merischen Werthe dieser beiden Kräfte gibt auch das directe Verhältniss zwischen diesen beiden Massen; auf diese Weise wird also die Vergleichung der Massen auf jene der Kräfte zurückgeführt.

Man ist jetzt so ziemlich allgemein darin überein gekommen, als Einheit jene Masse zu nehmen, welche bei der Einwirkung der Krafteinheit während der Zeiteinheit die durch die Längeneinheit dargestellte Geschwindigkeit erlangt. Bei unserem Mass- und Gewicht-System wird man also jene Masse zur Einheit wählen, welche durch das Einwirken einer constanten Kraft von 1 Pfund nach unveränderlicher Richtung, während 1 Secunde die Geschwindigkeit von 1 Fuss erlangt, eine Masse, die natürlich nur durch Versuche gefunden werden kann.

Betrachtet man die Schwere innerhalb der für unsere Rechnungen zulässigen Grenzen als eine constante, d. i. eine unveränderliche Intensität besitzende Kraft, so folgt, da die Versuche für alle uns bekannten Körper die nämliche Beschleunigung nachweisen, dass die Gewichte der Körper (als die einwirkenden Kräfte) den Massen derselben also auch umgekehrt die Massen den Gewichten der Körper proportional sind.

Ist nun g die Beschleunigung frei fallender Körper im leeren Raume (auch Action der Schwerkraft genannt), P das Gewicht und M die Masse eines Körpers, so ist nach dem obigen Satze über das Mass constanter Kräfte [Gleichung (β)]:

$$P = Mg.$$

Hieraus folgt aber, dass für $M = 1$ sofort $P = g$ ist, mithin jene Masse zur Einheit genommen wird, deren Gewicht $= g$ (für Wien also $= 31{\cdot}03$ Pfund, für Paris $= 9{\cdot}8088$ Kilogramm u. s. w.) ist. Und in der That, lässt man in der Breite von Wien einen Körper von 31 Wr. Pfund im Gewichte im luftleeren Raume frei fallen, so erlangt derselbe am Ende der 1sten Secunde (wie den Versuchen zufolge jeder andere Körper auch) eine Geschwindigkeit von 31 Wr. Fuss. Da nun aber dabei die constante oder bewegende Kraft 31 Pfund beträgt, so wird eine 31 Mal kleinere Kraft, d. i. jene von 1 Pfund, in derselben Masse (da sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Massen verhalten) auch eine 31 Mal kleinere Geschwindigkeit, d. i. jene von 1 Fuss während dieser Zeit von 1 Secunde hervorbringen; Alles der vorigen Definition gemäss.

Ausdruck für die veränderliche Kraft bei irgend einer geradlinigen Bewegung.

(§. 174.)

124. Wie aus der vorigen Nummer folgt, so kann eine constante Kraft durch die Grösse der Bewegung gemessen werden, welche sie in der Zeiteinheit hervorbringt, wenn man dabei jene Kraft zur Einheit nimmt, welche in der Masseneinheit während der Zeiteinheit die Geschwindigkeit gleich Eins erzeugt. Um nun auch das Mass einer variablen Kraft auf diesen Fall zurückzuführen, kommt es darauf an, die Geschwindigkeit zu bestimmen, welche sie in der Masse gleich Eins in der Zeiteinheit erzeugen würde, wenn sie jene Intensität constant beibehielte, welche sie in dem Augenblicke, den man eben betrachtet, besitzt.

Es sei nun bei irgend einer geradlinigen Bewegung eines mit der Masse gleich Eins behafteten Punctes, am Ende der von irgend einer Periode aus gezählten Zeit t der Abstand dieses Punctes vom Ursprung $= x$, die Geschwindigkeit $= v$ und die Intensität der variablen Kraft in diesem Augenblicke $= p$. Wäre p constant, so würde der Quotient $\frac{v}{t}$ die von p in der Zeiteinheit erzeugte Geschwindigkeit, folglich auch (**123**. Anmerkung 1) das Mass der Kraft p sein. Im gegenwärtigen Falle nimmt jedoch die Kraft p während der Zeit Δt um Δp und die Geschwindigkeit um Δv zu (oder ab, was hier ganz gleichgiltig ist) und diese Zunahme der Geschwindigkeit kann so angesehen werden, als wäre sie durch eine zwischen p und $p + \Delta p$ liegende Kraft hervorgebracht worden, welche während der Zeit Δt mit constanter Stärke gewirkt hat. Bezeichnet man diese Kraft durch p', so ist sofort $p' = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ und zwar für jeden auch noch so kleinen Werth der Zeit Δt.

Da sich aber p' ohne Ende der Intensität der Kraft p, welche sie am Ende der Zeit t besitzt, nähert, wenn Δt ohne Ende abnimmt, indem sich dabei auch ebenso Δp der Nulle nähert, so hat man, auf die Grenzen übergehend:

$$p = \frac{dv}{dt} \cdots (1),$$

dabei hat p dasselbe Zeichen wie dv, so dass man diese Kraft als positiv oder negativ ansieht, je nachdem dieselbe die Geschwindigkeit v zu vermehren oder zu vermindern strebt; da ferner diese Geschwindigkeit (Gleich. α, Nr. **120**.) $v = \frac{dx}{dt}$ zu- oder abnimmt, je nachdem die Bewegung im positiven oder negativen Sinne von x stattfindet, so ist auch die Kraft p positiv oder negativ, je nachdem sie im ersteren oder letzteren Sinne, d. i. beschleunigend oder verzögernd wirkt.

Setzt man in der obigen Gleichung (1) für v den vorigen Werth, so erhält man auch:

$$p = \frac{d^2x}{dt^2} \cdots (2).$$

125. Besitzt der bewegliche Punct statt der Masse 1 jene m, so wird, wenn die Bewegung mit der vorigen identisch ist, die entsprechende Kraft P durch $m\frac{dv}{dt}$ gemessen, weil sich in diesem Falle die Kräfte wie die Massen verhalten, also

$$p : P = 1 : m \text{ stattfindet, oder } P = mp \text{ ist.}$$

Man nennt gewöhnlich diese letztere Kraft P, welche auf eine beliebige Masse m wirkt und sofort durch $m\frac{dv}{dt}$ oder $m\frac{d^2x}{dt^2}$ gemessen wird, bewegende Kraft, während man die auf die Einheit der Masse wirkende Kraft p, welche nämlich durch $\frac{dv}{dt}$ oder $\frac{d^2x}{dt^2}$ gemessen wird, beschleunigende Kraft zu nennen pflegt.

So ist z. B. für einen frei fallenden Körper im luftleeren Raume die beschleunigende Kraft $p = g = \frac{dv}{dt}$ [**123.** Anmerkung 1, und **124.** Gleichung (1)], woraus $dv = g\,dt$ oder $v = gt$ (1) und wegen $v = \frac{dx}{dt}$ auch $dx = gt\,dt$ und daher $x = \frac{1}{2}gt^2$ (2) folgt; welche Formeln (1) und (2) sofort mit jenen in §. 182 übereinstimmen. Zugleich folgt aus der letzten Gleichung (2) $g = \frac{2x}{t^2} \ldots (n)$ so, dass also bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung die beschleunigende Kraft auch dem doppelten Weg, dividirt durch das Quadrat der Zeit gleich ist.

Fällt ein Körper von der Masse M frei herab, so ist $Mg = P$ (gleich dem Gewichte des Körpers) die bewegende Kraft.

Schief aufwärts geworfene Körper.

(§. 184.)

126. Wird ein schwerer Punct in der Richtung AT (Fig. 23) mit der Geschwindigkeit c aufwärts geworfen, so bleibt er, durch die Einwirkung der Schwere abwärts getrieben, fortwährend in der durch AT gelegten verticalen Ebene. Nimmt man daher eine in dieser Ebene durch den Punct A horizontale Gerade AX zur Abscissen- und die darauf perpendikuläre der Schwere entgegengesetzte Gerade AY zur Ordinatenachse, so wird die Lage des beweglichen Punctes durch die Coordinaten x, y bestimmt.

Die allgemeinen Gleichungen dieser Bewegung sind (vergleiche das Beispiel in der vorigen Nummer)