welche mit den obigen in (1) und (2) auch in diesem Falle wieder die nöthigen Gleichungen zur Bestimmung der 5 unbekannten Grössen liefert.

Ausfluss des Wassers bei constanten Druckhöhen.

(§. 344.)

189. Um den permanenten Ausfluss des Wassers oder irgend einer homogenen Flüssigkeit aus einer im Boden des Gefässes ABE (Fig. 93) angebrachten horizontalen Oeffnung ab unter der Voraussetzung zu finden, dass der Wasser- oder Flüssigkeitsspiegel AB continuirlich auf derselben Höhe erhalten wird, hat man zu berücksichtigen, dass hierbei keine anderen bewegenden Kräfte als die Schwerkraft und die beiden constanten Pressungen auf die Oberfläche AB und die Oeffnung ab von aussen nach innen thätig oder wirksam sind und dass, da hier die Dichte ϱ als eine constante Grösse gegeben ist, in den obigen allgemeinen Bewegungs-Gleichungen nur mehr die 4 übrigen Grössen u, v, w, p in Betracht kommen können.

Um diese aber zu bestimmen, oder überhaupt das vorliegende Problem aufzulösen, muss man zur sogenannten Hypothese des Parallelismus der Schichten Zuflucht nehmen oder diese zum Grunde legen, eine Hypothese, welche von Dan. Bernouilli herrührt und in der Annahme besteht, dass während der Bewegung der Flüssigkeit nach abwärts, die sehr oder unendlich dünnen Schichten, in welche man sich die ganze Masse zerlegt denken kann, sich successive in der Art ersetzen, dass wenn man z. B. zwei solche Schichten von gleichem Volumen in verschiedenen Höhen betrachtet, die höher gelegene nach einer gewissen Zeit genau die Lage der niedrigeren einnimmt und alle die Theilchen, welche sie zu Anfang der Bewegung besass, während der Bewegung unverändert beibehält, ohne dass sich diese Theilchen also mit jenen der zunächst liegenden Schichten vermengen oder vertauschen, eine Bedingung, welche offenbar voraussetzt, dass die Geschwindigkeiten der einzelnen Theilchen nach horizontalen Richtungen Null sind und diese sich bloss nach verticaler Richtung bewegen.

Geht man nun auf die allgemeinen Gleichungen (1) in Nr. **186.** zurück und setzt in diesen zufolge der eben gemachten Bemerkungen $\varrho = const.$, $u = 0$, $v = 0$, $X = 0$, $Y = 0$ und (da wir die Achse der z nach abwärts angenommen haben) $Z = g$; so fallen die beiden ersten Gleichungen weg und die dritte geht über in folgende:

$$\frac{1}{\varrho}\left(\frac{dp}{dz}\right) = g - w\left(\frac{dw}{dz}\right) \text{ oder in } dp = \varrho g dz - \varrho w dw \ldots (1).$$

In dieser Differential-Gleichung bezeichnet z als die absolut Variabele die verticale Ordinate irgend einer der unendlich dünnen Flüssigkeitsschichten Mn, p den Druck, welcher in dieser Schichte auf die Flächeneinheit stattfindet, w die verticale nach abwärts gerichtete Geschwindigkeit, sowie ϱ die Dichte der Flüssigkeit.

Wird diese Gleichung integrirt, so erhält man:

$$p = \varrho g z - \tfrac{1}{2}\varrho w^2 + C,$$

wobei C die unbestimmte Constante bezeichnet. Um diese zu bestimmen, sei der auf die Oberfläche AB, und zwar auf die Flächeneinheit bezogene Druck $= p'$, der Querschnitt des Gefässes in AB und Mn beziehungsweise $= A$ und α, sowie der Querschnitt der Ausflussöffnung $= a$. Diess vorausgesetzt, geht für $z = 0$ der Druck p in p' und die Geschwindigkeit w in w', d. i. in jene Geschwindigkeit über, welche der Schichte AB zukömmt; diese ist aber zufolge der Continuität der Flüssigkeit (wegen $w : w' = A : \alpha$) sofort:

$$w' = \frac{\alpha}{A} w.$$

Es ist daher $C = p' - \frac{1}{2}\varrho \frac{\alpha^2}{A^2} w^2$, mithin, wenn man diesen Werth für C in der vorigen Gleichung substituirt, auch:

$$p = p' + \varrho g z - \tfrac{1}{2}\varrho w^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{A^2}\right) \ldots (2),$$

eine Gleichung, welche die Beziehung zwischen dem Drucke und der Geschwindigkeit der Flüssigkeit in irgend einer Tiefe z ausdrückt.

Bezeichnet man endlich noch den auf die Flächeneinheit der Ausflussöffnung stattfindenden Druck durch p'', so hat man, wenn h die constante Höhe des Flüssigkeitsspiegels AB über der Oeffnung E ist und die Ausfluss-Geschwindigkeit mit v bezeichnet wird, aus dieser letzten Gleichung, wenn man auf die Ausflussöffnung übergeht:

$$p'' = p' + \varrho g h - \tfrac{1}{2}\varrho v^2 \left(1 - \frac{a^2}{A^2}\right) \ldots (3)$$

und man erhält aus dieser letzten Gleichung die gesuchte Ausflussgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2gh + \frac{2}{\varrho}(p' - p'')}{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \ldots (4).$$

Kann man, wie in den meisten Fällen, $p'' = p'$ setzen, so ist einfacher:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \ldots (5)$$

und die Geschwindigkeit w in irgend einer Schichte MN vom Querschnitt α (wegen $v : w = \alpha : a$):

$$w = \frac{a}{\alpha} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \ldots (6).$$

Auch lässt sich jetzt leicht der Druck p in dieser Schichte MN bestimmen, indem man nur in der obigen Gleichung (2) diesen Werth für w setzen darf; man erhält nämlich dadurch:

$$p = p' + \varrho g z - \varrho g h . \frac{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{A^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{A^2}} \ldots (7).$$

Steht die Flüssigkeit in dem Gefässe ruhig, so findet in dieser Schichte MN der Druck $p' + \varrho g z$ statt; durch die Bewegung derselben nimmt daher, wie aus dieser letzten Gleichung (7) zu ersehen, dieser Druck zu oder ab, jenachdem das letzte Glied derselben negativ oder positiv ausfällt (was von den Grössen A, α und a abhängt).

Setzt man in dieser Gleichung (7) $z = h$ und $\alpha = a$, so folgt daraus, wie es sein soll: $p = p' = p''$.

Ist endlich a gegen A so klein, dass man $\frac{a^2}{A^2}$ gegen 1, und $\frac{1}{A}$ gegen $\frac{1}{a}$ auslassen kann, so erhält man noch einfacher:

$$v = \sqrt{2gh} \ldots (8), \quad w = \frac{a}{\alpha}\sqrt{2gh} \ldots (9) \text{ und}$$

$$p = p' + \varrho g z - \varrho g h a^2 \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{A^2}\right) \ldots (10).$$

Anmerkung 1. Die erste dieser 3 letzten Gleichungen zeigt, dass unter der gemachten Voraussetzung die Flüssigkeitstheilchen an der Ausflussöffnung dieselbe Geschwindigkeit besitzen, als ob sie im leeren Raume durch die Höhe h frei gefallen wären.

Aus der zweiten Gleichung (9) folgt, dass die Geschwindigkeit der Theilchen irgend einer Schichte von dem Abstande derselben vom Wasserspiegel unabhängig sei und diese nur von der Grösse des Querschnittes α abhänge, so dass also die Geschwindigkeit in allen gleich grossen Querschnitten dieselbe ist. Bildet daher z. B. das Gefäss einen senkrechten Cylinder, so bewegen sich alle Theilchen der Flüssigkeit mit derselben Geschwindigkeit w abwärts. Diese Geschwindigkeit w ist übrigens bei jeder Form des Gefässes kleiner als die Ausflussgeschwindigkeit v, weil sonst irgend ein Querschnitt gleich oder kleiner als die Ausflussöffnung a sein müsste, und es würde im letzteren Falle dieser kleinste Querschnitt gleichsam die Ausflussöffnung selbst bilden.

Die dritte Gleichung (10) endlich zeigt, dass der Druck der Flüssigkeit in der Ruhe, der sogenannte hydrostatische (oder allgemein statische) Druck $= p' + \varrho g z$ in irgend einer Schichte, durch die Bewegung verringert oder vergrössert wird, jenachdem $\alpha < A$ oder $\alpha > A$ ist; dort, wo sich also das Gefäss verengt, nimmt dieser Druck ab, wo es sich erweitert, nimmt der Druck zu, oder es ist, wie man sich gewöhnlich ausdrückt, in diesen beiden Fällen der hydraulische Druck beziehungsweise kleiner oder grösser als der hydrostatische Druck; für $\alpha = A$ sind beide Drücke gleich gross. Besitzt also das Gefäss verticale Wände, so ist der Druck, welchen die Flüssigkeit gegen dieselben ausübt, derselbe, es mag die Flüssigkeit in der Ruhe oder in Bewegung sein.

Bezeichnet man die Geschwindigkeitshöhen, welche den am Wasserspiegel AB und im Querschnitt MN des Gefässes stattfindenden Geschwindigkeiten w' und w entsprechen, durch h_1 und h_2, so ist

$$h_1 = \frac{a^2}{A^2}\frac{v^2}{2g} = \frac{a^2}{A^2}h \quad \text{und} \quad h_2 = \frac{a^2}{\alpha^2}\frac{v^2}{2g} = \frac{a^2}{\alpha^2}h,$$

folglich zufolge der genannten Gleichung (10) die Differenz zwischen dem hydrostatischen und hydraulischen Druck in der Schichte MN, diese auf die Flächeneinheit bezogen:

$$\varrho g h a^2 \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{A^2}\right) = \varrho g (h_2 - h_1),$$

nämlich gleich der Differenz der Drücke, welche den Geschwindigkeitshöhen im Querschnitt MN und der Oberfläche AB entsprechen.

Bringt man einen Ausflussapparat, welcher etwa die in Fig. 96 dargestellte Form hat, und wobei der Querschnitt $CD > AB$, jener $EF < AB$, und $GH < EF$ sein mag, in den Querschnitten CD, EF und GH communicirende Röhren (die jedoch keine Haarröhrchen sein dürfen) DJ, EK und HL an, so steigt, während die Flüssigkeit durch diesen Apparat durchfliesst, diese im Rohre DJ bis zu einem Puncte a, welcher über dem Niveau AB, dagegen im Rohre EK bis zu einem Puncte b, welcher unter diesem Niveau liegt, während, wenn der Querschnitt GH im Verhältniss zu jenem AB klein genug ist, in diesem sogar ein negativer Druck gegen die Gefässwand entstehen und dadurch, d. h. durch den äusseren Luftdruck eine im Gefässe RS befindliche (zur besseren Wahrnehmung gefärbte) Flüssigkeit, durch das in diese Flüssigkeit eintauchende Röhrchen HL in den Apparat hineingedrückt oder eingesogen werden kann.

Sind nämlich A, F, F' und f der Reihe nach die Querschnittsflächen in AB, CD, EF und GH, so erhält man aus der genannten Gleichung (10), wenn man das bei dieser Untersuchung überflüssige Glied p' auslässt, für den Druck

$$\text{in } CD\colon\ p = \varrho g\left[pn - ha^2\left(\frac{1}{F^2} - \frac{1}{A^2}\right)\right] = \varrho g(pn + na),$$

$$\text{in } EF\colon\ p = \varrho g\left[qm - ha^2\left(\frac{1}{F'^2} - \frac{1}{A^2}\right)\right] = \varrho g(qm - mb)$$

$$\text{und in } GH\colon\ p = \varrho g\left[HM - ha^2\left(\frac{1}{f^2} - \frac{1}{A^2}\right)\right];$$

jenachdem nun in diesem letzteren Falle $ha^2\left(\frac{1}{f^2} - \frac{1}{A^2}\right) \gtreqless HM$ ist, ist auch $p = 0$ oder negativ.

So findet z. B. in einem engen verticalen Rohr vom Querschnitt a, welches oben in ein weites Gefäss oder Reservoir vom Querschnitt A einmündet, wie in Fig. 97, während des Ausflusses des Wassers fortwährend ein negativer hydraulischer Druck statt; denn es ist dieser an der Ausmündung des Rohres, nach der Gleichung (10), wenn man in dieser den gleichen atmosphärischen Gegendruck p' weglässt, und wenn A gegen a so gross ist, dass man $\frac{1}{A^2}$ gegen $\frac{1}{a^2}$ auslassen kann, wegen $z = h$ sofort:

$$p = \varrho g h - \varrho g h = 0.$$

Dagegen ist dieser Druck in den um die Tiefe h' unterm Wasserspiegel liegenden Querschnitt MN, wegen $z = h'$: $p = \varrho g h' - \varrho g h = -\varrho g(h - h')$ negativ, so dass, wenn an dieser Stelle die Rohrwand durchbohrt würde, die äussere Luft durch diese Oeffnung in das Rohr eintreten und bei CD mit austreten müsste.

Anmerkung 2. Die vorige Gleichung (8) lässt sich auch ohne Anwendung der allgemeinen Bewegungsgleichungen mit Hilfe des Principes der lebendigen Kräfte, und zwar in folgender Weise ableiten.

Werden alle Bezeichnungen von vorhin beibehalten und setzt man für die homogene Flüssigkeit das Wasser, so fliesst aus der Oeffnung a während der Zeit dt die Wassermasse $\varrho a v\, dt$ aus, deren lebendige Kraft also $= \varrho a v\, dt \times v^2 = \varrho a v^3 dt$ ist.

Da der Wasserspiegel unverändert bleibt und der Vorgang während der Bewegung im Gefässe keine Aenderung erleidet, so bleibt auch die lebendige Kraft der Flüssigkeit im Gefässe ungeändert, d. h. es muss die producirte der gleichzeitig consumirten gleich sein; aus diesem Grunde stellt auch der vorige Ausdruck die in der Zeit dt producirte oder erzeugte lebendige Kraft oder (§. 226) $\frac{1}{2}\varrho a v^3 dt \ldots (m)$ die in dieser producirte Arbeit vor. Die bewegenden Kräfte aber, welche diese Arbeit erzeugen, sind die Schwere und die Pressungen, welche auf die freie Oberfläche des Wasserspiegels und gegen die Ausflussöffnung stattfinden.

Besteht nun, nach der Hypothese des Parallelismus der Schichten, die Flüssigkeit aus lauter horizontalen Schichten, jede vom Volumen $a v\, dt$, so besteht die Wirkung der Schwerkraft darin, jede Schichte durch die unmittelbar darüber stehende zu ersetzen, oder was dasselbe ist, eine jede solche

Schichte vom Wasserspiegel an bis zum Niveau der Bodenöffnung herabsinken zu machen. Da aber $\varrho a v \mathrm{d}t \,.\, g$ das Gewicht einer solchen Schichte ist, so wird die hiezu nöthige Arbeit durch $\varrho a v \mathrm{d}t \times g h = \varrho a g h v \mathrm{d}t \ldots (n)$ ausgedrückt.

Ist ferner der Druck gegen die Ausflussöffnung a derselbe, wie gegen die freie Oberfläche A und zwar auf die Flächeneinheit bezogen, so verhalten sich die Pressungen d und D auf die ganzen Flächen a und A wie diese Flächen, oder es ist $d : D = a : A$.

Die Wege s und S, welche diese Flächen a und A gleichsam als Träger der Kräfte d und D während der Zeit $\mathrm{d}t$ zurücklegen, verhalten sich wie ihre Geschwindigkeiten und diese wie umgekehrt die Flächen oder Querschnitte, d. i. $s : S = A : a$.

Setzt man daher diese beiden Proportionen zusammen, so erhält man $ds : DS = 1 : 1$, d. i. $ds = DS$, oder die beiden aus den genannten Pressungen hervorgehenden gleichzeitigen Arbeiten sind einander gleich, und da sie entgegengesetzte Zeichen haben, so heben sie sich auf und es bleibt für die verrichtete Arbeit nur der vorige Ausdruck (n), welcher sonach dem obigen (m) gleich sein muss. Durch Gleichsetzung dieser beiden Ausdrücke hat man daher:

$$\tfrac{1}{2} \varrho a v^3 \mathrm{d}t = \varrho a g h v \mathrm{d}t \ldots (s)$$

und daraus für die Ausflussgeschwindigkeit wieder wie in (8):

$$v = \sqrt{2 g h}.$$

Bei dieser Entwickelung ist stillschweigend a gegen A so klein angenommen worden, dass der Wasserspiegel (wenigstens für eine gewisse Zeit) als unbeweglich angenommen werden kann. Ist diess jedoch nicht der Fall, sondern muss, um den Wasserspiegel auf derselben Höhe zu erhalten, oben in das Gefäss immer eben so viel Wasser zufliessen als unten abfliesst, und setzt man die Zuflussgeschwindigkeit $= c$, so ist für's erste $A c = a v$ oder $c = \frac{a}{A} v$ und die nöthige Arbeitsgrösse, um in der Masse $\varrho a g v \mathrm{d}t$ diese Geschwindigkeit hervorzubringen (§. 227) $= \varrho a g v \mathrm{d}t \times \frac{c^2}{2g}$. Es ist daher jetzt statt der vorigen Gleichung (s):

$$\tfrac{1}{2} \varrho a v^3 \mathrm{d}t = \varrho a g v \mathrm{d}t \left(h + \frac{c^2}{2g}\right),$$

aus welcher

$$v = \sqrt{2 g h + c^2} \ldots (u),$$

oder wenn man für c den vorigen Werth setzt:

$$v = A \sqrt{\frac{2 g h}{A^2 - a^2}} \ldots (w)$$

wird, welches sofort die obige Gleichung (5) ist.

Setzt man in dieser Gleichung für v den aus der obigen Relation folgenden Werth $\frac{A}{a} c$, so erhält man daraus:

$$a = \frac{A}{\sqrt{1 + \frac{2 g h}{c^2}}},$$

welche Gleichung sofort zeigt, dass für jeden endlichen Werth von c immer $a < A$ ist.

Beispiel. Ist z. B. $A = 60$ und $a = 12$ Quadratzoll, so würde die einfache Formel $v = \sqrt{2gh}$ die Geschwindigkeit v bedeutend zu klein geben, indem diese Geschwindigkeit zufolge der richtigen Formel (5) oder der vorigen (w) noch mit dem Factor:

$$\frac{A}{\sqrt{A^2 - a^2}} = \frac{60}{46{\cdot}333} = 1{\cdot}2922$$

multiplicirt werden muss.

Wäre dagegen bei diesem Werthe von $A = 60$ nur $a = 1$ Quadratzoll, so würde dieser Factor bloss $= \frac{6}{59{\cdot}991} = 1{\cdot}0001$, folglich so gut wie keinen Einfluss haben.

190. Da die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit wegen der Reibung des Wassers an den Wänden des Gefässes und der Ausflussöffnung, sowie der Klebrigkeit, d. i. des nicht absolut vollkommen flüssigen Zustandes desselben, immer kleiner als die durch die obigen Formeln ausgedrückte theoretische ist, so muss man die letztere, um daraus die wirkliche Geschwindigkeit zu erhalten, noch mit einem Erfahrungs-, dem sogenannten Geschwindigkeits-Coefficienten φ, welcher sonach immer kleiner als die Einheit ist, multipliciren.

Ist daher v_1 die wirkliche Ausflussgeschwindigkeit, so ist:

$$v_1 = \varphi v = \varphi \sqrt{2gh},$$

wenn man nämlich die einfachere Formel (8) anwendet.

Was nun diesen Coefficienten φ betrifft, so ist es äusserst schwierig, dessen Werth genau zu bestimmen, indem derselbe mehr oder weniger von der Druckhöhe und von der Grösse und Form der Ausflussöffnung selbst abhängt.

So fand z. B. Prof. Weisbach aus einer grossen Reihe von Versuchen, welche er über den Ausfluss des Wassers aus horizontalen, in dünnen Wänden angebrachten Oeffnungen, und zwar bei Druckhöhen von 1, 5, 10 und 390 Fuss durchführte, für φ beziehungsweise die Werthe ·958, ·969, ·975, ·988, so dass man hieraus berechtigt wäre, für die gewöhnlich vorkommenden, zwischen 1 und 10 Fuss liegenden Druckhöhen als Mittelwerth $\varphi = {\cdot}967$ zu setzen.

Ebenso kann man für den Ausfluss aus kurzen cylinderischen Ansatzröhren im Mittel $\varphi = {\cdot}816$ oder für gewöhnlich ·82; für conisch-convergente Ansätze $\varphi = {\cdot}830$ bis ·984 setzen, jenachdem der Convergenzwinkel von 0 bis gegen 49° zunimmt.

Anmerkung. Um hier zugleich auch einige Bemerkungen in Beziehung auf den Contractions-Coefficienten α einzuschalten, da dieser Coefficient besonders beim Ausfluss aus Oeffnungen in dünner Wand von wesentlichem Einflusse ist, indem dabei nicht der Querschnitt a der Oeffnung, sondern der kleinere αa in Rechnung kommt, so bemerke man, dass av die theoretische, folglich $\alpha a v_1 = \alpha \varphi a v = \mu a v$ die wirklich ausfliessende Wassermenge ist, wenn man nämlich das Product $\alpha \varphi = \mu$ setzt, und wobei dieser neue Coefficient μ der Ausfluss-Coefficient heisst.

Obschon nun aber zum Behufe der Bestimmung dieses Coefficienten seit Borda unzählige Versuche und Beobachtungen vorgenommen wurden, so kennt man auch heute noch nicht genau alle jene Umstände, welche auf die Grösse desselben Einfluss haben, so dass man sich immer noch mit gewissen Mittelwerthen begnügen muss.

So viel geht indess aus den Versuchen über die Contractions-Erscheinungen hervor, dass 1. die Zusammenziehung des ausfliessenden Wasserstrahles bei Oeffnungen in einer dünnen Wand am stärksten sind, dass 2. die Contraction grösser wird, wenn die Druckhöhe oder auch die Ausflussöffnung zunimmt, dass diese 3. abnimmt und partiel wird, wenn ein Theil des Umfanges der Oeffnung durch die Seitenwände des Gefässes begrenzt wird, und dass endlich 4. diese Contraction auch geringer oder unvollkommen wird, wenn das Wasser vor der Ausflussöffnung nicht ruhig steht, sondern schon mit einer gewissen Geschwindigkeit vor derselben anlangt.

Ist ferner die Gefässwand, in welcher sich die Ausflussöffnung befindet, nach innen zu nicht eben, sondern concav oder convex, so ist die Contraction beziehungsweise kleiner oder grösser als sie unter gleichen Umständen bei einer ebenen Wand sein würde.

Nimmt man nun nach Weisbach's Versuchen für den Ausfluss aus Oeffnungen in dünner Wand als Mittelwerth $\alpha = \cdot 64$ und $\varphi = \cdot 97$, so ist dafür der Ausfluss-Coefficient $\mu = \varphi \alpha = \cdot 62$.

Für den Ausfluss durch kurze cylinderische Ansatzröhren ist $\alpha = 1$ und wenn man $\varphi = \cdot 816$ setzt, sofort als Mittelwerth $\mu = \cdot 816$, wofür man gewöhnlich ·82 nimmt.

Für den Ausfluss aus conisch-convergenten Ansätzen nimmt der Coefficient μ für dieselbe Oeffnung und bei derselben Druckhöhe von ·83 bis ·95 zu, wenn der Convergenzwinkel von 0 bis nahe 14^0 wächst.

Um endlich noch der neuesten Versuche zu erwähnen, welche Professor Weisbach über den Ausfluss des Wassers bei sehr hohen Druckhöhen vorgenommen, so ergaben diese im Wesentlichen folgende Resultate.

Bei einer Druckhöhe über 10 Atmosphären war bei dem Ausflusse aus einer kreisförmigen Oeffnung von 1·01 Centim. Durchmesser in einer ebenen, dünnen Wand $\mu = \cdot 6278$, dagegen bei quadratförmiger Oeffnung von ·003 Centim. Seite $\mu = \cdot 6151$.

Für ein kurzes cylinderisches Ansatzrohr, 1·014 Centim. weit und 3 Centim. lang ohne innerer Abrundung war $\mu = \cdot 5999$, sowie bei 6 Centim. Länge $\mu = \cdot 6038$.

Für ein ähnliches solches Ansatzrohr, ebenfalls 1·014 Centim. weit und 3 Centim. lang, dagegen innen abgerundet, fand sich $\mu = \cdot 9543$, sowie bei einer Länge von 9 Centim. $\mu = \cdot 8933$.

Für ein conoidisches gut abgerundetes Mundstück von 1·002 Centim. Durchmesser war $\mu = \cdot 9935$.

Bei einem längeren düsenförmigen Rohr mit innerer Abrundung, von 3·8 Centim. innerer, sowie nahe 1 Centim. äusserer Weite, und von $14\frac{1}{2}$ Centim. Länge, ergab sich $\mu = \cdot 9971$.

Für eine kurze conisch-convergente Röhre, innen abgerundet und nach aussen cylinderisch verlaufend, von 1·012 Centim. Durchmesser, fand sich $\mu = \cdot 9984$.

Für ein kurzes conisches Rohr endlich, von 4 Centim. Länge und einem Convergenzwinkel von $7^0\,9'$, ferner innen $1\frac{1}{2}$ und aussen 1 Centim. weit, war $\mu = \cdot 9995$.

191. Wird die Flüssigkeit mittelst eines Kolbens, wie z. B. bei einer Druckpumpe oder Feuerspritze durch eine kleine Oeffnung hinausgetrieben, so sei, um die entsprechende Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Flüssigkeit austritt, A die Querschnittsfläche des Gefässes, a jene der Oeffnung, P der Druck auf den Kolben, $AB = h$ (Fig. 95) die anfängliche Druckhöhe und h' die Höhe einer Flüssigkeitssäule, derselben Gattung, welche über dem Kolben stehend denselben Druck P ausübt, also, wenn γ wieder das Gewicht der cubischen Einheit der betreffenden Flüssigkeit ist, $P = Ah'\gamma$; so ist im ersten Augenblicke die gesammte Druckhöhe $= h + h'$ und daher, wenn $\frac{a}{A}$ ein kleiner Bruch ist, die Ausflussgeschwindigkeit $v = \sqrt{2g\,(h + h')}$ oder wegen $h' = \frac{P}{\gamma A} = \frac{p'}{\gamma}$, wenn man nämlich den auf die Flächeneinheit des Kolbens stattfindenden Druck durch p' bezeichnet, $v = \sqrt{2g\left(h + \frac{p'}{\gamma}\right)}$. Ist dagegen der Druck auf die Flächeneinheit in der Tiefe der Oeffnung $BC = p$, also $p = \left(h + \frac{p'}{\gamma}\right)\gamma$, so ist auch:

$$v = \sqrt{\left(2g\frac{p}{\gamma}\right)} \ldots (3);$$

die Ausflussgeschwindigkeit ist also der Quadratwurzel aus der Pressung auf die Flächeneinheit (gewöhnlich ist h gegen h' ausser Acht zu lassen) direct und dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit umgekehrt proportional. Wäre Quecksilber gerade 16 Mal so dicht als Wasser, so würde dieses bei gleichem Drucke 4 Mal langsamer als das Wasser ausfliessen. Ist die Luft 770 Mal leichter als das Wasser, so strömt diese bei gleicher Pressung nahe $27\frac{3}{4}$ Mal schneller als das Wasser aus u. s. w.

Es muss übrigens hier beim Hinausdrücken der Flüssigkeit noch auf die Widerstände aufmerksam gemacht werden, welche in diesem letzteren Falle durch den Kolben, in den übrigen Fällen aber durch die Druckhöhe der Flüssigkeit mit überwunden werden müssen.

Ist nämlich v die wirkliche der Druckhöhe h' entsprechende Ausflussgeschwindigkeit und φ der (vorige Nummer) entsprechende Geschwindigkeits-Coefficient, folglich $\frac{v}{\varphi}$ die theoretische der Höhe h entsprechende Ausflussgeschwindigkeit, so ist $h - h' = z_1$ diejenige Druckhöhe der Flüssigkeit, welche durch diese Hindernisse erschöpft, oder mit anderen Worten, welche zur Ueberwindung derselben verwendet wird. Man nennt diese Höhe z_1, analog mit jener z in §. 366 die Widerstandshöhe, und zwar ist, wegen $h = \frac{v^2}{2g\varphi^2}$ und $h' = \frac{v^2}{2g}$ sofort: $z_1 = \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{v^2}{2g} = \varepsilon_1 \frac{v^2}{2g}$, wobei der Coefficient:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \,.\,.\,(c)$$

nach Weisbach der Widerstands-Coefficient genannt werden kann.

Fliesst nun z. B. aus irgend einer Oeffnung dem Gewichte nach die Wassermenge M per Secunde aus, so ist zur Ueberwindung der erwähnten Hindernisse die Arbeit $Mz_1 = M\varepsilon_1 \frac{v^2}{2g}$ erforderlich, die sonach von der theoretischen Arbeit $Mh = \frac{Mv^2}{2g}$ verloren geht.

Was nun diesen Widerstands-Coefficienten ε_1 betrifft, so ist für Oeffnungen in einer dünnen Wand (vorige Anmerk.) der Geschwindigkeits-Coefficient im Mittel $\varphi = \cdot 97$, daher $\varepsilon_1 = \cdot 063$. Für kurze cylinderische Ansätze ist $\varphi = \mu = \cdot 815$, mithin $\varepsilon_1 = \cdot 505$. Für kurze nach innen abgerundete oder nach dem contrahirten Wasserstrahl geformte Röhren ist wieder wie in dünner Wand $\varphi = \cdot 97$, daher $\varepsilon_1 = \cdot 063$.

Bei Röhrenleitungen nimmt man gewöhnlich für das in den Hauptbehälter einmündende Röhrenstück den Coefficienten

$$\varepsilon_1 = \cdot 505.$$