

zwei benachbarten Massentheilen eine abstossende Kraft, welche von der Wärme oder von ähnlichen Ursachen abhängt und welche sich mit der Entfernung ändert, jedoch nach einem anderen Gesetze als die Gravitation.

Demnach wäre jede von den beiden genannten Kräften  $p$  und  $p'$  die Differenz oder Resultante zweier Kräfte, nämlich 1. der wechselseitigen Gravitation zwischen den beiden Elementen  $m$  und  $m'$ , dann 2. der wechselseitigen Abstossung in Folge von Ursachen, welche der Wärme analog sind.

Diese Resultante würde anziehend, abstossend oder null sein, je nachdem die Intensität der ersteren Kraft grösser, kleiner, oder gleich der Intensität der letzteren wäre.

Was das geometrische System betrifft, so kann die Verbindung der materiellen Punkte entweder 1. durch biegsame, unausdehnsame Fäden, 2. durch steife Drähte von unveränderlicher Länge und 3. mittelst biegsamer Fäden, an denen die materiellen Punkte (wie in Ringen) hin- und hergleiten können, hergestellt sein; dabei muss aber im letzteren Falle jeder Faden zugleich an zwei materiellen Punkten befestigt sein, weil sonst der hin- und hergleitende Punkt in dem Faden keinerlei Widerstand hervorrufen würde.

Auch für dieses System gelten in Beziehung auf die algebraische Darstellung die vorigen Bemerkungen und es muss für ein geometrisches System wenigstens Eine Gleichung von der Form  $\delta = \varphi(x, y, z, x', y', \dots)$  existiren, wobei  $\delta$  eine constante Grösse und nach Umständen die Länge des Fadens oder Drahtes zwischen den beiden materiellen Punkten bezeichnet; zugleich müssen in dieser Gleichung sämtliche Punkte des Systemes durch ihre Coordinaten vertreten sein, weil ohne dieses der nicht vertretene Punkt auch kein Punkt des Systemes sein könnte.

### Dynamisches System.

Bilden die materiellen Punkte von den Massen  $m, m', m'' \dots$  ein solches System, so seien  $P$  die Resultirende aller auf den Punkt  $m$  einwirkenden äusseren Kräfte und  $X, Y, Z$  die 3 Componenten (oder Projectionen) derselben nach den Achsen des willkürlich gewählten rechtwinkligen Coordinaten-Systemes; ferner seien ebenso  $S$  die Resultante aller inneren auf diesen materiellen Punkt  $m$  wirkenden Kräfte, so wie  $K, L, M$  die Componenten derselben nach denselben Achsen, wobei in  $S$  zugleich auch jene Kraft enthalten sein soll, welche den Widerstand der krummen Flächen oder Linien repräsentirt, auf denen dieser Punkt etwa zu bleiben genöthigt sein kann.

Offenbar kann man sich aber diesen Punkt  $m$  als vollkommen frei und vom Systeme losgetrennt vorstellen, sobald man zu der äusseren bewegenden Kraft  $P$  die innere Kraft  $S$  hinzufügt, denn es verhält sich dann dieser Punkt genau so, wie ein vollkommen freier, auf welchen die Kräfte  $P$  und  $S$  wirken. Mit Rücksicht darauf kann man daher auch auf diesen Punkt  $m$  die allgemeinen Bewegungs-Gleichungen anwenden und diese sind:

$$X + K = m \frac{dv}{dt}, \quad Y + L = m \frac{dv}{dt}, \quad Z + M = m \frac{dv}{dt} \dots (a),$$

wozu noch jene kommen, die sich auf die Geschwindigkeiten beziehen, d. i.:

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad u = \frac{dy}{dt}, \quad w = \frac{dz}{dt} \dots (b).$$

Genau ebenso erhält man für den 2. Punkt  $m'$  die analogen Gleichungen:

$$X' + K' = m' \frac{dv'}{dt}, \quad Y' + L' = \dots (a') \quad \text{und} \quad v' = \frac{dx'}{dt}, \quad u' = \dots (b'),$$

und so auch für die noch übrigen Punkte  $m'', m'''$  ... des Systemes die ähnlichen Gleichungen  $(a'')$ ,  $(b'')$  etc.

Ist nun das System ein gegebenes, so kennt man  $K, L, M$  ... in Functionen der Coordinaten des Systemes und man kann, wenn auch die äusseren Kräfte bekannt sind, die Bewegung jedes einzelnen Punctes mit Hilfe der vorigen Gleichungen  $(a)$ ,  $(a')$  ..., sowie umgekehrt, wenn die Bewegung bekannt, d. i. die Coordinaten der einzelnen Puncte gegeben sind, die äusseren Kräfte bestimmen. Hier ist übrigens nur von der theoretischen Möglichkeit die Rede, da sich der wirklichen Ausführung oft unübersteigliche Schwierigkeiten entgegensetzen.

### Geometrisches System.

Mit Beibehaltung der vorigen Bezeichnung und mit Rücksicht, dass hier unter  $S$  die Resultante aus den sogenannten Verbindungskräften (wieder eventuell jene inbegriffen, welche von dem Widerstande der krummen Flächen oder Linien herrühren) zu verstehen ist, gelten auch hier wieder die obigen allgemeinen Gleichungen der Bewegung  $(a)$ ,  $(b)$ ,  $(a')$ ,  $(b')$  ...

Ist nun das System ein bestimmtes oder gegebenes, so ist die Anzahl der Verbindungs-Gleichungen ebenso gross, als die Anzahl der wirklich Unbekannten und man kann, wie eine einfache Betrachtung zeigt, in den genannten Gleichungen die Verbindungskräfte  $K, L, M, K'$  ... als bekannte Grössen ansehen; denn obschon durch die Verbindung eines Punctes mit einem anderen in diese Grössen  $K, L$  ... eine neue Unbekannte, nämlich die Intensität der betreffenden Verbindungskraft gebracht wird, so liefert doch auch wieder dieselbe Verbindung andererseits eine neue Verbindungs-Gleichung zwischen denselben unbekanntem Coordinaten, wodurch schliesslich die ursprüngliche Anzahl von Gleichungen, folglich auch die Anzahl der Unbekannten, ungeändert bleibt, geradeso, als ob in den erwähnten Bewegungs-Gleichungen alle inneren, d. i. Verbindungskräfte unmittelbar gegeben wären.

Auf solche Weise hat man immer so viele Gleichungen als notwendig sind, um entweder, wenn die äusseren Kräfte (und die Verbindungen) gegeben sind, die Coordinaten der materiellen Puncte in Functionen dieser äusseren Kräfte, oder umgekehrt, wenn die Bewegung, d. i. die Coordinaten gegeben sind, die äusseren Kräfte als Functionen dieser Coordinaten auszudrücken.

Ist auf diese Weise die Aufgabe gelöst, d. h. sind sowohl die Coordinaten der materiellen Puncte, als auch die äusseren Kräfte bekannt; so unterliegt es auch keinem Anstande, die Intensität der Verbindungskräfte  $p, p' \dots, q, q' \dots$  (Spannungen der Fäden, Normaldrücke gegen die Flächen