nur eine Auflösung stattfindet, sofort $tang\,\alpha = \frac{c^2}{g x'}$ wird, so folgt, wenn man diesen Werth in der obigen Gleichung (1) und zugleich auch x', y' statt x, y setzt, für die entsprechende Parabel oder Wurflinie dieselbe Gleichung, welche man auch aus der Gleichung (n) erhält, wenn man darin x', y' statt x, y setzt; diess beweist, was sich auch von selbst versteht, dass der Körper in diesem Falle so geworfen werden müsse, dass er eine Parabel besbreibt, welche die oben gefundene einhüllende Curve in dem betreffenden Puncte x', y' berührt.

4. Endlich mag bei dieser Gelegenheit auch noch bemerkt werden, dass, wenn überhaupt eine constante Kraft auf einen materiellen Punct, welcher bereits durch was immer für eine Kraft eine Geschwindigkeit c nach einer anderen Richtung erlangt hat einwirkt, die Bewegung immer eine krummlinigte ist und nach einer gewissen Zeit einen Bogen AM beschrieben hat, welcher von der Diagonale AM des Parallelogrammes bc verschieden ist, welche die Resultante sein würde, wenn die Geschwindigkeit c ebenfalls eine constante Kraft wäre. Es folgt also hieraus, dass die Bewegung des materiellen Punctes von A nach M keineswegs durch eine Resultirende aus der wirklichen (hier die Schwer-) und der früher dagewesenen Kraft, welche die Geschwindigkeit c hervorgebracht oder hinterlassen hat, stattfindet; denn nur dann kann man mehrere Kräfte in eine einzige Resultirende vereinigen, wenn diese Kräfte gleichzeitig wirken und gleichartig sind.

Bestimmung der Geschwindigkeit, welche ein in einer krummen Linie herabgehender schwerer Punct oder Körper erlangt.

(§. 189.)

128. Ist AMB (Fig. 24) eine in einer verticalen Ebene liegende Curve, über welche ein bloss von der Schwere getriebener materieller Punct herabfällt, und nimmt man A als Ursprung des rechtwinkeligen Coordinaten-Systemes, in welchem die Verticale AC die Abscissenachse sein soll, setzt für einen beliebigen Punct M der Curve $AP = x$, $PM = y$, Bog. $AM = s$, sowie $Pp = dx$, $mn = dy$, $Mm = ds$ und zieht endlich in diesem Puncte an die Curve die Tangente MT, wofür der Neigungswinkel mit der Ordinatenachse durch α bezeichnet werden soll; so hat man, wenn der schwere Punct, indem er von A bis M gekommen, die Geschwindigkeit v erlangt, und dazu die Zeit t gebraucht hat (**120**, Gleichung α) sofort $v = \frac{ds}{dt}$.

Da aber diese Geschwindigkeit bei dem weiteren Fallen des Körpers durch den Bogen $Mm = ds$, wozu er die Zeit dt braucht, um dv zunimmt, und diese Zunahme durch das Herabgleiten des schweren Punctes über die schiefe Ebene MT während der Zeit dt entstanden ist; so hat man d$v = G$dt oder wegen (§. 187, Gleich. 3'): $G = g \, Sin \, \alpha = g \frac{Mn}{Mm} = g \frac{dx}{ds}$ auch d$v = g \frac{dx}{ds}$dt, oder $\frac{ds}{dt}dv = g\,dx$, d. i. $v\,dv = g\,dx$.

Wird diese letztere Gleichung integrirt, so erhält man:

$\frac{1}{2}v^2 = gx$ oder $v^2 = 2gx$, d. i. $v = \sqrt{2gx} \ldots (s)$,

wozu keine Constante kommt, weil (indem die Bewegung von A ausgeht) für $x = 0$ auch $v = 0$ sein soll.

Aus dieser Gleichung folgt (vergl. §. 182, Form 3), dass der über die Curve AMB herabfallende schwere Punct oder Körper in was immer für einen Punct M der Curve dieselbe Geschwindigkeit erlangt, als wenn er durch die entsprechende Höhe AP (als Höhenunterschied zwischen den beiden Puncten A und M) frei gefallen wäre. Ist $AC = h$ und v' die Geschwindigkeit in B, so ist

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

Anmerkung. Einfacher gelangt man zu diesem Resultate nach dem in den Nrn. **124.** und **125.** Gesagten. Denn die beschleunigende Kraft nach Mm ist $g \, Sin \, \alpha = g \frac{dx}{ds}$, folglich (**124.**, Gleichung 1) $g \frac{dx}{ds} = \frac{dv}{dt}$ oder $\frac{ds}{dt}dv = g\,dx$, d. i. $v\,dv = g\,dx$, woraus wieder $v^2 = 2gx$ folgt.

Schwingungsdauer des einfachen Pendels.

(§. 191.)

129. Um die Schwingungszeit eines einfachen Pendels im leeren Raume, welches nur kleine Schwingungsbögen beschreibt, zu bestimmen, sei die Länge des Pendels $CA = r$ (Fig. 25), ABA' der dem Halbmesser r entsprechende, in einer verticalen Ebene liegende Kreisbogen, in welchem der schwere Punct A schwingt, C der Aufhängpunct des Pendels als Mittelpunct des Kreisbogens und $BD = a$ der dem Schwingungsbogen ABA' entsprechende Sinusversus. Nimmt man nun an, dass der schwere Punct, welcher seine Bewegung in A beginnt, während der Zeit t bis M gekommen sei und hier die Geschwindigkeit v erlangt habe, so ist [**128.** Gleich. (s)] $v = \sqrt{(2g \, . \, DP)}$, oder wenn man die Abscissen auf dem verticalen Durchmesser CB von B aus zählt,