

ander senkrecht wirkende Seitenkräfte P und Q zerlegt, sofort jede derselben durch das Product aus der zerlegten Kraft R in den Cosinus des Winkels ausgedrückt wird, welchen die betreffende Seitenkraft mit dieser Kraft R einschliesst.

Schneidet man auf den Richtungen AN , AM der beiden gegebenen Kräfte P und Q die Stücke AB , AC diesen Kräften proportional ab, construirt aus diesen Puncten B , C das Rechteck BC und zieht darin die Diagonale AD , so stellt diese die Resultirende R sowohl der Grösse als Lage nach vor.

7. Schliessen die Richtungen der Kräfte P , Q keinen rechten, sondern einen beliebigen Winkel BAC (Fig. 2) ein, so schneide man zur Bestimmung ihrer Mittelkraft darauf die Stücke AB und AC diesen Kräften proportional ab, ergänze aus diesen Puncten B , C das Parallelogramm $ABDC$, ziehe die Diagonale AD , darauf perpendicular die Geraden FAE , CG und BH , so wie noch mit dieser Diagonale parallel die Geraden CF und BE ; so erhält man dadurch die beiden Rechtecke FG und EH , in welchen, wie man sogleich sieht, $AE = AF \dots (m)$ und $AG = HD \dots (n)$ ist. Da man sich aber zufolge des vorigen Satzes in Nr. 6 die Kraft P in die zwei auf einander senkrecht wirkenden Seitenkräfte AE und AH , sowie die Kraft Q in die beiden Seitenkräfte AF und AG zerlegt denken kann, wodurch statt der beiden Kräfte P und Q die vier gleich geltenden, dieselbe Resultirende R besitzenden Kräfte AE , AF , AG , AH entstehen, und da sich davon die beiden ersteren als gleich und entgegengesetzt wirkend aufheben, dagegen die beiden letztern nach einerlei, und zwar nach der Richtung AD wirken, deren Mittelkraft daher $= AH + AG$ oder wegen $AG = HD$ auch $= AH + HD = AD$ ist; so stellt diese Diagonale AD zugleich auch die Resultirende R aus den beiden Kräften P und Q vor.

Bestimmung der Mittelkraft oder der Seitenkräfte durch Rechnung.

8. Schliessen die Richtungen der auf den Punct A (Fig. 2) wirkenden beiden Kräfte P und Q den Winkel $CAB = \alpha$ ein, und bezeichnet man den Winkel BAD , welchen die Seitenkraft

P mit der Resultirenden R bildet, durch φ ; so hat man ganz einfach durch die Auflösung des Dreieckes ABD , in welchem $AB = P$, $BD = Q$, $AD = R$, Winkel $DAB = \varphi$, Winkel $ADB = \alpha - \varphi$ und $W. ABD = 180^\circ - \alpha$ ist, nach bekannten Regeln:

$$(1) R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}, \quad (2) P = \frac{R \sin(\alpha - \varphi)}{\sin \alpha},$$

$$(3) Q = \frac{R \sin \varphi}{\sin \alpha}, \quad (4) \cos \varphi = \frac{P + Q \cos \alpha}{R},$$

$$(5) \cos(\alpha - \varphi) = \frac{Q + P \cos \alpha}{R} \quad \text{und} \quad (6) \text{Tang } \varphi = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}.$$

Alle diese Formeln lassen sich auch auf die bekannte Weise (*Burg's Compend. der höhern Mathem. Cap. IV.*; dessen „Sammlung trigonometrischer Formeln,” S. 41; oder dessen Handbuch der geradlinigen und sphärischen Trigonometrie) für die Anwendung der Logarithmen einrichten.

9. Für den besondern Fall, als die Seitenkräfte einen rechten Winkel einschliessen, gehen diese Formeln, wegen $\alpha = 90^\circ$, in die folgenden einfachern über:

$$(1) R = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (2) P = R \cos \varphi, \quad (3) Q = R \sin \varphi$$

und (4) $\text{Tang } \varphi = \frac{Q}{P},$

was sofort auch mit den in 3. und 5. entwickelten Relationen, wie es sein soll, übereinstimmt.

Beispiel. Wirken auf einen Punct A (Fig. 2) die zwei Kräfte $P = 48.34$ und $Q = 26.52$ Pfund unter einem Winkel von $\alpha = 99^\circ, 24', 13''$; so erhält man nach den Formeln (1) und (6) in 8. $R = 51.197$ Pf. und $\varphi = 30^\circ, 44', 0''$, wodurch sofort die Grösse und Lage der Mittelkraft gegeben ist.

Bestimmung der Resultirenden aus einer beliebigen Anzahl von Kräften, welche auf einen frei beweglichen Punct wirken und in ein und derselben Ebene liegen.

(§. 16.)

10. Wirken auf den Punct A (Fig. 4) die Kräfte $P, P_1, P_2, P_3 \dots$ nach den angedeuteten Richtungen in einerlei Ebene, so lege man zur Bestimmung ihrer Resultirenden in derselben Ebene durch den Punct A ein beliebiges rechtwinkeliges Achsensystem AA', YY' , bezeichne die als bekannt anzusehenden oder gegebenen Winkel,