per Secunde ausfliessende Wassermenge $M = (\frac{2}{3}b + \frac{4}{15}b' + \frac{4}{15}b'')\,h\sqrt{2gh}$, oder wegen: $\frac{4}{15}(b' + b'') = \frac{4}{15}(B - b)$, wenn man reducirt:

$$M = \tfrac{2}{15}(3b + 2B)\,h\sqrt{2gh}.$$

Ebenso einfach lässt sich M auch für die umgekehrte Lage des Trapezes bestimmen.

197. Ist die Oeffnung ein Kreis vom Halbmesser r, dessen Mittelpunct um die Tiefe h unter dem Wasserspiegel liegt, so nehme man in der betreffenden verticalen Seitenwand die durch den Mittelpunct des Kreises gezogene Verticallinie zur Abscissenachse und den Mittelpunct zum Ursprung der rechtwinkeligen Coordinaten; dann schliessen zwei unmittelbar aufeinander folgende Ordinaten die Fläche $2y\,\mathrm{d}x$ ein, und wenn diese vom Mittelpunct abwärts den Abstand x haben, so liegt dieses Flächenelement um die Tiefe $h + x$ unter dem Wasserspiegel und es ist die per

Secunde aus dieser unendlich niederen Oeffnung ausfliessende Wassermenge $\mathrm{d}M = 2y\,\mathrm{d}x.\sqrt{2g(h+x)}$ oder wegen $y = \sqrt{(r^2 - x^2)}$ auch $\mathrm{d}M = 2\sqrt{2gh}.\mathrm{d}x\sqrt{(r^2-x^2)}.\sqrt{\left(1+\frac{x}{h}\right)}$, oder wenn man $\sqrt{\left(1+\frac{x}{h}\right)} = \left(1+\frac{x}{h}\right)^{\frac{1}{2}}$ in die bekannte Reihe auflöst, auch:

$$\mathrm{d}M = 2\sqrt{2gh}.\mathrm{d}x\sqrt{(r^2-x^2)}\left[1+\tfrac{1}{2}\left(\frac{x}{h}\right)-\frac{1}{2.4}\left(\frac{x}{h}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{1.3}{2.4.6}\left(\frac{x}{h}\right)^3-\frac{1.3.5}{2.4.6.8}\left(\frac{x}{h}\right)^4+..\right].$$

Integrirt man diese Gleichung und nimmt die sämmtlichen Integrale $\int \mathrm{d}x\sqrt{(r^2-x^2)}$, $\frac{1}{2h}\int x\,\mathrm{d}x\sqrt{(r^2-x^2)}$ u. s. w. innerhalb der Grenzen von $x = -r$ bis $x = +r$, so erhält man nach den bekannten Formeln, wenn man Kürze halber $r^2 - x^2 = X^2$ setzt:

$$\int_{-r}^{+r}\mathrm{d}x\sqrt{X} = \frac{r^2}{2}\pi,\quad \int_{-r}^{+r}x\,\mathrm{d}x\sqrt{X} = 0,\quad \int_{-r}^{+r}x^2\mathrm{d}x\sqrt{X} = \frac{r^4}{8}\pi,$$
$$\int_{-r}^{+r}x^3\mathrm{d}x\sqrt{X} = 0,\quad \int_{-r}^{+r}x^4\mathrm{d}x\sqrt{X} = \frac{r^6}{16}\pi,\quad \text{u. s. w.},$$

folglich, wenn man substituirt:

$$M = 2\sqrt{2gh}.\frac{r^2\pi}{2}\left[1-\frac{1}{32}\left(\frac{r}{h}\right)^2-\frac{5}{1024}\left(\frac{r}{h}\right)^4-..\right],$$

oder wenn man diese von der Einheit nur wenig abweichende convergente Reihe mit R und die Kreis- oder Ausflussöffnung $r^2\pi$ mit F bezeichnet:

$$M = FR\sqrt{2gh}.$$

Für die mittlere Druckhöhe findet man:

$$H = h\left(1-\frac{1}{16}\frac{r^2}{h^2}-\frac{9}{1024}\frac{r^4}{h^4}-..\right).$$

Liegt der Scheitel des Kreises im Wasserspiegel, so wird wegen $h = r$ sofort:

$$M = F\sqrt{2gh}\left(1-\frac{1}{32}-\frac{5}{1024}-..\right)$$

oder nahe $M = {\cdot}964\,F\sqrt{2gh} = {\cdot}964\,F\sqrt{2rg}.$

Uebrigens kann man in jenen Fällen, in welchen $h > r$ ist, ohne Fehler $R = 1$, also $M = F\sqrt{2gh}$ setzen, d. h. den Abstand h des Mittelpunctes vom Wasserspiegel als die mittlere Druckhöhe gelten lassen.

Anmerkung. Es ist hier der Ort, einige Bemerkungen über die Anlagen von Wehren zu machen, weil es dabei vorzüglich auf die Bestimmung der über ein Wehr abfliessende Wassermenge ankommt.

Bekanntlich erbaut man Wehren um den Wasserspiegel eines Flusses an gewissen Stellen zu erhöhen, und zwar entweder 1. um sich ein künstliches Gefälle als Betriebskraft für technische Zwecke zu verschaffen;

2. wenn das schon vorhandene natürliche Gefälle nicht hinreichend ist, dieses also vergrössert werden soll; 3. wenn in einem Bach oder Fluss auf eine kurze Strecke seines Laufes ein starkes Gefäll (eine Stromschnelle) vorhanden ist, welches auf einen gewissen Punct concentrirt werden soll; 4. wenn endlich die natürlichen Veränderungen oder Schwankungen im Wasserstande aufgehoben werden sollen. Die grösste Stauung, welche man durch Wehren bewirkt, beträgt in der Regel nicht mehr als 8 Fuss; auch legt man diese nur dort an, wo der Wasserspiegel eines Flusses auf eine längere Strecke über seinen natürlichen Stand ohne Gefahr einer Ueberschwemmung des anliegenden Terrains gehoben werden darf.

Man nennt ein Wehr ein Ueberfallswehr, wenn das Wasser frei über den höchsten Schweller wegfliessen kann, im Gegensatze von Durchlass- oder Schleussenwehren.

Bei der Stauung, welche das fliessende Wasser durch jeden solchen Einbau erleidet, nennt man die Höhe des aufgestauten Wassers über den ursprünglichen noch ungestauten Wasserspiegel, unmittelbar vor dem Wehr die Stauhöhe, sowie die Länge vom Wehr aufwärts gerechnet, soweit sich die Wirkung der Stauung erstreckt, die Stauweite.

Die Ueberfallswehren, auf die wir uns hier beschränken müssen, werden in vollkommene und unvollkommene oder Grundwehren getheilt; bei den ersteren liegt die Krone A, wie in Fig. 103a über den noch ungestauten Wasserspiegel des Flusses, während diese bei den letzteren wie in Fig. 103b unter diesem Wasserspiegel liegt; endlich legt man auch Wehren an, bei welchen die Krone geradezu in den ungestauten Wasserspiegel zu liegen kommt.

Nach der in Nr. **194** in der Anmerkung aufgestellten Formel (γ) hat man für die in der Zeiteinheit über einen freien Ueberfall fliessende Wassermenge den Ausdruck $M = \frac{2}{3} n b \sqrt{2g} \,.\, [(h+u)^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{3}{2}}]$, wobei b die Breite des Ueberfalles, h die Höhe der über den Schweller fliessende Wasserschichte (bei ungesenktem Spiegel), $u = \frac{c^2}{2g}$ die der Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers entsprechende Höhe und n den Reductions-Coefficienten bezeichnet. Nach der Angabe in §. 356 ist unter der Voraussetzung, dass der Ueberfallsschweller scharf abgekantet (abgeschrägt) ist, der mittlere Werth von $\frac{2}{3} n = {\cdot}444$; da jedoch bei Wehren die Krone nicht scharf, sondern eben oder abgerundet ist, wodurch die Contraction auch von unten aufgehoben wird, so kann man nach Eytelwein diesen Coefficienten auf ·57 erhöhen.

Lässt man in der obigen Formel die Geschwindigkeitshöhe u aus, was namentlich für höhere Stauungen, durch welche die Geschwindigkeit c bedeutend vermindert wird, ohne Fehler geschehen kann; so erhält man einfacher:

$$M = {\cdot}57\, b h \sqrt{2gh}.$$

Ist nun h die Höhe der Stauung, welche durch das Wehr hervorgebracht werden soll, und b die Breite des Wehres (immer gleich oder grösser als die Breite des Flusses), sowie M die Wassermenge, welche in der Zeiteinheit über das Wehr fliessen soll, so muss man, je nachdem M kleiner, grösser oder gleich $\cdot 57\, b\, h \sqrt{2gh}$ sein soll, beziehungsweise ein vollkommenes Ueberfall-, ein Grund-, und endlich ein Wehr anlegen, bei welchem die Wehrkrone in den ursprünglichen oder ungestauten Wasserspiegel zu liegen kommt.

In der Regel wird man für Stauhöhen bis höchstens 3 Fuss ein Grundwehr, für Höhen jedoch bis und über 6 Fuss ein vollkommenes Ueberfallswehr anlegen.

Setzt man, zur Bestimmung der Höhe, welche man einem vollkommenem Ueberfallwehr (Fig. 103 *a*) geben muss, die Stauhöhe $= h$, die Höhe der Wehrkrone über dem ursprünglichen oder ungestauten Wasserspiegel $= h'$, sowie die Tiefe der Wehrkrone unter dem gestauten Wasserspiegel $= x$, so ist nach der vorigen vereinfachten Formel (mit Auslassung von u) $M = \cdot 57\, b\, x \sqrt{2gx}$ und daraus:

$$x = \left(\frac{M}{\cdot 57\, b \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = \cdot 367 \left(\frac{M}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$$

folglich die Stauhöhe:

$$h = h' + \cdot 367 \left(\frac{M}{b}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Wäre umgekehrt die Stauhöhe h gegeben, so könnte man hieraus die Höhe h' berechnen.

Ist bei einem Grundwehr (Fig. 103 *b*) wieder h die Höhe, auf welche der ursprüngliche Wasserspiegel BC gestaut werden soll, so wie h' die Tiefe der Wehrkrone unter diesem ursprünglichen Wasserspiegel, so muss man sowohl die über BC fliessende, sowie auch jene Wassermenge für sich berechnen, welche durch AB fliesst; erstere von der Höhe h fliesst wie über einen Ueberfall, letztere von der Höhe h' durch eine untergetauchte Oeffnung.

Für die Zeiteinheit ist daher wieder die erstere Wassermenge

$$M' = \cdot 57\, b\, h \sqrt{2gh},$$

und die letztere, wenn man den Reductions-Coefficienten (§. 353) mit $\cdot 62$ annimmt:

$$M'' = \cdot 62\, b\, h' \sqrt{2g(h+u)},$$

daher ist die gesammte über die Wehrkrone fliessende Wassermenge, wenn man auch in M'' die Höhe u wieder gegen jene h auslässt:

$$M = \cdot 57\, b\, h \sqrt{2gh} + \cdot 62\, b\, h' \sqrt{2gh},$$

woraus sofort

$$h' = \frac{M}{\cdot 62\, b \sqrt{2gh}} - \cdot 92\, h$$

folgt. Auch lässt sich hieraus h bestimmen, wenn h' gegeben ist.

Liegt endlich die Wehrkrone im ursprünglichen oder ungestauten Wasserspiegel, so ist $M = \cdot 57\, b\, h \sqrt{2gh}$ und diese Wassermenge muss nach der obigen Bemerkung genau jener gleich sein, welche wirklich über das Wehr abfliessen soll.

Was schliesslich die Stauweite, d. i. die Entfernung, bis auf welche sich die Stauung stromaufwärts erstreckt, anbelangt, so ist deren Kenntniss ebenfalls von Wichtigkeit, weil dadurch nicht nur Ueberschwemmungen herbeigeführt, sondern auch für die aufwärts liegenden Werke die Gefälle vermindert und diese in ihrem Betriebe gestört werden können.

Obschon die genaue Bestimmung dieser Stauweite ziemlich weitläufige Entwickelungen erfordert, so kann man diese für gewöhnlich doch ganz einfach und genau genug durch $h\,Cot.\,\alpha$ ausdrücken, wenn h die Stauhöhe und α den Neigungswinkel bezeichnet, welchen die Wasserfläche vor dem Wehr oder Einbau mit dem Horizont bildet.

Ausfluss bei *veränderlicher* Druckhöhe.

(§. 358.)

198. Es sei AOB (Fig. 104) der verticale Durchschnitt eines z. B. mit Wasser bis AB gefüllten Gefässes von veränderlichem Querschnitt und mit einer horizontalen Bodenöffnung ab versehen. Nimmt man an, der Wasserspiegel AB sei während der Zeit t, diese vom Augenblicke an gerechnet, als der Ausfluss beginnt, bis MM' und dann in dem darauf folgenden Zeitelemente dt bis mm' gesunken; nimmt man ferner die durch den tiefsten Punct O gezogene Verticallinie OC zur Abscissenachse und setzt $OC = h$, $OP = x$ also $Pp = \mathrm{d}x$, so kann man die Druckhöhe x während der Zeit dt, d. i. während der Spiegel um $Pp = \mathrm{d}x$ herabsinkt, und folglich die momentane Ausflussgeschwindigkeit als constant ansehen, und man erhält daher, wenn a die Fläche der Ausflussöffnung ist und dabei wieder vorausgesetzt wird, dass dieselbe gegen die freie Oberfläche des Wassers sehr klein ist (Nr. **189**), für die theoretische in der Zeit dt ausfliessende Wassermenge (§. 344):

$$\mathrm{d}M = a\,\mathrm{d}t\sqrt{2gx}.$$

Ist aber die Querschnittfläche des Gefässes an dieser Stelle $MM' = U$, so ist auch $\mathrm{d}M = U\mathrm{d}x$, folglich mit Rücksicht darauf, dass x abnimmt, wenn t zunimmt (dx und dt daher verschiedene Zeichen erhalten müssen), die Gleichung der Continuität (Nr. **187**):

$$(\alpha)\ldots a\,\mathrm{d}t\sqrt{2gx} = -U\mathrm{d}x, \text{ woraus } \mathrm{d}t = -\frac{Ux^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}x}{a\sqrt{2g}} \text{ folgt.}$$

Die Zeit, während welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' herabgeht, ist daher:

$$t = -\frac{1}{a\sqrt{2g}}\int_h^{h'} Ux^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}x = \frac{1}{a\sqrt{2g}}\int_{h'}^{h} Ux^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}x \ldots (1).$$