fläche gehören (§. 156). Diese Details werden dann nach jeder Tagesarbeit zu Hause mit Tusche rein ausgeführt und beschrieben. Auch ist es sehr nöthig, alle Visirlinien, örtliche Gegenstände und sonstige Detailbeziehungen sofort zur Stelle zu bezeichnen und zu benennen, wobei ein Manual sehr zweckmäßig sein kann. Fast mehr als bei jedem andern Instrument ist bei dem Meßtisch Uebung der beste Lehrmeister und kann die Arbeit um die Hälfte der Zeit verkürzen. Man wird dahin gelangen, vieles Ausstecken von Pikets 2c. zu ersparen und dafür schickliche natürliche Gegenstände, Steine, Erdschollen, Büsche, ja selbst Grasbüschel benutzen zu lernen, ohne der Schärfe der Messung Eintrag zu thun.

Offenbar ist, daß die Behandlung, je nach der Größe des Maßstabes, je nach dem Zweck, eine ganz verschiedene ist, daß man dabei oft mit Abschreiten ausreicht und die Kette wenig oder nicht braucht. Dergleichen Fälle besonders abzuhandeln, würde nicht möglich sein; Zweck und Oertlichkeit müssen immer maßgebend bleiben.

Siebentes Capitel.

Theilung der Grundstücke. — Polygonometrie.

193. — Die Theilung von Grundstücken oder Fluren gehört ebenfalls zu dem Geschäft des Geometers; man hat diesen Theil der Vermessungskunde in neuerer Zeit mit dem Namen „Polygonometrie" belegt.

Soll eine Theilung von Grundstücken vorgenommen werden, so kann sie rein graphisch oder durch Rechnung geschehen. Die erstere erfordert die Entwerfung einer Zeichnung in großem Maßstabe und kann deßhalb nur auf kleinere Grundstücke angewendet werden; die andere ist vorzuziehen und dabei oft kürzer, indem alle zu theilende Figuren auf folgende zwei Fälle zurückgeführt werden können:

1) Kennt man eine Seite, einen Winkel und den Inhalt eines Dreiecks, die anderen Stücke zu suchen.

2) Ist eine der parallelen Seiten eines Trapezes, die Neigung der anliegenden Sei-

ten und der Inhalt bekannt, die Höhe des Trapezes und dessen andere Seite zu suchen.

Um also das Polygon ABCD....G (Fig. 183) in zwei gleiche Theile zu zerlegen, so kann die Schlußoperation auf die Auffindung der Höhe des Trapezes nmm'n', oder der Seite n'k des Dreiecks nn'k hingeleitet werden. Denkt man sich demnach nn' gezogen, berechnet den Inhalt von ABnn'GA und n'nCDEFn' abgesondert, so ist das Uebermaß ε von dem einen gegen den andern derjenige Flächenraum, welcher der einen Figur M oder N entnommen und beiden zu gleichen Theilen zugeschlagen werden muß.

Angenommen, $N > M$ und das Uebermaß ε sei mittelst einer mit nn' parallelen Linie mm' abgeschnitten, so ist

$$\varepsilon = h\,\frac{mm' + nn'}{2},$$

woraus $h = \dfrac{2\varepsilon}{mm' + nn'},$

und giebt man ε die Gestalt eines Dreiecks

$$\frac{h}{2} = \frac{\varepsilon}{nn'},$$

woraus zu ersehen, daß alle Fälle der Theilung auf obige zwei gebracht werden können.

Wir lassen hier die verschiedenen Aufgaben folgen, die bei der Theilung eines Dreiecks oder Trapezes vorkommen können, wobei wir aus der großen Anzahl beziehlicher Lösungen nur solche gewählt haben, die dem Practiker am nützlichsten sind und nicht zu großen Rechnungen Anlaß geben.

Man erinnere sich im Allgemeinen folgender geometrischen Sätze:

1) Parallelogramme und Dreiecke, welche gleiche Grundlinie haben, verhalten sich wie ihre Höhen; und umgekehrt.

2) Parallelogramme und Dreiecke verhalten sich wie die Producte aus Grundlinie in Höhe.

3) Parallelogramme und Dreiecke, welche einen Winkel gleich haben, verhalten sich wie die Producte der Seiten, welche den Winkel bilden.

4) Aehnliche Dreiecke verhalten sich wie die Quadrate gleichliegender Seiten oder Höhen.

5) Aehnliche n-Ecke verhalten sich wie die Quadrate gleichliegender Seiten oder Diagonalen.

194. — **Erste Aufgabe.** Das Dreieck ABC (Fig. 184) soll in n gleiche Theile getheilt

werden, welche in der Spitze A zusammenlaufen.

Die Lösung wird durch die Theilung der Seite BC in n gleiche Theile und Verbindung der Theilpuncte mit A bewirkt; denn jedes einzelne Dreieck hat die Grundlinie und Höhe mit den andern gleich, also auch gleichen Inhalt.

Sollen die Dreiecke nach dem Verhältniß $m : n : o$ getheilt werden, so erhalten die Theile der Grundlinie ein Verhältniß nach der Proportion

$$m + n + o : BC = m : x = n : y : o : z.$$

Zweite Aufgabe. Das Dreieck ABC (Fig. 185) soll in n gleiche Theile getheilt werden, deren Grenzlinien mit BC parallel laufen.

Ist α eine der Abtheilungen und a die Größe der mit AB gleichliegenden Seite, so hat man

$$ABC : \alpha = (AB)^2 : a^2.$$

Graphische Construction. Man nimmt die mittlere geometrische Proportionale zwischen AB und $\frac{AB}{n}$ und eine andere zwischen AC und $\frac{AC}{n}$, trägt die erstere von A ab auf AB, die andere von A auf AC. Vorausgesetzt ABC soll in drei (= n) gleiche Theile zerlegt werden, so beschreibt man über AB einen Halbkreis, theilt den Durchmesser in drei gleiche Theile, errichtet in den Theilpuncten a, b Normalen ad, bf und verbindet Ad, Af. Dann trägt man Ad und Af auf AB über und zieht FG und DE parallel BC. Dasselbe Resultat wird erhalten, wenn man auf gleiche Weise auf AC operirt.

Wenn die Inhalte der Theile sich verhalten sollen, wie $m : n : o$, dann theilt man AB ebenfalls nach diesem Verhältniß.

Dritte Aufgabe. Das Dreieck ABC (Fig. 188), soll in drei Theile zerlegt werden, welche den Punct D auf der Seite AB gemein haben.

Nimmt man an, die Linien der Theilung seien DH und DG, so ist

$$AD \cdot Hh = \frac{AB \cdot Cc}{3}, \text{ woraus } Hh = \frac{AB \cdot Cc}{3 \cdot AD}$$

und $DB \cdot Gg = \frac{AB \cdot Cc}{3}$, daher $Gg = \frac{AB \cdot Cc}{3 \cdot DB}$.

Um nun auf den Seiten AC und BC die Puncte H und G der Normalen Hh und Gg zu bestimmen, bemerke man, daß die Dreiecke AhH und AcC ähnlich sind, woraus folgt:

$$Cc : AC = Hh : AH, \text{ daher } AH = \frac{AC \cdot Ah}{Cc};$$

Ebenso hat man

$$Cc : BC = Gg : BG, \text{ also } BG = \frac{BC \cdot Gg}{Cc}.$$

Graphische Construction. Man theile die Grundlinie AB (Fig. 189) in drei gleiche Theile, ziehe DC und durch die Theilpuncte g und h die Parallelen Gg und Hh mit DC; zieht man noch DH und DG, so ist das Dreieck, wie verlangt, getheilt.

Es ist nämlich, wenn Cg gedacht wird, das Dreieck $BgC = \frac{1}{3} ABC$ (nach der 1. Aufg.), das Dreieck gCG aber $= gDG$, daher $gCG + gGB = gDG + gGB$.

Sollen die Theile des Dreiecks sich verhalten wie $m : n : o$, so ist AB nach diesem Verhältniß zu theilen.

Vierte Aufgabe. Die Linien, welche das Dreieck ABC (Fig. 190) in drei gleiche Theile zerlegen sollen, sind von den Spitzen ABC nach einem innerhalb liegenden Puncte O zu führen.

Man suche die Höhen h und h' der Dreiecke ABO und BOC; es ist nämlich

$$\frac{h}{2} = \frac{\frac{1}{3} ABC}{AB} \text{ und } \frac{h'}{2} = \frac{\frac{1}{3} ABC}{BC};$$

errichte $Aa = h$ normal AB und aa' dieser Seite parallel, so muß der Punct O auf dieser Parallele liegen. Ziehe ferner $Cc = h'$ normal BC und cc' parallel BC, so ist auch cc' geometrischer Ort für O, der Punct selbst aber muß nothwendig in dem Durchschnitt dieser Parallelen liegen und man kann nun die Theillinien OB, OC und OA ziehen.

Sollen die Theile in dem Verhältniß $m : n : o$ stehen, so hat man zuerst den Inhalt jedes Dreiecks zu berechnen, und wenn $m : AOB = n : BOC = o : AOC$, also

$$m + n + o : ABC = m : AOB$$
$$m + n + o : ABC = n : BOC$$
$$m + n + o : ABC = o : AOC,$$

und hieraus

$$\frac{h}{2} = \frac{AOB}{AB}, \quad \frac{h'}{2} = \frac{BOC}{BC}.$$

Fünfte Aufgabe. Es sind die Bedingungen der Theilung dieselben, der Punct O aber und eine der Theillinien in BO gegeben. Fig. 191.

Man kann ohne Weiteres die Höhenlinien Oc, Og und Oh auf die Seiten des Dreiecks fällen. Es muß aber

$$\frac{ABC}{3} = BG \cdot Og, \text{ daher } BG = \frac{ABC}{3\,Og}$$

sein, wodurch das erste Drittel bestimmt wird. Das zweite wird wahrscheinlich durch das Dreieck BOC nicht vollkommen erfüllt, weßhalb eine Fläche $= \varepsilon$ noch hinzugefügt oder abgeschnitten werden muß.

Nehmen wir den ersten Fall, so wird

$$BOC + \varepsilon = \frac{ABC}{3},$$

und um $OCH = \varepsilon$ zu erhalten, setze man

$$\frac{HC}{2} = \frac{\varepsilon}{Oh}.$$

Zur Prüfung berechne man noch die dritte Figur AGOC.

Wird bedingt, daß eine der Theillinien auf einer Seite (BC) des Dreiecks (Fig. 192) vom Punct O aus normal liege, so hat man Og parallel BC zu ziehen, das Trapezoid BgOH zu berechnen und da dieses mehr oder weniger als ein Drittel betragen wird, die Erfüllung $OgG = \varepsilon$ hinzuzufügen (oder abzuziehen). Es ist aber

$$\varepsilon = \frac{1}{3} ABC - BgOH$$

und da in dem Dreieck ABC alle Stücke bekannt sind, man überdies auch OH kennt, läßt sich das Dreieck Bgb' berechnen, indem $Og = BH - Bb'$ ist.

Es ist

$$\frac{Gk}{2} = \frac{\varepsilon}{Og};$$

errichtet man nun $Bv = gb' + Gk$ senkrecht BC, zieht vG parallel BC, so ergiebt sich der Theilpunct G auf AB.

Man erhält auch Gg durch die Formel der dritten Aufgabe; dann müßte man aber die Höhe Aa des Dreiecks ABC, wie auch den Abschnitt Ba berechnen.

Ebenso behandelt man das Viereck IOHC.

Lefebure giebt in seiner Feldmeßkunst eine elegantere Lösung dieser Aufgabe, die jedoch etwas weitläufige Rechnungen erfordert. Zuerst ist wegen der rechtwinkeligen Dreiecke AaB und GbB

$$Ba : Bb = Aa : Gb,$$

also

$$Gb = \frac{Bb \cdot Aa}{Ba}.$$

Setzt man Ba = a, Bb = x, Gb = y, BH = l, OH = p und Aa = h, so ist

$$Gb = y = \frac{x \cdot h}{a}$$

der Inhalt des Trapezes $GbHO = \frac{y + p(l - x)}{2}$

des Dreiecks $GBb = \frac{xy}{2}$,

folglich der Inhalt von

$$GBHO = S = \frac{y + p(l - x)}{2} + \frac{x \cdot y}{2};$$

reducirt man diese Gleichung auf x und substituirt statt y dessen Werth,

$$2S = \frac{hx}{a} \cdot l + pl - px$$

$$\frac{(2S - pl)a}{hl - ap} = x.$$

Diese Formel ist allgemein geltend, denn wenn das Dreieck ABC nach dem Verhältniß m : n : o getheilt werden soll, so läßt sich S stets nach den Formeln am Schluß der 4. Aufgabe vorher bestimmen, wobei

$m + n + o : ABC = m : S$ also $\frac{ABC \cdot m}{m + n + o} = 1.$ Theil,

$m + n + o : ABC = n : S'$ $\frac{ABC \cdot n}{m + n + o} = 2.$ Theil,

$m + n + o : ABC = o : S''$ $\frac{ABC \cdot o}{m + n + o} = 3.$ Theil.

195. — **Sechste Aufgabe.** Man soll das Viereck ABCD (Fig. 193) in eine gewisse Anzahl gleicher Theile zerlegen, und zwar

1) in zwei Theile. Man nehme $MB = \frac{1}{2} AB$ und berechne das Dreieck MCB. Soll MN die Linie sein, auf welche die Theile stoßen, so hat man

$$CMN = \frac{ABCD}{2} - MCB;$$

es ist aber $CMN = CN \cdot \frac{1}{2} Mh$,

daher $$\frac{1}{2} CN = \frac{CMN}{Mh}.$$

Ist den Theilen ein gewisses Verhältniß zu geben, so hat man AB nach diesem Verhältniß zu theilen. Und sollen mehre Theile sich verhalten wie m : n : o...., so wird zuerst AB nach diesem Verhältniß getheilt, dann der erste, hierauf der erste mit dem zweiten, der dritte mit den beiden vorhergehenden ꝛc. berechnet.

Graphische Construction. Nachdem das Viereck (Fig. 194) genau aufgetragen, theilt man AB, wie verlangt wird*), zieht Dd parallel AB und theilt auch Dd in die verlangten Theile. Verbindet man die Theilpuncte aM und zieht aC, so ist das Viereck CaMB die Hälfte des gegebenen ABCD. Denn wegen der Parallele Dd ist daMB = DaMA und das Dreieck Cad = $\frac{1}{2}$ CDd.

Zieht man nun CM und aN parallel CM, so theilt MN das Viereck in zwei gleiche Theile; weil wegen der Parallelen CM und aN das Dreieck CNM = CaM ist.

Auch kann die Theilung des Vierecks sehr leicht geschehen, wenn man das bekannte Verfahren, ein Polygon in ein inhaltgleiches Dreieck zu verwandeln, anwendet. Wäre das Viereck ABCD (Fig. 195) zu theilen und die auf AB wie vorher bestimmten Theilpuncte M und M', und man wollte die Verwandlung in ein Dreieck (§. 127) vornehmen, so hat man

$$OBC = ABCD = OB \cdot \tfrac{1}{2}\,Ch \text{ und } \tfrac{1}{3}\,OBC = OB \cdot \tfrac{1}{6}\,Ch;$$

$$\text{d. i. } \tfrac{1}{6}\,OB = \tfrac{1}{3}\,\frac{OBC}{Ch}.$$

Trägt man $\frac{1}{6}$ OB oder $\frac{1}{3}$ OB auf BO von B nach n, verbindet n C, so ist nCB = $\frac{1}{3}$ OBC; zieht man dann durch n eine Parallele nN mit CM, und noch NM, so ist diese eine der Theillinien; denn das Dreieck CNM ist = CnM.

Den zweiten Theil kann man aus $\frac{1}{3}$ ABCD + CNMB = $\frac{2}{3}$ ABCD = $\frac{2}{3}$ COB bestehend betrachten, und hat

$$\tfrac{3}{6}\,OB = \tfrac{2}{3}\,\frac{OBC}{Ch}$$

welcher Ausdruck dem Dreieck Cn'B zukommt; wenn man n'N' parallel M'C und noch NM' zieht, so ist auch der zweite Theil gefunden.

---

*) Die Construction paßt auf jeden gegebenen Fall.

Siebente Aufgabe. Man soll das Viereck ABCD (Fig. 196) in gleiche oder verhältnißgleiche Theile theilen, die mit der Seite AC parallel liegen.

Man verlängere AB und CD bis zu ihrem Durchschnitt O; berechnet man den Inhalt des Dreiecks BDO, in welchem die Winkel B und D als Supplement der Winkel ABD und CDB bekannt sind, nach der trigonometrischen Formel 4.) (XII) und setzt diesen Inhalt dem des gegebenen Vierecks zu, so kann man nach der 2. Aufgabe (§. 194) operiren. Es ist nämlich

$$ACDB + BDO : NMDB + BDO = (CO)^2 : (MO)^2.$$

Wofern diese Lösung einige Schwierigkeit hätte, so gelangt man auf folgende Weise zur Theilung:

Es sei wieder MN (Fig. 197) die Theillinie. Man fälle auf AC die Senkrechten Mm, Dd, Bb, Nn und Oo, so ergiebt sich aus den rechtwinkeligen Dreiecken

$$Oo : Ao = Bb : Ab = Ab \cdot Oo = Bb \cdot Ao$$
$$Oo : Co = Dd : Cd = Cd \cdot Oo = Dd \cdot Co$$

und da in der letztern Gleichung $Cd \cdot Co = Dd \cdot (AC - Ao)$, so kommt, wenn man Ao aus der ersten und dieser eliminirt:

$$Oo = \frac{Bb \cdot Dd \cdot AC}{Dd \cdot Ab + Bb \cdot Cd}.$$

Um nun $ov = Oo - Ov$ zu erhalten, bemerke man, daß

$$\text{Inhalt } ACO = S' = AC \cdot \frac{Oo}{2}$$

und $$\text{Inhalt } ONM = S'' = NM \cdot \frac{Ov}{2}.$$

Man hat ferner

$$\text{Inhalt } ONM = \text{d. 1. Th.} = \frac{ACDB \cdot m}{m + n + o \ldots.} + \text{Inh. } OBD$$

Daher $S' : S'' = (Oo)^2 : (Ov)^2$, woraus folgt

$$Ov = \sqrt{\frac{S'' \cdot (Oo)^2}{S'}}.$$

Desgleichen hat man zu der Construction

$$An = \frac{Nn \cdot AO}{Oo} \; (Nn = ov)$$

und $$Cm = \frac{Mm \cdot CO}{Oo} \; (Mm = ov).$$

Achte Aufgabe. Dieselbe Aufgabe soll, ohne die Seiten AD und BC zu verlängern (Fig. 198), die Theile mit AB parallel laufend, ausgeführt werden.

Wenn MN eine dieser Parallelen wäre, so ziehe man, um sie zu erhalten, beliebig or parallel AB und messe diese Linie und die Höhe h des Trapezes AroB. Der Kürze wegen setze man:
den Flächeninhalt ABNM $= S$, AB $= a$, ro $= r$, MN $= y$
und die Höhe des Trapezes ABNM $= x$,
man hat dann

$$(a + y)\, x = 2\, S,$$

woraus

$$x = \frac{2\, S}{a + y} \qquad y = \frac{2S}{x} - a.$$

Desgleichen ist

$$(a + r)\, h - (r + y)\, h - x = 2\, S.$$

Substituirt man den Werth $\frac{2\, S}{a + y}$ für x, so wird die Gleichung

$$a^2\, h + 2\, Sr - 2\, aS = hy^2,$$

woraus

$$y = \sqrt{\frac{a^2 h + 2\, Sr - 2\, aS}{h}} = \sqrt{a^2 + (r - a)\frac{2\, S}{h}}.$$

Eben so erhält man durch Einsetzung des Werthes von $y = \frac{2\, S}{x} - a$

$$rx^2 - ax^2 + 2\, ahx = 2\, hS$$

und die Endgleichung

$$x = -\frac{ah}{r - a} \pm \sqrt{\frac{ah^2}{(r - a)^2} + \frac{2\, hS}{(r - a)}},$$

worin das der Wurzel vorstehende — Zeichen gilt, wenn $a > r$.

Da die Formel für MN $= y$ einfacher ist, so nimmt man sie zuerst und kann dann x leicht bestimmen.

Die vorstehenden Formeln bedingen, daß man zuvor zwei Hülfslinien h und r bestimme und, damit man x und y hinreichend genau erhalte, deren Werthen so nahe wie möglich zu kommen suche, was auf weitläufige Rechnungen führen kann. Da man aber im Allgemeinen die Winkel der Figur zu theilen hat, so ist es einfacher, die Winkel in die Rechnung aufzunehmen.

Setzt man den Werth des Winkels DAB $= \alpha$, CBA $= \beta$, so geben die rechtwinkeligen Dreiecke AMm und BnN

$$Am = x. \, tg. \, (90^0 - \alpha) = x. \, tg. \, \alpha'$$
$$Bn = x. \, tg. \, (90^0 - \beta) = x. \, tg. \, \beta',$$

also $Am + Bn = x \, (tg. \, \alpha' + tg. \, \beta')$.

MN oder $y = a - x. \, (tg. \, \alpha' + tg. \, \beta')$.

Folglich ist der Ausdruck für das Trapez ABNM

$$x \, [2 \, a - x \, (tg. \, \alpha' + tg. \, \beta')] = 2 \, S,$$

woraus sich ergiebt

$$x = -\frac{a}{tg.\alpha' + tg.\beta'} \pm \sqrt{\frac{a^2}{(tg.\alpha' + tg.\beta')^2} + \frac{2 \, S}{tg.\alpha' + tg.\beta'}}.$$

Man hat die Lage der Winkel α' und β' wohl zu beachten; es ist aber leicht bei Ansicht der Figur zu bestimmen, welches Zeichen der Wurzelgröße man nehmen muß.

Neunte Aufgabe. Es soll das Trapez ABCD (Fig. 199) in zwei gleiche Theile getheilt werden, deren Scheidungslinie parallel den beiden Parallelseiten liegt.

Die Lösung kann auch nach der 8. Aufgabe geschehen; man nimmt dann an, daß h Höhe des Trapezes AroB (Fig. 198) sei.

Vorausgesetzt, MN sei die verlangte Scheidelinie, bezeichnet man AB durch b, DC durch a, MN durch r und die Höhe des Trapezes ABCD mit h, die von ABNM durch x, den Inhalt der letztern Figur setze man $= S$, so ist

$$\frac{r + b}{2} \cdot x = S \; . \; . \; . \; . \; (a.)$$

Um r zu erhalten, ziehe man AV parallel BC, dann geben die Dreiecke ADV, AML

$$Ad : h = Ad' : x = DV : ML;$$

es ist aber $DV = CD - AB = (a - b)$,

daher $h : (a - b) = x : ML$

und $$ML = \frac{(a - b) \, x}{h} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (b.)$$

setzt man $LN = b$ hinzu und für r in der Formel a, dessen Werth $\frac{(a - b) \, x}{h} + b$, so kommt

$$ax^2 - bx^2 + 2bhx = 2Sh,$$

woraus folgt:

$$x = -\frac{bh}{(a - b)} \pm \sqrt{\frac{bh^2}{(a - b)} + \frac{2 \, Sh}{(a - b)}}.$$

Man benutzt die Formel (b), wenn, nach Bestimmung des Werthes von x, die Theillinie MN ihrer Länge nach gefunden werden soll.

Es ist noch Acht zu haben auf die Lage der Linie AD gegen AB.

Soll das Trapez in dem Verhältniß m : n getheilt werden, so ist, wie wir bereits gesehen haben:

$$S = \frac{\text{Inhalt ABCD} \cdot m}{m + n}.$$

Zehnte Aufgabe. Häufig muß anstatt der Theilung ein gewisses Stück von einer Figur abgeschnitten werden. Es sei s diese Größe (Fig. 200), so theile man AD oder die Höhe des Trapezes ABCD = s von Meter zu Meter und ziehe durch die Theilpuncte Parallelen mit AB; es wird dadurch die Figur ABCD in elementäre Trapeze zerlegt, wovon jedes von den benachbarten um das kleine Rechteck opqr = r differirt. Man hat also

$$b = a + r;\ c = b + r = a + 2r;\ d = c + r = a + 3r \ldots$$

und endlich

$$s = a + h\,(r - 1);$$

wenn h die Höhe AD oder die Anzahl der Streifen in dieser Linie bezeichnet. Es bilden folglich die elementären Trapeze eine arithmetische Progression, deren Differenz r ist. Das letzte Glied dieser arithmetischen Reihe ist

$$l = a + h\,(r - 1),$$

und die Summenformel

$$S = \frac{a + l}{2} \cdot x \;(x = h).$$

Setzt man für l dessen Werth, so entsteht die Gleichung

$$h^2 r + 2\,ah = 2\,S - r$$

und daraus

$$h = -\frac{a}{r} \pm \sqrt{\frac{a^2}{r^2} + \frac{2\,S - r}{r}}.$$

Man muß dabei vorbereitend r bestimmen. Kennt man den Winkel ABC, so genügt, das kleine rechtwinkelige Dreieck Bop durch die trigonometrische Formel II zu berechnen; man hat folglich op + oB = r. Kennt man den Winkel nicht, so muß erst die Neigung der Seite BC aufgesucht werden, indem man z. B. Bv senkrecht zieht und etwa 10 Theilen gleich macht, dann vu parallel AB legt und, oB als Einheit betrachtet, erhält man $r = \frac{vu}{10}$.

Wir geben nachstehend ein Beispiel zu dieser Formel, die bei der Theilung von Grundstücken häufige Anwendung finden kann:

Es sei AB = 104 Met.; vu = 6,66 Met. und s = 1 Hect. 15 Are 71 Cent.; es ist dann $r = \frac{6{,}66}{10}$ = 0,666 Met. Setzt man die Werthe ein, so wird

$$h = -\frac{104}{0{,}666} \pm \sqrt{\left(\frac{104}{0{,}666}\right)^2 + \frac{2\,\text{Hct.}\,31\,\text{Ar.}\,42\,\text{C.} - 0{,}666}{0{,}666}}$$

$$h = -156{,}15 \pm \sqrt{24384{,}7 + 34738{,}7}.$$

Endlich nach Maßgabe von (Fig. 200):

$$h = 243{,}15 - 156{,}15 = 87 \text{ Meter.}$$

Wenn der Winkel ABC bekannt und AD normal AB ist, gestaltet sich die Rechnung kürzer.

Macht man vBC = ABC — 90° = α, und AD = x, so ist

$$S = a + (x \cdot \text{tg.}\,\alpha)\,a,$$

welches $2\,S = (2\,a + x \cdot \text{tg.}\,\alpha)\,x$ giebt

$$\text{und } x = -\frac{a}{\text{tg.}\,\alpha} \pm \sqrt{\frac{a^2}{\text{tg.}\,\alpha^2} + \frac{2\,S}{\text{tg.}\,\alpha}};$$

ist $\alpha = 33^\circ\,39'\,50''$, so erhält man hieraus das obige Resultat x = 87 Meter.

In der Figur ist angenommen, daß eine der nicht parallelen Seiten mit den andern senkrecht sei; es sind obige Formeln aber auch anwendbar, wenn dieses nicht ist. Es reicht hin, Bv und pq parallel AD zu ziehen, wodurch das Rechteck opqr = r in ein schiefwinkeliges Parallelogram verwandelt wird.

196. — **Eilfte Aufgabe.** Es soll das Vieleck ABC (Fig. 201) in eine gewisse Anzahl gleiche Theile getheilt werden.

Vor Allem bestimme man, welche Lage die Theillinien auf dem Felde haben sollen. Wir nehmen an, daß diese Linien in der Ecke D zusammenlaufen und daß DM die Figur in zwei gleiche Theile zerlegen soll.

Man berechne die Dreiecke DBC = a, ABD = b und DFE = c einzeln.

Die erste Abtheilung besteht aus $a + b + \varepsilon = \frac{ABC \ldots F}{2}$, die zweite aus $c + \varepsilon' = \frac{ABC \ldots F^2}{2}$; es ist aber $\varepsilon + \varepsilon' = ADF$, daher genügt es, das Dreieck nach dem Verhältniß $\varepsilon : \varepsilon'$, oder einfach dessen Grundlinie AF zu theilen (§. 194, 1.).

Soll die Theilung des Vielecks nach einem bestimmten Verhältniß geschehen, dann muß zuvor der Inhalt ausgemittelt werden, um jedem Theile das Beziehliche zuzutheilen (§. 194, 5.):

$$a + b + \varepsilon = \frac{ABC \ldots F \cdot m}{m + n} = 1. \text{ Theil},$$

$$c + \varepsilon' = \frac{ABC \ldots F \cdot n}{m + n} = 2. \text{ Theil};$$

es bleibt sonach das Dreieck ADF in dem Verhältniß $\varepsilon : \varepsilon'$ zu theilen.

Das Verfahren bleibt sich gleich, wenn die Theilungslinie nicht durch die Ecke D, sondern durch einen Punct N des Umfangs gehen soll (Fig. 202). In diesem Falle bildet man die Dreiecke CDE, CEF, CFN, ABG und BGN, folglich ist:

$$a + b + c + \varepsilon = 1. \text{ Theil},$$
$$f + g + \varepsilon' = 2. \text{ Theil}.$$

Zwölfte Aufgabe. Man soll das Vieleck $ABC \ldots I$ (Fig. 203) in zwei gleiche Theile durch eine mit der Seite AB parallele Gerade MN theilen.

Man kann Dd parallel AB ziehen, hierauf die Dreiecke ABd, BDC und dBD, dann EGF, IGH und IEG berechnen, wo das Viereck $dDEI$ übrig bleibt, welches man nach dem Verhältniß $\varepsilon : \varepsilon'$ zu theilen hat. Es ist dann

$$\varepsilon = \frac{ABC \ldots I}{2} - (ABd + BDC + dDB),$$

$$\varepsilon' = \frac{ABC \ldots I}{2} - (GEF + IGH + IEG);$$

also $dDEI = \varepsilon + \varepsilon'$. Die Lösung kommt zuletzt auf die 2. oder 3. Aufgabe (§. 195) hinaus.

In dem Falle, daß man den Inhalt des gegebenen Polygons schon kennte, würden die Dreiecke ABd, BCD und BdD zu berechnen sein. Da die Summe dieser Dreiecke die Hälfte der Polygonfläche vielleicht nicht aus-machen wird, so bleibt ein Stück **MdDN** $= \varepsilon$ abzutheilen, welches nach Aufgabe 5 (§. 195) geschieht.

Man kann nämlich **Cc** und **Dd** parallel **AB** legen, die Trapeze **cCDd** und **cCBA** berechnen und der Summe eine Größe ε zusetzen, wenn deren Summe der halben gegebenen Fläche nicht gleich ist.

Es stände noch im Belieben, durch den Punct ε eine Parallele mit **AB** zu legen; in diesem Falle erhielt man ein Trapez **dDEI'**, welches in Bezug auf die 4. Aufgabe (§. 195) zu theilen sein würde.

Endlich lassen sich auch die graphischen Constructionen gebrauchen, die bei der 1. Aufgabe (§. 195) erklärt worden.

Aus diesen letzten Aufgaben geht hervor, daß alle Operationen, welche sich auf die Polygonometrie beziehen, stets auf die beiden im Anfang dieses Capitels ausgesprochenen zurückgeführt werden können, weßhalb mehre Beispiele hier unnöthig sind. Wir werden daher hier nur einiger speciellen Fälle erwähnen, die besonders in Holzungen vorkommen.

Dreizehnte Aufgabe. Das Vieleck **ABC....G** (Fig. 204) soll in zwei gleiche Theile so getheilt werden, daß die theilende Gerade durch den außerhalb liegenden Punct **O** geht.

Man ziehe **OC** und berechne die dadurch entstandene Fläche **CPAB**; angenommen, daß die Fläche geringer als die der 1. Abtheilung gebührende sei, welche wir in **MNABC** voraussetzen, ist ihr ein Stück **MNPC** $= \varepsilon$ zuzutheilen.

Fällt man aus **M** und **N** auf **OC** die Senkrechten $Mm = x$, $Nn = y$ und setzt $OP = r$, $OC = a$, so folgt:

$$2\,\varepsilon = 2\,OCM - 2\,OPN = ax - ry;$$

oder

$$ax = 2\,\varepsilon + ry$$

$$y = \frac{ax - 2\,\varepsilon}{r}.$$

Stellt man für y dessen Werth ein und reducirt, so ist

$$x = \frac{2\,\varepsilon r}{ar}\text{*)}.$$

---

*) Es ist nämlich hier $y = o$ gesetzt worden.

Ist x bekannt, so läßt sich der Punct M leicht bestimmen. Wendet man die trigonometrische Formel 3 (§. 12) an, so ergiebt sich die Größe der Seite CM des Dreiecks OCM unmittelbar, welches unter gewissen Umständen vorzuziehen sein kann.

Man hat dann

$$\text{Inh. } OCM = \frac{OC \cdot CM}{2} \text{ Sin. } OCM, \text{ und Inh.}$$

$$OPN = \frac{OP \cdot PN}{2} \text{ Sin. } OPN.$$ Unter der angenommenen Bezeichnung und CM durch x, PN durch y, den ersten Winkel durch C, den andern durch P ausgedrückt, ist

$$ax \cdot \text{Sin. } C = 2\,\varepsilon + ry \text{ Sin. } P,$$

woraus $y = \frac{ax \text{ Sin. } C - 2\,\varepsilon}{r \cdot \text{Sin. } P}$; durch Substitution und nöthige Reduction, folgt dann

$$a = \frac{2\,\varepsilon\, r \cdot \text{Sin. } P}{a\, r \cdot \text{Sin. } C \cdot \text{Sin. } P}.$$

Oft ist es bequemer, annäherungsweise zu verfahren. Man zieht nämlich, wie oben, OC und sucht die Differenz $\varepsilon = \frac{ABC\,.\,.\,.\,G}{2} - APCB$; construirt dann ein erstes Dreieck M′OC vom Inhalt ε. Das Viereck M′N′PC, welches aus dieser Bildung hervorgeht, ist gleich ε — OPN′. Man berechnet dann das kleine Dreieck OPN′ und fügt diesen Inhalt dem des Dreiecks M′OC = ε bei; der Inhalt, der anderweit aufzutragen ist, wird sein ε + N′OP, mit welcher Summe nun ein zweites Dreieck M″OC gebildet werden kann. Das so entstehende Viereck M″N″PC wird nur von ε noch um einen kleinen Theil, welcher zwischen PN, OM′ und OM″ liegt, oder um ein kleines, mit ONN″ zu bezeichnendes Dreieck differiren; setzt man dessen Inhalt der Fläche M″OC zu, so erhält man ein neues Viereck M‴N‴PC, dessen Inhalt gleich oder fast gleich ε sein wird. Die Theillinie wird dann OM oder eine mit OM ziemlich zusammenfallende sein, und man sieht, daß sich die Operation so weit fortsetzen läßt, bis MNPC = ε wird, dessen man sich durch Berechnung dieses Vierecks versichern kann.

Vierzehnte Aufgabe. Das Polygon soll durch eine Scheidungslinie in zwei gleiche Theile getheilt werden, die durch einen gegebenen Punct im Innern geht.

Beide Auflösungen der vorigen Aufgabe sind auf diesen Fall anwendbar. Es können aber auch Curven gute Hülfen bei Theilungsoperationen sein, weßhalb wir folgende Lösung nach Regnault hier mittheilen wollen.

Man ziehe **PR** schätzungsweise (Fig. 205) und berechne **PDER**. Denken wir uns **MN** als die gesuchte Linie, so ist die Differenz ε = **POM** — **ONR**. Nun legt man die Linien **aa'**, **bb'**.... beliebig, berechnet die Dreiecke **POa**, **POb**.... **ROa'**, **ROb'**....; construirt auf ein besonderes Blatt zwei normale Axen (Fig. 205 a.), nimmt die Abstände **Pa**, **Pb**.... als Abscissen, und zu Ordinaten Linien, die dem Inhalte der gegenliegenden Dreiecke proportional sind, wodurch eine Curve $\alpha\ \beta\ .\ .\ .\ \gamma$ entsteht, die das Gesetz ausdrückt, nach welcher diese Differenzen variiren. Dann trägt man auf **PU** die Länge **Py** = ε, zieht **yx** parallel **PV** durch den Durchschnittspunct **x** dieser Linie mit der Curve, fällt **xM** senkrecht auf **PU** so wird **PM** die Länge sein, die, von **P** nach **M** getragen, zur Richtung der Theilungslinie dient.

Diese Operation giebt offenbar eine Prüfung; denn man kann auf die Abscissenaxe **Pa** = **Ra'**, **Pb** = **Rb'**.... tragen und die Coordinaten **a**α, **b**β.... gleich den Differenzen der in **PO** liegenden Dreiecke ziehen.

Funfzehnte Aufgabe. Es soll das Polygon in dem Verhältniß **m** : **n** durch eine Gerade getheilt werden, die einen bestimmten Winkel mit einer andern ihrer Lage nach bekannten macht. (Fig. 206).

Nachdem **PR** beliebig gezogen worden, bildet man mit der gegebenen **TU** einen Winkel α gleich dem gegebenen. Setzt man voraus **MN** sei die Theillinie und bezeichnet durch **S** den Gesammtinhalt des Polygons, so ist

$$\mathrm{RPABC} + \mathrm{MPRN} = \frac{\mathrm{m\,S}}{\mathrm{m + n}},$$

und
$$\mathrm{RPFED} - \mathrm{MPRN} = \frac{\mathrm{n\,S}}{\mathrm{m + n}}.$$

Damit jedoch **MN** der Bedingung Genüge leiste, muß sie mit **TU** einen Winkel $= \alpha$ bilden, also parallel **PR** sein. Die Figur **NMPR** ist daher ein Trapez, dessen Höhe h nach (§. 195, Aufgaben 9, 10.) zu bestimmen ist.

197. — Theilung polygonaler Figuren durch graphisches Verfahren. Wenn alle Figuren, die der Theilung unterzogen werden sollen, regulär wären oder wenn ihr Umfang durch hinreichend lange Linien gebildet würde, so könnten die beschriebenen Verfahrungsweisen ausreichen, weil die Messungsoperationen dann auf dem Perimeter der Figur Statt gefunden haben und die der Theilung auf denselben Grenzlinien des Terrains geschehen könnte. Häufig ist aber der Umfang voller Ausbiegungen, oder besteht aus vielgebrochenen Linien, so daß die angegebenen Methoden nicht anwendbar sind und man zu einer andern schreiten muß, welche nur die Praxis selbst bestimmen kann.

Eine Theillinie MN (Fig. 207) kann die Grenzen des Polygons in mehr als zwei Puncten schneiden, so daß man Theile, wie β, die außer dem Polygon liegen, in Rechnung zu bringen hat.

Es ist einleuchtend, daß man in sehr verwickelte Rechnungen gerathen würde, wenn man sich auf die theoretischen Vorschriften beschränken wollte; während, wenn man zuerst durch eine Gerade o′ p′ eine Fläche o′ABp′ gleich dem ersten Theil anlegt, dann das Stück β, welches dem Vieleck nicht zugehört, berechnet, und es der ersten Fläche o′ABp′ zutheilt, eine zweite Theilungslinie o″ p″ bestimmt werden kann, welche noch die außerhalb liegenden Stücke v und m l g f enthält. Werden diese neuen Stücke gleichfalls der Fläche o′ABp′ zugetheilt, so entsteht abermals eine Theillinie und so fort, bis man endlich zu der wahren Linie **MN** gelangt.

Das graphische Verfahren könnte auf den ersten Anblick nicht die gehörige Schärfe zeigen, sie genügt indeß, wenn der Plan, auf dem man die Constructionen ausführt, nach einem passenden Maßstabe aufgetragen ist und überhaupt, wenn der Geometer Uebung im Gebrauch des Zirkels und Maßstabes hat. In der Praxis wendet man fast allein das eine Verfahren an, das in versuchsweiser Annäherung besteht, wodurch man nur allmählig die Lösung erhält.

Aufgabe. Die Figur **ABCD** (Fig. 208) sei zu halbiren oder nach dem Verhältniß **m : n** zu theilen.

1) Nach Berechnung des ganzen Inhalts **ABCD** und Bestimmung des ersten Theils (§. 194, 1. Aufg.), zieht man eine Linie **op** beliebig, jedoch in der Richtung wie die Theillinie liegen soll; berechnet dann den Inhalt **oABp**, wobei man sich möglichst derselben Dreiecke oder partiellen Figuren bedient, die an Ort und Stelle gemessen worden. Der gefundene Inhalt entspricht aber dem Verlangen nicht und muß ihm vielleicht noch eine Größe = ε zugegeben werden.

Da die verlangte Linie **MN** mit **op** parallel sein soll, so ist ε nothwendig gleich **tu**, dem mittlern Abstand der nicht parallelen Seiten **Mp**, **No** des Trapezes **NopM**, auf der Höhe **h** dieses Trapezes. Die Genauigkeit der Operation hängt also von der richtigen Messung von **tu** ab, damit **h** so genau wie möglich werde.

2) Sind die Seiten **Mp** und **No** aber parallel oder doch beinahe, so mißt man **op** und bestimmt **h** durch $h = \frac{\varepsilon}{op}$. Diese Größe trägt man auf eine unbestimmte Senkrechte **an**, die auf irgend einem Puncte von **op** errichtet worden und zieht **MN** parallel mit letzterer.

Wäre aber eine der Seiten **Mp**, **No** viel geneigter als die andere, so hat man den Abstand **tu** in einer Distanz von **op**, die ungefähr die Hälfte von **h** ist, zu nehmen; die Uebung allein kann hier lehren, in welchen Puncten von **Mp** und **No** man die Spitzen des Zirkels einzusetzen hat. Im Allgemeinen hat man nur einen Annäherungswerth von **h**, welches jedoch nicht hindert, denselben auf **an** zu tragen; man zieht wie vorher eine Parallele mit **op** und berechnet den Inhalt von **opMN**. Ist dieser nicht gleich ε, so sucht man einen neuen Werth von **h**, indem man die Linie **tu** auf- oder abwärts rückt, je nachdem **opMN** zu klein oder zu groß ist.

3) Man gelangt zu einer gleichartigen Lösung, indem man **op** mißt und $h = \frac{\varepsilon}{op}$ macht; dann ist aber **h** die Höhe eines Rechtecks **odcp** oder eines Parallelogramms **oebp** (wenn man **pb** parallel **oN** denkt), es fehlt so-

nach dem ersten Theile ein, durch das kleine Dreieck **bpc** $= \alpha$ vertretenes Stück; wenn man den Inhalt dieses Dreiecks berechnet und ihn zu ε addirt, so erhält man einen zweiten Werth von **h**, welcher dann $h = \frac{\varepsilon + \alpha}{op}$ ist. Dieser führt auf eine neue Theillinie zwischen **ec** und **MN**, die sich aber der letztern Linie sehr nähert; und bei weiterer Fortsetzung dieses Verfahrens gelangt man endlich auf **MN**.

4) Wenn bei dem Versuche, den ersten Theil zu ergänzen, die Länge **ac** $=$ **h** (Fig. 209) auf eine polygonale Figur **opgMNe** führte, so ziehe man durch jede der Ecken **g** und **e** des Umfanges der gegebenen Figur Parallelen **ed**, **fg** .... mit **op**, berechne die entstandenen Trapeze, welche, wenn man sie successiv dem **ABpo** zusetzt, bestimmen werden, nach welcher Seite die Endoperation Statt finden muß.

5) Nimmt man für den Fall (Fig 207) an, daß die Theillinie die Grenze des fraglichen Polygons mehrmals schneide, so legt man die Linie **op** dergestalt, daß man sich bei Berechnung der ersten Fläche **oABp** möglichst von allen, dem Polygon fremden Theilen befreie. Da der erste Werth von **h** dann zu Zeichnung einer Geraden, wie **o'p'**, führt, so sieht man, daß, um sich von dem Werth von ε zu versichern, man das kleine Dreieck **o'nv'** berechnen und dessen Inhalt α von ε abschneiden, dann das kleine Viereck **m'ld** berechnen und dessen Gehalt β zu ε addiren müsse; der zweite Werth von **h** erhält dann den Ausdruck:

$$h = \frac{(\varepsilon - \alpha) + \beta}{\frac{1}{2}\, op + (o'n + mm' + lp')},$$

in Bezug auf das Trapez **mp'po**.

Dabei ist zu erinnern, daß man eine dergleichen Theilung möglichst vermeiden muß, da sie im Allgemeinen sehr schlecht den Interessen der Besitzer entspricht. Besser ist es, in dergleichen Fällen zur ersten Figur ein Polygon wie **odCNBA** anzunehmen und, wenn dessen Inhalt nicht zureichen sollte, nur **od** verlegt.

6) Wenn die Richtung der Theillinie nicht gegeben ist, läßt sich die Operation viel abkürzen, wenn man wie folgt verfährt:

Angenommen es sei **MNDE** (Fig. 210) der erste Theil festzustellen, so ist **opDE** = **MDE** + ε = **MNDE** + **opNM**.

Um diese letztere Größe abzuschneiden, ziehen wir die Diagonale **Mp**, so ist $oM \cdot \frac{ap}{2} + Np \cdot \frac{Mb}{2} = \varepsilon$, wobei **ap** und **Mb** die aus den Puncten **p** und **M** auf die gegenliegenden Seiten **EA** und **CD** des Polygons gefällten Senkrechten oder die Höhen der Dreiecke **pMo**, **MpN**, deren Grundlinien **Mo** und **Np** sind, bezeichnen. Es handelt sich **M** und **N** so zu wählen, daß **MN** die bestmögliche Lage erhält.

Man kann jedem der Dreiecke **MpN**, **Mpo** einen Werth = $\frac{1}{2}\,\varepsilon$ geben, dann ist $Np = \frac{\frac{1}{2}\,\varepsilon}{bM}$ und $oM = \frac{\frac{1}{2}\,\varepsilon}{ap}$. In dem Falle, daß die Anordnung der Figur die Linien **ap** und **bM** nicht zu messen gestatten sollte, verlängere man **AE** und **CD** so weit als nöthig.

Oft ereignet es sich, daß bei Theilung von Grundstücken die Ansprüche der Besitzer übertrieben oder geringer sind, als es der Totalinhalt des zu theilenden Stückes erheischt, oder auch, daß deren Rechtsansprüche abweichend angegeben sind, so daß bei deren Zusammenstellung eine Verschiedenheit mit dem Inhalt auftritt. Hier kann man nur die Differenz auf jede Parzelle so vertheilen, daß sie der Fläche proportionirt ist.

Es soll, z. B., ein Flurstück, welches bei der Vermessung 1 Hect. 47 Ar. 56 Cent. ergeben hat, getheilt werden.

Der erste Theilhaber beansprucht		32 Rthn.	(zu 22 F.)
„ zweite	. . .	58 „	(zu 22 F.)
„ dritte	. 1 Acker	27 „	(zu 24 F.)

Reducirt man das alte Maß auf Meter, so verlangt

der erste	16 Ar.	34 Cent.	
der zweite	29 „	62 „	
der dritte	77 „	19 „	
Summa	1 Hect. 23 Ar.	15 Cent.,	

woraus eine Differenz von 24 Ar. 41 Cent. zwischen der neuen Messung und den Ansprüchen der Interessenten hervorgeht, die von Veränderungen der Grenzen oder falschen Angaben in den Acten herrühren kann. Diese Differenz ist sonach im Verhältniß der Ansprüche zu vertheilen, sofern nicht andere Entscheidungsgründe auftreten, was jedoch selten der Fall ist. Man hat nämlich

1 Hect. 23,15 : 1 Hect. 47,56 = 16 Ar. 34 : 1. Anth. 2c.

oder auch

1 Hect. 23,15 : 24 Ar. 41 = 10 : x . . . . . (§. 67)

$$x = 1{,}982.$$

Es erhält sonach

1. Besitzer	16,34 + (16,34 · x) =	19 Ar. 58 Cent.
2. „	29,62 + (29,62 · x) =	35 „ 49 „
3. „	77,19 + (77,19 · x) =	92 „ 49 „
	Summe wie oben	1 Hect. 47 Ar. 56 Cent.

Wenn die Theilhaber ihre Antheile nach Bruchtheilen, z. B. $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$ und $\frac{4}{7}$ angeben, so bringt man diese Brüche auf gleiche Nenner, wo die Ansprüche sich durch

$$\frac{105}{280},\ \frac{56}{280} \text{ und } \frac{160}{280}$$

ausdrücken. Da die Summe der Brüche aber die Einheit übersteigt, so müssen die Zähler die nöthigen Modificationen erhalten. Es ist die Summe der Zähler = 321, daher

$$321 : 280 = 105 : x \qquad x = 91{,}6$$
$$321 : 280 = 56 : y \qquad y = 48{,}9$$
$$321 : 280 = 160 : z \qquad z = 139{,}5$$

oder der 1. Theil $\frac{91{,}6}{280}$, 2. Theil $\frac{48{,}9}{280}$, 3. Theil $\frac{139{,}5}{280}$

Ist nun S der Inhalt des gemessenen Feldstücks, welches vertheilt werden soll, so setzt man

280 : S = 91,6 : 1. Antheil
280 : S = 49,9 : 2. „
280 : S = 139,5 : 3. „

Diese zwei Beispiele sind hinreichend, um den Gang zu zeigen, den man in allen Fragen einzuschlagen hat, die sich unter dieser Form aufstellen.

198. — Von dem Abtheilen der Holzschläge. Einen Schlag in einem Holze abtheilen oder einfach ihn abmessen, heißt, auf dem Terrain einen gegebenen Flächenraum abstecken und dessen Grenzen bezeichnen. Die Größe dieses Raumes bestimmt sich hauptsächlich bei Niederholz nach dem Bestande des Holzes und der Anzahl der Jahre, welche zu dessen Abtreiben bestimmt sind.

Wird eine Waldung 25 Jahre geschont, damit die Schläge alle 25 Jahre herumkommen, so darf natürlicherweise jedes Jahr nur $\frac{1}{25}$ des Flächenraums abgetrieben werden. Diese Größe muß man mit Genauigkeit auf dem Terrain abstecken, sonst häufen sich die Differenzen von Jahr zu Jahr und es kann kommen, daß in dem letzten (25) Jahren der Schlag eine bedeutend größere oder kleinere Fläche habe, ja daß in letzterm Fall, wenn die Differenzen ansehnlich sind, man keinen Raum findet, der den letzten Schlag vertritt.

Es sind daher zwei Dinge bei Austheilung der Schläge unerläßlich: die genaue Kenntniß der Waldfläche, und genaue Operation bei'm Abstecken des Schlags.

Ungeachtet aller Sorgfalt, die man auf die Ausmessung des Schlags verwendet, sind doch nie die Resultate so fehlerfrei, wie diese Operation erfordert; weil erstlich die Kettenmessung in einer Waldung viel schwieriger und deßhalb weniger genau, als die in flachem Lande ist; zweitens weil das Abstecken der Linien, welche die Grenzen der Schläge feststellen, nicht mit gehöriger Schärfe geschehen kann, ohne eine große Menge Holzes niederzuschlagen, weßhalb man stets genöthigt ist, den Gehalt zu modificiren, der örtlich ausgetragen worden ist.

Man kann daher zulassen, daß bei einem Schlag von N Hectaren eine Differenz d vorhanden sei; diese muß aber, um die zukünftige Benutzung nicht zu beeinträchtigen, auf den folgenden Schlag übergetragen werden, der sonach N $\pm$ d Hect. halten wird; oder auch, was noch besser ist, auf alle spätere Schläge vertheilt werden, damit man immer, bei 25 jährigem Betrieb,

$$S \cdot n = 25 \cdot s$$

habe, wenn S die Waldfläche, s die in n Jahren abzutreibende Fläche bezeichnet.

Um ein Beispiel zu geben, setzen wir eine Waldung von 315 Hectaren mit 25jähriger Schlagzeit; so betragen die jährlichen Schläge $\frac{315}{25}$ = 12 Hect. 60 Ar.

Hat der Schlag des ersten Jahres nur 12 Hect. 30 Ar. enthalten, dann muß der im zweiten Jahr $\frac{315 - 12 \text{ H. } 30}{24}$ = 12 Hect. 61 Ar. groß gemacht werden.

Nun findet sich aber der abgetriebene Raum des zweiten Jahres 12 H. 92 A., folglich muß für den

Schlag des dritten Jahres $\frac{315 - (12{,}30 + 12{,}92)}{23} =$ 12 H. 59 A. abgesteckt werden. Hätte man endlich anstatt 12 H. 59 A., 13 H. 0 A. weggeschlagen, so müßte man für den Schlag des 4. Jahres

$$\frac{315 - (12{,}30 + 12{,}92 + 13{,}0)}{22} = 12 \text{ Hec. } 58 \text{ Ar.}$$

abtheilen u. s. w.

Die Grenzen der Schläge werden zur Stelle durch eine Schnur oder Durchhau von höchstens 1 Meter Breite bemerkt. Die Ecken bezeichnet man durch starke an dem nächsten Baum eingeschlagene Pfähle und markirt diese Bäume, sogenannte Eckständer, durch Anschälen und Stempeln mit dem Anlaschhammer, nahe der Erde. Die Zeichen macht man auf zwei Seiten, das eine in der Richtung der rechten, das andere nach der linken Seite der Schlaglinie. Man schält und bezeichnet ebenmäßig, jedoch nur auf einer Seite, die Bäume die sich in der Linie finden, oder nur wenig außer ihr stehen; sie heißen Mark- oder Mahlbäume. Man mißt den Umfang des einen, wie des andern und schreibt ihn auf dem Plan des Schlages ein. Auch notirt man dabei die Art des Baumes.

Aufgabe. Man soll an dem Ende des Holzes (Fig. 211) einen Schlag vom Inhalt N abtheilen.

Nachdem die vorläufige Besichtigung gezeigt hat, daß man den Punct A als Anfang der Operation annehmen kann, nimmt man die Ausbiegungen der Bezirksgrenze auf, indem man die Richtlinien Aa, ab, bc.... legt. Diese Vermessung wird bis zu dem Punct fortgesetzt, wo eine Diagonale Ae eintreffen kann. Man erhält dadurch das Polygon Aab...e von einem N nahe kommenden Inhalt. Dieses bringt man mit sämmtlichen Richtlinien und den Details der Aufnahme in einen Riß, berechnet nach Anleitung des IV. Capitels die Fläche Aedcba, mit Vorsicht die Theile auszuscheiden, die nicht zu dem Holz gehören, aber zwischen den Messungslinien und der Grenze liegen. Wenn diese Fläche von der verlangten nicht viel differirt, mißt man Ae auf dem Plan und sucht annähernd die Höhe des Dreiecks AeF, welche hinzugerechnet werden muß, im Fall der Inhalt kleiner als N; was nahe die Länge des Stücks vom Umfang angeben wird, die man auf eine letzte zu diesem Zweck gezogene Richtlinie e s zu setzen hat. Zuletzt stellt man den Flächenraum des Schlags nach einer der Aufgaben fest, die im Anfang dieses Capitels, namentlich (§. 197, 6.) aufgestellt sind.

Hierauf hat man auf dem Terrain die Scheidelinie **AF** zwischen dem Schlag und dem übrigen Holz abzustecken, wobei sich das Verfahren (§. 31, 5.) anwenden ließe, wenn es nicht zu diesem Zwecke zu viel Zeit erforderte. Gewöhnlich mißt man auf dem Plan den Winkel **eFA** mit dem Transporteur und visirt ihn mit dem Winkelmesser ein, indem man sich in **F** aufstellt, welcher Punct in Folge der Bestimmung von **AF** bekannt ist. Bedient man sich der Bussole, so zieht man durch **F** einen Meridian und mißt auf gleiche Weise den Winkel △. In diesem Fall wird man zuweilen je nach dem Standort 2 **R** addiren müssen, welches sich aus der Lage von **AF** leicht erkennen läßt.

Da der zum Abstecken von **AF** nöthige Winkel wegen der Messung auf dem Papier nicht so genau sein kann, daß sich das Eintreffen der Visirlinie in **A** pünctlich erwarten ließ, so rectificirt man deren Lage, wenn die Differenz $\frac{1}{100}$ nicht übersteigt, durch das (§. 31, 5.) angegebene Verfahren.

Auch läßt sich in diesem und den meisten Fällen ein anderes, wie wohl weniger scharfes, Verfahren brauchen. Da die Richtung von **AF** (Fig. 112) nicht genau gegeben ist, und es hätte der auf dem Plan gemessene Winkel auf eine Linie **A'F** anstatt auf **FA** geführt, wie es hätte sein sollen, so fälle man aus **A** (dem Ausgangspunct der Vermessung) eine Senkrechte **Ab** auf **A'F**, nehme **bd** $=$ ½ **Ab** und trage **bd** von Distanz zu Distanz senkrecht auf **A'F**, wodurch die Puncte **g**, **h**, **i**, **k** entstehen, die dazu dienen, die Theilungslinien definitiv auszumitteln; denn es wird genügen den Durchhau von **d** bis **g**, von **g** nach **h** u. s. w. zu ziehen.

Dieses Verfahren kann nur dann auffallende Differenzen in die abgesteckte Fläche bringen, wenn **AA'** beträchtlich wäre, und wenn diese Seite des Polygons eine sehr verschiedene Richtung gegen die Seite **eF** hätte.

Es ist wesentlich, daß die vorläufige Lichtung A'F nur nothdürftig geschehe, und man nicht mehr Holz wegnehme, als zum Sehen der Jalons erforderlich ist.

Wenn die Lage von A'F gegen AF nur eine Differenz AA' zeigt, die zwei Meter nicht übersteigt, so kann man sich an die erste Lichtung A'F halten, muß aber an Aa (Fig. 211) stets soviel zusetzen oder abnehmen, als die Differenz AA' beträgt, je nachdem A' sich ober- oder unterhalb A befindet.

Sobald die Lage von AF festgesetzt ist, vermißt man die Linie und paßt deren Länge in den Plan, wo sich zeigen wird, ob richtig verfahren worden.

Ist man der Operation sicher, dann erst läßt man den Durchhau durch Wegschlagen des beziehlichen Holzes öffnen.

199. — Die Instruction für Forstgeometer schreibt vor, auf den Plans die Werthe der Winkel von dem umschriebenen Polygon beizuschreiben; desgleichen fordert sie, die Inhaltsberechnungen mit zu Grundlegung der Terrainmessungen als Rechnungselemente vorzunehmen.

Man ist daher genöthigt, bei'm Vermessen mit dem Winkelmesser dem Verfahren (§. 132) zu Berechnung des Inhalts eines Schlags zu folgen, wenn man nicht nachstehendes vorziehen sollte, welches übrigens kürzer ist.

Was die beiden letzten Winkel A und F betrifft, so kann man den mit dem Transporteur gemessenen Werth nicht füglich beischreiben, man muß sie folglich durch Rechnung suchen, oder besser, sie auf der Stelle messen, wenn der Durchhau beendet ist.

Da die Annäherungsmethode bei dieser Art von Operationen sehr nützlich werden kann, so mag folgendes den zu befolgenden Gang bezeichnen, der dann den jedesmaligen Umständen anzupassen ist.

1) Erklärung der Annäherungsmethode, wobei die (Fig. 211) beigeschriebenen Maße angenommen sind. Hier ist:

Inhalt von Aedcba	6 Hect.	52 Ar.	65 Cent.
Summe der zwischen den Richtlinien Aa, ab, bc . . . und der Grenze liegenden Theile	—	= 15	= 18	=
Sonach ist die vermess. eine Fläche =	6 Hect.	07 Ar.	47 Cent.
Die Größe des Schlages sei . . .	7 =	56 =	30 =
Es ist sonach von dem Holz noch hinzuzunehmen	1 Hect.	48 Ar.	83 Cent.

Man ziehe die unbestimmte Richtlinie es und suche die annähernde Höhe h des abzugrenzenden Dreiecks AeF, wovon die Basis Ae = 386,9 Meter. Diese Höhe ist:

$$\frac{1}{2}\,h = \frac{1.\,48.\,83.}{386{,}9} = 38{,}47,\ \text{also}\ h = 76{,}94\ \text{Meter}.$$

Dieses Dreieck wird construirt und auf dem Plan dessen Hypothenuse eF gemessen, um ungefähr den Theil kt des Umfangs kennen zu lernen, welcher auf es zu tragen ist. Wenn man den Plan nicht nach dem Terrain construirt hat, so muß das rechtwinkelige Dreieck ueF berechnet werden, in welchem uF = 76,94 Met. nnd der Winkel AeF = deF — deA = 49° 31′ ist *).

Berechnet man ferner die Figur ekvF, die nach den bei geschriebenen Maßen 9 Ar. 33 Cent. enthält, und setzt dieses dem obigen 1 H. 48 A. 83 C. zu, so kann ein zweiter Werth von h entwickelt werden; solcher ist:

$$\frac{1}{2}\,h = \frac{1\ \text{Hect.}\ 48\ \text{Ar.}\ 83\ \text{C.} + 9\ \text{Ar.}\ 33\ \text{C.}}{386{,}9}$$

$$= 40{,}88\ \text{Met., folglich}\ h = 81{,}76\ \text{Met.}$$

Diese Annäherung ist hinreichend, denn berechnet man die Hypotenuse des Dreiecks ueF, in welchem uF = 81,76 Met., so findet man eF = 107,5 Met., und da die Vermessung auf es eine Länge von 101 Met. betrug, kann die Differenz bei dem Inhalt des Schlags nur die Größe des kleinen Vierecks vFt′ haben und ist so gering, daß sie vernachlässigt werden kann. Macht man also eF = 107,5 Met., so ergiebt sich der Punct F auf es. Um nun FA zu ziehen, muß der Winkel eFA bekannt sein. Dieser kann auf zweierlei Weise erhalten werden: indem man das Dreieck AeF auflös't, worin eF = 107,5 Met., eA = 386,9 Met. und der eingeschlossene Winkel AeF = 49° 31′ bekannt ist; oder auch durch Berechnung der rechtwinkeligen Dreiecke Fue, FuA; der erstere ist bereits bekannt, daher nur der letztere zu lösen. Man findet:

1) uF = 81,76 M., Au = Ae — ue = 386,9 — 69,8 = 317,1 Met.;
2) AF = 327,4 M., der Winkel AFu = 75° 43′;
3) Winkel AFe = 75° 43′ + (90° — 49° 31′) = 116° 12′.

2) Durch Coordinaten. Da es bei den vorliegenden Operationen wenig darauf ankommt, ob die rechtwinkeligen Axen durch den oder jenen Punct liegen, so kann man für die Axe der Abscissen (§. 111) die letzte Linie eF der Messung (Fig. 213), auf welcher die Schlußoperation Statt gefunden hat, annehmen. Zu der Axe der Ordinaten nimmt man dann die Senkrechte auf dieser Richtlinie, die durch die am weitesten vorspringende Ecke des umliegenden Polygons gelegt wird. Es wird

*) Dieses Maß, wie auch andere in (Fig. 211) nicht bezeichnete Maße sind durch Rechnung ermittelt. Wir setzen daher voraus, daß man die Dreiecke bdc, bed, aeb und Aea gelös't habe. Der Winkel Aea ist dann = Aed — (Aea + aeb + bed).

daher nach den (§. 125) gegebenen Erklärungen der Inhalt des Schlages sein:

Inh. $\alpha\beta\gamma\delta$ — (Inh. $AF\gamma$ + Inh. der Theile, welche zwischen den Seiten des Rechtecks und den Umfangslinien des Waldes liegen).

Nimmt man, wie bei der vorigen Aufgabe, an, daß man in e gehalten hat, so ist dem Polygon Aedca noch das Dreieck AeF zuzutheilen.

Da sich aber die Operation sachlich auf das Rechteck $\alpha\beta\gamma\delta$ ausdehnt, so ist von diesem der Inhalt von $Ae\gamma$ — AFe = $AF\gamma$ abzuziehen. Es ist also

Inh. $Ae\gamma = \frac{1}{2}\,e\gamma \cdot A\gamma$,
aber $e\gamma = \alpha\delta - e\beta$ = 354 Met. — 103 Met. = 251 Met.
und $A\gamma = \alpha\beta - A\delta$ = 339 M. — 44,8 M. = 294,2 Met.

Daher Inh. $\alpha\beta\gamma\delta$ . . .	=	12 Hect.	00 Ar.	06 C.
die außenliegenden Stücke . .	=	2 „	23 „	78 „
Differenz . .		9 „	76 „	28 „
und da der Inhalt des abzutheil. Schlags		7 „	56 „	30 „,
so ist für das Dreieck $AF\gamma$ abzuschneiden		2 Hect.	19 Ar.	98 C.

Für die Annäherung von $F\gamma$

$$\tfrac{1}{2}\,F\gamma = \frac{2{,}1998 \text{ Hect.}}{294{,}2 \text{ Met.}} = 74{,}77 \text{ und } F\gamma = 149{,}54 \text{ Meter.},$$

welches angiebt, wieviel auf der letzten Richtlinie eF von der Grenze noch genommen werden muß. Man operirt dann nach der vorstehenden Aufgabe, mit der Beachtung, daß, indem $AF\gamma$ von der ganzen Fläche $\alpha\beta\gamma\delta$ abgeschnitten werden soll, man successiv die dem Schlage nicht zugehörigen Theile an der letztern Richtlinie abzurechnen hat.

Vermißt man mit der Bussole, so hört die Schlußoperation ebenfalls auf der Richtlinie eF auf; da man aber, der Kürze wegen, die Seiten des Rechtecks $\alpha\beta\gamma\delta$ parallel dem Meridian legt (§. 133), verläßt man jene Linie, sobald die Fläche Aedca (Fig. 213) gefunden ist, und vervollständigt den Inhalt des Schlags durch Anwendung des Verfahrens Nr. 1. In betreff des Abweichungswinkels des Durchhaues FA, wird derselbe leicht durch Addition oder Subtraction des Winkels AFe von dem Directionswinkel eF, den die Bussole angiebt erhalten.

Im Fall, daß der Schlag nach einer gegebenen Lage bestimmt werden soll, kennt man offenbar die Richtung des Durchhaues. Man legt dann durch den Ausgangspunct, A (Fig. 213) eine Linie AK unter dem vorgeschriebenen Winkel, während die Winkel in A und K bekannt sind; berechnet den Inhalt AKedcba und zieht, wenn der, selbe zu groß sein sollte, ein Trapez AA'KK' ab. Die Operation ist übrigens von den vorhergehenden nur darin verschieden, daß man die zwischen AA' und FF' liegenden fremden Stücke auf einmal berücksichtigen muß.

Die Operation kürzt sich um vieles, wenn man die Schlußmessung auf der Grenze der Waldung selbst führen kann; denn wird von dem Endpuncte e der Richtlinie de eine Linie gelegt, die sich in irgend einem Puncte an die Grenze kt anschließt, so hat man über F hinaus nur den Theil der Holzung AKt zu berücksichtigen.

Man sieht ohne Zweifel, daß die Operation bei Abtheilung der Schläge auf dem Papier oder durch Rechnung sich nur auf die Vermessung des Terrains selbst begründen; man darf sonach nichts übersehen, was zu dem Austragen des Plans oder zu der Berechnung erforderlich sein kann.

Oft ist es bequemer, den Durchhau AF (Fig. 211 und 213) mit Benutzung einer Hülfslinie Fn zu eröffnen, die man auf dem Terrain feststellt, wenn die örtliche Lage es gestattet. Man errichtet nämlich auf Fe die Senkrechte Fr (Fig. 211) und bildet die Dreiecke Frn und Fme; diese sind rechtwinkelig und ähnlich, denn der Winkel rFn = Fem. Berechnet man das letztere und nimmt für Fr irgend einen Werth beliebig, aber auf den freien Raum berechnet, den die Localität auf dieser Seite des Holzes bietet, angenommen etwa 50 Meter, so hat man: $rn = \frac{Fm \cdot 50}{cm}$. Man zieht daher rn senkrecht auf Fr oder parallel Fe, und dann mit Hülfe der Puncte n und F die Linie FA.

In dem Fall (Fig. 213) sind die beiden Dreiecke $A\gamma F$ und Frn ähnlich, daher $rn = \frac{\gamma F \cdot 50}{A\gamma}$, und da in dem ersten Dreieck alle Stücke bekannt sind, so ist dieser Werth von rn unmittelbar gegeben; indem man nun, wie oben, Fr senkrecht auf Fe zieht und Fr und rn ihre Werthe zutheilt, erhält man ebenfalls zwei Puncte n und F, mit deren Hülfe FA gezogen werden kann.

Man kann annehmen, daß keine besondere Methode zu Austheilung der Schläge vorgeschrieben werden kann; die beste bleibt immer, welche am schnellsten und sicher zum Resultat führt.

Häufig hat man im vollen Holze einen Schlag von rechtwinkeliger Form abzustecken, der einem andern von gleicher Form anliegt, der früher abgetrieben worden war. Es läßt sich dann die Messung sehr abkürzen, indem man sie auf das Ausschlagen der Scheidungslichtung reducirt. Wir wollen ein allgemeines Beispiel angeben:

Es sei der Schlag C (Fig. 214) abzustecken, der sich einem schon abgeholzten A anschließt. Der Plan des Schlags A giebt die Länge des gemeinschaftlichen Durchhaues NO. Wenn A = C, so wird nach die Breite NB des neuen Schlags = NS sein, oder kann nicht mehr differiren als TV geneigt gegen die Durchhaue ST, NO und BR ist. Jedenfalls ist leicht zu bestimmen, wie groß die Differenz dieser Breiten ist, indem man entweder die Differenz zwischen ST und NO nimmt, wenn TR eine Gerade ist, und sie NO zugiebt, um die Grundlinie, die Mitte des Trapezes, zu erhalten; oder indem man den Winkel NOV auf dem Terrain mißt. In diesem ersten Fall erhält man die Breite des Schlags C durch die Aufgabe 5. (§. 195).

Zieht man vor, durch Annäherung zu operiren, so bestimmt man die näherungsweise Breite NP von C, durch $\frac{\text{Inh. C}}{\text{NO}}$, welches, z. B., auf die Linie PV führt; man hat aber von NODP den Inhalt des Dreiecks DOV, das sich durch die Rechnung (§. 197, 3.) findet, abzuschneiden, denn NO · NP = NODP.

Zuletzt erhält man NB zur Breite des Schlags. Hierauf legt man an den Punct B den Winkel NBR = SNO, der auf dem Plan des Schlags A eingeschrieben ist; oder man trägt die Breite NB senkrecht auf NO von Distanz zu Distanz, welches die Puncte a, b, c giebt, die dem Durchschnitt angehören.

Obgleich diese Arten von Operationen keine besondern Schwierigkeiten mit sich führen, so muß man doch darin geübt sein, um nicht in große Fehler zu fallen.

200. — Eintheilung der Schläge in Lose. Die Theilung der Schläge in Lose ist nur Theilung von Grundstücken, wobei, wie gewöhnlich, mit dem Abstecken des Schlags begonnen wird. Die Lose müssen so viel möglich regelmäßige Figuren bilden, welches zu erlangen, die Theillinien senkrecht auf einander gestellt werden.

Wollte man den Schlag ABCD (Fig. 215) in vier gleiche Lose theilen, so zieht man zuerst die Theillinie ab parallel AB oder CD, dergestalt, daß die Fläche aDCb = abBA werde; dann halbirt man diese Figuren wieder durch die Geraden mn und op senkrecht auf ab. Auf diese Weise bildet die Theilung keine andern Schwierigkeiten als jedes Rechteck oder Trapez.

Die Fig. 216 zeigt eine andere Anordnung um zu der verlangten Theilung zu gelangen. Man ziehe a' b' beliebig, aber parallel AB, und berechne den Inhalt a'b' BA. Da der Inhalt des Schlags ABCD bekannt ist, indem der Schlag bereits abgesteckt und auf dem Plan eingezeichnet ist, so sollte a'b'BA = $\frac{1}{2}$ ABCD sein; es findet sich jedoch, daß die erstere Fläche zu klein ist und ihr noch a'b'ba zugetheilt werden muß.

Man messe a'b' auf dem Maßstabe, wodurch beinahe

$$h = \frac{\text{Inh. abb'd}}{\text{a'b'}}$$

ist, trage also h auf eine a'b' senkrechte Linie und ziehe ab parallel a'b'.

Sind hingegen die beiden nicht parallelen Seiten des Trapezes abb'a' sehr schief und entgegengesetzt geneigt gegen a'b', messe man ut (§. 197, 1.), welche durch die Mitte von h liegt, suche mit Bezug auf diese neue Grundlinie einen zweiten Werth der Höhe und verfahre so auch bei den andern Durchhauen.

Soll der Schlag verhältnißgleich dem Werth des Bestandes getheilt werden, so kommt die Operation auf die Theilung des Polygons nach einem gegebenen Verhältniß hinaus.

Man weiß z. B., daß der östliche Theil des Schlags ABCD (Fig. 215) 1400 Franc pro Hectare, der westliche Theil nur 900 Fr. geschätzt worden. Soll nun dieser Schlag in 4 Lose getheilt werden, so ist klar, daß das erste Los einen Flächenraum erhalte, der, mit 900 multiplicirt, gleich ist dem vierten Theil des Gesammtbestandes des Schlags. Man bestimmt dieses Product, die fernere Operation hat keine Schwierigkeit.

Wenn aber kl die Grenze der Schätzungsverhältnisse wäre, so kann es sich ereignen, daß ein Theil wie inmk, welcher zu der Classe von 1400 Fr. gehört, zu einem der Lose geschlagen werden muß, welches zu der Classe von 900 Fr. gehört. Es lassen sich dann die Theilungslinien nur durch Annäherung feststellen.

Es sei die Fläche ABCD = 35 Hect. 68 Ar., die klBC = 17 Hect. 43 Ar., daher klAD = 18 Hect. 25 Ar. Es wird alsdann der Hauptwerth des Schlags 17 Hect. 43 Ar. mal 1400 Fr. + 18 H. 25 A. mal 900 Fr. = 40827 Fr., der Werth jedes Loses aber $\frac{40827}{4}$ = 10206 Fr. 75 C. sein. Man zieht a'b' schätzungsweise und berechnet die Flächen a'i'kD, ki'b'C. Geben diese beziehlich mit 900 und 1400 multiplicirten Flächen nicht ein gleiches Product $10206{,}75 \cdot 2 = 20413{,}5$ (den Werth des ersten und dritten Loses zusammen), so zieht man, im Fall er geringer ist, eine neue Parallele mit a'b', welche zu einem näher kommenden Product führt. Wäre die Differenz noch zu groß, so muß eine zweite Parallele, dann eine dritte u. s. w. (§. 199) gelegt werden, bis man endlich zu ab gelangt, welche die Bedingung erfüllt. Es kann dann mn, welche das 1. und 3. Los scheidet, leicht festgestellt werden, weil Inh. mnbc • 1400 = 10206,75 und Inh. aikD • 900 + Inh. kinm • 1400 = 10206,75 sein muß. Ebenso muß Inh. aopA • 900 = 10206,75 und Inh. bilB • 1400 + Inh. liop • 900 = 10206,75 sein.

Auch kann man zu einer genügenden Annäherung gelangen, indem man erst den Mittelwerth des Schlags berechnet, welcher

$$\frac{18{,}25 \cdot 900 + 17{,}43 \cdot 1400}{35{,}68} = 1144 \text{ Fr. } 25 \text{ C. ist.}$$

Man bestimmt dann die Lage von ab, indem man die Fläche abCD = $\frac{20413{,}50}{1144{,}25}$ = 17 Hect. 85 A. macht. Wenn nicht auf reguläre Theilung bestanden wird, so läßt sich das erste Los gleich in dem Theil DklA des Schlags bilden, wobei kd und dq die Scheidelinien sind. Dann formirt man das zweite Los aus dem Uebrigen qdlA, dem ein Theil wie dtrl des zweiten Theils des Schlags zur Vervollständigung zugesetzt wird. Endlich scheidet man das 3. und 4. Los, indem man qt verlängert und stellt den Durchhau su fest.

Die Anlegung der Durchhaue zu Scheidung der Lose ist nicht schwierig. Da die Scheidungslinien im

Allgemeinen senkrecht unter sich sind, reicht ein guter Winkelspiegel aus, ihre Richtung auf dem Terrain zu bestimmen. Es kann aber sein, daß sich nach dem Abstecken und Messen von ab (Fig. 216) eine Differenz zwischen der Messung und der Länge der Linie auf dem Plan fände. Diese Differenz darf nicht vernachlässigt werden, wenn man will, daß die Abtheilungen auf dem Terrain mit denen der Construction harmoniren. Man muß dann die Ausgangspuncte o und n der Durchhaue op und nm so setzen, daß:

ab des Plans zu ab des Terrains, wie ao des Plans zu ao des Terrains, wie an des Plans zu an des Terrains (§. 183).

Sind die Puncte o und n dergestallt festgestellt, so öffnet man die Durchhaue op und nm, indem man auf ab Senkrechte errichtet. Der Durchhau nm muß an AB in dem Punct m und op an die Vermessungslinie, auf die er in p stößt, angeknüpft werden. Man bemerke dabei, daß wenn man diese Anbindungen nur durch nochmalige Messung dieser Linien erlangen könnte, diese Messung vermieden werden kann, wenn man Pikets außerhalb dem Vermessungsraum des Durchschnitts nahe dem Ort, wo man vermuthet, daß die Durchhaue auf diese Linien treffen können, stellt und hat dann nur den Abstand dieser Pikets von den Puncten m und p zu messen.

201. — Von den Nachmessungen. Die Nachmessung ist eine Prüfung der Schlagbegrenzung. Sie wird in den drei Monaten vorgenommen, die dem Tag des Ablaufs der Frist folgen, welche zur Abräumung zugestanden worden, oder 18 Monate bis zwei Jahre nach der Vermessung.

Wenn es erforderlich ist, bei der Abtheilung genau zu Werke zu gehen, damit der Zweck, die Einkünfte und Abtreibung nicht zu schmälern, erreicht werde, so ist es nicht weniger wichtig, mit Schärfe bei der Nachmessung zu verfahren, weil dadurch der Inhalt des Schlags definitiv festgestellt wird, und da dieß erst dann geschieht, wenn der Verkäufer außer Verbindlichkeit gegen den Käuser getreten ist. Es wäre unrecht, diese Operation für überflüssig zu halten; es müßte dann jede Messung fehlerfrei sei, was doch nur selten der Fall ist.

Da die Nachmessung erst Statt findet, wenn der Schlag ganz abgeräumt ist, so findet der Geometer jede

Schwierigkeit beseitigt und kann darum um so weniger Nachsicht beanspruchen. Er operirt auf entblößtem Terrain, kann also mit aller Schärfe verfahren.

Das einzige Schwierige ist, die Vermessungslinien herzustellen, die bei der ersten Aufnahme abgesteckt worden waren. Hat aber der erste Geometer Sorge getragen, starke Pfähle in die Ecken des Schlags zu stellen und hat er einen vollständigen Riß gefertigt, so fallen auch diese Schwierigkeiten fort.

Es handelt sich, die Grenzen des Schlags (Fig. 217) herzustellen und deren Vermessung vorzunehmen. Hat man sich in A aufgestellt, so giebt der Plan an, daß die Seite AB durch eine Senkrechte bestimmt worden, die nach einer Eiche in 2 Meter Länge und einem Abstand = 1,7 Met. von der Ecke A errichtet gewesen war; und daß das andere Ende B dieser Seite sich auf eine Birke bezog, die 1 Met. auf der Verlängerung von der zweiten Seite BC stand. Trägt man diese Maße auf das Terrain, so ist es leicht die Linie AB selbst wieder aufzufinden. Die Seite BC kann ebenfalls hergestellt werden, indem man einen Jalon 0,4 Meter nach rechts von der als Mahl angenommenen Eiche, einen andern 0,8 Meter nach links von der zweiten Mahleiche und endlich einen dritten stellt, dessen Stellung durch die Senkrechte auf BC von 1,4 Met. Länge und 3 Met. von der Ecke C ab, gegeben ist. Man versichert sich, daß die drei Jalons auf derselben Geraden liegen und berichtigt deren Lage nach Erfordern. Die beiden andern Seiten ergeben sich auf gleiche Weise. Das Messen der vier Seiten des Schlags muß die nämlichen Resultate der frühern Vermessung geben.

Auf dasselbe Resultat muß man gelangen, wenn man Richtlinien möglichst nah an die Grenzen des Schlags legt, ohne sich an die frühern zu binden, dieselben mißt und mit Sorgfalt die Mahl- und Zeichenbäume damit verbindet; dann den Plan aufträgt, der folglich die Stellung dieser Bäume giebt, an welche der erste Geometer seine Vermessung angeknüpft hat. Aus dieser kann man nach den beigeschriebenen Abständen der Bäume von den Grenzlinien und Ecken die frühern Linien ebenfalls herstellen. Der Geometer muß, bevor er das Terrain verläßt, die Resultate mit jenen der ersten Vermessung vergleichen, und hat die Verbindlichkeit, den Plan aufzutragen und den Inhalt nach den gemessenen Linien zu berechnen. Er muß damit beginnen, die Länge zu vergleichen, wenn sie beiden Operationen gemein sind, wobei er Bedacht nehmen muß, daß die Kette gehörig justirt und nicht verschieden von der früher gebrauchten ist.

Dergleichen Differenzen sind leicht daraus zu erkennen, daß die Längen in gleichem Verhältniß stehen. Er vergleicht endlich den Inhalt, wenn er nicht beiderseitig stimmt und muß die Ursachen der Differenz ausmitteln, um sie berichtigen zu können.

Die Geometer begnügen sich gewöhnlich, um Zeit zu ersparen, den Inhalt der Schläge, die sich in Form von Trapezen darstellen (Fig. 217), zu bestimmen, indem sie die Hälften der Seiten **AD** und **BC** nehmen und mit **AB** multipliciren. Obgleich die Theorie sie dazu berechtigt, so hat doch die Praxis bewiesen, daß dadurch große Irrthümer entstehen können, vorausgesetzt, daß die beiden Senkrechten **aD** und **AB** selten genau gleich sind.

Zu dem genauen Inhalt muß man die Größe von **aD** (wenn sie sich nicht auf dem Terrain messen läßt) mittelst **CD** und dem Winkel **C** oder **D** suchen, welches auch die Neigung von **CD** gegen die beiden Grundlinien sei, und die Figur **ABCD** in ein Rechteck **DaBA**, dessen Inhalt

$$\frac{aB + AD}{2} \cdot \frac{AB + aD}{2}$$

und in das rechtwinkelige Dreieck **aDC** zerlegen.

202. — Waldbewirthschaftung. Die Lehre von der Bewirthschaftung zerfällt in zwei Theile: die eine forstwirthschaftliche ist ökonomischer Natur; sie begreift die Waldcultur, die Pflanzenphysiologie, das Interesse des Eigenthümers und die Bedürfnisse des Handels und der Consumtion. Die andere ist geometrischer Beziehung und knüpft sich ausschließlich an die Aufnahme des Plans, die Eintheilung der Waldung in Serien und Schläge und auf die Anlage von Wegen zum Abfahren.

Wir übergehen die erstere Abtheilung, die den Geometer wenig berührt. Er hat dafür großen Antheil bei Ausführung der wirthschaftlichen Verwaltung eines Waldes und namentlich ihrer örtlichen Feststellung, so daß wir hier in die Details eingehen müssen.

Der geometrische Theil der Bewirthschaftung zerfällt

1) in die allgemeine Grenzbestimmung des Waldes:

Aufnahme des Umfangs: Triangulirung, Detailmessung, Entwurf des Generalplans; Redaction des Protocolls der Grenzbestimmung (des wissenschaftlichen Theils) und Ausführung des geometrischen Plans von den Grenzen.

2) Versteinung.

Direction und Aufsicht der Arbeiten bei Anlage der Gräben, Abfassung des Protocolls.

3) Statistischer oder Betriebsplan.

Bildung des Plans der Holzung: Aufnahme der innern Details, topographische Vermessung, Aufzeichnung der Schläge während eines Turnus; vorläufige Eintheilung der neuen Schonung, Kenntnißnahme der Waldwege und Blösen, nach annäherndem Ueberschlag.

4) Entwerfung des Grundplans.

Genaue Eintheilung auf dem Plan der Waldung in Serien und Schläge, Eintheilung auf dem Terrain, Einzeichnung der Durchhaue, Berechnung der Inhalte, genaue Kenntniß der Holzwege, die anzulegen sind; endlich

5) Anlegung der Acten, welche die Bewirthschaftung feststellen.

Statistische Verhandlung, trigonometrisches Register und Manual, Ausführung der Plans, Wegecharte, Charte über die Schläge u. s. w.

Grenzscheidung. Obgleich die Grenzscheidung keine von der Bewirthschaftung unzertrennliche Operation ist, so wird sie ihr doch stets vorangestellt werden müssen, weil den genauen Flächeninhalt des Waldes zu wissen unentbehrlich ist, dieser aber nicht eher ermittelt werden kann, bevor die Grenzen unwiderruflich feststehen.

Sobald die Bewirthschaftung eines Waldes nach Forstprincipien beschlossen worden, muß der Geometer vor Allem den Umfang begehen und eine Zeichnung davon entwerfen, wozu die Catastercharten benutzt werden können. In dieser Zeichnung giebt er die Grenzen der anliegenden Grundstücke an und schreibt die Vor- und Zunamen der Besitzer und deren Wohnort ein. Wenn deren Aufenthalt entfernt ist, so sind die Namen des Pächters, des Verwalters oder des Aufsehers beizumerken. Er fertigt eine Liste dieser Namen, die er dem Dirigenten übergiebt, damit die nöthigen gesetzlichen Formalitäten beobachtet werden können. Wenn der Geometer während diesen Verhandlungen die Zeit benutzen will, so kann er das Triangulirungsnetz anordnen, mit Beobachtung der

Winkel und den trigonometrischen Berechnungen den Anfang machen (Cap. 5); er kann auch die alten Wege und die Brahne aufräumen lassen, sowie die Detailsvermessung im Innern beginnen, was nöthig zu Bezeichnung des Terrains veranstalten und dergestalt einen Theil der Elemente vorbereiten, die zur Aufnahme der Charte erfordert werden.

An dem zur Grenzbestimmung angesetzten Tage begleitet der Geometer den Bevollmächtigten, (denn er ist stets nur Beigeordneter) und verfährt im Ganzen in dem Interesse beider Parteien; er nimmt Theil an der Recognoscirung der Grenzen, bestimmt vorläufig die Eckpuncte durch numerirte Pfähle, sammelt mit dem Bevollmächtigten die Angaben, Beobachtungen und Ansprüche der Parteien und notirt sie roth auf dem Handplan, den er besitzt. Dieser Plan muß alles fassen, was zur Erleichterung der Protocollabfassung dienen kann; so wird die Umfangslinie, wie sie der Bevollmächtigte vorschlägt, durch eine starke Linie mit schwarzer Tinte eingetragen, und wo Beschränkungen nöthig scheinen, ebenfalls die nöthigen Bemerkungen gemacht.

Wenn die Anerkennung des Umfangs beendigt ist, schreitet der Geometer unmittelbar zu Aufnahme der Details. Er trägt Sorge, die Richtlinien die dazu abgesteckt werden müssen, an die Ecken oder Seiten der Triangulirung anzuknüpfen *); welches er auch mit den Operationen vornimmt, die er im Voraus hat ausführen können. Die Aufnahme des Perimeters kann nicht mit zuviel Sorgfalt geschehen, weil alle Messungen, da sie in dem Grenz-Protocoll erwähnt werden, bestimmt sind, die Eckpuncte herzustellen, wenn die Pikets ausgerissen werden, und überdieß die Grenze jedesmal zu berichtigen, im Falle Uebergriffe Statt finden sollten.

---

*) Die Triangulirung kann nach Befinden vor oder nach der Umfangsmessung geschehen; bei gewissen Oertlichkeiten ist es sogar vortheilhaft, den letztern Gang anzunehmen, weil der Geometer, wenn er sich eine größere Ortskenntniß erworben hat, besser bestimmen kann, wo die Signale aufzustellen sind. Das Anbinden der Specialmessung an die Triangulirung findet dann Statt, wenn zwischen die Signale der trigonometrischen Messung die Mehrzahl der Eckpuncte des Polygons auf dem Umfang des Waldes abgesteckt ist.

Nach der vollständigen Aufnahme des Umfangs fertigt der Geometer den Generalplan, desgleichen die Specialpläne der Grenzen und stellt die Bemerkungen auf, die dem Bevollmächtigten bei Anfertigung des Grenzprotocolls nöthig sind. Diese Verhandlung ist hierauf den bei der Operation zugegen gewesenen Grenznachbarn zur Unterschrift vorzulegen und die Anwesenheit anderer zu beglaubigen.

203. — Geradlegung krummliniger Grenzen. Es kommt oft vor, daß bei der Recognoscirung des Perimeters die Parteien die Herstellung einer krummlinigen Grenze verlangen. Diese wird unmittelbar in Gegenwart der Interessenten bewirkt.

Ein Plan wird darüber nicht aufgenommen und folgendes einfache Verfahren dabei angewendet.

1) Es sei die Grenze zwischen A und B (Fig. 218) dergestalt herzustellen, daß die Eckpuncte nicht verrückt werden.

Man verbinde die Endpuncte A, B durch eine Gerade, und messe die Ausbiegungen mittelst Senkrechter auf AB. Hierauf berechne man den Inhalt S zwischen der krummen Linie und der Geraden AB.

Nun kommt es darauf an, zwei Gerade AD und DB so zu legen, daß die krümmlinigen Theile, welche dem Nachbar von der Waldung überlassen werden sollen, diejenigen Theile ausgleichen, welche der Grenznachbar dafür zum Tausch hergeben muß. Ein Dreieck ADB von dem Inhalt S wird der Bedingung genügen; die Höhe h dieses Dreiecks ergiebt sich aus:

$$\tfrac{1}{2}\,h = \frac{S}{AB} \text{ oder } h = \frac{2\,S}{AB}.$$

Man ziehe NK parallel AB in einem Abstande = h, und wähle auf NK einen Punct D, der, wenn man mit ihm die Puncte A und B verbindet, den gegenseitigen Interessen der Besitzer am Besten genügt.

2) Der Endpunct B darf nicht verändert werden, der Punct D soll aber auf AT zu liegen kommen, welche Linie ein Theil des Perimeters ist (Fig. 219).

Kann man den Winkel BAT beobachten und ist S bekannt, so ist:

$$\tfrac{1}{2}\,AD = \frac{S}{AB \cdot \text{Sin. } BAT}.$$

Läßt sich der gedachte Winkel nicht benutzen, so sucht man die Höhe h des Dreiecks wie oben, zieht ebenfalls eine Parallele DK mit AB, so wird der Durchschnitt dieser mit AT den Punct D und DB die Ausgleichungslinie geben.

3) **Durch eine mit AB parallele Gerade** (Fig. 220).

Hier hat man das Trapez ADD'B, dessen Inhalt S, die eine der parallelen Seiten AB und die Neigung der nicht parallelen Seiten bekannt ist. Dieß führt sonach auf Lösung der achten Aufgabe (§. 195).

Es ist nicht unumgänglich nöthig, die vorgeschlagene Grenze mittelst AB zu vermessen, jede andere Operation führt zu der Auflösung.

4) Es wäre diese Grenze, z. B., durch die Richtlinien AC, CE, EF und FB (Fig. 221) bestimmt, so wird man die Dreiecke ACE, EAF und FAB und deren Inhalt zu lösen haben. Indem man dazu den Inhalt der Parcellen außerhalb des Polygons ACEFB nimmt und ihn von den inneliegenden Parcellen abzieht, erhält man S und hieraus h, da AB durch Rechnung gegeben ist.

Eben so durch Bildung des rechtwinkeligen Dreiecks CeE und der Trapeze EefF, FfbB, welche durch Verlängerung der Richtlinie AC und die aus den Ecken E, F und B auf AC gefällten Senkrechten gebildet werden; man hat dann gleichfalls

$$S = \text{Inh. } bAB - \text{Inh. } CFEBbC.$$

für die Differenz der Parcellen, zwischen den Richtlinien und der zu legenden Linie.

5) Diese Verfahrungsweisen sind stets anwendbar, wenn man anstatt einer oder zwei Ausgleichungslinien mehre annehmen muß. Man wählt z. B. einen Punct C (Fig. 222) auf der vorgeschlagenen Grenze, von welchem man CB zieht, die zur Grundlinie des Dreiecks CBD dient; die Höhe h dieses Dreiecks wird durch das erste Verfahren erhalten und die beiden Austheilungslinien sind DB und DC. Man nimmt dann einen zweiten Punct E ebenfalls auf der Grenze an, verbindet CE und erhält durch dasselbe Verfahren zwei andere Gerade CD' und D'E. Die krumme Grenze zwischen B und E ist sonach durch die gebrochene Linie BDCD'E ersetzt, es bleibt aber der Theil EA der Grenze, die man durch das zweite

obige Verfahren einrichten kann, indem man sich an ED' stützt; endlich erhält man BDCD'FA als neue Separationslinie zwischen den beiden Besitzthümern.

204. — Die Versteinung. Die Versteinung ist die Vervollständigung der Grenzbestimmung; sie findet ein Jahr nach Aufnahme des Grenzprotocolls Statt, nachdem allen gesetzlichen Formalitäten genügt ist. Sie wird ebenfalls in Anwesenheit der eingeladenen Grenznachbarn vollführt.

Die Ausführung besteht darin, daß an die Stelle der bei der Grenzberichtigung geschlagenen Pfähle Grenzsteine gesetzt, oder wenn nur einzelne oder fortlaufende Gräben gezogen werden sollen, der Geometer die Aufsicht bei Grabung derselben übernimmt.

Bei fortlaufenden Gräben richtet man von einem Grenzpfahl des Umfangs zu dem andern Zwischenpikets ein, die nahe genug stehen, um eine Schnur ziehen zu können.

Man hat Acht, daß die Linie genau inne gehalten werde und daß die Gräben die vorgeschriebene Breite erhalten. Die Gräben sind in der Regel auf dem Boden desjenigen Besitzers auszuwerfen, der die Anlage dieses Grenzmahls verlangt.

Bei den einzelnen Gräben ist es ebenfalls nöthig, die Linie zwischen den Eckpuncten des Umfangs auszustecken, damit die Gräben auf der im Protocoll beschriebenen Grenze gelegt werden können.

Man zeichnet sie durch Pikets in jeder Ecke vor. Unter diesen Gräben unterscheidet man Eckgräben und Mittelgräben. Die erstern werden in den Ecken des Umfangs selbst angelegt und erhalten gewöhnlich 3 Meter Länge und zwar nach jeder Seite hin, die auf die Ecke stößt.

Die Mittelgräben werden auf der Linie des Umfangs gelegt, 50 bis 100 Meter auseinander, jedoch immer so, daß man von dem einen die nächsten nach beiden Seiten hin sehen kann.

Das Versteinen hat zwar keine Schwierigkeit, verlangt aber Sorgfalt und Genauigkeit. Bei dem Einsetzen der Steine stellt man 4 Pikets a, b, c, d (Fig. 223) hinlänglich von dem Puncte A ab, wo ein Stein hinkommen soll, damit die Arbeiter den Punct bei'm Graben des Loches nicht verrücken. Sie werden dabei so eingeschlagen, daß zwei Schnuren ab, ca, die man anhält, rechte Winkel bilden. Der Durchschnitt der Schnuren muß genau auf das Piket in A treffen. Ist das Loch gegraben, so wird der Stein hineingestellt und mittelst der Schnuren untersucht, ob der Einschnitt, den man vorher in den Kopf des Steines haut, mit dem Kreuzschnitte der Schnuren eintrifft.

Es ereignet sich oft, daß in dem Augenblicke, wo man die Versteinung vornehmen will, Pikets vermißt werden; es müssen dann die Puncte wieder aufgesucht werden.

Nimmt man an, daß die Pikets A und B (Figur 224) durch Steine ersetzt werden konnten, daß aber die in P, Q und R fehlten. Zuerst kann man mit Hülfe der auf der Richtlinie MN errichteten Ordinaten, nach jedem Eckpuncte der Grenze, diese Richtlinie selbst auf dem Terrain wieder feststellen. Hat man sich bei der Vermessung der Bussole bedient, so ist dabei der Richtwinkel der Ordinaten Bb, Aa gleich dem Complement des Winkels der Richtlinie MN, wenn nach rechts von dem Meridian aus gezählt wird; oder gleich 360 — (90 — δ), wenn man den Gang der Graduirung der Bussole verfolgt.

Man bildet daher diesen Winkel auf dem Terrain in den Puncten A und B, mißt Aa und Bb ab, wie es das in dem Protocolle bemerkte Maß angiebt und zieht ab. Nachdem man auf dieser die Maße ap, pq, qr und rb abgemessen hat, beendet man die Operation durch die Senkrechten pP, qQ, rR.

Diese Operation läßt sich jedoch abkürzen: man lege durch den Stein B eine Gerade Ba' parallel MN, die Ordinaten, die auf Ba' zu errichten sind, damit man die Stellung der Pikets R, Q, P erhalte, sind gleich denen in dem Protocolle aufgeführten — Bb. Wenn man also an dem Steine B einen Winkel = δ legt, wird man sofort Ba' erhalten; das weitere Verfahreu erhellt aus der Figur.

Hat der Winkelmesser bei der Vermessung gedient, so ist die Richtung der Ordinate Aa durch einen Winkel aAC gegeben, den diese Ordinate mit einer Linie AC des Umfangs bildet, oder durch den Winkel aAB; diese Winkel sind leicht aus der Vermessungsoperation selbst herzuleiten. Endlich kann man ebenfalls die Parallele

Ba' abstecken, indem man in B einen Winkel ABa', Complement von aAB bildet.

Stößt an die Grenze ein anderes Holz, so läßt sich annehmen, daß die Messung durch die Umziehungsmethode erfolgt sei, und dann ist man genöthigt, von Winkel zu Winkel zu gehen, indem man die Abstände dieser Ecken mißt. Man geht also (Fig. 224) von A aus, bildet einen Winkel = CAP und mißt AP; in P construirt man den Winkel APQ und mißt PQ und so fort bis zu B. Sollte man in diesem Puncte nicht eintreffen, so wiederholt man die Operation von B aus und verbindet beide Resultate.

Will man dabei von der Bussole Gebrauch machen, dann hat man zuerst die Richtwinkel jeder Umfangslinie aufzusuchen und diese Winkel auf dem Terrain abzustecken.

Ist sonach δ der Richtwinkel von AB (angenommen die Puncte A und B seien bekannt) so ist dann der Richtwinkel von BC $= \triangle, = ABC - \delta$; da aber diese Operation δ' giebt, hat man $\triangle BC = 180 - \delta'$. Diesen Winkel trägt man auf das Terrain in B und mißt BC. Desgleichen ist $\triangle CD = BCD - \delta'$, den man in C setzt und CD mißt rc., bis man in E anlangt.

Man kann auch die Senkrechten Cc, Dd und Ee von AB nach den Pikets C, D, E finden und herstellen (Fig. 111), indem man die Umfangslinie AB (Fig 225) verlängert und die rechtwinkligen Dreiecke BCc, Dc'C und eDE formirt. Die Ausführung auf dem Terrain geschieht, daß man in A und B zwei Jalons aufstellt, auf Be fortgehend und in c angelangt, die Senkrechte cC errichtet, desgleichen in d (es ist cd = c'D) die Senkrechte dD = cC — Cc' rc.

Sind alle Steine gesetzt, so wird darüber ebenfalls ein Protocoll aufgenommen und dem Grenzprotocolle beigefügt.

205. **Holzbewirthschaftungs-Entwurf, Plan der vorläufigen Eintheilung.** Da die Versteinung immer erst ein Jahr nach der Grenzberichtigung zu geschehen pflegt, so kann der Geometer sich in der Zwischenzeit mit der Anlage der Charte über die vorläufige Eintheilung des Waldes beschäftigen und dann die Messung des Innern beendigen. Die Straßen, Vicinal- und Nebenwege, die Bäche, sowie die von den Forstbedienten

früher angelegten Sectionslinien zum Abholzen, die aber einen andern Turnus voraussetzten, sind mit Sorgfalt aufzunehmen; die ältern Linien der Schläge, wovon die Spuren sichtbar sind, anzubinden und die topographische Vermessung (Capitel 8) vorzunehmen.

Alle diese Details werden in die Charte des Waldes eingetragen, der mit Hülfe der Grenzaufnahme bearbeitet wird. Der Geometer nimmt dabei die Protocolle der Vermessung und Nachmessung zu Hülfe, um auf dem Plane die alten Grenzen der Schläge zu vervollständigen. Ist die Charte nun soweit aufgetragen, so nimmt er die vorläufige Eintheilung des Holzes in Serien und Schläge vor.

Die Abtheilung der Serien muß mit aller Genauigkeit gemacht werden, damit man bei der Eintheilung in Schläge nicht nochmals darauf zurückgehen muß. Bei den letztern läßt sich etwas Genaues für jetzt nicht bestimmen, da der Entwurf erst der Administration zur Genehmigung vorgelegt werden muß und noch mancherlei Abänderung unterliegen kann; man muß jedoch die Abtheilung der Schläge deutlich daraus ersehen können. Der Kürze wegen bedient man sich dabei graphischer Constructionen (§. 197).

Die Eintheilung des Waldes hängt nicht allein von dem Geometer ab; bei derselben müssen die Principien der Forstcultur und Bewirthschaftung in Anwendung kommen, sie kann daher nur mit Zuziehung der Forstbeamten ausgeführt werden.

206. — Construction der Charte und endliche Eintheilung des Waldes. Der Geometer zeichnet nur einen Plan, den Grundplan, (erster Plan, la minute) auf dem er alles notirt, was ihm in dem Verlaufe der verschiedenen Arbeiten zum Anhalt dienen könnte. Alle übrigen Charten, welche von ihm gefordert werden, sind nur Copieen, Calken oder Reductionen des Grundplans.

Wiewohl oben (§. 196) bemerkt worden, daß die Eintheilung eines Waldes nicht in Verlegenheit setzen kann, so wollen wir doch einige Anwendungen der aufgestellten Formeln mittheilen und den zu befolgenden Gang angeben, wenn man auf einer ausgedehnten Fläche zu arbeiten hat.

Es sei (Fig. 226) der Generalplan eines in zwei Serien getheilten Waldes, deren erste zu

30-, die andere zu 25jährigem Turnus veranschlagt ist.

Die gebrochene Linie A, β, γ, . . . ꝛc. ist zur Scheidung der Serien festgestellt worden. Es ist angenommen, daß sich ein Holzweg auf dieser Linie hinziehen soll, bestimmt, die Abfuhr des Holzes nach der unweit des Waldes vorbeigehenden Straße zu vermitteln. Dieser Holzweg muß so angelegt werden, daß er, wenig von der Linie A, β, γ, δ, . . . abweichend, den Fuhrwerken bequemes Fahren gestattet.

Zieht man AH, so genügt diese Gerade ziemlich der ersten Bedingung. Da aber die topographische Zeichnung gegen der Mitte des Waldes eine große Senke angiebt, so würde der Weg an dieser Stelle den Fuhrwerken eine zu große Neigung darbieten und es wird deßhalb nöthig, in der Gegend dieser Senke die Linie zu brechen und einen passenden Umweg auszusuchen (§. 245). Die andere Haupt-Theillinie, die anzulegen ist, wird durch den Durchhau RQ bezeichnet. Bei ihr ist die Bedingung gestellt, daß sie AH unter rechtem Winkel schneide und bei R in dem Vicinalweg ende, ohne aus dem Holze auszutreten. Es ist demnach zu untersuchen, wieviel Schläge der Theil HSQF der ersten Serie und wieviel der Theil HSRK der zweiten Serie erhalten kann.

Nach abgeschlossener Rechnung beträgt der Inhalt der ersten Serie 172 Hect. 55 Ar., jeder Schlag muß daher eine Fläche von $\frac{172{,}55}{30} = 5$ Hect. 75 Ares 17 C. fassen.

Die Fläche der zweiten Serie ist zu 155 Hect. 21 Ar. gefunden, jeder Schlag muß daher $\frac{155{,}21}{25} = 6$ Hct. 20 Ar. 84 C. enthalten.

Man zieht nun durch den Punct R die Senkrechte RQ auf AH, berechnet die beiden Flächen HSQF und HSRK und theilt die erstere = 80 H. 65 A. durch 5 H. 75 A. 17 C.; der Quotient 14 giebt die Anzahl der Schläge, welche in der ersten zu liegen kommen. Die andere enthält 42 H. 58 A. 47 C., dieß durch 6 H. 20 A. 84 C. dividirt, giebt 7 als Anzahl der Schläge. Sonach theilt die Linie RQ den Wald in dem Verhältniß wie

(5 H. 75 A. 17 C.) 14 + (6 H. 20 A. 84 C.) 7 zu (172 H. 55 A. + 155 H. 21 A.)
— (5 H. 75 A. 17 C.) 14 + (6 H. 20 A. 84 C.) 7 od. wie 203 H. 77 A. 47 C : 123 H. 98 A. 26 C.

Man wird eine gleiche Operation vorzunehmen haben, um die Lage des Durchhaues UV zu erhalten; man hat dann mit den Theilen QSHF, RSHK auf dieselbe Weise zu verfahren, wie es oben mit den Serien 1 und 2 geschehen ist; dieser Durchhau soll übrigens parallel RQ sein.

Ebenfalls muß XY die Fläche ASQDCBA der ersten Serie in einem Verhältnisse theilen, welches durch die Anzahl der rechts und links abzusteckenden Schläge bestimmt wird.

Es würde Zufall sein, wenn der Durchhau QR die beiden Serien so theilte, daß jeder der 14 Schläge der erstern genau 5 H. 75 A. 17 C. und jeder der 7 Schläge der andern gleich 6 H. 20 A. 84 C., wie oben berechnet, wäre; denn indem dieser Durchhau zugleich die erste und zweite Serie theilen soll, so müßten die Inhalte vollkommen der Theilung anpassend und folglich von demselben Verhältnisse sein. Dieses Zusammentreffen hat nur ausnahmsweise Statt; jedoch muß von dem Geometer möglichst darauf hingearbeitet werden, wobei es zuweilen genügt, die Lage einer Linie um etwas weniges zu verändern.

Alle Theillinien müssen senkrecht gegen einander oder parallel unter sich sein. Von dieser Bedingung darf nur abgegangen werden, wenn die Figur des Waldes oder der Serien es als nothwendig bedingt, oder wenn keine Hemmung der Abfuhre dadurch entsteht.

Die großen Theilungslinien bilden die Axen der Wege oder der Durchhaue, deren Bestimmung die Zufuhr zu den Haupt-Transportwegen ist. Man nimmt deren Breite von 4 bis 10 Meter an, je nach der Wichtigkeit oder nach der Quantität des Holzes, welches abzuführen ist. Ihre Breite ist zur Hälfte in die Schläge eingerechnet. Was deren Lage anlangt, läßt diese vorher sich selten bestimmen, man muß sie jedoch so legen, daß die Schläge nicht zu lang gedehnt werden; gewöhnlich giebt man den letztern das Drittel der Länge zur Breite. Wir gehen nun zu der Theilung in Schläge über.

Um die Schläge in dem Theile VU'HGF zu ordnen, untersucht man zuerst, ob die Fläche, welche von den Durchhauen und Wegen abgeschnitten wird, genau den angegebenen Inhalt hat; überhaupt berechnet man die Polygone, die von den Abtheilungen entstehen, von Neuem, wobei man sich immer der gemessenen Längen bedient, und schreibt in jede der Parcellen die Rechnungsresultate; man wird sich bald überzeugen, daß diese Angaben nöthig sind, und viele Nachsuchungen ersparen. Es sei denn der Inhalt von VU'HGF = 34 H. 54 A. 65 C, und da in diesem Vieleck sechs Schläge abzustecken sind, so wird jeder Schlag 5 H. 75 A. 77 C. groß. Um den Schlag Nr. 1 abzutheilen, zieht man Gg senkrecht auf VU'; Gg ist folglich parallel U'H, also U'HGg ein Trapez, worin der Winkel U'HG und die Seite U'H bekannt ist. Man kann also das rechtwinkelige Dreieck HhG bestimmen, da Gg = Gh + hg und gU' = Hh. Durch die Rechnung ergiebt sich Gg = 445 Met. + 72,6 Met. = 517,6 M., und gU' = 218,2 Met. Indem man die Formel der Aufgabe 4 (§. 195) anwendet, hat man nach der Lage von GH gegen HU'

$$U'r = \frac{445{,}218{,}2}{72{,}6} - \sqrt{\frac{(445 \cdot 218)^2}{(72{,}6)^2} + \frac{11\ \text{H.}\ 51\ \text{A.}\ 54\ \text{C.} \cdot 218{,}2}{72{,}6}}$$

woraus U'r = 123,67 Meter als Breite des Schlags Nr. 1 folgt. Wenn man rs parallel U'H zieht, so entsteht zwischen der Richtlinie HG und der Grenze ein kleines Viereck ss'Hh, welches von dem Schlage unabhängig ist und dessen Inhalt in dem ausgemittelten von 5 H. 75 A. 77 C. nicht begriffen sein kann. Man muß demnach den Gehalt des Vierecks (§. 134) bestimmen, obigen 5 H. 75 A. 77 C. zusetzen (§. 199) und einen neuen Werth von U'r suchen. Verfährt man wie oben, so ergiebt sich 127,02 Meter für die wahre Breite des Schlags.

Man wird bemerken, daß, da die Theilungslinien unter sich parallel sind, die Winkel, welche sie mit den Vermessungslinien bilden, immer bestimmt sind oder abgeleitet werden können.

Bei'm Abtheilen des Schlags Nr. 2 beachte man, daß von dem Trapez U'HGg vom Inhalt 10 H. 50 A. 20 C. schon ein Stück $= \frac{445 + rs}{2} \cdot 127{,}02$ genommen ist. Der Schlag Nr. 2 wird sonach aus dem Reste rsGg + einem Theil des Trapezes gGFf bestehen, welcher zu suchen ist.

Man suche den Werth von rs nach der Formel (b) der Aufgabe 4 (§. 195), nämlich

$$rs = \frac{72,6 \cdot 127,02}{218,2} + 445 = 487,3,$$

dann ist die Fläche $rsGg = \frac{517,6 + 487,3}{2} \cdot (218,3 - 127)$
$= 4$ H. 58 A. 23 C.,
und da der des Schlags $= 5$ H. 75 A. 77 C., so ist noch von dem Trapez gGFf ein Gehalt von 1 H. 17 A. 54 C. abzuschneiden. Wendet man die zweite Formel der Aufgabe 5 (§. 195) an, so folgt aus der Lage von GF gegen gG:
der Winkel $gGF = 137^0 32' - (90^0 - 18^0 25') = 65^0 57'$
und der Winkel $\alpha = 24^0 3'$.

Hieraus

$$gt. = \ldots\ldots - \frac{517,6}{tg.\ 24^0\ 3'} \sqrt{\frac{(517,6)^2}{(tg.\ 24^0\ 3')^2} + \frac{2\ \text{H. } 35\ \text{A. } 08\ \text{C.}}{tg.\ 24^0\ 3'}}$$
$= 22$ Met. 49 C.

Dieses gefundene Maß trägt man auf U'V von g nach t und zieht dann tt' parallel Gg oder U'H. Man hat nun wie oben die Parcellen zu berücksichtigen, die zwischen der Grenze und den Vermessungslinien HG und GF liegen. Diese Parcellen von einem Gehalte von 20 A. 70 C. kommen zu dem obigen Inhalte von 1 H. 17 A. 54 C., worauf man einen zweiten Werth von gt zu suchen hat. Reicht die zweite Näherung noch nicht hin, dann fährt man fort, bis man endlich zu der wahren Größe von dem Schlag Nr. 2 = 5 H. 75 A. 77 C. gelangt.

Diese beiden Entwicklungen reichen hin, den Gang zu beschreiben, der bei dergleichen Theilungen zu befolgen ist. Wir müssen jedoch bemerken, daß, wenn die Schläge in einem Trapez, wie gGFf abgetheilt werden sollen, mehr Genauigkeit durch das Verfahren erhalten wird, welches am Ende der Aufgabe 4 (§. 195) angegeben worden. Um sonach den Schlag Nr. 3 festzustellen, fügt man dem Inhalt desselben den bekannten des Trapezes gGtt' hinzu und schneidet von der Figur gGFf ein der Summe gleiches Trapez ab. Eben so theilt man, um den Schlag Nr. 4 zu bestimmen, eine Figur ab, die der Summe des 3. und 4. Schlags gleich ist, mit Beziehung desselben Trapezes gtt'G u. s. w. Stets muß man auf die Parcellen Rücksicht nehmen, die nicht zu der Waldung gehören, wie auch auf die, welche außerhalb der Messungslinien liegen könnten.

Wenn die Theilung in einem Polygon wie SU'VQ geschehen soll, so genügt es, da die Durchhaue U'V, SQ parallel sind, die äußersten Schläge 7 und 14 von unregelmäßiger Figur anzulegen und hierauf die Weite vx in soviel Theile zu zerlegen, als noch dazwischen zu liegen kommen.

Sind die Theillinien den Querdurchschnitten nicht normal, so bieten dennoch die Berechnungen nicht größere Schwierigkeit. Denn da die Linien immer parallel sind, hat man nur die Größe des Winkels zu suchen, den die erste mit dem Querweg macht. Häufig kann der Geometer diesen Winkel beliebig annehmen.

Zuweilen ist der Geometer genöthigt, die Schläge einzeln abzustecken; dann lassen sich kleine Differenzen nicht vermeiden, die theils aus der Berechnung, theils aus der Construction entstehen. Diese Differenzen reihen sich aneinander und bewirken in dem Inhalte des letztern Schlags einen ansehnlichen Fehler; daher muß man den Inhalt des letzten immer besonders berechnen.

Sobald dieser Fall eintritt, braucht man nicht die ganze Theilung vom Anfang an zu wiederholen, denn es genügt, jede Theillinie um soviel zu verrücken, als die Differenz bei dem letzten Schlage, dividirt durch die Anzahl der Linien, beträgt.

Ist also D die Differenz des Inhalts, die sich bei dem letzten Schlage findet, N die Anzahl der gelegten Theillinien, so muß jede Abtheilung, je nachdem die Differenz ein Plus oder Minus beträgt, um eine Größe E vermehrt werden, $= \frac{D}{N}$, und man wird mit ziemlicher Genauigkeit für h des Raums, um welchen jede Linie abgerückt werden muß, dessen Länge = L ist, haben

$$h = \frac{E}{L}.$$

Nachdem diese Operationen erledigt sind, hat man nun wohl die Breiten der Schläge und die Linien der Abtheilungen, doch reicht dieses nicht aus, man muß noch die Anbindung dieser Linien an die Richtlinien der Vermessung oder wenigstens an die Grenzlinien kennen. In dem ersten Falle hat man nur ein rechtwinkeliges Dreieck zu lösen, worin man eine der Catheten und einen der spitzen Winkel kennt.

Es ist nämlich (Fig. 226) $Hs = U'r \cdot \text{Cos.}\, hHG$; dieser Werth von Hs, verbunden mit den Detailsmessungen auf der Richtlinie GH, giebt das auf dieser Linie aufzutragende Maß, um s auf dem Terrain zu erhalten. Wir kommen nochmals auf diese Operationen zu sprechen.

207. — Das Abstecken der Wege und Schlaglinien. Diese Operation ist die mißlichste bei Anordnung eines Bewirthschaftungssystems, da es nicht genügt, die Theilungen auf dem Papiere, sondern auch mit Ge-

nauigkeit auf dem Terrain zu machen. Man darf nicht eher damit beginnen, bis die Eintheilung auf dem Plan vollständig gemacht und die Maße der Linien und der nöthigen Winkel zur Anlage der Durchhaue mit Roth eingeschrieben sind, damit man sich genau überzeugt hat, daß die Summe der Schlagbreiten auf einer und derselben Linie mit den auf dem Terrain gemessenen Längen stimmen.

Man befolgt auf dem Terrain dieselbe Ordnung, die man bei Eintheilung auf dem Plan angenommen hat; fängt also damit an, die Hauptwege der Abtheilung oder die Wege und Durchhaue längs der schmalen Seiten der Schläge abzustecken, und geht dann zu den Scheidungslinien der Schläge selbst über.

Erste Methode. Durch Signale. Um QR (Fig. 226) abzustecken, beginnt man damit, die Endpuncte dieser Linie mit Hülfe der auf dem Plan bemerkten Maße auf den Vermessungslinien, deren Lage man aufsuchen muß, zu bestimmen (§. 204). Kennt man diese Puncte, so stellt man einen Gehülfen in R und begiebt sich nach Q. Mit dem Gehülfen verabredet man ein Zeichen zur Kenntniß seiner Stellung. Bevor jedoch dieses Zeichen erfolgt, begiebt man sich rückwärts nach P und pflanzt daselbst in das Allignement von Q und dem gegebenen Zeichen einen zweiten Jalon; mittelst dieses Allignements PQ sucht man nun die Richtung nach R zu bestimmen. Da man freilich nicht genau in R sofort eintreffen wird, so muß man die richtige Lage von QR durch eins der (§. 31) angezeigten Verfahren zu bestimmen suchen.

Diese Methode ist jedoch nur anwendbar, wenn die Entfernung zwischen Q und R nicht zu groß ist, oder wenn diese beiden Puncte hoch liegen. Ueberhaupt zieht man nachfolgende Methode mit einem Winkelinstrument vor, wobei man sich in der Richtung des Visirstrahls fortbewegt.

Zweite Methode. Durch die Richtwinkel. Stellt man sich in Q auf, so kennt man jedenfalls den Winkel EQR, entweder direct oder durch Berechnung. Der Nullpunct des Winkelmessers wird nun nach QE gestellt, die Alhidade auf diesen Winkel gerichtet und in der Richtung des Visirstrahls jalonirt.

Ist eine Triangulirung vorhergegangen, so knüpfen sich die Hauptlinien der Theilung an die trigonometrischen Seiten; man setzt sich dann in die Anknüpfungspuncte und erhält damit eine größere Genauigkeit der abzusteckenden Linien, hat folglich weniger Correctionen in deren Lage nöthig.

Zu dergleichen Operationen eignet sich vorzüglich die Bussole, und da man vorher durch die Differenzen der Coordinaten den Winkel bestimmt hat, unter welchem man zu gehen hat, so ist man gewiß, stets in dem beabsichtigten Puncte anzukommen. Ferner, wenn das Abstecken der ersten Theillinie eine zu große Differenz zeigt, ist es leicht, den Richtwinkel zu berichtigen, der dann für alle übrigen Linien gilt.

Das Abstecken der Bahnen, welche die Schläge trennen, kann mit einem guten Winkelspiegel geschehen. Doch ist stets der Winkelmesser oder die Bussole vorzuziehen, weil die Visuren durch die Perspective weit genauer werden; um aber diese Bahnen zu öffnen, ist es vorher nöthig, auf dem Terrain die Puncte festzustellen, von denen sie ausgehen.

Da die Breite jedes Schlags mit Roth auf dem Theilungsplan eingetragen ist (Fig. 226), so geht man auf der Bahn U' V von V aus, mißt Vn und schlägt in n ein Piket, verfolgt dann die Messung und stellt ein zweites Piket in m auf eine Distanz von V = Vn + nm; bei der weitern Fortsetzung stellt man wieder ein Piket in o, in dem Abstande von V = Vn + nm = mo; wenn man endlich im Fortgange der Messung Pikets in t und r aufstellt, indeß man immer der letzten Summe die Breite des eben durchschneidenden Schlags zusetzt, gelangt man so zu dem Punkte U'. Dabei muß nothwendig die eben vollführte Messung oder die ganze Länge VU' mit der Summe der Schlagbreiten stimmen, wenn die Pikets auf dem Terrain dieselbe Stellung einnehmen sollen, welche den Breiten sämmtlicher Schläge dem Plane nach zukommen. Gewöhnlich findet sich aber eine Differenz vor, welche sich allein bei dem zuletzt gemessenen Schlage ergiebt, und vertheilt werden muß (§. 183). Es erfordert dieses, daß man dieselbe Linie wieder rückwärts gehe und jedes Piket um eine der Differenz verhältnißmäßige Größe versetzt.

Das hier gegebene Beispiel betrifft nur die Theillinien der ersten 6 Schläge; aber es ist klar, daß man bei'm Messen von VU' zugleich die Piket aufstellen kann, welche die Fußpuncte der Scheidungslinien der Schläge Nr. 7 bis 14 auf derselben Bahnlinie VU′ feststellen.

Indem man also von V′ ausgeht, stellt man ein Piket auf 37,1 Meter Abstand von diesem Puncte, um den Fußpunct der Scheidung der Schläge Nr. 13 und 14 zu bezeichnen; ein zweites Piket auf 37,1 + 131,3 = 168,4 Meter Abstand bezeichnet den Fußpunct der Scheidelinie von Nr. 12 und 13; das nächste Piket stellt man auf 235,2 Meter auf der Linie zwischen dem Schlag Nr. 5 und 6; das vierte auf 168.4 + 131,3 = 297,7 Met. Abstand zwischen den Schlägen Nr. 11 und 12 ꝛc. Gesetzt, die Summe der Schlagbreiten = 1003,3 Met. wäre von der Kettenmessung im Augenblicke um 2,3 verschieden, so müßte jedes Piket auf VU′ nach U′ zu um eine Länge, die aus der Proportion:

VU′ der Messung : 1003,3 = 2,3 Met. : Vf : Vn : ... (§. 183)

gefunden wird, versetzt werden; wenn aber die Differenz die Grenze von $\frac{1}{500}$ der gemessenen Linie überschreitet, so müssen die Ursachen ihrer Entstehung untersucht und die Theilungen nach Umständen wiederholt werden.

Die Pikets zur Grenzbezeichnung der Schläge müssen stark, angeschält oder weiß gemacht sein, und man schneidet mit dem Messer die Nummern der Schläge ein. — Man muß sie auf die Querbahnen so aufstellen, daß sich die Schläge zur Rechten von denen der linken Seite gehörig unterscheiden.

Bei den Schwierigkeiten, die sich auf dem Terrain der Operationen entgegenstellen, wird die Arbeit auf dem Papier nie mit der Genauigkeit auf das Feld übergetragen werden können; es muß daher auch bei dieser Arbeit eine Differenz als zuläßig anerkannt werden, wenn sie $\frac{1}{100}$ des Inhalts nicht übersteigt. Wenn sonach eine Theillinie durch Verrückung ihrer Lage, gegen die Bestimmung des Plans, nur $\frac{1}{100}$ des Inhalts der Schläge bezwecken soll, so kann man sich deren Rectification entheben. Jedenfalls muß aber die gefundene Differenz auf dem Plan eingetragen werden.

Die Wege und Querscheidungen werden durch zwei parallele Tracen oder Durchhaue von 0,5 bis 1 Meter Breite abgesteckt, die in der Breite der Straße oder der Querbahnen auseinander liegen. Man eröffnet zuerst die eine dieser Linien, errichtet von 50 zu 50 Meter

Senkrechte und markirt deren Enden durch Pikets, welche eins von dem andern gesehen werden können: und so hat die Absteckung der andern Trace keine Schwierigkeit.

Die Flächeninhalte, die in das Bewirthschaftungs-Register eingeschrieben werden, sind nicht dieselben, die bei der Eintheilung des Plans gefunden worden, sondern die, welche man nach dem Abstecken auf dem Terrain wirklich erhält. Es ist daher nach Feststellung dieser Linien nöthig, eine Gesammtvermessung der Parcellirung vorzunehmen, den Plan zu berichtigen, wo sich die Maße geändert haben, und die einzelnen Inhalte von Neuem zu berechnen.

208. — **Die Anbindung der Schlaglinien an die der Vermessung.** Das Anknüpfen der Scheidungen an die Vermessungslinien ist zuweilen nicht ausführbar, wenn diese Linien auf dem Terrain verwischt worden sind. Man muß es dann bewirken, daß man die Länge des Umfangs des Waldes bis zu den am meisten vorspringenden Ecken mißt, die durch sichern Schnitt der Linien die meiste Sicherheit gewähren. Man begeht folglich krumme und gebrochene Linien, welches, um gerade Distanzen zu erhalten, zu folgender kleinen Rechnung nöthigt.

Es sei AB (Fig. 227) eine Schlaglinie, die an den Stein C gebunden worden ist, indem man nach der Linie BDEC gemessen hat. Es handelt sich BD oder bd zu bestimmen, wovon letztere auf der zur Aufnahme des Umfangs gebrauchten Richtlinie MN liegt.

Wenn man die rechtwinkeligen Dreiecke Dd'E, Ec'C bildet, lassen sich die Coordinaten der Puncte C, E, D des Umfangs und die Größen der Seiten $d'E = ed$, $c'E = ce$, $Dd' = Dd - Ee$ und $Cc' = Cc - Ee$ finden, man kann also, durch Auflösung der Dreiecke DEd', CEc' auch CE und DE finden. Scheidet man die Längen dieser beiden Seiten von der gemessenen Distanz CEDB ab, so bleibt der Theil DB, welcher die Hypotenuse eines dritten Dreiecks DBb' ist. In diesem Dreieck ist der spitze Winkel $DBb' = DFf'$; da letzterer mit Hülfe von Df' und Ff' ($Df' = Dd - Ff$ und $Ff = dl$) erhalten wird, so hat man durch Auflösung dieses dritten Dreiecks Bb' und Db', und dann $bd = Bb'$ und $Bb = Dd - Db'$.

Wenn der Winkel, den die Scheidung AB mit der Richtlinie MN macht, bekannt ist, der Plan außerdem die Distanz fg = r giebt, so hat man, Ff durch a, Dd durch b, df durch l bezeichnend,

$$Bb = x = \frac{(b - a)\, r + a l}{l - (b - a)\, \mathrm{Cot.}\, \alpha},$$

eine Formel, die von großem Nutzen sein kann, wenn die Richtlinie MN die Theillinie AB schneidet.

Endlich läßt sich die Methode der geometrischen Orte mit Vortheil benutzen; denn da die Winkel, welche die Querscheidungen und die Schläge bilden, unter sich rechtwinkelig oder doch bekannt sind, kann man den Neigungswinkel jeder der Schlaglinien ableiten und nach einem größeren Maßstabe mittelst Construction die Puncte bestimmen, wo sie die Linien der Messung schneiden.

Achtes Capitel.

Reduction und Copiren der Charten.

209. — Wenn eine Waldung oder Flur nicht auf **einem** Blatte in einem passenden Maßstabe zu Darstellung der Details gezeichnet werden kann, so ist es nöthig, die Blätter, welche die Vermessung enthalten, in einem Plane zu vereinigen. Diesen Plan nennt man „**Generalplan**", **Hauptplan**, oder **Vermessungscharte**; er darf nur die Theile enthalten, welche zur Beurtheilung und Kenntniß des Terrains unentbehrlich sind. Gewöhnlich enthalten die Instructionen Vorschriften, was auf ihnen aufzunehmen ist.

Diese Generalcharte ist also die Zusammenstellung aller einzelnen Blätter nach ihrer relativen und geometrischen Lage, welche das vermessene Terrain darstellen. Begreiflich muß unter den Blättern eine vollkommene Uebereinstimmung Statt haben, wenn an der Zusammenstellung nichts auszusetzen sein soll.

Man bildet den Generalplan, indem man die einzelnen Blätter nach einem Verhältniß reducirt, welches