platte liegen, namentlich wenn dann das Lineal längs der Tischkante zu liegen kommt.

9) Aus dem ungenauen Ziehen der Bleistiftlinien an der Kante des Lineals.

10) Aus unsicher geschnittenen Puncten und unvollkommener Orientirung.

Ein Theil dieser Fehler ligt in der mangelhaften Construction des Instrumentes, andere dagegen entspringen aus Mangel an Aufmerksamkeit des Feldmessers.

Viertes Capitel.

Die Arbeiten auf der Stube; Auftragen des Plans.

98. — Erklärungen. Wenn man die Operationen auf dem Felde, das Messen der Linien und Winkel beendet und alle Notizen, welche zur Aufstellung des Plans gebraucht werden, in dem Croqui gesammelt hat, schreitet man zum Zeichnen des Plans auf der Stube.

Dieser Theil der Vermessungsarbeiten ist unstreitig der delicateste: er verlangt viel Sorgfalt, Geschick und große Uebung. In der Aufstellung des Plans erkennt man den guten Geometer.

Sind zwei Puncte **A** und **B** (Fig. 86) ihrer Lage nach gegeben, und man hat zwischen ihnen eine Folge von Linien **AC**, **CD**, **DE**, **EF**, **FB** festgestellt, hat die Distanzen **AB**, **CD** . . . . **FB** und die Winkel in **C**, **D**, **E**, **F** gemessen, so muß man annehmen, daß, wenn man diese Linien nach den gefundenen Maßen auf das Papier trägt, auch die Endpuncte **A** und **B** genau in die gegebenen Puncte fallen müßten. Dem ist aber nicht immer so, die Winkel führen vielleicht zu einem Endresultate B^1, oder die gemessenen Längen setzen den letzten Punct **B** in B^2 (angenommen, man habe in **A** aufzutragen angefangen). Man muß daher wissen, den Abweichungen zu begegnen, wenn sie durch ein graphisches Verfahren übertragen werden, und die Differenzen zu beseitigen, welche von der Messung der Linien herrühren.

Hiernach kann man Folgendes als Regel aufstellen: die Arbeit auf der Stube besteht, mittelst der Maße auf dem Papiere, dem auf dem Felde gegebenen Figuren ähnliche auf das Papier aufzutragen, und diese Messungen so zu vereinigen, daß die Differenzen, welche von der Unvollkommenheit der Instrumente, verbunden mit den Localschwierigkeiten, die im Laufe der Vermessung sich aufgestellt hatten, herrühren, auf ihre möglichst kleinsten Grenzen zurückgebracht werden.

99. — Die leichteste Construction ist die nach einer Messung mit der Kette. Diese Art von Vermessung besteht im Allgemeinen in der Aufstellung von Dreiecken, die stets eine Seite gemein haben und deren drei Seiten gemessen worden. Es reicht hin, wenn man aus diesen Bedingungen ein Dreieck zu bilden weiß, um einen Plan auftragen zu können, der nach dieser Methode vermessen worden ist.

Hat man demnach auf dem Papiere die Linie Ia (Fig. 21) aufgetragen, so läßt sich die Spitze C des Dreiecks IaC, oder die Lage der Richtlinien aC und IC finden, wenn man aus dem Puncte a mit dem Halbmesser aC einen unbestimmten Kreisbogen zieht und denselben aus I mit einem Halbmesser = IC schneidet. Man hat dann noch aC und IC zu ziehen. — Auf dieselbe Weise construirt man das Dreieck ICk, indem man mit den Radien Ik und Ck den Schnitt k bewirkt. Nach dieser ersten Construction geht man zum Auftragen der Details über. — Man nimmt auf dem Maßstabe, nach welchem die Linien IC, Ia, aC, Ck und Ik aufgetragen worden, das Maß von IA und trägt es von I nach A, weil man bei der Messung auf dem Felde von dem Puncte I (§. 29) ausgegangen ist; desgleichen das Maß von Ie von I nach e; ferner setzt man auf aC die Abstände ab, aB von a nach Bb und B und verbindet die Puncte A, b und die e und B; auf erstere trägt man das Maß von bc aus b, und auf die zweite das von Bd aus B; es ist dann das Stück des Perimeters CBdcAI construirt. — Man fährt fort, indem man auf Ck die Abstände Cf und CD und auf kI alle die trägt, die auf dieser Linie gemessen sind, gf verbindet und auf diese Gerade die Abstände gF und gE setzt, dann auf IC den Punct n feststellt, der die Lage von Fn bestimmt Da nG gemessen worden, so ergiebt sich mit Hülfe dieser Länge der ganze Theil des Umfanges DEFGh; trägt man noch auf die

Verlängerung von Gh das Maß von hH, so ist das Polygon beendigt.

Man sieht, daß das Verfahren bei'm Auftragen des Plans ganz so ist, als wenn es sich um eine neue Vermessung handelte. — Die Ordnung ist dieselbe und nur der Unterschied, daß man auf einer viel kleineren Fläche operirt, und statt der Jalons und Kette den Maßstab, den Zirkel und das Lineal braucht.

100. — Wir haben angenommen, daß die Seiten der Dreiecke **IaC** und **ICk** klein genug sein, daß sie mit dem Zirkel ohne Schwierigkeit von dem Maßstabe abgenommen werden konnten und sich die nöthigen Schnitte zu Bildung der Dreiecke machen ließen; sind dagegen die Seiten so lang, daß dies Verfahren nicht ausgeführt werden kann, dann muß man seine Hülfe zur Rechnung nehmen und folgendermaßen operiren:

Aus den drei bekannten Seiten der Dreiecke **IaC** und **ICk**, lassen sich die Winkel finden und bei'm Auftragen benutzen. Für das erste Dreieck setzen wir statt der Buchstaben a, b, c der Formel **VIII.** (§. 9) die Buchstaben a, i, c, welche den Seiten angehören, deren gegenliegende Winkel *AIC* seien (Fig. 21). Nehmen wir ferner, daß a oder **IC** = 950,8 Meter; i oder **Ca** = 677,7 Meter und c oder **Ia** = 1184,4 Meter sei, so haben wir:

$$\frac{a+i+C}{2} = p = \frac{950{,}8 + 677{,}7 + 1184{,}4}{2}$$
$$= 1406{,}45 \text{ Meter};$$

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\, a = \sqrt{\frac{(p-i)\,(p-c)}{i\,c}} = \tfrac{1}{2}\,(\text{lg. } 728{,}75$$
$$+ \text{ lg. } 222{,}05 - (\text{lg. } 677{,}7 + \text{lg. } 1184{,}4));$$

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\, I = \sqrt{\frac{(p-a)\,(p-c)}{a\,c}} = \tfrac{1}{2}\,(\text{lg. } 455{,}65$$
$$+ \text{ lg. } 222{,}05 - (\text{lg. } 950{,}8 + \text{lg. } 1184{,}4));$$

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\, C = \sqrt{\frac{(p-a)\,(p-i)}{a\,i}} = \tfrac{1}{2}\,(\text{lg. } 455{,}65$$
$$+ \text{ lg. } 728{,}75 - (\text{lg. } 950{,}8 + \text{lg. } 677{,}7));$$

Daher für den Winkel **I**,

$$\text{lg. } 455{,}65 = 2{,}6586314$$
$$\text{lg. } 222{,}05 = 2{,}3464508$$

Dec. Erg. 950,8 = 7,0219108 — 10
" " 1184,4 = 6,9265016 — 10

0,9534946 — 2

div. d. 2) 0,4767473 — 1 = log. Sin. $\frac{1}{2}$ I
= 17° 26′ 30″
und I = 34° 53′ 00″
Für C findet man = 91° 45′ 30″
und für a = 53° 21′ 30″;
die Summe dieser drei Winkel ist = 180°.

Bei gleicher Berechnung des Dreieckes ICk, wobei Ik = 985,6, kC = 1007,8 findet man die Winkel:
I = 62° 41′ 40″
k = 56° 57′ 40″
C = 60° 20′ 40″.

Kennt man nun die Winkel der Dreiecke IaC, ICk, so ist es leicht, sie aufzutragen, wie groß auch die Länge ihrer Seiten sei.

101. — Das Auftragen der Winkel auf das Papier. Man hat verschiedene Methoden, Winkel aufzutragen: sie werden alle genaue Resultate geben, wenn die gebrauchten Instrumente von passender Construction sind.

Was am nächsten liegt, ist, sich eines, einem Winkelinstrumente oder der Bussole ähnlichen Instrumente, d. h. eines ganzen oder halben Kreises, der eben so in Grade 2c. getheilt ist, zum Auftragen der gemessenen Winkel zu bedienen; jedoch ist dieses Verfahren, zwar das einfachste, schnellste und bei den Geometern am meisten übliche, nicht das was die sichersten Resultate gewährt.

Da die Operationen auf dem Felde zwischen Linien statt haben, die gegen den Durchmesser des Limbus sehr lang sind, bringen die gewöhnlichen Unvollkommenheiten bei'm Visiren nur sehr unbedeutende Differenzen in der Gradtheilung; auf dem Papiere hingegen tritt gewöhnlich das Umgekehrte ein. Die Winkel hängen nicht von den Seiten ab, hier sind es die Seiten, die von den Winkeln abhängen; wenn daher der Durchmesser des Instrumentes im Verhältniß der Seiten sehr klein ist, so werden immer Abweichungen von der richtigen Lage der Schenkel vorkommen. Angenommen, AB (Fig. 87) sei der Halbmesser eines Kreises, mit dessen Hülfe man einen Winkel M construiren will. Der zwischen den Schenkeln liegende Kreisbogen sei BO; wenn die Linien, welche den Winkel einschließen, viel länger als AB sind, müssen die Richtungen AB und AO verlängert werden; man hat folglich das Lineal an A und B anzulegen und AK zu ziehen, desgleichen an A und O, um AL zu erhalten. Da aber die Anlegepuncte sehr nah beisammen liegen, so kann man leicht und mit gleicher Vorsicht auch AK′ und AL′ ziehen. Die Winkelebene KAL′ ist aber sehr verschieden von KAL, und sollte man eine Linie mn zwischen die Schenkel dieses Winkels legen, so müßte sich offenbar eine große Differenz herausstellen. — Hieraus sieht man, wie nöthig es ist, bei der graphischen Darstellung von Winkeln nur Instrumente von dem größtmöglichen Durchmesser zu gebrauchen; wenn die Schenkellängen des Winkels den Durchmesser des Instrumentes um das Doppelte übersteigen, so muß man das Instrument verwerfen.

Für den Fall (§. 96), daß die Länge der Dreiecksseiten aIC und ICk (bei'm Gebrauch eines Maßstabes von 1 : 2500) nicht gestatten sollte, von dem graphischen Verfahren Gebrauch zu machen, wollen wir in Folgendem eine Modalität angeben, welche stets mit Vortheil angewandt werden kann, wenn mehre Dreiecke auf dem Papiere zu construiren sind.

Der einfachste Fall ist die Bestimmung einer Ecke, mittelst einer aus derselben auf die gegenliegende Seite gefällten Senkrechten.

Man fälle Cm′ (Fig. 21) senkrecht auf Ia, wodurch das Dreieck IaC in zwei rechtwinkelige zerlegt wird, in denen die Hypotenuse und der eine spitze Winkel bekannt ist. Man hat folglich nach der trigonometrischen Formel (1),

$$\begin{aligned} Cm' &= aC \text{ Sin. } a \\ am' &= aC \text{ Cos. } a, \end{aligned}$$

und zur Prüfung:

$$\begin{aligned} Cm' &= IC \text{ Sin. } I \\ Im' &= IC \text{ Cos. } I, \\ Im' + am' &= aI. \end{aligned}$$

Numerisch

lg. 677,5 = 2,8310375	lg. 677,5 = 2,8310375
+ Sin. 53° 21′ 30″ = 9,9043921 — 10	+ Cos. 53° 21′ 30″ = 9,7758350 — 10
lg. Cm′ = 2,7354196	lg. am′ = 2,6068725
Cm′ = 543 m. 77 C.	am′ = 404 m. 46 C.

Um die Rechnung abzukürzen, kann man die Logarithmen ansetzen:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Sin. } 53^{\circ}\ 21'\ 30'' = 9{,}9043821 \\ \text{lg. } 677{,}7 = 2{,}8310375 \end{array}\right\} = \text{lg. Cm}'$$

$$\text{Cos. } 53^{\circ}\ 21'\ 30'' = 9{,}7758350\Big\} = \text{lg. am}'$$

$$\begin{array}{r} \text{lg. Cm}' = 2{,}7354196 \\ \text{lg. am}' = 2{,}6068725. \end{array}$$

Man summirt nämlich die beiden ersten, dann die beiden letzten Logarithmen und vermeidet so den zweifachen Ansatz derselben.

Man trägt also auf aJ von a aus das Maß von am′ = 404,46 Met. nach dem angenommenen Maßstabe und errichtet in m′ eine Normale = 543,77 Met., macht aI = 1184,4 und zieht Ca und CI. Das Dreieck ist dann mit einer Schärfe construirt, die nichts zu wünschen übrig läßt.

Für das Dreieck ICk verfährt man auf dieselbe Weise, indem man aus der Ecke k eine Senkrechte auf IC fällt; es findet sich dann 875,8 Met. für die Senkrechte und 498,6 für den größeren Abschnitt.

Wollte man sich nicht mit trigonometrischen Berechnungen befassen, so kann man nach einer der Formeln der Geometrie rechnen. Wir gehen zu den verschiedenen Methoden über, nach welchen die Geometer Winkel auftragen.

102. — Von dem Transporteur. Das gebräuchlichste Instrument ist ein Halbkreis von Horn oder Messing, welches Transporteur heißt. Er ist wie der Limbus eines Winkelmessers getheilt, nämlich in Grade, halbe und Viertelgrade, kleinere Bruchtheile werden nach dem Augenmaße geschätzt.

Obgleich der Verfasser die Transporteure von Horn vorzieht, so werden doch Wenige darin einstimmen. Die Theilung kann nie so zart und leserlich wie auf Messing geschnitten werden; ferner sind große reine Horntafeln selten und da das Horn sehr hygroscopisch ist, so hat Wärme und Feuchtigkeit viel Einfluß darauf, so daß sie sich ungemein leicht verwerfen und windschief werden.

Man kann das Instrument dadurch prüfen, daß man eine große Anzahl Winkel um einen Punct zieht, den Transporteur nach und nach an jedem anlegt und die Summe und Differenz der Winkel nach der Gradtheilung verschiedentlich vergleicht*).

*) Bei der jetzigen Vollkommenheit, auch der einfacheren Theilmaschinen, ist die Prüfung weniger auf die Graduirung, als darauf zu richten, daß die Spitze oder der Einschnitt, welcher an den Schei-

Einen Winkel von 34° aufzutragen. Man zieht eine unbestimmte Linie MN (Fig. 88), bestimmt durch einen feinen Nadelstich oder eine zarte Bleistiftlinie den Scheitel des Winkels, legt den Durchmesser ab des Instrumentes so an, daß die Kante genau die Linie MN deckt und der Mittelpunct scharf in den Punct O fällt. Hierauf zählt man auf dem Limbus 34° = av, und sticht mit einer sehr feinen Nadel in den Punct v in das Papier, nimmt dann den Transporteur auf und zieht Ov, wodurch der Winkel aufgetragen ist. Hat der gegebene Winkel noch Bruchtheile der Grade, so zählt man den Winkel wie auf dem Limbus eines Winkelmessers und sticht dieses Maß im Ganzen auf dem Papiere ab*).

Es ist darauf zu sehen, daß der Schenkel MN des Winkels, wo man anlegt, stets über den Scheitel hinaus verlängert sei, damit der ganze Durchmesser des Instrumentes daran zu liegen kommt.

Zuweilen zieht man Ov über den Scheitel hinaus nach d, wodurch drei Richtuncte, d, O und v, erhalten werden, welche in der Folge zum genaueren Anlegen des Lineals dienen können, wenn die Bleistiftlinie unsicher geworden.

An manchen Transporteurs ist ein Nonius angebracht. Man zählt dann, wie bei den Winkelinstrumenten, die dergleichen haben, und sticht in dem Nullpuncte des Nonius ab.

Es scheint, als wäre dadurch der Transporteur in Bezug auf das Abtragen der Winkel verbessert; dies hat sich aber in der Praxis nicht bewährt und man findet sehr selten einen Transporteur von solcher Construction.

Dasselbe gilt auch von den Transporteurs mit beweglicher Regel. Diese haben zwar den Vortheil, daß der aufzutragende Schenkel beträchtlich länger gezogen werden kann und noch ein zweiter Richtpunct dadurch erhalten wird, daß man eine Marke an der Regel inner-

---

tel des Winkels gelegt wird, ganz genau der Mittelpunct des Limbus und die anzulegende, abgefaßte Linie wirklich ein Durchmesser und eine Gerade ist.

*) Bei der Aufnahme mit der Bussole zählt man nicht nach Minuten, sondern nach Bruchtheilen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, auch $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ . . . des Grades; dies erleichtert die Uebersicht bei dem Auftragen mit dem Transporteur.

halb des Limbus macht. Nachgenannte Unbequemlichkeiten überwiegen jedoch diesen Vortheil.

1) Wenn die Regel aus ihrer ursprünglichen Lage gerückt ist, hat man nur noch den Halbmesser zum Anlegen und kann ein leichtes Verrücken nicht bemerken.

2) Die Gradtheilung ist nicht abgeschärft, weßhalb ein Winkel nur mit Hülfe der Regel aufgetragen werden kann.

3) Dadurch verrückt sich die Lage des Transporteurs ungemein leicht, wenn viel Winkel das öftere Bewegen der Regel erfordern.

4) Bewegt sich die Regel selten vollkommen radial, oder es arbeitet sich das Gewinde durch den Gebrauch excentrisch ab. —

103. — Das Auftragen der Winkel mittelst einer Sehnentafel. Die Unvollkommenheit des Transporteurs hat Francoeur Veranlassung gegeben, die Größe der Sehnen von den Winkeln 0° bis 180° für einen in 1000 Theile getheilten Halbmesser zu berechnen und in eine Tabelle zu bringen. Man hat dann nur auf die Grundlinie einen Halbkreis mit 1000 Theilen eines Transversalmaßstabes zu beschreiben und auf diesen das Maß für die beziehliche Sehne nach demselben Maßstabe aufzutragen. Der Berechnung dieser Sehnen liegen folgende Formeln zu Grunde.

Es sei die Linie Ov (Fig. 89) senkrecht der Sehne AD, folglich theilt sie dieselbe in zwei gleiche Theile (n. Geom.)

und es ist

$$Av = Ao \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} a$$

$$\text{folglich } AD = 2AO \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} a;$$

wobei AO = 1000 Maßeinheiten. Die Berechnung reducirt sich dann, daß man den Sinus des halben Winkels aus den Sinustabellen nimmt und verdoppelt.

Diese Methode hat den Vortheil, daß man den Radius des Kreises bedeutend größer nehmen kann, als ihn der Transporteur giebt, die Richtpuncte des Schenkels also weiter auseinander liegen. Nur muß der Maßstab sehr genau gezeichnet und die Sehne mit Sorgfalt abgenommen werden.

Um durch die Sehnentabelle die Größe eines gegebenen Winkels AOD zu finden (Fig. 89), beschreibe man mit dem Halbmesser AO einen Kreisbogen AD, messe die Sehne AD, so hat man

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2} a = \frac{AD}{2AO}.$$

Das Messen der Winkel mittelst der Chordentafel hat viel Vorzüge vor dem (§. 98), erfüllt jedoch den Zweck nicht immer; denn wenn die Winkel sehr stumpf sind, so ist der Schnitt, welcher auf dem Bogen durch die Länge der Sehne geschieht, nicht scharf genug, um den wahren Durchschnittspunct erkennen zu können; sind die Sehnen sehr lang, so lassen sie sich mit dem Zirkel nicht wohl fassen und es kann aus diesen Umständen leicht eine Abweichung des Winkels entstehen.

Diese Verlegenheiten sind indeß leicht zu beseitigen; die eine dadurch, daß man das Supplement des Winkels an das entgegengesetzte Ende des Durchmessers trägt; die andere, daß man sich eines Stangenzirkels bedient, der überhaupt größere Genauigkeit, als der gemeine Zirkel, giebt, weil sich seine Spitzen senkrecht einsetzen.

Es soll ein Winkel von 48° 20′ (Fig. 90) aufgetragen werden. — Aus dem Scheitelpunct O des Winkels beschreibe man auf eine unbestimmte Gerade, mit einem Radius OD = 1000 Theilen eines angenommenen Maßstabes, einen Kreisbogen; suche in der Tafel die Größe der Sehne von 48° 20′ = 818,8 und trage dieses Maß, nach gedachtem Maßstabe, auf den Bogen Dq von D nach A; der Punct A, mit dem Scheitel O verbunden, giebt den andern Schenkel des gesuchten Winkels.

Hätte man einen Winkel, dessen Decimaltheile nicht in der Tabelle angegeben sind, so bestimme man die Sehne durch Rechnung nach obiger Formel.

Es ist in den Tafeln der Halbmesser = 1000 angenommen worden; hätte man vielleicht keinen Maßstab zur Hand, der seiner Größe nach dazu paßte, so daß 1000 Theile zu groß und der damit zu beschreibende Kreis unbequem wäre, so kann man den Radius = 100 oder = 10 nehmen, muß aber dann in der Zahl der Tafel das Comma der Decimalen um eine oder zwei Stellen nach links setzen, d. i. mit 10 oder 100 dividiren.

Nimmt man den Radius = 500, so wird auch der Werth der Sehne durch 2 dividirt.

104. — Das Auftragen der Winkel durch die Sinustabellen. Dieses Verfahren ist sehr einfach und kann gute Dienste leisten, wenn man nur mit einer Sinustabelle versehen ist, welche in mehren logarithmischen Tabellen anzutreffen ist.

Da das Maß eines Winkels MOC (Fig. 91) durch die Senkrechte av gegeben ist, die aus dem Endpuncte a des Radius Oa auf den festen Schenkel gefällt wird, so wird es leicht, einen Winkel O zu construiren, wenn wir die Größe dieser Senkrechten kennen, indem wir einen Kreisbogen vom Radius av = Sin. O beschreiben und an denselben eine Tangente OC ziehen. Wenn wir daher Oa = dem Halbmesser der Tafel = 1 machen, so wird av nichts anderes sein, als das Verhältniß zwischen dieser trigonometrischen Linie und dem Radius.

Es soll ein Winkel von 39° 54′ aufgetragen werden. Auf die unbestimmte Gerade OM trage man Oa = 1, suche in den Tafeln den Sinus von 39° 54′ = 0,6414496; aus dem Puncte a beschreibe mit dem Halbmesser av = 0,6414 . . . einen Kreisbogen und ziehe Ov als Tangente an denselben: der Winkel aOv wird der gesuchte sein.

Macht man aO = 10, so wird av = 6,4145
„ = 100 „ av = 64,145
„ = 1000 „ av = 641,45 rc.

Dieses Verfahren ist stets mit der Unbequemlichkeit verbunden, daß bei einem Winkel, der sich dem Rechten nähert, av nahe an aO zu liegen kommt und die Ziehung von Ov nicht mehr möglich ist. In diesem Falle errichtet man OD senkrecht OM, nimmt das Complement des verlangten Winkels und construirt auf OD, wie man für OM verfahren würde.

Wollte man also einen Winkel MOC′ haben, so construirt man den Winkel C′OC′ = 90° — MOC′.

Zuweilen könnte die Construction der Tangente OD Schwierigkeit haben, dann kann man von dem Cosinus Gebrauch machen. Man trägt den Cosinus aus den Tafeln von O nach v (Fig. 92), errichtet in dem Punct v eine Normale vn auf PL und trägt dann den Sinus auf vn von v nach n, und verbindet On. Der gesuchte Winkel ist POn.

105. — Das Auftragen der Winkel durch Tangenten. Das Auftragen der Winkel durch Tangenten findet vorzüglich bei Winkeln statt, die man mit der Bussole vermessen hat. Es kann jedoch bei jeder Vermessung mit andern Winkelinstrumenten davon Gebrauch gemacht werden.

Die nöthigen Tafeln sind von dem Geometer Leterrier berechnet und die Grundlänge oder der Radius = 500 angenommen worden.

Die Berechnung dieser Tafel ist nach der trigonometrischen nachstehenden Formel geschehen. Es ist nämlich (Fig. 93)

$$bn = ab\ tg.\ a.$$

Ist nun ein Quadrat abcd, dessen Seite ab oder ad = 500 Theile hält, so ist klar, wenn man diese Seite als Radius betrachtet, daß die Tangente des Bogens bD die Linie bn sein wird. Man kann daher alle Winkel construiren, deren Tangenten ihre Stellung auf bc haben, oder alle zwischen 0° und 45°, wie auch die zwischen 45° und 90° auf dc construirt werden können; denn die Tangente eines Bogens bDF > 45°, ist keine andere als die des Bogens dF oder seines Complements.

Aus O, welcher Punct den Scheitel bilden soll, trage man auf LP eine Länge Ov = 500 Theile irgend eines Maßstabes; im Punct v errichte man eine unbestimmte Senkrechte vu, suche in der Tafel den Werth der Tangente von 33° 54′, welcher 335,99 ist*), und trage diese Größe von v nach n. Die Verbindung von v und n giebt den Winkel nOP in der verlangten Größe.

Eben so gut lassen sich die Sinus- und Tangententafeln brauchen, wobei man nach §. 100 verfährt, nur daß man anstatt des Sinus die Tangente zu nehmen hat.

Ist der Winkel > 45°, wie oben erwähnt worden, so errichtet man OR normal auf LP, trägt auf OR 500 Theile in Ov′, zieht dann v′u′ parallel LP, so ist v′n′ die in der Tafel gegebene Tangente und der Winkel ist n′OP.

Wenn der Winkel > 90° und < 135°, so schneidet man erstlich 1·R von dem Winkel ab, und operirt, statt zur Linken der Senkrechten OR (Fig. 94) nunmehr,

---

*) Nimmt man Ov = 50 Theile, so hat man durch Versezzung des Comma vn = 33,599 Theile zu nehmen.

Eben so muß man, bei der Annahme von 1000 Theilen für den Radius, den Werth der Tafel verdoppeln und dann ist

für 1000 Theile, vn = 671,98,
„ 100 „ vn = 67,198 oder nahe 67,2,
„ 10 „ vn = 6,72 Theile.

zur Rechten; trägt also die Tangente von v in n; der gesuchte Winkel ist POn.

Ist aber der Winkel größer als 135° oder $1\frac{1}{2}$ R, dann hat man dessen Supplement zu nehmen und auf OP zu operiren.

Es soll z. B. der Winkel von 168° 42′ aufgetragen werden, dessen Supplement ist 2 R — 168° 42′ = 11° 18′; macht man daher Ov′ = 500 und die Senkrechte v′n′ auf OL = 99,91 Theile des Maßstabes (welches in der Tafel für die Tangente von 11° 18′ angegeben ist), so ist POn′ der gesuchte Winkel.

Endlich kann man, wenn Raum vorhanden ist, auch OP verlängern und das Supplement 11° 18′ unter OP ansetzen. Man hat dann On″ = 500 Theile und v″n″ = 99,91 Theile; verlängert man On″, so erhält man ebenfalls POn′ = 168° 12′.

Diese Verfahren sind üblich, wenn man die Winkel mit einem Winkelinstrumente gemessen hat. — Hat man sich dagegen der Bussole bedient, dann ist es zweckmäßiger, folgendermaßen zu construiren:

Man bildet ein Quadrat von 500 Meter Seitenlänge (Fig. 93) und trägt die Tangenten auf die Seiten. Wir werden weiter unten sehen, wie man diesen Fall zu behandeln hat.

Wir umgehen die Beschreibung des Auftragens der Winkel bei Bussolen-Vermessungen mit Hülfe der Bussole selbst, weil das Verfahren dadurch ungemein langweilig wird, daß man bei jedem Winkel lange auf das Stillstehen der Nadel warten muß, und weil nicht viele Bussolen dazu eingerichtet sind.

Es muß nämlich die Bodenplatte nicht allein viereckig, sondern auch zum Abschrauben aller Beiwerke eingerichtet sein, damit die Platte auf dem Plan aufliegen und an den Scheitelpunct der Winkel angelegt werden kann. Obgleich die Unsicherheit der mit der Bussole aufgetragenen Winkel die des Auftragens durch den Transporteur um Vieles übersteigt, bedienen sich doch noch einzelne Geometer derselben zu diesem Behufe.

106. — Das Auftragen der Messungen mit dem Winkelkreuz oder dem Winkelspiegel. Bevor wir zu dem Auftragen selbst übergehen, ist es nöthig, den Gebrauch der Instrumente kennen zu lernen, die bei dem Auftragen auf dem Zimmer angewandt werden.

Wahl und Gebrauch der Maßstäbe. Mehre Schriftsteller haben empfohlen, den Maßstab auf Papier, entweder auf den Plan selbst oder auf ein abgesondertes und auf eine ebene Fläche geleimtes Papier aufzutragen. Das eine wie das andere ist unbequem und giebt selten gute Resultate, weil es an sich schwer ist, einen ganz genauen Maßstab zu construiren, und dann auch die Spitzen des Zirkels die Linien des Maßstabes auf Papier schnell zerstören, wodurch öftere Erneuerung desselben nöthig wird, was um so mehr ein großer Mißstand ist, da es selten gelingt, zwei Maßstäbe, die in verschiedener Zeit construirt werden, vollkommen identisch zu machen. Es ist daher anzurathen, sich vom Anfang an eines messingenen Maßstabes zu bedienen.

Die Theilstriche desselben müssen fein und reinlich, doch scharf genug sein, daß die Spitzen darin gehörig fußen. Dessen Prüfung kann nur durch Umschlagen gewisser Maße geschehen. Der Zirkel mit zwei Spitzen (à pointes sèches) ist zum Abnehmen der Maße der schicklichste. Seine Spitzen müssen gut ausgezogen und fein genug sein, daß sie geschlossen, ohne zusammengedrückt zu werden, auf dem Papier nur einen einzigen Punct einstechen*).

Angenommen, es sei auf einen Maßstab von 1:2500 eine Länge von 147 Meter zu nehmen, so setzt man einen Fuß des Zirkels in den ersten Theilstrich der mit 40 (b^4 Fig. 95) bezeichnet ist, führt diese Spitze unter einer Neigung von ungefähr 35° längs der Transversale b^4, c^4, die von dem Theilpuncte 40 ausgeht, und lasse sie auf der Parallele (7, k) anhalten, dann öffne man den Zirkel rechts bis zu der Linie, die mit 100 numerirt ist, und auf derselben Parallele, und trage diese Zirkelöffnung durch möglichst feine Puncte auf die beziehliche Linie des Plans.

Maßstab mit Fase. Man macht zuweilen Gebrauch von Maßstäben, die abgefaset sind. Sie bestehen aus einer dünnen Platte von Elfenbein oder Metall, deren Fläche nach der Kante zu flach abgeschärft ist und die Eintheilung nach Art einer Schmiege trägt. Bei'm

---

*) Diese Forderung ist nur dann unentbehrlich, wenn äußerst kleine Maße abzunehmen sind; wichtiger ist, daß das Gewinde einen sanften, steten Gang habe und die Schenkel nicht im mindesten federn.

Gebrauche legt man sie an die Linie an und zählt das Maß an dem Maßstabe ab. Die Bruchtheile schätzt man nach dem Augenmaße. Diese Maßstäbe sind bequemer als die Transversalmaßstäbe, besonders bei Berechnung der Flächen; sie geben sogar in diesem Falle vollkommen genügende Resultate. Auch ist deren Anwendung von verschiedenen Feldmessern viel empfohlen worden; jedoch wenn in den Constructionen die Kettenmessung nicht vollkommen mit den Distanzen des Plans stimmt, so führen sie die Unbequemlichkeit unaufhörlicher Nachrechnungen herbei, welche mit der Messung durch den Zirkel verschwinden. — Auch sind sie bei der Theilung der Richtlinien (§. 121) von nur geringer Hülfe, so daß man sich fast immer in die Nothwendigkeit versetzt sieht, den Transversalmaßstab und Zirkel noch nebenbei zur Hand zu nehmen, was dann den Gebrauch zweier Maßstäbe bedingen würde. Bei Anwendung dieses Maßstabes legt man den Nullpunct an den Endpunct der Linie und sticht mit einer feinen Nadel den Endpunct des Maßes an der Kante in das Papier.

Lineale und Winkel. Um Senkrechte auf dem Papiere zu errichten oder zu fällen, bedient man sich eines Lineals und Winkels von Holz oder zweier Winkel. Diese Instrumente müssen so genau als möglich abgerichtet und möglichst dünn sein.

Man hat Anlegemaßstäbe mit Nonius, wodurch die Unvollkommenheit der gewöhnlichen, welche mit Abschätzung der Bruchtheile verknüpft ist, zwar gehoben wird, jedoch auf Unkosten des Zeitaufwandes. — Ein geübter Geometer wird den Zirkel nicht gegen dergleichen Maßstäbe vertauschen. Sie können jedoch von großem Vortheil bei der Anlage der Croquis auf dem Felde und bei flüchtigen Aufnahmen sein, heben aber das Beischreiben der Maße nicht auf.

Bei dem Auftragen großer und sehr genauer Pläne braucht man eiserne oder messingene Lineale und Winkel, von deren Genauigkeit man sich zuvor überzeugen muß.

Bei den Linealen gewinnt man diese Ueberzeugung, wenn man auf einer ganz glatten Ebene mit einer feinen, stählernen Spitze eine Linie an der einen Kante zieht und dieselbe Kante dann an der andern Seite der Linie anlegt.

Die Kante muß auch hier die Linie in allen Puncten decken.

Die Prüfung wiederholt man mit allen 3 übrigen Kanten.

Für den Winkel ist die beste Prüfung auf 90°, daß man das Dreieck mit einer Cathete an ein festliegendes geprüftes Lineal anlegt und an der andern Cathete eine scharfe Linie zieht, dann bei unverrücktem Lineal das Dreieck so wendet, daß dieselbe Cathete an die Linie zu liegen kommt. Deckt auch hier die Kante die Linie vollkommen, so ist der Winkel genau ein rechter; auch hier muß sich die Prüfung auf beide Kanten erstrecken; ist eine Cathete geprüft, so versteht sich die Richtigkeit der andern von selbst.

Damit das Papier durch das Metall nicht beschmutzt werde, lackirt man die Flächen mit weißem Copallack; dasselbe macht man mit den messingenen Maßstäben.

Der Gebrauch dieser Instrumente ist zu bekannt, als daß er Erläuterungen bedürfe.

Bevor man das Auftragen des Plans beginnt, muß man sich über die Größe des Maßstabes einigen, welcher der Construction unterlegt werden soll. Die Behörden haben zwar die Verhältnisse bei fiscalischen Arbeiten festgestellt (§. 15), dagegen wird die Annahme bei Privatmessungen in nichts beschränkt. — Man kann daher die Verhältnisse 1 : 10, 1,100, 1 : 25, 1 : 250 ꝛc. nach Befinden wählen und hat bloß die Größe des Plans und den Grad der Genauigkeit zu berücksichtigen. Auch lassen sich Verhältnisse durch Verdoppelung, Verzehnfachung ꝛc. noch vermehren und man kann daher alle Maßstäbe vielfältig zu verschiedenen Verhältnissen benutzen.

Nur sollte man nie andere Maßstäbe anwenden, als solche, deren Maßeinheit ein aliquoter Theil des natürlichen Maßes ist.

Hat man z. B. 37^M.^ 4^Dec.^ auf den Plan zu tragen, dessen Verhältniß 1 : 100 sein soll, so kann solches durch den Maßstab 1 : 1000 bewirkt werden; man multiplicire 37^M.^, 4^Dec.^ mit 10, wodurch 374 Meter zum Auftragen erhalten werden; wäre das Verhältniß 1 : 10, so hat man 37^M.^ 4^Dec.^ mit 100 zu mnltipliciren, also 3740,0 Met. auf den Maßstab abzunehmen.

Man kann sich auch derselben Maßstäbe bedienen, zu Verhältnissen, die 10= und 100fach kleiner sind; es werden dann die Maße dividirt und die Quotienten aufgetragen.

107. — **Construction eines Vielecks, welches mit dem Winkelkreuz (Winkelspiegel) vermessen worden ist.** Wir nehmen an, es solle die Construction des Polygons (§. 33, Fig. 36) ausgeführt werden. Zuerst versichert man sich von der genauen Messung der Richtlinien, eine Operation, die wir stets vornehmen, obwohl sie bereits auf dem Felde gemacht werden sollte, bevor man es verläßt, man hat (§. 34):

$$\begin{array}{llll} & AB = 245{,}6 & & DE = 313{,}3\ + \\ + & GF = 213{,}2 & & C'D = \sqrt{\dfrac{(CD)^2}{2}} = 144{,}6 \\ \hline & \text{Summe } 458{,}8. & & \text{Summe } 457{,}9. \end{array}$$

Die Differenz dieser Summe beträgt 0,6 Met., so daß die Richtigkeit der Kettenmessung der Richtlinie AB FG, CD und DE als zulässig genau gelten kann.

Sodann:

EF = 187,2 Met.	CB = 149,0 Met.
AG = 105,8 „	CC′ = 144,6 „
Summe 293,0 Meter.	Summe 293,6 Meter.

Aus der geringen Differenz 0,6 Meter läßt sich ebenfalls auf die richtige Messung der Linien EF, GA, CB und CD schließen.

Zur Construction zieht man eine unbestimmte Linie BF′, errichtet in dem Punct B eine Senkrechte BC, nimmt auf dem Maßstab, der zu dem Plane bestimmt worden, die Länge BC = 149 Met. und trägt sie in BC. In letzterem Puncte wird ein Winkel BCD = 135° angesetzt. Eine zweite Länge AB = 245,6 Meter wird von B nach A getragen, in A eine Senkrechte AG errichtet, 105,8 Meter lang gemacht, dann eine Parallele GF mit BF′ gezogen, und GF = 213,2 Met. gemacht. In F errichtet man eine Senkrechte FE auf GF und macht sie gleich 187,2 Met., dann zieht man durch den Endpunct E eine Parallele ED zu BF′ und trägt ED = 313,3 Met. auf diese Parallele. Diese letzte Länge muß in den Durchschnitt derselben mit CD fallen; übrigens muß CD = 204,6 Met. und der Winkel EDC = 135° sein.

Die Construction kann noch abgekürzt werden; man kann GF auf die Verlängerung von BA tragen, in F eine Senkrechte F′E = EF + AG = 293 Meter errichten, dann die Senkrechte BC um eine Länge CC′ = $\sqrt{\frac{(CD)^2}{2}}$ = 293,6 Met. verlängern. Man erhält folglich:

$$EC' = ED + C'D = 457{,}9 \text{ Meter.}$$

Wenn die Summe der Parallelen keine Differenz zeigt, so ist klar, daß die Seiten ED und CD, welche zuerst aufgetragen wurden, genau das Maß nach dem Maßstabe enthalten werden, welches die Messung angiebt, und der Durchschnitt D wird in denselben Punct fallen. Die Parallellinien AB, FG und DE differiren aber unter sich um 0,9 Meter, die Linien AG, EF und BC um 0,6 Met., es kann daher ein Durchschnitt in D nicht Statt finden. Soll man in diesem Falle die Richtlinie verändern und die Länge auf dem Plane mit der Messung in Uebereinstimmung bringen oder muß man die Winkel als unveränderlich betrachten, wo dann die Maße der Linien verändert werden müßten? Die Natur des Instrumentes darf hier über die Annahme des ersten Vorschlags kein Schwanken zulassen. Muß aber ein Winkel mehr als der andere verändert werden? — Wenn der Winkel E, womit das Abstecken (§. 33) geschlossen wurde, genau gefunden worden ist, so darf nur eine einzige Ecke modificirt werden. In diesem Falle müssen alle Linien geändert werden, so daß jeder Winkel eine geringe Correction erhält, während alle Linien ihre Längen erhalten, die sie nach der Kettenmessung haben müssen. Wenn dagegen der Winkel E nicht vollkommen 90° würde, so könnte man ohne Befürchtung, einen merklichen Fehler zu begehen, die ganze Modification auf diese Ecke allein richten.

Man muß aber dabei in Betracht ziehen, daß, wenn der fragliche Winkel E größer als 90° gefunden wurde, man dahin wirken muß, daß derselbe auf dem Plan diese Bedingung erfüllt; eben so, wenn er kleiner als 90°, derselbe auf dem Plan größer als 1 **R** werden muß.

Wir empfehlen für allemal in dieser Art von Correctionen nicht obenhin zu verfahren; die Schwierigkeiten, die sich auf dem Felde geboten haben, indem man die Linien gemessen hat, oder indem man sie mit dem Zirkel auftrug, müssen den Anhalt geben, die Praxis thut das übrige. Ein übereilter Schluß kann dahin führen, daß man einen Plan erhält, welcher der Figur auf dem Felde nicht entspricht. Es wäre eben auch ein großer Verstoß wenn man nicht auf die Differenzen Rücksicht nehmen wollte, die durch die Construction entstehen, denn da jede Linie durch die Kette bestimmt worden ist, so muß man auf dem Plan die gleiche Anzahl Meters des Maßstabes haben, und bringt man an einer Linie eine Correction an, so muß jede andere eine verhältnißmäßige Verbesserung erhalten.

Wenn wir von der Modification der Winkel auf dem Plan sprachen, die mit dem Winkelkreuz gemessen waren, so haben wir damit nicht einen allgemeinen Grundsatz aufstellen wollen, der für alle Fälle paßt. Wiewohl diese Winkel nie als sehr scharf betrachtet werden können, so darf man ihre Größe doch nicht bedeutend ändern, weil daraus eine ansehnliche Veränderung der Form des Plans entspringen würde. Hätte man eine Differenz von 2, 3 bis 4 Meter zwischen den Summen der gegenliegenden und parallelen Richtlinien gefunden, so wäre es nicht möglich gewesen, mit den Längen, wie sie in Fig. 64 beigeschrieben sind, das Hauptpolygon A, B, C . . . . G auf eine befriedigende Weise zu construiren; und man hätte jedenfalls der Ursache dieser Differenz nachspüren müssen. Die mit dem Winkelkreuz vorgenommenen Messungen geben auf dem Felde selbst Mittel zur Prüfung, und die Natur des Vermessungsverfahrens fordert, daß man diese Prüfung sofort nach Messung der Linien vornehme.

Sobald das Netz des Plans aufgetragen ist, schreitet man zum Aufzeichnen der Details, wobei man denselben, bei der Aufnahme befolgten, Gang geht. Man trägt sonach auf BC eine Länge = Bc, womit der Punct c bestimmt ist; auf CD trägt man das Maß Ci, dann Ck, errichtet in k die Senkrechte kn auf CD und trägt auf sie die Distanzen kl′, kr′ und kn, errichtet die Senkrechte l′l, r′r, die man den gemessenen Linien gleich macht, und erhält dann diesen Theil des Umfanges, wenn man die Puncte c, i, l, r, n durch Gerade verbindet. Auf dieselbe Weise verfährt man auf den andern Richtlinien.

108. — Das Auftragen einer Messung mit dem Winkelinstrument. Wir haben bereits (§. 78) die bestimmten Maße der Polygonwinkel (Fig. 64) regulirt und gehen nun zu dem Auftragen des Polygons über, wobei wir auf die der Figur beigeschriebenen Maße Beziehung nehmen. Was das Auftragen der Winkel belangt, verweisen wir auf das (§. 99) angegebene Verfahren.

Man zieht eine feine Bleistiftlinie (Fig. 96) von unbestimmter Länge, trägt auf sie eine Länge DC=244,3; aus D und E beschreibt man mit dem Radius = 1000 oder 100 Theilen des Maßstabes die Kreisbogen mn, m′n′ (da die Seiten des Polygons nicht lang sind, so ist hier 100 für den Radius angenommen). Man suche dann in der Tafel die Größe der Sehne des Supplements vom Winkel E oder von 33° 40′ die = 54,4 ist, trägt sie von m nach n, zieht und verlängert En, womit dann der Winkel DEF = 146° 20′ aufgetragen ist. Für den Winkel D, dessen Supplement = 37° 12′, giebt die Tafel 63,9 als Sehne m′n′, die man von m′ nach n′ trägt und so den Winkel von 142° 48′ bestimmt. Man macht dann EF = 160,5 Meter und DC = 162,2 Meter, construirt auf den Verlängerungen dieser Seiten die Linien FG und CB auf gleiche Weise, d. h., man macht den Winkel n''Fm'' = 180° — EFG = 51° 32' und den Winkel m''' C n''' = 180° — BCD = 28° 28', dann FG = 220,7 Met. und CB = 150,6 Meter. Auf dieselbe Art operire man gleichmäßig nach der rechten und linken Seite, damit die Unvollkommenheiten am Schlusse sich möglichst compensiren und ein Schnitt der Linien zu Stande komme. Die Seiten, welche diesen Schluß bilden, müssen die auf dem Felde gemessene Länge haben, zugleich auch der eingeschlossene Winkel von der beobachteten Größe sein.

Die geringste Differenz unter den Seiten oder dem Winkel am Schlusse zeigt einen begangenen Fehler an, der in der Messung der Linien oder Winkel liegen kann. Weder in dem einen noch in dem andern Falle darf man an dem Brouillon festhalten, sonst würde eine Uebereinstimmung zwischen Plan und Feldlage nicht Statt haben.

In dem besprochenen Falle findet sich, daß die Seite, die mit der Kette 96,1 Met. gemessen worden, nach dem Ausweiß der Construction 106 Met. hält, also eine Differenz von 10,1 Met. zeigt. Die Seite IH' hält richtig die 285,6 Met. die der Brouillon angiebt und der Winkel in H zeigt auch keine bemerkenswerthe Abweichung. Dieses Resultat muß die Vermuthung erregen, daß bei'm Kettenmessen ein Irrthum von 10 Meter auf GH vorgefallen sein kann.

Bevor wir jedoch diese Verbesserung als begründet annehmen, müssen wir uns von der Uebereinstimmung mit andern bezieblichen Stücken überzeugen. Die größte Gewißheit wird allerdings erhalten, wenn man GH nochmals zur Stelle mißt; und finden wir, daß die angegebene Länge von 96,1 Meter die richtig ist, so muß die Prüfung weiter fortgesetzt werden, da ein Fehler auf einer der Polygonseiten notorisch ist. Messen wir demnach IH, so zeigt sich deren Länge statt 285,6 Met. nur 284,4 Met. Diese Differenz rührt von dem Abzählen her (§. 19) und ist in dem letzten Kettenzug begangen worden; übrigens muß AI 126,2 Met. halten.

Wären wir nun bei der erstern Vermuthung stehen geblieben und hätten GH 10 Meter zugesetzt, statt daß dies bei AI geschehen mußte oder hätten wir AI als nicht bezüglich auf den Fehler betrachtet, während dessen Länge um 1,2 Met. vermindert werden mußte, so wäre das Polygon um das Trapez **HH'II'** vergrößert worden.

Es kann sich ereignen, daß sich die Irrthümer nicht auf einzelne, sondern auf eine gewisse Anzahl von Richtlinien erstrecken, dann sind die Maße der Details selbst mit Fehlern behaftet, und man muß suchen, an welcher Stelle der Fehler liegt.

Auf das Zimmer mit der Gewißheit zurückzukommen, daß in der Kettenmessung nicht gefehlt worden, beginnen wir mit dem Auftragen und nach Umständen mit der Berichtigung der Hauptlinien, wo sich Differenzen gezeigt hatten. Hier ergiebt sich nun, daß die Seite **IH'**, welche **I'H** geworden ist, anstatt 284,4 Met., auf dem Plan nur 282,4 Met. wirklich hat, also eine neue Differenz von 2 Met. Diese gehört aber unter die gesetzlich nachgelassene und kann unbeachtet bleiben, indem sie sowohl von der Unvollkommenheit bei'm Auftragen, als auch von den Neigungen des Bodens herrühren kann, die bei aller Genauigkeit im Kettenziehen doch stets Unterschiede in den Längen geben.

Hier stellt sich die nämliche Frage wie (§. 107). Sollen wir die Construction lassen, wie sie sich zuletzt ergeben hat? — In diesem Falle erhält die Seite **IH** nur 282,4 Meter auf dem Plan, statt den gemessenen 284,4 Meter: sicherlich, nein! denn es ist kein Grund vorhanden, warum diese Seite mehr als jede andere eine geringere Anzahl Maßtheile erhalten sollte, als ihr nach der Messung auf dem Felde zukommt. Man muß vielmehr die Auftragung so abändern, daß

> ohne die Winkel zu ändern, die Seiten einer verhältnißmäßigen Correction, nach der Differenz, welche bei'm Schlusse der beiden letzten Seiten erkannt worden, unterzogen werden.

Diese Correctionen sind sehr zarter Natur, weßhalb sich wenig Geometer daran binden und sich begnügen, die Lage der zwei oder drei letzten Linien nach Gutdünken zu ändern; indem sie sich darauf stützen, daß die Differenzen des Raumes sehr unbedeutend werden und es verlorene Mühe sei, sich in solche Correctionen einzulassen.

Da wir jedoch die Mittel angeben müssen, Pläne zu entwerfen, die frei von jeder Unregelmäßigkeit sind, und übrigens Folgerungen, wie obige, wenig Geschick und Liebe zu geodätischen Arbeiten beweisen, so wollen wir ein Verfahren angeben, welches ohne weitläufige Operationen auf eine rationelle Weise gestattet, solche kleine, wie auch größere Differenzen zu beseitigen.

109. — 1) Nehmen wir die beiden Puncte A und B (Fig. 97) ihrer Lage nach gegeben; daß um von A nach B zu gelangen, die Linien AC, CD, DE, EF, FB abgesteckt worden, und daß diese in AC', C'D' .... F'B' des Plans aufgetragen sind; es fällt sonach der letzte Punct in B' statt in B. Es ist nöthig, daß die Ecken C', D', E' und F' auf A um eine gewisse Größe zurückgeführt werden, die in einem Verhältniß wie AB : AB' stehen muß; das heißt, nachdem die Senkrechten Cc, C'c', Dd, D'd' gezogen worden, so muß sein:

$$AB' : AB = Ac' : Ac = Ad' : Ad \ldots = Af' : Af.$$

Also wird man stets, entweder durch Zeichnung oder durch Rechnung, die Fußpuncte c, d, e, f der Senkrechten cC, dD .... fF auf AB feststellen können; zieht man dann BF parallel B'F', EF parallel E'F', DE mit D'E' 2c., so wird die gebrochene Linie ABCD ... dieselben Bedingungen erfüllen, wie die erste Linie AB'C'D'.... und nur die Längen der letzteren werden verändert sein.

Die Proportion $AB' : AB = Af' : Af$

giebt $AB' : AB = AB' - Af' = B'f' : AB - Af = Bf$;

und da die Winkel $fBF = f'B'F'$,

auch $B'f' : Bf = B'F' : BF$,

folglich: $AB' : AB = B'F' : BF$,

wodurch man den Werth von BF in Maßen bestimmen kann. So ist ebenfalls:

$$AB' : AB = E'F' : EF$$
$$AB' : AB = C'D' : CD \text{ 2c.}$$

Dies Verfahren bleibt geltend, wenn B, anstatt auf der Verlängerung von AB, auf der Linie selbst zwischen A und B fällt.

2) Es kann aber auch der Punct B' über oder unter AB fallen. Angenommen, er fiel über die Linie (Fig. 86); die Zeichnung der Linien AC', C'D' .... F'B' giebt eine Axe AB', die durch den Punct B gehen sollte. Um diese Axe in ihre wahre Lage zu bringen, genügt es, jeden ihrer Puncte auf AB herabzuschlagen. Man fälle dazu aus allen Ecken Senkrechte auf AB', mache $AB^2 = AB'$ und schlage alle Fußpuncte von AB' durch Pa=

rallelen mit B^1B^2 oder durch Bogen aus A auf die Linie AB^2 herab. In den herabgeschlagenen Puncten f^2, e^2, d^2, c^2 errichte man Senkrechte und gebe ihnen das zukommende Maß nach dem Brouillon.

Man verbinde die gefundenen Endpuncte, so ist die gebrochene Linie AC'D' . . . F'B' anf die Axe AB herabgeschlagen und die Operation ist nun auf den vorhergehenden Fall zurückgeführt.

Nur in dem Falle, daß die Differenz BB' sehr groß ist, würde man genöthigt sein, die letzte Operation in ganzer Ausdehnung vorzunehmen. Im Allgemeinen ist es hinreichend, die Differenz zwischen AB und AB' zu nehmen und in Bezug auf die Figur zu setzen

$$AB' : AB' - AB = Af' : x,$$

wobei x die Größe ausdrückt, um welche Af' vermindert werden muß, um seine Stellung auf AB einzunehmen. Man verfährt eben so mit den anderen Theilen von AB', und erhält die Puncte f, e, d, c, in welchen man Senkrechte auf AB errichtet, die man denen anf AB' gleich macht.

Wir wollen diese Verfahrungsweisen auf das Vieleck ABC . . . H (Fig. 98) anwenden.

Der Auftrag auf den Plan giebt zwischen der Folge AB'C' . . . . H' und der AK'I'H'' einen Unterschied = H'H''. Zuerst ist die Lage der Axe AH, worauf die obgedachten Constructionen erfolgen, festzustellen. Wenn nun die Richtlinien AB', B'C', G'H' auf dem Felde dieselben Bedingungen eingehen, wie die Richtlinien AK', K'I', I'H'', so muß der äußerste Punct H', der durch die erstern gegeben ist, eben so gut seine Stellung ändern, als sein corrspondirender H'', und wir können für das eine Ende der Axe einen Punct H zulassen, als Mitte der Verbindungslinie H'H''. Der andere Punct kann eine am weitesten von H abliegende Ecke sein, wobei man so viel als möglich sucht, daß das Polygon durch die Axe in zwei ziemlich gleiche Theile zerlegt wird. Ist dieses geschehen, so schlägt man auf AH beide Axen AH' und AH'' nieder und endigt dann die Construction.

In dem Falle, daß eins der Liniensysteme mehr Sicherheit als das andere bôt, würde man den Endpunct dieser Folge als unveränderlich annehmen und die Correctionen nur auf die andere beschränken. Desgleichen kann man zur Axe eine Gerade annehmen, die von dem Perimeter abhängt, meistens aber wählt man eine Diagonale, die sorgfältig gemessen ist. — Eine Wildbahn, Straße, wenn sie auch gebrochen ist, muß stets vorgezogen werden.

Man wird versucht, zu glauben, daß diese Verfahrungsweisen eine Veränderung der Winkelgrößen A und H nach sich zögen; dies geschieht allerdings, wenn die Distanz H'H" beträchtlich ist, da sie aber nie die gesetzlich zulässige Grenze überschreiten darf, die nur auf einige Meter festgestellt ist, so erleiden die Ecken des Polygons nur leichte Veränderungen, die an den Enden der Are ziemlich Null werden. Da nun im Allgemeinen nur $\frac{1}{500}$ zugelassen wird, so würde auf die Distanz H'H" ungefähr 4 Meter kommen; angenommen, daß AB + BC + CD . . . . + GH = 1000 Meter ist, und eben so groß AK + KI + IH. Die Ecken B und K würden dann nur eine Versetzung von 2 bis 3 Decimeter erleiden, und diese Differenz kann schon bei'm graphischen Auftragen des Winkels BAK entstehen.

Wir haben das Verfahren (§. 99) angenommen, um die Winkel auf das Papier zu tragen; es ist aber noch ein anderes zulässig, ohne daß dadurch eine beträchtliche Abänderung in der Operation entsteht. Man wollte sich, z. B. des Transporteurs bedienen (§. 98), so fängt man damit an, eine unbestimmte Linie $\alpha\beta$ zu ziehen, auf welche man das Maß DE=244,3 (Fig. 96 und 64) trägt; man legt den Durchmesser des Instruments an $\alpha\beta$, mit dem Mittelpunct in E und zählt von Null aus die Anzahl Grade für den Winkel E ab; zieht EF in gehöriger Verlängerung, wodurch der Winkel DEF entsteht.

Es ist bereits bemerkt, daß stets der ganze Durchmesser an der Linie ($\alpha\beta$) anliegen muß. Ein Gleiches macht man in D; und, nachdem man die Distanzen EF = 160,5, DC = 162,2 auf En und Dn' getragen hat, bildet man in F und C die Winkel EFG und DCB. Man fährt so fort, bis das umschriebene Polygon (Fig. 64) gebildet ist.

110. — Wenn man einen Plan aufzutragen hat, so wird dieser selten sich auf den Umfang beschränken; es giebt dann in dem inneren Raume Operationslinien, die noch aufgetragen werden müssen, bevor man zur Correction schreitet, von der wir oben gesprochen haben; denn oft bestimmt das Auftragen einer secondären Linie die Abänderung einer Polygonsseite mehr als der andern,

und selbst, wenn bei Messung der Haupt-Richtlinien Fehler begangen worden, wie wir sie (§. 104) vorausgesetzt haben, wird sich bei'm Einzeichnen der inneren Linien zeigen, wo sie Statt gefunden haben; man erspart sich dadurch lange Nachmessungen auf dem Felde. Dies würde unfehlbar geschehen sein, wenn man, nach dem Auftragen des Polygons ABC . . . H (Fig. 96), sofort die Linien gf und fI; bo, om, mn und nH (Fig. 64) eingetragen hätte. Die ersten hätten herausgestellt, daß der Punct I in I' fallen, und die andern, daß der Punct H unverändert bleiben mußte, oder das die Länge GH genau sei*).

Wir sind jetzt dahin gelangt, die Zeichnung des Polygons (Fig. 96) bewirken und den Umfang definitiv auftragen zu können. Wir gehen nun zu dem Einzeichnen der Details über und befolgen dabei das Verfahren (§. 103 am Schlusse), wozu die Figur 64 die nöthigen Maßbestimmungen giebt, überlassen aber dem Leser dessen Ausführung als Uebung.

Wir haben die Constructionen beschrieben, die mit Hülfe des Lineals und Zirkels allein, ohne vorbereitende Rechnung auszuführen sind, weil diese in der Praxis vorzüglich angewendet werden; sie bieten dem Geometer unstreitig die leichteste Arbeit, sind aber nicht die schärfsten; denn wenn die Richtlinien ein ausgedehntes Terrain umschließen oder von großer Anzahl sind, so wachsen, da die Construction allmählig fortschreitet, die Fehler, die von der Stärke der Linien und andern unvermeidlichen Umständen entstehen, mehr und mehr an und enden bei den letzten Ecken zu sehr bedeutenden Differenzen. Wenn man noch so große Sorgfalt auf die Operationen im Felde gewendet hat, so wird die Lage der Linien auf dem Plan immer der Erwartung nicht ganz entsprechen.

111.— Das Auftragen eines Vielecks mittelst der Coordinaten-Methode. Um die Fehler graphischer Constructionen zu vermeiden, berechnet man die Coordinaten auf zwei rechtwinkliche Axen. — Zwar wird dieses Verfahren im Allgemeinen nur zu Bestimmung der Lage von Puncten bei Triangulirungen angewandt; es kann aber auch mit Vortheil bei der Grundlegung von

*) Die vorstehenden Erklärungen erfordern die gleichzeitige Einsicht der Figuren 64 und 96.

Polygonen gebraucht werden; wir glauben es als das sicherste und zuverlässigste Mittel, Resultate zu erlangen, die nichts zu wünschen übrig lassen. Besonders muß man davon Gebrauch machen, wenn die Vermessung mit einem Winkelinstrument erfolgt ist.

Man nennt rechtwinkliche Coordinaten zwei zusammengehörige Senkrechte, welche die Lage eines Punctes in Beziehung auf eine oder zwei Axen bestimmen. Wäre nämlich AB (Fig. 99) eine dieser Axen, so ist die Linie AE = x die Abscisse, EP = y die Ordinate; x und y zusammen sind Coordinaten des Punctes P.

Da die Lage eines Punctes vollkommen bestimmt ist, wenn man die Coordinaten kennt, so ist auch die Lage einer Geraden, einer gebrochenen oder krummen Linie bestimmt, wenn die Coordinaten der verschiedenen Puncte bekannt sind.

Wenn man sonach aus den Ecken D, E, F, G einer gebrochenen Linie (Fig. 100) auf eine Gerade AB die Senkrechten Dd, Ee, Ff, GB fällen und die Größen der Abstände von dem Anfangspunct A zu jedem der Fußpuncte d, e, f, B der Senkrechten oder der Abscissen, so wie die Größe der Senkrechten oder der Ordinaten, bestimmen kann, so ist die gebrochene Linie gegen die Axe AB ebenfalls bestimmt.

Die Messungen auf dem Felde geben die Distanzen AD, DE, EF, und FG und die Winkel in D, E und F. Ziehen wir nun durch den Punct E die Linie kl parallel AB und durch G ebenfalls eine Gn parallel AB, so entstehen die rechtwinklichen Dreiecke DkE, FlE und FnG mit deren Hülfe wir, da die Seiten bekannt sind, die den rechten Winkel einschließen, die Bestimmung der Größe der Abscissen und Ordinaten bewirken können. — Da Ae = Ad + kE, Af = Ae + El und AB = Af + nG, desgleichen eE = Dd — Dk, Ff = Fl + eE und BG = Ff — Fn, so ist die Größe der genannten Seiten leicht zu finden; denn in jedem Dreieck hat man 1) die Hypotenuse als Richtlinie, die auf dem Felde gemessen worden, und 2) die spitzen Winkel, die man durch eine gewisse Combination bestimmt. — Da uns nämlich nichts bindet, statt AB eine und die andere Richtung anzunehmen, so geben wir dem Winkel DAB einen allgemeinen Werth α. Dadurch wird der

Winkel ADd des rechtwinklichen Dreiecks dDA = 90 — $\alpha = \beta$; der Winkel kDE des Dreiecks DkE = ADE — $\beta = \gamma$ und wegen der Parallelen, der Winkel EFl = DEF — $\gamma = \delta$; endlich der Winkel nFG = EFG — $\delta = \varepsilon$.

Die erste trigonometrische Formel giebt dann:

$$Ad = AD \text{ Sin. } \beta \qquad Dd = AD \text{ Cos. } \beta$$
$$Ek = DE \text{ Sin. } \gamma \qquad Dk = DE \text{ Cos. } \gamma \text{ etc.}$$

Die Construction ist ungemein leicht und läßt sich schnell übersehen, denn es genügt auf AB die Abscissen Ad, Ae, Af und AB zu tragen, die man von dem Maßstabe abnimmt, in jedem Punct d, e, f und B Senkrechte zu errichten, denen man beziehlich die Größen der Ordinaten Dd, Ee, Ff und BG nach dem Maßstabe giebt, und die gesuchte gebrochene Linie besteht dann aus den Verbindungen der Endpuncte dieser Senkrechten.

Zur Anwendung dieses Verfahrens auf ein Polygon (Fig. 101), zieht man irgend eine Gerade AO, fällt auf diese aus jeder Ecke B, C, D, E . . . . M Senkrechte, dann legt man von einer der Senkrechten zur andern Parallelen mit AO durch die gedachten Ecken. Dadurch ergeben sich die rechtwinklichen Dreiecke ABb, Bc′C, Dd′C, Dd″E ꝛc., in denen die spitzen Winkel aus denen des Polygons abgeleitet werden, indem man damit beginnt, dem Winkel BAO einen Schätzungswerth zu geben*). Hierauf berechnet man die unbekannten Stücke dieser rechtwinklichen Dreiecke auf die oben beschriebene Weise und schreitet dann zu der Bestimmung der den Ecken zukommenden Coordinaten. — Demnach wird man erhalten: für den Punct B, x = Ab, y = bB; für den Punct C, x = Ac = Ab + Bc′, y = cC = bB + c′C; für den Punct D, x = Ad = Ac + Cd′, y = dD = cC + d′D; für den Punct E, x = Ae = Ad + d″E, y = Ee = dD—Dd″,..... Und auf der andern Seite der Axe für den Punct M, x = Am, y = mM; für L, x = Am — lL, y = Mm + Ml ꝛc.

112. — Das Auftragen durch rechtwinkliche Coordinaten, mittelst Quadraten. Oft ist die Länge der Abscissen und Ordinaten so groß, daß

*) Man kann diesen Winkel durch den Transporteur messen.

deren Abnehmen vom Maßstab, mit einer einzigen Oeffnung des Zirkels nicht möglich ist. In diesem Fall bedient man sich der Quadrate. Man trägt auf AO (Fig. 101) Distanzen αA, $\alpha\alpha'$, $\alpha'\alpha'' = 500$ oder 1000 Meter, je nach dem Verhältniß des angenommenen Maßstabes auf. In den Puncten A und α'' errichtet man auf AO zwei Normalen, macht $A\beta$, $A\gamma$ und $\alpha''\beta'$, $\alpha''\gamma' = A\alpha$ und zieht $\beta\beta'$ und $\gamma\gamma'$, durch die Puncte α und α' aber Parallelen mit $\gamma\beta$.

Es werden somit eine Folge von Quadraten gebildet, die 500 oder 1000 Meter Seitenlänge haben, in denen man mit Hülfe der rechtwinklichen Coordinaten die Puncte einträgt, die in ihre Grenzen fallen.

Die Zeichnung dieser Quadrate verlangt viel Sorgfalt und große Schärfe, denn die Regelmäßigkeit des Plans hängt von ihrer Genauigkeit ab. Gewöhnlich errichtet man noch eine dritte Senkrechte gegen der Mitte des Blattes, diese dient zum Ursprung für die Distanzen, die man auf $\beta\beta'$ und $\gamma\gamma'$ zu tragen hat. Wir werden später auf die Art zurückkommen, diese Quadrate zu construiren.

Der Gebrauch der Quadrate ist leicht ersichtlich: nehmen wir an, die Coordinaten eines Punctes P, welcher eingetragen werden soll, seien x und y (Fig. 102), so trägt man auf $\alpha\alpha'$ und $\beta\beta'$ eine Distanz $= x = \alpha p$ und $\beta p'$ und zieht pp'; auf diese Gerade trägt man y von p nach P, so ist die Lage von P bestimmt. Hätte x einen größern Werth als 500 Meter, indeß die Seite eines Quadrats 500 Meter ist, so ist die Stellung von P in der zweiten Reihe der Quadrate; man zieht dann erst 500 von x ab und trägt den Rest auf $\alpha'\alpha''$ und $\beta'\beta''$. Dasselbe macht man, wenn $y > 500$ Meter. Das Verfahren wird unten ausführlicher vorkommen.

Bevor man den Werth der Abscissen und Ordinaten definitiv anordnet, muß man sich überzeugen, daß die Summe der mit AO parallelen Seiten (Fig. 103) der rechtwinklichen Dreiecke, die über der Axe liegen, gleich der Summe der ebenfalls mit AO parallelen Seiten der unterhalb gelegenen Dreiecke ist. Denn die letzte Abscisse oder die Distanz Ag, welche durch die Summe der Seiten Am, mk, k'J, iH und hG gebildet wird, muß gleich sein der nämlichen Abscisse, die aus der Summe der entgegengesetzten Seiten Ab, Bc', Cd', d''E, e'F und f'G besteht. Dasselbe Resultat muß sich ergeben, wenn man die Ordinate gG aus dem Punct G annimmt, durch die Seiten bB, c'C, d'D.... f'F der rechtwinklichen Dreiecke unterhalb AO, und die Seiten mM, Ml, k''K.... Hh der oberhalb liegenden Dreiecke. Im Fall einer Differenz sind ähnliche Correctionen vorzunehmen, wie (§. 105) beschrieben.

113. — Numerische Ausführung der beschriebenen Verfahren. Wir setzen voraus, daß man vor dem Abgehen vom Felde einen vorläufigen Entwurf der Vermessungslinien gemacht, und sich folglich von der Genauigkeit dieser Linien und der Größe der Winkel (§. 78) überzeugt hat. Dieser Entwurf wird gewöhnlich durch graphisches Verfahren und mit einem doppelt großem Maßstabe, in Bezug auf dem zum Plan angenommenen, construirt. Man fängt damit an, die Polygonlinien mit Tusche auszuziehen, schreibt ebenfalls mit Tusche die Totallängen der Richtlinien und die corrigirten Größen der Winkel, die durch sie gebildet werden, bei (Fig. 104) *). Man nimmt hierauf die Axe AO (§. 107 am Schluß) von einer Ecke aus an — aber so viel als möglich aus dem am weitesten vorspringenden Winkel, und indem man das Polygon in zwei ziemlich gleiche Theile theilt — und mißt mit dem Transporteur den Winkel, den diese Axe mit einer der Polygonseiten auf der oder jener Seite macht.

Es sei NAO $= 60^\circ\ 6'$; nachdem man auch die Senkrechten und nöthigen Parallelen (§. 107) (die in der Figur punctirt sind) mit rother Tinte gezogen hat, schreitet man zu Bestimmung der spitzen Winkel der durch die neuen Linien gebildeten rechtwinklichen Dreiecke. Diese Winkel werden durchgehends mit rother Tinte eingeschrieben. Es ist

BAb $= 101^\circ\ 38' - 60^\circ\ 6' = 41^\circ\ 32'$, woraus ABb $= 48^\circ\ 28'$ folgt;
CBc' $= 145^\circ\ 31' - (48^\circ\ 28' + 90^\circ) = 7^\circ\ 3'$, daraus BCc' $= 82^\circ\ 57'$;
DCd' $= 180^\circ - (82^\circ\ 57' + 74^\circ\ 48'\ 40'') = 22^\circ\ 14'\ 20''$, daraus CDd' $= 67^\circ\ 45'\ 40''$;
EDe' $= 88^\circ\ 57' - 67^\circ\ 45'\ 40'' = 21^\circ\ 11'\ 20''$, sonach DEe' $= 68^\circ 48' 40''$;
FEe' $= 115^\circ\ 11'\ 40'' - 68^\circ\ 48'\ 40'' = 46^\circ\ 23'$ und EFf' $= 43^\circ\ 37'$.

Wenn man die Sätze von parallelen Linien zu Hülfe

*) Die Maße sind in der Figur durch starke Ziffern, die Rechnungsresultate, welche zur Anwendung kommen, durch schwach geschriebene angegeben.

nimmt, lassen sich diese Rechnungen bedeutend abkürzen: man hat zuerst wie oben,

$BAb = 101^\circ\ 38' - 60^\circ\ 6' = 41^\circ\ 32'$;

dann $CBc' = 41^\circ\ 32' - (145^\circ\ 31' - 90^\circ) = 7^\circ\ 3'$;

$BCd' = 74^\circ\ 48'\ 40'' - 7^\circ\ 3' = 67^\circ\ 45'\ 40''$;

$EDe = 88^\circ\ 57' - 67^\circ\ 45'\ 40'' = 21^\circ\ 11'\ 20''$;

$FEf' = (115^\circ\ 11'\ 40'' + 21^\circ\ 11'\ 20'') - 90 = 46^\circ\ 23'$ ꝛc.

Man schreibt ohne Unterschied in dem Entwurf den einen wie den andern Winkel ein.

Es leuchtet ein, da die Summe der Polygonwinkel $= 2\ R\ (n - 2)$, daß man, nach Behandlung sämmtlicher Ecken, den ursprünglichen Werth von $NAn = 60^\circ\ 6'$, oder den Complementwinkel, wieder erhalten muß, wenn nicht ein Fehler bei der Addition oder Subtraction der Winkel begangen worden ist, den man natürlicherweise aufsuchen muß.

Man verfährt hierauf mit Berechnung der rechtwinklichen Dreiecke (§. 107) nach folgendem Schema (§. 97):

Nr. des Dreiecks.	Werthe.	Logarithm.	Seiten.	Bemerkungen.
1.	sin. 48° 28′	9,87423		
(ABb)	lg. 371,8	2,57031		
	cos. 48° 28′	9,82155		
	lg. Ab —	2,44454 =	278,3 M.	
	lg. Bb —	2,39186 =	246,5 „	
	sin. 7° 3′	9,08897		
2.	lg. 412,6	2,61763		
(BCc′)	cos. 7° 3′	9,99670		
	lg. Cc′	1,70660 =	50,9 M.	
	lg. Bc′	2,61433 =	411,5 „	

Nach beendigter Rechnung und wenn die Resultate in den Entwurf roth eingetragen worden, überzeugt man sich, ob das Polygon schließt, d. h. ob die Summe der mit AO parallelen Dreiecksseiten auf der einen Seite der Axe, gleich ist der Summe der gleichliegenden Seiten von den entgegenstehenden Dreiecken. Es giebt nothwendig bei dieser Operation einen Punct des Ausgangs und einen Schlußpunct. Der Ausgangspunct ist der Punct A, durch den die Axe AO geht; als Schlußpunct gilt der von A am weitesten entlegene Eckpunct, der zunächst der Axe liegt, hier der Punct H. Man muß beachten, daß alle Distanzen, die nach H zu gehen, als positiv betrachtet werden müssen, wogegen die nach A zu laufenden negativ werden.

Man legt sich nun eine Tabelle, wie folgende, an, in welche man (Colonne 2, 3, 8, 9) die Resultate der vorstehenden Rechnung einträgt.

Zur Linken der Axe.						Zur Rechten der Axe.					
Seiten. (1)	Positiv. + (2)	Negativ. − (3)	Correction. + (4)	Verbesserter Werth der Seiten. + (5)	− (6)	Seiten. (7)	Positiv. + (8)	Negativ. − (9)	Correction. − (10)	Verbesserter Werth der Seiten. + (11)	− (12)
Ab'	278,3 M.	—	0,56 M.	278,86 M.	—	An	147,4 M.	—	0,29 M.	147,11 M.	—
Bc'	411,5	—	0,82	412,32	—	Nm'	348,6	—	0,7	347,9	—
Dd'	—	56,3	0,11	—	56,41	Ml'	116,0	—	0,23	115,77	—
De'	413,8	—	0,82	414,62	—	Kl''	518,3	—	1,03	517,27	—
Ff'	193,6	—	0,39	193,99	—	Ik'	90,5	—	0,18	90,32	—
Fg'	—	172,3	0,34	—	172,64	Ii'	—	235,4	0,47	—	234,93
Gh''	—	87,2	0,17	—	87,37						
Summen	1297,2	315,8	—	1299,79	316,42	Summen	1220,8	235,4	—	1218,37	234,93
—	315,8	—	—	316,42		—	235,4	—	—	234,93	—
Differ. oder Ah	981,4	—	—	983,37		Differ. oder Ah	985,4	—	—	983,44	

Summirt man die in die Colonnen 2, 3, 8 und 9 eingetragenen Werthe und vermindert sie um die negativen Größen der Colonnen 3 und 9, so findet sich eine Differenz von 4 Metern zwischen den beiden Resultaten. Es schließt also das Polygon nun ungefähr 4 Meter in der Richtung von **AO**; das heißt, wenn die Richtlinien **AB**, **BC**, **CD**.... **GH** links der Axe und die **AN**, **NM**, **ML**.... **IH** rechts, nach dem graphischen Verfahren (§. 104) aufgetragen wären, so würde der Endpunct **H** der erstern um 4 Meter gegen den Punct **H** der zweiten Folge in einem mit **AO** parallelen Sinn abgewichen sein.

Um die Differenz verschwindend zu machen, ist zu bemerken, daß, wenn wir der Folge der Linien zur Linken nachgehen, **H** gegen **A** um eine Größe abweicht, welche der Hälfte der Differenz gleich ist, und wenn man die Linien zur Rechten verfolgt, dann muß dieser nämliche Punct in entgegengesetzter Richtung abweichen. Wenn man daher der ersten Summe, von 981,4 Meter zusetzt, und von der andern, 985,4 Meter abbricht, so kommen wir auf das Prinzip (§. 105). Daraus entsteht:

$981{,}4 : 983{,}4 = 278{,}3 = \mathbf{Ab} : x,$

$981{,}4 : 983{,}4 = 411{,}5 = \mathbf{Bc'} : x'$, ꝛc.;

oder auch

$981{,}4 : 983{,}4 = 371{,}8 = \mathbf{AB} : x,$

$981{,}4 : 983{,}4 = 414{,}6 = \mathbf{BC} : x'$ ꝛc.

Und für die Folge der Linien zur Rechten von **AO**,

$985{,}4 : 983\,4 = 147{,}4 = \mathbf{An} : y,$

$985{,}4 : 983{,}4 = 348{,}6 = \mathbf{Nn'} : y'$, ꝛc.;

oder auch

$985{,}4 : 983{,}4 = 295{,}7 = \mathbf{AN} : y,$

$985{,}4 : 983{,}4 = 354{,}8 = \mathbf{NM} : y'$ ꝛc.

In der Praxis aber macht man selten Gebrauch von Formeln, die zu langen und mühsamen numerischen Rechnungen nöthigen; man setzt dann ohne Weiteres

1) $981{,}4 : 2$ Met. $= 100 : x = 0{,}20$ Met.

2) $985{,}4 : 2$ „ $= 100 : y = 0{,}20$ „

Dies ist die Correction, die man auf 100 Meter der Axe **AO** zu machen hat, sie besteht demnach nur in einer einfachen Multiplication. Das Resultat muß entweder zugesetzt oder von jeder Größe der Abscisse abgezogen werden, je nach der Richtung der Differenz. Man hat demnach zur Linken der Axe:

278,3 Met. × 0,20 = 0,56, also Ab = 278,3 M. + 0,56 M. = 278,86 Met.
411,5 × 0,20 = 0,82, also Bc′ = 411,5 + 0,82 = 412,32 M.
56,3 × 0,20 = 0,11, also d′D = 56,3 + 0,11 = 56,41 M.
413,8 × 0,20 = 0,82, also Dc′ = 413,8 + 0,82 = 414,62 M. ꝛc.

Zur Rechten der Axe:

147,4 Met. × 0,20 = 0,29 M., also An = 147,4 M. — 0,29 = 147,11 M. +
348,6 M. × 0,20 = 0,69 M. also Nn′ = 348,6 — 0,70 = 347,9 M. +
116,0 M. × 0,20 = 0,22 M., also Ml′ = 116,0 — 0,23 = 115,77 M. + ꝛc.

Die Correctionen stehen, wie man sieht, in der 10. Colonne der Tabelle, indem durch das Zeichen + unter der Ueberschrift angedeutet wird, wo sie addirt, und durch — wo sie subtrahirt werden müssen, und zwar von den in den Colonnen 2, 3, 8 und 9 stehenden Werthen. Man kann auch die Addition und Subtraction unmittelbar vornehmen; die Resultate kommen dann in die Colonnen 5, 6, 11 und 12.

Mit Hülfe dieser letzten Resultate bestimmt man dann die Größe der Abscissen jeder Polygonecke. Man hat also definitiv:

Ab = 278,86 . . . . Met., Ac = 278,86 + 412,32 = 691,18 . . . Met.
Ad = 691,18 — 56,41 = 634,77 Met. u. s. w.
An = 147,11 . . ., Am = 147,11 + 347,9 = 495,01 Met.
Al = 495,02 + 115,77 = 610,79 Met. u. s. w.

Auf ganz gleiche Weise verfährt man bei Bestimmung der Ordinaten dieser Ecken. So versichert man sich auch, wenn man eine zweite Axe LV senkrecht der ersten angenommen hat, daß die Summe der mit LV parallelen Seiten der Dreiecke rechts, dieselbe ist, wie die der parallelen Dreiecksseiten zur Linken derselben Axe; im Fall einer Differenz hat man die nöthigen Correctionen zu machen.

Die ganze Länge von LV ist nach der Berechnung, deren Resultate in Fig. 104 eingeschrieben sind, für die mit LV parallelen Seiten der Dreiecke rechts
= 1082,4 Meter
und für die links = 1077,5 „
Differenz 4,9 Meter.

Es schließt also das Polygon um 4,9 Met. Unterschied in der Richtung von LV. Folglich hat man:

1077,5 : 2,45 = 100 : x (wobei x das Zeichen + hat)
1082,4 : 2,45 = 100 : y (wobei y mit — behaftet ist).

Endlich schreibt man das Endresultat oder die rechtwinklichen Coordinaten der Polygonecken in eine Tabelle. Man kann die Tabelle folgendermaßen einrichten:

Tafel der rechtwinklichen Coordinaten der Polygonecken, angelegt zur Auftragung des Plans von NN.

Ecken.	Abscissen. x Meter.	Ordinaten. y Meter.	Bemerkungen.
A	0,0	0,0	zur Linken von AO
B	278,9	247,0	- -
C	691,2	298,0	- -
D	634,8	436,0	- -
E	1049,4	596,9	- -
F	1243,4	413,0	- -
G	1070,8	267,2	- -
H	983,4	77,9	- -
I	1218,4	122,3	zur Rechten von AO
K	1128,0	366,1	- -
L	610,8	483,1	- -
M	495,0	322,9	- -
N	147,1	256,9	- -

114. — Auftragen des Grundplans. (Figur 105). Man zieht eine unbestimmte Linie AO und construirt auf ihr eine Anzahl Quadrate A$\alpha'\beta'\beta$ (§. 108) nach Befinden von 500 Meter Seitenlänge; der gewählte Anfangspunct des Coordinatensystems sei A. Hierauf trägt man auf Aα' und $\beta\beta'$ eine Distanz Ab, βb' = 278,9 Met., nämlich die für B in der Tabelle angegebene Abscisse, verbindet bb' und setzt auf bb' das Maß bB = 247 Met. als Ordinate dieses Punctes, wodurch der Punct B bestimmt ist.

Für C macht man Ac und βc' = 691,2 Met.; da aber die Seite Aα' des ersten Quadrats = 500 Met. ist, so genügt α'c = 191,2 Met. (d. i. 691,2 — 500) (§. 66), verbindet die Puncte cc' und macht cC = 298 Met. Auf diese Weise verfährt man bei allen Ecken, zieht dann die Polygonseiten und hat damit die Figur ABCD . . . . NA vollendet.

Dieses Verfahren ist sehr einfach und giebt ganz genaue Resultate, nur die Weitläufigkeit der vorbereitenden Rechnungen macht sie beschwerlich. Man darf sich jedoch durch diese Rechnungen nicht davon abhalten lassen, denn die Regelmäßigkeit eines Plans hängt allein von der Methode ab, nach welcher das Hauptpolygon aufgetragen wird, und die auf Bestimmung der Eckpuncte verwendete Zeit wird vollkommen durch die Leichtigkeit compensirt, mit welcher sich dann die Details und innern Operationen bewirken lassen.

115. — Auftragung einer Vermessung mit der Bussole. Das Auftragen einer solchen Vermessung ist etwas verschieden von der mit dem Winkelinstrument. Wir haben (§. 64) gesehen, daß die Bussole die Winkel nicht unmittelbar giebt, welche die Vermessungslinien untereinander eingehen, sondern diejenigen Winkel, welche diese Richtlinien mit einer Linie von constanter Lage bilden, die sich in jeder Station wiederfindet. Man kann sonach annehmen, als wären Parallelen mit einer gegebenen Geraden, welche durch alle Ecken des Polygons gehen, auf dem Felde abgesteckt und daß die Beobachtung der Winkel zwischen den Richtlinien und diesen Parallelen statt gefunden habe.

Anwendung des einfachen Transporteurs. Einige Geometer befolgen nachstehende Methode bei'm Auftragen der Bussolenwinkel.

Nachdem (Fig. 71) ein erster Meridian δ gezogen, wird der erste Winkel a construirt, dann durch den Endpunct **H** von **GH** eine Paralle δ' mit δ gezogen und der Winkel b' = dem beobachteten b — 180° angelegt. In dem Endpunct **K** von **HK** wird abermals eine Parallele δ'' mit δ gezogen und der Winkel c' = dem gemessenen c — 180° angetragen; endlich wird mittelst einer dritten Parallele δ''' der Winkel d construirt.

Dieses Verfahren hat das Unbequeme, daß auf dem Papier soviel Parallelen mit dem Meridian gezogen werden müssen, als die Figur Ecken hat, und daß man die genaueste Sorgfalt anwenden muß, daß diese auf das Schärfste parallel mit der im ersten Puncte gezogen sind, weil sonst bedeutende Abweichungen entstehen, die nothwendig auf die Lage der Linien großen Einfluß haben.

Wir empfehlen dagegen folgendes Verfahren anzuwenden:

Man ziehe gegen die Mitte des Papiers wieder einen Meridian $\delta\delta$ (Fig. 106) und bemerke den Punct, um welchen man alle gemessenen Winkel antragen will. Es ist nun folgendes zu beobachten:

1) daß die Winkel, deren Werth zwischen 0 und 180° liegt, auf dem Papier von dem Meridian aus nach

Westen getragen werden, indem die Theilung de Transporteurs, von Norden ausgehend, durch Westen nach Süden zählt.

2) Daß diejenigen, deren Werth zwei Rechte übersteigt, nach Osten des Meridians getragen werden, nachdem man 180° abgezogen hat, indem die Theilung hier von Süd ausgeht, Ost berührt und in Nord endigt.

Bei obigem Verfahren ist ein Transporteur angenommen worden, der nur eine Theilung von 180° hat. Das Anlegen an beide Seiten des Meridians aber ist nicht nur unbequem und kann Abweichungen veranlassen, sondern auch zuweilen gar nicht anwendbar, wenn man genöthigt sein sollte, den Meridian näher dem Papierrande zu ziehen. Die, zum Auftragen von Bussolemessungen besonders eingerichteten, Transporteure sind folgendermaßen getheilt (Fig. 107):

1) Der Durchmesser des Halbkreises ist gegen 8 oder 9 Zoll und hat gewöhnlich im Mittelpunct einen sehr kleinen halbrunden Einschnitt, welchen man an die in den Scheidelpunct der Winkel senkrecht eingesteckte Nadel legt. Der Einschnitt darf nicht größer sein, als daß der Durchmesser des Instruments durch die Axe der Nadel geht. Diese Einrichtung gewährt viel Sicherheit bei'm Wiederanlegen des Transporteurs.

2) Ist der Limbus in drei concentrische Ringe getheilt, deren Theilung nothwendig auf das Schärfste correspondirt und zugleich auf der Maschine geschnitten wird. Der äußerste und der innere Ring enthält die Theilung von 0° bis 180°, und zwar der eine von rechts nach links, der andere von links nach rechts; der mittlere zählt die Theilung des äußersten Rings (rechts nach links) von 180° bis 360° in entgegengesetzter Richtung (von links nach rechts) fort. Man kann damit die Winkel aller vier Quadranten mit einem Anlegen an den Meridian auf das Papier abstechen. Da man jedem Punct das Maß des Winkels ohnehin beischreiben muß, so ist es völlig indifferent, wenn auch z. B. ein Winkel von 81° seinen Punct neben dem von $260\frac{1}{2}$° hat, oder die Puncte z. B. von 79° und 259° in einen fallen, indem die Theilung des mittlern Ringes die Supplemente der ersten giebt.

Man hat sich bei'm Ablesen nur an die gestochenen Zahlen des Transporteurs zu halten, aber ja nicht bald den äußern bald dem innern Ring zu benutzen.

Um (mit einem gewöhnlichen Transporteur) einen Winkel von 72° 40' aufzutragen, so gehört dieser unter die Kathegorie ad 1, und muß auf der Westseite des Meridians aufgetragen werden: man legt den Durchmesser des Instruments an $\delta\,\delta$ und den Mittelpunct in **C**, den Limbus zur Linken von $\delta\,\delta$, zählt dann den Bogen **NV** = 72° 40' und hat damit den Richtpunct des andern Schenkels des Winkels **NCV**.

Für einen Winkel von 150° ist es der Bogen **NOR**, der den Winkel **NCR** mißt.

Wenn ein Winkel von 197° 15′ aufgetragen werden soll, bemerke man zuvor, daß der Transporteur nur ein Halbkreis, daher seine Graduirung nur bis 180° geht. Um folglich auf dem Meridian $\delta\delta$ einen Winkel anzusetzen, der größer als 2 **R** ist, muß man den Raum linker Hand des Meridians **NOS** als einen bereits zwei Quadranten durchlaufenen Winkel betrachten, dem noch 17° 15′ hinzugefügt werden müssen, um 180° + 17° 15′ = 197° 15′ zu erzeugen. Man legt daher den Kreis des Transporteurs zur Rechten von $\delta\delta$ und sein Centrum in **O** und zählt **ST** = 17° 15′ ab.

Ebenso wenn der zu construirende Winkel = 288° 35′; dann ist 288° 35′ — 180° = 108° 35′ oder der Bogen **SEP** abzustechen.

Nach diesem Verfahren werden alle in der Messung vorgekommene Winkel aus einem Punct aufgetragen und haben denselben Schenkel, welcher der constante Meridian ist. Die Construction wird dadurch viel genauer als nach dem oben angegebenen Verfahren.

Anwendung auf die Construction eines Vielecks. Hat man **A** als Ausgangspunct für die Construction des Vielecks **ABDG** (Fig. 108) angenommen, so trage man nach einander sämmtliche Richtwinkel nach dem vorstehenden Verfahren an $\delta\delta$: den Winkel **a** als Richtung der Seite **AB**; **e** als Richtwinkel für **AD**; **b** als Richtwinkel für **BG** und endlich **d** desgleichen für **DG**; es werden dadurch die Schenkel **CA′**, **CD′**, **CG′** und **CD″** entstehen, welche dieselbe Lage haben, wie die Seiten des Vielecks, auf denen sie beobachtet wurden. Man schiebt nun **AB** parallel **CA′** durch den Punct **A** ab und giebt **AB** das im Brouillon verzeichnete Längenmaß; zieht dann durch **B** die Seite **BG** parallel **CG′**, macht sie gleich dem gemessenen Maß; dann **DG** parallel **CD″** und setzt das zukommende Maß auf; zieht man endlich **AD** parallel **CD′**, so muß die Parallele nicht allein durch **A** gehen, sondern es muß auch **AD** gleich dem auf dem Felde genommenen Maß sein.

116. — Der complementäre Transporteur. Die beiden gedachten Proceduren lassen sich bedeutend vereinfachen. Erinnern wir uns des Ganges der Bussole bei der Beobachtung. Die Nadel verläßt ihre Stellung

nicht, nur der Limbus ist in Bewegung, die Winkel werden aber von der Linken nach der Rechten abgelesen. Es kann uns nichts hindern, bei dem Auftragen die Winkel ebenso abzulesen, dabei aber dem Transporteur die Bewegung zu geben, wie sie der Limbus der Bussole hatte, so daß sich jener um den Mittelpunct seines Durchmessers dreht. Der Winkel wird dann in dem Meridian eingestellt und der andere Schenkel an der Grundlinie des Instruments (dem Durchmesser) gezogen.

Bei einem Transporteur zu solcher Anwendung kann der Durchmesser beliebig verlängert werden, so daß er ein Lineal von $1\frac{1}{2}$ bis $1\frac{3}{4}$ Fuß bildet, an welchem sich die Richtlinien sehr genau ziehen lassen. Verlangt man eine solche längere Richtlinie nicht und begnügt sich mit der Länge des Durchmessers, dann ist es bequem den Durchmesser unterhalb, wie (Fig. 109) in **DD** anzubringen und den Mittelpunct ebenfalls mit einem kleinen Einschnitt zum Anlegen an die Nadel zu versehen. —

1) Man soll nach diesem Verfahren einen Winkel von 37° (Fig. 109) auftragen.

Nachdem der Transporteur rechts des Meridians gelegt worden, damit seine Graduirung von der Linken zur Rechten gehe, und sein Durchmesser auf $\delta\delta$ liegend angenommen ist, wobei sein Mittelpunct den Meridian nicht verlassen darf, dreht man ihn um **C** so weit, bis der Meridian den Theilstrich von 37° genau deckt; zieht dann **DD**, welche Richtung mit dem Meridian einen Winkel = 37° herstellt.

2) Um einen Winkel von 148° zu erhalten, setzt der Transporteur seine Bewegung von rechts nach links (Fig. 110) fort, bis diese Zahl Grade auf dem Meridian abschneiden, wodurch der Winkel **AC**δ = 148° entsteht.

117. — Handelt es sich darum, durch einen Punct **A** (Fig. 109) eine Richtung zu legen, die mit dem Meridian einen Winkel von 37° macht, so schiebt man den Transporteur in die Lage, daß der Mittelpunct und der Theilstrich von 37° auf $\delta\delta$, der Durchmesser aber auf **A** zu liegen kommt und zieht an dem Durchmesser eine Linie.

3) Bei einem Winkel von 205° dreht man den Transporteur um den Mittelpunct **C** bis in die Lage Fig. 111).

Soll der Schenkel durch einen Punct A gehen, so schiebt man den Mittelpunct und Theilstrich auf dem Meridian fort, bis der Durchmesser des Instruments auf A zu liegen kommt. Der verlangte Winkel ist δ O A + 180° *).

4) Zu der Construction eines Winkels von 320° wird der Transporteur in die Lage (Fig. 112) versetzt, und man erhält in δOA + 180° den verlangten Winkel.

Zuweilen haben Transporteurs noch zwei andere Theilungen, die in den innern Kreisen (Fig. 107) gezeichnet sind, sie sind bestimmt, Winkel mit Hülfe einer senkrechten Hülfslinie auf den Meridian überzutragen. Zieht man nämlich $\varrho\varrho$ (Fig. 113) senkrecht $\delta\delta$, um durch diese Linie die Lage einer andern zu finden, die mit dem Meridian einen Winkel AOδ eingeht, so genügt δOϱ oder 90° an die erste Graduirung des Transporteurs anzulegen, welches darauf hinausgeht, den Winkel BCϱ = AOδ zu machen. Der Nullpunct der Theilung wird folglich auf den Theilstrich gestellt, der 90° angiebt, und die Theilung geht von der Rechten zur Linken, indem man den Transporteur stets dreht; die Winkel zwischen o und $\varrho\varrho$ werden auf $\delta\delta$ übertragen.

5) Um einen Winkel von 30° zu zeichnen, führt man, nachdem die Linie CB des Transporteurs auf $\varrho\varrho$ gestellt war, unter Beibehaltung des Mittelpuncts C auf $\varrho\varrho$, die Theilung R = 30° auf die gedachte Senkrechte $\varrho\varrho$. Der verlangte Winkel ist AOδ.

Man kann auf $\varrho\varrho$ gleich wie auf $\delta\delta$ verfahren; wollte man, z. B., daß der andere Schenkel AO des Winkels einen Punct M aufnehme, so erhält man den Transporteur in der Lage auf $\varrho\varrho$ und führt ihn mit dem Mittelpunct auf dieser Linie fort, bis der Durchmesser den Punct M schneidet.

6) Wäre ein Winkel von 140° zu bestimmen, so hat man den Transporteur die (Fig. 114) gezeichnete Lage zu geben; der Winkel wird auf R auf der ersten complementären Thilung gezählt und ist hier AOδ.

7) Bei einem Winkel von 230° nimmt der Transporteur die Lage (Fig. 115) an, und der Winkel wird

---

*) Mit Anwendung der letzten Auflösung kann man häufig Parallelen ersparen, wenn der Durchmesser lang genug (oder soviel verlängert ist), daß er den oder jenen Punct aufnimmt.

auf der zweiten complementären Gradtheilung abgelesen; es ist dann $\delta OA + 180° = 230°$.

8) Wollte man endlich einen Winkel von 300° haben, so giebt man dem Transporteur die Lage (Fig. 116). Dieser Winkel wird ebenfalls auf der zweiten Theilung gelesen und zwar, wie in allen drei vorhergehenden Fällen, von der Senkrechten aus.

118. — Anwendung auf ein Vieleck. Häufig sind die Ecken des Polygons von dem Meridian weit abgelegen, wobei man nach (§. 112) theils mit Beziehung auf den Meridian, theils auf die Senkrechte verfahren muß. Dieser Unbequemlichkeit begegnet man durch Legung eines Systems von Parallelen, die passend aus einander liegen, und auf denen man operirt, wie in dem bemerkten §. angeführt ist.

Wenn die Bussole nicht in den Abweichungswinkel gestellt ist, d. h., wenn die N. S. Linie mit dem Perspectiv parallel liegt, so giebt man dem Meridian eine Neigung nach Westen, die gleich der magnetischen Abweichung ist *).

Um ein schickliches System von Parallelen zu erhalten, zieht man in Mitten des Zeichnenblattes (Fig. 117) eine erste unbestimmte Linie AB, die nach Westen um 22° 10′ (die Declination) Neigung hat; errichtet auf derselben, mittelst mehrerer Bogenschnitte c, d, c′, d′, eine Senkrechte CD, welche das Blatt in zwei ziemlich gleiche Theile zerlegt. Dann zieht man vorläufig mit der Senkrechten zwei Parallelen kl und k′l′, auf welche man gleiche Distanzen am, mo, am′, m′o′ trägt und verbindet, mm, oo, m′m′ und o′o′ durch Grade. Man trägt diese nämlichen Distanzen auf oo und o′o′, indem man von CD ausgeht, und verbindet noch ff, gg, f′f′, g′g′ und hh.

Man überzeugt sich von der Genauigkeit und Regelmäßigkeit der Quadrate, wenn man ein langes, gut abgerichtetes Lineal auf die Diagonale legt, welches in allen Quadraten die Ecken genau schneiden muß.

---

*) Dieß hat man nur nöthig, wenn die Meridiane mit den Randlinien des Plans parallel sein sollen. Außerdem kann man die Meridiane zum Auftragen ganz beliebig annehmen und braucht bloß zuletzt auf dem Plan die wahre Nordlinie und die magnetische Abweichung anzugeben.

Wenn der Radius des Transporteurs ein Decimeter ist, so kann man auch die Distanzen am, mo ꝛc. gleich einem Decimeter nehmen.

Wir wollen mit Hülfe der angegebenen Maße das Polygon (Fig. 118) mittelst des beschriebenen Parallelsystems auftragen.

Der Punct des Anfangs der Construction sei in P bestimmt (Fig. 117). — Man bilde auf dem Meridian oder der Senkrechten den Richtwinkel von pq (Fig. 118); in Bezug auf den Meridian ff (man vergleiche abwechselnd die Figuren 117 und 118) hat der Transporteur die (§. 112, 1.) bemerkte Lage einzunehmen. Man ziehe PQ, welche = 113 Meter zu machen ist. — Die Lage von qr wird gefunden, indem man den Transporteur, sei es auf dem Meridian oder auf der Senkrechten, die dem Endpuncte Q von PQ zunächst liegt, legt; nimmt man die Senkrechte m′m′, so erhält das Instrument die Lage (§. 113, 6.).

Der Directionswinkel von n nöthigt den Transporteur so zu legen, wie (3.) desselben §. vorschreibt, der Endpunct R von RS befindet sich nahe eines Meridians. — Der von der Richtlinie ST bedingt die Lage (7.); und endlich muß das Instrument in die Lage (8.) gebracht werden, um den Winkel 301° 35′ der Richtlinie tp aufzutragen.

119. — Die Construction eines durch die Bussole vermessenen Vielecks auf dem Papier mittelst der Tangenten. Sind die Richtlinien lang oder das Polygon etwas ausgedehnt, so führen die bisher erklärten Verfahrungsarten Unbequemlichkeiten herbei, die denen, welche (§. 97) bemerkt wurden, analog sind. Es kann nicht ausbleiben, daß bei der Verlängerung von Linien, von denen ein kurzer Theil durch die Basis des Transporteurs gegeben ist, an deren Enden eine Abweichung Statt haben sollte, die um so größer werden muß, als die Richtlinien den Halbmesser des Instruments übertreffen. Die Tangententafeln entheben dieser Unvollkommenheit; sie gewähren überhaupt eine große Hülfe bei den Vermessungen mit der Bussole und können bis zu einem gewissen Puncte die trigonometrischen Rechnungen ersetzen, wie im Folgenden näher erklärt werden soll.

Die Tafeln geben den Werth der Tangenten von Bogen von 0° bis 90°. Man hat dann soviel rechte

Winkel herauszuwerfen, als sich zuviel in den zu construirenden Winkeln befinden, damit diese nicht die Grenzen der Tafel überschreiten, nimmt jedoch Bezug auf die abgezogenen Winkel bei der Construction, damit die Richtlinien die bei der Vermessung angezeigte Lage erhalten.

Man erinnere sich:

1) daß die zwischen 0° und 90° der Bussolen-Theilung liegenden Winkel in dem Bereiche von N. W. construirt werden;
2) daß die von 0° bis 180° in die Region von S. W fallen;
3) die von 180° bis 270° zwischen S. O. und endlich:
4) die Winkel, welche zwischen 270° und 360° liegen, in der Region von N. O. verzeichnet werden.

Auch bemerke man, daß die Tangenten der Winkel $> 45°$ auf die Senkrechte, die von Winkeln $< 45°$ auf den Meridian getragen werden.

Wir schreiten nun zu dem Auftrage des Polygons, welches (Fig. 81) umschreibt.

Man beginnt damit, auf das Blatt ein System von Quadraten (Fig. 119) zu verzeichnen, die zur Seite die Grundzahl der Tafel oder 500 Meter (§. 108) haben. Hat man einen Anfangspunct B der Construction gewählt, so geht man an die Bestimmung der Richtlinien AB und BC (wobei abwechselnd die Figuren 81 und 119 einzusehen sind).

Beginnt man mit AB, so giebt die directe Beobachtung 2° 30′ und die umgekehrte Beobachtung 182° 30′; durch Abschneiden von 2 R erhält man nämlich 2° 30′ oder einen gleichen Werth mit der ersten Beobachtung. Es ist folglich der Winkel 2° 30′ aufzutragen. Bemerken wir aber, daß nach Lage des Punctes B, AB nach S. O. gerichtet sein muß, wie die Beobachtung in B anzeigt. Folglich muß der Winkel 2° 30′ in dieser Region construirt werden. Man sucht in der Tafel den, diesem Winkel zukommenden Werth dieser Tangente, sie ist 21,83*); man trägt sie auf eine der mit dem Meri-

---

*) Es ist nämlich für den Radius = 1 die Tangente dieses Winkels = 0,0436609; daher für den Radius 1000, = 43,66.. und für den Radius 500 $= \frac{43,66}{2} = 21,83$.

dian senkrechten Seiten, die zunächst B liegt. — Unter den Meridianen $\delta\delta$, $\delta'\delta'$, $\delta''\delta''$ ist es sonach die letztere, und man trägt die besagte Tangente auf $\beta'\varrho'$ von ϱ' nach a. Nun legt man die Hypotenuse des Abschiebewinkels an ϱ a, das Lineal an eine der Catheten (§. 106) und schiebt das Dreieck bis die Hypotenuse den Punct B schneidet, wo man BA zieht und gleich 527,8 Meter macht.

Hierauf construirt man den Richtwinkel BC. Die directe Beobachtung ist 94° 28′, die umgekehrte 274° 25′; und wenn man noch 2 R von der letztern abzieht, erhält man 94° 25′. Zwischen diesen beiden Beobachtungen stellt sich eine Differenz dar und man muß das arithmetische Mittel $\frac{94^\circ\ 28' + 94^\circ\ 25'}{2} = 94^\circ\ 26'\ 30''$ als bestimmten Winkel annehmen. Die Beobachtung in B ergiebt noch, daß der zu beobachtende Winkel in der Region S. W. liegt. — Man sucht also in der Tafel die Tangente des Winkels von 4° 26′ 30″ = 38,77 auf; indem man nun den von 94° 26′ 30″ abgeschnittenen Rechten berücksichtigt, welcher $\delta''\varrho\alpha'$ ist, und das Quadrat $\delta'\delta''\varrho\alpha'$ zur Construction annimmt, trägt man 38,77 Meter von α' nach b und zieht BC parallel ϱb, welches den Winkel b$\varrho\delta''$ = 94° 26′ 30″ giebt. BC wird dann = 199,5 Meter gemacht.

Geht man nun zu dem Punct C, so hat man nach der directen und rückgängigen Beobachtung 34° 45′ für CD und nach der Beobachtung in C muß der Winkel in der Region N.W. construirt werden; man macht also bδ'' = tang. 34° 45′ = 346,86. Man zieht ferner CD parallel dϱ und macht sie gleich 98,9 Meter und so fort, wie Fig. 119 zu verfahren lehrt, um die übrigen Seiten des Polygons aufzutragen.

Sollten sich in den letzten Seiten des Polygons Differenzen finden, so sind die nöthigen Correctionen vorzunehmen (§. 109).

Dieses Verfahren läßt sich auch auf Vermessungen mit dem Graphometer anwenden; denn nachdem die rechtwinklichen Dreiecke wie für die Berechnungen (§. 111) angeordnet und die spitzen Winkel dieser Dreiecke aus den Polygonseiten abgeleitet sind, kann man diese Winkel als mit der Bussole gemessen betrachten und die Lage der Seiten mittelst der auf die Axe AO (Fig. 105) construirten Quadrate ausmitteln.

Die Berechnungen der rechtwinklichen Coordinaten finden sich durch die Beobachtungen mit der Bussole um alle die Ableitung von Winkeln, welche die Aufnahme mit dem Winkelmesser bedingt, vereinfacht; denn die spitzen Winkel der rechtwinklichen Dreiecke, mittelst welcher man die Bestimmung der Abscissen und Ordinaten erlangt, sind direct gegeben, nachdem man jedesmal alle rechte Winkel abgezogen hat, welche in den beobachteten Winkeln enthalten sind. Man hat gleichwohl einen vorläufigen Entwurf aufzustellen, um alle Resultate der Rechnung einzutragen. Die Procedur ist übrigens identisch mit der in (§. 123) erläuterten.

Wer sich in den Rechnungsarten die höchst nöthige Uebung verschaffen will, findet dazu die erforderlichen Elemente in dem Brouillon des Terrains, welche wir als Schema (§. 87) aufgestellt haben. Deren Resultate müssen mit denen stimmen, welche nachstehende Tabelle enthält:

Tabelle der rechtwinklichen Coordinaten zu dem Polygon (Figur 81).

Ecken	Abscissen.	Ordinaten	Region.	Bemerkungen.
A	574,9 Mr.	218,5 Mr.	S. O.	
B	551,9 „	308,5 „	N. O.	
C	353,2 „	293,1 „	id.	
D	299,7 „	376,2 „	id.	
E	82,0 „	242,5 „	id.	
F	0 0 „	0,0 „	—	Durchschn. d. Axen.
G	44,3 „	283,0 „	S. O.	
H	304,4 „	293,0 „	id.	
I	420,1 „	366,5 „	id.	

Die Uebung kann sich auch auf die mit ihren Maßen bezeichnete Figur 69 erstrecken.

120. — Das Auftragen der innern Details durch Rechnung. Es verbleibt uns noch die Erklärung, wie man bei dem Auftragen der Details im Innern verfährt, wenn die Polygonalseiten bereits in Grund gelegt sind.

Diese Details können auf zweierlei Art gemessen sein: mittelst gebrochener Linien, deren Winkel durch den Winkelmesser oder mit der Bussole beobachtet worden, oder nur mittelst Gerader und Diagonalen, deren Enden an die Linie des Polygons gebunden sind.

Die Vermessung der Details ist zugleich mit der Aufnahme des Umfanges des Ganzen erfolgt, aber diesen untergeordnet.

Wenn also die Lage der Polygonlinien festgestellt ist, so müssen sich alle inneren Distanzen genau einpassen. — Sie müssen jenen den Vortritt lassen, wenn sie mit ihren abhängigen Linien auf dem Plane differiren. Dieser Grundsatz ist jedoch nicht absolut, so fest er auch gehalten werden muß, wenn die äußeren Operationen keine Zweifel lassen und alle verlangte Garantien für die Genauigkeit bieten. Deßhalb müßen immer die Polygonlinien und deren Winkel besonders genau gemessen werden, damit man nicht genöthigt wird, auf sie wieder zurückzugehen. Wir fügen noch hinzu, daß viele Geometer die Messung der Linien in zwei Abtheilungen verrichten: die eine der Hauptfigur nach, die andere durch Messung der Ausbiegungen, von denen sie zuerst keine Notiz nahmen. Wir können dies Verfahren jedoch nicht empfehlen.

Wir nehmen zuerst die Seite **AB** (Fig. 104). Diese Seite wurde auf dem Felde 371,8 Meter gefunden; aber in Folge der Correctionen (§. 109) ist die Seite **AB** des Dreiecks **AbB**, welches zu Bestimmung der Coordinaten des Punctes **B** gebildet war, von 278,3 Met. des Rechnungsbefunds, nach erfolgter Correction auf 278,9 Meter; **Bb** desselben Dreiecks von 246,5 Met. auf 247 Meter festgestellt worden. Diese Seiten sind sonach länger geworden, folglich hat die Hypotenuse **AB** auf dem Plane eine größere Länge, als die Kettenmessung ergeben hat. Da nun durch Ausführung der Construction **AB** vergrößert worden, haben deren Theile demselben Gesetze gefolgt, und alle Maße auf dieser Linie müssen um eine, der Differenz proportionale, Größe geändert werden, die zwischen **AB** auf dem Plane und **AB** auf dem Felde Statt findet.

Um **AB** dem Plane nach kennen zu lernen, bedient man sich der trigonometrischen Formel (IV.). Wir haben zuerst:

$$\text{Tang. ABb} = \frac{\text{Ab}}{\text{Bb}};$$

dann finden wir AB durch

$$AB = \frac{Ab}{\text{Sin. } B};$$

also numerisch:

Winkel B,	Seite AB.
lg.278,9=2·4454485—	lg.Ab=2·4454485—
lg.246,5=2·3918169	lg S. 48°...=9·8746423—10
lg. tg. B=0·0536316+10	lg.AB=2·5708062
∟B=48° 31′ 40″	und AB=372,22 Meter.

Es stellt sich folglich AB = 372,22 Met. durch die Construction auf dem Plan heraus, und die Differenz mit dem Maß auf dem Felde ist 0,58 Meter, zwar eine zulässige Größe, die jedoch nicht einer Linie zugetheilt werden darf.

Nehmen wir an, daß bei der Messung von AB in Z angehalten worden, auf einer Distanz von A=217,8 Met. (Fig. 105). Um zu berechnen, welche Distanz dies auf dem Plan sei, hat man offenbar:

AB	:	AB	=	AZ	:	AZ
(des Feldes)		(des Planes)		(des Feldes)		(des Planes)

d. i. 371,8 : 372,3 = 217,8 : x

x = 218,1.

Es ist daher 218,1 Meter von A nach Z des Planes zu tragen, um in Z den Anknüpfungspunct zu erhalten.

Da man nun aus Z eine Linie nach der Ecke I gemessen und ZI = 1089,5 gefunden hat, so muß man, um die Correction für diese Transversale zu finden,

1) die Coordinaten für den Punct Z berechnen (die von I sind bereits bekannt);
2) die Länge von IZ des Plans suchen, wie oben für AB ausgeführt worden.

Man setzt also:

1) AB : AZ = Ab : Zt d. i. $372{,}3 : 218{,}1 = 278{,}9 : \overbrace{163{,}4}^{x}$

AB : AZ = Bb : At d. i. $372{,}3 : 218{,}1 = 247{,}0 : \overbrace{144{,}7}^{y}$

Es sind demnach die Coordinaten von Z

x = 163,4 Meter
y = 144,7 „

Um nun die Distanz ZI zu finden, bildet man das rechtwinkliche Dreieck ZrI, dessen Catheten Zr und rI gegeben sind durch Zt + iI und Ai + At, oder der Ordinate von Z + der Ordinate von I, und der Abscisse von I — der Abscisse von Z. Da die Coordinaten von I, $x = 1218{,}4$, $y = 122{,}3$ (§. 109) sind, hat man

$$\text{tg. } ZIr = 14^{0}\ 12'\ 10''$$
$$ZI = 1090{,}6 \text{ Meter.}$$

Es stellt sich sonach zwischen der Kettenmessung und dem Plan eine Differenz von 1090,8 — 1089,5 = 1,3 Meter heraus.

Wenn man mehre Anbindungen auf dieser Transversale gemessen hätte, so müßte für jede Anbindung verfahren werden, wie es für den Punct Z auf AB geschehen ist.

Wir haben die unbekannten Seiten des rechtwinklichen Dreiecks AZt durch Vergleichung mit dem Dreiecke ABb gefunden, sie lassen sich aber auch trigonometrisch durch die erste Formel berechnen. — Man befolgt diesen Weg gewöhnlich in der Praxis, besonders wenn mehre Anknüpfungspuncte auf derselben Richtlinie vorkommen. Beide Methoden führen auf gleiche Resultate. Da man sich eine Fertigkeit in dergleichen Rechnungen verschaffen muß, so wollen wir die weiteren Resultate angeben:

Vorausgesetzt, man habe bei der Messung von ZI in S (Fig. 105) angehalten und ZS = 601,4 Met. gefunden; desgleichen bei der Messung von ED für ET = 172,7 Met., so wird die Rechnung ergeben:

Coordinaten des Punctes S $\begin{cases} x = 745{,}8 \\ y = 2{,}7 \end{cases}$ rechter Hand von AO

Coordinaten des Punctes T $\begin{cases} x = 888{,}1 \\ y = 534{,}5 \end{cases}$ linker Hand von AO

der Richtwinkel von ST $= 14^{0}\ 50'\ 30''$

ST = 555,5 Meter.

Wenn man die Messungen auf dem Felde mit den Resultaten der Construction vergleicht, so kann man sich Rechenschaft über die Correctionen geben, welche man nach Maßgabe den Linien und Winkeln zu geben hat. Dies ist besonders nöthig, wenn die Maße auf dem Plan beigeschrieben werden sollen. Man schreibt daher bei AB 372,2 Met., anstatt 371,8; bei BC 415,4 Meter, statt

414,6 Met.; bei CD 149,1 Met., statt 148,8; bei DE 444,7 Met., statt 443,8 Met. ꝛc.

Und die Winkel werden

B = 145° 34′ 40″, anstatt 145° 31′
C = 74° 49′ 10″ „ 74° 48′ 40″
D = 88° 58′ 40″ „ 88° 57′ ꝛc.

Wollte man den Winkel DTS finden, den die Transversale TS mit der Seite DE des Polygons macht, so erhält man: das Complement des Richtwinkels TS = 75° 9′ 30″ — dem Richtwinkel DE = 21° 12′ 30″; also DTS = 53° 57′, und für den Winkel TSI = 75° 9′ 30″ + 14° 12′ 10″ = 89° 21′ 40″.

Wir haben hiermit gezeigt, wie man durch trigonometrische Rechnung alle in dem Innern eines Polygons vorkommende Operationen anzuschließen hat, und wie man durch Rechnung von den Ecken des Polygons auf die secondären Linien übergeht.

121. — Durch graphische Methoden. Es wird dem Leser nicht entgangen sein, daß die beschriebenen Methoden sehr umständlich sind. Daher ist es auch selten, daß man in der Praxis davon Gebrauch macht, wenn nicht ein hoher Grad von Genauigkeit erreicht werden soll.

Das gewöhnliche Verfahren ist einfach, kurz und genügt im Allgemeinen den Forderungen, die dem Geometer gestellt werden.

Man mißt auf dem Plan mit möglichster Genauigkeit die Distanz AB (Fig. 104 und 105) und vergleicht diese Messung mit der in dem Brouillon angegebenen Totallänge.

Man sucht die Correction, die auf 100 Meter der Linie zu machen ist, und trägt dann diese rectificirten 100 Meter so oft auf die Linie als sie darin enthalten sein können. Hierauf vervollständigt man die auf dieser Richtlinie gemessenen Einzelmaße, indem man das Fehlende an jedem Puncte der Hunderttheilung ansetzt. Nimmt man an, daß AB auf dem Maßstabe 372,3 Meter gefunden wäre, so beträgt die Differenz mit der Messung im Felde 0,5 Meter, und dieses auf 100 Meter vertheilt

$$371{,}8 : 0{,}5 = 100 : x \qquad x = 0{,}13 \text{ Meter,}$$

um soviel das Maß von 100 Meter vermehrt werden muß, so daß man 100 + 0,13 Meter vom Maßstabe zu nehmen und dreimal auf AB zu tragen hat. Man rechnet nun die Zwischenmaße von jedem der Theilpuncte aus, indem man von A nach B zu zählt, wenn auf dem Felde in dieser Richtung gemessen worden, und bestimmt so die Anknüpfungspuncte und die Fußpuncte der Senkrechten, die man zu Feststellung der Ausbiegungen der Grenze angeordnet hat. Es können hierbei kleine Abweichungen auf jedem Puncte der Eintheilung statt haben, welche man folgendermaßen compensirt:

Da die Länge von AB $= 371{,}8$ Meter, so wird der Theil von 71,8 nach der Correction $71{,}8 + \frac{(71{,}8 \times 0{,}13)}{100}$ $= 71{,}89$ oder kurz 71,9 Meter. Diese Länge trägt man auf AB von B nach q, folglich bleibt die Distanz Aq in drei Theile zu theilen, deren jeder $= 100 + 0{,}13$ Meter sein muß. Dieses Mittel beseitigt jede Irrung bei den Puncten der Theilung in 100. Man kann auch noch auf die Verlängerung von AB eine Größe Bp $= 400 - 371{,}8$ Meter $= 28{,}2$ Meter $= 28{,}2 + \frac{(28{,}2 \times 0{,}13)}{100} = 28{,}24$ Meter tragen und Ap zuerst in zwei, dann in 4 Theile zerlegen, die Operation ist so noch leichter.

Um auf AB eine Distanz AZ $= 218{,}1$ Meter zu tragen, darf man nur zwischen die zweite und dritte Abtheilung das Maß 18,1 Met. von dem Maßstabe setzen, wobei von dem zweiten Theilpuncte abgerechnet wird. — Dasselbe Verfahren beobachtet man mit allen Maßen, mit steter Berücksichtigung der auf der Richtlinie gemachten Correctionen.

Hat man gebrochene Linien, so sind die Correctionen etwas umständlicher; mit dem Verfahren (§. 105) gelangt man jedoch immer leicht zum Ziele.

Hätte man von dem Puncte S nach der Ecke L (Fig. 105) eine gebrochene Linie SUVRL vermessen und es träfe der Endpunct L bei'm Auftragen in L', statt in den Eckpunct des Polygons zu fallen, so ist sonach SL $=$ SL' $+$ LL' und man muß alle Theile der gebrochenen Linie so abändern, daß SL' $=$ SL wird.

Man sucht die Größe von SL und von LL', entweder durch Rechnung (§. 107 — 109) oder nur Messung mit dem Zirkel. Die Formel (§. 105) giebt die

Größe von jedem Theile der gebrochenen Linie, oder auch, wenn man nach dem vorhergehenden §. verfährt und setzt

$$SL : (SL - SL') = 100 : x;$$

Hieraus SU corrigirt $= SU + (SU \times x)$,

$SV \quad . \quad = SV + (UV \times x)$ 2c.

Nun construirt man die gebrochene Linie **SUVRL** von Neuem, theilt jeden einzelnen Theil nach Hunderten und construirt die Details mit Hülfe dieser Theilpuncte, wenn sich auf dieser Linie dergleichen vorfinden.

Im Allgemeinen lasse man sich ja nicht zu dem Glauben verleiden, daß dergleichen Correctionen immer zuläßsig sind. Sie sind ein nothwendiges Uebel, und man muß stets trachten, einen vollkommenen Schluß zu erlangen. Wenn auch diese Verfahrungsweisen die Differenzen aller Art schwächen, so vernichten sie doch die materiellen Fehler nicht, welche zu der Verwerfung eines Planes führen können.

122. — Vergleichung der Resultate, die durch Aufnahme mit dem Winkelmesser und desgleichen mit der Bussole erreicht worden. Wir müssen zum Schlusse dieses Abschnitts noch der vergleichenden Erfahrungen erwähnen, welche sich bei der Construction des Plans nach diesen verschiedenen Messungsarten herausstellen.

Die Operationen mit dem Winkelmesser sind unter einander verbunden und verketten sich dergestalt, daß wenn bei einem Winkel ein Fehler begangen wird, die Abirrung, die dadurch entsteht, nicht allein die einschließenden Seiten, sondern auch die folgenden berührt, so daß, je mehr man sich von dem Puncte entfernt, woran der Fehler haftet, die Abirrung sich mehr und mehr vergrößert.

Wenn wir durch **a** die Größe des bei einem Winkel begangenen Fehlers bezeichnen, und durch **D** den Abstand von irgend einer Ecke des Polygons, so hat man allgemein:

$$D \text{ Sin. } a.$$

Ist nun eine Folge von Linien **AB . . . F** (Fig. 120) und bei dem Winkel **VAB** ein Fehler von 5 Grad begangen worden, sei er positiv oder negativ, so wird bei'm Auftragen der Schenkel eine Richtung **AB'** bei kleinerem, und eine **AK** bei größerem Fehler nehmen, wovon wir hier **AB'** setzen.

Um den Winkel B aufzutragen, legt man die Base des Transporteurs an B′A, den Mittelpunct in B′; so wird BC die Stellung B′C′ einnehmen; die Differenz wird jedenfalls dieselbe oder annähernd sein, als wenn man AB und AB′ nach c und c′ verlängert hätte, damit Ac = AC und Ac′ = AC′ würde. Eine Ausnahme könnte nur Statt haben, wenn sich der Winkel B einem rechten näherte, wo die beiden Seiten Bb und Bb′ in einander fallen.

Construirt man einen Plan nach dem Verfahren (§. 98), so bedarf es nicht einmal eines Fehlers in der Größe der Winkel, um Abweichungen in der Raumfigur herbeizuführen; die Breite der Bleistiftlinien, das ungenaue Anlegen des Transporteurs an die Linien auf dem Papier reichen hin, die Lage der Richtlinien zu verschieben, ebenso wenn der Transporteur an eine sehr kurze Linie angelegt, oder diese bedeutend verlängert wird. — Von dem Allen tritt nichts ein, wenn man mit der Bussole operirt hat, weßhalb diese als ein vorzügliches Instrument, besonders bei Aufnahme von Polygonen erkannt werden muß. Wir brauchen nicht auf die Natur der, mit diesem Instrumente beobachteten Winkel zurückzugehen, schon das spricht dafür, daß jeder Winkel isolirt dasteht und daß die Lage einer Richtlinie unabhängig von der Lage der anstoßenden ist. Wenn man einen Fehler in der Beobachtung begangen hat, so steht er allerdings fest, aber er vergrößert sich nicht.

Angenommen, es sei ein Fehler im Ablesen eines der Richtwinkel bei einer Folge von Linien KLMNO (Fig. 121) und zwar in K begangen worden, der 5 Grad betrüge; denselben auf das Papier getragen, wird KL die Lage KL′ annehmen. Es ist aber der Richtwinkel LM aus den Schenkeln LM und dem Meridian Lδ gebildet und wird mittelst dieses Meridians aufgetragen; daher wird die falsche Lage von Lk nur den Einfluß haben, die Linie LM um eine Größe LL′ aus ihrer wahren Lage zu bringen, weil der in L′ gebildete Winkel δL′M′ gleich ist dem in L aufgetragenen δLM. — Der folgende Winkel, der die Lage von MN feststellt, ändert sich keineswegs und auch nicht der, welcher NO bestimmt, folglich sind die Geraden L′M′, M′N′, N′O′ beziehlich parallel den gleichnamigen LM, MN, NO.

Diese Resultate treten auffallender hervor, wenn man eine Vergleichung der Vermessung eines Polygons mit beiden Instrumenten, dem Winkelmesser und der Bussole, anstellt. Der Fehler, den wir oben angenommen haben und der im ersten Falle immer mehr zunimmt, wird auf den letzten Seiten des Polygons oder an den beiden Puncten des Schlusses so beträchtlich werden, daß alle Correctionsmittel versagen.

Ein Irrthum bei'm Kettenziehen bringt bei dem Auftragen des Plans nicht die Abweichung hervor, wie der bei Beobachtung eines Winkels; die Richtlinien werden verschoben, aber stets in paralleler Lage mit der, die ihnen eigentlich zukommt. Es ist demnach im Allgemeinen leicht, bei'm Mangel des Schlusses, namentlich wenn mit dem Winkelmesser operirt worden, die Natur des begangenen Fehlers in der Kettenmessung zu erkennen.

Fünftes Capitel.

Berechnungen der Flächen.

123. — Allgemeine Bemerkungen. — Der Zweck einer Vermessung ist gewöhnlich, den Rauminhalt einer Fläche zu bestimmen.

Diese Fläche kann entweder sofort auf dem Felde selbst, nach Ausmessung der Linien und Winkel, oder auf dem Zimmer nach dem Auftragen des Plans berechnet werden.

Die Methoden, den Arealgehalt zu bestimmen, sind zweierlei Art: die rein graphischen mit Hülfe des Lineals und des Zirkels und die durch Rechnung, wobei die Maße des Terrains als Hauptelemente auftreten.

Man hat eine Menge Formeln, durch welche man zur Kenntniß des Flächeninhaltes eines Polygons gelangt, theils in Functionen der Coordinaten der Ecken, theils in Functionen seiner Seiten und Winkel, theils endlich wenn das Vieleck durch Intersection vermessen worden ist. So elegant dergleichen Formeln auch gewöhnlich sind, so werden sie doch in der Praxis angewandt, weil wenig