

Vierter Abschnitt.

Die Dampfmaschinen.

Erstes Capitel.

V o n d e r W ä r m e .

§. 196. Wärme überhaupt. Nach der in früherer Zeit angenommenen sogenannten Emanationstheorie suchte man die Erscheinungen der Wärme durch das Vorhandensein einer äußerst feinen unwägbaren Materie, des Wärmestoffes, zu erklären, welcher alle Körper durchdringt und welcher durch die mehr oder minder große Menge, in welcher er in einem Körper vorhanden ist, die mehr oder minder hohe Temperatur desselben bestimmt. Von dieser Annahme eines solchen imponderablen Stoffes ist man in der neuern Zeit aus gewichtigen Gründen zurückgekommen, und man nimmt heute fast allgemein an, daß die Wärmereischeinungen ihren Grund nicht in einer besondern Materie, sondern in gewissen Bewegungen der kleinsten Theile der Körper haben, ein ähnliches Verhalten also stattfindet, wie dies für das Licht als unzweifelhaft angesehen werden muß. Zu dieser Ansicht veranlaßte hauptsächlich die in unzähligen Fällen, z. B. bei allen Stoßwirkungen, zu beobachtende Thatsache, daß durch die mechanische Arbeit, welche bewegte Körper vermöge ihrer lebendigen Kraft zu verrichten vermögen, Wärme erzeugt werden kann, sowie, daß andererseits die Wärme dazu dienen kann, Bewegung zu erzeugen, wie dies in allen Dampfmaschinen fortwährend geschieht. Diese gegenseitige Umsetzbarkeit von mechanischer Arbeit in Wärme und umgekehrt berechtigt zu der Annahme, daß diese beiden Dinge etwas Gleichartiges sein müssen. Dagegen führt die Annahme eines Wärmestoffes zu dem Schlusse, daß man durch mechanische Arbeit Materie erzeugen könne, sowie daß dieselbe durch Ausübung von Arbeit zerstört würde, was dem Grundsätze von der Erhaltung der Materie widerspräche, dem zufolge die in einem Systeme vorhandene Menge der Materie unzerstörbar ist

und unveränderlich dieselbe bleibt, welche Aenderungen man auch mit dem Systeme vornehmen möge. Aber nicht bloß die Möglichkeit der Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme und umgekehrt ist durch die Erfahrung festgestellt; aus vielfachen sehr verschiedenen Versuchen hat sich auch ergeben, daß durch ein bestimmtes Arbeitsquantum immer eine ganz bestimmte, stets gleiche Wärmemenge erzeugt wird, und daß eine gewisse Wärmemenge auch stets einen bestimmten, immer gleichen Betrag mechanischer Arbeit hervorzubringen vermag, so daß hiernach von einer Aequivalenz zwischen Wärme und mechanischer Arbeit gesprochen werden kann. Da endlich die in dieser Beziehung durch Versuche ermittelten Zahlenwerthe mit denjenigen fast genau übereinstimmen, zu welchen die Theorie unter der Annahme gelangt, daß die Wärme eine Art der Bewegung sei, so scheint diese letztere, in der neueren Zeit fast allgemein angenommene Ansicht eine unantastbare zu sein.)

In welcher Art man sich die der Wärme entsprechende Bewegung zu denken hat, darüber ist mit Bestimmtheit bis jetzt nichts zu sagen, und die Ansichten darüber schwanken. Meistentheils nimmt man nach dem Vorgange von Ampère u. A. an, die Körper beständen aus sehr kleinen, untheilbaren, durch verhältnißmäßig große Zwischenräume getrennten Theilchen, den Körperatomen, welche anziehend auf einander wirken und welche sich unter einander zu einzelnen Atomgruppen, den Molekülen verbinden können. Den Zwischenraum zwischen den Körperatomen denkt man sich mit einem äußerst feinen Stoffe, dem sogenannten Aether, erfüllt, dessen Atome auf einander abstoßend wirken, dagegen von den Körperatomen angezogen werden. Als die der Wärme entsprechende Bewegung denkt man sich eine schwingende, nur gehen die Ansichten darin aus einander, ob diese schwingende Bewegung den Körperatomen oder den Aethertheilchen zuzumessen sei. Auch über die Art der Bewegung bei festen, flüssigen und gasförmigen Körpern sind verschiedene Annahmen gemacht worden, so schwingen nach Clausius die Moleküle der festen Körper um gewisse Gleichgewichtslagen, während bei flüssigen Körpern eine schwingende, wälzende und fortschreitende Bewegung stattfindet, und bei den gasförmigen Körpern den Molekülen, welche dabei ganz aus dem Bereiche der gegenseitigen Anziehung gekommen sind, eine geradlinig fortschreitende Bewegung zuzuschreiben ist.

Es ist jedoch für die folgenden Untersuchungen nicht nöthig, über die Art der Wärmebewegung eine bestimmte Annahme zu machen, vielmehr genügt es, die Wärme überhaupt als eine Bewegung sich vorzustellen, deren Geschwindigkeit als ein Maß für die Temperatur, d. h. für die Intensität der Wärme des betrachteten Körpers anzusehen ist. Wenn dieser Körper unter dem Einflusse von Wärmestrahlen oder in leitender Berührung mit einem andern wärmern Körper seine Temperatur erhöht, so hat man sich zu denken, daß durch diese Einflüsse die Schwingungs-

geschwindigkeit der Körpertheile vergrößert wird, während ebenso eine Abgabe von Wärme durch Strahlung oder Leitung auf eine Verringerung der Schwingungsgeschwindigkeit, also auf eine Abnahme der vermöge der Wärmebewegung in dem Körper vorhandenen lebendigen Kraft zurückzuführen ist. Hiernach ist in jedem Körper eine bestimmte seiner Temperatur entsprechende mechanische Arbeit in Form der lebendigen Kraft seiner Schwingung angehäuft, und ein Körper würde absolut kalt, d. h. seine Temperatur Null zu nennen sein, wenn eine solche lebendige Kraft in ihm nicht vorhanden wäre. Solche Körper sind uns nicht bekannt, und daher sind wir auch nicht im Stande, die ganze in einem Körper angehäuften Arbeit zu bestimmen. Dies ist aber auch nicht nöthig, da es bei den für die Anwendung wichtigen Untersuchungen nur darauf ankommt, die Aenderungen kennen zu lernen, welchen der in einem Körper enthaltene Betrag der Wärme oder Arbeit unter gewissen Umständen ausgesetzt ist, wobei man von irgend einem willkürlich anzunehmenden Zustande des Körpers ausgeht.

§. 197. **Energie.** Man versteht unter der Energie eines Körpers seine Fähigkeit, mechanische Arbeit verrichten zu können, und betrachtet die Größe dieser möglichen Arbeitsleistung in Meterkilogrammen als das Maß für die Größe der Energie. Die Zustände, in welchen sich Körper befinden müssen, um Arbeit verrichten zu können, sind nun verschieden. Es ist zunächst nach dem Früheren klar, daß jedem Körper von der Masse m , welcher eine fortschreitende Bewegung mit der Geschwindigkeit v besitzt, eine lebendige Kraft, d. h. ein Arbeitsvermögen von der Größe $\frac{mv^2}{2}$ innewohnt, so daß also nach der obigen Definition die lebendige Kraft der Körper als eine besondere Form der Energie aufzufassen ist. Man bezeichnet diese Wirkungsfähigkeit in der Physik und Wärmelehre in der Regel als die actuelle oder kinetische Energie, welcher letztere Ausdruck auch im Folgenden gebraucht werden soll. Es ist selbstverständlich, daß ein Körper solche kinetische Energie auch besitzt vermöge einer andern als fortschreitenden, z. B. vermöge einer drehenden oder schwingenden Bewegung, und daß beim gleichzeitigen Vorhandensein mehrerer Bewegungen die in dem Körper aufgehäuften Energie gleich der Summe der diesen Einzelbewegungen zugehörigen Arbeitsfähigkeiten ist.

Außerdem kann aber ein Körper oder ein System von Körpern auch eine Arbeitsfähigkeit vermöge seiner räumlichen Lage gegen andere Körper besitzen, z. B. kann ein schwerer Gegenstand, etwa ein Stein vom Gewichte G , welcher sich in einer Höhe h über der Erdoberfläche befindet, beim Fallen vermöge seiner Schwere eine mechanische Arbeit gleich Gh verrichten. Diese Arbeit wird durch die zwischen dem Steine und der Erde wirksame Anziehungskraft

G verrichtet und es findet ein ähnliches Verhalten in Bezug auf eine in Spannung versetzte Uhrfeder statt, bei welcher durch die zwischen den einzelnen Theilchen vorhandenen Spannkraft eine Arbeitsleistung hervorgebracht werden kann. Es ist klar, daß, zuvörderst abgesehen von allen Nebenhindernissen, die von der Feder beim Zusammenziehen verrichtete Arbeit genau so groß ist, wie die zu ihrer Anspannung vorher aufgewendete, wie auch der Arbeitsbetrag des betrachteten Steines beim Fallen von der Höhe h gleich derjenigen mechanischen Arbeit ist, welche das Emporheben desselben auf dieselbe Höhe zuvor erforderte. In gleicher Art wie die Feder vermag auch eine bestimmte Menge comprimierter Luft bei ihrer Ausdehnung eine Wirkung zu äußern, welche der zur Compression erforderlich gewesen Arbeit gleich ist. In allen diesen Fällen wohnt also dem betreffenden Systeme vermöge seiner Lage oder vermöge der Lage seiner Theile zu einander die Fähigkeit inne, eine gewisse Arbeit zu leisten, und man nennt diese Wirkungsfähigkeit die Energie der Lage oder die potentielle Energie des Körpers im Gegensatz zu der kinetischen.

Es ist auch deutlich, daß die eine Art der Energie jeder Zeit in die andere verwandelt werden kann, denn so wie der von der Höhe h heruntergefallene Stein eine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ angenommen, also seine potentielle Energie in kinetische umgesetzt hat, ebenso vermag der mit der Geschwindigkeit v vertical aufwärts geworfene Stein sich selbst auf die Höhe $h = \frac{v^2}{2g}$ zu erheben. Eine derartig abwechselnde Umsetzung der einen Energie in die andere findet beispielsweise fortwährend bei einem schwingenden Pendel statt. Dasselbe hat in seiner tiefsten Lage vermöge der beim Fallen erlangten Geschwindigkeit nur kinetische Energie, welche nunmehr so lange zum Erheben des Pendels verwendet, also in potentielle Energie verwandelt wird, bis im höchsten Punkte die Geschwindigkeit aufgezehrt ist, wonach das Pendel beim darauf folgenden Fallen bis zum tiefsten Punkte seine potentielle Energie wieder in kinetische umsetzt. In jeder Lage des Pendels zwischen der tiefsten und der höchsten setzt sich seine ganze Energie aus zwei Theilen, einem kinetischen und einem potentiellen zusammen, und es ist leicht zu zeigen, daß die Summe dieser beiden Energien stets dieselbe GröÙe behält, vorausgesetzt, daß von Nebenhindernissen abgesehen wird. Ist nämlich auch hier das Gewicht des einfachen Pendels G und die Fallhöhe h , so besitzt das Pendel, nachdem es um die beliebige Höhe x gefallen ist, noch eine potentielle Energie $E_p = G(h - x)$, und vermöge der durch den Fall erlangten Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gx}$ wohnt ihm eine kinetische Energie

$$E_k = G \frac{v^2}{2g} = Gx$$

inne, so daß für jede beliebige Größe von x die Summe $E_p + E_k = Gh$ constant bleibt.

Hier mag auch, als ein Beispiel, die Wirkung des Wassers in den Turbinen angeführt werden. Während bei einer reinen Druckturbine das Wasser mit einer Geschwindigkeit in das Rad tritt, welche durch das ganze vorhandene Gefälle erzeugt wird, also lediglich vermöge seiner kinetischen Energie zur Wirkung kommt, setzt sich in den Reactionsturbinen die Energie des Wassers aus einem kinetischen und einem potentiellen Theile zusammen, welcher letztere dem Reactionsgefälle entspricht.

Nach der im vorhergehenden Paragraphen angeführten Auffassung der Wärme als eine Bewegung wird daher auch jeder Körper, wenn er selbst auch nicht in sichtbarer Bewegung sich befindet, vermöge seines Wärmeinhalts eine gewisse Energie besitzen, welche man seine innere Energie oder mit Zeuner seine innere Arbeit zu nennen pflegt. Auch in Bezug auf diese innere Arbeit kann man den Unterschied zwischen kinetischer und potentieller Energie festhalten, wie folgende Betrachtung ergibt. Denkt man sich einen Körper von bestimmter Temperatur, d. h. bestimmter Schwingungsgeschwindigkeit, und führt demselben Wärme zu, so bemerkt man im Allgemeinen zweierlei, nämlich eine Erhöhung der Temperatur und eine Volumenvergrößerung oder Ausdehnung. Während die Erhöhung der Temperatur als eine Vergrößerung der Schwingungsgeschwindigkeit, daher als eine Vermehrung der kinetischen Energie sich darstellt, ist bei der Volumenvergrößerung der gegenseitige Abstand der kleinsten Körpertheilchen von einander vergrößert worden. Da diese Theilchen mit gewissen anziehenden Kräften auf einander wirken, so ist zu dieser Entfernung eine gewisse mechanische Arbeit aufgewendet worden, in ähnlicher Art etwa, wie zum Anspannen einer Feder. Diese mechanische Arbeit wird daher nachher ebenso wie in der Feder in Form von potentieller Energie vorhanden sein, d. h. dieselbe kann auch wie diejenige der Feder wieder gewonnen werden, sobald man die Verhältnisse so gestaltet, daß die einzelnen Körpertheilchen wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückkehren können, d. h. sobald man durch Wärmeentziehung den ursprünglichen Zustand wieder herstellt. Besonders auffällig tritt die Verwendung der zugeführten Wärme zur Erzeugung von potentieller Energie auf bei der Verdampfung von Wasser oder anderen Flüssigkeiten. Wie in dem Folgenden noch näher angeführt wird, findet in einer siedenden Flüssigkeit trotz der lebhaftesten Wärmezufuhr eine Temperaturerhöhung so lange nicht statt, als noch ein Tropfen im flüssigen Zustande vorhanden ist, so daß also während des Siedens alle der Flüssigkeit zugeführte Wärme dazu verwendet wird, die Wassertheilchen von einander zu trennen und in Dampf zu verwandeln. Zu diesem Zwecke ist eine beträchtliche Arbeit erforderlich, welche sich aus zwei Theilen zusammensetzt. Der eine Theil wird dazu ver-

braucht, die anziehenden Kräfte zu überwinden, welche zwischen den einzelnen Wassertheilchen wirksam sind, und diese Arbeit ist offenbar in Form von potentieller Energie in dem gebildeten Dampfe enthalten, welche auch wieder und zwar in Form von Wärme gewonnen wird, sobald der Dampf sich wieder zu Flüssigkeit verdichtet. Ein zweiter Theil der mechanischen Arbeit, welche die zugeführte Wärme zu verrichten hat, wird zur Ueberwindung des äußern Druckes (etwa dem der Atmosphäre beim Kochen in offenen Gefäßen) verbraucht, welcher auf den verdampfenden Wassertheilchen lastet, und gegen welchen sich dieselben bei der Verdampfung Raum schaffen müssen. Dieser zweite Arbeitsbetrag, welchen man wohl die äußere Arbeit nennt, ist natürlich nicht mehr als Energie in dem gebildeten Dampfe vorhanden.

Nach dem Vorstehenden wird die einem beliebigen Körper zugeführte Wärme drei Wirkungen hervorbringen.

1. Die Temperatur oder die Schwingungsarbeit wird erhöht, etwa um ΔW , wenn mit W die ganze der Temperatur entsprechende kinetische Energie des Körpers vorgestellt wird.

2. In dem Körper wird eine potentielle Energie dadurch angesammelt, daß die zwischen den Atomen wirkenden Anziehungskräfte auf einem gewissen, der Ausdehnung entsprechenden Wege überwunden werden. Dieser Zuwachs an Energie sei mit ΔJ bezeichnet, wenn J die ganze in dem Körper vermöge der Lage der Atome zu einander vorhandene potentielle Energie bedeutet.

3. Es wird eine gewisse mechanische Arbeit ΔL bei Ueberwindung des äußern, auf den Körper wirkenden Druckes geleistet, indem dieser Druck auf einem der Volumenausdehnung entsprechenden Wege überwunden werden muß.

Die Summe der beiden in einem beliebigen Körper von bestimmter Temperatur enthaltenen Arbeiten W und J ist die innere Arbeit des Körpers, während die Summe der beiden Arbeiten $\Delta J + \Delta L$, welche zur Aenderung in der Anordnung der kleinsten Theile des Körpers nach dem Vorstehenden aufgewendet werden muß, von Clausius mit dem Namen der Disgregationsarbeit bezeichnet wird. Es mag hier noch bemerkt werden, daß bei der Zu- oder Abführung von Wärme in einem Körper je nach den Umständen entweder nur die Schwingungsarbeit W , oder nur die Disgregationsarbeit oder beide zugleich einer Aenderung unterworfen sein können, wie dies aus dem Folgenden noch deutlicher hervorgehen wird.

Die verschiedenen hier angeführten Formen der Energie lassen sich sämtlich in einander und in mechanische Arbeit umsetzen, und dasselbe gilt auch von den chemischen, elektrischen und magnetischen Erscheinungen, welche indeß hier als dem Zwecke des vorliegenden Buches fern liegend, nicht weiter in Betracht kommen. Vielfache Versuche haben ferner, wenigstens soweit die Wärme in Betracht kommt, ein ganz bestimmtes Verhältniß zwischen der erzeugten Wärme und der aufgewandten mechanischen Arbeit festgestellt, der-

art, daß ein bestimmter Betrag der einen Energie beim Verschwinden jedesmal einen ganz bestimmten Betrag der andern hervorruft, und wenn es bisher auch nicht gelungen ist, einen ebensolchen quantitativen Zusammenhang für die chemischen, elektrischen und magnetischen Wirkungen nachzuweisen, so ist es doch sehr wahrscheinlich, daß auch für diese die gedachte Gesetzmäßigkeit gilt. Denkt man sich daher irgend ein System von Körpern, welche unter sich in gegenseitiger Wechselwirkung sind, von außen dagegen weder Energie empfangen, noch solche nach außen abgeben, so muß man annehmen, daß bei der gedachten wechselseitigen Einwirkung der Systemtheile auf einander zwar die Energie derselben in mancherlei verschiedenen Formen auftreten kann, daß aber die Summe aller Energien des Systems, wenn man dieselben durch ein gemeinschaftliches Maß, etwa als mechanische Arbeit ausdrückt, immer denselben Werth behalten muß. Ebenso wie man in der Chemie annehmen muß, daß bei der Einwirkung verschiedener Substanzen auf einander zwar die Form der Materie veränderlich ist, die Menge derselben aber constant bleibt, ebenso hat man sich zu denken, daß durch die mechanische Einwirkung der Körper eines Systems Energie weder vernichtet noch neu erzeugt werden kann. Eine Vergrößerung oder Verminderung derselben kann nur durch äußere Einwirkungen hervorgerufen werden. Da das ganze Weltall als ein System aufzufassen ist, welches von außen weder etwas empfangen, noch dahin etwas abgeben kann, so drückt man das hier in Rede stehende Princip auch wohl so aus: „Die Energie des Weltalls ist constant“. Wenn bei allen uns bekannten Wechselwirkungen von Körpern auf einander, also vorzugsweise bei allen Maschinen, durch Reibung, Stoßwirkungen u. immer gewisse mechanische Arbeiten für den beabsichtigten Zweck der Maschinen verloren gehen, so sind damit doch keine wirklichen Verluste an Energie in dem vorstehenden Sinne verbunden, insofern die gedachten mechanischen Arbeiten nicht spurlos verschwinden, sondern immer in die ihnen äquivalenten Beträge von Wärme umgewandelt werden. Der obige, zuerst von Helmholtz ausgesprochene Grundsatz von der Erhaltung der Energie bildet die Grundlage der neuern Wärmetheorie. Ehe auf diese näher eingegangen werden soll, mögen indessen noch die hauptsächlichsten Wärmeerscheinungen einer Besprechung unterliegen.

§. 198. **Quecksilberthermometer.** Instrumente, welche die Intensität oder den Wärmegrad der Körper anzeigen, heißen *Thermometer*, und den Grad der Wärmeintensität oder Schwingungsgeschwindigkeit bezeichnet man mit dem Namen der *Temperatur*. Die Feststellung einer Stufenleiter oder *Scala* für die verschiedenen Grade der Wärme ist bei den gebräuchlichen Thermometern eine willkürliche, und erst die neuere Wärmetheorie hat die

Möglichkeit geboten, eine Temperaturscala von der Art anzugeben, daß nach derselben die einzelnen Grade der Temperatur eines Körpers proportional mit der Energie sind, welche dem Körper vermöge der in ihm enthaltenen Schwingungsgeschwindigkeit innewohnt.

Bei den gewöhnlichen Thermometern pflegt man bei der Feststellung des Maßstabes für die Temperatur die Ausdehnung von Körpern, insbesondere von Flüssigkeiten zu benutzen, wie sie erfahrungsmäßig durch die Wärme hervorgebracht wird, indem man die ziemlich willkürliche Annahme macht, daß diese Ausdehnung mit der Temperatur der Körper proportional vor sich

Fig. 425.



gehe. Nun gibt es in der Natur gewisse Zustände von Körpern, welche sich durch constante Temperaturen auszeichnen, so namentlich die Zustände des Schmelzens fester und des Verdampfens flüssiger Körper. Solche Zustände benutzt man bei der Herstellung von Thermometern zur Feststellung gewisser Fixpunkte der Thermometerscalen und theilt das Intervall zwischen den Temperaturen zweier solcher Zustände nach der angeführten Annahme der proportionalen Ausdehnung in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile oder Grade. Insbesondere pflegt man die erfahrungsmäßig constante Temperatur, welche schmelzendes Eis annimmt, so lange dasselbe noch nicht vollständig in Wasser verwandelt ist, als den Nullpunkt der Thermometerscalen anzunehmen, während ein zweiter Fixpunkt derjenigen, ebenfalls constanten, Temperatur entspricht, welche das Wasser während seiner Verdampfung unter einem bestimmten Atmosphärendrucke so lange behält, bis der letzte Tropfen Wasser verdampft ist.

Das wichtigste und gewöhnlich gebrauchte Thermometer ist das Quecksilberthermometer. Dasselbe besteht in einer engen, sich in einer größern Hohlkugel oder einem weitem Gefäße A endigenden, zum Theil mit Quecksilber angefüllten Glasröhre AB, Fig. 425, und ist verbunden mit einer längs der Röhrenaxe hinlaufenden Scala. Bringt man das Gefäß dieses Instrumentes mit dem Körper, dessen Temperatur man ermitteln will, in Berührung, so nimmt das Quecksilber in demselben nach einiger Zeit die Temperatur dieses Körpers an und es wird die dadurch hervorgebrachte Volumenveränderung des Quecksilbers durch den Stand desselben in der Röhre angezeigt. Damit nun aber alle Thermometer unter sich übereinstimmen, d. i. bei einem und demselben Wärmezustande auch einerlei Temperatur anzeigen, ist es nöthig, ihren Scalen eine solche Ausdehnung und Eintheilung zu geben, daß je zwei gleichbenannte Punkte derselben zwei bestimmten Temperaturen entsprechen. Gewöhnlich bedient man sich, wie erwähnt, bei Graduierung der Scala der Temperaturen des ge-

frierenden und des siedenden Wassers, und bezeichnet die entsprechenden festen Punkte, bis zu welchen die Quecksilbersäule in der Glasröhre bei dem einen oder andern Wärmezustande reicht, durch Frostpunkt und Siedepunkt. Bei Ausmittlung dieser Punkte bringt man das Thermometer erst in schmelzendes Eis und dann in sich ununterbrochen aus kochendem Wasser bildenden und nach oben abströmenden Wasserdampf. Der Siedepunkt hängt übrigens auch noch von der Stärke des Luftdruckes oder vom Barometerstande ab, weshalb denn auch bei seiner Bestimmung noch auf diesen mit Rücksicht zu nehmen ist. Man ist übereingekommen, den Siedepunkt bei dem Barometerstande von 28 Pariser Zoll = 336 Linien, oder bei dem von 0,76 Meter = 336,9 Linien zu bestimmen, bezw. nach einer weiter unten zu gebenden Regel auf diesen Barometerstand zu reduciren.

Den Abstand (Fundamentalabstand) zwischen dem Frost- und Siedepunkte theilt man in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, und durch Antragen dieser Theile unterhalb des Frost- und oberhalb des Siedepunktes verlängert man noch die Scala so viel wie möglich.

Die Centesimaltheilung, bei welcher der Fundamentalabstand in hundert Theile oder Grade getheilt wird, ist jedenfalls die einfachste und soll im Folgenden immer zu Grunde gelegt werden, doch bedient man sich sehr oft noch der Réaumur'schen Eintheilung in 80 Grade, und in England der Fahrenheit'schen Eintheilung in 180 Grade oder vielmehr in 212 Grade, bei welcher letzteren übrigens der Nullpunkt noch um 32 unterhalb des Gefrierpunktes angesetzt wird, so daß dem Siedepunkte bei diesem Thermometer eine Temperatur von $180 + 32 = 212^\circ$ entspricht.

Specielle Anleitung zur Anfertigung von Thermometern geben die größeren Werke über Physik, z. B. Müller's Lehrbuch der Physik und Meteorologie, Band II, sowie Wüllner's Lehrbuch der Experimentalphysik.

Tabellen zur Verwandlung der Centesimal-, Réaumur'schen und Fahrenheit'schen Grade unter einander enthält der „Ingenieur“. Hier folgen nur die dazu nöthigen Formeln. t_1 Centesimalgrade entsprechen $\frac{4}{5}t_1$ Réaumur'schen oder $\frac{9}{5}t_1 + 32^\circ$ Fahrenheit'schen Graden. Dagegen t_2 Réaumur'sche Grade geben $\frac{5}{4}t_2$ Centesimal- oder $\frac{9}{4}t_2 + 32^\circ$ Fahrenheit'sche Grade. Endlich sind t_3 Fahrenheit'sche Grade gleich $\frac{5}{9}(t_3 - 32^\circ)$ Centesimal- gleich $\frac{4}{9}(t_3 - 32^\circ)$ Réaumur'schen Graden.

Zur Unterscheidung der oberhalb des Gefrierpunktes gelegenen Scalentheilen von den unterhalb desselben angebrachten bezeichnet man die ersteren als positive, die letzteren als negative Grade. Es ist selbstverständlich, daß von einer negativen Wärme nicht die Rede sein kann, und daß der Nullpunkt der Scala keineswegs den Zustand der Körper bezeichnet, in welchem in denselben gar keine Wärme vorhanden ist. Ein solcher Zustand, welcher dem absoluten Nullpunkte der Temperatur entspricht, ist uns bei keinem Körper bekannt und wird sich auch wohl in Wirklichkeit niemals darstellen lassen. Daß der im gewöhnlichen Leben gebräuchliche Ausdruck Kälte nicht einen Gegensatz zu Wärme, sondern nur einen geringeren Grad derselben bezeichnet, bedarf hiernach kaum der Erwähnung.

Pyrometer. Das Quecksilber gefriert oder geht in den festen Zustand §. 199. über, wenn es einer Temperatur von -40° ausgesetzt ist, und siedet, d. i. nimmt die Dampfform oder einen elastischflüssigen Zustand an, wenn seine Temperatur bis $+400^{\circ}$ gestiegen ist. Aus diesem Grunde, und da überdies die Wärmeausdehnungen nahe bei den Wechsellagen der Aggregatzustände sehr unregelmäßig sind, kann man denn auch durch Quecksilberthermometer nur Temperaturen von -36° bis 360° mit hinreichender Sicherheit beobachten. Um aber Temperaturen über diese Grenzen hinaus angeben zu können, wendet man in dem einen Falle Weingeistthermometer, in dem andern sogenannte Pyrometer an. Letzterer bedient man sich zumal zur Ausmittelung der Temperatur in Feuerherden, Schmelzöfen u. s. w. Von ihnen ist noch in Folgendem die Rede.

Das einfachste Mittel, hohe Temperaturen zu messen, besteht in der Vergleichung der Längen, welche ein und derselbe Metallstab bei verschiedenen Temperaturen annimmt. Da die Wärmeausdehnungen fester Körper nicht sehr groß sind, so wendet man hierbei besondere Mittel, namentlich ungleich-

Fig. 426.



armige Hebel an, welche die Ausdehnung vergrößert angeben, um den erwünschten Grad von Genauigkeit zu erhalten. Uebrigens bietet die Construction eines brauchbaren Metallpyrometers noch besondere Schwierigkeiten dar, weil es in den meisten Fällen nicht möglich ist, durch diese Instrumente die Wirkungen der Wärme unmittelbar, nämlich im Feuerraum selbst, zu beobachten, und weil sich diese Wirkungen auf alle Theile des Instrumentes, also nicht allein auf den Metallstab, sondern auch auf dessen Lager und auf den Maßstab erstrecken. Alle bis jetzt in Vorschlag und zur Anwendung gekommenen Metallpyrometer sind daher auch mit größeren oder kleineren

Unvollkommenheiten behaftet. Eins der vorzüglichsten, wiewohl auch eins der kostbarsten Instrumente dieser Art ist das Pyrometer von Daniell (s. Gehler's physik. Wörterbuch, Artikel „Pyrometer“). Die Idee, welche einem solchen Instrumente zu Grunde liegt, ist folgende. *AB*, Fig. 426, ist eine hohle Graphitröhre, *CD* ein darin eingesehter Platin- oder anderer Metallstab, und *E* ein diesen bedeckender kurzer Porzellanzylinder, welcher ziemlich scharf an die Röhrenwand anschließt. Wenn man nun diesen Apparat in den Feuerraum bringt, so wird das Porzellanzstück *E* in Folge der Ausdehnung der Platinstange ein Stück auswärts geschoben, und wenn man später den Apparat wieder aus dem Feuer genommen und ihn hat abkühlen lassen, so wird die Verschiebung des von der Graphitröhre zurückgehaltenen Porzellanzylinders die stattgehabte Ausdehnung der Platinstange und dadurch mittelbar den Hitzeegrad anzeigen. Zur genauen Ausmessung

dieser Verschiebung dient noch ein Fühlhebelapparat, den man vor und nach dem Einlegen in das Feuer an *AD* anlegt.

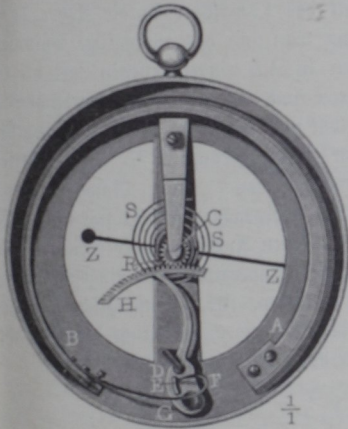
Die Pyrometer von Guyton de Morveau, von Brogniart, Peterfen, Neumann u. s. w. haben mehr oder weniger Aehnlichkeit mit dem Daniell'schen Pyrometer. (S. Gehler's physik. Wörterbuch, Band VII.)

Ein bekanntes Hülfsmittel zur Bestimmung hoher Hitzegrade ist auch das Pyrometer von Wedgwood. Man wendet dasselbe wegen seiner Einfachheit noch oft an, wiewohl es ein sehr unvollkommenes Instrument ist. Es werden hierzu kleine Regal oder Cylinder aus Porzellan- oder Töpferthon verwendet und diese vor dem Gebrauche bis zur angehenden Rothglühhitze getrocknet und dann ausgemessen. Um nun den Hitzegrad in einem Feuerherde zu messen, bringt man einen oder mehrere solcher Thonkörper in denselben und läßt sie darin einige Zeit liegen, damit sie die Temperatur des Raumes, in welchem sie sich befinden, vollkommen annehmen können. Hierbei schwindet ein solcher Körper bedeutend zusammen und bleibt auch dann noch zusammengezogen, wenn er sich wieder abgekühlt hat, und zwar um so mehr, je größer die Hitze ist, welcher er ausgesetzt war. Wenn man den Durchmesser dieses Körpers vor und nach der Erhitzung mißt, so kann man dessen Zusammenziehung berechnen und diese als das Maß der Hitze ansehen. Um aber diese Messung bequem und genau auszuführen, wird ein das eigentliche Pyrometer ausmachender Maßstab angewendet, der im Wesentlichen aus zwei convergent laufenden und auf eine Platte aufgelötheten, mit einer Eintheilung versehenen Metallstäben besteht. Wird nun der Thonkegel zwischen diese Stäbe geschoben, so läßt sich seine Dicke an den Eintheilungen derselben ablesen. Man findet diese Thermometer in der Regel in 240 Theile oder Grade getheilt, setzt Null Grad Wedgwood = $1077\frac{1}{2}^{\circ}$ F.; und jeden Grad W. = 130° F., also z. B. 20° W. = $1077\frac{1}{2}^{\circ} + 20 \cdot 130^{\circ} = 3677\frac{1}{2}^{\circ}$ F. Die Mängel dieses Instrumentes rügt besonders Guyton de Morveau; auch ist nach diesem Null des Wedgwood'schen Instrumentes nicht $1077\frac{1}{2}^{\circ}$ F., sondern 510° F., und jeder Grad desselben nicht 130° F., sondern $61,2^{\circ}$ F.

§. 200. Metall-Thermometer. Die gewöhnlichen Metall-Thermometer oder Pyrometer für mittelhohe Temperaturen bestehen in einer Verbindung von zwei Metallstäben von sehr verschiedenen Wärmeausdehnungen, z. B. von einem Messing- und einem Eisenstabe, oder einem Platin- und einem Gold- oder Silberstreifen u. s. w. Liegen nun diese Stäbchen auf einander und sind sie an einem Ende fest mit einander verbunden, so kann man an den anderen Enden die Differenz der Ausdehnungen beider beobachten und hieraus wieder die entsprechende Temperatur berechnen. Zu diesem Zwecke erhält aber das Ende der einen Stange eine einfache Eintheilung und das andere einen dieser entsprechenden Vernier. Solche zuerst von Vorda in Anwendung gebrachte Thermometer fallen jedoch, wenn sie hinreichend genau sein sollen, zu groß aus, um dadurch die Temperatur in kleinen Räumen bestimmen zu können. In neuerer Zeit löthet oder nietet man aber diese Streifen zusammen, so daß sie sich nicht an einander verschieben können, sondern eine Krümmung annehmen oder ihre Krümmung vergrößern, wenn sie in eine höhere Temperatur übergehen.

Das Breguet'sche Thermometer besteht aus drei spiralförmig gewundenen Metallstreifen von Platin, Silber und Gold, wovon das letztere als Bindemittel der beiden ersteren dient. Das sogenannte Quadrantenthermometer, welches in Fig. 427 abgebildet ist, besteht in einer, aus

Fig. 427.



einem äußern Stahl- und einem innern Kupferstreifen zusammengesetzten krummen Feder, welche bei *A* auf dem taschenuhrförmigen Gehäuse fest sitzt und mit seinem Ende *B* mittelst einer Feder *BF* gegen eine Nase *E* drückt. Die letztere ist an einem ungleicharmigen, um *D* drehbaren Hebel befindlich, welcher mittelst des gezahnten Bogens *H* und des kleinen Zahngetriebes *R* den Zeiger *Z* bewegt, so daß dessen Spitze auf einem Zifferblatte durch den Ausschlag die Temperatur anzeigt. Wenn sich bei Zunahme der Wärme der innere Kupferstreifen mehr streckt

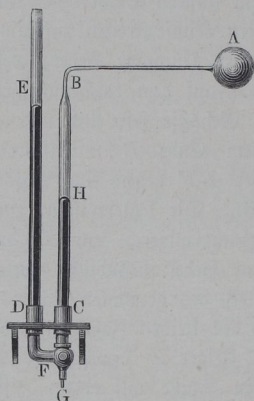
als der äußere Stahlstreifen, so öffnet sich die Feder *AB*, wodurch das Ende *B* derselben den Arm *DE* in der Richtung *DB* anzieht, und es rückt der Zeiger *CZ* um einen gewissen Bogen weiter, den man auf dem Zifferblatte ablesen kann. Eine Spiralfeder *SS* bewegt den Zeiger in umgekehrter Richtung, wenn sich die Feder in Folge einer Temperaturerniedrigung wieder schließt.

Anmerkung. Holzmann's Metallthermometer weicht im Wesentlichen nicht ab von dem oben beschriebenen Quadrantenthermometer (s. Anfangsgründe der Physik von Scholz, §. 294). Dehsele's Metallthermometer besteht aus einer spiralförmig gewundenen Thermometerfeder, welche aus Stahl- und Messingstreifen zusammengesetzt ist. Es sitzt hier das äußere Ende der Feder am Gehäuse fest, und das innere Ende derselben setzt den Zeiger mittelst einer stehenden Welle in Bewegung (s. Dingler's Journal, Band LX).

Luftpyrometer. Endlich hat man auch Luftpyrometer zur Messung §. 201. hoher Temperaturen in Anwendung gebracht. Dieselben bestehen der Hauptsache nach aus einer hohlen Platinkugel *A* und einer engeren Röhre *AB*, Fig. 428 (a. f. S.), aus zwei mit einander communicirenden weiteren Röhren *BC* und *DE*, und aus einer messingenen Fassung *CFD* mit einem Hahn, wodurch nicht allein die Communication dieser Röhren mit einander, sondern auch die mit einem Ausflußröhrchen *G* nach Belieben hergestellt und auf-

gehoben werden kann. Beim Gebrauche sind A und AB mit Luft und BFE mit Quecksilber angefüllt, und es wird A in den Feuerraum gebracht, dessen Temperatur ermittelt werden soll. Zufolge der Erwärmung der in AB eingeschlossenen Luft dehnt sich dieselbe aus, nimmt nun in der Röhre BC einen Raum BH ein, und drückt das Quecksilber in die Röhre DE .

Fig. 428.



Kennt man nun das anfängliche Volumen V der in AB eingeschlossenen Luft bei 0° Wärme und bei dem Barometerstande b und hat man die durch die Erwärmung bewirkte Vergrößerung $BH = V_1$ dieser Luftmenge, sowie ihren Manometerstand $EH = h$ beobachtet, so läßt sich mit Hülfe des bekannten Ausdehnungscoefficienten der Luft die Temperatur t der eingeschlossenen Luft berechnen. Ist die anfängliche Dichtigkeit derselben $= \gamma$, so beträgt das Gewicht dieser Luftmenge:

$$V\gamma = \left(\frac{V}{1 + \alpha t} + V_1 \right) \frac{b + h}{b} \gamma \text{ (s. Thl. I);}$$

es ist sonach

$$\frac{bV}{b + h} = \frac{V}{1 + \alpha t} + V_1,$$

und es folgt daher die gesuchte Temperatur des Heizraumes:

$$t = \frac{1}{\alpha} \frac{Vh + V_1(b + h)}{Vb - V_1(b + h)}.$$

Wenn man durch das Mundstück G so viel Quecksilber abläßt, bis die Quecksilbersäulen in BC und DE gleich hoch ausfallen, so kann man $h = \text{Null}$ und folglich

$$t = \frac{1}{\alpha} \frac{V_1}{V - V_1}$$

setzen.

Wenn man hingegen in G so viel Quecksilber zuleitet, daß das Quecksilber BC bei der Erhitzung von A auf derselben Höhe stehen bleibt, und folglich hierbei die Luft gar keine Ausdehnung erleidet, so ist $V_1 = 0$, und daher

$$t = \frac{1}{\alpha} \frac{h}{b}$$

zu setzen.

Bei dem Pyrometer von Pouillet wird das erstere und bei dem von Regnault das zweite Verfahren angewendet. S. Mémoires de l'Acadé-

mie royale des sciences de l'Institut de France, Tome XXI, 1847. Im Auszug: Formules, Tables etc. par Claudel, Paris 1854. Ueber Regnault's Gasthermometer, s. Annales de chimie et physique. Sept. 1861, auch Dingler's Journal, Band 162.

Anmerkung. Um das Instrument gegen die Wärme zu schützen, stellt man es vor einem hölzernen Schirme auf, und um die ausgetretene Luft abzukühlen und auf einer constanten Temperatur zu erhalten, kann man noch die Röhre *BC* von kochendem Schwefeläther oder Spiritus u. s. w. umspielen lassen.

Um ferner bei hohen Temperaturen keine zu große Spannungen zu erhalten, kann man das Reservoir mit verdünnter Luft anfüllen und zu diesem Zwecke *AB* mit einer Luftpumpe in Verbindung setzen. Uebrigens ist die Luft in *A* vor dem Gebrauche durch Chlorcalcium gehörig zu trocknen.

Die Anwendung der gefundenen Formel erfordert noch einige Ergänzungen und Correctionen wegen der Ausdehnung der Gefäßwand, wegen der Veränderlichkeit des Barometerstandes, sowie der Temperatur in *BC* u. s. w.

Längenausdehnung. Mit wenigen Ausnahmen dehnen sich alle §. 202. Körper aus, wenn sie in eine höhere Temperatur übergehen, und nehmen auch wieder an Volumen ab, wenn sie an Wärme verlieren. Jedoch ist diese Volumenveränderung bei verschiedenen Körpern sehr verschieden und meist auch nur bei mäßigen Temperaturen von 0 bis 100° der Wärmezunahme oder Abnahme proportional. Bei höheren Temperaturen fallen die Ausdehnungen verhältnißmäßig größer aus als bei niedrigen Temperaturen, zumal wenn sich die Körper im festen Zustande befinden. Wir können bei den Wärmeausdehnungen Längen-, Flächen- und Raum- oder Volumenausdehnung unterscheiden, je nachdem wir nur auf die Veränderung der Längendimension, oder auf die Veränderung der Längen- und Breitendimension, oder auf die Veränderung des ganzen Volumens oder aller drei Raumdimensionen Rücksicht nehmen.

Die lineare oder Längenausdehnung kommt vorzüglich nur bei festen Körpern, zumal bei Stäben, Stangen, Balken u. s. w. in Betracht. Lavoisier und Laplace haben die Längenausdehnungen verschiedener Körper unmittelbar beobachtet, Dulong und Petit aber haben erst die Volumenausdehnungen gemessen und hieraus die Längenausdehnungen berechnet. Die Abweichungen in den Resultaten beider Untersuchungen sind unbedeutend. In folgender Tabelle sind die Längenausdehnungen der in der Technik am häufigsten vorkommenden Körper angegeben.

Es ist die Längenzunahme für

die Gegenstände	Wärmezunahme	in gewöhnl. Brüchen	in Decimalbrüchen	Beobachter
Platin	0 bis 100°	$\frac{1}{1167}$	0,00085655	Borda
"	0 " 100°	$\frac{1}{1131}$	0,00088420	Dulong und Petit
"	0 " 300°	$\frac{1}{363}$	0,00275482	" " "
Glas	0 " 100°	$\frac{1}{1161}$	0,00086133	" " "
"	0 " 200°	$\frac{1}{454}$	0,00184502	" " "
"	0 " 300°	$\frac{1}{329}$	0,00303252	" " "
Stahl, ungehärtet .	0 " 100°	$\frac{1}{927}$	0,00107880	Lavoisier u. Laplace
" gehärtet . . .	0 " 100°	$\frac{1}{807}$	0,00123956	" " "
Gußeisen	0 " 100°	$\frac{1}{901}$	0,00111000	Roy
Stabeisen	0 " 100°	$\frac{1}{846}$	0,00118210	Dulong und Petit
"	0 " 300°	$\frac{1}{227}$	0,00440528	" " "
Gold	0 " 100°	$\frac{1}{682}$	0,00146606	Lavoisier u. Laplace
Kupfer	0 " 100°	$\frac{1}{582}$	0,00171820	Dulong und Petit
"	0 " 300°	$\frac{1}{177}$	0,00564972	" " "
Messing	0 " 100°	$\frac{1}{535}$	0,00186760	Lavoisier u. Laplace
Silber	0 " 100°	$\frac{1}{524}$	0,00190974	" " "
Blei	0 " 100°	$\frac{1}{351}$	0,00284836	" " "
Zink	0 " 100°	$\frac{1}{340}$	0,00294167	Smeaton

Von den hier angeführten Körpern hat, wie man sieht, Platin und nächst dem das Glas die kleinste, Blei und Zink aber die größte Längenausdehnung; es ist die letztere über dreimal so groß als die erstere. Auch ersieht man aus den Angaben von Dulong und Petit, daß die Ausdehnung der Metalle sowie des Glases bei hohen Wärmegraden verhältnißmäßig stärker zunimmt, als die Wärme.

Ein Glasstab wird hiernach bei 0 bis 100° Wärmezunahme um 0,00086133, bei 100 bis 200° aber um 0,00098369 und bei 200 bis 300° um 0,00118750 länger.

§. 203. Ausdehnungscoefficienten. Nehmen wir an, daß die Ausdehnung mit der Wärme gleichmäßig wachse, so können wir sehr leicht aus den oben mitgetheilten Resultaten die Ausdehnungscoefficienten, d. h. die ver-

hältnißmäßigen Längenzunahmen bei jedem Grad Temperaturerhöhung, berechnen. So ist z. B. für Gußeisen der Ausdehnungscoefficient:

$$\alpha = 0,00111 : 100 = 0,0000111,$$

für Messing hingegen:

$$\alpha = 0,0018676 : 100 = 0,000018676 \text{ u. f. w.}$$

Bessel und Baeyer fanden für Temperaturen von 3 bis 17° R. bei der Prüfung von Meßstäben

für den Eisenstab $\alpha = 0,0000148505,$

und für den Zinkstab $\alpha = 0,0000416372,$

dagegen fand später Baeyer bei Temperaturen von 7 bis 23° R.

für den ersten Stab $\alpha = 0,000014165,$

und für den zweiten Stab $\alpha = 0,0000402342.$

An dem spanischen Basismeßapparat, welchen der Mechanicus Brunner in Paris construirt hat, ist gefunden worden bei Temperaturen von 7 bis 40³/₄°

für den Platinstab $\alpha = 0,0000090167,$

und für den Messingstab $\alpha = 0,0000189841.$

Siehe *Experiencias hechas con El Aparato de Medir Bases*. Madrid 1859.

Ist die Länge eines Stabes bei 0° Temperatur l_0 , so ergibt sich dieselbe bei t_1 ° Temperatur:

$$l_1 = l_0 + \alpha t_1 \cdot l_0 = (1 + \alpha t_1) l_0,$$

und bei t_2 ° Temperatur:

$$l_2 = (1 + \alpha t_2) l_0,$$

daher ist auch das Längenverhältniß eines und desselben Stabes bei den Temperaturen t_1 und t_2 :

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \text{ und } l_2 = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} l_1 \dots \dots (1)$$

wofür, wegen der Kleinheit von αt_1 und αt_2 , annähernd

$$l_2 = [1 + \alpha (t_2 - t_1)] l_1 \dots \dots \dots (1^a)$$

gesetzt werden kann.

Diese Formel setzt uns in den Stand, die Länge eines Stabes von einer Temperatur t_1 auf eine andere t_2 zu reduciren, oder die Längen l_1 und l_2 eines und desselben Körpers bei verschiedenen Temperaturen mit einander zu vergleichen.

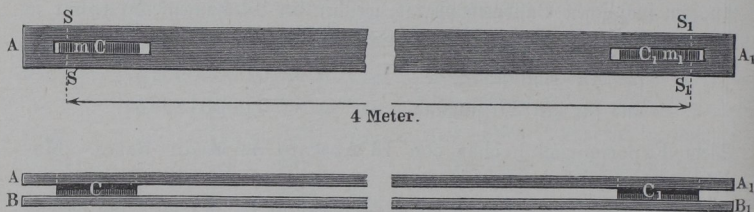
Der Meßstab der spanischen Gradmessung besteht aus einem Platinstabe AA , Fig. 429 (a. f. S.), und einem Messingstabe BB ; beide reichlich

4 m lang, 21 mm breit und 5 mm dick. Die mit dem Messingstabe fest verbundenen Platinansätze C, C_1 greifen zwar in entsprechende Ausschnitte des Platinstabes ein, sind aber darin noch auf eine kleine Länge verschiebbar. Sowohl die Enden von A als auch die gedachten Ansätze C sind mit Eintheilungen versehen, auf welchen mittelst Mikrometer die Abstände zwischen den Nullstrichen S, S_1 des Platinmeßstabes und den Nullstrichen m, m_1 auf den Ansätzen des Messingstabes abgelesen werden können.

Fallen die Striche S und m , sowie S_1 und m_1 bei einer gewissen Temperatur t zusammen, so möge die gemeinschaftliche Länge beider Stäbe $SS_1 = mm_1 = l$ sein.

Wird die Temperatur eine andere, t_1 , so geht die Länge SS_1 des Platinstabes AA_1 in $l_1 = l - \alpha_1 (t - t_1) l$, sowie die Länge mm_1 des Messingstabes BB_1 in $l_2 = l - \alpha_2 (t - t_1) l$ über, vorausgesetzt, daß

Fig. 429.



α_1 der Ausdehnungscoefficient des Platins und α_2 der des Messings ist. Durch Subtraction erhält man nun die Verkürzung des Messingstabes im Vergleich zum Platinstabe:

$$a = l_1 - l_2 = (\alpha_2 - \alpha_1) (t - t_1) l.$$

Wenn man die Abstände zwischen m und S , sowie zwischen m_1 und s_1 beobachtet und deren Summe a bestimmt hat, so kann man nun nach dieser Formel den Temperaturunterschied $t - t_1 = \frac{a}{(\alpha_2 - \alpha_1) l}$ berechnen, und es ist schließlich das Längenmaß SS_1 des Platinstabes auf t Grad Wärme reducirt:

$$l_1 = [1 - \alpha_1 (t - t_1)] l = \left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \frac{a}{l}\right) l,$$

sowie die Reduction selbst:

$$l_1 - l = - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} a \dots \dots \dots (2)$$

zu setzen. Für $\alpha_1 = 0,0000090167$ und $\alpha_2 = 0,0000189841$ hat man daher $l_1 - l = 0,90463 a$.

Compensationspendel. Eine vorzügliche Anwendung dieser Lehren §. 204. gewährt die Construction der sogenannten Compensationspendel, welche aus Körpern von verschiedenen Ausdehnungsverhältnissen so zusammengesetzt sind, daß sie ihre Länge nicht ändern, wenn ihre Temperatur eine andere wird. Da die Schwingungszeit eines Pendels von der Länge desselben abhängt (s. Thl. I), so ist die Anwendung der Compensationspendel bei Uhren von großer Wichtigkeit. Die einfachsten Pendel dieser Art sind mit einer aus zwei Metallstreifen zusammengelötheten Thermometerfeder ABA , Fig. 430, welche an ihren Enden kleine Kugeln trägt, ausgerüstet. Ist der ausdehnungsamere Metallstreifen unten, so krümmt sich die Feder nach oben, wenn die Temperatur zunimmt, und da gleichzeitig die Stange CL länger, also die Entfernung der Linse L vom Aufhängepunkte größer wird, so ist es möglich, daß dabei der Schwingungspunkt des Pendels (s. Thl. I)

Fig. 430.

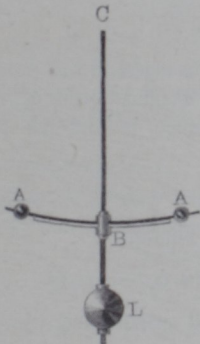
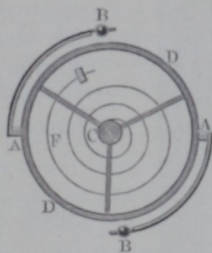


Fig. 431.



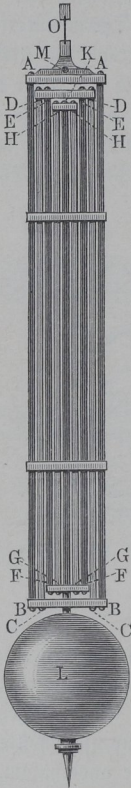
unverändert bleibt. Auch bei den Chronometern oder Taschenuhren wendet man solche Compensationsstreifen an. Da hier die Schwingungszeit von der durch eine Spiralfeder CF , Fig. 431, gebildeten und von einem Schwungrade D umgebenen Unruhe abhängt, so sind die Compensationsstreifen AB auf dem Schwungrade D befestigt. Hierbei sind die ausdehnungsameren Streifen außen angebracht, so daß bei einer stattfindenden Erwärmung die Massen B in Folge der stärker werdenden Krümmung der Streifen AB nach innen treten, während der Schwungring D sich ausdehnt. Anstatt eines Schwungringes wird hierbei häufig nur ein Doppellarm oder Balancier angewendet.

Am häufigsten findet man die sogenannten Kostpendel angewendet. Dieselben bestehen aus einer Reihe parallel gestellter Stäbe von verschiedenen Metallen, z. B. von Eisen und Zink, oder Eisen und Messing, so durch

Querarme verbunden, daß die Ausdehnung des einen Stabes durch die Ausdehnung des andern aufgehoben wird.

Fig. 432 stellt ein solches Kofstpendel vor, welches aus fünf Eisenstäben AB, AB, EF, EF, KL , und aus vier Messingstäben CD, CD, GH, GH besteht. Damit das Pendel seinen Zweck erfülle, muß die sich nach unten erstreckende Ausdehnung der Eisenstäbe so groß sein wie die nach oben gehende Ausdehnung der Messingstäbe. Setzen wir die Summe der Längen der Eisenstäbe:

Fig. 432.



$$OM + AB + EF + KL = l_1,$$

sowie die Summe der Längen der Messingstäbe:

$$CD + GH = l_2,$$

so haben wir für die ganze Pendellänge:

$$LO = l_0 = l_1 - l_2,$$

und ist nun der Ausdehnungscoefficient des Eisens gleich α_1 , und der des Messings gleich α_2 , sowie t die Temperaturveränderung, so läßt sich die entsprechende Pendellänge:

$$l = l_1 (1 + \alpha_1 t) - l_2 (1 + \alpha_2 t);$$

also die Längenzunahme desselben:

$$l - l_0 = (\alpha_1 l_1 - \alpha_2 l_2) t$$

setzen. Damit diese Null ausfalle, muß sein:

$$\alpha_2 l_2 = \alpha_1 l_1 \text{ oder } \frac{l_2}{l_1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \dots (3)$$

d. i. es muß sich die Messinglänge zur Eisenslänge wie der Ausdehnungscoefficient des Eisens zum Ausdehnungscoefficienten des Messings verhalten. Ist die ganze Länge

$l = l_1 - l_2$ gegeben, so hat man hiernach die Eisenlänge:

$$l_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} l$$

und die Messinglänge:

$$l_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} l.$$

Anmerkung. Ueber die Compensationspendel, namentlich auch über Graham's Pendel mit Quecksilbergefäßen wird gehandelt: in Barlow's Treatise on Manufactures and Machinery; ferner in Lamé's Cours de physique u. s. w.

Beispiele 1. Wie lang muß ein eisernes Normalmaß bei 16° Wärme sein, damit es bei 0° genau 2 m lang ist? Es ist hier in

$$l_2 = [1 + \alpha (t_2 - t_1)] l_1, \quad l_1 = 2, \quad t_2 - t_1 = 16$$

und $\alpha = 0,000011821$ zu setzen, weshalb folgt:

$$l_2 = (1 + 0,000011821 \cdot 16) 2 = 2,0003783 \text{ m.}$$

2. Wie lang müssen die Eisen- und Messingstäbe eines 1 m langen Kompensationspendels sein? Führen wir $\alpha_1 = 0,000011821$ und $\alpha_2 = 0,000018676$ ein, so erhalten wir für die Eisenstablänge:

$$l_1 = \frac{18676 \cdot 1}{18676 - 11821} = 2,724 \text{ m}$$

und für die Messingstablänge

$$l_2 = \frac{11821 \cdot 1}{18676 - 11821} = 1,724 \text{ m.}$$

Hiernach kann man jeden der kleineren Messingstäbe 834 mm, jeden der folgenden Eisenstäbe 862 mm, jeden der längeren Messingstäbe 890 mm, die äußeren Eisenstäbe aber 918 mm lang machen, und es bleiben noch 2,724 — 0,862 — 0,918 = 0,944 m für die mittlere Aufhängestange u. s. w. übrig.

Ausdehnungskraft. Mit Hilfe der Elasticitätsmodul E und der Ausdehnungscoefficienten α läßt sich auch die Kraft bestimmen, mit welcher sich Körper bei der Erwärmung ausdehnen und bei der Abkühlung zusammenziehen. Die Kraft, welche eine prismatische Stange von der Länge l und dem Querschnitte F um λ ausdehnt, ist nach Thl. I bestimmt durch die Formel:

$$P = \frac{\lambda}{l} FE.$$

Nun ist aber $\frac{\lambda}{l} = \alpha t$ zu setzen, daher haben wir dann die Ausdehnungs- oder Zusammenziehungskraft

$$P = \alpha t \cdot FE \dots \dots \dots (4)$$

Da die Elasticitätsmodul der Metalle sehr groß sind, so kann man hierdurch durch Erhitzung derselben sehr bedeutende Kräfte hervorbringen, und von dieser Eigenschaft in der Architectur und Technik wichtige Anwendungen machen. So hat z. B. Molard durch eiserne Anker im Conservatoire des arts et métiers zu Paris zwei sich neigende und den Einsturz drohende Mauern senkrecht aufgerichtet, indem er die Anker vor dem Einziehen der Kegel durch Weingeistflammen erhitzte ließ. Beim Beschlagen von hölzernen Geräthschaften und Werkzeugen mit Eisen, zumal beim Auslegen von

eisernen Ringen u. s. w., thut die Wärmekraft ihre nützlichen Dienste, da das im erhitzten Zustande aufgelegte Eisen beim Erkalten in Folge der Zusammenziehung eine feste Verbindung hervorbringt (Schrumpfringe).

Die Ausdehnung eines Körpers durch die Wärme wird verändert, wenn auch noch äußere Kräfte auf denselben wirken. Wird z. B. ein prismatischer Körper, dessen Querschnitt F und Länge l ist, von einer Zugkraft P in der Aenrichtung ergriffen, und zugleich seine Temperatur um t Grad erhöht, so nimmt die Länge desselben um

$$\lambda = \frac{P}{FE} l + \alpha t l = \left(\frac{P}{FE} + \alpha t \right) l \dots \dots (5)$$

zu (s. Thl. I).

Ist die Verlängerung λ bekannt, so bestimmt sich hieraus die Zugkraft P durch die Formel:

$$P = \left(\frac{\lambda}{l} - \alpha t \right) FE \dots \dots \dots (6)$$

Ist $\alpha t > \frac{\lambda}{l}$, so fällt natürlich P negativ aus und es geht P in eine Druckkraft über.

Diese Formeln setzen voraus, daß der Elasticitätsmodul E des Körpers durch die Erwärmung nicht verändert wird. Bei großer Temperaturveränderung ist jedoch diese Annahme nicht zulässig, dann wird sowohl der Elasticitätsmodul E , als auch der Tragmodul T und Festigkeitsmodul K ein anderer. Wenn wir daher hier die Tragkraft

$$P = FT,$$

und die Kraft zum Zerreißen

$$P_1 = FK$$

setzen, so haben wir jedenfalls für T und K andere Werthe einzuführen, als die bei einer mittlern Temperatur bestimmten.

Unter der Voraussetzung, daß die Kraft der Wärme genau so auf den Körper wirkt, wie eine äußere Zug- oder Druckkraft P , ist

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{T}{E},$$

und daher nach (6) die Tragkraft:

$$P = (T - \alpha t E) F$$

zu setzen.

Hiernach wäre nun die Tragkraft des Körpers gleich Null, bei der Temperatur

$$t = \frac{T}{\alpha E} = \frac{\sigma}{\alpha} \dots \dots \dots (7)$$

welches jedoch durch die Erfahrung nicht bestätigt wird. Z. B. müßte hiernach ein Schmiedeeiserner Eisenstab, für welchen $\sigma = \frac{T}{E} = \frac{1}{1500}$ (s. Thl. I) und nach §. 202 $\alpha = 0,000011821$ ist, schon bei der Temperatur

$$t = \frac{1}{1500 \cdot 0,000011821} = \frac{1}{0,01773} = 56,4^{\circ}$$

bis zur Elasticitätsgrenze ausgedehnt sein.

Ebenso wenig läßt sich die Kraft zum Zerreißen

$$P_1 = (K - \alpha t E) F$$

setzen.

Hiernach würde die Cohäsionskraft des Körpers bei der Temperatur

$$t = \frac{K}{\alpha E}$$

Null ausfallen, ein Stab aus Schmiedeeisen z. B., für welchen

$$\frac{K}{E} = \frac{40,9}{19700} = 0,00207$$

ist, müßte hiernach schon bei der Temperatur

$$t = \frac{0,00207}{0,000011821} = \frac{207}{1,1821} = 175^{\circ}$$

zerfallen.

Beispiel. Mit welcher Kraft zieht sich eine bis auf 80° erhitzte, runde, 50 mm dicke Eisenstange zusammen, wenn sie bis 20° erkaltet? Es ist $\alpha = 0,000011821$, $t = 80 - 20 = 60$, $F = \pi \cdot 25^2 = 1963,5$ qmm und $E = 19700$, daher die gesuchte Kraft

$$P = \alpha t \cdot FE = 0,000011821 \cdot 60 \cdot 1963,5 \cdot 19700 = 27435 \text{ kg.}$$

Ueber die Veränderung der Elasticität und Festigkeit der Metalle §. 206. bei der Erhöhung ihrer Temperatur sind in der neuern Zeit mehrfache Versuche angestellt worden. Aus den Ausdehnungsversuchen von Wertheim (s. Poggendorff's Annalen der Physik, Ergänzungsband II, 1845) geht hervor, daß die Elasticitätsmodul der Metalle, mit Ausnahme des Eisens, stetig abnehmen, wenn die Temperatur von 15° C. bis $+ 200^{\circ}$ C. wächst; daß dagegen der Elasticitätsmodul bei dem Schmiedeeisen und Stahl mit der Temperatur von $- 15$ bis 100° zugleich wächst und erst bei höheren Temperaturen abnimmt, so daß er bei 200° kleiner als bei 100° oder 0° Temperatur ausfällt. Nach den Versuchen von Vaudrimont (s. Annales de chimie et de physique. Tom. XXX) verhält es sich ebenso mit dem Festigkeitsmodul der Metalle und insbesondere des Eisens. Auch haben die Versuche Wertheim's gezeigt, daß durch das Anlassen die Festigkeitsmodul

der Metalle bedeutend vermindert werden, während sich die Elasticitätsmodul nicht sehr verändern, und daß dagegen die Cohäsion vorher angelassener Metalle bei der Temperaturerhöhung bis 200° nicht bedeutend abnimmt.

Nach Wertheim's Versuchen sind die Elasticitätsmodul (E) von einigen Metallen nachfolgende.

Metalle	Temperatur		
	10 bis 15°	100° C.	200° C.
Schmiedeeisen	20 794	21 877	17 700
Gußstahl	19 561	19 014	17 926
Kupfer	10 519	9 827	7 862
Silber	7 140	7 274	6 374
Blei	1 727	1 630	—

Versuche über die Veränderung der Festigkeit des Eisens (Schmiedeeisens) und Kupfers sind schon früher in Nordamerika angestellt worden. Die Ergebnisse derselben werden mitgetheilt im XIX. und XX. Bande des vom Franklin-Institut herausgegebenen *Journales*, und sind auch zu finden im I. Bande von Combes' *Traité de l'exploitation des mines*.

Nach diesen Versuchen ist, wenn man den Festigkeitsmodul des Kupfers bei 0° zur Einheit annimmt, der Festigkeitsmodul desselben bei

0°	16 $\frac{3}{4}$ °	15°	100°	150°	200°	250°	294°	451°	555 $\frac{1}{2}$ ° C.
1,0000	0,9927	0,9825	0,9460	0,9055	0,8487	0,7954	0,7442	0,5056	0,3259

Es hat danach das Kupfer bei 280° von seiner Festigkeit $\frac{1}{4}$ und bei 555° von derselben $\frac{2}{3}$ verloren.

Ebenso ist hiernach, wenn man den Festigkeitsmodul des Schmiedeeisens bei 15 bis 20° gleich Eins setzt, derselbe bei den Temperaturen:

20°	100°	200°	300°	350°	390°	500°	550°	624°	714° C.
1,000	1,197	1,081	1,040	0,981	0,974	0,760	0,431	0,411	0,346

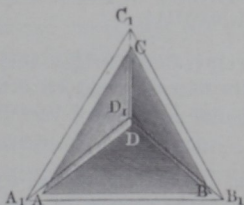
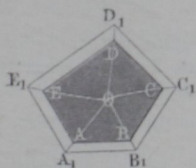
Es findet also auch diesen Versuchen zufolge bei dem Schmiedeeisen anfangs bei Erhöhung der Temperatur eine Zunahme der Festigkeit statt. Mehreres hierüber in Bourne's Treatise on the Steam Engine, Art. strenght of boilers.

Flächen- und Raumausdehnung. Mit Ausnahme der Krystalle §. 207.

und einiger wenigen Körper dehnen sich alle Körper nach allen Seiten gleichmäßig aus, so daß alle ihre Formen bei verschiedenen Wärmeständen unter sich ähnlich sind. Nun verhalten sich aber die Inhalte ähnlicher Figuren wie die Quadrate, und die ähnlicher Körper wie die Cuben gleichliegender Seiten; daher ist es auch möglich, die Inhalte eines und desselben Körpers bei verschiedenen Wärmeständen mit Hilfe ihrer Seitenlängen mit einander zu vergleichen. Geht bei einer Temperaturveränderung die Seite AB eines polygonalen Bleches ACE , Fig. 433, in A_1B_1 über, so wird der Inhalt desselben in dem Verhältniß $\left(\frac{A_1B_1}{AB}\right)^2$ vergrößert, und ändert sich die Seite AB eines Polyheders ACD , Fig. 434, in A_1B_1 um, so ist sein neues Volumen in dem Verhältniß $\left(\frac{A_1B_1}{AB}\right)^3$ größer geworden. Dies vorausgesetzt, lassen sich nun auch leicht aus den Coefficienten der Längenausdehnung

Fig. 433.

Fig. 434.



die der Flächen- und Volumenausdehnung berechnen. Sind l_1 und l_2 die den Temperaturen t_1 und t_2 entsprechenden Seitenlängen, so hat man für die Flächenräume F_1 und F_2 das Verhältniß:

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \left(\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2}\right)^2 \dots \dots \dots (8)$$

sowie für die Körperräume V_1 und V_2 :

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2}\right)^3 \dots \dots \dots (9)$$

Wegen der Kleinheit von αt_1 und αt_2 läßt sich einfacher setzen:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1 + 2 \alpha t_1}{1 + 2 \alpha t_2} = (1 + 2 \alpha t_1) (1 - 2 \alpha t_2) = 1 + 2 \alpha (t_1 - t_2)$$

und

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + 3\alpha t_1}{1 + 3\alpha t_2} = (1 + 3\alpha t_1)(1 - 3\alpha t_2) = 1 + 3\alpha(t_1 - t_2);$$

oder:

$$F_2 = [1 + 2\alpha(t_2 - t_1)] F_1 \dots \dots \dots (8^a)$$

sowie

$$V_2 = [1 + 3\alpha(t_2 - t_1)] V_1 \dots \dots \dots (9^a)$$

Man ersieht hieraus, daß man den Coefficienten der Flächenausdehnung zweimal und denjenigen der Volumenausdehnung dreimal so groß annehmen kann, als den Coefficienten α der Längenausdehnung.

Die letztere Formel findet vorzüglich noch ihre Anwendung bei der Bestimmung der Dichtigkeit eines Körpers. Ist γ_1 die Dichtigkeit bei der Temperatur t_1 , und γ_2 die bei der Temperatur t_2 , so hat man das Gewicht des Körpers $G = V_1 \gamma_1 = V_2 \gamma_2$, daher:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V_2} = 1 + 3\alpha(t_1 - t_2) = 1 - 3\alpha(t_2 - t_1).$$

Anmerkung. Wird das Gußeisen bis zum Glühen (1000 bis 1200°) erhitzt, so erleidet es eine permanente Ausdehnung, welche bei Wiederholung oder langer Dauer des Glühens bedeutend ausfällt. Nach Erman und Hertel (s. Poggendorff's Annalen der Physik, Band 97) ist die permanente Linienausdehnung bei grauem Roheisen 0,0081 bis 0,0097, dagegen bei Spiegeleisen nur 0,001114.

Beispiel. In welchem Verhältnisse verändern sich das Volumen und die Dichtigkeit einer Eisenkugel bei Veränderung ihrer Temperatur von 10 bis 70°? Für Gußeisen ist $3\alpha = 3 \cdot 0,00001109 = 0,00003327$, daher:

$$3\alpha(t_2 - t_1) = 0,00003327(70 - 10) = 0,0019962;$$

es nimmt also das Volumen um 0,2 Procent zu, und die Dichtigkeit eben soviel ab; war letztere anfangs 7,1, so fällt sie bei dieser Temperaturerhöhung nur 7,1(1 - 0,0019964) = 7,086 aus.

§. 208. Ausdehnung der Flüssigkeiten. Die tropfbarflüssigen Körper werden in der Regel durch die Wärme noch stärker ausgedehnt als die festen Körper. Da diese Körper von Gefäßen umschlossen und diese durch Zunahme an Wärme ausgedehnt und weiter werden, so müssen wir bei den Flüssigkeiten die scheinbare Ausdehnung von der wahren oder absoluten Ausdehnung durch Wärme unterscheiden, und es ist jedenfalls die erstere gleich der Differenz zwischen der wahren Ausdehnung der Flüssigkeit und der Ausdehnung des Gefäßes. Ist der Inhalt eines ganz oder bis zu einer Marke zu füllenden Gefäßes bei der Temperatur t_1 gleich V_1 , und die Volumenausdehnung des Gefäßes gleich α_1 , die der flüssigen Füllung aber gleich α , so hat man für eine Temperatur t_2 das Volumen des Gefäßes:

$$V_2 = \frac{1 + \alpha_1 t_2}{1 + \alpha_1 t_1} V_1;$$

dagegen das Volumen der Flüssigkeit:

$$V = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} V_1,$$

daher die wahre oder absolute Ausdehnung derselben:

$$V - V_1 = \left(\frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} - 1 \right) V_1 = \frac{\alpha (t_2 - t_1)}{1 + \alpha t_1} V_1 \dots (10)$$

und dagegen die scheinbare Ausdehnung:

$$\begin{aligned} V - V_2 &= \left(\frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} - \frac{1 + \alpha_1 t_2}{1 + \alpha_1 t_1} \right) V_1 = \frac{(\alpha - \alpha_1) (t_2 - t_1)}{(1 + \alpha t_1) (1 + \alpha_1 t_1)} V_1 \\ &= \frac{(\alpha - \alpha_1) (t_2 - t_1)}{(1 + \alpha t_1) (1 + \alpha_1 t_2)} V_2 \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

Sind die Ausdehnungen klein, so kann man annähernd

$$V - V_1 = \alpha (t_2 - t_1) V_1 \dots \dots \dots (10^a)$$

und

$$V - V_2 = (\alpha - \alpha_1) (t_2 - t_1) V_1 \dots \dots \dots (11^a)$$

setzen, also die scheinbare Ausdehnung finden, wenn man die Differenz $(\alpha - \alpha_1)$ der Ausdehnungskoeffizienten der Flüssigkeit und des Gefäßes als Ausdehnungskoeffizient in die Formeln einsetzt. Die absolute Ausdehnung des Quecksilbers ist von Dulong und Petit durch Vergleichung der Höhen zweier communicirenden Quecksilberfäulen von verschiedenen Temperaturen ermittelt worden, die scheinbare Ausdehnung in Glasröhren dagegen durch sogenannte Gewichtsthermometer, wobei die Temperatur nach der durch Erwärmung ausgetriebenen Quantität Quecksilber bestimmt wird. Hiernach fand sich die absolute Ausdehnung des Quecksilbers bei Erwärmung von

$$0 \text{ bis } 100^\circ, = \frac{100}{5550} = 0,018018,$$

dagegen bei Erwärmung von

$$100 \text{ bis } 200^\circ, = \frac{100}{5425} = 0,018433,$$

und bei Erwärmung von

$$200 \text{ bis } 300^\circ, = \frac{100}{5300} = 0,018868.$$

Die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers aber wurde bei Zunahme der

Wärme von 0 bis 100° zu $\frac{100}{6480} = 0,015432$ gefunden, weshalb hiernach die entsprechende Volumenausdehnung der Glasröhre

$$= 0,018018 - 0,015432 = 0,002586$$

wäre, was mit der Angabe in §. 202 gut übereinstimmt, da sich hiernach die Längenausdehnung des Glases zu $\frac{1}{3} \cdot 0,002586 = 0,000862$ berechnet, während dort dieselbe zu 0,00086133 angegeben wird. Uebrigens ist nach Regnault und nach Fidor Pierre (s. Recherches sur la dilatation des liquides, Annales de chimie et de physique, tome XV, 1825) die Ausdehnung verschiedener Glasarten sehr verschieden. Namentlich findet der letztere für Glas

$$\alpha = 0,000019026 \text{ bis } 0,000026025.$$

Mit Hilfe des oben angegebenen Ausdehnungscoefficienten $\alpha = 0,00018018$ für Quecksilber läßt sich nun das specifische Gewicht des Quecksilbers für jede Temperatur berechnen, es ist nämlich dasselbe:

$$\varepsilon = \frac{13,598}{1 + 0,00018018 t}.$$

Mit Hilfe des absoluten Ausdehnungscoefficienten $\alpha = 0,00018018$ des Quecksilbers läßt sich auch ein beobachteter Barometer- oder Manometerstand h von einer Temperatur t auf eine andere Temperatur t_1 reduciren. Es ist der reducirte Barometerstand:

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{\gamma}{\gamma_1} h = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} h = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t} h = \frac{1 + 0,00018018 t_1}{1 + 0,00018018 t} h \\ &= \frac{5550 + t_1}{5550 + t} h \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

da sich bei gleichen Drucken die Höhen zweier Flüssigkeitsäulen umgekehrt wie die Dichtigkeiten γ und γ_1 oder specifischen Gewichte ε und ε_1 dieser Flüssigkeitsäulen zu einander verhalten.

Anmerkung. Nach Regnault ist das Volumen des Quecksilbers bei t^0 Wärme:

$$V = (1 + 0,000179007 t + 0,0000000252316 t^2) V_0,$$

wenn V_0 dasselbe bei 0° Wärme bezeichnet.

Beispiel. Wenn sich die in einer Glasröhre eingeschlossene Quecksilberssäule aus der Temperatur t in t_1 umändert, so geht ihre Höhe h in

$$h_1 = [1 + (\alpha - 2\alpha_1)(t_1 - t)] h$$

über, denn das neue Volumen ist wegen der Ausdehnung des Quecksilbers

$$V_1 = [1 + \alpha(t_1 - t)] V = [1 + \alpha(t_1 - t)] \pi r^2 h$$

und auch wegen der Ausdehnung des Glases

$$V_1 = [1 + 2\alpha_1(t_1 - t)] \pi r^2 h_1,$$

da der Querschnitt πr^2 in Folge der Flächenausdehnung die Größe

$$[1 + 2\alpha_1(t_1 - t)] \pi r^2$$

annimmt. Nun ist aber

$$\alpha = 0,00018018 \quad \text{und} \quad 2\alpha_1 = 2 \cdot 0,0000086133 = 0,0000172266,$$

daher folgt:

$$h_1 = [1 + (\alpha - 2\alpha_1)(t_1 - t)] h = [1 + 0,00016295(t_1 - t)] h.$$

Wäre $t = 10^\circ$, $t_1 = 50^\circ$ und $h = 1$ m, so hätte man hiernach:

$$h_1 = (1 + 0,00016295 \cdot 40) = 1,0065 \text{ m.}$$

Ausdehnung des Wassers. Die übrigen Flüssigkeiten, zumal §. 209. aber das Wasser, dehnen sich nicht proportional der Wärmezunahme aus, auch sind die Ausdehnungen bei den übrigen Flüssigkeiten größer als beim Quecksilber, insbesondere größer als bei den festen Körpern. Folgende Zusammenstellung führt die Ausdehnungsverhältnisse der in der Technik am häufigsten vorkommenden Flüssigkeiten vor Augen.

Die Ausdehnung ist bei 0 bis 100° Wärmezunahme:

für Alkohol von 0,817 specif. Gewicht = $\frac{1}{9} = 0,1112$, nach Dalton,

„ Olivenöl und Leinöl = $\frac{10}{125} = 0,080$, desgl.,

„ Schwefelsäure von 1,85 specif. Gewicht = $\frac{100}{1667} = 0,060$, desgl.,

„ Schwefeläther = $\frac{1}{14} = 0,0700$, desgl.,

„ gesättigte Kochsalzauflösung = $\frac{1}{20} = 0,050$, nach Hallström,

„ Wasser = $\frac{100}{2092} = 0,04775$, desgl.,

„ Quecksilber = $\frac{10}{555} = 0,018018$, nach Dulong und Petit.

Am ungleichförmigsten dehnt sich das Wasser aus, dessen Dichtigkeit sogar von 0 bis beinahe 4° Wärme nicht ab-, sondern zunimmt, so daß seine Dichte bei der letzten Temperatur ihren Maximalwerth erreicht. Man hat auf verschiedene Weisen das Ausdehnungsgesetz des Wassers zu ermitteln gesucht, vorzüglich hat man dazu große Wasserthermometer angewendet. Auch hat man den Versuchsergebnissen empirische Formeln anzupassen gesucht, und mit Hilfe derselben die hierzu nöthigen Constanten bestimmt. Es ist zu erwarten, daß sich von allen diesen Formeln folgende zwei von Hallström am meisten an die Versuche anschließen.

Ist V_0 das Volumen des Wassers bei 0° und V das bei t Grad, so hat man für Temperaturen von 0° und 30° :

$$V = (1 - 0,000057577t + 0,0000075601t^2 - 0,00000003509t^3) V_0,$$

und für solche zwischen 30° und 100° :

$$V = (1 - 0,0000094178t + 0,00000533661t^2 - 0,0000000104086t^3) V_0;$$

und es ist hiernach für $t = 3,92^\circ$ das Volumen am kleinsten, und zwar = 9,9998887. Den Beobachtungen zufolge kommt aber das Minimal-

volumen oder die Maximaldichtigkeit des Wassers bei 3,9° Wärme vor. Nach den neuesten Untersuchungen von Kopp ist für Temperaturen zwischen 0° und 25° C.:

$$V = (1 - 0,000061045t + 0,0000077183t^2 - 0,00000003734t^3) V_0,$$

und hiernach die größte Dichtigkeit des Wassers bei 4,08° (s. Poggen-
dorff's Annalen, Bd. LXXII).

Gewöhnlich nimmt man an, daß dieser größte Dichtigkeitszustand des Wassers bei 4° eintrete. Wenn man das Volumen des Wassers

bei 4° = 1,00000	setzt, so hat man nach Desprez:
„ 5° = 1,00001,	
„ 6° = 1,00003,	bei 40° = 1,00773,
„ 8° = 1,00012,	„ 50° = 1,01205,
„ 10° = 1,00027,	„ 60° = 1,01698,
„ 12° = 1,00047,	„ 70° = 1,02255,
„ 15° = 1,00087,	„ 80° = 1,02885,
„ 20° = 1,00179,	„ 90° = 1,03566,
„ 25° = 1,00293,	„ 100° = 1,04315.
„ 30° = 1,00433,	

Anmerkung 1. Nach dem französischen Maß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht 1 cem Wasser bei 4° Temperatur und 0,76 m Barometerstand gleich 1 g, und nach dem alten preussischen Maß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht eines Cubikfußes Wasser bei 15° N. Wärme und 28 Paris. Zoll Barometerstand gleich 66 Pfund. Dieses vorausgesetzt, läßt sich das Gewicht des letzteren bei 4° C., da 15° N. = $\frac{5}{4} \cdot 15 = 18\frac{3}{4}$ ° C. ist, gleich 1,00153. 66 = 66,101 Pfund setzen. Nun ist aber ein preussischer Fuß gleich 31,38535 cm, und hiernach ein Cubikfuß gleich 30915,84 cem, daher folgt der Werth eines alten preussischen Pfundes:

$$\frac{30915,84}{66,101} = 467,71 \text{ g,}$$

sowie umgekehrt der Werth von 1 Gramm gleich 1 : 467,71 = 0,0021381 Pfund, also 1 kg gleich 2,1381 Pfund.

Anmerkung 2. Versuche über die Ausdehnung des Wassers und zum Theil auch anderer Flüssigkeiten sind angestellt worden von Munké, Stampfer, Hallström, Desprez, und in der neuesten Zeit von Kopp, J. Pierre, und es ist hierüber nachzusehen in Gehler's physikalischem Wörterbuche, Bd. I und IV, im Jahrb. des k. k. polytechn. Instituts, Bd. XVI, ferner in Poggen-
dorff's Annalen, Bd. I, IX, XXXIV und LXXII, und in den Annales de chimie et de physique, t. LXX et XV.

§. 210. Ausdehnung der Luft. Die Ausdehnung der Luft und anderer Gase durch die Wärme ist viel bedeutender und erfolgt in Hinsicht auf die Angaben der Quecksilberthermometer viel regelmäßiger als die der tropfbaren

Flüssigkeiten. Gay-Lussac fand dieselbe mit Hilfe eines durch eine kurze Quecksilbersäule abgesperrten Luftthermometers bei Zunahme der Temperatur von 0 bis 100°, für die atmosphärische Luft, sowie für verschiedene andere Gase zu $\frac{3}{8} = 0,375$. Rudberg fand aber dieses Ausdehnungsverhältniß kleiner, als er bei seiner Untersuchung die durch Chlorcalcium vollkommen getrocknete Luft in einer Thermometerröhre durch Wasserdämpfe bis 100° erhitzte und die Ausdehnung durch die bei erfolgter Abkühlung eingedrungene Quecksilbermenge maß; es ergab sich das Verhältniß nur zu 0,365. In der neuesten Zeit haben ferner Magnus und Regnault die Ausdehnungscoefficienten der Luft u. s. w. durch besondere Methoden mit noch größerer Genauigkeit bestimmt. Beide fanden, unabhängig von einander, dieses Ausdehnungsverhältniß bei völlig trockener atmosphärischer Luft zu $\frac{11}{30} = 0,3665$.

Was die übrigen Gase anlangt, so geben nur diejenigen, welche sich durch mäßigen Druck in tropfbare Flüssigkeiten verwandeln lassen, etwas größere Ausdehnungsverhältnisse, namentlich zeichnet sich das schwefligsaure Gas durch das große Verhältniß 0,390 aus. Auch hat sich aus den Versuchen von Regnault ergeben, daß das Ausdehnungsverhältniß der Luft bei hohem Drucke etwas größer ist als bei kleinem und mittlerem; während sich aus den Beobachtungen beim Drucke von 109,72 mm das Ausdehnungsverhältniß 0,365 berechnet, stellt sich dasselbe bei 3655,6 mm zu 0,371 heraus.

Die Anwendung dieser Verhältnisse auf die Reduction der Gasmenge von einer Temperatur zur andern u. s. w. ist bereits in Thl. I gezeigt worden.

Durch Vergleichung der Angaben der Luft- und Quecksilberthermometer unter einander hat sich ergeben, daß beide mit einander nicht ganz übereinstimmen; so fand z. B. Magnus, daß 100°, 200°, 300° nach dem Quecksilberthermometer entsprachen: 100°, 197,5°, 294,5° des Luftthermometers.

Anmerkung. Die neueren Untersuchungen über die Ausdehnung der Gase sind abgehandelt in Poggendorff's Annalen, Bd. L und LII, sowie auch in Regnault's Memoiren etc.

Faßt man ein Quantum atmosphärischer Luft vom Gewichte gleich 1 kg und von der Temperatur 0° ins Auge, so ist das Volumen v desselben, wenn der Druck gleich einer Atmosphäre, also pr. 1 qm $p = 10334$ kg ist, bekanntlich gleich

$$v = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{1,29318} = 0,77328 \text{ cbm}$$

gegeben. Wie man auch dieses Volumen v in v_1, v_2 etc. verändern möge, immer ändert sich damit gleichzeitig die Spannung p in $p_1, p_2 \dots$ derart, daß dem Mariotte'schen Gesetze zufolge (s. Thl. I)

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = \dots p v = C$$

ist, unter C die constante Größe $10334 \cdot 0,7733 = 7991,3$ verstanden, vorausgesetzt, daß die Temperatur immer dieselbe (Null) bleibt.

Denkt man sich jetzt dieses Luftquantum bei gleichbleibender Spannung p um t^0 erwärmt, so wird nach dem Vorstehenden das Volumen v in $v' = v (1 + 0,00366 t)$ verwandelt, wenn unter $\alpha = 0,00366$ der Ausdehnungscoefficient der Luft verstanden wird, und daher ist jetzt:

$$pv' = C (1 + 0,00366 t).$$

Auch für diesen neuen Zustand der Luft gilt das Mariotte'sche Gesetz, unter der Bedingung einer constanten Temperatur t , so daß man für jedes Volumen v und die zugehörige Spannung p die Beziehung hat:

$$pv = C (1 + \alpha t) = C\alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t \right) = 7991,3 \cdot 0,00366 (273 + t) \\ = 29,272 (273 + t).$$

Diese Gleichung läßt sich noch einfacher schreiben, wenn man

$$273 + t = T$$

setzt, dann erhält man

$$pv = 29,272 T.$$

Hierin bedeutet T die sogenannte absolute Temperatur, d. h. die von einem Nullpunkte gerechnete, der um 273^0 der hunderttheiligen Scala unterhalb des Gefrierpunktes gedacht wird, und welcher wohl mit der Bezeichnung des absoluten Nullpunktes belegt wird. Man hat diesen Namen deshalb gewählt, weil irgend ein Gasquantum, welches bei 0^0 C. das Volumen v , also bei $t^0 \text{ C.}$ dasjenige $v (1 + \alpha t) = v \left(1 + \frac{1}{273} t \right)$ hat,

dieser Gleichung zufolge bei einer Temperatur $t = -273$ ein Volumen gleich Null haben müßte. Da die Formeln unter Benutzung der absoluten Temperatur T einfachere Gestalt annehmen, als mit den Temperaturen t nach Celsius, so soll im Folgenden davon Gebrauch gemacht werden, indem immer, wie dies gebräuchlich ist, die großen Buchstaben T, T_1, T_2 u. s. w. für die absoluten Temperaturen gewählt werden sollen, welche denjenigen $t, t_1, t_2 \dots$ der hunderttheiligen Scala zugehören. Die allgemeine Beziehung zwischen beiden Temperaturen ist gegeben durch

$$T = \frac{1}{\alpha} + t = a + t = 273^0 + t \dots \dots (13)$$

wenn man den Werth

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,00366} = 273^0 \dots \dots \dots (14)$$

allgemein mit a bezeichnet.

Die oben für atmosphärische Luft gefundene Formel:

$$pv = 29,272 T = RT \dots \dots \dots (15)$$

gilt allgemein auch für andere Gasarten; nur nimmt für jede derselben die Constante R einen andern Werth an. Da sich nach dem Vorstehenden mit $t = 0$

$$R = p v \alpha = \frac{p \alpha}{\gamma} = \frac{10334 \cdot 0,00366}{\gamma} \dots \dots \dots (16)$$

ergiebt, unter γ das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft verstanden, so ist ohne Weiteres klar, daß für ein anderes Gas mit dem specifischen Gewichte γ_1 die Constante R_1 zu

$$R_1 = \frac{10334 \cdot 0,00366}{\gamma_1} = \frac{\gamma}{\gamma_1} R = \frac{R}{\epsilon} \dots \dots \dots (17)$$

bestimmt ist, wenn $\epsilon = \frac{\gamma_1}{\gamma}$ die Dichte der betreffenden Gasart im Verhältnisse zu der der atmosphärischen Luft bezeichnet. Dem entsprechend gilt die folgende Tabelle*):

	γ	ϵ	R
Atmosphärische Luft	1,29318	1,00	29,272
Stickstoff	1,25616	0,97137	30,134
Sauerstoff	1,42980	1,10563	26,475
Wasserstoff	0,08957	0,06926	422,612

Das vorstehende Gesetz, welches als die Vereinigung des Mariotte'schen und Gay=Lussac'schen zu betrachten ist, hat nur Gültigkeit für Gase, die noch hinreichend weit von dem Zustande ihrer Verflüssigung entfernt sind, und kann daher auf die leicht condensirbaren Gase, wie Kohlenäure, keine Anwendung finden. Letztere sind hinsichtlich ihres Verhaltens den Dämpfen zuzurechnen, von welchen weiter unten specieller gehandelt wird.

Wärmeeinheit. Das Thermometer giebt durch seine Angaben nur §. 211. das Maß für die Intensität der in einem Körper enthaltenen Wärme, d. h. der demselben eigenthümlichen Schwingungsgeschwindigkeit, nicht aber für die darin enthaltene Wärmemenge, oder den Betrag der vorhandenen Schwingungsarbeit. Es ist zunächst einleuchtend, daß die in einem Körper von einer bestimmten Temperatur enthaltene Wärmemenge

*) S. Zeuner, Grundzüge der mechan. Wärmetheorie, 2. Aufl.

aufser von dieser Temperatur auch von der Masse oder dem Gewichte des Körpers abhängen muß. Nimmt man an, daß gleiche Gewichte eines und desselben Körpers bei derselben Temperatur auch gleiche Wärmemengen enthalten, so folgt daraus, daß die in zwei verschiedenen schweren Körpern von demselben Materiale und derselben Temperatur unter sonst gleichen Umständen enthaltenen Wärmemengen den Gewichten dieser Körper direct proportional sind.

Hiernach ist also z. B. in 2 kg Wasser von etwa 10° genau doppelt so viel Wärme enthalten als in 1 kg von 10° , vorausgesetzt, daß auch alle sonstigen Verhältnisse, z. B. die äußeren Druckkräfte, denen diese Wassermengen ausgesetzt sind, übereinstimmen.

Bestehen dagegen die Körper aus verschiedenen Materialien, so sind die in ihnen enthaltenen Wärmemengen trotz der gleichen Gewichte und Temperatur erfahrungsmäßig verschieden, und man spricht in dieser Hinsicht wohl von dem für verschiedene Körper verschiedenen Fassungsvermögen für die Wärme oder der Wärmecapazität derselben. Zur Vergleichung verschiedener Wärmemengen hat man zunächst einen bestimmten Wärmebetrag als Einheit festzustellen und es ist gebräuchlich, als solche Wärme-einheit oder Calorie diejenige Wärmemenge zu betrachten, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser von 0° C. um 1° C. zu erwärmen*), wobei vorausgesetzt werden muß, daß das Wasser hierbei unter dem normalen atmosphärischen Drucke steht, da sich im Folgenden zeigen wird, daß der äußere Druck von Einfluß auf die zur Erwärmung der Körper nötige Wärmemenge ist.

Wenn es nach dem Vorstehenden auch ohne Weiteres klar ist, daß hiernach zur Erwärmung von 10 kg Wasser von 0 bis 1° eine Wärmemenge von 10 Calorien erforderlich ist, so läßt sich doch keineswegs von vornherein behaupten, daß diese Wärmemenge auch gerade erforderlich sei, um 1 kg Wasser um 10° C. zu erwärmen. Dies ist auch nicht in aller Strenge der Fall, denn die genauen Versuche verschiedener Physiker zeigen, daß der zur Erwärmung von 1 kg Wasser um 1° C. nötige Wärmeaufwand mit wachsender Anfangstemperatur steigt. Die Veränderung ist aber für Wasser innerhalb der in der Praxis vorkommenden Temperaturen so gering, daß man nur bei genauen Rechnungen darauf Rücksicht zu nehmen hat. Wann dies zu geschehen hat, wird später bei Besprechung des Wasserdampfes sich

*) Manche Autoren, z. B. Maxwell, legen Wasser der größten Dichte von 4° , andere solches einer mittlern Temperatur von 15° C. zu Grunde, wofür jedoch die erforderlichen Wärmemengen sich nur ganz unerheblich von derjenigen unterscheiden, welche oben als Einheit definiert wurde, und welche im Folgenden immer vorausgesetzt werden soll.

ergeben; für gewöhnlich wird die Wärmemenge zur Erwärmung von 1 kg Wasser um 1°C . meistens für alle Temperaturen als constant angenommen.

Ebenso wenig, wie uns ein Körper bekannt ist, dessen Temperatur diejenige des absoluten Nullpunktes wäre, ebenso wenig kennen wir Körper, welche gar keine Wärme enthielten. Wir sind daher auch nicht im Stande den ganzen Wärmegehalt eines Körpers anzugeben, vielmehr vermögen wir nur die Zu- oder Abnahme der in einem Körper enthaltenen Wärmemenge in Calorien auszudrücken, was übrigens für die praktischen Fälle auch genügt. Wenn man daher von einem bestimmten Wärmeinhalt eines Körpers in einem gewissen Zustande desselben spricht, so ist darunter immer diejenige Wärmemenge zu verstehen, welche dieser Körper in dem betrachteten Zustande mehr enthält als in einem stillschweigend zu Grunde gelegten andern Zustande. Sagt man z. B. es seien in 5 kg Wasser von 10°C . 50 Calorien enthalten, so meint man damit, daß der Wärmegehalt dieses Wassers um 50 Wärmeeinheiten größer ist, als derjenige desselben Wassers von 0°C ., daß man also dem letztern Wasser auch 50 Calorien zuführen muß, um es in solches von 10°C . zu verwandeln. In diesem Sinne möge im Folgenden die Angabe des Wärmeinhalts verstanden werden.

Man hat auch unter Umständen andere Wärmemengen als die hier angeführte als Maßeinheiten zu Grunde gelegt. So z. B. legten Lavoisier und Laplace ihren Versuchen als Einheit diejenige Wärmemenge zu Grunde, welche im Stande ist, 1 kg Eis von der Temperatur des Gefrierpunktes in Wasser von derselben Temperatur zu verwandeln. Es ist nämlich, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird, zu dieser Zustandsänderung, d. h. zur Verflüssigung des Eises, eine ganz bestimmte Wärmemenge oder Arbeit erforderlich, welche lediglich zur Umwandlung des Aggregatzustandes, d. h. zur Ueberwindung der Molecularanziehungen, nicht aber zur Erhöhung der Temperatur, d. h. zur Steigerung der Schwingungsgeschwindigkeit verwendet wird. Ebenso nimmt man wohl zuweilen als eine Einheit diejenige Wärmemenge an, welche vermögend ist, 1 kg Wasser von der Siedetemperatur (100°) in Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln, da auch für die Verdampfung von Flüssigkeiten ein ganz ähnliches Verhalten gilt, wie für das Schmelzen fester Körper. Auch bei dem Verdampfen wird ein ganz bestimmter Wärmearaufwand lediglich zur Aenderung des flüssigen in den luftförmigen Zustand angewendet, ohne daß dabei die Temperatur sich ändert.

Specifische Wärme. Wenn man einen beliebigen Körper von bestimmtem Gewichte und von bestimmter Temperatur um 1°C . erwärmt, so ist hierzu eine andere Wärmemenge erforderlich, als wenn man ein gleich großes Gewicht Wasser dieser Temperaturänderung unterwirft, weswegen man, wie schon erwähnt, diesem Körper eine andere Wärmecapacität zuschreibt als dem Wasser. Besser als von der Wärmecapacität, welcher Ausdruck der veralteten Annahme eines Wärmestoffes entsprungen ist, spricht man von der

specifischen Wärme eines Körpers, indem man hierunter die Anzahl der Wärmeeinheiten versteht, welche zur Erwärmung von 1 kg dieses Körpers um 1°C . nöthig sind. Man kann diese Zahl auch definiren als das Verhältniß der für die gedachte Erwärmung nöthigen Wärmemenge zu derjenigen, welche zur gleichen Erwärmung einer gleichen Gewichtsmenge Wasser erforderlich ist. In diesem Falle hat die specifische Wärme die Bedeutung einer bloßen Verhältnißzahl, im erstern Falle dagegen diejenige einer bestimmten Wärmemenge in Calorien, der Zahlenwerth selbst stimmt jedoch in beiden Fällen überein.

Zuweilen spricht man auch von der specifischen Wärme der Körper, besonders der gasförmigen, in Bezug auf die Volumeneinheit, und versteht unter dieser Größe, die auch wohl Raumcapacität im Gegensatz zur Gewichtscapacität heißt, die Anzahl von Wärmeeinheiten, welche erfordert werden, um 1 cbm des Körpers um 1°C . zu erhöhen. Offenbar erhält man diese Größe ω zu $\omega = \gamma c$, worin γ das specif. Gewicht des betreffenden Körpers bedeutet und c die specifische Wärme für die Gewichtseinheit vorstellt.

Bezeichnet G das Gewicht eines beliebigen Körpers von der specifischen Wärme c , so sind, damit dessen Temperatur um t° erhöht werde, also

$$W = Gct \text{ Wärmeeinheiten} \dots \dots \dots (18)$$

erforderlich.

Um die specifische Wärme verschiedener Stoffe auszumitteln, hat man mehrere Methoden, insbesondere die Mischungs-, die Schmelz- und die Abkühlungsmethode in Anwendung gebracht. Bei der Mischungsmethode bringt man den zuvor auf eine bestimmte Temperatur erwärmten Körper, dessen Gewicht G_1 bestimmt wurde, in ein Wasserbad von gleichfalls bekanntem Gewichte G_2 und bestimmter Temperatur. Das Gemisch nimmt nach kurzer Zeit eine gemeinschaftliche Temperatur an, indem die von dem erwärmten Körper abgegebene Wärmemenge von dem Wasser aufgenommen und zur Erhöhung von dessen Temperatur verwendet wird. Ist nun t_1° die Temperaturabnahme des Körpers, dessen zu ermittelnde specifische Wärme mit c bezeichnet sei und wird die Temperatur des Wasserbades um t_2° erhöht, so hat man:

$$G_1 c t_1 = G_2 t_2,$$

und daher die gesuchte specifische Wärme

$$c = \frac{G_2 t_2}{G_1 t_1} \dots \dots \dots (19)$$

Die Schmelzmethode besteht darin, daß man den zu untersuchenden Körper vom Gewichte G_1 und der Temperatur t in Eis von 0° einhüllt und die Menge Wassers G_2 ermittelt, welche durch die Wärmeabgabe des Körpers gebildet

ist, wenn dessen Temperatur ebenfalls 0° geworden ist. Da nun, wie in dem Folgenden noch näher angegeben werden wird, jedes Kilogramm Eis von Null Grad 79 Wärmeeinheiten gebraucht, um in Wasser von Null Grad verwandelt zu werden, so hat man:

$$G_1 ct = 79 G_2,$$

und daher

$$c = \frac{79 G_2}{G_1 t} \dots \dots \dots (20)$$

Was endlich die Abkühlungsmethode anlangt, so umgiebt man hier den erwärmten Körper mit einer Metallhülle, hängt ihn so in ein luftleeres Gefäß, welches mit Wasser von constanter Temperatur umgeben ist und beobachtet die Zeit, innerhalb welcher der Körper um eine gewisse, durch ein eingesetztes Thermometer angezeigte Temperatur sinkt. Sind für zwei Körper von den Gewichten G_1 und G_2 bei gleichen Abkühlungsflächen die Abkühlungszeiten z_1 und z_2 und die specifischen Wärmen c_1 und c_2 , so hat man:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{c_1 G_1}{c_2 G_2}$$

und daher das Verhältniß:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{G_1 z_2}{G_2 z_1} \dots \dots \dots (21)$$

Beispiel. Welche Wärmemenge ist nöthig, um einen eisernen Kessel von 2500 kg Gewicht, welcher mit 15000 kg Wasser angefüllt ist, von 10 bis 100° zu erwärmen? Das Wasserquantum erfordert die Wärmemenge

$$W = Gt = 15000 \cdot (100 - 10) = 15000 \cdot 90 = 1350000 \text{ Cal.};$$

die Eisenmasse aber nimmt, da die specifische Wärme des Eisens nur $0,11$ ist, die Wärmemenge $W_1 = G_1 ct = 2500 \cdot 0,11 \cdot 90 = 24750$ Cal. in Anspruch, beide erfordern also zusammen: $1350000 + 24750 = 1374750$ Cal.

Anmerkung. Mit Hilfe der specifischen Wärme läßt sich auch umgekehrt durch Abkühlung im Wasser die Temperatur eines heißen Körpers ermitteln, indem man die obige Formel der Mischungsmethode in Anwendung bringt, und

$$t_1 = \frac{G_2 t_2}{G_1 c}$$

setzt. Wenn z. B. ein heißer Messingkörper von 15 kg Gewicht in 80 kg Wasser von 10° Wärme gebracht und dadurch die Temperatur des letztern auf 16° gesteigert wird, so hat man die anfängliche Temperatur des Messings, da dessen specifische Wärme gleich $0,0939$ ist,

$$t_1 = 16^{\circ} + \frac{G_2 t_2}{G_1 c} = 16^{\circ} + \frac{80 \cdot 6^{\circ}}{0,0939 \cdot 15} = 16^{\circ} + \frac{480^{\circ}}{1,4085} = 357^{\circ}$$

zu setzen.

Bouillet fand auf diese Weise die Temperatur des schmelzenden Eisens zu 1500 bis 1600° .

Laplace und Lavoisier haben sich bei der Ausmittelung der specifischen Wärme verschiedener Körper der Schmelzmethode, Dulong und

Petit aber der Abkühlungsmethode, Pouillet, und in der neuesten Zeit auch Regnault, haben sich der, wie es scheint, sicherern Mischungsmethode bedient. In Folgendem sind die auf diese Weise erhaltenen specifischen Wärmen von einigen der für die Technik wichtigsten Körper aufgeführt.

Eisen	0,11379	nach Regnault,	0,1100	nach Dulong u. Petit
Zink	0,09555	" "	0,0927	" " " "
Kupfer	0,09515	" "	0,0949	" " " "
Messing	0,09391	" "	" "	" " " "
Silber	0,05701	" "	0,0557	" " " "
Blei	0,03140	" "	0,0293	" " " "
Wismuth	0,03084	" "	0,0288	" " " "
Antimon	0,05077	" "	0,0507	" " " "
Zinn	0,05623	" "	0,0514	" " " "
Platin	0,03243	" "	0,0314	" " " "
Gold	0,03244	" "	0,0298	" " " "
Schwefel	0,20259	" "	0,1880	" " " "
Kohle	0,24111	" "	" "	" " " "
Koaks	0,20307	" "	" "	" " " "
Graphit	0,20187	" "	" "	" " " "
Marmor	0,20989	" "	" "	" " " "
Ungelöschter Kalk	0,2169	nach Lavoisier und Laplace,		
Alkohol	0,700	(von 0,81 specif. Gewicht) nach Dalton,		
Eichenholz	0,570	nach Mayer,		
Glas	0,19768	" Regnault,		
Quecksilber	0,03332	" "		
Terpentinöl	0,42593	" "		

Uebrigens ist die specifische Wärme einer und derselben Materie nicht ganz constant, sondern sie wächst, wenn die Dichtigkeit des Körpers abnimmt, und nimmt auch etwas zu, wenn die Temperatur der Körper sehr groß wird und sich dem Siedepunkte sehr nähert. So ist die mittlere specifische Wärme nach Dulong und Petit für

Eisen, zwischen 0 u. 100°	= 0,1098,	zwischen 0 u. 300°	aber, = 0,1218,
Quecksilber " "	= 0,0330,	" "	" = 0,0350,
Zink " "	= 0,0927,	" "	" = 0,1015,
Kupfer " "	= 0,0947,	" "	" = 0,1013,
Platin " "	= 0,0335,	" "	" = 0,0355,
Glas " "	= 0,1770,	" "	" = 0,190.

Anmerkung. Sehr merkwürdig ist die zuerst von Dulong und Petit aufgefundenen und neuerlich durch Regnault mehr begründete Beziehung zwischen der specifischen Wärme und dem Atomgewichte eines und desselben Stoffes. Es ist nämlich das Product aus den Zahlen, wodurch man die specifische Wärme und das Atomgewicht ausdrückt, für die metallischen Elemente nahezu von derselben Größe, wie die folgende Zusammenstellung zeigt.

Körper	Atomgewicht	Spec. Wärme	Atomwärme
Eisen	56	0,1138	6,37
Kupfer	63,4	0,0949	6,02
Silber	108	0,0570	6,16
Platin	197,4	0,0325	6,42
Zinn	118	0,0548	6,46
Zink	65,2	0,0956	6,23
Blei	207	0,0314	6,50

Danach scheint die specifische Wärme der Metalle ihrem Atomgewichte umgekehrt proportional zu sein, welches Gesetz in der Regel dahin ausgesprochen wird, daß die Atomwärme aller einfachen Stoffe gleich groß sei, wenn man unter der Atomwärme das besagte Produkt, d. h. diejenige Wärmemenge versteht, welche erfordert wird, um die dem Atomgewichte entsprechende Menge des Stoffes um 1° C. zu erwärmen.

Die specifische Wärme der Gase wird mit einem Wassercalorimeter bestimmt, durch welches man die in Hinsicht auf Temperatur und Expansivkraft genau untersuchten Gasarten hindurchströmen läßt. Hierbei beobachtet man entweder die in Folge der Abkühlung der Gasart entstandene Temperaturzunahme des übrigens genau gewogenen Kühlwassers, oder man setzt den Versuch so lange fort, bis das Kühlwasser eine constante Temperatur angenommen hat, so daß ebenso viel Wärme nach außen fortgeht, als dem Wasser durch die Gasart zugeführt wird, und beobachtet den Temperaturüberschuß des Wassers über die äußere Umgebung. Strömen nun in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumina durch das Calorimeter, so lassen sich die specifischen Wärmen der verschiedenen Gasarten den beobachteten Temperaturdifferenzen proportional setzen.

Nach Regnault's Bestimmungen sind die Werthe für die specifische Wärme der Gase folgende:

N a m e n der Gase und Dämpfe	S p e c i f i s c h e W ä r m e		D i c h t i g k e i t
	nach Gewicht	nach Volumen	
Atmosphärische Luft	0,2375	0,2375	1,0000
Sauerstoff	0,2175	0,2405	1,1056
Stickstoff	0,2440	0,2370	0,9713
Wasserstoff	3,4090	0,2359	0,0692
Kohlensäure (von 10 bis 100°)	0,2164	0,3096	1,5290
Kohlenoxyd	0,2470	0,2389	0,9673
Wasserdampf	0,4750	0,2966	0,6210

Man hat übrigens bei den Gasen und Dämpfen die specifische Wärme bei constantem Drucke und die bei constantem Volumen von einander zu unterscheiden. Der Grund hiervon liegt in der Erwärmung und Abkühlung der Körper, welche dieselben beim Zusammendrücken und Ausdehnen erleiden. Diese Temperaturveränderung tritt bei den Gasen besonders hervor, weil dieselben in sehr verschiedenen Zuständen der Dichtigkeit vorkommen. Hat ein Luftquantum bei unveränderlichem Drucke durch eine kleine Temperaturerhöhung von τ^0 ein größeres Volumen angenommen und wird nun dasselbe durch Zusammendrücken auf das erste Volumen zurückgeführt, so erleidet es einen zweiten kleinen Temperaturzuwachs τ_1^0 , ohne daß mehr Wärme hinzugetreten ist, es hat also nun bei demselben Volumen die Luftmasse die Temperaturzunahme $\tau + \tau_1$ erfahren, während sie bei constantem Drucke nur diejenige τ erlitt. Hiernach ist nun auch die specifische Wärme c_p bei constantem Drucke größer, als die specifische Wärme c_v bei constantem Volumen, und zwar ist $c_p \tau = c_v (\tau + \tau_1)$, daher

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\tau + \tau_1}{\tau} \dots \dots \dots (22)$$

das Verhältniß der specifischen Wärme bei gleichem Drucke zu der bei gleichem Volumen.

Die mit Rücksicht auf das vorstehend angegebene Verhalten angestellten Versuche haben für das Verhältniß $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ für atmosphärische Luft nahezu übereinstimmende Werthe ergeben. So fand Masson $\kappa = 1,419$, Hirn 1,3845, Weisbach 1,4025. Nach den Versuchen über die Schallgeschwindigkeit fanden Moll und van Beek $\kappa = 1,410$, welcher letztere Werth meistens den Rechnungen zu Grunde gelegt wird. Demgemäß erhält man mit dem von Regnault für c_p gefundenen Werthe von

$$c_p = 0,2375$$

und dem Verhältnisse

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,410$$

für die specifische Wärme bei constantem Volumen

$$c_v = 0,1684.$$

In welcher Weise die Versuche zur Bestimmung von κ angestellt werden können, wird sich aus den späteren Ermittlungen ergeben.

§. 214. **Schmelzen.** Sehr viele feste Körper, namentlich die Metalle, gehen bei einer gewissen Temperatur, welche man ihren Schmelzpunkt nennt, in den flüssigen Zustand über, während sie umgekehrt durch Abkühlung unter diese Temperatur wieder zum Erstarren gebracht werden. Man beob-

achtet immer, daß während des Schmelzens die zugeführte Wärme keinerlei Temperaturerhöhung hervorruft und muß daher annehmen, daß während des Schmelzens die zugeführte Wärme nicht zur Vergrößerung der Schwingungsgeschwindigkeit, sondern zur Verrichtung der mechanischen Arbeit verwendet wird, welche zur Veränderung des Aggregatzustandes erfordert wird. Man nennt daher die hierzu erforderliche Wärmemenge wohl die latente Wärme, weil sie im Gegensatz zu der durch das Thermometer angezeigten sensibeln Wärme gewissermaßen in dem Körper verborgen enthalten ist. Beim Erstarren der Flüssigkeit kommt diese Wärme wieder zum Vorschein, was man sich so vorzustellen hat, daß die zwischen den einzelnen Atomen anziehend wirkenden Kräfte, welche beim Schmelzen überwunden werden mußten, daher eine gewisse Arbeit oder Wärme erforderten, beim erfolgenden Erstarren genau dieselbe Arbeit wieder ausüben, und daß diese Arbeit in Wärme umgesetzt wird.

Die zum Schmelzen erforderliche, durch die latente Wärme dargestellte Arbeit hat man sich im Allgemeinen aus zwei Ursachen herrührend zu denken. Es müssen nämlich einmal die zwischen den Atomen wirkenden, anziehend zu denkenden Kräfte überwunden werden, und ferner muß bei denjenigen Körpern, welche beim Schmelzen ihr Volumen vergrößern, der äußere Druck bewältigt werden, indem die Körpertheile zu dieser Volumenvergrößerung sich Raum schaffen müssen. Eine solche Volumenvergrößerung beim Schmelzen oder Zusammenziehung beim Erstarren findet, wenn auch meist nur in geringem Maße, bei vielen Metallen, wie Quecksilber, Blei, Silber &c. statt, doch zeigt sich auch bei einzelnen, wie z. B. beim Gußeisen, das entgegengesetzte Verhalten einer Zusammenziehung beim Schmelzen und daher einer Ausdehnung beim Erstarren, wie die einfache Beobachtung lehrt, daß feste Gußeisenstücke auf flüssigem Eisen schwimmen. Ganz besonders deutlich tritt diese Erscheinung beim Gefrieren des Wassers auf, wobei, da das specif. Gewicht des Eises etwa 0,92 beträgt, beim Erstarren eine Volumenvergrößerung im Verhältniß von 92:100 eingetreten sein muß, während andererseits beim Schmelzen des Eises eine Zusammenziehung stattfindet. In diesem Falle ist also beim Schmelzen des Eises eine besondere Arbeit zur Ueberwindung des äußern Druckes nicht in Form von Wärme aufzuwenden, im Gegentheil verrichtet dieser Druck eine Arbeit, welche die Verflüssigung des Eises begünstigt. Diese Ansicht ist durch den Versuch Thomson's bestätigt, wonach Eisstücke durch Vergrößerung des auf sie wirkenden Druckes schon bei Temperaturen zum Schmelzen gebracht werden, welche merklich unter dem gewöhnlichen Schmelz- oder Gefrierpunkte des Wassers liegen (0,007° C. für jede Atmosphäre). Dagegen wird man annehmen müssen, daß alle diejenigen Körper, welche sich beim Schmelzen ausdehnen, unter vergrößertem äußerem Drucke ihren Schmelzpunkt erhöhen, weil zur Ueber-

windung des größern Druckes natürlich auch eine größere mechanische Arbeit aufzuwenden ist. Durch Versuche wird sich dies kaum feststellen lassen, da die Volumenvergrößerung beim Schmelzen immer nur sehr gering, und daher die hierbei zur Ueberwindung des äußern Druckes auszuübende Arbeit auch nur entsprechend klein ist. Dagegen ist bei der Verdampfung der Flüssigkeiten, d. h. bei dem Uebergange derselben in den gasförmigen Zustand, womit immer eine außerordentliche Volumenvergrößerung verbunden ist, der Temperaturgrad dieses Verdampfens oder der Siedepunkt der Flüssigkeit wesentlich abhängig von der Größe des äußern Druckes, wie dies weiter unten, wo von den Dämpfen gehandelt wird, näher angeführt werden soll.

In Folgendem sind die Schmelzpunkte (oder Gefrierpunkte) der vorzüglichsten Körper angegeben.

Platin	bei + 2500° C.	Blei	bei + 330° C.
Schmiedeeisen „	+ 1500 bis 1600° C.	Wismuth . . . „	+ 260
Stahl	+ 1300 „ 1400	Zinn	+ 230
Guß Eisen . . . „	+ 1050 „ 1200	Schwefel . . . „	+ 109
Gold	+ 1100 „ 1200	Gelbes Wachs „	+ 61
Kupfer	+ 1100 „ 1200	Phosphor . . „	+ 43
Silber	+ 1000	Seife	+ 33
Bronze	+ 900	Eis	+ 0
Antimon . . . „	+ 500	Terpentinöl . „	— 10
Zink	+ 400	Quecksilber . . „	— 39

Anmerkung 1. Beim Glühen des Eisens ergeben sich, nach Pouillet, folgende Temperaturen:

Anfangendes Rothglühen	525° C.
Dunkles Rothglühen	700
Anfangendes Kirchrothglühen	800
Kirchrothglühen	900
Helles Kirchrothglühen	1000
Dunkles Orangeglühen	1100
Helles Orangeglühen	1200
Weißglühen	1300
Helles Weißglühen	1400
Blendendes Weißglühen	1500

Anmerkung 2. Durch Legirungen von Metallen kann man sich eine Stufenleiter der Schmelzbarkeit verfertigen und diese zu pyrometrischen Untersuchungen gebrauchen. Niedrige Temperaturen lassen sich durch die Schmelzpunkte der Compositionen von Blei, Zinn und Wismuth bestimmen, zur Ausmittelung hoher Temperaturen bedient man sich aber, nach Prinsep, Saujoure und Plattner, der Legirungen von Platin und Gold.

Die Legirung von 1 Thl. Blei, 1 Thl. Zinn u. 4 Thln. Wismuth schmilzt bei 94°,
Roze's Metall

oder Legirung	5	3	8	100
ebenso auch	2	3	5	100
ferner	1	4	5	118,9
	1	—	1	141,2
	1	1	—	241
	—	2	1	167,7
	1	3	—	167,7
	—	3	1	200.

Man sieht, daß diese Compositionen leichter schmelzbar sind, als die einfachen Metalle. Bei den Legirungen aus Platin und Gold ist jedoch das Verhältniß anders; eine solche Legirung ist um so strengflüssiger als Gold, je mehr sie Platin in sich enthält, weshalb man aus dem Mischungsverhältnisse der die Composition bildenden Metalle im Voraus die Schmelzpunkte derselben bestimmen kann (siehe Merbach, Die Anwendung der erwärmten Gebläseluft im Gebiete der Metallurgie, Leipzig 1840).

Das Meerwasser gefriert wegen seines Salzgehaltes erst bei $-2,5^{\circ}$.

Ueber Schmelzpunkte und über die zur Bildung feuerflüssiger Verbindungen nöthigen Temperaturen handelt Schinz in Dingler's Journal, Bd. 182, Heft 3.

Beim Schmelzen fester Körper, sowie beim Gefrieren oder Festwerden flüssiger Körper treten, wie schon bemerkt, in der Regel Dichtigkeitsveränderungen ein. Z. B. dehnt sich das Wasser beim Gefrieren um $\frac{1}{13}$ seines Volumens aus, und bildet nun Eis vom specifischen Gewichte 0,92. Die Kraft, mit welcher diese Ausdehnung erfolgt, ist so groß, daß sich durch dieselbe Geschützgeltern zer Sprengen lassen. Die meisten Metalle, wie Quecksilber, Blei, Zinn, Silber u. s. w., ziehen sich beim Festwerden zusammen, manche, wie z. B. Wismuth und Gußeisen, dehnen sich hierbei aus, welches Verhalten das Gußeisen besonders zur Erlangung scharfer Gußgegenstände geeignet macht, insofern das erstarrende Metall vermöge seiner Ausdehnung die Gußformen vollkommen erfüllt.

Für die Technik ist auch das Schwinden der Metalle, oder deren Zusammenziehung nach dem Gusse von Wichtigkeit (siehe Karmarsch's Abhandlung hierüber im XIX. Bande [1837] der Jahrbücher des polytechn. Instituts in Wien). Diese Volumenveränderung hängt jedenfalls von dem Zusammenziehen oder Ausdehnen beim Erstarrn und vom Zusammenziehen beim Erkalten zugleich ab; je nachdem die Veränderungen gleich oder entgegengesetzt wirken, fällt das Schwinden größer oder kleiner aus.

Für die Längeneinheit ist das Schwinden

beim Gußeisen	= $\frac{1}{95}$ bis $\frac{1}{98}$,
„ Messing	= $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{65}$,
„ Glockenmetall (100 Kupfer + 18 Zinn)	= $\frac{1}{63}$,
„ Kanonenmetall (100 Kupfer + 12 $\frac{1}{2}$ Zinn)	= $\frac{1}{130}$ bis $\frac{1}{139}$,
„ Zinn	= $\frac{1}{80}$,
„ Blei	= $\frac{1}{92}$,
„ Zinn	= $\frac{1}{147}$ und
„ Wismuth	= $\frac{1}{265}$.

Bringt man 1 kg Eis von 0° mit 1 kg Wasser von 79° zusammen, so wird das Eis vollständig geschmolzen und man erhält 2 kg Wasser von 0° . Man hat daher die latente Wärme des Wassers, welche beim Schmelzen des Eises gebunden wurde, zu 79 Wärmeeinheiten anzunehmen. Die neuesten Versuche von Provostaye und Desains, sowie auch die von Regnault*) geben die latente Wärme des Wassers zu $79,0$ W.-E. an; die Angaben über latente Wärme der Metalle sind dagegen sehr unsicher. Hassenfratz giebt sie für Quecksilber zu $86\frac{2}{3}$, Irvine für Blei zu 90 , Rudberg dagegen $5,858$ an u. s. w. Das Binden von Wärme beim Uebergange eines festen Körpers in einen flüssigen kommt außer beim Schmelzen auch beim Auflösen, z. B. des Zuckers im Thee und insbesondere bei Darstellung von sogenannten Kältemischungen vor. So giebt z. B. 1 Thl. Kochsalz mit 5 Thln. Schnee von 0° vermischt eine flüssige Salzlösung von $-17,7^{\circ}$ C. oder den Nullpunkt der Fahrenheit'schen Scala. Eine Mischung von 3 Thln. salzsaurem Kalk und 2 Thln. Schnee geht ferner aus 0° in -28° über u. s. w.

§. 215. **Mechanisches Wärmeäquivalent.** Bereits in §. 196 wurde angedeutet, daß durch zahlreiche genaue Versuche eine bestimmte Aequivalenz zwischen mechanischer Arbeit und Wärme festgestellt worden sei. Solche Versuche wurden zuerst von Rumford angestellt, welcher die Wärme, die ein stumpfer Bohrer beim Bohren eines Kanonenrohrs erzeugte, dazu benutzte, um Wasser von einer anfänglichen Temperatur von $16,7^{\circ}$ bis zum Kochen zu erhitzen. Ebenso wies Davy durch den Versuch nach, daß zwei Eisstücke von 0° durch gegenseitiges Reiben im luftleeren Raume zum Schmelzen gebracht werden können, wobei die zur Ueberwindung der Reibung aufgewendete mechanische Arbeit in die zum Schmelzen des Eises nothwendige latente Wärme sich verwandelt. Mayer, welcher Wasser durch Schütteln in einem Gefäße erwärmte, sprach zuerst bestimmt die Ansicht aus, daß die durch Arbeitsverrichtung erzeugte Wärmemenge dem Betrage der aufgewendeten mechanischen Arbeit proportional sein müsse, und daß daher die eine Form der Energie durch die andere gemessen werden könne. Auch berechnete Mayer die Größe der einer Wärmeeinheit entsprechenden mechanischen Arbeit aus der Verschiedenheit der specifischen Wärme der Gase c_v bei constantem Volumen und c_p bei constantem Drucke, und wenn der von ihm berechnete Werth eine Abweichung zeigt von den später durch genaue Versuche übereinstimmend gefundenen, so ist der Grund dafür darin zu suchen, daß die der Rechnung zu Grunde zu legenden specifischen Wärmen c_v und c_p zu jener Zeit noch nicht genügend genau festgestellt waren.

*) S. Annal. de chimie et de physique, Sect. III, Tome VIII.

Die umfassendsten Versuche zur Ermittlung des Arbeitsbetrages, welcher einer Wärmeeinheit entspricht, sind von Joule *) angestellt. Diese schönen Versuche, welche in der verschiedensten Weise ausgeführt wurden, führten sämmtlich fast genau zu demselben Resultate.

Ohne auf diese Versuche hier im Besondern einzugehen, indem in dieser Hinsicht auf die Abhandlungen von Joule verwiesen werden muß, sei nur erwähnt, daß zunächst die erwärmende Wirkung ermittelt wurde, welche durch die drehende Bewegung eines Elektromagneten zwischen den Polen eines andern solchen erzielt wird. Ebenso wurde die mit der Verdichtung von Luft verbundene Wärmeentwicklung gemessen und mit der zu dieser Verdichtung aufgewendeten Arbeit verglichen. Dasselbe geschah hinsichtlich der Wärmeentwicklung durch Rühren von Flüssigkeiten, wie Wasser und Quecksilber, sowie durch die Reibung von gußeisernen Scheiben, welche, mit bestimmter Kraft gegen einander gepreßt, in schnelle Umdrehung versetzt wurden. Aus allen diesen Versuchen ergab sich, daß durch eine mechanische Arbeit von 424 Meterkilogrammen eine Wärmeeinheit erzeugt wurde, in welcher Art auch diese Wärme hervorgerufen wurde. Fast genau denselben Werth fand auch Hirn, indem er zwei schwere, pendelnd aufgehängte Blöcke gegen einander stoßen ließ und den Stoßeffect zur Comprimirung eines hohlen Bleicylinders benutzte, welcher zwischen die Stoßflächen eingeschaltet war. Die mit der Zusammendrückung des Bleicylinders verbundene Erwärmung desselben lieferte im Vergleiche mit der durch den Stoß aufgezehrten Arbeit den Werth von 425 mkg als das Äquivalent einer Wärmeeinheit. Da man nun auch zu demselben Werthe durch Rechnung, unter Zugrundelegung des beobachteten Verhältnisses $x = \frac{c_p}{c_v} = 1,410$ gelangt,

so nimmt man heute allgemein das mechanische Wärmeäquivalent oder genauer das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit zu 424 mkg an, d. h. man nimmt an, daß eine mechanische Arbeit von 424 mkg immer genau eine Wärmeeinheit hervorzubringen vermag.

Ebenso hat man auch durch Versuche festgestellt, daß umgekehrt bei einer Verrichtung von mechanischer Arbeit stets genau eine Wärmeeinheit verschwindet, wenn 424 mkg Arbeit geleistet werden, so daß hier auch 1 Meterkilogramm mit $\frac{1}{424}$ Wärmeeinheiten gleichwerthig ist. — Man nennt daher wohl diesen Werth $A = \frac{1}{424}$ das Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit und es gilt für das mechanische Wärmeäquivalent die Gleichung:

$$\frac{1}{A} = 424 \text{ mkg} \quad (23)$$

*) S. Das mechanische Wärmeäquivalent, gesammelte Abhandlungen von J. P. Joule, übersetzt von J. W. Spengel. Braunschweig 1872.

Bezeichnet man allgemein mit Q eine Wärmemenge und mit L eine mechanische Leistung, so hat man zwischen beiden die Beziehungen:

$$L = \frac{Q}{A} \quad \text{oder} \quad Q = AL \quad \dots \quad (24)$$

Unter den zur Ermittlung des Wärmeäquivalents der Arbeitseinheit angestellten Versuchen verdient besonders der von Hirn angestellte erwähnt zu werden. Letzterer ermittelte bei einer großen Dampfmaschine während einer gewissen Zeit nicht nur dynamometrisch die geleistete Arbeit L , sondern auch das in dieser Zeit im Kessel verdampfte Wasser. Da nun, wie aus dem Folgenden ersichtlich werden wird, aus der Spannung des verwendeten Dampfes die von demselben in die Dampfmaschine hinein genommene Wärmemenge Q_1 und aus der Menge des Einspritzwassers, sowie der Temperatur des Condensators die aus der Dampfmaschine herausgeführte Wärme Q_2 bestimmt werden konnte, so fand sich die verschwundene Wärmemenge $Q_1 - Q_2$, welche in die Arbeit L verwandelt worden war. Das Mittel aus verschiedenen Versuchen ergab für $\frac{1}{A}$ den Werth 413, und es dürfte die Abweichung von dem oben angeführten allgemein angenommenen Werthe von 424 genügend durch die Unsicherheit erklärbar sein, mit welcher die Bestimmung der verschiedentlichen Verluste an Wärme sowohl wie an Kraft bei diesen Versuchen verbunden sein mußte.

§. 216. **Erster Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.** Es wurde schon in §. 197 angegeben, daß die Zuführung einer gewissen Wärmemenge zu irgend einem Körper im Allgemeinen zwei Wirkungen hervorbringt, indem dadurch erstens die innere Arbeit vergrößert und zweitens eine gewisse äußere Arbeit dadurch verrichtet wird, daß bei der erfolgenden Ausdehnung des Körpers der auf denselben lastende äußere Druck in gewissem Betrage überwunden wird. Da nach dem Vorstehenden jeder erzeugten Arbeit L eine gewisse Wärmemenge $Q = AL$ äquivalent ist, so erhält man für irgend einen Körper, welchem die unendlich kleine Wärmemenge ∂Q von außen zugeführt wird, die Beziehung

$$(I^a) \quad \partial Q = A(\partial U + \partial L) \quad \dots \quad (25)$$

worin ∂U den Zuwachs der innern Arbeit und ∂L die in Folge der stattgehabten Wärmezufuhr verrichtete äußere Arbeit bedeutet.

Was die innere Arbeit anbelangt, welche nach dem früher Bemerkten als aus zwei Theilen, der kinetischen Energie oder Schwingungsarbeit und der vermöge der Lage der einzelnen Körpertheilchen zu einander vorhandenen potentiellen Energie, zusammengesetzt zu denken ist, so läßt sich darüber Folgendes bemerken.

Denkt man sich irgend einen Körper aus beliebigem Material und von bestimmtem Gewichte, als welches hier und in der Folge immer 1 kg angenommen werden soll, so sind für den jeweiligen Zustand, in welchem dieser Körper sich befindet, hauptsächlich drei Größen maßgebend, nämlich sein Volumen v , seine Temperatur t und der Druck p , welcher auf jede Quadratinheit seiner Oberfläche senkrecht zu dieser von außen her auf ihn ausgeübt wird, und welchem Drucke der Körper überall eine gleiche und entgegengerichtete Reaction entgegensetzt. Diese drei Größen v , p und t stehen nun aber zu einander in solchem Abhängigkeitsverhältnisse, daß jede einzelne von ihnen vollständig bestimmt ist, wenn die beiden anderen gegeben sind. Am einfachsten erkennt man dies durch die Betrachtung eines gasförmigen Körpers, z. B. der atmosphärischen Luft. Setzt man z. B. 1 kg atmosphärische Luft von einer bestimmten Spannung p , etwa gleich 0,760 m Quecksilbersäule und von einer bestimmten Temperatur t , etwa gleich 0°C . voraus, so ist das Volumen ein ganz bestimmtes, nämlich $v = 0,77328 \text{ cbm}$. Ebenso wird diese Luftmenge, wenn ihr ein anderes Volumen und eine andere Pressung gegeben wird, sich in diesem Zustande nur bei einer ganz bestimmten Temperatur befinden können, welche nach dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze leicht ermittelt werden kann. Es ist auch zu erkennen, daß eine bestimmte Abhängigkeit zwischen Volumen, Druck und Temperatur nicht nur bei Luft und anderen Gasen, sondern bei allen uns bekannten Körpern vorhanden ist, wenn uns auch das Gesetz dieser Abhängigkeit nicht bekannt ist. Demgemäß wird man ganz allgemein die Temperatur t eines Körpers in irgend einem Zustande desselben als eine Größe zu betrachten haben, welche nur von dem Volumen v und dem Drucke p in diesem Zustande abhängt, d. h. man kann setzen:

$$t = f(v, p) \dots \dots \dots (26)$$

Da nun die in einem Körper vorhandene innere Arbeit jedenfalls von seiner Temperatur abhängt, so muß auch diese innere Arbeit U eine Function von v und p sein, d. h. man hat

$$U = F(v, p) \dots \dots \dots (27)$$

worin der Charakter der Function F vorläufig noch ganz gleichgültig sein mag.

Es ist daher auch klar, daß die innere Arbeit U sich verändern kann, entweder durch eine Veränderung von v allein, oder durch eine solche von p allein, oder durch beide zugleich, und man hat daher nach der Bezeichnung der Differentialrechnung

$$\partial U = \frac{\partial U}{\partial p} \partial p + \frac{\partial U}{\partial v} \partial v = X \partial p + Z \partial v \dots \dots (28)$$

wenn man behufs einfacherer Bezeichnung die partiellen Differentialquotienten

$$\frac{\partial U}{\partial p} = X \dots \dots \dots (29)$$

und

$$\frac{\partial U}{\partial v} = Z \dots \dots \dots (30)$$

setzt. Offenbar besteht dann zwischen den letzteren beiden Größen die Beziehung:

$$\frac{\partial X}{\partial v} = \frac{\partial Z}{\partial p} = \frac{\partial^2 U}{\partial v \partial p} \dots \dots \dots (31)$$

Die äußere Arbeit ∂L , welche in Folge der Ausdehnung des Körpervolumens um ∂v geleistet wird, bestimmt sich ferner zu

$$\partial L = p \partial v \dots \dots \dots (32)$$

wobon man sich am einfachsten überzeugt, wenn man zunächst einen gasförmigen Körper voraussetzt, welcher ein cylindrisches Volumen vom Querschnitte gleich F haben möge, das durch einen Kolben abgeschlossen sein mag, der von außen einer specifischen Belastung p unterworfen ist. Verschiebt sich bei der Ausdehnung des Gases um ∂v der Kolben um eine gewisse Strecke λ , so daß also $F\lambda = \partial v$ ist, so hat man die hierbei verrichtete äußere Arbeit gleich $\partial L = Fp\lambda = p\partial v$, wie angegeben. Es ist aber leicht zu erkennen, daß diese Gleichung auch für jeden beliebigen andern Körper gilt.

Mit den gefundenen Werthen von ∂U und ∂L geht nunmehr die Gleichung (25) über in

$$\begin{aligned} (1^b) \quad \partial Q &= A (\partial U + \partial L) = A (X\partial p + Z\partial v + p\partial v) \\ &= A (X\partial p + Y\partial v) \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

wenn man

$$Z + p = Y \dots \dots \dots (34)$$

setzt. Die Differentiation dieser letztern Gleichung nach p liefert

$$\frac{\partial Z}{\partial p} + 1 = \frac{\partial Y}{\partial p} \dots \dots \dots (35)$$

und durch Einführung von $\frac{\partial X}{\partial v}$ für $\frac{\partial Z}{\partial p}$ nach (31) erhält man

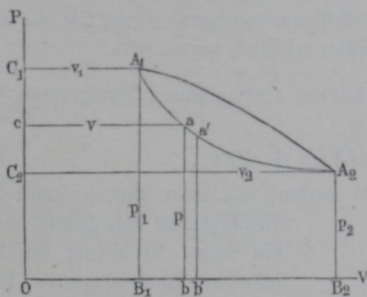
$$(I) \quad \frac{\partial Y}{\partial p} - \frac{\partial X}{\partial v} = 1,$$

welche Gleichung für alle Körper gilt und in der Regel als die erste Hauptgleichung der mechanischen Wärmetheorie bezeichnet wird. In dieser Gleichung sind X und Y noch unbekannte Functionen von p und v , deren Bestimmung im Folgenden zunächst für Gase geschehen soll.

Ueber die vorstehenden Gleichungen lassen sich noch folgende Bemerkungen machen. In der Gleichung (33) bedeutet ∂Q die unendlich kleine Wärmemenge, welche dem Körper zuzuführen ist, damit in einem gewissen Zustande $v_1 p_1$ desselben, d. h. für welchen sein Volumen die Größe v_1 und sein Druck diejenige p_1 hat, dieses Volumen um ∂v und dieser Druck um ∂p sich verändern. Es möge nun vorausgesetzt werden, daß durch wiederholte derartige unendlich kleine Veränderungen das Volumen v_1 in die Größe v_2 und der Druck p_1 in diejenige p_2 übergeführt werde. Die hierzu erforderliche Wärmemenge Q wird man dann erhalten durch Integration der Gleichung (33) zwischen den Grenzen v_1 und v_2 beziehungsweise p_1 und p_2 . Nun erkennt man aber leicht, daß der Klammerausdruck $X\partial p + Y\partial v$ kein vollständiges Differential einer Function von p und v sein kann, denn wäre dies der Fall,

so müßte $\frac{\partial X}{\partial v} = \frac{\partial Y}{\partial p}$ sein, was der Gleichung I widerspricht. Daher ist die Gleichung (33) auch nicht integrabel, so lange nur der Anfangszustand $v_1 p_1$ und der Endzustand $v_2 p_2$ des Körpers gegeben sind, mit anderen Worten, die Kenntniß dieser beiden Zustände allein genügt noch nicht zur

Fig. 435.



Bestimmung der Wärmemenge, welche nöthig ist, um den einen Zustand in den andern überzuführen. Hierzu ist vielmehr noch eine Angabe über die Art und Weise nöthig, in welcher diese Ueberführung vor sich geht, und zwar deswegen, weil von dieser Art wesentlich die Größe der geleisteten äußern Arbeit L abhängig ist, während durch den Anfangs- und Endzustand nur die Veränderung der in dem Körper enthaltenen

inneren Arbeit festgestellt ist, die während des Uebergangs verrichtete äußere Arbeit dagegen noch jeden beliebigen Werth haben kann.

Eine graphische Darstellung wird dieses Verhältniß erläutern. Es mögen hier und in der Folge die Volumina v eines Körpers vom Gewichte gleich einem Kilogramm als Abscissen auf einer Axe OV , Fig. 435, und dazu senkrecht parallel der Axe OP die Drucke p als Ordinaten aufgetragen werden, so daß die Punkte A_1 und A_2 zwei Zustände $v_1 p_1$ und $v_2 p_2$ dieses Körpers vorstellen. Denkt man sich während des Ueberganges des Körpers aus dem Zustande A_1 in denjenigen A_2 die Endpunkte aller Ordinaten durch eine fortlaufende Curve wie $A_1 a A_2$ verbunden, so ist leicht zu erkennen,

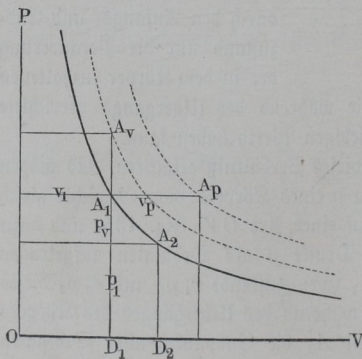
daß die Fläche $B_1 A_1 a A_2 B_2$ zwischen dieser Curve, der Abscissenaxe und den Endordinaten p_1 und p_2 ein Maß giebt für die während des Uebergangs verrichtete äußere Arbeit L . In irgend einem Punkte a nämlich der Curve, welcher den Zustand vp des Körpers darstellt, wird bei einer unendlich kleinen Ausdehnung um $bb' = \partial v$ eine Arbeit $p \partial v$ geleistet, welche durch das unendlich schmale Rechteck $abb'a'$ dargestellt wird, und die Summirung aller solcher zwischen A_1 und A_2 gelegenen Rechtecke ergiebt die Fläche $B_1 A_1 a A_2 B_2$ als das Maß für die während der Zustandsänderung von dem Körper verrichtete äußere Arbeit. Es möge im Folgenden für eine derartige Zustandsänderung eines Körpers, für welche eine Curve wie $A_1 a A_2$ die Veränderung des Druckes angiebt, in Kürze der Ausdruck gebraucht werden, der Körper bewege sich von einem Punkte A_1 nach einem andern A_2 auf dieser Curve $A_1 a A_2$. Nach dieser Betrachtung ist ohne Weiteres ersichtlich, daß die während eines solchen Ueberganges geleistete Arbeit ebenso unendlich viele verschiedene Werthe annehmen kann, als sich zwischen A_1 und A_2 unendlich viele verschiedene Curven angeben lassen, auf denen der Uebergang geschehen soll. Um daher in einem vorliegenden Falle die äußere Arbeit L und damit durch die Gleichung (33) die zu der Zustandsänderung erforderliche Wärmezufuhr Q zu bestimmen, muß zur Feststellung der betreffenden Curve noch eine weitere Bestimmung vorhanden sein, wie dies aus den folgenden Erörterungen noch näher ersichtlich werden wird.

§. 217. **Atmosphärische Luft.** Die im vorhergehenden Paragraphen gefundene erste Gleichung

$$\partial Q = A (X \partial p + Y \partial v) (33)$$

soll zunächst auf Gase angewandt werden, als deren Repräsentanten die

Fig. 436.



atmosphärische Luft gewählt werden möge, da dieselbe für die technischen Anwendungen von hervorragender Bedeutung ist. Die für Luft sich ergebenden Beziehungen werden sich leicht auch auf andere Gasarten ausdehnen lassen, wenn man die denselben eigenthümlichen constanten Werthe, wie z. B. die specifischen Gewichte, entsprechend berücksichtigt. Es sei daher wieder 1 kg Luft von einem Volumen v_1 , einer Spannung p_1 und einer absoluten Temperatur

$$T_1 = 273 + t_1 = a + t_1$$

vorausgesetzt, und der Zustand dieser Luft durch den Punkt A_1 der Fig. 436 verstanden. Um die Function X der Gleichung (33) zu bestimmen, wird zunächst eine Aenderung des Zustandes unter Annahme eines gleichbleibenden Volumens v_1 vorausgesetzt, so daß der Körper aus dem Anfangszustande $v_1 p_1$ in A_1 zu dem Endzustande $v_1 p_v$ auf der Ordinate $A_1 A_v$ gelangt. Die Gleichung (33) geht dafür mit $\partial v = 0$ über in

$$\partial Q = AX \partial p \dots \dots \dots (36)$$

Nun folgt aus Gleichung (15) in §. 210

$$pv = RT = R(a + t)$$

für ein constantes v durch Differentiation:

$$v \partial p = R \partial t \quad \text{oder} \quad \partial p = \frac{R}{v} \partial t,$$

und ferner ist die Wärmemenge ∂Q , welche zur Erwärmung von $G = 1$ kg Luft bei constantem Volumen um ∂t erfordert wird, nach §. 213 bestimmt durch

$$\partial Q = c_v \partial t,$$

wenn c_v die spezifische Wärme der Luft bei constantem Volumen bezeichnet. Mit diesen Werthen ∂Q und ∂p geht (36) über in

$$c_v \partial t = AX \frac{R}{v} \partial t$$

woraus

$$X = \frac{c_v v}{AR} \dots \dots \dots (37)$$

folgt.

In gleicher Weise bestimmt sich Y , wenn man unter Annahme eines constanten Druckes, also mit $\partial p = 0$, die Gleichung (33)

$$\partial Q = AY \partial v \dots \dots \dots (38)$$

schreibt, und ∂v aus (15) durch

$$p \partial v = R \partial t$$

zu

$$\partial v = \frac{R}{p} \partial t$$

entwickelt, sowie nunmehr

$$\partial Q = c_p \partial t$$

setzt.

Mit diesen Werthen erhält man aus (38)

$$c_p \partial t = AY \frac{R}{p} \partial t,$$

woraus

Isothermische Curve. Setzt man voraus, die Luft werde durch §. 218. eine Umhüllung auf der constanten Temperatur $T = a + t$ erhalten, so hat man nach (15) einfach

$$pv = RT = \text{Const.}$$

als die Gleichung, welche den Zusammenhang zwischen dem Volumen und dem Drucke darstellt. Diese Gleichung gehört bekanntlich einer gleichseitigen Hyperbel an, deren Asymptoten mit den Coordinatenaxen OV und OP zusammenfallen. Zeichnet man daher diese durch den Punkt A_1 gehende gleichseitige Hyperbel A_1A_2 , so erhält man für irgend ein Volumen $v_2 = OD_2$ in der zugehörigen Ordinate $D_2A_2 = p_2$ die Spannkraft der Luft, d. h. man kann nach der gewählten Bezeichnung sagen, die Luft bewegt sich bei Annahme einer constanten Temperatur t auf der Hyperbel A_1A_2 . Es ist ohne Weiteres klar, daß einer andern Temperatur t_1 auch eine andere Hyperbel zugehört, welche zwischen A_1A_2 und die Axen fällt, wenn $t_1 < t$ ist, wogegen einer höhern Temperatur eine jenseits von A_1A_2 liegende Hyperbel zukommt, wie z. B. die durch A_0 und A_p gehenden in der Figur durch Punktirung angedeuteten. Man nennt die Curven, welche die Zustandsänderungen eines Körpers für constante Temperaturen anzeigen, *isothermische Linien* oder *schlechtweg Isothermen*; die Isothermen für Luft sind also gleichseitige Hyperbeln.

Um die äußere Arbeit L zu bestimmen, welche die Luft während der Ausdehnung von dem Zustande v_1, p_1 in A_1 bis zu demjenigen v_2, p_2 in A_2 bei constanter Temperatur verrichtet, hat man in dem Ausdrucke

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \, \delta v$$

für p aus Gleichung (15) den Werth

$$p = \frac{RT}{v}$$

einzuführen, und erhält damit

$$L = \int_{v_1}^{v_2} RT \frac{\partial v}{v} = RT \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (44)$$

welche Formel auch in Thl. I auf anderem Wege gefunden wurde.

Wenn die Luft sich von A_1 bis A_2 ausdehnt, so wird diese Arbeit verrichtet, indem der äußere Druck überwunden wird, wogegen zu einer Zusammendrückung der Luft von A_2 bis A_1 bei constanter Temperatur eine ebenso große Arbeit von außen auf die Luft ausgeübt werden muß. In dem erstern Falle muß eine dieser Arbeit äquivalente Wärmemenge AL verschwinden, während im zweiten Falle diese Wärmemenge erzeugt wird.

Diese mit der Arbeitsleistung L äquivalente Wärmemenge ist nun bei Luft und überhaupt bei Gasen auch gleich derjenigen Q , welche der Luft bei der Ausdehnung zugeführt und bei der Zusammendrückung entzogen werden muß, um die Temperatur constant zu erhalten. Diese Bemerkung gilt indeß nur für Gase, weil bei denselben die innere Arbeit U lediglich von der Temperatur abhängt, daher in Gleichung (25)

$$\partial Q = A (\partial U + \partial L)$$

∂U gleich Null gesetzt werden muß, wenn die Temperatur constant bleibt. In §. 197 wurde angegeben, daß die innere Arbeit U eines beliebigen Körpers im Allgemeinen aus zwei Theilen besteht, nämlich aus der Schwingungsarbeit oder der kinetischen Energie W , welche der Körper vermöge seiner Temperatur enthält und aus der potentiellen Energie J , die ihm in Folge der Lage seiner Atome und wegen der Cohäsion derselben innewohnt. Diese letztere Energie muß man bei den Gasen gleich Null setzen, d. h. man muß annehmen, daß bei denselben eine Cohäsion der Atome überhaupt nicht vorhanden ist. Diese Behauptung wurde zuerst von Clausius auf Grund allgemeiner Betrachtungen aufgestellt, welche aus der Gültigkeit des Mariotte und Gay-Lussac'schen Gesetzes folgen, und durch die späteren Versuche Regnault's bestätigt, denen zufolge die spezifische Wärme der Gase von dem Drucke und von der Temperatur unabhängig ist. Es hat daher diese Behauptung nur so lange Gültigkeit, wie das Mariotte und Gay-Lussac'sche Gesetz gilt, d. h. so lange die Gase noch hinlänglich von demjenigen Zustande entfernt sind, in welchem sie zu tropfbaren Flüssigkeiten sich verdichten, ein Zustand, welcher bekanntlich in neuerer Zeit auch für diejenigen Gase, Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, hergestellt worden ist*), welche man vordem für permanente Gase hielt. Für Dämpfe dagegen hängt die innere Energie nicht allein von der Temperatur ab, bei ihnen ist vielmehr, wie in der Folge gezeigt werden wird, auch eine potentielle Energie vermöge der Cohäsion der Atome in Betracht zu ziehen. Für atmosphärische Luft jedoch darf man in den gewöhnlichen Fällen ihrer Verwendung die Cohäsionskraft der Atome gleich Null annehmen. Daher findet man die Wärmemenge Q , welche der Luft bei der Zustandsänderung auf der Isotherme von $v_1 p_1$ in A_1 bis $v_2 p_2$ in A_2 zuzuführen ist, zu

$$Q = AL = ART \ln \frac{v_2}{v_1} = A p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \dots (45)$$

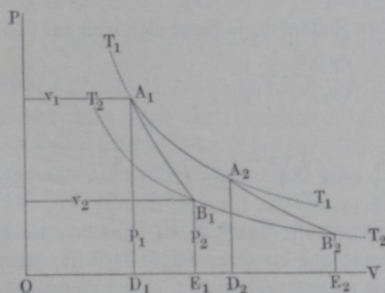
In dieser Formel kann man ebenso wie in (44) für das Verhältniß $\frac{v_2}{v_1}$ auch $\frac{p_1}{p_2}$ setzen.

*) Diese Gase wurden zuerst von Cailletet und von Bictet, welche unabhängig von einander arbeiteten, im Jahre 1877 flüssig gemacht.

Denkt man sich, daß ein beliebiger Körper seinen Zustand so verändert, daß die in ihm enthaltene innere Arbeit U fortwährend dieselbe Größe behält, und denkt man sich ebenfalls wieder das Verhältniß zwischen Volumen und Druck durch eine Curve versinnlicht, so nennt man diese die isodynamische Curve, und aus dem Vorstehenden folgt daher, daß für Luft die isodynamische Curve mit der Isotherme zusammenfällt, während bei den Dämpfen diese beiden Linien verschieden sind.

Adiabatiscbe Curve. Es möge nunmehr angenommen werden, die Luft von der Spannung p_1 und dem Volumen v_1 im Punkte A_1 (Fig. 437)

Fig. 437.



verändere ihr Volumen in v_2 und ihre Spannung in p_2 derart, daß während dieser Ausdehnung weder eine Wärmezufuhr noch Abfuhr stattfindet. Für diesen Fall hat man in der Gleichung (40)

$$\partial Q = \frac{c_v}{R} (v \partial p + \alpha p \partial v)$$

$\partial Q = 0$ zu setzen und erhält daher die Gleichung

$$v \partial p + \alpha p \partial v = 0$$

oder

$$\frac{\partial p}{p} + \alpha \frac{\partial v}{v} = 0.$$

Integriert man diese Gleichung zwischen den Grenzen v_2 und v_1 , bezw. p_2 und p_1 , so erhält man:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} + \alpha \ln \frac{v_2}{v_1} = 0$$

oder

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\alpha \dots \dots \dots (46)$$

wofür man auch schreiben kann

$$p_1 v_1^\alpha = p_2 v_2^\alpha = p v^\alpha = \text{Const} \dots \dots \dots (47)$$

Die Constante ermittelt sich mit Hilfe der absoluten Temperatur T_1 , welche dem Punkte A_1 entspricht, aus

$$p_1 v_1 = R T_1,$$

wenn man

$$p_1 = \frac{R T_1}{v_1}$$

setzt; man erhält dann

$$p v^z = p_1 v_1^z = \frac{R T_1}{v_1} v_1^z = R T_1 v_1^{z-1},$$

so daß man auch für zwei beliebige Zustände entsprechend $v_1 p_1 T_1$ und $v_2 p_2 T_2$ schreiben kann:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{z-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{z-1}{z}} \dots \dots \dots (48)$$

Bezeichnet man noch mit $\gamma_1 = \frac{1}{v_1}$ und $\gamma_2 = \frac{1}{v_2}$ die specifischen Gewichte der Luft in den entsprechenden Zuständen, so findet man auch aus (46):

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^z = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^z = \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots (49)$$

sowie auch

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{p_2 \gamma_1}{p_1 \gamma_2} = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)^{z-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} \dots \dots (50)$$

Durch die Gleichung (47) ist eine gewisse Curve $A_1 B_1$ bestimmt, welche durch ihre Coordinaten die Volumina und die Spannungen darstellt, wenn die Veränderung des Zustandes, wie vorausgesetzt worden, ohne Wärmezufuhr oder Abfuhr erfolgt. Diese Curve heißt die adiabatische Linie. Man erkennt leicht aus der entwickelten Gleichung, daß auch diese Curve ebenso wie die isothermische sich den beiden Axen asymptotisch nähert, da erst für ein unendlich großes v die Spannung p zu Null wird, und umgekehrt.

Es ist auch leicht zu ersehen, daß die durch den Punkt A_1 gehende adiabatische Linie $A_1 B_1$ sich der V -Axe schneller nähert, als die Isotherme $A_1 A_2$ des Punktes A_1 , so daß der Punkt B_1 in einer Isotherme $B_1 B_2$ gelegen ist, welche einer niedern Temperatur T_2 entspricht, als diejenige T_1 des Anfangspunktes A_1 ist. Daß die Temperatur der Luft bei der Ausdehnung auf der adiabatischen Linie nothwendig abnehmen muß, geht auch schon daraus hervor, daß die bei der Ausdehnung verrichtete äußere Arbeit nur auf Kosten des innern Wärmegehalts der Luft ausgeübt werden kann, sowie daß für den entgegengesetzten Fall einer Zusammendrückung der Luft von B_1 nach A_1 die aufgewendete Arbeit zur Vermehrung der innern Arbeit, d. h. zur Erhöhung der Temperatur von T_2 auf T_1 dient.

Die Größe der bei der adiabatischen Zustandsänderung von v_1 auf v_2 in Arbeit verwandelten Wärme erhält man daher ohne Weiteres aus (25)

$$\partial Q = A (\partial U + \partial L) = 0$$

durch

$$\partial L = - \partial U = - \frac{c_v}{A} \partial t$$

zu

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{c_v}{A} (t_1 - t_2) \dots (51)$$

worin T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen des Anfangs- und Endzustandes und t_1 und t_2 die zugehörigen Temperaturen nach der hunderttheiligen Scala bedeuten. Aus dieser Gleichung ergibt sich, daß die verrichtete Arbeit L nur von diesen Temperaturen, nicht aber von dem Volumen oder der Spannung des Anfangs- und Endzustandes abhängt, und hieraus folgt die wichtige Beziehung, daß bei der Bewegung der Luft auf einer Adiabate zwischen zwei bestimmten Isothermen T_1 und T_2 immer die gleiche Arbeit $\frac{c_v}{A} (T_1 - T_2)$ verrichtet wird, auf

welcher von den unendlich vielen Adiabaten die Zustandsänderung auch vor sich gehen, d. h. welches auch der Anfangszustand der Luft sein möge. So ist z. B. die Arbeit, welche die Luft verrichtet, wenn ihre Bewegung auf der adiabatischen Linie $A_1 B_1$ zwischen den beiden durch A_1 und B_1 gehenden Isothermen T_1 und T_2 erfolgt, ebenso groß, wie diejenige Arbeit, welche der Zustandsänderung auf irgend einer andern Adiabate $A_2 B_2$ zugehört, vorausgesetzt nur, daß die Endpunkte A_2 und B_2 auf denselben Isothermen T_1 und T_2 gelegen sind, wie A_1 und B_1 . Es sind daher in der Figur die beiden Flächenstücke $A_1 B_1 E_1 D_1$ und $A_2 B_2 E_2 D_2$ von gleicher Größe, und zwar stellt jede dieser Flächen die ausgetübte Arbeit dar.

Will man die verrichtete äußere Arbeit L durch die Volumina oder die Spannungen anstatt durch die Temperaturen ausdrücken, so schreibt man nach (51)

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{c_v T_1}{A} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{c_v p_1 v_1}{AR} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

und hieraus folgt mit Berücksichtigung von (48)

$$L = \frac{c_v p_1 v_1}{AR} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\alpha-1}\right] = \frac{c_v p_1 v_1}{AR} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}\right] \quad (52)$$

Man wird sich dieser letzten Gleichung zur Ermittlung der äußern Arbeit bedienen können, wenn entweder das Ausdehnungsverhältniß $\frac{v_1}{v_2}$ oder das Verhältniß der Spannungen $\frac{p_2}{p_1}$ zu Ende und Anfang der Zustandsänderung gegeben ist.

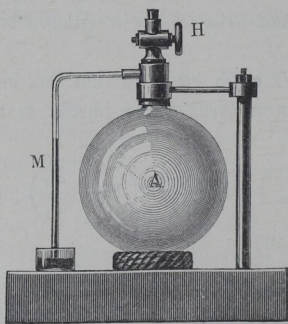
§. 220. Bestimmung des Verhältnisses κ . Im §. 213 wurde in Betreff der Ermittlung des Verhältnisses $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ der specifischen Wärmen der Gase auf die folgenden Untersuchungen verwiesen. Diese Bestimmung ist nun mit Hilfe der Formel

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \dots \dots \dots (48)$$

leicht zu erklären.

Was zunächst die Anstellung des Versuchs anbetrifft, durch welchen das Verhältniß κ ermittelt werden soll, so wurde derselbe von Element und Désormes in folgender Art ausgeführt. In einem großen Ballon *A*, Fig. 438, wurde die Luft durch Auspumpen verdünnt und die Temperatur *t* oder $T = 273^\circ + t$, sowie die Spannung $p_1 = b - h_1$ durch ein Manometer *M* festgestellt, in dessen Schenkel die Flüssigkeitssäule durch die atmosphärische Pressung von der Barometerhöhe *b* um die Höhe *h*₁ erhoben wurde. Die Temperatur *t* des Apparates stimmte mit derjenigen der äußern Atmosphäre überein. Durch Oeffnen des weit gebohrten Hahnes *H* ließ man nunmehr die atmosphärische Luft während einer sehr kurzen Zeit von etwa $\frac{1}{2}$ Secunde in den Ballon eintreten, worauf der Hahn verschlossen und gleichzeitig der Manometerstand *h'* beobachtet wurde. Die mechanische

Fig. 438.



Arbeit, welche die einströmende Luft verrichtet, wird hierbei in Wärme umgesetzt und zu einer Erhöhung der Temperatur im Innern des Ballons von *t* auf *t'* oder von *T* auf *T'* verwendet. Bei der geringen Dauer des Vorganges kann man annehmen, daß weder Wärme zu- noch abgeführt wurde, die Zusammensetzung der Luft daher auf adiabatischem Wege erfolgte. Nunmehr ließ man den Apparat durch Abkühlung wieder die Temperatur *t* oder *T* der äußern Luft annehmen, und beobachtete, nachdem dies geschehen, den Manometer-

stand *h*₂, durch welchen die nunmehrige Spannung $b - h_2$ festgestellt war. Die so gefundenen Versuchsergebnisse reichen dann aus zur Bestimmung von κ .

Man hat nämlich für den adiabatischen Vorgang während der Luft-einströmung anfangs die Temperatur *T* und die Spannung $p_1 = b - h_1$ und zu Ende die Spannung $p' = b - h'$ und eine gewisse Temperatur *T'*,

welche zwar nicht beobachtet werden konnte, deren Kenntniß aber auch nicht nöthig ist, wie die folgende Rechnung zeigt. Es ist nämlich nach (48):

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} = \left(\frac{b-h'}{b-h_1}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$$

Für den darauf folgenden Vorgang der Abkühlung des eingeschlossenen Luftquantums von der Temperatur T' auf diejenige T der Atmosphäre hat man anfänglich die Spannung p' und schließlich diejenige p_2 , und da das Volumen hierbei constant geblieben ist, gilt die Beziehung:

$$\frac{T'}{T} = \frac{p'}{p_2} = \frac{b-h'}{b-h_2}$$

Diese Gleichung in Verbindung mit der obern läßt T' herausfallen und führt zu der Beziehung:

$$\frac{p'}{p_2} = \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{p'}{p_2}\right)^{\alpha} = \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\alpha-1}$$

Hieraus folgt mittelst der Logarithmen:

$$\alpha (\log p' - \log p_2) = \alpha (\log p' - \log p_1) - \log p' + \log p_1,$$

woraus sich

$$\alpha = \frac{\log p' - \log p_1}{\log p_2 - \log p_1} = \frac{\log(b-h') - \log(b-h_1)}{\log(b-h_2) - \log(b-h_1)} \quad (53)$$

ergibt.

Sind die Differenzen $h_1 - h'$ und $h_1 - h_2$ nur klein, so kann man annähernd

$$\log \frac{b-h'}{b-h_1} = \log \left(1 + \frac{h_1-h'}{b-h_1}\right) = \frac{h_1-h'}{b-h_1}$$

und

$$\log \frac{b-h_2}{b-h_1} = \log \left(1 + \frac{h_1-h_2}{b-h_1}\right) = \frac{h_1-h_2}{b-h_1}$$

setzen, so daß dann einfach das gesuchte Verhältniß folgt:

$$\alpha = \frac{c_p}{c_v} = \frac{h_1-h'}{h_1-h_2} \dots \dots \dots (53^a)$$

Clement und Désormes haben auf diese Weise

$$\alpha = \frac{c_p}{c_v} = 1,348,$$

dagegen hat Gay-Lussac

$$\alpha = 1,375$$

gefunden.

Anstatt ein Gefäß *A* mit verdünnter Luft anzuwenden, deren Temperatur und Spannung durch die einströmende atmosphärische Luft erhöht wird, kann man auch das Gefäß mit comprimierter Luft füllen und durch momentanes Ausströmen der letztern eine Spannungsverminderung und Temperaturerniedrigung hervorrufen, worauf die Spannung wieder steigt, sobald das Gefäß durch Aufnahme von Wärme aus der Atmosphäre im Innern dieselbe Temperatur angenommen hat, welche außen vorherrscht. In dieser Weise hat Weisbach den Versuch angestellt, indem er einen Dampfkessel *AB*,

Fig. 439.

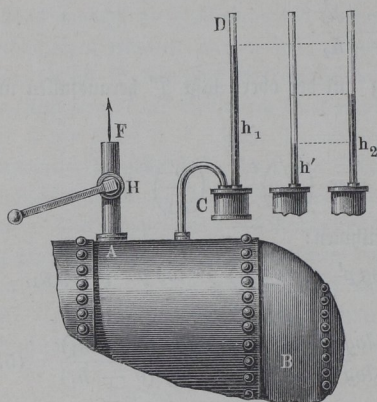


Fig. 439, mit comprimierter Luft von dem Manometerstande h_1 oder der ganzen Pressung $b + h_1$ füllte. Wurde alsdann mittelst des Hahns *A* für einige Augenblicke ein Ausströmen durch *F* bewirkt, so entstand eine Abkühlung und Verdünnung der Luft, so daß der Manometerstand unmittelbar nach dem Schließen des Hahns *h'* war. Nach etwa zehn Minuten, wenn der Kessel wieder die anfängliche Temperatur der Luft angenommen hatte, wurde

der Manometerstand h_2 beobachtet. Für diesen Versuch gilt dieselbe Rechnung wie für die Verwendung verdünnter Luft.

Bei einem solchen Versuche, welcher bei einem Barometerstande $b = 0,7342$ m Quecksilber angestellt wurde, ergaben sich

$$h_1 = 0,7180 \text{ m}, \quad h' = 0,5890 \text{ m}, \quad h_2 = 0,6250 \text{ m},$$

daher sich

$$\alpha = \frac{\log 1,4522 - \log 1,3232}{\log 1,4522 - \log 1,3592} = \frac{4041}{2875} = 1,405$$

bestimmt, wofür Weisbach 1,41 annimmt*). In derselben Weise fand Hirn aus vierzig Versuchen im Mittel $\alpha = 1,3845$, Cazin dagegen 1,41 und Röntgen 1,4053.

Wie schon früher angeführt wurde, pflegt man in der Regel den Werth

$$\alpha = 1,410$$

den Rechnungen zu Grunde zu legen.

*) E. Civilingenieur 1859.

Mit diesem aus Versuchen abgeleiteten Werthe α und der ebenfalls durch Versuche bestimmten specifischen Wärme c_p der Gase für constanten Druck (s. §. 213) kann man aus der Gleichung (43) des §. 217:

$$AR = c_p \frac{\alpha - 1}{\alpha}$$

auch das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit $\frac{1}{A}$ berechnen. Setzt man hierin nämlich $c_p = 0,2375$ und $\alpha = 1,410$, sowie nach §. 210 für R den Werth 29,272 ein, so erhält man:

$$\frac{1}{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{R}{c_p} = \frac{1,410}{0,410} \frac{29,272}{0,2375} = 423,8.$$

Fast genau denselben Werth bekommt man, wenn man für R und c_p die für ein anderes Gas gültigen Werthe, z. B. für Stickstoff $R = 30,134$ und $c_p = 0,2440$ einsetzt. Die Uebereinstimmung dieser Resultate der Rechnung mit den durch die directen Versuche Foule's und Hirn's gefundenen Werthen ist ein Beweis für die Zuverlässigkeit der als das mechanische Wärmäquivalent angenommenen Größe:

$$\frac{1}{A} = 424 \text{ mkg.}$$

Der umkehrbare Kreisproceß für Gase. Zur Erläuterung der §. 221. Gesetze, nach denen in den Dampf- und Heißluftmaschinen die Umsetzung der Wärme in mechanische Arbeit erfolgt, dient am besten der von Carnot angegebene, unter dem Namen des Kreisprocesses bekannte Vorgang, von welchem man sich folgendermaßen eine Vorstellung macht. Man denkt sich irgend einen Körper M , welcher gewissen Ausdehnungen und Zusammenziehungen derart ausgesetzt ist, daß hierbei der Druck, welchen der Körper vermöge seines Zustandes ausübt, in jedem Augenblicke einen äußern Gegendruck findet, welcher ihm gleich ist, oder genauer, welcher nur um eine unendlich kleine Größe von ihm verschieden ist. Man muß sich nämlich vorstellen, daß während der Ausdehnung des Körpers der von außen wirkende Druck um eine sehr kleine Größe geringer ist als der Körperdruck, um die Bewegung überhaupt zu ermöglichen, wogegen bei der Zusammendrückung der äußere Druck aus demselben Grunde den Körperdruck um eine geringe Größe übertrifft. Es werde im Folgenden als solcher Körper wieder 1 kg Luft in einem cylindrischen Gefäße vorausgesetzt und angenommen, die Luft sei durch einen verschieblichen und dicht schließenden Kolben abgeschlossen, dessen äußere Belastung in jedem Augenblicke nur um unendlich wenig von dem Drucke abweicht, welchen die Luft im Innern des Cylinders gegen ihn ausübt.

dann ist während dieser Bewegung von A_2 bis B_2 eine durch die Fläche $A_2 B_2 E_2 D_2$ gemessene Arbeit verrichtet, welche nach (51) durch

$$L_a = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) \dots \dots \dots (56)$$

ausgedrückt ist.

Nun denkt man sich die Cylinderwand für die Wärme durchlässig und äußerlich mit einem Körper B von der Temperatur T_2 versehen, dessen Wärmevorrath so groß ist, daß die auf ihn von M übergehende Wärmemenge die Temperatur nicht merklich ändert. Wird unter dieser Voraussetzung die Luft M wieder zusammengedrückt, so erfolgt die Zustandsänderung auf der durch B_2 gehenden Isotherme T_2 . Es werde vorausgesetzt, daß diese Zusammendrückung bis zu dem Punkte B_1 geschehe, in welchem die Isotherme T_2 die durch A_1 gehende Adiabate trifft, so daß bei einer darauf folgenden Zusammendrückung ohne Wärmezufuhr oder Abfuhr der Körper schließlich seinen Anfangszustand A_1 gerade wieder erreicht. Der Körper M hat daher eine Reihe von Zustandsänderungen erfahren, vermöge deren er, d. h. der Endpunkt der den Druck messenden Ordinate, das geschlossene Viereck $A_1 A_2 B_2 B_1 A_1$ durchlaufen hat, derart, daß der Körper zu Ende des Vorganges genau wieder in seinen Anfangszustand zurückgekehrt ist. Man nennt einen solchen Vorgang einen Kreisproceß. Während der Zusammendrückung auf dem Wege $B_2 B_1 A_1$ ist von der Luft keine Arbeit geleistet worden, sondern es mußte von außen eine gewisse Arbeit ausgeübt werden, und zwar bestimmt sich diese Arbeit, wenn v_4 das Volumen und p_4 den Druck im Zustande B_1 bezeichnen, wie folgt. Während der isothermischen Bewegung von B_2 nach B_1 mußte eine Arbeit ausgeübt werden, welche nach (44) zu

$$L_2 = p_3 v_3 \ln \frac{v_3}{v_4} = R T_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \dots \dots \dots (57)$$

sich berechnet, und hierbei trat eine Wärmemenge Q_2 aus dem Versuchskörper M zu der Hülle B über, welche dieser Arbeit äquivalent ist, da die Temperatur T_2 und die innere Wärme constant geblieben sind. Man hat daher diese Wärmemenge:

$$Q_2 = A p_3 v_3 \ln \frac{v_3}{v_4} = A R T_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \dots \dots \dots (58)$$

Die Arbeit endlich, welche während der adiabatischen Zusammendrückung zwischen B_1 und A_1 aufgewendet werden mußte, ist nach §. 219 gleich der auf dem Wege $A_2 B_2$ von dem Körper verrichteten, nämlich:

$$L_a = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) \dots \dots \dots (56)$$

Als das Resultat des Vorganges ergibt sich nun zunächst, daß die von dem Körper während der Ausdehnung geleistete Arbeit $A_1 A_2 B_2 E_2 D_1$ größer ist, als die während der Zusammendrückung auf ihn ausgeübte $B_2 B_1 A_1 D_1 E_2$, und zwar ist der Ueberschuß der ersteren über die letztere durch das Curvendreieck $A_1 A_2 B_2 B_1 A_1$ dargestellt, auf welchem der Körper sich bewegte. Der Mehrbetrag der geleisteten über die aufgewendete Arbeit muß daher als eine durch den Proceß gewonnene Arbeit angesehen werden. Dieselbe bestimmt sich einfach durch die Differenz $L_1 - L_2 = L$, da die beiden den adiabatischen Zustandsänderungen zugehörigen Arbeiten L_a als gleich und entgegengesetzt sich aufheben. Man hat daher nach (54) und (57):

$$L = R \left(T_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - T_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \right).$$

Nun ist aber leicht zu erkennen, daß $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}$ ist, denn nach (48) ist für die Adiabate $A_1 B_1$ zwischen den beiden Isothermen T_1 und T_2 :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_4}{v_1} \right)^{\alpha - 1},$$

und ebenso ist für die Adiabate $A_2 B_2$ zwischen denselben Isothermen:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{\alpha - 1}.$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$\frac{v_4}{v_1} = \frac{v_3}{v_2},$$

also auch

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4} \dots \dots \dots (59)$$

Hiermit geht der obige Ausdruck für die gewonnene Arbeit über in:

$$L = R (T_1 - T_2) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots (60)$$

Durch den beschriebenen Vorgang ist außerdem auch eine Veränderung in der Verteilung der Wärme vor sich gegangen, denn wenn auch der vermittelnde Körper M keiner Veränderung ausgesetzt gewesen ist, so gab doch der umhüllende Körper A von der Temperatur T_1 die Wärmemenge Q_1 ab, und durch Vermittelung des Versuchskörpers wurde wiederum die Wärmemenge Q_2 an den umhüllenden Körper B von der Temperatur T_2 abgeliefert. Zwischen diesen beiden Wärmemengen, für welche in (55) und (58) die Ausdrücke gegeben sind, besteht offenbar wegen (59) die einfache Beziehung

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \dots \dots \dots (61)$$

oder

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \dots \dots \dots (62)$$

Die Differenz der beiden Wärmemengen ist ferner

$$Q_1 - Q_2 = AR (T_1 - T_2) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots (63)$$

wie dies auch dem Grundsatz von der Aequivalenz der Wärme mit der Arbeit entspricht, denn wenn die mechanische Arbeit (60) gewonnen ist, so muß die damit äquivalente Wärme (63) verschwunden sein, weshalb man auch hat

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A} \dots \dots \dots (64)$$

Man kann die Gleichung (60) für die gewonnene Arbeit L auch noch umformen. Setzt man nämlich für $R \ln \frac{v_2}{v_1}$ aus (55) den Werth $\frac{Q_1}{A T_1}$ oder aus (58) denjenigen $\frac{Q_2}{A T_2}$ ein, so erhält man auch

$$L = \frac{Q_1}{A T_1} (T_1 - T_2) = \frac{Q_2}{A T_2} (T_1 - T_2) \dots (65)$$

in welcher Form die Gleichung in der Regel geschrieben wird.

Man kann das Resultat der vorstehenden Untersuchung folgendermaßen in Worte fassen: Wenn bei einem Kreisproceß wie der beschriebene ist, eine gewisse mechanische Arbeit gewonnen wird, so verschwindet erstens eine mit dieser Arbeit äquivalente Wärmemenge, und gleichzeitig muß von einem wärmern Körper eine bestimmte Wärmemenge zu einem kältern übergeführt werden. Diese an den kältern Körper abgegebene und die von dem wärmern Körper dargebotene Wärme verhalten sich zu einander direct wie die absoluten Temperaturen der Körper und die in Arbeit verwandelte Wärme ist daher proportional der Temperaturdifferenz.

Der hier betrachtete Vorgang führt den Namen eines umkehrbaren Kreisprocesses aus dem Grunde, weil man alle hier angegebenen Zustandsänderungen auch in der umgekehrten Richtung vor sich gehend denken kann. Die Bedingung für die Umkehrbarkeit eines solchen Processes besteht darin, daß der von dem Versuchskörper M ausgeübte Druck in jedem Augenblicke einem Gegendrucke von außen begegnet, welcher ihm gleich, oder richtiger, welcher nur um unendlich wenig von ihm verschieden ist.

Denkt man sich den Körper von seinem Anfangszustande $v_1 p_1$ in A_1 aus sich adiabatisch ausdehnend bis zu B_1 , setzt dann die Ausdehnung bei der constant bleibenden Temperatur T_2 weiter fort bis B_2 , um ihn sodann zunächst adiabatisch bis A_2 und dann bei der constanten Temperatur T_1 bis A_1 zusammenzudrücken, so ist der Kreislauf in der der vorherigen entgegengesetzten Richtung durchlaufen. Offenbar gelten alle für den in der ersten Richtung vor sich gehenden Proceß entwickelten Formeln auch für diese entgegengesetzte Richtung, wenn man nur berücksichtigt, daß auch alle Arbeiten nunmehr im entgegengesetzten Sinne verrichtet werden. Es ist dann deutlich, daß nunmehr die zur Zusammendrückung auf dem Wege $B_2 A_2 A_1$ von außen auszuübende Arbeit $L_a + L_1$ die von dem Körper während der Ausdehnung auf dem Wege $A_1 B_1 B_2$ verrichtete Arbeit $L_a + L_2$ um eine Größe $L = L_1 - L_2$ übertrifft, die wiederum durch das Viereck $A_1 B_1 B_2 A_2$ gemessen wird. Der Körper M selbst ist nicht verändert, dagegen ist jetzt von dem kältern Körper B die Wärmemenge Q_2 abgegeben und die Wärmemenge Q_1 ist an den wärmern Körper A übergetreten.

Man findet sonach, daß, wenn bei einem solchen Kreisproceße eine gewisse mechanische Arbeit aufgewendet oder verloren wird, eine dieser Arbeit äquivalente Wärmemenge neu entsteht, und gleichzeitig von einem kältern Körper eine bestimmte Wärmemenge zu einem wärmern übergeführt wird.

§. 222. Der umkehrbare Kreisproceß für beliebige Körper. Die im vorhergehenden Paragraphen angestellte, zunächst für Luft oder Gase geltende Untersuchung ergab, daß bei der Erzeugung von Arbeit aus Wärme eine ganz bestimmte, von den beiden Temperaturen T_1 und T_2 abhängige Wärmemenge Q_2 aus dem wärmern Körper von der Temperatur T_1 zu dem kältern Körper von der Temperatur T_2 übergeführt wurde, und daß umgekehrt bei der Erzeugung von Wärme aus Arbeit eine ebenso bestimmte Wärmemenge aus dem Körper von der niedern Temperatur T_2 in denjenigen von der höhern Temperatur überging. Der erstere Fall eines Uebergangs von Wärme von einem wärmern zu einem kältern Körper findet nun in der Natur sehr häufig, namentlich immer durch Leitung und Strahlung statt, sobald zwei verschieden warme Körper auf einander einwirken, ohne daß damit eine Erzeugung von Arbeit aus Wärme verbunden ist. In allen diesen Fällen ist daher auch die von dem kältern Körper empfangene Wärmemenge genau gleich der von dem wärmern abgegebene, während bei einer Erzeugung von Arbeit aus Wärme die von dem kältern Körper aufgenommene Wärmemenge genau um den Betrag der in Arbeit verwandelten Wärmemenge kleiner ist, als

die von dem wärmern Körper abgegebene, wie dies dem Gesetze von der Unzerstörbarkeit der Energie entspricht.

Dagegen beobachtet man in der Natur niemals, daß Wärme von einem kältern Körper von selbst in einen wärmern Körper tritt; wenn dies geschieht, so ist dies immer verbunden mit irgend einem andern Vorgange, durch welchen entweder, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, eine gewisse Arbeitsleistung verbraucht wird, oder, was nach dem Vorigen auf dasselbe hinauskommt, bei welchem eine gewisse Wärmemenge gleichzeitig von einem wärmern zu einem kältern Körper übergeführt wird. In dieser Hinsicht hat zuerst Clausius den Grundsatz ausgesprochen:

Es kann nie Wärme von einem kältern in einen wärmern Körper von selbst übergehen, d. h. ohne daß gleichzeitig eine andere damit zusammenhängende Aenderung eintritt. Unter der hier gedachten „Aenderung“ ist, wie oben angegeben, ein gleichzeitiger Uebergang von Wärme in absteigender Richtung von einem wärmern zu einem kältern Körper, oder eine damit gleichbedeutende Arbeitsleistung zu verstehen.

Mit Hilfe dieses Grundsatzes, dessen Richtigkeit in der Regel durch die Bemerkung begründet zu werden pflegt, daß bislang noch keine damit im Widerspruche stehende Thatsache habe angeführt werden können, läßt sich nun zeigen, daß das im vorigen Paragraphen nur für Gase gefundene und durch die Gleichung (62)

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

ausgesprochene Gesetz über das gegenseitige Verhältniß der beiden Wärmemengen ganz allgemeine Gültigkeit haben muß, auch wenn der vermittelnde Körper ein ganz beliebiger ist.

Stellt man sich nämlich anstatt des im vorigen Paragraphen vorausgesetzten Gases irgend einen beliebigen Körper vor, und läßt denselben einen umkehrbaren Kreisproceß zwischen denselben Temperaturen T_1 und T_2 durchlaufen, so werden natürlich die isothermischen und adiabatischen Linien für diesen Körper andere sein, als die in Fig. 440 für Luft angenommenen. Jedenfalls aber wird auch jetzt der Flächeninhalt des von diesen Linien umgrenzten Curvenvierecks ein Maß für die gewonnene oder verbrauchte Arbeit sein. Man kann sich nun vorstellen, mit dem beliebigen Körper werde der Kreisproceß so vorgenommen, daß der Flächeninhalt dieses Vierecks, d. h. die erzeugte oder verbrauchte Arbeit L genau denselben Betrag habe, wie im vorigen Paragraphen für Luft angenommen. Dann ist jedenfalls auch die verschwundene beziehungsweise neu erzeugte Wärmemenge von derselben Größe und gleich AL . Diese Größe muß dann natürlich gleich der Differenz $Q_1 - Q_2$ der beiden Wärmemengen sein, welche der Versuchskörper

einerseits empfangen und andererseits abgegeben hat. Daß aber auch $\mathcal{Q}_1 = Q_1$ und $\mathcal{Q}_2 = Q_2$ sein muß, ergibt sich folgendermaßen. Gesezt, diese Wärmemengen hätten bei dem beliebigen Körper andere Werthe als diejenigen Q_1 und Q_2 für Gase, es möge etwa $\mathcal{Q}_1 = Q_1 + q$ und daher $\mathcal{Q}_2 = Q_2 + q$ vorausgesezt werden, so denke man sich folgenden Vorgang. Man führe zuerst den Kreisproceß in der directen Richtung mit Luft aus, so wird die Arbeit L gewonnen, und der wärmere Körper verliert die Wärmemenge Q_1 , der kältere empfängt diejenige Q_2 . Wenn man hierauf den umgekehrten Proceß mit dem beliebigen Körper durchführt, wobei die beim directen Proceß gewonnene Arbeit L also gerade wieder verbraucht wird, so wird dem kältern Körper die Wärmemenge $\mathcal{Q}_2 = Q_2 + q$ entzogen, und dem wärmern diejenige $\mathcal{Q}_1 = Q_1 + q$ zugeführt. Es hätte sonach der wärmere Körper die Wärmemenge q mehr empfangen als abgegeben, und der kältere ebenso viel mehr abgegeben als empfangen, d. h. es wäre die Wärmemenge q von dem kältern zum wärmern Körper geführt, ohne daß ein Verbrauch von Arbeit oder eine andere Veränderung vorgegangen wäre, denn die beiden Versuchskörper sind in ihre ursprünglichen Zustände zurückgekehrt. Dieser Vorgang, welcher durch hinreichend viele Wiederholungen ohne sonstige gleichzeitige Aenderungen jede beliebige Wärmemenge von dem kältern Körper in den wärmern zu führen gestatten würde, widerspricht dem Clausius'schen Grundsatz, und es folgt daher, daß q nicht größer als Null sein kann. Wollte man annehmen, daß q negativ sei, so würde man zu demselben unmöglichen Resultate gelangen, wenn man den directen Kreisproceß mit dem beliebigen Körper und den umgekehrten Proceß mit einem Gase vornehmen würde.

Aus diesen Betrachtungen folgt nun, daß die im vorigen Paragraphen für den umkehrbaren Kreisproceß der Gase gefundene Beziehung

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

ganz allgemeine Gültigkeit hat, welchen Körper man auch als den vermittelnden wählen möge. Betrachtet man hierbei eine dem Körper zugeführte Wärmemenge als positiv und eine von dem Körper abgegebene Wärmemenge als negativ, so kann man offenbar diese Gleichung auch schreiben

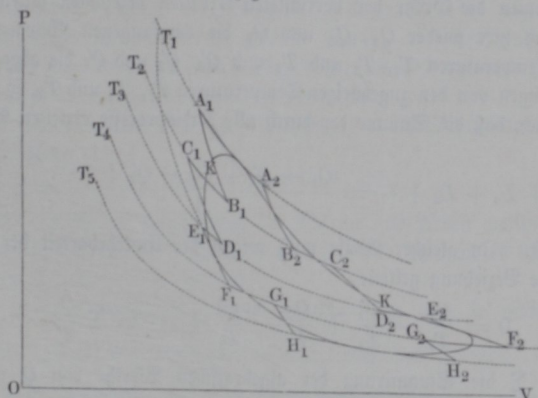
$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \dots \dots \dots (66)$$

und ebenso geht unter dieser Voraussetzung der Ausdruck (64) für die zugehörige Arbeit über in

$$L = \frac{Q_1 + Q_2}{A} \dots \dots \dots (67)$$

Zweiter Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Die §. 223. vorstehend für einen einfachen umkehrbaren Kreisproceß eines beliebigen Körpers gefundenen Formeln (66) und (67) gelten auch für eine Vereinigung beliebig vieler solcher Proceße, oder für einen zusammengesetzten Kreisproceß. Denkt man sich wieder einen beliebigen Körper, dessen Volumen und Druck durch die Coordinaten des Punktes A_1 , Fig. 441, dargestellt sein mögen, und dessen absolute Temperatur T_1 sein soll. Setzt man voraus,

Fig. 441.



dieser Körper erleide nach einander solche Zustandsänderungen, daß der Punkt A_1 auf dem Curvenviereck $A_1 A_2 B_2 B_1$ sich bewege, dessen Seiten $A_1 A_2$ und $B_2 B_1$ die isothermischen Linien der Temperaturen T_1 und T_2 sind, während $A_2 B_2$ und $A_1 B_1$ adiabatische Curven zwischen jenen darstellen, so hat der Körper nach dem Vorangegangenen einen einfachen umkehrbaren Kreisproceß zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 vollführt, nach dessen Beendigung er genau wieder in seinem anfänglichen Zustande sich befindet, so daß die innere Wärme U sich nicht geändert hat. Hat der Körper nun während der Ausdehnung auf der Linie $A_1 A_2$ aus einem Wärmereservoir von der Temperatur T_1 die Wärmemenge Q_1 empfangen, und bei der Zusammendrückung auf $B_2 B_1$ an ein anderes Wärmereservoir von der geringeren Temperatur T_2 die Wärmemenge Q'_1 abgegeben, so gelten für diesen Proceß die Gleichungen:

$$L_1 = \frac{Q_1 + Q'_1}{A}$$

und

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q'_1}{T_2} = 0,$$

wenn hier und in der Folge immer eine von dem Körper aufgenommene Wärmemenge als positiv, daher eine abgegebene Wärmemenge (Q_1) als negativ aufgefaßt wird. Die gewonnene Arbeit ist wieder durch die Fläche $A_1 A_2 B_2 B_1$ dargestellt.

Genau dieselben Betrachtungen gelten für andere Kreisproceffe, welche der Körper hierauf zwischen den Isothermen T_2 und T_3 , zwischen T_3 und T_4 , sowie zwischen T_4 und T_5 vollführt, und für welche die Vierecke $C_1 D_2$, $E_1 F_2$, $G_1 H_2$ in ihren Umfängen die Bewegung des Körpers und in ihren Flächenräumen die Größe der verrichteten Arbeiten bezeichnen sollen. Bezeichnen auch hier wieder Q_2 , Q_3 und Q_4 die empfangenen Wärmemengen von den Temperaturen T_2 , T_3 und T_4 und Q'_2 , Q'_3 und Q'_4 die abgegebenen Wärmemengen von den zugehörigen Temperaturen T_3 , T_4 und T_5 , so erkennt man sogleich, daß die Summe der durch alle Kreisproceffe erzielten Arbeiten durch

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots = \frac{Q_1 - Q'_1 + Q_2 - Q'_2 + \dots}{A} = \Sigma \frac{Q}{A} \quad (68)$$

gegeben ist. In gleicher Weise muß wegen der Umkehrbarkeit der Kreisproceffe die Beziehung gelten:

$$0 = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q'_1}{T_2} + \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q'_2}{T_3} + \dots = \Sigma \frac{Q}{T} \quad (69)$$

wenn mit Σ die Summierung der algebraischen Werthe von Q und beziehungsweise von $\frac{Q}{T}$ angedeutet wird.

Es ist auch klar, daß an dem Resultat nichts geändert wird, wenn man den Körper anstatt der einzelnen auf einander folgenden einfachen Kreisproceffe einen einzigen zusammengesetzten durchlaufen läßt, welcher durch den Umfang der geschlossenen Figur $A_1 A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 \dots C_1 B_1 A_1$ dargestellt wird, da es für den Erfolg gleichgültig ist, in welcher Reihenfolge die einzelnen Zustandsänderungen vorgenommen werden, und da bei den Einzelproceffen auf den Wegen $B_1 B_2$, $D_1 D_2$ und $G_1 G_2$ immer je zwei gleiche und entgegengesetzte Bewegungen vorkommen, die sich gegenseitig aufheben. Denkt man sich nun die Differenzen der Temperaturen $T_1, T_2, T_3 \dots$, zwischen welchen die einzelnen Theile des zusammengesetzten Kreisproceffes vor sich gehen, kleiner und kleiner werdend, so geht das Polygon im Grenzzustande in die in der Figur eingezeichnete Curve über, und man hat hierfür die Temperaturdifferenz durch dt und die Wärmezuf- oder Abfuhr durch ∂Q auszudrücken. Die beiden Gleichungen für die Summen nehmen daher die Gestalt an

$$(I^e) \quad \frac{1}{A} \int \partial Q = L \quad \dots \quad (70)$$

$$(II) \quad \int \frac{\partial Q}{T} = 0,$$

wobei stillschweigend vorauszusetzen ist, daß die Integration sich auf den vollständigen Kreisproceß zu erstrecken hat, d. h. daß die obere Grenze des Integrals mit der untern übereinstimmen muß.

Die Gleichung (II) wird nach Clausius gemeiniglich als die zweite Hauptgleichung der mechanischen Wärmetheorie bezeichnet. Nach derselben ist also für einen vollständigen umkehrbaren Kreisproceß eines beliebigen Körpers die algebraische Summe des Quotienten gleich Null, welche man erhält, wenn man jede der zu- und abgeführten Wärmemengen dividirt durch die zugehörige Temperatur.

Man kann bemerken, daß die Gleichung (70) im Wesentlichen der ersten Hauptgleichung (I^a)

$$\partial Q = A (\partial U + \partial L)$$

entspricht, welche die Aequivalenz der Wärme und Arbeit ausspricht, denn man erhält (70) aus (I^a), sobald man $\partial U = 0$ setzt, wie es für den vollständigen Kreisproceß der Fall ist.

Die zweite Hauptgleichung wird zuweilen auch noch in anderer Form angeführt. Aus dem Umstande nämlich, daß das Integral $\int \frac{\partial Q}{T}$ den Werth Null annimmt, wenn die obere Grenze gleich der untern gewählt wird, geht hervor, daß der Werth $\frac{\partial Q}{T}$ das vollständige Differential einer gewissen Function sein muß. Setzt man hierin für ∂Q seinen Werth nach (I^b) und zwar

$$\partial Q = A (X \partial p + Y \partial v),$$

so muß auch

$$A \left(\frac{X}{T} \partial p + \frac{Y}{T} \partial v \right)$$

ein vollständiges Differential sein. Wenn dies aber der Fall ist, so hat man nach einem bekannten Satze der Differentialrechnung:

$$\frac{\partial \left(\frac{X}{T} \right)}{\partial v} = \frac{\partial \left(\frac{Y}{T} \right)}{\partial p}.$$

Durch Entwicklung dieser Gleichung folgt daher

$$\frac{1}{T} \frac{\partial X}{\partial v} - \frac{X}{T^2} \frac{\partial T}{\partial v} = \frac{1}{T} \frac{\partial Y}{\partial p} - \frac{Y}{T^2} \frac{\partial T}{\partial p}$$

oder

$$T \left(\frac{\partial Y}{\partial p} - \frac{\partial X}{\partial v} \right) = Y \frac{\partial T}{\partial p} - X \frac{\partial T}{\partial v}$$

und da der Klammerausdruck der linken Seite nach (I) gleich der Einheit ist, so folgt:

$$T = Y \frac{\partial T}{\partial p} - X \frac{\partial T}{\partial v} \dots \dots \dots (II^a)$$

§. 224. **Der nicht umkehrbare Kreisprocess.** Bisher wurde immer vorausgesetzt, daß der Kreisproceß, welchem der betrachtete Körper unterworfen wurde, ein umkehrbarer sei, d. h. ein solcher, dessen Wirkung sich vollständig dadurch aufheben läßt, daß man den Körper die nämliche Reihe von Veränderungen unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen in der entgegengesetzten Reihenfolge durchmachen läßt. Damit dieses möglich, damit also ein Kreisproceß umkehrbar sei, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein.

Zunächst ist, wie schon früher angedeutet, erforderlich, daß der Druck, welchen der betrachtete Körper in irgend welchem Augenblicke nach außen hin zu äußern vermag, stets einem Gegendrucke begegne, welcher ihm gleich ist, oder genauer ausgedrückt, welcher von ihm nur um eine verschwindend kleine Größe abweicht. Eine gewisse, wenn auch außerordentlich kleine, Differenz zwischen den beiden Drucken wird man immer annehmen müssen, wenn überhaupt Bewegung eintreten soll, und es ist deutlich, daß der äußere Gegendruck um diesen kleinen Betrag größer oder kleiner als der von dem Körper ausgeübte Druck anzunehmen ist, je nachdem die betreffende Veränderung des Zustandes eine Zusammendrückung oder Ausdehnung des Körpers bedingt.

Diese Bedingung wird, wenigstens annähernd, erfüllt sein für den Dampf, welcher in dem Cylinder einer Dampfmaschine durch seine Ausdehnung den Dampfkolben vor sich herschiebt, denn wenn man auch nicht annehmen darf, daß der Widerstand der von der Maschine betriebenen Arbeitsmaschinen in jedem Augenblicke genau dem Dampfdrucke auf dem Kolben entspricht, so muß man doch die ausgleichende Wirkung der Schwungmassen darin erkennen, daß sie jederzeit durch ihre lebendige Kraft die Ueberwindung eines größern Arbeitswiderstandes genau in dem erforderlichen Betrage unterstützen, während sie andererseits dem größern Dampfdrucke vermöge ihrer Trägheit einen Widerstand entgegensetzen, welcher zusammen mit dem Arbeitswiderstande gerade gleich dem Dampfdrucke ist.

Dagegen wird ein Vorgang, wie der folgende, das Beispiel eines nicht umkehrbaren Processes sein, wegen der nicht vorhandenen Uebereinstimmung von Körperdruck und Widerstand. Denkt man ein mit verdichteter Luft gefülltes Gefäß A durch Deffnen eines Hahns mit einem zweiten Ge-

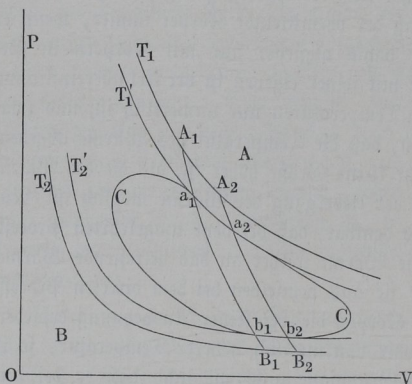
fäße B verbunden, in welchem sich verdünnte oder gewöhnliche atmosphärische Luft befindet, so strömt die verdichtete Luft mit einer von ihrem Ueberdrucke abhängigen Geschwindigkeit von A nach B , indem dieser Ueberdruck hier nicht zur Verrichtung von Arbeit durch Ueberwindung eines Widerstandes verwendet wird, sondern zur Beschleunigung der ausströmenden Luft dient. Die in Folge hiervon in dieser Luft aufgespeicherte mechanische Arbeit wird nachher, wenn die Luft in B wieder zur Ruhe kommt, in Wärme verwandelt, während das Gefäß A bei Erzeugung der Ausströmungsgeschwindigkeit einer Abkühlung unterworfen war. Nachdem die Spannung der Luft in beiden Gefäßen gleich geworden, ist die gesammte in derselben vorhandene Wärme wieder die ursprüngliche geworden, wenn keine Verluste durch Abkühlung u. eintraten. Eine mechanische Arbeit ist hierbei nicht verrichtet worden. Es ist klar, daß man nunmehr den ursprünglichen Zustand durch Umkehrung des Vorganges nicht wieder herstellen kann, ohne eine gewisse mechanische Arbeit aufzuwenden.

Die zweite Bedingung, welcher ein Kreisproceß genügen muß, um umkehrbar zu sein, besteht darin, daß der vermittelnde Körper immer, wenn er Wärme von außen erhält oder dahin abgibt, nur mit Körpern in Berührung steht, deren Temperatur mit seiner eigenen in der Art übereinstimmt, daß der Unterschied zwischen den Temperaturen nur unmerklich ist, und zwar hat man sich auch hier zu denken, daß die Temperatur des Wärme abgebenden Körpers immer um eine sehr kleine Größe höher ist, als die des Wärme empfangenden, damit überhaupt der Uebergang der Wärme möglich ist. Nur unter dieser Voraussetzung ist es denkbar, daß bei dem umgekehrten Prozesse der Körper in derselben Art die Wärme wieder an das betreffende Wärmemagazin abgebe, in welcher er sie aus demselben bei dem directen Prozesse empfing. Erhält dagegen der Körper die bei seiner Ausdehnung erforderliche Wärme aus einem Reservoir von merklich höherer Temperatur, so ist es nach dem Clausius'schen Grundsatz nicht möglich, daß er bei dem umgekehrten Vorgange diese Wärme an jenes Reservoir zurückgeben kann, welches eine höhere Temperatur hat, als der Körper selbst. Demgemäß ist daher der im vorigen Paragraphen betrachtete, durch Fig. 441 erläuterte Kreisproceß, bei welchem der Körper sich auf der Curve KK bewegt, nur unter der Voraussetzung umkehrbar, daß die den Körper umhüllenden, ihm Wärme liefernden und entziehenden Wärmereservoirs in jedem Augenblicke mit dem vermittelnden Körper übereinstimmende Temperaturen haben, welche daher zwischen T_1 und T_2 veränderlich sind. Der Proceß ist dagegen nicht umkehrbar, wenn der Körper, wie dies meist geschehen wird, alle ihm zuzuführende Wärme aus einem Wärmereservoir von der höchsten Temperatur T_1 empfängt und wenn er alle abzugebende Wärme einem Wärmereservoir von der niedrigsten Temperatur T_2 zuführt. In dieser Beziehung werden die

meisten in der Praxis vorkommenden Proceße der Bedingung der Umkehrbarkeit nicht, oder nur annähernd genügen.

Man muß bemerken, daß auch die directen Uebergänge von Wärme aus Körpern von höherer in solche von niederer Temperatur stets Vorgänge darstellen, die sich nicht umkehren lassen. Hierhin gehören also alle Wärmezerstreuungen, wie sie durch Leitung und Strahlung veranlaßt werden, und welche für die betreffenden Maschinen als Verluste an nützlicher Wirkung aufgefaßt werden müssen. In gleicher Weise wird die zur Ueberwindung von Reibungswiderständen aufzuwendende mechanische Arbeit immer in Wärme verwandelt, welche wegen der Wärmeleitungsfähigkeit der Körper, an denen sie entsteht, theilweise zerstreut wird, daher bei dem umgekehrten Proceße nicht wieder vollständig als mechanische Arbeit zur Wirkung kommt. Hirn hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß die zur Ueberwindung der Kolbenreibung in Dampfmaschinen aufzuwendende Arbeit nicht verloren geht,

Fig. 442.



sondern durch Umbildung in Wärme dem Dampfe zu gute kommt; hierbei ist natürlich von den Verlusten abzusehen, welchen diese Wärme in Folge der Abkühlung der Cylinderwandung ausgesetzt ist.

Es läßt sich nun leicht zeigen, daß ein nicht umkehrbarer Proceß, welcher zwischen zwei bestimmten Temperaturen, einer höchsten T_1 und einer niedrigsten T_2 verläuft, die Wärme niemals so vortheilhaft aus-

zunützen, d. h. in Arbeit zu verwandeln gestattet, als ein zwischen denselben Temperaturen verlaufender umkehrbarer Proceß.

Um dies zu erkennen, seien T_1 und T_2 , Fig. 442, die isothermischen Curven des vermittelnden Körpers M , welche den absoluten Temperaturen der beiden Körper A und B entsprechen, mit denen der Körper M bei Vollführung eines Kreisproceßes in Berührung kommt. Es sei ferner durch die Curve CC die Art der Zustandsänderung des Körpers für einen zu vollführenden Kreisproceß dargestellt, derart, daß wie bisher für jeden Punkt dieser Curve die verticale Ordinate den äußern Druck darstellt, während das Volumen durch die horizontale Ordinate gemessen wird. Denkt man sich durch irgend zwei sehr nahe neben einander liegende Punkte a_1 und a_2 dieser

Curve die beiden adiabatischen Linien $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$ gelegt und seien die Temperaturen, welche den durch die Curvelemente $a_1 a_2$ und $b_1 b_2$ gehenden Isothermen entsprechen, beziehungsweise mit T'_1 und T'_2 bezeichnet, so gilt für den durch das Flächenelement $a_1 a_2 b_2 b_1$ dargestellten elementaren Kreisproceß nach dem Vorstehenden die Bedingung

$$\frac{Q_1}{T'_1} = \frac{Q_2}{T'_2} \dots \dots \dots (62)$$

wenn Q_1 die zugeführte und Q_2 die abgeführte Wärme dem absoluten Werthe nach bedeutet. Hierbei ist es gleichgültig, ob die Wärme Q_1 aus einem Körper von der Temperatur T'_1 oder der höhern T_1 herrührt, und ob die Wärme Q_2 an einen andern Körper von der Temperatur T'_2 oder der niedern T_2 abgeführt wird. Um dies einzusehen, braucht man sich ja nur zu denken, der Uebergang von A nach M und von M nach B geschehe nicht direct, sondern durch Zwischenkörper a und b , welche die Temperaturen T'_1 und T'_2 haben. In diesem Falle ist der betrachtete Kreisproceß $a_1 a_2 b_2 b_1$ als ein zwischen den Temperaturen T'_1 und T'_2 umkehrbar verlaufender aufzufassen. Die durch den Flächenstreifen $a_1 a_2 b_2 b_1$ dargestellte Arbeit bestimmt sich wieder zu

$$L' = \frac{Q_1 - Q_2}{A}$$

oder, da aus der vorhergehenden Gleichung

$$Q_2 = Q_1 \frac{T'_2}{T'_1}$$

folgt, zu

$$L' = \frac{Q_1}{A} \left(1 - \frac{T'_2}{T'_1} \right) = \frac{Q_1}{A} \frac{T'_1 - T'_2}{T'_1} \dots \dots \dots (65)$$

Würde man dagegen dieselbe Wärmemenge Q_1 für einen zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 verlaufenden umkehrbaren Kreisproceß verwendet haben, so erhielte man die abgeführte Wärmemenge durch die Gleichung

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \quad \text{zu} \quad Q_2 = Q_1 \frac{T_2}{T_1},$$

dieselbe ist also kleiner als $Q_2 = Q_1 \frac{T'_2}{T'_1}$, und sonach ist die erzeugte Arbeit

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{Q_1}{A} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{Q_1}{A} \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

größer als L' . Dieselbe Betrachtung läßt sich natürlich für jedes andere durch zwei nahe benachbarte Adiabaten herausgeschnittene Element der Fläche $Ca_1 Cb_1$ anstellen, daher die ganze durch den betrachteten Proceß

erreichte Arbeit kleiner ist, als diejenige, welche durch dieselbe Wärmemenge Q_1 zwischen denselben Temperaturen T_1 und T_2 auf umkehrbarem Wege erzielt werden kann.

Nennt man das Verhältniß

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \eta \dots \dots \dots (71)$$

zwischen der in nützliche Arbeit verwandelten Wärme zu der aufgewendeten den Verwandlungswert, so kann man die gefundene Beziehung auch so aussprechen:

Der Verwandlungswert eines zwischen zwei bestimmten Temperaturen verlaufenden umkehrbaren Processes ist größer, als der irgend eines andern zwischen denselben Temperaturen vor sich gehenden nicht umkehrbaren.

Es ist auch aus dem Vorstehenden klar, daß die Gleichung (II):

$$\int \frac{\partial Q}{T} = 0$$

für den nicht umkehrbaren Proceß keine Gültigkeit haben kann, denn da

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2'}{T_2'} = 0$$

ist, so muß

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2'}{T_2} < 0$$

sein, weil offenbar

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_1}{T_1'} \quad \text{und} \quad \frac{Q_2'}{T_2} > \frac{Q_2'}{T_2'}$$

ist. Wenn man daher wieder die dem Körper M zugeführten Wärmemengen als positive und die abgeführten als negative in Rechnung stellt, so hat man für den nicht umkehrbaren Kreisproceß:

$$\int \frac{\partial Q}{T} < 0 \dots \dots \dots (72)$$

§. 225. Der Carnot'sche Kreisproceß ein Verwandlungspaar.

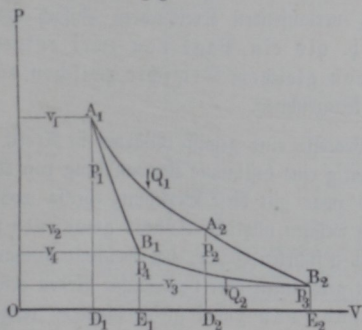
In den vorstehenden Paragraphen ist die Art der Umwandlung von Wärme in Arbeit und umgekehrt, wie sie als eine Folge des Carnot'schen Processes erscheint, im Wesentlichen so dargestellt, wie dies in fast allen bisher bekannt gewordenen Schriften über die mechanische Wärmetheorie geschieht. Dabei spricht man immer nach dem Vorgange von Carnot und Clausius

von einer Ueberführung oder einem Uebergange von Wärme aus einem wärmern in einen kältern Körper bezw. umgekehrt und man muß, um den zweiten Hauptsatz, oder vielmehr die allgemeine Geltung der Gleichung:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

für alle Körper zu erweisen, den in §. 222 angeführten Grundsatz von Clausius als richtig annehmen. Dieser Grundsatz kann indessen ganz entbehrt werden, wenn man die allerdings fast allgemein gewordene Auffassung aufgibt, wonach bei dem Carnot'schen Proceß die Wärme einem Uebergange zwischen den beiden Körpern von den Temperaturen T_1 und T_2 ausgesetzt sein soll. Ein solcher Uebergang findet bei diesem Proceß gar nicht statt, wie sich leicht durch eine genauere Betrachtung desselben ergibt. Die ganze Wärmemenge Q_1 nämlich, welche von dem wärmern Körper A an

Fig. 443.



den vermittelnden Körper M abgegeben wird, während derselbe sich auf der isothermischen Curve, Fig. 443, von A_1 bis A_2 ausdehnt, wird in ihrem ganzen Betrage in die Arbeit L_1 verwandelt. Das vermittelnde Gas M behält von dieser Wärmemenge Q_1 nichts zurück, sein gesammter Gehalt an innerer Wärme hat am Ende

der Ausdehnung in A_2 wegen der constant gebliebenen Temperatur genau denselben Werth wie beim Beginn der Expansion in A_1 . Wenn aber der vermittelnde Körper von dieser Wärmemenge Q_1 nichts zurückbehalten hat, so kann er davon doch auch nichts an den kältern Körper B abgeben oder überführen. Allerdings empfängt dieser letztere bei der nachherigen Zusammendrückung von B_2 nach B_1 eine gewisse Wärmemenge Q_2 aus dem vermittelnden Körper M , aber es leuchtet ein, daß diese Wärmemenge ganz neu aus der äußern Arbeit L_2 entsteht, die zur Zusammendrückung aufgewendet werden muß. Aus der vorher von A abgegebenen Wärme Q_1 ist dieser Wärmebetrag Q_2 also nicht entnommen, was doch vorauszusetzen wäre, wenn man den betreffenden Vorgang einen Uebergang oder eine Wärmeüberführung nennen will. Man hat es hiernach bei dem Carnot'schen Proceß überhaupt gar nicht mit Wärmeübergängen zwischen verschieden warmen Körpern, sondern nur mit Wärme- oder Energieumwand-

lungen zu thun, und zwar setzt sich ein solcher Proceß, wie aus dem Ganzen ohne Weiteres folgt, immer aus zwei entgegengesetzten Verwandlungen, nämlich zuerst einer solchen von Wärme in Arbeit und darauf einer zweiten von Arbeit in Wärme zusammen. Die erstere Verwandlung von Wärme in Arbeit findet bei der Ausdehnung und die zweite von Arbeit in Wärme findet bei der Zusammendrückung statt, und diese beiden entgegengesetzten Verwandlungen sind bei dem Carnot'schen Prozesse deswegen absolut nöthig, weil dieser Proceß seinem innern Wesen nach immer aus einer Ausdehnung und einer Zusammendrückung sich zusammensetzen muß, da der vermittelnde Körper schließlich in seinen Anfangszustand zurückkehrt.

Bezeichnet man den Quotienten $\frac{Q}{T}$ aus einer beliebigen Wärmemenge Q dividirt durch die ihr zugehörige absolute Temperatur T als das „Wärmegewicht“ (s. d. f. S. 226), so kann man hiernach den Carnot'schen zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 verlaufenden Kreisproceß einfach als ein „Verwandlungspaar“, d. h. als ein Paar von zwei entgegengesetzten Verwandlungen von gleichem Gewichte zwischen diesen Temperaturen T_1 und T_2 kennzeichnen.

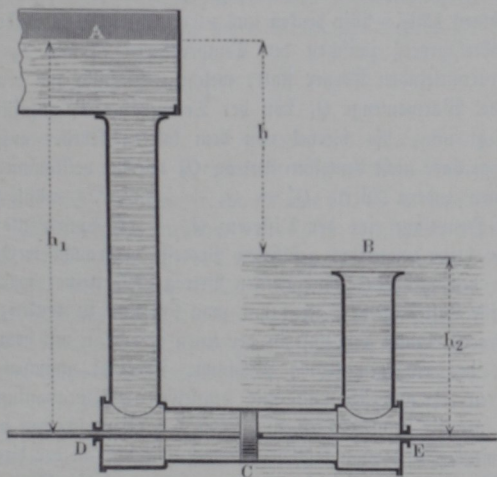
Immer, wenn bei diesem Prozesse eine gewisse Wärme in Arbeit verwandelt wird, muß auch gleichzeitig eine bestimmte Verwandlung von Arbeit in Wärme vor sich gehen, und zwar gilt diese Beziehung ebenso wohl für den directen Kreisproceß, durch welchen nützliche Arbeit gewonnen wird, wie auch für den entgegengesetzt geführten Gang, bei welchem mechanische Arbeit verbraucht wird. Die gewonnene oder verbrauchte Arbeit erscheint dabei stets als die Resultirende von zwei gleich schweren entgegengesetzten Verwandlungen und niemals als das Resultat von nur einer einzigen Verwandlung. Man kann hier in gewissem Sinne das Beispiel eines Drehungspaares zum Vergleiche anführen, bei welchem eine geradlinigte Bewegung als das Resultat von zwei entgegengesetzten gleichgroßen Drehungen, niemals aber als dasjenige einer einzigen Drehung erscheint.

Man hat auch öfter die Verwandlung der Wärme in Arbeit mit der Ausnützung des Wassers in hydraulischen Motoren verglichen, indem man die Temperaturen gewissermaßen als Gefällhöhen betrachtete, ein Vergleich, welcher geeignet ist, den Vorgang bei dem Carnot'schen Kreisproceße ganz besonders klar zu machen und welcher daher hier noch angeführt werden möge.

Man denke sich ein bestimmtes Wassergewicht G von dem Wasserspiegel A , Fig. 444, bis zu dem um h Meter tiefer gelegenen Wasserspiegel in B niederfallen, so wird dasselbe eine mechanische Arbeit von Gh Metertkilogramm

verrichten und in einer hydraulischen Maschine zur Aeußerung bringen können. Als eine solche Maschine sei etwa eine Wassersäulenmaschine in *C* gedacht, deren Aufstellungsort um die Höhe h_1 unter *A* und um $h_2 = h_1 - h$ unter *B* vorausgesetzt werden mag. Das Wassergewicht G wird beim Niederfallen von *A* bis *C* offenbar eine mechanische Arbeit gleich $G h_1$ verrichten, indem der Kolben in der Richtung von *D* nach *E* fortgeschoben wird; aber gleichzeitig ist eine ebenso große Wassermenge von *C* auf die Höhe h_2 bis zum Wasserspiegel in *B* zu erheben, wozu eine Arbeit $G h_2$

Fig. 444.



aufgewendet werden muß. Als erzeugte Nutzleistung wird daher auf die Wassersäulenmaschine in *C* nur die Arbeit $G (h_1 - h_2) = G h$ übertragen, und es entspricht dieser Vorgang demjenigen der Arbeitserzeugung

$$L = \frac{Q_1}{T_1} (T_1 - T_2) \text{ bei dem direct geführten Carnot'schen Kreisproceß.}$$

Denkt man sich jetzt den Vorgang umgekehrt, so daß der Kolben *C* von *E* nach *D* geschoben wird, so wirkt die Vorrichtung als eine Pumpe, und wenn ein Wasserquantum G von dem Niveau *B* bis zu *C* herabsinkt, so muß nothwendig eine gleiche Wassermenge von *C* bis zum obern Wasserspiegel *A* erhoben werden, so daß jetzt eine mechanische Arbeit von derselben Größe $G (h_1 - h_2)$ aufgebraucht wird. Offenbar stimmt dieser Vorgang mit dem in umgekehrter Richtung geführten Carnot'schen Kreisproceß überein.

Es wurde in §. 221 bewiesen, daß für Luft oder ein vollkommenes Gas als Vermittlungskörper die beiden betreffenden Wärmemengen Q_1 und Q_2 in der Beziehung

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

zu einander stehen. Es ist nun nach unserer Definition des Carnot'schen Processes als eines Verwandlungspaars leicht, zu zeigen, daß diese Gleichung auch für jeden beliebigen andern vermittelnden Körper gelten muß, ohne daß man dazu besondere Axiome, wie dasjenige des Clausius'schen Grundsatzes ist, anzunehmen hätte. Wir denken uns zu dem Zwecke, es fände ein Carnot'scher Kreisproceß zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 mit einem beliebigen vermittelnden Körper statt, welchem ebenfalls aus dem wärmern Magazin die Wärmemenge Q_1 von der Temperatur T_1 zugeführt werden soll. Gesezt nun, die hierbei von dem kältern Körper aufgenommene Wärmemenge habe nicht denselben Betrag Q_2 wie bei vollkommenen Gasen, sondern einen andern Werth $Q'_2 = Q_2 + \Delta Q$. Es müßte dann nach dem ersten Hauptsatz eine der Differenz $Q_1 - Q'_2$ äquivalente Arbeit geleistet, oder beim umgekehrt geführten Prozesse verbraucht werden, welche Arbeit um den mit ΔQ äquivalenten Betrag ΔL kleiner wäre, als der Werth L für Luft angiebt. Setzt hat man sich nur zu denken, es werde der Kreisproceß einmal mit Luft in der einen und dann mit dem beliebigen Körper in der entgegengesetzten Richtung, jedesmal zwischen denselben Temperaturen T_1 und T_2 und mit demselben Wärmequantum Q_1 vorgenommen, um die Unmöglichkeit einzusehen, daß Q'_2 verschieden von Q_2 sein könne. Gesezt z. B., man läßt den Proceß mit Luft in der directen Richtung vor sich gehen, so giebt der wärmere Körper A die Wärmemenge Q_1 ab, der kältere Körper B erhält die Wärmemenge Q_2 und eine Arbeit $L = \frac{1}{A} (Q_2 - Q_1)$ wird erzeugt. Bei dem darauf mit dem beliebigen Körper vorgenommenen umgekehrt geführten Prozesse empfängt das wärmere Magazin wiederum die Wärme Q_1 , das kältere giebt diejenige $Q'_2 = Q_2 + \Delta Q$ ab und es wird eine Arbeit $L' = \frac{1}{A} (Q_1 - Q'_2) = L - \Delta L$ hierzu verbraucht. Als das Resultat beider Vorgänge finden wir daher, daß in dem wärmern Körper A keine Aenderung vorgekommen ist, da er dieselbe Wärme Q_1 zuletzt wieder erhielt, die er zuerst abgab. Der kältere Körper B dagegen hat die Wärmemenge $Q'_2 - Q_2 = \Delta Q$ verloren, und es ist eine mit dieser Wärmemenge äquivalente Arbeit $L - L' = \Delta L$ erzeugt worden. Hieraus würde also zu schließen sein, daß in Folge dieses zweimaligen Carnot'schen Processes ein gewisser Gewinn an Arbeit ΔL als das Resultat von nur

einer einzigen Umwandlung der Wärmemenge AL erschiene, was nach der oben gegebenen Erklärung des Carnot'schen Processes ebenso unmöglich ist, wie es nicht möglich ist, einen Kreisproceß durch nur eine Ausdehnung oder durch nur eine Zusammendrückung hervorzurufen. Man würde ja durch die gewonnene Arbeit AL die Luft isothermisch noch weiter zusammendrücken können, wodurch dem kältern Wärmemagazin auch die Wärme AQ zurückgegeben würde, und hätte auf diese Weise ohne Aufwendung von Arbeit und ohne Aufwendung von Wärme Luft isothermisch zusammengedrückt, was mit dem Gesetz von der Erhaltung der Kraft unvereinbar wäre. Hierin dürfte ein vollgültiger Beweis dafür enthalten sein, daß die mehrerwähnte Beziehung:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

ganz allgemeine Gültigkeit hat, mit welchem Körper als dem vermittelnden man auch den Carnot'schen Kreisproceß vorgenommen denkt.

Zu diesem Beweise des zweiten Hauptsatzes ist der in §. 222 angegebene Clausius'sche Grundsatz, welcher von einem eventuellen Uebergange der Wärme aus einem kältern in einen wärmeren Körper handelt, deswegen gar nicht erforderlich, weil bei dem Carnot'schen Kreisproceße Wärmeübergänge in der That überhaupt nicht vorkommen, wenn man nicht etwa mit dem Begriffe des Ueberganges stillschweigend denjenigen einer zweimaligen entgegengesetzten Umwandlung verbinden will. Man wird vielmehr, entgegen jenem Grundsatz, annehmen müssen, daß ein Uebergang von Wärme immer und unter allen Umständen nur in absteigender Richtung von wärmeren Körpern zu kälteren stattfinden kann, ebenso wie lebendige Kraft oder kinetische Energie immer nur von schneller bewegten Körpern an langsamer bewegte, niemals umgekehrt, übertragen werden kann.

Man hat daher in der Theorie der Wärme die beiden Vorgänge der Verwandlung und des Ueberganges streng aus einander zu halten, und es wird, wenn man diese Trennung festhält, der Unterschied zwischen den sogenannten umkehrbaren und den nicht umkehrbaren Processen ganz überflüssig. Ein umkehrbarer Proceß, wie der von Carnot angegebene, ist überhaupt nur in der Vorstellung beruhend, die Natur und die Technik zeigen uns nirgend das wirkliche Beispiel eines solchen, ebenso wie wir nirgendwo einen Zustand vollkommen reibungsloser Bewegung finden. Alle hier in Betracht kommenden Vorgänge der Wärmetechnik setzen sich aus Verwandlungen und Uebergängen zusammen, von welchen, wie gezeigt wurde, die ersteren nach entgegengesetzten Richtungen vorgenommen werden können, also umkehrbar sind, während die Uebergänge nur in absteigender Richtung, niemals in der entgegengesetzten auftreten können. Eine solche Unterscheidung bei der Be-

urtheilung der verschiedenen Vorgänge ist für die praktische Wärmelehre von hervorragender Bedeutung. Diese Beurtheilung wird ganz besonders durch graphische Darstellungen veranschaulicht und erleichtert, indem diese letzteren in scharfer, nicht mißzuverstehender Weise den Unterschied zwischen Verwandlungen und Uebergängen zum Ausdruck bringen, wie dies im Folgenden gezeigt werden soll.

§. 226. **Wärmegewicht.** Zur Erläuterung der vorstehenden Sätze aus der Wärmelehre hat Zeuner den oben entwickelten Formeln (65) und (66), wie folgt, eine Deutung gegeben, welche sich an bekannte Fälle der Dynamik anschließt. Die mechanische Arbeit L , welche durch die Zuführung einer Wärmemenge Q_1 bei einem Carnot'schen Kreisproceß zwischen den absoluten Temperaturen T_1 und T_2 gewonnen wird, drückt sich nach (65):

$$L = \frac{Q_1}{A_1 T_1} (T_1 - T_2)$$

durch das Product der beiden Größen $\frac{Q_1}{A T_1}$ und $(T_1 - T_2)$ aus. Da nun auch die mechanische Arbeit, welche eine bestimmte Masse beim Niedersinken von einer gewissen Höhe verrichten kann, ebenfalls durch das Product aus dem Gewichte in die Fallhöhe dargestellt ist, so vergleicht Zeuner die Größe $\frac{Q_1}{A T_1}$ mit einem gewissen Gewichte:

$$G = \frac{Q_1}{A T_1} \dots \dots \dots (73)$$

dem von ihm sogenannten **Wärmegewichte**, und die Differenz $T_1 - T_2$ mit einer bestimmten Fallhöhe, dem sogenannten **Wärmegefälle**.

Hiernach hat man sich die absoluten Temperaturen als verticale Höhen über einer horizontalen Grundebene zu denken, welche letztere dem absoluten Nullpunkte der Temperatur entspricht. Für jede Temperatur T giebt es dann eine horizontale Ebene, deren Abstand von der Grundebene der Temperatur T proportional ist, und eine bestimmte Wärmemenge Q von dieser Temperatur T entspricht dann einem bestimmten Gewichte $G = \frac{Q}{A T}$, welches in diesem Niveau T zur Verfügung steht. Hat man daher in der Niveaubene T_1 eine Wärmemenge Q_1 , welche bei einem umkehrbaren, zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 verlaufenden Kreisproceß dem vermittelnden Körper zugeführt wird, so ist die geleistete Arbeit gerade so groß, als wenn dieses Gewicht $G = \frac{Q_1}{A T_1}$ aus der Ebene T_1 in die niedriger gelegene Ebene T_2 Arbeit verrichtend niedersinkt, derartig, daß dieses Ge-

wicht mit einer unmerklich kleinen Geschwindigkeit in der untern Ebene aufkommt. Wie dann andererseits zum Heben dieses Gewichtes G aus der niedern Ebene T_2 in die höher gelegene T_1 eine mechanische Arbeit

$$G (T_2 - T_1) = \frac{Q_1}{A T_1} (T_1 - T_2)$$

aufgewendet werden muß, so kann Wärme von der geringern Temperatur in solche von höherer Temperatur nur durch Aufwendung von mechanischer Arbeit umgewandelt werden. Die Leistungen L_1 und L_2 , welche das Gewicht G beim Niedersinken bis zur Grundebene verrichten kann, wenn es sich entweder in der Ebene T_1 oder T_2 befindet, sind verschieden, und verhalten sich wie die Höhen der Ebenen über der Grundebene, gerade wie dies mit den Wärmemengen Q_1 und Q_2 auch der Fall ist, d. h. es ist:

$$\frac{L_1}{T_1} = \frac{L_2}{T_2} = \frac{Q_1}{A T_1} = \frac{Q_2}{A T_2} = G.$$

Man kann daher mit Rücksicht hierauf den zweiten Hauptsatz auch dahin aussprechen, daß beim Carnot'schen Kreisproceß die Wärmegewichte in beiden Ebenen gleich groß sind, oder daß die algebraische Summe der Wärmegewichte gleich Null ist, wenn man dem aus einer Ebene abgehenden Gewichte das positive und dem in eine Ebene eintretenden das negative Zeichen beigelegt denkt.

Es ist leicht ersichtlich, daß dieselbe Betrachtung auch für einen Kreisproceß gilt, der nach Art des in Fig. 441 dargestellten aus mehreren einfachen zusammengesetzt ist, welche zwischen verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 , T_2 und T_3 , T_3 und $T_4 \dots$ verlaufen. Auch hier muß entsprechend den Gleichungen (68) und (69) die verrichtete Arbeit gleich der algebraischen Summe der Leistungen aller Gewichte und die algebraische Summe aller Wärmegewichte gleich Null sein.

Wenn ein Gewicht G bei seinem Niedersinken aus einer Ebene T_1 in eine tiefer gelegene T_2 keine oder nicht so viel Arbeit verrichtet, als der Fallhöhe entspricht, so wird die nicht zur Ueberwindung von Widerständen verbrauchte Arbeit zur Beschleunigung des Gewichtes G verwendet, welches in Folge dessen mit einer gewissen Geschwindigkeit v die untere Ebene T_2 erreicht, vermöge deren es das Arbeitsvermögen $G \frac{v^2}{2g}$ besitzt. Die ganze Leistungsfähigkeit des Gewichtes G bei seiner Ankunft in dem Niveau T_2 , welche dasselbe zu äußern vermöchte, wenn es bis zur Grundebene fiele, beziffert sich daher auf $G T_2 + G \frac{v^2}{2g} = L'_2$, und dieser Leistung entspricht sonach ein Gewicht G' in der Ebene T_2 , welches aus

$$G' T_2 = G \left(T_2 + \frac{v^2}{2g} \right)$$

zu

$$G' = G \left(1 + \frac{v^2}{2g} \frac{1}{T_2} \right)$$

folgt. Man ersieht leicht, daß dieser Vorgang dem nicht umkehrbaren Kreisproceß entspricht, bei welchem der Körperdruck größer ist als der äußere Gegendruck, oder, was wesentlich dasselbe ist, bei welchem die dem vermittelnden Körper zugeführte Wärmemenge aus einem Wärmereservoir stammt, dessen Temperatur diejenige des Körpers übertrifft. In diesem Falle ist das Wärmegewicht G' in der Ebene T_2 größer als dasjenige G in der Ebene T_1 , d. h. die algebraische Summe der Wärmegewichte ist negativ, wie es durch die Gleichung (72) für den nicht umkehrbaren Kreisproceß ausgedrückt ist.

Es erscheint unnötig, die Uebereinstimmung noch weiter auszuführen, welche zwischen der Arbeitsleistung eines fallenden Gewichtes und derjenigen der Wärme stattfindet. Es möge hier nur ein Punkt von besonderem Interesse hervorgehoben werden. Der Umstand, daß in allen Dampfmaschinen die erzeugte mechanische Arbeit nur einen sehr geringen Procentsatz, im Mittel 5 bis 7, höchstens 10 Proc., derjenigen Arbeit beträgt, welche der durch die verbrannten Kohlen erzeugbaren Wärmemenge äquivalent ist, hat die Veranlassung gegeben, daß so gewichtige Stimmen, wie die Redtenbacher's, die Dampfmaschinen höchst unvollkommene Maschinen genannt haben. Zeuner *) gebührt das Verdienst, darauf aufmerksam gemacht zu haben, daß dieser geringe Effect nur zum kleinsten Theile der Unvollkommenheit des Principis oder der Wirkungsweise dieser Maschinen zuzuschreiben ist, vielmehr der Hauptsache nach in den natürlichen Verhältnissen seinen Grund hat, welche es von vornherein unmöglich machen, überhaupt jemals eine Nutzleistung zu erzielen, welche derjenigen auch nur entfernt sich nähert, die der durch das Brennmaterial zu entwickelnden Wärmemenge äquivalent ist. Diese letztere absolute Leistung als Maßstab für die Güte der calorischen oder Dampfmaschine anzunehmen, hieße nach Zeuner so viel, als wenn man bei der Beurtheilung der Güte eines Wasserrades anstatt des zwischen Ober- und Unterwasserspiegel vorhandenen Gefälles dasjenige zwischen der Quelle und dem Meeresspiegel des betreffenden Wasserlaufes zu Grunde legen wollte. Obschon dieser letztere Vergleich zu Einwendungen**) Veranlassung gegeben hat, so ist doch die erwähnte, von Zeuner ausgesprochene Behauptung nach geringfügiger Aenderung vollkommen zutreffend, wie sich aus dem Folgenden

*) Zeuner, Die mechanische Wärmetheorie, 2. Aufl.

**) Siehe v. Reiche, Der Dampfmaschinenconstructeur.

ergeben wird. Man kann nämlich, wenn man dem von Zeuner eingeführten „Wärmegewichte“ eine etwas andere, sich an das eigentliche Wesen der Wärme näher anschließende Bedeutung beilegen will, die vorstehend entwickelten Resultate der mechanischen Wärmetheorie in sehr anschaulicher Art durch eine graphische Darstellung versinnlichen, welche auch, wenn in geeignetem Maßstabe ausgeführt, directes Abgreifen von Zahlenresultaten zum Ersatz der Rechnung ermöglichen würde. Diese Darstellung möge hier folgen.

Graphische Darstellung. Es sei im Folgenden eine bestimmte §. 227. Wärmemenge und zwar der Einfachheit wegen gerade eine Calorie oder Wärmeeinheit vorausgesetzt und angenommen, diese Wärmemenge bilde den ganzen in einem gewissen Körper vorhandenen Wärmegehalt. In Hinsicht dieses Körpers möge ferner die Annahme gemacht werden, daß seine spezifische Wärme für alle Temperaturen einen constanten Werth haben soll und es werde, gleichfalls der Einfachheit wegen, diese spezifische Wärme gleich der Einheit, also gleich der des Wassers bei 0° C. angenommen. Ob es in der Natur wirklich einen solchen Körper giebt oder nicht, ist für die hier folgende Betrachtung gleichgültig, jedenfalls kann man sich einen solchen ideellen Körper vorstellen. Wenn das Gewicht desselben allgemein mit G bezeichnet wird und seine absolute Temperatur T ist, so hat man nach den gemachten Voraussetzungen die ganze in ihm enthaltene Wärmemenge

$$GT = 1 \text{ W.} \cdot \text{C.},$$

woraus

$$G = \frac{1}{T} \text{ kg}$$

folgt. Wir bezeichnen nun kurz dieses Gewicht G als das Wärmegewicht einer Wärmeeinheit bei der absoluten Temperatur T , so daß allgemein das Wärmegewicht einer beliebigen Wärmemenge Q bei der ebenfalls beliebigen Temperatur T durch $G = \frac{Q}{T}$ ausgedrückt ist, und man

darunter also dasjenige Gewicht des vorausgesetzten ideellen Materials zu verstehen hat, in welchem bei der Temperatur T gerade die Wärmemenge Q enthalten ist, oder, welches durch die Wärmemenge Q vom absoluten Nullpunkte gerade bis zur Temperatur T erwärmt werden könnte.

Ebenso möge jetzt die Temperatur T eines Körpers durch eine gewisse Höhe in folgender Art ausgedrückt werden. Man hat sich nach dem Vorangegangenen die Wärme als eine Art der Bewegung vorzustellen, und wenn man auch über die besondere Natur dieser Bewegung nichts Näheres weiß, so wird man doch anzunehmen haben, daß nach den allgemeinen Gesetzen der Dynamik die vermöge dieser Bewegung in einem Massentheilchen enthaltene

Energie oder lebendige Kraft von der Geschwindigkeit dieser Bewegung abhängt und zwar etwa mit dem Quadrate dieser Geschwindigkeit proportional ist. Die Höhe der Temperatur giebt daher den Grad der Schwingungsgeschwindigkeit, oder der vermöge derselben in einem Massenthcilchen enthaltenen lebendigen Kraft desselben an, und es erscheint daher gerechtfertigt, die Temperaturen durch die diesen Geschwindigkeiten zugehörigen Geschwindigkeitshöhen zu messen. Man hätte sich danach die einer Temperatur zugehörige Höhe als diejenige zu denken, auf welche ein Massenthcilchen von dieser Temperatur sich vermöge seiner Schwingungsgeschwindigkeit würde erheben können, oder auch, von welcher es herunterfallen müßte, um die dieser Temperatur entsprechende Schwingungsgeschwindigkeit anzunehmen. Hiernach und aus der Größe des mechanischen Wärmeäquivalents $\frac{1}{A} = 424 \text{ mkg}$

folgt denn auch, daß unter den gemachten Voraussetzungen die jedem Temperaturgrade entsprechende Höhe gleich 424 m zu setzen ist, denn die zu Grunde gelegte Wärmemenge von 1 Calorie vermag natürlich von dem Körper, dessen specifische Wärme gleich Eins gesetzt wurde, gerade 1 kg um 1° zu erwärmen.

Man denkt sich nun zur Veranschaulichung ein rechtwinkeliges Coordinatensystem OTG , Fig. 445, auf dessen horizontaler Aze die Wärmegewichte G und auf dessen verticaler Aze die Temperaturen oder Höhen T aufgetragen werden. Bestimmt man dann für irgend eine Temperatur $T_1 = OB_1$

das zugehörige Wärmegewicht $G_1 = \frac{1}{T_1}$ und trägt dasselbe horizontal gleich

OC_1 auf, so bestimmen diese Coordinaten einen Punkt A_1 von solcher Lage, daß die Rechteckfläche $OB_1A_1C_1$ das Maß für die mechanische Arbeit einer Calorie darstellt, denn diese Fläche ist durch $OC_1 \cdot OB_1 = G_1 \cdot T_1 \cdot 424 = 424 \text{ mkg}$ ausgedrückt, da die Einheiten der verticalen Aze, wie erwähnt, gleich 424 m anzunehmen sind. Stellt man sich dieselbe Construction für alle möglichen Temperaturen T ausgeführt vor, so erhält man für die Lage des Punktes A eine gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten in die Azen OT und OG fallen und deren Gleichung

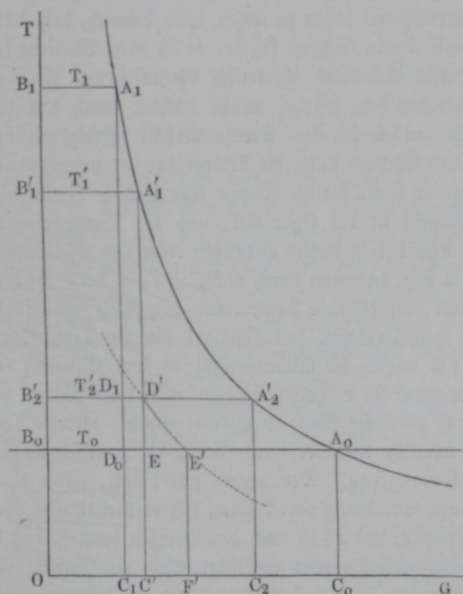
$$T \cdot G = 1$$

ist. Für irgend einen Punkt wie A_2 dieser Curve hat das Rechteck A_2O dieselbe Größe wie A_1O , d. h. es stellt eine mechanische Arbeit von 424 mkg vor. Hieraus ersieht man, daß, wie es auch dem Grundsatz von der Erhaltung der Kraft entspricht, die durch die vorhandene Wärmemenge repräsentirte ganze Energie unabhängig von der Temperatur ist, und daß es in Hinsicht dieser Energie gleichgültig ist, ob diese Wärmemenge z. B. in 1 kg von 1° oder in $\frac{1}{1000}$ kg von 1000° enthalten ist. Wäre es möglich, diese

ganze vorhandene Energie in nützliche Arbeit zu verwandeln, so würde es daher auch ganz gleichgültig sein, ob man die Wärme dazu verwendet, die Körper auf hohe oder auf niedrige Temperaturen zu erwärmen.

Damit eine solche Gewinnung des vollständigen Energiebetrages ausführbar wäre, müßte es nun aber möglich sein, die Körper bis auf den absoluten Nullpunkt der Temperatur abzukühlen, was natürlich undenkbar ist. Es ist überhaupt nicht ausführbar, bei irgend einer Maschine oder sonstigen Vorrichtung den wirkenden Körper ohne künstliche

Fig. 445.



Vorrichtungen unter den Temperaturgrad der umgebenden Atmosphäre abzukühlen. Setzt man z. B. eine mittlere Jahrestemperatur an der Erdoberfläche von 12°C ., also eine absolute Temperatur von 285° voraus, so ist diese die geringste Temperatur T_2 , bis zu welcher höchstens eine Abkühlung des vermittelnden Körpers vorzunehmen ist. Es wäre ja allerdings wohl möglich, die Temperatur durch künstliche Wärmeentziehung, wie dies bei den Eismaschinen geschieht, noch weiter zu ermäßigen, aber es ist ohne Weiteres klar, daß dies nur durch einen entsprechenden Arbeitsaufwand erreichbar sein würde. Es muß nämlich, damit ein Körper

kälter gemacht werden soll als seine Umgebung, Wärme ihm entzogen, d. h. in Arbeit verwandelt werden, und hierzu ist nach der oben gegebenen Erklärung des Carnot'schen Processes eine gleich schwere entgegengesetzte Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme erforderlich. Den vermittelnden Körper eines Kreisprocesses noch unter die Temperatur der Umgebung abkühlen wollen, hieße ungefähr so viel, als wenn man die Leistungsfähigkeit niedersinkender Körper, z. B. des Wassers von Flüssen, dadurch vergrößern wollte, daß man sie nicht bloß bis zur Erdoberfläche, sondern noch weiter nach dem Mittelpunkte der Erde hin ins Erdinnere wollte fallen lassen. Wäre es z. B. möglich, das Wasser eines Flusses noch unter den Meeresspiegel fallen zu lassen, etwa dadurch, daß man es in einen eingesetzten wasserleeren Schacht führte, so ist ohne Weiteres klar, daß zur Entleerung dieses Schachtes theoretisch vorher genau dieselbe mechanische Arbeit aufzuwenden sein würde, welche nachher durch das höhere Gefälle wieder erreicht werden könnte. Ebenso verhält es sich mit der künstlichen Abkühlung eines Körpers unter die Temperatur der umgebenden Atmosphäre. Diese Temperatur spielt für die Wärme eine ähnliche Rolle, wie das Niveau des Meeresspiegels in der Hydraulik, und die Temperatur des absoluten Nullpunktes entspricht in diesem Vergleiche etwa dem Mittelpunkte der Erde.

Es möge in Fig. 445 nun durch $OB_0 = T_0 = 285^\circ$ die der Atmosphäre im Durchschnitt entsprechende Temperatur dargestellt sein, so daß also die Ebene B_0A_0 gewissermaßen den Horizont für die Temperaturen vorstellt. Denkt man sich wieder die Wärmeeinheit in dem Gewichte $G_1 = B_1A_1$ von der Temperatur T_1 enthalten, so kann man diese Wärme von der Temperatur T_1 auf zweifache Weise in Wärme von der niedern Temperatur T_0 verwandeln, nämlich entweder durch einen Verwandlungsproceß oder durch einen Uebergang. Der letztere findet statt, wenn die Wärme von selbst, etwa durch Strahlung oder Leitung sich verbreitet, also ohne dabei eine Arbeit zu verrichten, und es ist nach dem Vorigen deutlich, daß die in B_1A_1 enthaltene Wärmeeinheit gerade ausreichen wird, ein Gewicht $G_0 = B_0A_0$ auf die Temperatur $T_0 = A_0B_0 = 285^\circ$ zu bringen, welches in der Figur durch die der Ordinate T_0 zugehörige Abscisse B_0A_0 der Hyperbel gemessen wird. Man kann sich gewissermaßen vorstellen, die Wärme verbreite sich bei dem Uebergange abwärts in dem Raume zwischen OT und der Hyperbel in horizontalen Schichten. Offenbar ist das Rechteck OA_0 gleich demjenigen OA_1 , und man ersieht hieraus, daß bei diesem von selbst erfolgenden Wärmeübergange die ganze vorhandene Energie dieselbe Größe beibehält, und daß mechanische Arbeit nicht geleistet worden ist. Nach dem vorstehend Gesagten läßt sich die in dem Gewichte $G_0 = B_0A_0$ enthaltene Wärme von der Temperatur T_0 überhaupt nicht mehr in nützliche Arbeit verwandeln und ist also für unsere Zwecke als verloren anzusehen.

Die zweite Art der Verwandlung der Wärme von der Temperatur T_1 in solche von derjenigen T_0 kann mit Hilfe eines vermittelnden Körpers durch einen umkehrbaren Proceß geschehen. Hierbei verschwindet ein gewisser Theil der Wärme, welcher in Arbeit umgesetzt wird. Nimmt man an, daß dieser Proceß zwischen den Temperaturen $T_1 = OB_1$ und $T_0 = OB_0$ stattfindet, setzt man also voraus, daß dem vermittelnden Körper aus einem Wärmereservoir von der Temperatur T_1 eine Wärmemenge $Q_1 = 1$ Calorie zugeführt werde, so wird hierbei dem Wärmereservoir von der Temperatur T_0 eine Wärmemenge Q_0 mitgetheilt, welche nach §. 222 durch

$$\frac{Q_2}{T_0} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{1}{T_1}$$

gegeben ist. Diese Wärmemenge $Q_0 = T_0 \frac{1}{T_1}$ ist offenbar im Stande,

gerade ein Wärmegewicht von der Größe $\frac{1}{T_1} = G_1 = B_1 A_1$ auf die Temperatur T_0 zu bringen. Zieht man daher durch A_1 eine Verticallinie $A_1 C_1$, so stellt $B_0 D_0$ das Wärmegewicht vor, welches der aus Arbeit entstandenen Wärmemenge Q_0 von der Temperatur $T_0 = OB_0$ entspricht. Da diese Wärme, welche aus den angegebenen Gründen niemals in Arbeit verwandelt werden kann, einer Leistung entspricht, welche durch das Rechteck $OB_0 D_0 C_1$ gemessen wird, so folgt, daß die Differenz der beiden Rechtecke OA_1 und OD_0 , d. h. also das Rechteck $B_0 A_1$ die Größe der gewonnenen Arbeit L darstellt. Diese Arbeit ist übrigens auch durch das Rechteck $C_1 D_0 A_0 C_0$ ausgedrückt. Von der mit der aufgewendeten Wärme äquivalenten Arbeit ist daher im günstigsten Falle, d. h. wenn keinerlei Verluste auftreten würden, nur der Theil

$$\frac{B_0 B_1}{OB_1} = \frac{C_0 C_1}{C_0 O} = \frac{T_1 - T_0}{T_1}$$

wirklich nutzbar zu machen. Man erkennt auch aus der Figur, daß dieser ausnutzbare Theil der Leistung um so größer ausfällt, je kleiner das Wärmegewicht OC_1 , d. h. je größer die Temperatur T_1 der zugeführten Wärme ist. Hiernach würde es also vortheilhaft erscheinen, die Temperatur T_1 der einer Maschine zugeführten Wärme so hoch als möglich zu wählen, wenn nicht andere Verhältnisse hier gleichfalls zu berücksichtigen wären. Zunächst ist bei der für Maschinen doch allein in Betracht kommenden Erzeugung der Wärme durch Verbrennung von Brennstoffen die erreichbare Temperatur immer nur von bestimmter Größe; dieselbe ist aber immer noch viel höher als diejenige, welche man dem vermittelnden Körper, z. B. dem Dampfe in den Dampfmaschinen, mit Rücksicht auf die Dauer und Festigkeit der zu den Maschinentheilen verwendbaren

Materialien geben kann. Demzufolge ist der Vorgang, welcher z. B. bei den Dampfmaschinen und ihren Kesseln stattfindet, immer mit Uebergängen von Wärme verbunden, indem die dem Dampfe zuzuführende Wärmemenge den Feuergasen, also einem Körper von viel höherer Temperatur als die des Dampfes selbst ist, entnommen wird. Ebenso wird der vermittelnde Körper oder Dampf seine Temperatur niemals bis zu derjenigen T_0 der Atmosphäre erniedrigen können, sondern er wird die Maschine mit einer höhern Temperatur verlassen, welche, wie sich aus dem Nachfolgenden ergeben wird, für Maschinen ohne Condensation zu mindestens 100°C. oder $T_2 = 373^\circ$ und für Maschinen mit Condensation zu etwa 40°C. oder $T_2 = 313^\circ$ sich bezieht. In Folge dessen findet wiederum ein Wärmeübergang aus dem abgehenden Dampfe in die Atmosphäre statt. Auch von diesen Verhältnissen giebt die Fig. 445 ein deutliches Bild.

Gesetzt nämlich, der vermittelnde Körper (Dampf) habe die höchste Temperatur $T'_1 = OB'_1$ und empfangen die Wärme aus einem Wärmemagazin (Feuerung) von der höhern Temperatur $T_1 = OB_1$. Alsdann wird einer Calorie, welcher für die Temperatur $OB_1 = T_1$ das Wärmegewicht $G_1 = B_1A_1$ entspricht, bei der Temperatur $T'_1 = OB'_1$ das Wärmegewicht $G'_1 = B'_1A'_1$ zukommen. Nimmt man nun an, daß der Körper zwischen dieser Temperatur T'_1 und einer andern $T'_2 = OB'_2$ einen Kreisproceß durchmacht, welcher für diese Temperaturen umkehrbar ist, so hat man für jede dem Körper mitgetheilte Wärmeeinheit das Wärmegewicht $B'_1A'_1$ als B'_2D' auf der Horizontalen durch B'_2 abzutragen und erhält dann in dem Rechteck $D'A'_2C_2C'$ das Maß für die geleistete Arbeit, wogegen das Rechteck $OB'_2D'C'$ diejenige Energie vorstellt, welche in dem Körper vermöge seiner Temperatur T'_2 noch verbleibt. Denkt man noch durch D' die gleichzeitige Hyperbel $D'E'$ gelegt, so erhält man in den Abschnitten auf der Horizontalen A_0B_0 , welche der Temperatur der Atmosphäre entspricht, ein Urtheil über die einzelnen Energieverluste des Proceßes. Es ist nämlich daraus zu erkennen, daß von der ganzen in einer Wärmeeinheit enthaltenen und mit A_0B_0 proportionalen Energie nur der durch A_0E' dargestellte Theil in Arbeit verwandelt wird, während der mit B_0D_0 proportionale Betrag wegen der Temperatur T_0 der Atmosphäre überhaupt niemals in Arbeit verwandelt werden kann. Von den beiden durch D_0E und EE' repräsentirten Verlusten entspringt der erstere aus der Differenz zwischen den Temperaturen T_1 und T'_1 und der letztere aus dem Unterschiede zwischen T'_2 und T_0 . Der Verwandlungscoefficient ist in dem betrachteten Falle durch

$$\eta' = \frac{A_0E'}{A_0B_0} = \frac{A'_2D'}{A'_2B'_2} = \frac{B'_1B'_2}{B'_1O} = \frac{T_1 - T'_2}{T'_1} = 1 - \frac{T'_2}{T'_1}$$

und dagegen für einen zwischen den Temperaturen T_1 und T_0 verlaufenden Carnot'schen Proceß durch

$$\eta = \frac{A_0 D_0}{A_0 B_0} = \frac{B_1 B_0}{B_1 O} = \frac{T_1 - T_0}{T_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \quad (74)$$

gegeben.

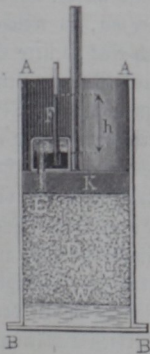
Es geht hieraus hervor, daß mit jedem Uebergange von Wärme eine Vergrößerung des Wärmegewichtes und hierdurch auch eine Vergrößerung desjenigen Wärmebetrages verbunden ist, welcher überhaupt nicht in nützliche Arbeit umwandelbar ist. Dies entspricht dem in §. 224 gefundenen Gesetze, wonach von allen zwischen zwei bestimmten Temperaturen verlaufenden Processen dem Carnot'schen, d. h. dem ohne Uebergänge erfolgenden, der größte Wirkungsgrad zukommt.

Nunmehr ist es leicht, die oben berührte Frage nach dem möglichen Wirkungsgrade unserer Dampfmaschinen zu entscheiden. Wollte man dabei die ganze in der angewandten Wärme enthaltene Energie wirklich nutzbar machen, so würde es nöthig sein, den Dampf nicht nur bis zur Temperatur der Atmosphäre, sondern bis zu derjenigen des absoluten Nullpunktes abzukühlen, und man könnte den von Zeuner angegebenen Vergleich mit dem Wasserlaufe gelten lassen, nur müßte man dann die äußersten Grenzen entsprechend weiter stellen, indem man anstatt des Meerespiegels den Mittelpunkt der Erde und anstatt der Quelle die Wolkenhöhen einführt, aus denen die atmosphärischen Niederschläge herabfallen.

Wasserdampf. Stellt man über einer Flüssigkeit, als welche hier §. 228.

Wasser (*W*) in dem cylindrischen Gefäße *AB*, Fig. 446, vorausgesetzt werden soll, einen luftleeren Raum her, etwa indem

Fig. 446.



man einen zuerst auf der Oberfläche des Wassers ruhenden und dicht an das Gefäß schließenden Kolben *K* emporzieht, so verwandelt sich ein Theil des Wassers in Dampf (*D*). Die Menge dieses entstehenden Dampfes steht im geraden Verhältniß mit dem ihm dargebotenen Raume oder mit der Bewegung des Kolbens. Wenn hierbei die Temperatur des Wassers, mit welcher diejenige des Dampfes übereinstimmt, einen constanten Werth *t* behält, so ist dies auch hinsichtlich der Spannkraft *p* des Dampfes der Fall, welche etwa durch die Standhöhe *h* eines Manometers *EF* angegeben werden kann. Die Spannung *p* ist demnach von dem Volumen *v* der gebildeten Dampfmenge ganz unabhängig und hängt nur von der Temperatur *t* derselben ab, derart, daß jeder Temperatur *t* immer eine ganz bestimmte Spannung *p* zukommt, so oft man auch den Versuch wiederholt.

Diese Beziehung gilt indeß nur so lange als noch Wasser in dem Gefäße vorhanden ist, doch ändert sich der Vorgang wesentlich, sobald der letzte Wassertropfen verdampft ist. Von diesem Augenblicke an ist eine fernere Vergrößerung des Volumens bei gleichbleibender Temperatur mit einer Spannungsverminderung verbunden, ähnlich wie dies bei der Luft nach dem Mariotte'schen Gesetze der Fall ist, wenn auch dieses Gesetz für Dampf nur annähernde Gültigkeit behält. Ebenso wird bei darauf erfolgender Verkleinerung des Volumens die Dampfspannung wieder vergrößert bis zu dem Kolbenstande, in welchem bei der Vergrößerung des Volumens das ganze Wasser verschwunden war. Von nun an bleibt bei einer weitem Verminderung des Raumes die Spannung wieder constant und es verdichtet sich in dem Maße, wie der Kolben niedergeht, der Dampf zu flüssigem Wasser, bis schließlich der Dampf gänzlich verschwunden ist und der Kolben wieder die Oberfläche des entstandenen Condensationswassers berührt.

Eine Wiederholung dieses Versuchs bei einer höhern oder geringern Temperatur zeigt im Wesentlichen dieselben Erscheinungen, nur stellt sich bei höherer Temperatur eine höhere Dampfspannung ein, auch ist dabei die Dichte des gebildeten Dampfes eine größere, was daran zu erkennen ist, daß der Kolbenstand, in welchem das Wasser vollständig verdampft ist, um so eher erreicht wird, je höher die Temperatur ist und umgekehrt. Man kann dieses Verhalten auch dadurch erkennen, daß man in irgend einer Kolbenstellung, bei welcher bei der herrschenden Temperatur noch nicht alles Wasser verdampft ist, dem Wasser unter Festhaltung des Kolbens noch Wärme zuführt. Man bemerkt dann ein stetiges Steigen der Temperatur und der Spannung, sowie die fortwährende Verdampfung neuen Wassers, bis das letzte Wassertheilchen verdampft ist. Es vergrößerte sich also hierbei mit der Temperatur die Dichte des Dampfes. Von dem Zustande an, in welchem das vorhandene Wasser gänzlich verdampft ist, kann durch eine weitere Erwärmung des Dampfes dessen Dichtigkeit nicht weiter durch Bildung neuen Dampfes vergrößert werden. Aus diesem Grunde wird zwar mit der Temperatur die Spannung noch vergrößert, aber in viel geringerem Grade als dies geschah, so lange noch Wasser vorhanden war, aus welchem sich stets neue Dämpfe bilden konnten. Die Spannungsvergrößerung geht jetzt vielmehr nach einem Gesetze vor sich, welches sich dem Gay-Lussac'schen nähert. Wird die Temperatur wieder verringert, so nimmt zunächst auch wieder die Spannung nach demselben Gesetze ab, während die Dichtigkeit des Dampfes dieselbe bleibt. Ist die Temperaturerniedrigung bis zu demjenigen Punkte vor sich gegangen, bei welchem bei der vorherigen Erwärmung der letzte Tropfen Wasser verdampft war, so beginnt nunmehr mit weitergehender Abkühlung eine theilweise Verdichtung des Dampfes zu flüssigem Wasser und gleichzeitig sinkt mit abnehmender Temperatur die Spannung

sehr viel schneller, als vor der Erreichung des gedachten Punktes der beginnenden Condensation. Eine gänzliche Verdichtung des gebildeten Dampfes durch Abkühlung ist indessen nicht möglich, wenigstens kann man selbst bei einer Temperatur von 20° unter dem Gefrierpunkte noch die Spannkraft des dabei vorhandenen Dampfes messen. Man muß daher annehmen, daß sich Dämpfe bei jeder Temperatur bilden.

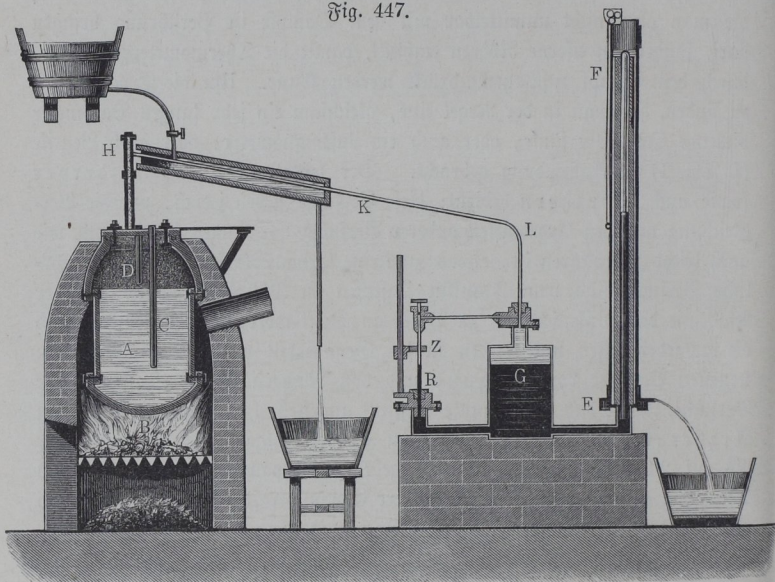
Es folgt aus dem Vorstehenden, daß die Dämpfe, denn was hier vom Wasser gesagt wurde, gilt allgemein auch von anderen Flüssigkeiten, in zwei wesentlich von einander verschiedenen Zuständen vorkommen. Im ersten Zustande, welcher vorstehend dadurch gekennzeichnet war, daß der Dampf noch in Verbindung mit Wasser war, entspricht jeder Temperatur des Dampfes eine ganz bestimmte Spannung, welche genau gleich dem auf der Flüssigkeit lastenden Drucke ist (in der Figur gleich dem Drucke des Kolbens). Unter der Voraussetzung eines unveränderlichen Druckes ist es nicht möglich, die Dichte oder die Temperatur durch Zufuhr von Wärme zu erhöhen, die letztere dient vielmehr nur zur Bildung immer neuen Dampfes, wie andererseits durch Abführung von Wärme bei constanter Spannung wohl eine Volumenverminderung durch Condensation, aber weder eine Veränderung der Temperatur noch der Dichte veranlaßt werden kann. Ebenso wenig ist es möglich, bei gleichbleibender Temperatur durch eine Vergrößerung des Volumens die Spannung oder Dichte zu verringern, noch durch Zusammendrücken eine größere Spannung oder größere Dichte zu erzeugen, da sich in diesem Falle der Dampf condensirt und gänzlich zu Wasser verwandeln läßt.

Da es also nicht möglich ist, solchen mit Wasser in Berührung befindlichen Dampf von bestimmter constanter Temperatur durch Volumenverminderung zu verdichten oder höher zu spannen, so sagt man, dieser Dampf befinde sich im Maximum seiner Dichte und seiner Spannung, und nennt ihn meist schlechtweg gesättigten Dampf der ihm eigenen Temperatur. Wenn nach dem Vorstehenden der Dampf immer gesättigt austritt, so lange er mit dem Wasser in Berührung ist, also beispielsweise der Dampf in den Dampfkesseln immer gesättigt ist, so ist doch dadurch selbstredend nicht ausgeschlossen, daß Dampf auch gesättigt sein könne, ohne mit Wasser in Berührung zu sein. Der Dampf ist allgemein dann gesättigt, wenn er diejenige Dichte und Spannung hat, welche er bei seiner Temperatur höchstens haben kann, d. h. welche Dampf von seiner Temperatur haben würde, der mit Flüssigkeit in Verbindung steht.

Die gesättigten Dämpfe sind also dadurch gekennzeichnet, daß jeder bestimmten Temperatur t auch eine ganz bestimmte Spannung p und ganz bestimmte Dichtigkeit γ entspricht, mit anderen Worten, die Spannung sowohl wie die Dichte ist jede nur eine Function der Temperatur und unabhängig von dem Volumen. Es ist allgemein

C und *D* hinein, wovon der eine bis unter das Wasser, der andere aber nur bis in den Dampfraum reicht. In beide kamen Quecksilberthermometer zu stehen, die oben gekrümmt und horizontal fortgeführt, und an dieser Stelle durch einen Wasserstrom auf einer constanten Temperatur erhalten wurden. Zum Messen der Expansivkraft des Dampfes diente das Luftthermometer *EF*, welches von einer Wasserfäule mit ununterbrochenem Zu- und Abfluß umgeben wurde, um eine constante Temperatur zu erzeugen. Das eiserne Gefäß *G* dieses Manometers war zum großen Theil mit Quecksilber angefüllt, der obere Raum desselben, sowie die Communicationsröhre *KL*, wurde

Fig. 447.



mit Wasser angefüllt, und letztere wurde zur Erzielung einer unveränderlichen Temperatur mit fließendem Wasser äußerlich bespült. Um den Stand des Quecksilbers im Gefäße *G* zu finden, diente die Glasröhre *R* mit dem Zeiger *Z*. Die Versuche wurden auf folgende Weise geleitet. Zuerst ließ man bei geöffneter Röhre *H* und geöffnetem Sicherheitsventile das Wasser 15 bis 20 Minuten lang kochen, um alle Luft aus *A* zu treiben, dann schloß man beide und erzeugte durch fortgesetzte Feuerung eine höhere Temperatur. Nun beobachtete man, wenn die Thermometer- und Manometerstände ihr Maximum erreichten, indem der eine Beobachter die ersteren, und der andere Beobachter die letzteren ablas. Auf diese Weise wurden 30 Beob-

achtungen bei 123 bis 224,15° Temperatur, oder 2,14 bis 23,994 Atmosphären Spannung angestellt.

Da sich die Anwendung des Luftmanometers *EF* auf das Mariotte'sche Gesetz gründet, so hielten es die französischen Akademiker für nöthig, den eben beschriebenen Versuchen noch besondere, die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei sehr hohen Spannungen prüfende Untersuchungen vorzuschicken. Hierzu bedienten sie sich desselben Apparates, nur brachten sie auf der Seite bei *R* eine verticale und oben offene, aus 13 Stücken zusammengesetzte Glas- oder Barometerröhre von 26 m Länge und 5 mm Weite an und setzten bei *L* eine Druckpumpe auf. Durch diese wurde ein Druck erzeugt, der durch das Wasser auf das Quecksilber in *G* überging und dieses in das Manometer *EF*, sowie in das Barometer bei *R* trieb. Durch Vergleichung der Höhe der übrigbleibenden Luftsäule mit der Höhe der Quecksilbersäule in der langen Röhre konnte nun die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes geprüft werden.

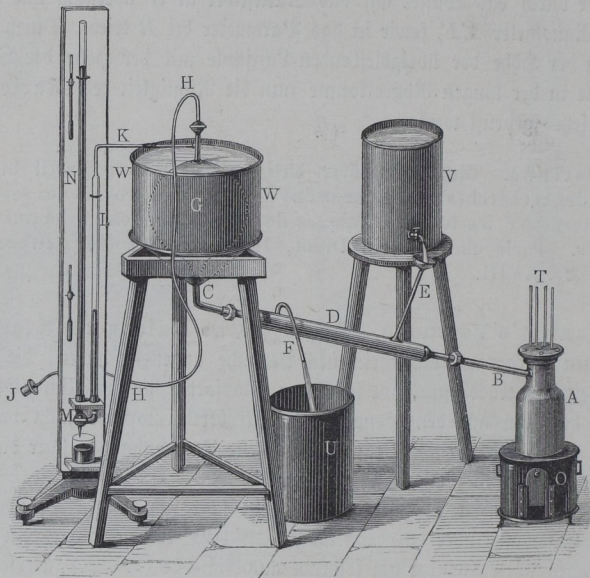
Anmerkung. Ausführlich über diese Versuche wird gehandelt in dem *Exposé des recherches faites par ordre de l'Académie royale des sciences pour déterminer les forces élastiques de la vapeur d'eau à hautes températures.* Paris chez Firmin Didot, 1830. S. auch Poggendorff's Annalen, Bd. XVIII.

Regnault's Versuche. Da zur Zeit, wo Dulong und Arago die §. 231. im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche angestellt haben, die Verschiedenheit der Ausdehnung verschiedener Glasforten und folglich auch der Einfluß derselben auf den Gang der Quecksilberthermometer nicht bekannt war, so hielt es Regnault für nöthig, neue Untersuchungen über die Expansivkraft der Wasserdämpfe anzustellen.

Das im Folgenden beschriebene Verfahren läßt sich sowohl zur Bestimmung des Dampfes über 100° als auch unter 100° Wärme anwenden. Der hierzu angewendete Apparat hat folgende aus Fig. 448 (a. f. S.) zu ersiehende Einrichtung. Das hermetisch verschlossene Kupfergefäß *A* ist zum dritten Theil mit Wasser angefüllt und enthält noch vier Thermometer *T*, wovon zwei bis nahe unter und zwei nahe über die Oberfläche des eingeschlossenen Wassers in das Gefäß eingesenkt sind. Von diesem Gefäße führt eine Röhre *BC* nach einem Glasballon *G* von 24 Liter Fassungsraum. Dieser Glasballon steht durch ein Bleirohr *HHJ* mit einer Luftpumpe in Verbindung, wodurch die in demselben eingeschlossene Luft nach Belieben verdünnt oder verdichtet werden kann, und ein anderes Rohr *K* führt aus demselben nach einem offenen Manometer *LMN* (s. Thl. I), welches durch den Stand seiner Quecksilberfüllung die Expansivkraft der Luft in *G* anzeigt. Uebrigens ist zur Erhaltung einer constanten Temperatur nicht allein der

Ballon *G* in ein Wasserbad *WW* gesetzt, sondern auch die Röhre *BC* von einem Mantel *D* umgeben, in welchem Wasser von einer constanten Temperatur circulirt. Das letztere wird diesem Mantel aus einem Gefäße *V* durch die Röhre *E* zugeführt und aus demselben mittelst der Röhre *F* abgeleitet und von dem Gefäße *U* aufgenommen. Wenn man nun das Gefäß *A* durch den Ofen *O* erhitzt, so verwandelt sich ein Theil von dem in ihm eingeschlossenen Wasser in Dampf und es setzt sich nun die Expansivkraft des letztern mit der Pressung der Luft in *G* und *BC* ins Gleichgewicht. Zuletzt beobachtet man sowohl den constant gewordenen Stand des Manometers

Fig. 448.



LMN als auch diejenigen der Thermometer *T*. Nun giebt man der Luft in *G* durch die Luftpumpe eine höhere Pressung und bringt ebenso das Gefäß in eine stärkere Erhitzung, und beobachtet den Stand des Manometers, sowie die entsprechende Temperatur des Dampfes von Neuem. Fährt man auf diese Weise fort, so erhält man zuletzt eine ganze Reihe von Manometerständen und entsprechenden Temperaturen des Dampfes (s. Mémoires de l'Institut de France, t. 21, 1847 et t. 26, 1862).

Etwas einfacher ist der Versuchsapparat, wodurch Regnault die Expansivkraft des Dampfes unterhalb des Siedepunktes ermittelt hat. Hier wird ein mit ausgekochtem Wasser ausgefülltes Glasflügelchen in einen luft-

leeren und ganz ausgetrockneten Glasballon gebracht, welcher oben durch eine Knieröhre einerseits mit einer Luftpumpe, sowie andererseits mit dem obern Ende einer Barometerröhre communicirt und von einem mit Wasser angefüllten und einer durchsichtigen Glaswand versehenen Blechgefäße umhüllt ist. Ein in das Wasser eingetauchtes Thermometer giebt die Temperatur desselben an. Der zu den Versuchen dienende Dampf wird aus dem Wasser des Glasflügelchens erhalten, indem man dasselbe durch Erhitzung des Apparates zersprengt.

Zum Theil eigenthümlich ist der Apparat, welchen Magnus zu demselben Zwecke angewendet hat.

Die Ergebnisse der Versuche von Arago, Dulong u. s. w. über die §. 232. Expansivkraft der Wasserdämpfe enthält die auf S. 762 folgende Tabelle:

Von den Ergebnissen der Versuche Regnault's giebt die Tabelle auf Seite 763 die Spannungen des Dampfes von 1 bis 4,42 Atmosphären.

Vergleicht man die einander ungefähr entsprechenden Werthe aus beiden Tabellen mit einander, so wird man allerdings eine sehr zufriedenstellende Uebereinstimmung finden. Z. B. giebt die erste Tabelle für die mittlere Temperatur von 138° die Dampfspannung 3,35 Atmosphären, die zweite aber für die mittlere Temperatur von $138,5^{\circ}$ dieselbe = 3,37 Atmosphären. Man ersieht auch aus diesen Tabellen, daß die Angaben der beiden Thermometer, wovon das eine in dem Wasser und das andere in dem Dampfe stand, nur wenig von einander abweichen.

Anmerkung. Regnault hat auch noch eine Reihe von Versuchen über die Elasticität des Dampfes von -32 bis 100° Temperatur ausgeführt. Auch ist von Magnus eine Versuchsreihe über die Spannkraft des Wasserdampfes von Temperaturen -20° bis $+10^{\circ}$ angestellt worden (s. Poggendorff's Annalen, Bd. 61). In Band 26 der §. 231 citirten Memoiren handelt Regnault von seinen Versuchen über die Expansivkraft verschiedener Dämpfe.

Nummer der Beobach- tungen	Temperatur nach dem		Elasticität des Dampfes	
	längern Thermometer	kürzern	gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule	ausgedrückt in Atmosphären
	Grad	Grad	Meter	Atmosphären
1	122,97	123,70	1,6292	2,14
2	132,58	132,82	2,1767	2,87
3	132,64	133,30	2,1816	2,88
4	137,70	138,30	2,5386	3,35
5	149,54	149,70	3,4759	4,58
6	151,87	151,90	3,6368	4,86
7	153,64	153,75	3,8810	5,12
8	163,00	163,40	4,9384	6,51
9	168,40	168,50	5,6054	7,39
10	169,57	169,40	5,7737	7,61
11	171,88	172,34	6,1510	8,11
12	180,71	180,70	7,5001	9,89
13	183,70	183,70	8,0352	10,60
14	186,80	187,10	8,6995	11,48
15	188,30	188,50	8,8400	11,66
16	193,70	193,70	9,9989	13,19
17	198,55	198,50	11,0190	14,53
18	202,00	201,75	11,8620	15,67
19	203,40	204,17	12,2903	16,21
20	206,17	206,10	12,9872	17,13
21	206,40	206,80	13,0610	17,23
22	207,00	207,40	13,1276	17,30
23	208,45	208,90	13,6843	18,05
24	209,10	209,13	13,7690	18,16
25	210,47	210,50	14,0634	18,55
26	215,07	215,30	15,4995	20,44
27	217,23	217,50	16,1528	21,31
28	218,30	218,40	16,3816	21,60
29	220,40	220,80	17,1826	21,66
30	223,88	224,15	18,1894	23,99

Nummer der Beobach- tungen	Temperatur		Expansivkraft	
	des Wassers in Cent.-Graden	des Dampfes	in Metern	in Atmosphären
1	99,83	99,82	0,75161	0,99
2	100,00	100,00	0,76000	1,00
3	100,71	100,71	0,77603	1,02
4	105,10	105,06	0,90460	1,19
5	111,78	111,70	1,13147	1,49
6	116,04	116,04	1,30237	1,71
7	121,16	121,13	1,53027	2,01
8	122,70	122,53	1,60125	2,11
9	123,94	123,91	1,67041	2,20
10	128,40	128,47	1,91512	2,52
11	128,54	128,47	1,92520	2,53
12	128,66	128,57	1,93114	2,54
13	130,12	130,18	2,01251	2,65
14	131,38	131,30	2,09469	2,75
15	131,51	131,63	2,09828	2,76
16	133,20	133,28	2,20908	2,91
17	135,70	135,65	2,37303	3,04
18	135,83	136,00	2,38681	3,14
19	137,75	137,52	2,51479	3,31
20	138,86	138,24	2,56173	3,37
21	140,90	141,01	2,75617	3,63
22	141,57	141,54	2,79968	3,68
23	143,85	143,83	2,99279	3,94
24	144,12	144,17	3,01008	3,96
25	145,70	145,64	3,14941	4,14
26	147,50	147,50	3,30695	4,35
27	148,20	148,30	3,36135	4,42

Elasticitätsformeln. Es ist bis jetzt nicht gelungen, ein allgemein §. 233. gültiges Gesetz zwischen der Spannkraft p und der Temperatur t festzustellen, und man muß sich daher damit begnügen, die eine dieser Größen aus der andern mit Hilfe empirischer Formeln zu bestimmen, welche sich den Ver-

suchresultaten möglichst anschließen. Zur Aufstellung solcher Formeln kann man sich eines graphischen Verfahrens etwa in der Art bedienen, daß man die verschiedenen Temperaturen und die dafür beobachteten Spannungen als zugehörige Coordinaten eines rechtwinkligen Axensystems aufträgt und nun prüft, ob die so erhaltene krumme Linie sich mit genügender Schärfe durch eine Curve von bekanntem geometrischem Charakter ersetzen läßt. Hat man sich für eine derartige Curve entschieden, so handelt es sich nur darum, die in der Gleichung derselben außer p und t auftretenden constanten Zahlen mit Rücksicht auf die Versuchsergebnisse festzustellen, wobei man mit Vortheil die Methode der kleinsten Quadrate in Anwendung bringt. Die in dieser Weise für die gedachte Curve festgestellte Gleichung zwischen p und t giebt dann einen analytischen Ausdruck für die Beziehung zwischen der Spannkraft und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes. In solcher Art hat man eine große Anzahl sehr verschiedener Formeln aufgestellt, welche mehr oder minder große Bequemlichkeit beim Gebrauche und mehr oder minder große Annäherung an die Versuchsergebnisse gewähren. Fast alle diese Formeln sind mit genügender Zuverlässigkeit nur innerhalb gewisser Temperaturgrenzen brauchbar, und man hat in der Regel den constanten Größen verschieden große Werthe beizulegen, wenn man die Formeln für verschiedene Zwischenräume der Temperaturen bezw. Spannungen verwenden will.

Von allen diesen Formeln verdient die von Regnault aufgestellte aus dem Grunde die meiste Berücksichtigung, weil die von Regnault ausgeführten Versuche, auf denen sie beruht, mit der größten Genauigkeit angestellt wurden. Die von Regnault zwischen p und t aufgestellte Gleichung hat die Form:

$$\log p = a + b\alpha^\tau + c\beta^\tau \quad (75)$$

in welcher a , b , c , α und β fünf constante Größen sind, welche aus fünf Versuchsergebnissen abgeleitet wurden. Ferner bedeutet τ die Differenz $t - t_0$, worin t die zu p gehörige Temperatur des Dampfes und t_0 die niedrigste unter den fünf Temperaturen vorstellt, für welche versuchsweise die Spannung beobachtet wurde. Für diese constanten Zahlen hat man nach Regnault verschiedene Werthe einzuführen, je nachdem die Temperatur t zwischen 0 und 100° oder zwischen 100 und 200° gelegen ist. Diese Werthe sind bestimmt durch folgende kleine Tabelle:

	a	$\log (b \alpha^{\tau})$	$\log (c \beta^{\tau})$
t zwischen 0 und 100°			
$\log p = a - b \alpha^{\tau} + c \beta^{\tau} \dots$	4,7393707	+ 0,6117408	- 1,8680093
		- 0,003274463 t	+ 0,006864937 t
t zwischen 100 und 200°			
$\log p = a - b \alpha^{\tau} - c \beta^{\tau} \dots$	6,2640348	+ 0,6593123	+ 0,0207601
		- 0,001656138 t	- 0,005950708 t

Man findet hiernach beispielsweise die zu einer Temperatur von $t = 120^{\circ} \text{C}$. gehörige Spannung p aus

$$\log (b \alpha^{\tau}) = + 0,6593123 - 0,001656138 \cdot 120 = 0,4605757,$$

also:

$$b \alpha^{\tau} = 2,8878572;$$

$$\log (c \beta^{\tau}) = + 0,0207601 - 0,005950708 \cdot 120 = 0,3066751 - 1,$$

also:

$$c \beta^{\tau} = 0,2026166;$$

und daher:

$$\log p = 6,2640348 - 2,8878572 - 0,2026166 = 3,1735610,$$

oder:

$$p = 1491,3 \text{ mm Quecksilberfäule} = \frac{1491,3}{760} = 1,962 \text{ Atmosphäre.}$$

Nach diesen Formeln ist die auf S. 768 folgende Tabelle berechnet, welche für die Temperaturen von -32 bis 230°C . die Spannungen in Millimetern Quecksilberfäule angiebt. Eine andere Tabelle, nach steigenden Werthen der Dampfspannungen, ist in einem folgenden Paragraphen enthalten.

Von den vielen sonst noch aufgestellten Elasticitätsformeln für gesättigten Wasserdampf seien hier nur noch folgende angeführt:

Für den praktischen Gebrauch ist die zuerst von Young eingeführte Formel

$$p = (a + b t)^n$$

am bequemsten, worin a , b und n Erfahrungszahlen sind, welche für niedere, mittlere und hohe Temperaturen verschiedene Werthe haben.

Demgemäß hat man für hohe Temperaturen, namentlich aber für Spannungen über 4 Atmosphären nach Dulong und Arago:

$$p = (0,2847 + 0,007153 t)^6 \text{ Atm.}$$

und umgekehrt:

$$t = 139,8 \sqrt[5]{p} - 39,80^{\circ}.$$

Für Spannungen von 1 bis 4 Atmosphären giebt Mellé, der französische Uebersetzer der Tredegold'schen Dampfmaschinenlehre:

$$p = \left(\frac{75 + t}{175}\right)^6 \text{ Atmosphären}$$

und

$$t = 175 \sqrt[6]{p} - 75^{\circ}.$$

Pambour (s. dessen Théorie des machines à vapeur) nimmt für Spannungen von 1 bis 4 Atmosphären

$$p = \left(\frac{72,67 + t}{171,72}\right)^6 \text{ kg pr. Quadratcentimeter}$$

oder:

$$p = \left(\frac{72,67 + t}{172,67}\right)^6 \text{ Atmosphären}$$

und daher:

$$t = 172,67 \sqrt[6]{p} - 72,67^{\circ}$$

an. Der Artizan-Club in England theilt in der von ihm besorgten Dampfmaschinenlehre folgende Formeln mit:

Für Temperaturen über 100°:

$$p = \left(\frac{85 + t}{185}\right)^{6,42} \text{ Atmosphären}$$

und

$$t = 185 p^{0,15576} - 85^{\circ},$$

sowie für Temperaturen unter 100°:

$$p = \left(\frac{115 + t}{215}\right)^{7,71507}$$

und

$$t = 215 p^{0,12962} - 115^{\circ}.$$

Eine ziemlich einfache Exponentialformel gab zuerst Roche*), sie hat die Form:

$$p = ab^{\frac{t}{m+nt}}.$$

Wenn auch, wie Regnault nachweist, diese Formel nicht das allgemeine Gesetz für die Spannkraft der Dämpfe ausdrücken kann, so gewährt sie doch, den Rechnungen von August, Magnus u. A. zufolge, innerhalb der Beobachtungsgrenzen und bei den gewöhnlich vorkommenden Temperaturen hinreichend genaue Werthe.

Nach Magnus hat man

$$p = 4,525 \cdot 10^{\frac{7,4475 t}{234,69 + t}} \text{ mm} = 0,005954 \cdot 10^{\frac{7,4475 t}{234,69 + t}} \text{ Atmosphären}$$

oder:

*) S. Poggendorff's Annalen, Bd. 18 und 27.

$$\log p = \frac{5,2223 (t - 100)}{234,69 + t}$$

und

$$t = \frac{234,69 \log p + 522,23}{5,2223 - \log p}.$$

Goldmann giebt an:

$$p = 4,529 \cdot 10^{\frac{7,2804 t}{236,22 + t}} \text{ mm}$$

und die Formel von August:

$$p = \left(\frac{6415 (1028,4 + t)}{1000000000} \right)^{\frac{100 - t}{100 + \frac{2}{5}t}} \text{ Atmosphären}$$

gewährt ebenfalls eine große Schärfe.

Für Dämpfe von -32 bis 0° giebt Regnault die Formel:

$$\log p = a + b a^{\tau},$$

worin

 $a = -0,08038$, $\log b = 0,6024724 - 1$, $\log a = 0,0333980$ und $\tau = 32 + t$

zu setzen ist, unter t die (negative) Temperatur verstanden. Anstatt der oben für Dämpfe von 100 bis 200° gegebenen Formel von Regnault kann man mit genügender Genauigkeit auch

$$\log p = 5,4233177 + 5,4642763 \cdot 0,993645^t$$

setzen.

Die Annahme von Dalton, daß die Expansivkraft des gesättigten Wasserdampfes nach einer geometrischen Progression wächst, während die Temperatur desselben nach einer arithmetischen Reihe zunimmt, führt nur auf eine angenäherte Elasticitätsformel. Hiernach ist die Expansivkraft des Dampfes $p = a^{t-100^{\circ}}$ Atmosphären zu setzen, wobei a eine durch Versuche zu bestimmende Constante bezeichnet. Den Versuchen zufolge ist aber für $t = 144^{\circ} \text{ C.}$ die Expansivkraft $p = 4$ Atmosphären, daher folgt auch $4 = a^{44}$, und umgekehrt,

$$a = \sqrt[44]{4} = 1,0320,$$

und

$$p = (1,032)^{t-100} \text{ Atmosphären,}$$

sowie

$$t - 100 = \frac{\log p}{\log 1,032},$$

d. i.

$$t = 100 + 73,10 \log p^{\circ} \text{ C.}$$

Nach dieser letzten Formel hat man z. B. für

	$p = 2$ Atmosphären,	$t = 122,0^{\circ}$,
sowie für	$p = 3$ "	$t = 134,9^{\circ}$,
für	$p = 4$ "	$t = 144,0^{\circ}$,
ferner für	$p = 5$ "	$t = 151,1^{\circ}$
und für	$p = 6$ "	$t = 156,7^{\circ}$,

während nach den Versuchen für $p=2$, $t=120,6^{\circ}$; für $p=3$, $t=133,9^{\circ}$; für $p=4$, $t=144,0^{\circ}$; für $p=5$, $t=152,2^{\circ}$ und für $p=6$, $t=159,2^{\circ}$ ist.

Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, daß für die mäßigen Dampfspannungen von 1 bis 5 Atmosphären die einfache Formel $p = (1,032)^{t-100}$ Atmosphären noch eine leidliche Uebereinstimmung mit der Erfahrung gewährt.

Tabelle.

Die Expansivkräfte des Wasserdampfes für Temperaturen von -32° bis $+230^{\circ}$, nach Regnault.

Temperatur	Dampfspannung		Temperatur	Dampfspannung	
	in Centimetern	in Atmosphären		in Centimetern	in Atmosphären
-32°	0,0320	0,0004	-9°	0,2267	0,0030
31	0,0352	0,0005	8	0,2455	0,0032
30	0,0386	0,0005	7	0,2658	0,0035
29	0,0424	0,0006	6	0,2876	0,0038
28	0,0464	0,0006	5	0,3113	0,0041
27	0,0508	0,0007	4	0,3368	0,0044
26	0,0555	0,0007	3	0,3644	0,0048
25	0,0605	0,0008	2	0,3941	0,0052
24	0,0660	0,0009	1	0,4263	0,0056
23	0,0719	0,0009	0	0,4600	0,0061
22	0,0783	0,0010	+ 1	0,4940	0,0065
21	0,0853	0,0011	2	0,5302	0,0070
20	0,0927	0,0012	3	0,5687	0,0075
19	0,1008	0,0013	4	0,6097	0,0080
18	0,1095	0,0014	5	0,6534	0,0086
17	0,1189	0,0015	6	0,6998	0,0092
16	0,1290	0,0017	7	0,7492	0,0199
15	0,1400	0,0018	8	0,8017	0,0107
14	0,1518	0,0020	9	0,8574	0,011
13	0,1646	0,0022	10	0,9165	0,012
12	0,1783	0,0024	11	0,9792	0,013
11	0,1933	0,0025	12	1,0457	0,014
10	0,2093	0,0027	13	1,1162	0,015

Temperatur	Dampfspannung		Temperatur	Dampfspannung	
	in Centimetern	in Atmosphären		in Centimetern	in Atmosphären
+ 14°	1,1908	0,016	+ 47°	7,9093	0,104
15	1,2699	0,017	48	8,3204	0,109
16	1,3536	0,018	49	8,7499	0,115
17	1,4421	0,019	50	9,1982	0,121
18	1,5357	0,020	51	9,6661	0,127
19	1,6346	0,022	52	10,1543	0,134
20	1,7391	0,023	53	10,6636	0,140
21	1,8495	0,024	54	11,1945	0,147
22	1,9659	0,026	55	11,7478	0,155
23	2,0888	0,028	56	12,3244	0,163
24	2,2184	0,029	57	12,9251	0,170
25	2,3550	0,031	58	13,5505	0,178
26	2,4988	0,033	59	14,2015	0,187
27	2,5505	0,034	60	14,8791	0,196
28	2,8101	0,037	61	15,5839	0,205
29	2,9782	0,039	62	16,3170	0,215
30	3,1548	0,042	63	17,0791	0,225
31	3,3406	0,044	64	17,8714	0,235
32	3,5359	0,047	65	18,6945	0,246
33	3,7411	0,049	66	19,5496	0,257
34	3,9565	0,052	67	20,4376	0,267
35	4,1827	0,055	68	21,3596	0,281
36	4,4201	0,058	69	22,3165	0,294
37	4,6691	0,061	70	23,3093	0,306
38	4,9302	0,065	71	24,3393	0,320
39	5,2039	0,068	72	25,4073	0,334
40	5,4906	0,072	73	26,5147	0,349
41	5,7910	0,076	74	27,6624	0,364
42	6,1055	0,080	75	28,8517	0,380
43	6,4346	0,085	76	30,0838	0,396
44	6,7790	0,089	77	31,3600	0,414
45	7,1391	0,094	78	32,6811	0,430
46	7,5158	0,099	79	34,0488	0,448

Temperatur	Dampfspannung		Temperatur	Dampfspannung	
	in Centimetern	in Atmosphären		in Centimetern	in Atmosphären
+ 80°	35,4648	0,466	+ 113°	118,861	1,564
81	36,9287	0,486	114	122,847	1,616
82	38,4435	0,506	115	126,941	1,670
83	40,0101	0,526	116	131,147	1,726
84	41,6298	0,548	117	135,466	1,782
85	43,3041	0,570	118	139,902	1,841
86	45,0344	0,593	119	144,455	1,901
87	46,8221	0,616	120	149,128	1,962
88	48,6687	0,640	121	153,925	2,025
89	50,5759	0,665	122	158,847	2,091
90	52,5450	0,691	123	163,896	2,157
91	54,5778	0,719	124	169,076	2,225
92	56,6757	0,746	125	174,388	2,295
93	58,8406	0,774	126	179,835	2,366
94	61,0740	0,804	127	185,420	2,430
95	63,3778	0,834	128	191,147	2,515
96	65,7535	0,865	129	197,015	2,592
97	68,2029	0,897	130	203,028	2,671
98	70,7280	0,931	131	209,194	2,753
99	73,3305	0,965	132	215,503	2,836
100	76,000	1,000	133	221,969	2,921
101	78,7590	1,036	134	228,592	3,008
102	81,6010	1,074	135	235,373	3,097
103	84,5280	1,112	136	242,316	3,188
104	87,5410	1,152	137	249,423	3,282
105	90,6410	1,193	138	256,700	3,378
106	93,8310	1,235	139	264,144	3,476
107	97,1140	1,278	140	271,763	3,576
108	100,4910	1,322	141	279,557	3,678
109	103,965	1,368	142	287,530	3,783
110	107,537	1,415	143	295,686	3,890
111	111,209	1,463	144	304,026	4,000
112	114,983	1,513	145	312,555	4,113

Temperatur	Dampfspannung		Temperatur	Dampfspannung	
	in Centimetern	in Atmosphären		in Centimetern	in Atmosphären
+ 146°	321,274	4,227	+ 179°	737,452	9,703
147	330,187	4,344	180	754,639	9,929
148	339,298	4,464	181	772,137	10,150
149	348,609	4,587	182	789,952	10,394
150	358,123	4,712	183	808,084	10,633
151	367,843	4,840	184	826,540	10,876
152	377,774	4,971	185	845,323	11,123
153	387,918	5,104	186	864,435	11,374
154	398,277	5,240	187	883,882	11,630
155	408,856	5,380	188	903,668	11,885
156	419,659	5,522	189	923,795	12,155
157	430,688	5,667	190	944,270	12,425
158	441,945	5,815	191	965,093	12,699
159	453,436	5,966	192	986,271	12,977
160	465,162	6,120	193	1007,804	13,261
161	477,128	6,278	194	1029,701	13,549
162	489,336	6,439	195	1051,963	13,842
163	501,791	6,603	196	1074,595	14,139
164	514,497	6,770	197	1097,500	14,441
165	527,454	6,940	198	1120,982	14,749
166	540,669	7,114	199	1144,746	15,062
167	554,143	7,291	200	1168,896	15,380
168	567,882	7,472	201	1193,437	15,703
169	581,890	7,656	202	1218,369	16,031
170	596,166	7,844	203	1243,700	16,364
171	610,719	8,036	204	1269,430	16,703
172	625,548	8,231	205	1295,566	17,047
173	640,660	8,430	206	1322,112	17,396
174	656,055	8,632	207	1349,075	17,751
175	671,743	8,839	208	1376,453	18,111
176	687,722	9,049	209	1404,252	18,477
177	703,997	9,263	210	1432,480	18,848
178	720,572	9,481	211	1461,132	19,226

Temperatur	Dampfspannung		Temperatur	Dampfspannung	
	in Centimetern	in Atmosphären		in Centimetern	in Atmosphären
+ 212°	1490,222	19,608	+ 222°	1805,864	23,761
213	1519,748	19,997	223	1839,994	24,210
214	1549,717	20,391	224	1874,607	24,666
215	1580,133	20,791	225	1909,704	25,128
216	1610,994	21,197	226	1945,292	25,596
217	1642,315	21,690	227	1981,376	26,071
218	1674,090	22,027	228	2017,961	26,552
219	1706,329	22,452	229	2055,048	27,040
220	1739,036	22,882	230	2092,640	27,535
221	1772,213	23,319			

§. 234. **Wärme des Dampfes.** Wenn man 1 kg Wasser von 0°, welches unter dem Drucke p steht, erhitzt, so steigt die Temperatur stetig bis zu derjenigen t , welche nach dem Vorstehenden dem gesättigten Dampfe von der Spannung p entspricht. Von diesem Augenblicke an findet trotz fortgesetzter Wärmezuführung nach §. 228 eine weitere Temperaturerhöhung so lange nicht mehr statt, bis das ganze Wasser in Dampf von der Temperatur t und Spannung p verwandelt ist. Die während dieser Zeit der Verdampfung zugeführte Wärme wird also dazu verwendet, das Wasser von t^0 in Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln, d. h. eine gewisse Arbeit zu verrichten. Man nennt diese Wärme, welche durch das Thermometer nicht angezeigt wird und nach der frühern Auffassung der Wärme als ein Stoff gewissermaßen als in dem Körper verborgen angesehen werden mußte, die latente Wärme des Wasserdampfes. Man hat also hierunter diejenige Wärmemenge in Calorien zu verstehen, welche 1 kg Wasser von einer bestimmten Temperatur t zugeführt werden muß, um dasselbe in gesättigten Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln. Es sei diese Wärme mit r bezeichnet.

Da auch eine gewisse Wärmemenge q erforderlich gewesen ist, um das Wasser von 0° C. auf die Temperatur t zu erwärmen, bei welcher die Dampf- bildung begann, so hat man also dem Wasser von 0° C. eine gesammte Wärmemenge gleich $q + r$ zuzuführen, um dasselbe in gesättigten Dampf von t^0 zu verwandeln, und man nennt diese Wärmemenge, welche mit Q bezeichnet wird, gemeinlich die Gesamtwärme des Dampfes, für welche man sonach die Gleichung hat:

$$Q = q + r \dots \dots \dots (76)$$

Es ist selbstverständlich, daß hier der Ausdruck Gesamtwärme nicht etwa die ganze überhaupt in dem betreffenden Dampfe enthaltene Wärme bezeichnen kann, da ja einerseits das Wasser von 0° C. schon einen gewissen Wärmehalt hat, und andererseits die gedachte latente Wärme nur zum Theil als Energie in dem Dampfe verbleibt, wie aus dem Folgenden sich ergeben wird.

Was zunächst die dem Wasser von 0° C. zuzuführende Wärme q anbeht, welche den Namen Flüssigkeitswärme führt, so würde dieselbe, da hier immer 1 kg Wasser vorausgesetzt ist und die spezifische Wärme des Wassers von 0° C. $c = 1$ angenommen wird, einfach durch $q = ct = t$ W.-E. gegeben sein, wenn das Wasser für alle Temperaturen zwischen 0° und t° die nämliche spezifische Wärme hätte. Dies ist nun aber nicht genau der Fall, vielmehr nimmt die spezifische Wärme des Wassers erfahrungsmäßig mit steigender Temperatur etwas zu. Mit Rücksicht hierauf hat man

$$q = \int_0^t c dt \dots \dots \dots (77)$$

zu setzen, worin c mit t veränderlich ist.

Nach Regnault kann man auf Grund genauer Versuche für Wasser die Flüssigkeitswärme durch

$$q = t + 0,00002 t^2 + 0,0000003 t^3 \text{ W.-E.} \dots \dots (78)$$

setzen, welche Formel im Folgenden zu Grunde gelegt werden soll.

Auch für die Gesamtwärme Q der gesättigten Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten hat Regnault Formeln angegeben, es interessiert hier nur diejenige für Wasserdämpfe; für dieselbe ist

$$Q = q + r = 606,50 + 0,305 t \text{ W.-E.} \dots \dots (79)$$

Aus (78) und (79) folgt nun ohne Weiteres die latente Wärme, oder wie Clausius sie nennt, die Verdampfungswärme r zu

$$r = Q - q = 606,5 - 0,695 t - 0,00002 t^2 - 0,0000003 t^3 \text{ W.-E.} \dots \dots (80)$$

Die vorstehenden Formeln gelten unter der Voraussetzung, daß das Wasser während der Erwärmung und Verdampfung fortwährend unter dem constanten Drucke p sich befindet. Man kann sich etwa vorstellen, das Kilogramm Wasser befinde sich in einem Cylinder AB , Fig. 449 (a. f. S.), von 1 qm Querschnitt, in welchem es eine Höhe $AC = \sigma = 0,001$ m einnehmen wird und auf dem Wasser ruhe ein Kolben, welcher mit p belastet ist. Dann wird bei eintretender Verdampfung dieser Kolben verschoben und es möge $AB = s$ der Raum sein, welchen der Dampf in dem Augen-

blicke einnimmt, in dem das letzte Wassertheilchen gerade verdampft ist. Der Dampf hat alsdann bei seiner Bildung, indem er den Kolben um $CB = s - \sigma = u$ verschoben hat, eine äußere Arbeit verrichtet von

$$L = p(s - \sigma) = pu,$$

und es ist hierzu eine Wärmemenge aufgewendet worden

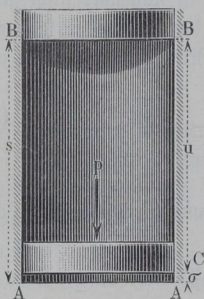
$$AL = Apu \dots \dots \dots (81)$$

wenn

$$u = s - \sigma \dots \dots \dots (82)$$

gesetzt wird, worin offenbar σ das spezifische Volumen des Wassers (0,001 cbm) und s das spezifische Volumen des Dampfes, d. h. das Volumen von 1 kg gesättigten Dampfes von der Spannung p bedeutet.

Fig. 449.



Diese zur Verrichtung äußerer Arbeit verwendete Wärmemenge Apu ist natürlich verschwunden, so daß von der Gesamtwärme λ des Dampfes nur noch der Betrag

$$J = \lambda - Apu \dots \dots (83)$$

in dem Dampfe verbleibt, wofür Zeuner kurz den Ausdruck Dampfwärme gebraucht. Um diesen Betrag J ist offenbar der Wärmeinhalt des Dampfes von der Spannung p größer als derjenige in 1 kg Wasser bei 0°C .

Die zur Verdampfung des Wassers von t° erforderliche latente oder Verdampfungswärme r mußte nicht nur die Ueberwindung des äußern Druckes p bewirken, sondern sie diente vornehmlich dazu, den gasförmigen Zustand aus dem flüssigen herzustellen, wozu die zwischen den einzelnen Wassertheilchen wirkenden Anziehungskräfte überwunden werden mußten. Die zu dieser letztern innern Arbeit aufgewendete Wärme q erhält man daher einfach als die Differenz zwischen der Verdampfungswärme r und dem zu äußerer Arbeit verbrauchten Antheile, also zu

$$q = r - Apu \dots \dots \dots (84)$$

Diese Wärme q ist nicht verschwunden, sondern sie ist in dem Dampfe als eine potentielle, d. h. als eine Energie der Lage der einzelnen Theilchen vorhanden. Zeuner nennt diesen Betrag die innere latente Wärme des Wasserdampfes und bezeichnet demgemäß den zu äußerer Arbeit verbrauchten Theil Apu als äußere latente Wärme. Die innere und äußere latente Wärme zusammen geben daher die Verdampfungswärme $r = q + Apu$. Mit dem Werthe $q = r - Apu$ und demjenigen

$\lambda = q + r$ erhält man auch aus (83) die in dem Dampfe enthaltene Wärme

$$J = q + q (85)$$

Es mag hier bemerkt werden, daß eine gewisse äußere Arbeit zwar auch schon bei der Erwärmung des Wassers von 0°C. auf t° geleistet werden mußte, indem bei der Ausdehnung des Wassers der darauf lastende Kolben um eine gewisse kleine Größe zurückgeschoben wurde, doch ist diese Ausdehnung im Vergleich mit der bei der Verdampfung sich einstellenden so klein, daß sie vernachlässigt werden darf.

Dichte des Dampfes. Für alle weiteren Rechnungen ist es nun §. 235. zunächst nöthig, die Größe u zu bestimmen, d. h. den Rauminhalt, um welchen das Volumen der Gewichtseinheit Wasser $\sigma = 0,001 \text{ cbm}$ sich vergrößert, wenn dieses Wasser in gesättigten Dampf von der Spannung p und Temperatur t verwandelt wird. Mit dieser Größe u ist nicht nur die äußere Arbeit, sondern auch das specifische Volumen $s = u + \sigma$ und damit die Dichtigkeit $\gamma = \frac{1}{s}$ des Dampfes gegeben. Die Bestimmung von u kann mit Hilfe der beiden Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie wie folgt geschehen.

Betrachtet man wieder 1 kg Wasser in dem Gefäße AB , Fig. 449, in einem beliebigen Augenblicke, in welchem noch nicht das ganze Wasser, sondern nur die Gewichtsmenge x verdampft ist, also noch $1 - x$ kg Wasser in flüssiger Form vorhanden ist, so ist in diesem Augenblicke das Volumen v des Gemisches aus Wasser und Dampf durch

$$v = (1 - x) \sigma + xs = \sigma + x(s - \sigma) = \sigma + xu \quad (86)$$

dargestellt, woraus durch Differentiation, da σ und u für die constante Temperatur t constante Werthe haben,

$$\partial v = u \partial x (87)$$

folgt.

Es werde nun dem Gemisch eine unendlich kleine Wärmemenge ∂Q zugeführt, so bildet sich eine neue Dampfmenge ∂x , welche zu ihrer Entstehung die Wärme $r \partial x$ erfordert, so daß man hat:

$$\partial Q = r \partial x = \frac{r}{u} \partial v (88)$$

Nun hat man aber nach der ersten Hauptgleichung (1^b) auch:

$$\partial Q = A (X \partial p + Y \partial v),$$

worin in dem vorliegenden Falle wegen der constant bleibenden Spannung $\partial p = 0$ zu setzen ist. Folglich ist hier:

$$\partial Q = AY \partial v \dots \dots \dots (89)$$

welche Gleichung zusammen mit (88)

$$\frac{r}{u} = AY \dots \dots \dots (90)$$

liefert.

Die zweite Hauptgleichung (II^a) ferner

$$T = Y \frac{\partial T}{\partial p} + X \frac{\partial T}{\partial v}$$

geht für den vorliegenden Fall über in

$$T = Y \frac{\partial T}{\partial p} \dots \dots \dots (91)$$

weil die Temperatur t und also auch $T = a + t$ von dem Volumen v gar nicht abhängig, daher $\frac{\partial T}{\partial v} = 0$ ist. Die Verbindung von (90) und (91) liefert daher:

$$\frac{r}{u} = AT \frac{\partial p}{\partial T} = AT \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (92)$$

eine zuerst von Clapeyron aufgestellte, für die Dämpfe sehr wichtige Formel. Aus (92) erhält man ferner auch

$$Ap u \frac{\partial p}{p \partial t} = \frac{r}{T} \dots \dots \dots (93)$$

Um nun die Größe $\frac{\partial p}{p \partial t}$ zu bestimmen, kann man eine der im §. 233 angegebenen Gleichungen benutzen, welche die Spannung p des gesättigten Wasserdampfes als Function von seiner Temperatur t feststellen. Wählt man hierzu die Regnault'sche Gleichung (75):

$$\log p = a + b\alpha^{t-t_0} + c\beta^{t-t_0},$$

worin t_0 eine constante Größe bedeutet, so erhält man durch Differentiiren:

$$\frac{1}{\ln 10} \frac{\partial p}{p} = b\alpha^{t-t_0} \ln \alpha \cdot \partial t + c\beta^{t-t_0} \ln \beta \cdot \partial t$$

oder, wenn man $\log \text{nat } 10 = 2,30258 = k$ setzt,

$$\frac{\partial p}{p \partial t} = k \ln \alpha \cdot b\alpha^{t-t_0} + k \ln \beta \cdot c\beta^{t-t_0} \dots \dots \dots (94)$$

Setzt man in diese Gleichung die aus der Tabelle in §. 233 für

$$b\alpha^r = b\alpha^{t-t_0} \quad \text{und} \quad c\beta^r = c\beta^{t-t_0}$$

sich ergebenden Werthe ein, so kann man $\frac{\partial p}{p \partial t}$ für jede Temperatur t des

gesättigten Wasserdampfes berechnen und damit aus (93) die zugehörige äußere latente Wärme

$$Apu = \frac{r}{T} \frac{1}{p \frac{\partial p}{\partial t}}$$

finden. Diese Rechnung soll hier nicht weiter durchgeführt werden, dieselbe führt nach Zeuner zu dem Resultate:

$$Apu = 31,10 + 0,096t - 0,00002t^2 - 0,0000003t^3 \quad (95)$$

Da ferner nach (80) die Verdampfungswärme

$$r = 606,50 - 0,695t - 0,00002t^2 - 0,0000003t^3$$

ist, so erhält man nach (84) die innere latente Wärme:

$$q = r - Apu = 575,40 - 0,791t \dots \quad (96)$$

Zur Bestimmung des spezifischen Volumens $s = u + \sigma$ [nach (82)], d. h. des Volumens, welches 1 kg gesättigter Wasserdampf einnimmt, dient die Gleichung (92), aus welcher

$$u = \frac{r}{AT} \frac{\partial p}{\partial t},$$

daher:

$$s = u + \sigma = \frac{r}{AT} \frac{\partial p}{\partial t} + \sigma \dots \quad (97)$$

folgt. Da hierin r und $\sigma = 0,001$ cbm bekannt sind, und $\frac{\partial p}{\partial t}$ durch Differentiiren von (75) gefunden wird, so kann man das spezifische Volumen s für jede Temperatur t berechnen. Aus dem spezifischen Volumen s erhält man dann die Dichtigkeit, d. h. das Gewicht von 1 cbm Dampf zu

$$\gamma = \frac{1}{s} \dots \quad (98)$$

Die folgende, nach steigenden Werthen der Spannung p geordnete Tabelle für gesättigten Wasserdampf enthält außer der Temperatur t die Flüssigkeitswärme q , innere (q) und äußere latente Wärme Apu , die Verdampfungswärme r ; die Größe u , das spezifische Gewicht γ für verschiedene Spannungen. Man erkennt aus dieser Tabelle, daß von der Verdampfungswärme r nur ein kleiner, etwa zwischen 6 bis 10 Proc. betragender Theil in äußere Arbeit verwandelt wird, und daß dieser Theil mit steigender Spannung langsam zunimmt, während sowohl die innere latente Wärme q wie auch die Verdampfungswärme r abnehmen, wenn die Temperatur sich erhöht.

Die Flüssigkeitswärme q steigt natürlich nahezu in demselben Verhältnisse wie die Temperatur t , so daß in Folge hiervon die Gesamtwärme $\lambda = q + r$ ebenfalls mit steigender Spannung zunimmt. Dieselbe beträgt z. B. für Dampf von 0,1 Atmosphäre

$$\lambda = 46,28 + 538,85 + 35,46 = 620,59 \text{ W.-E.}$$

und für Dampf von 10 Atmosphären

$$\gamma = 182,72 + 432,78 + 46,00 = 661,50 \text{ W.-E.,}$$

so daß das früher von Watt aufgestellte Gesetz keine Gültigkeit hat, wonach die ganze Wärmemenge in einer Gewichtseinheit für alle Spannungen constant (640 Cal.) sein sollte.

Man erkennt ebenfalls aus den Werthen des specifischen Gewichtes γ , daß die von Gay-Lussac gemachte Annahme nicht zutreffend ist, wonach die Dichte des gesättigten Wasserdampfes bei allen Temperaturen immer in demselben Verhältniß zu der Dichte der atmosphärischen Luft von derselben Temperatur und derselben Spannung stehen, nämlich gleich 0,6225 von der Dichte der Luft sein sollte. Vergleicht man nämlich die in der Tabelle enthaltenen specifischen Gewichte mit denjenigen der Luft für gleiche Temperaturen und Spannungen, welche man einfach aus (15) durch

$$\gamma_1 = \frac{1}{v} = \frac{p}{RT}$$

erhält, so findet man beträchtliche Abweichungen von der obigen Regel. Während z. B. für Dampf von 0,1 Atmosphäre das gedachte Verhältniß

der Dichte zu $\frac{\gamma}{\gamma_1} = 0,621$ gefunden wird, berechnet sich dasselbe für 10 Atmo-

sphären zu $\frac{\gamma}{\gamma_1} = 0,676$, so daß also die Dichtigkeit des Dampfes bei

einer Steigerung der Spannung schneller sich vergrößert, als dies der Fall sein würde, wenn der Dampf dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze folgte, welche Voraussetzung jener früher angenommenen Regel zu Grunde liegt. Es mag noch angeführt werden, daß die hier aus den Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie abgeleiteten Werthe für die Dampfdichten mit den Versuchsergebnissen eine gute Uebereinstimmung zeigen, welche von Tate und Fairbairn*) erlangt worden sind.

Bisher hatte man sich zur Bestimmung der Dichtigkeit des gesättigten Wasserdampfes einer von Navier angegebenen empirischen Formel

$$\gamma = \alpha + \beta p \dots \dots \dots (99)$$

*) Proceed. of the Royal Soc. 1860, und Civil-Ingenieur 1860.

bedient, in welcher α und β gewisse constante Größen bedeuten, die für verschiedene Dampfspannungen verschiedene Werthe haben. Diese Formel, welche insbesondere in der vordem vielfach den Dampfmaschinen zu Grunde gelegten Theorie Pambour's eine Hauptrolle spielt, führt jedoch nur zu brauchbaren Resultaten zwischen sehr nahe an einander liegenden Grenzen der Dampfspannung. Neuerdings hat Zeuner zur Vermeidung der unständlichen Rechnungen, wie sie oben angeführt worden sind, eine empirische Formel angegeben, welche für alle gewöhnlich vorkommenden Spannungen genauere Werthe ergibt und deren man sich bedienen kann, um das einer gewissen Spannung p zugehörige specifische Gewicht γ und beziehungsweise das specifische Volumen $s = \frac{1}{\gamma}$ zu ermitteln. Nach Zeuner kann man setzen

$$ps^{1,0646} = 1,704 \quad (100)$$

wenn p in Atmosphären gegeben ist, woraus

$$\gamma = \frac{1}{s} = 0,6061 p^{0,9303} \quad (101)$$

folgt. Die letztere Gleichung (101) liefert für alle Spannungen von 0,5 bis 14 Atmosphären Resultate, welche mit den nach den vorstehenden Rechnungen gefundenen und in der Tabelle unter γ angegebenen fast vollkommen genau übereinstimmen.

Demgemäß kann man annehmen, daß die Gleichung (100) das Gesetz zwischen dem specifischen Volumen und der Spannung bei gesättigtem Wasserdampfe darstellt. Wenn man sich das Volumen, welches 1 kg gesättigter Wasserdampf bei irgend einer Spannung p einnimmt, als Abscisse auf einer Aze und senkrecht dazu die Spannung p als Ordinate abgetragen denkt, so legen die Endpunkte aller Ordinaten eine gewisse Curve fest, welche Zeuner die Curve constanter Dampfmenge nennt; die Gleichung dieser Curve ist nach dem Vorstehenden sehr nahe durch (100) dargestellt. Diese Curve liegt offenbar zwischen der gleichseitigen Hyperbel $pv = C$, welche die isothermische Curve für Gase darstellt und zwischen der adiabatischen Curve $pv^{1,41} = C$ derselben.

Tabelle für gesättigten Wasserdampf nach Zeuner.

Atm.	Grad Celsius		Wärme-Einheiten				Cubifmeter	Kilogramm	$\frac{r}{T}$	τ	Atm.
	t	q	q	ρ	Δpu	r					
0,1	46,21	46,282	538,848	35,464	574,312	14,5508	0,0687	1,7992	0,15662	0,1	
0,2	60,45	60,589	527,584	36,764	564,348	7,5421	0,1326	1,6924	0,21043	0,2	
0,4	76,25	76,499	515,086	38,171	553,257	3,9154	0,2553	1,5841	0,24708	0,4	
0,6	86,32	86,662	507,121	39,045	546,166	2,6700	0,3744	1,5200	0,27576	0,6	
0,8	93,88	94,304	501,141	39,688	540,829	2,0355	0,4910	1,4741	0,29681	0,8	
1,0	100,00	100,500	493,300	40,200	536,500	1,6494	0,6059	1,4383	0,31356	1,0	
1,2	105,17	105,740	492,210	40,626	532,836	1,3891	0,7194	1,4090	0,32752	1,2	
1,4	109,68	110,316	488,643	40,993	529,636	1,2014	0,8317	1,3840	0,33954	1,4	
1,6	113,69	114,389	485,471	41,315	526,786	1,0595	0,9430	1,3623	0,35013	1,6	
1,8	117,30	118,059	482,616	41,602	524,218	0,9483	1,0534	1,3431	0,35957	1,8	
2,0	120,60	121,417	480,005	41,861	521,866	0,8588	1,1631	1,3259	0,36814	2,0	
2,2	123,64	124,513	477,601	42,096	519,697	0,7851	1,2721	1,3102	0,37597	2,2	
2,4	126,46	127,386	475,370	42,314	517,684	0,7234	1,3805	1,2959	0,38321	2,4	

s. 235.]

2,9	129,19	139,919	473,252	42,515	515,797	0,6709	1,4883	1,2828	0,38890	2,6
2,8	131,57	132,599	471,328	42,702	514,080	0,6257	1,5956	1,2705	0,39617	2,8
3,0	133,91	134,989	469,477	42,876	512,353	0,5864	1,7024	1,2591	0,40205	3,0
3,5	139,24	140,438	465,261	43,269	508,530	0,5072	1,9676	1,2336	0,41515	3,5
4,0	144,00	145,310	461,496	43,614	505,110	0,4474	2,2303	1,2113	0,42711	4,0
4,5	148,29	149,708	458,103	43,918	502,021	0,4004	2,4911	1,1916	0,43760	4,5
5,0	152,22	153,741	454,994	44,192	499,156	0,3626	2,7500	1,1740	0,44693	5,0
5,5	155,85	157,471	452,123	44,441	496,564	0,3315	3,0073	1,1579	0,45587	5,5
6,0	159,22	160,938	449,457	44,667	494,124	0,3054	3,2632	1,1432	0,46392	6,0
6,5	162,37	164,181	446,965	44,876	491,841	0,2833	3,5178	1,1297	0,47140	6,5
7,0	165,34	167,243	444,616	45,070	489,656	0,2642	3,7711	1,1171	0,47840	7,0
7,5	168,15	170,142	442,393	45,250	487,643	0,2475	4,0234	1,1054	0,48500	7,5
8,0	170,81	172,888	440,289	45,420	485,709	0,2329	4,2745	1,0944	0,49120	8,0
8,5	173,35	175,514	438,280	45,578	483,858	0,2200	4,5248	1,0840	0,49831	8,5
9,0	175,77	178,017	436,366	45,727	482,093	0,2085	4,7741	1,0743	0,50270	9,0
9,5	178,08	180,408	434,539	45,868	480,407	0,1981	5,0226	1,0650	0,50806	9,5
10	180,31	182,719	432,775	46,001	478,776	0,1887	5,2704	1,0562	0,51297	10
11	184,5	187,065	429,460	46,247	475,707	0,1725	5,7636	1,0398	0,52266	11
12	188,41	191,126	426,368	46,471	472,839	0,1589	6,2543	1,0248	0,53150	12
p	t	q	ϱ	Apu	r	u	γ	$\frac{r}{T}$	τ	p

§. 236. **Gemisch von Wasserdampf und Wasser.** Um die Zustandsänderungen zu untersuchen, welchen der gesättigte Wasserdampf durch irgend welche Veränderungen des Volumens, der Temperatur *z.* ausgesetzt ist, sei wieder 1 kg einer Mischung vorausgesetzt, welche aus *x* Kilogramm Dampf von der Spannung *p* und der Temperatur *t* und aus $(1 - x)$ Kilogramm Wasser besteht. Das Volumen dieser Mischung drückt sich nach (86) aus durch

$$v = \sigma + xu \dots \dots \dots (86)$$

worin σ constant gleich 0,001 cbm und *u* mit der Temperatur *t* oder Spannung *p* veränderlich ist. Die Gesamtwärme, d. h. diejenige Wärme, welche dieses Gemisch mehr enthält als 1 kg Wasser von 0° C., ist dann zusammengesetzt aus der in $(1 - x)$ Kilogramm Wasser enthaltenen Flüssigkeitswärme $(1 - x)q$ und der in *x* Kilogramm Dampf nach (85) enthaltenen Wärme $xJ = x(q + \varrho)$, so daß diese Wärme sich ausdrückt durch

$$AU = (1 - x)q + x(q + \varrho) = q + x\varrho \dots (102)$$

Es werde jetzt angenommen, daß die Temperatur sich um den unendlich kleinen Betrag ∂t ändere, so erhält man die Zunahme der innern Wärme durch Differentiirung von (102) zu

$$A\partial U = \partial q + \partial(x\varrho) \dots \dots \dots (103)$$

in welcher Gleichung sowohl *x* wie auch ϱ veränderlich sind.

Hat sich bei der gedachten Aenderung das Volumen *v* um ∂v verändert, so ist durch die Ueberwindung des äußern Druckes *p* auf dem Wege ∂v nach (32) eine äußere Arbeit $\partial L = p\partial v$ geleistet, und man erhält daher nach der ersten Hauptgleichung (I^a) die Wärmemenge ∂Q , welche zum Behufe der vorausgesetzten Zustandsänderung dem Gemische zugeführt werden muß, zu

$$\partial Q = A(\partial U + \partial L) = \partial q + \partial(x\varrho) + Ap\partial v \dots (104)$$

Um den Werth für das letzte Glied $Ap\partial v$ dieser Gleichung zu bestimmen, hat man (86) zu differentiiiren, indem man σ constant, dagegen sowohl *x* wie *u* veränderlich annimmt; dadurch erhält man:

$$\partial v = \partial(xu),$$

womit (104) übergeht in

$$\partial Q = \partial q + \partial(x\varrho) + Ap\partial(xu).$$

Wenn man hierin für das letzte Glied den aus der allgemeinen Differentialformel

$$\partial(p \cdot xu) = p\partial(xu) + xu\partial p$$

sich ergebenden Werth einführt, wird

$$\begin{aligned} \partial Q &= \partial q + \partial(x\varrho) + A\partial(pxu) - Axu\partial p \\ &= \partial q + \partial[x(\varrho + Apu)] - Axu\partial p. \end{aligned}$$

Nun ist $q + A p u = r$ nach (84) und $A u \partial p = \frac{r}{T} \partial t$ nach (92), daher hat man auch

$$\partial Q = \partial q + \partial (x r) - \frac{x r}{T} \partial t \quad (105)$$

Setzt man hierin $\partial q = c \partial t$ und entwickelt $\partial (x r)$, so wird

$$\partial Q = c \partial t + x \partial r + r \partial x - \frac{x r}{T} \partial t,$$

und wenn man noch $x \cdot c \partial t$ addirt und subtrahirt, wird endlich:

$$\partial Q = (1 - x) c \partial t + r \partial x + x \left(c + \frac{\partial r}{\partial t} - \frac{r}{T} \right) \partial t.$$

Setzt man noch der Kürze halber

$$\left(c + \frac{\partial r}{\partial t} - \frac{r}{T} \right) = h (106)$$

so wird:

$$\partial Q = (1 - x) c \partial t + r \partial x + x h \partial t (107)$$

In der zuletzt gefundenen Gleichung (107), welche ebenso wie diejenige (105) zuerst von Clausius angegeben wurde, bedeutet rechts das erste Glied $(1 - x) c \partial t$ die zur Erwärmung von $(1 - x)$ Kilogramm Wasser um ∂t erforderliche Wärmemenge und das zweite Glied $r \partial x$ die latente oder Verdampfungswärme, welche zur Neubildung der Dampfmenge ∂x aufzuwenden ist, während das dritte Glied $x h \partial t$ die dem schon vorhandenen Dampfe zuzuführende Wärmemenge vorstellt. Das dritte Glied $x h \partial t$ ist analog dem ersten Gliede $(1 - x) c \partial t$ gebildet, indem x und $(1 - x)$ die Gewichte des Dampfes und beziehungsweise des Wassers und ∂t die Temperaturerhöhung bedeuten. Ebenso wie daher c die spezifische Wärme des Wassers bedeutet, kann man sich unter der Größe

$$h = \left(c + \frac{\partial r}{\partial t} - \frac{r}{T} \right)$$

die spezifische Wärme des Dampfes vorstellen, d. h. diejenige Wärmemenge, welche man 1 kg des gesättigten Wasserdampfes für eine unendlich kleine Erwärmung um ∂t zuzuführen hat, vorausgesetzt, daß der Dampf nach wie vor gesättigt bleibt.

Die Größe h läßt sich, da durch die Regnault'sche Formel (80) r und daraus auch $\frac{\partial r}{\partial t}$ bekannt ist, berechnen, und man erhält durch diese Rechnung für alle in der Praxis vorkommenden Temperaturen für h einen negativen Werth. Es ist nämlich für

$$\begin{array}{rcccl}
 t = & & 0^{\circ} & 100^{\circ} & 200^{\circ} \\
 h = & - & 1,9166 & - 1,1333 & - 0,6766.
 \end{array}$$

Dieses für die Kenntniß des Verhaltens von gesättigtem Wasserdampf äußerst wichtige Ergebnis eines negativen Werthes der specifischen Wärme ist zuerst von Clausius und Rankine gefunden und durch die Versuche von Hirn bestätigt worden. Es geht hieraus die Unhaltbarkeit der frühern, der Pambour'schen Theorie zu Grunde liegenden Annahme hervor, wonach Dampf bei der Expansion in den Dampfmaschinen seine Spannung der Curve constanter Dampfmenge entsprechend ändern sollte. Daß dies nicht der Fall ist, läßt ohne Weiteres die Gleichung (107) erkennen, wenn man darin $x = 1$ setzt, d. h. wenn man reinen oder trockenen Dampf ohne Beimischung von Wasser voraussetzt. Für diesen Fall geht diese Gleichung mit Rücksicht auf den negativen Werth von h über in

$$\partial Q = r \partial x - x h \partial t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

Nimmt man nun an, es finde eine Zustandsänderung ohne Wärmezufuhr, also mit $\partial Q = 0$ statt, so wäre

$$r \partial x = x h \partial t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

worin h den absoluten oder positiven Werth bedeutet. Diese Gleichung besagt direct, daß ein negativer Werth von ∂t , d. h. eine Temperaturabnahme, wie sie natürlich mit einer Ausdehnung des Dampfolumens verbunden ist, auch einen negativen Werth von ∂x , d. h. eine Verminderung der Dampfmenge zur Folge hat. Bei der Ausdehnung des Dampfes ohne Wärmezufuhr schlägt sich daher eine gewisse Dampfmenge nieder, womit ausgesprochen ist, daß der Dampf zwar gesättigt bleibt, aber eine geringere Spannung und Temperatur haben muß, als wenn er in unveränderter Menge vorhanden bliebe, d. h. wenn seine Ausdehnung der Curve constanter Dampfmenge entsprechend vor sich ginge. Damit letzteres der Fall sei, muß vielmehr eine Wärmezufuhr stattfinden, welche aus (108) folgt, wenn man darin $\partial x = 0$ setzt und ∂t negativ annimmt. Es folgt ebenso, daß mit einer Erhöhung der Temperatur, also mit einer Zusammendrückung des Dampfes aus (108) ein negativer Werth von ∂Q folgt, wenn der Dampf nach wie vor gesättigt bleiben soll, d. h. es muß bei der Compression Wärme abgeführt werden, andernfalls geht der Dampf in den überhitzten Zustand über.

§. 237. Isothermische und isodynamische Curve des Dampfes.

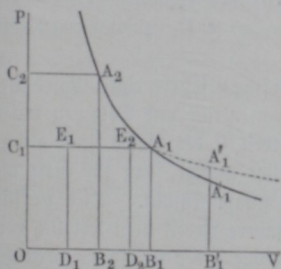
Denkt man sich eine Wasser- und Dampfmenge von 1 kg Gewicht einer Veränderung unterworfen, vermöge deren die Temperatur einen constanten Werth t behält, so ist nach dem Vorstehenden klar, daß auch die Spannung p so lange einen gleichbleibenden Werth beibehält als noch Wasser vorhanden

ist, um den Dampf als gesättigten bestehen zu lassen. Wenn man daher die verschiedenen Volumina des Gemisches als Abscissen und die zugehörigen Spannungen als Ordinaten aufträgt, so erhält man als die isothermische Linie wegen der unveränderlichen Spannung eine mit der Abscissenaxe parallele Gerade. Jeder Spannung p oder Temperatur t entspricht hier eine besondere Gerade, z. B. $C_1 A_1$, Fig. 450, der Spannung p_1 oder $C_2 A_2$ derjenigen p_2 . Alle diese Geraden erstrecken sich aber nur bis zu einer bestimmten Curve $A_1 A_2$, welche offenbar die Curve constanter Dampfspannung ist, deren wahrscheinliche Gleichung oben zu

$$p v^{1,0646} = 1,704 \dots \dots \dots (100)$$

angegeben wurde. Bei einer weiteren Vergrößerung des Volumens als dasjenige s ist, welches für die betreffende Temperatur t der Curve constanter Dampfmenge entspricht, hat man es mit überhitztem Dampfe zu thun, d. h. solchem, welcher eine höhere Temperatur hat, als seinem Sättigungsgrade entspricht. Man ersieht dies leicht aus der Figur. Denkt man

Fig. 450.



sich nämlich unter der Voraussetzung, daß die Temperatur den Werth t_1 fortwährend behalte, das Volumen gleich $O B'_1$ geworden, so würde der Dampf für den Fall der vollständigen Sättigung die Spannung $p'_1 = B'_1 A'_1$ und die Temperatur t'_1 haben, welche kleiner ist als t_1 . Demgemäß kann man sich vorstellen, der gesättigte Dampf von dem Volumen $O B'_1 = s'_1$ sei von der ihm eigenthümlichen Temperatur t'_1 auf die höhere t_1 gebracht, womit eine Vergrößerung der Spannung von dem Werthe $B'_1 A'_1$

= p' auf denjenigen $B'_1 A''_1 = p''_1$ verbunden ist, doch wird diese letztere Spannung den vorherigen Werth $p_1 = B_1 A_1$ des bei der Temperatur t_1 gesättigten Dampfes nicht erreichen, d. h. die isothermische Curve wird in dem, dem überhitzten Dampfe entsprechenden Felde rechts von $A_1 A_2$ einen Verlauf zwischen der Horizontalen des Punktes A_1 und der Curve constanter Dampfmenge zeigen. Diese Curve des überhitzten Dampfes soll uns hier nicht weiter interessieren, es soll vielmehr angenommen werden, daß die Ausdehnung des Gemisches noch innerhalb des für den gesättigten Dampf gültigen Feldes zwischen $A_1 A_2$ und den Axen verbleibe.

Die äußere mechanische Arbeit, welche bei einer solchen Ausdehnung von dem Dampfe verrichtet wird, wenn derselbe sich von irgend einem Anfangsvolumen $v_1 = O D_1$ auf dasjenige $v_2 = O D_2$ ausdehnt, ist hier durch das Rechteck $D_1 E_1 E_2 D_2$, also zu

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \partial v = p (v_2 - v_1) \dots \dots \dots (110)$$

gegeben. Werden unter x_1 und x_2 die zugehörigen Gewichte des Dampfes verstanden, so hat man

$$v_1 = x_1 u + \sigma \quad \text{und} \quad v_2 = x_2 u + \sigma,$$

daher ist auch

$$L = p (x_2 - x_1) u \dots \dots \dots (110^a)$$

Runmehr bestimmt sich auch die dem Gemische zuzuführende Wärme Q durch Integration der Gleichung (104),

$$\partial Q = \partial q + \partial (x \varrho) + A p \partial v,$$

worin wegen der unveränderlichen Temperatur q , ϱ und p constante Größen sind. Man erhält daher die zuzuführende Wärme mit Rücksicht auf (84):

$$Q = \varrho (x_2 - x_1) + A p u (x_2 - x_1) = r (x_2 - x_1) \quad (111)$$

Diese Wärmemenge hat man natürlich von dem Gemisch abzuführen, wenn umgekehrt unter Aufwendung der Arbeit (110) das Volumen $v_2 = OD_2$ bei constanter Temperatur auf dasjenige $v_1 = OD_1$ zusammengedrückt werden soll.

In §. 218 wurde unter der isodynamischen Curve eines Gases diejenige verstanden, welche die Veränderung von Druck und Volumen unter der Voraussetzung angebt, daß die innere Arbeit U des Gases einen gleichbleibenden Werth behält und es wurde daselbst gezeigt, daß für Gase die isodynamische Curve mit der isothermischen zusammenfällt. Dies ist für Dämpfe nicht der Fall, weil bei diesen die innere Arbeit nicht lediglich von der Temperatur t , sondern auch von der Menge x des in Dampf verwandelten Wassers abhängt. Man erhält die Bedingungsgleichung für die isodynamische Zustandsänderung für ein Gemisch von Wasser und Dampf, wenn man $\partial U = 0$ setzt, also aus (103) zu:

$$\partial q + \partial (x \varrho) = 0,$$

welche Gleichung durch Integration zwischen zwei beliebigen Punkten, für welche die zugehörigen Werthe q_1, x_1, ϱ_1 und q_2, x_2, ϱ_2 sind:

$$q_2 - q_1 + x_2 \varrho_2 - x_1 \varrho_1 = 0 \dots \dots \dots (112)$$

ergiebt. Man kann aus dieser Gleichung, wenn für einen gewissen Anfangszustand x_1 und p_1 also auch t_1, q_1 und ϱ_1 gegeben sind, für irgend einen andern Druck p_2 , durch welchen gleichzeitig q_2 und ϱ_2 bekannt sind, die specifische Dampfmenge x_2 finden und erhält dann die den beiden Zuständen entsprechenden Volumina nach (86) zu

$$v_1 = (\sigma + x_1 u_1) \quad \text{und} \quad v_2 = (\sigma + x_2 u_2).$$

Es soll hierauf nicht näher eingegangen werden, da die isodynamische Curve für die vorliegenden Zwecke wenig Bedeutung hat, es sei nur bemerkt, daß Zeuner für diese Curve die empirische Gleichung

$$p v^v = p_1 v_1^v$$

aufstellt, worin $v = 1,0456$ zu setzen ist, wenn angenommen wird, daß im Anfangszustande trockener Dampf ohne Wasser vorhanden, also $x = 1$ ist und nun eine Compression vorgenommen wird. Es zeigt nämlich die nähere Rechnung, daß bei isodynamischen Zustandsänderungen bei der Compression Verdichtung und bei der Expansion Verdampfung eintritt, entgegengesetzt dem Verhalten der Mischung bei adiabatischen Zustandsänderungen.

Es mag bemerkt werden, daß man es bei Dampfmaschinen mit nahezu isothermischer Ausdehnung zu thun hat, so lange frischer Dampf aus dem Kessel in den Dampfzylinder geführt wird, d. h. bei der Volldruckwirkung (s. weiter unten), und daß daher hierfür die oben entwickelten Formeln (110) und (111) Gültigkeit haben. Die nach der Absperrung des Dampfes in dem Cylinder erfolgende Expansion des Dampfes hat man öfter als eine adiabatische Zustandsänderung betrachtet und es soll daher im Folgenden eine solche Zustandsänderung besprochen werden, obwohl von vornherein zu bemerken ist, daß der Vorgang in dem Dampfzylinder wegen des Wärmeaustausches zwischen dem Dampfe und der Cylinderwandung wesentliche Abweichungen von einer adiabatischen Zustandsänderung zeigt.

Adiabatische Zustandsänderung des Dampfes. Wenn ein §. 238.

Gemisch von Wasser und Dampf im Gewichte gleich 1 kg einer Veränderung durch Ausdehnung oder Zusammendrückung ohne Zu- oder Abfuhr von Wärme ausgesetzt ist, so erhält man die geltenden Beziehungen einfach, indem man die zuzuführende Wärme ∂Q nach (105) gleich Null setzt, durch die Gleichung:

$$0 = \partial q + \partial (xr) - \frac{xr}{T} \partial t.$$

Dividirt man diese Gleichung durch die absolute Temperatur T , so ist auch:

$$0 = \frac{\partial q}{T} + \frac{\partial (xr)}{T} - \frac{xr}{T^2} \partial t = \frac{\partial q}{T} + \partial \left(\frac{xr}{T} \right) \quad (113)$$

Bezeichnet man den Werth des Integrals $\int \frac{\partial q}{T}$ der Kürze wegen mit τ , so setzt also allgemein

$$\int_0^t \frac{\partial q}{T} = \tau \quad (114)$$

so liefert die obige Differentialgleichung für den Uebergang des Dampfes aus dem Zustande γ_1, p_1, T_1, r_1 und τ_1 in einen andern γ_2, p_2, T_2, r_2 und τ_2 den Ausdruck:

$$\frac{x_1 r_1}{T_1} + \tau_1 = \frac{x_2 r_2}{T_2} + \tau_2 \dots \dots \dots (115)$$

Diese Gleichung kann dazu dienen, die Dampfmenge x_2 zu berechnen, welche vorhanden ist, wenn das Gemisch von der Spannung p_1 und der Dampfmenge x_1 adiabatisch in einen Zustand von der Spannung p_2 übergeht, indem durch p_1 auch die Größen T_1 , r_1 und τ_1 , sowie mit p_2 diejenigen T_2 , r_2 und τ_2 gegeben sind und aus der Tabelle in §. 235 entnommen werden können.

Was nämlich die Größe $\tau = \int_0^t \frac{\partial q}{T}$ anbelangt, so kann man, unter c die spezifische Wärme des Wassers verstanden, darin nach (77) $\partial q = c \partial t = c \partial T$ setzen, so daß $\tau = \int_0^t \frac{c \partial t}{T}$ wird. Wenn man hierin für c einen

constanten Werth, etwa nach Clausius den der Temperatur $t = 100^\circ$ zu gehörigen Werth von 1,013 oder nach Zeuner einen den höheren Temperaturen der gebräuchlichen Dämpfe entsprechenden Mittelwerth von $c = 1,0224$ setzt, so geht dieses Integral über in

$$\tau = c \int_0^t \frac{\partial t}{T} = c \log \text{nat} \frac{a+t}{a+0} = c \ln \frac{T}{a} \dots \dots (116)$$

Will man jedoch die Werthe von τ genauer ermitteln, so hat man nach (78)

$$\partial q = (1 + 2.0,00002t + 3.0,000009t^2) \partial t$$

in den Ausdruck $\int_0^t \frac{\partial q}{T} = \tau$ zu setzen und das Integral auszurechnen.

Dies ausgeführt giebt:

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t c \frac{\partial t}{T} = \int_a^T c \frac{\partial T}{T} \\ &= \int_a^T \frac{\partial T}{T} + \int_a^T 0,00004 (T-a) \frac{\partial T}{T} + \int_a^T 0,000009 (T-a)^2 \frac{\partial T}{T} \\ &= 1,0561561 \ln \frac{T}{a} - 0,0004514 (T-a) \\ &\quad + 0,0000045 (T^2 - a^2) \dots \dots \dots (116^a) \end{aligned}$$

Die hiernach sich ergebenden Werthe sind in der aus Zeuner's Wärme-

theorie entnommenen Tabelle §. 235 unter τ aufgeführt, ebenso wie die Quotienten $\frac{r}{T}$ darin enthalten sind.

Hat man mit Hilfe der Tabellenwerthe durch die Gleichung (115) die Größe x_2 bestimmt, so erhält man das Volumen v_2 , welches dem Drucke p_2 entspricht, zu

$$v_2 = x_2 u_2 + \sigma,$$

wenn wieder u_2 den der Spannung p_2 entsprechenden, aus der Tabelle zu entnehmenden Werth von u bedeutet und daher ist das Expansionsverhältniß oder das Verhältniß dieses Volumens v_2 zu dem anfänglichen $v_1 = x_1 u_1 + \sigma$ durch

$$\varepsilon = \frac{v_2}{v_1} = \frac{x_2 u_2 + \sigma}{x_1 u_1 + \sigma} \dots \dots \dots (117)$$

ebenfalls gefunden. Würde man diese Rechnung für hinreichend viele Spannungen p_2 durchführen, so könnte man zu diesen letzteren als Ordinaten die zugehörigen Volumina v_2 als Abscissen auftragen, und würde dadurch die adiabatische Curve erhalten, welche dem zu Anfang vorausgesetzten Gemische von x_1 Kilogramm Dampf und $(1 - x_1)$ Kilogramm Wasser und der Spannung p_1 zugehört.

Bei der Ausdehnung des Gemisches von dem Volumen v_1 auf dasjenige v_2 ist auch, unter der Voraussetzung eines umkehrbaren Processes, d. h. bei gleicher Größe des äußern Druckes mit dem des Dampfes, eine gewisse mechanische Arbeit verrichtet worden, und zwar kann dieselbe nur auf Kosten der in dem Dampfe enthaltenen Wärme verrichtet werden, da eine Zufuhr von Wärme nicht stattfand. Man findet daher diese Arbeit einfach, wenn in der Hauptgleichung (104) $\partial Q = 0$ gesetzt wird. Hierdurch erhält man

$$A \partial L = - A \partial U = - \partial q - \partial (x q),$$

und somit durch Integration zwischen $x_2 q_2 q_2$ und $x_1 q_1 q_1$:

$$AL = q_1 - q_2 + x_1 q_1 - x_2 q_2 \dots \dots (118)$$

welcher Werth leicht ermittelt werden kann, da x_2 durch (115) bestimmt ist. Die vorstehenden Rechnungen mögen durch ein Beispiel erläutert werden.

Es sei 1 kg einer Dampf Mischung von $p_1 = 5$ Atmosphären Spannung vorausgesetzt, welches $x_1 = 0,9$ kg Dampf und 0,1 kg Wasser enthalten soll. Es ist zu untersuchen, welches Volumen das Gemisch annimmt und welche Dampfmenge es enthält, wenn die Spannung durch eine adiabatische Ausdehnung bis auf $p_2 = 1$ Atmosphäre herabgeht. Nach der Tabelle in §. 235 hat man für

$$p_1 = 5 \text{ Atm.} : \tau_1 = 0,44693, \quad \frac{r_1}{T_1} = 1,17395, \quad u_1 = 0,3626,$$

$$q_1 = 153,741, \quad q_2 = 454,994,$$

und für

$$p_2 = 1 \text{ Atm.: } \tau_2 = 0,31356, \frac{r_2}{T_2} = 1,43834, u_2 = 1,6494, \\ q_2 = 100,50, \varrho_2 = 496,30.$$

Daher hat man nach (115):

$$0,9 \cdot 1,17395 + 0,44693 = x_2 \cdot 1,43834 + 0,31356,$$

woraus $x_2 = 0,827$ kg folgt. Es hat sich also während der Ausdehnung die Dampfmenge

$$x_1 - x_2 = 0,9 - 0,827 = 0,073 \text{ kg}$$

niedergeschlagen.

Das ursprüngliche Volumen v_1 des Gemisches beträgt:

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma = 0,9 \cdot 0,3626 + 0,001 = 0,3273 \text{ cbm}$$

und das nachherige

$$v_2 = x_2 u_2 + \sigma = 0,827 \cdot 1,6494 + 0,001 = 1,3651 \text{ cbm,}$$

daher das Expansionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{1,3651}{0,3273} = 4,17.$$

Die während der Expansion verrichtete Arbeit erhält man zu

$$L = \frac{1}{A} (q_1 - q_2 + x_1 \varrho_1 - x_2 \varrho_2) \\ = 424 (153,741 - 100,50 + 0,9 \cdot 454,994 - 0,827 \cdot 496,3) \\ = 424 \cdot 52,296 = 22173,5 \text{ mkg.}$$

Ein Niederschlagen von Wasser bei der Ausdehnung findet, wie schon in §. 236 angeführt wurde, auch statt, wenn dem Dampfe anfänglich kein Wasser beigemischt ist, wie sich zeigt, wenn in (115) $x_1 = 1$ gesetzt wird. Wenn man dagegen in dieser Gleichung $x_1 = 0$ annimmt, d. h. also, wenn man 1 kg Wasser ohne Beimischung von Dampf voraussetzt, welches auch unter dem Drucke p_1 steht und die diesem Dampfdruck zugehörige Temperatur t_1 hat, so findet man, daß bei der Ausdehnung eine gewisse Dampfmenge sich bildet, es findet jetzt also gewissermaßen ein dem vorhin gefundenen entgegengesetztes Verhalten bei der Expansion statt, insofern vorhin ein Niederschlagen sich zeigte, während jetzt eine Verdampfung von Wasser stattfindet.

Um die Größe dieses verdampfenden Wassers zu ermitteln, sei wieder $p_1 = 5$ Atmosphären und $p_2 = 1$ Atmosphäre vorausgesetzt, dann geht die Gleichung (115) mit den oben angeführten Werthen und mit $x_1 = 0$ über in:

$$0,44693 = x_2 \cdot 1,43834 + 0,31356,$$

woraus $x_2 = 0,093$ kg folgt. Das Volumen findet sich hierbei im Anfange zu $v_1 = \sigma = 0,001$ cbm und gegen Ende der Expansion zu

$$v_2 = x_2 u_2 + \sigma = 0,093 \cdot 1,6494 + 0,001 = 0,154 \text{ cbm,}$$

so daß eine Expansion im Verhältnisse $\varepsilon = \frac{v_2}{v_1} = 154$ stattgefunden hat.

Die geleistete Arbeit ist natürlich nur eine geringe und gleich

$$\begin{aligned} L &= 424 (153,741 - 100,50 - 0,093 \cdot 496,30) \\ &= 424 \cdot 7,08 = 3002 \text{ mkg.} \end{aligned}$$

Aus dem hier gefundenen Verhalten, wonach reiner Dampf bei der Ausdehnung sich niederschlägt, dagegen reines Wasser einer Verdampfung ausgesetzt ist, kann man schließen, daß es eine gewisse Zusammensetzung des Gemisches geben wird, bei welcher die Dampfmenge x_1 vor der Expansion gerade gleich derjenigen x_2 nach der Expansion ist. Man findet diese Mischung ohne Weiteres aus (115), wenn man darin $x_1 = x_2 = x$ setzt. Beispielsweise findet sich dieser Werth von x , welcher wiederum einer Anfangsspannung $p_1 = 5$ Atmosphären und einer Endspannung von 1 Atmosphäre entspricht, durch

$$x \cdot 1,17395 + 0,44693 = x \cdot 1,43834 + 0,31356$$

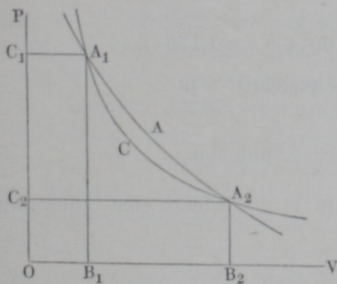
zu

$$x = \frac{0,13337}{0,26439} = 0,504.$$

Wenn also das Gemenge nahezu zur Hälfte aus Wasser und zur Hälfte aus Dampf besteht, so enthält es bei 5 Atmosphären Druck ebenso viel Dampf wie bei 1 Atmosphäre. Wenn man für dieses Gemisch dieselbe Rechnung für verschiedene Werthe der Endspannung p_2 etwa von 4, 3, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$. . . Atmosphäre ausführt, so

findet man, daß eine Verdampfung stattfindet, sobald die Endspannung zwischen 5 und 1 Atmosphäre gelegen ist, wogegen ein Niederschlagen eintritt, sobald die Endspannung p_2 kleiner als 1 Atmosphäre wird. Man kann sich diesen Vorgang durch Fig. 451 veranschaulichen. Entspricht

Fig. 451.



darin nämlich der Punkt A_1 dem Anfangszustande $p_1 = 5$ Atmosphären, $x_1 = 0,504$ kg des betrachteten Gemisches und A_2 dem Endzustande $p_2 = 1$ Atmosphäre und ebenfalls $x_2 = 0,504$ kg, so liegen diese Punkte

A_1 und A_2 in einer Curve constanter Dampfmenge, welche durch $A_1 C A_2$ dargestellt sein mag. Die adiabatische Linie $A_1 A A_2$ liegt dann zwischen A_1 und A_2 über dieser Linie constanter Dampfmenge, welche sie in den Punkten A_1 und A_2 durchschneidet.

Obwohl die vorgebachte Ermittlung des einer bestimmten Endspannung p_2 zugehörigen Volumens v_2 nicht schwierig ist, so ist dieselbe doch zeitraubend, und deshalb hat man sich bemüht, die adiabatische Zustandsänderung des Dampfes durch eine einfache Formel darzustellen. Rankine nahm hierfür zuerst die Beziehung an:

$$p v^\mu = p_1 v_1^\mu + p_2 v_2^\mu \dots \dots \dots (119)$$

und setzte

$$\mu = \frac{10}{9} = 1,111.$$

Dieselbe Formel ist auch von Grasshof und Zeuner zu Grunde gelegt, nur setzt Grasshof den Werth $\mu = 1,140$, während Zeuner für reinen Wasserdampf ohne Beimischung von Wasser $\mu = 1,135$ und allgemein für einen Gehalt von x Kilogramm Wasser in einer Mischung von 1 kg Gewicht, für μ den Werth

$$\mu = 1,035 + 0,100 x_1 \dots \dots \dots (120)$$

anwendet.

Man kann daher die Gleichung

$$p v^\mu = p_1 v_1^\mu = Const$$

als die Gleichung der adiabatischen Curve einer Dampf- und Wassermischung ansehen und erhält hieraus genügend genaue Werthe. So liefert diese Gleichung z. B. für das oben berechnete Beispiel mit $p_1 = 5$ Atmosphären, $v_1 = 0,3273$, $x_1 = 0,9$, zunächst

$$\mu = 1,035 + 0,100 \cdot 0,9 = 1,125$$

und daher für $p = 1$ Atmosphäre das zugehörige v zu

$$v = 0,3273 \sqrt[1,125]{\frac{5}{1}} = 1,3685 \text{ cbm,}$$

also genügend nahe dem vorstehend zu $v_2 = 1,3651$ cbm gefundenen Werthe.

§. 239. Ueberhitzter Wasserdampf. Bisher war immer nur von den gesättigten Dämpfen die Rede, d. h. von den Dämpfen im Maximum der Dichte, welche sie bei der ihnen eigenthümlichen Temperatur gemäß der Tabelle in §. 235 höchstens haben können. Wie schon oben bemerkt, sind die

Dämpfe immer gesättigt, sobald sie mit Wasser in Verbindung auftreten, also z. B. in jedem Dampfkessel, doch ist es natürlich nicht ausgeschlossen, daß auch gesättigte Dämpfe ohne Verbindung mit Wasser, als sogenannte trockene Dämpfe auftreten können. In letzterm Falle gehen dieselben in den ungesättigten oder überhitzten Zustand über, sobald man ihnen durch Wärmezuführung eine höhere Temperatur ertheilt als ihrem Sättigungsgrade zukommt. Ein Ueberhitzten der Dämpfe für Dampfmaschinen hat man in neuerer Zeit öfter dadurch vorgenommen, daß man das vom Dampfkessel den Dampf ableitende Rohr, ehe dasselbe mit der Dampfmaschine in Verbindung gebracht wird, durch einen heißen Raum, etwa durch den Rauchcanal der Kesselfeuerung führt, um hierdurch eine Ueberhitzung des Dampfes und damit verbundene Spannungserhöhung zu erzielen. Oft geschieht dies indessen auch nur zu dem Zwecke, den Dampf möglichst trocken nach der Maschine gelangen zu lassen, indem das dem Dampfe fast immer mechanisch beigemengte Wasser auf diese Weise ganz oder theilweise verdampft wird.

Durch die Erhitzung einer vom Wasser abgeschlossenen Menge gesättigten Dampfes von bestimmter Spannung p wird diese letztere natürlich erhöht, etwa zu p' , doch ist das Gesetz bislang noch so gut wie unbekannt, nach welchem diese Spannungsvergrößerung von der mitgetheilten Temperaturerhöhung abhängig ist. Früher nahm man allgemein an, daß die überhitzten Dämpfe dem Mariotte- und Gay-Lussac'schen Gesetze folgten, doch haben die neueren Versuche von Regnault u. A. dargethan, daß dieses Gesetz im Allgemeinen für die überhitzten Dämpfe nicht genau gilt und um so weniger zutrifft, je näher die Dämpfe ihrem Sättigungspunkte sich befinden. Je höher die Temperatur wird, desto größer ist die Uebereinstimmung des Verhaltens der Dämpfe mit demjenigen der Gase. Man pflegt wohl anzunehmen, daß bei einer Temperatur, welche die der gesättigten Dämpfe um 20 bis 30° übersteigt, oder auch bei einer Spannung, welche etwa 0,85 von derjenigen des gesättigten Dampfes von der herrschenden Temperatur ist, das Mariotte- und Gay-Lussac'sche Gesetz als hinreichend genau für die überhitzten Dämpfe angenommen werden kann. Dagegen zeigen die Versuche von Tate und Fairbairn, daß bei der Annäherung des Dampfes an den Sättigungspunkt der Ausdehnungscoefficient wesentlich zunimmt und zwei-, drei- bis fünfmal so groß wird als der nahezu constante Ausdehnungscoefficient, welcher einer höhern Ueberhitzung entspricht.

Es mag hier auch das von Hirn ausgesprochene Gesetz angeführt werden, wonach die überhitzten Wasserdämpfe sich so verhalten, daß für sie die isodynamische Curve wie für die Gase eine gleichseitige Hyperbel ist, während die isothermische Curve einen andern Verlauf zeigt. In letzterer Hinsicht würden sich also die überhitzten Dämpfe von den Gasen unterscheiden, für welche letzteren die isothermische Curve mit der isodynami-

schen zusammenfällt. Nach Zeuner wird die isodynamische Curve der überhitzten Dämpfe genauer durch die Gleichung bestimmt:

$$p v^{\nu} = p_1 v_1^{\nu} = \text{Const} (121)$$

worin im Anfange, so lange der Dampf noch gesättigt ist, $\nu = 1,0456$ zu setzen ist und mit steigender Ueberhitzung sehr schnell in den Werth $\nu = 1$ für die gleichseitige Hyperbel übergeht.

§. 240. Dämpfe überhaupt. Die Siedetemperatur ist für verschiedene Flüssigkeiten verschieden und zwar hängt die Höhe dieser Temperatur ebenso wie beim Wasser von der Größe des auf der Flüssigkeit lastenden Druckes ab, welcher immer gleich der Spannkraft des sich bildenden Dampfes ist. Nach den darüber angestellten Beobachtungen sind die Siedetemperaturen bei einem Drucke von 1 Atmosphäre gleich 0,760 m Quecksilbersäule von einigen Körpern die folgenden:

Quecksilber	350° C.
Leinöl	316° „
Schwefelsäure	310° „
Schwefel	299° „
Phosphor	290° „
Terpentinöl	273° „
Wasser	100° „
Alkohol (spec. Gew. 0,813).	78,6° C.
Schwefeläther	37,8° „
Salpetrige Säure.	28° C.
Schweflige Säure	— 10° „

Durch Auflösung von Substanzen wird die Siedetemperatur des Wassers ansehnlich erhöht. So siedet z. B. Wasser, das mit Kochsalz gesättigt ist (41,2 Thle. Kochsalz auf 100 Thle. Wasser), nach Legendre bei 108,4°, ferner Wasser mit kohlenstoffsaurem Kali gesättigt (205 Thle. kohlenstoffsaures Kali auf 100 Thle. Wasser) bei 133°, und Wasser mit Chlorcalcium (325 Thle. Chlorcalcium auf 100 Thle. Wasser) bei 179,5°.

Auch die Gefäßwände haben Einfluß auf den Siedepunkt. So siedet z. B. das Wasser in metallenen Gefäßen etwas früher als in gläsernen.

Nach Dalton sind die Expansivkräfte der Dämpfe aller Flüssigkeiten bei einer gleichen Anzahl von Graden über oder unter dem Siedepunkte gleich groß. Hiernach lassen sich nun auch mittelst der Siedepunkte die Expansivkräfte verschiedener Dämpfe aus denjenigen des Wasserdampfes berechnen. Da z. B. der Alkohol bei 78° siedet, so ist für Alkoholdampf von 113°, also von $113^{\circ} - 78^{\circ} = 35^{\circ}$

über dem Siedepunkte die Spannkraft dieselbe wie beim Wasserdampf bei 35° über dem Siedepunkte des Wassers, d. i. wie bei der Temperatur des Wasserdampfes von 135°, nämlich 3 Atmosphären.

Aus den neueren Versuchen von Regnault (s. Poggendorff's Annalen, Bd. 93, 1854) geht allerdings hervor, daß dieses Gesetz nur ungefähr richtig ist. Hiernach sind z. B. für Temperaturen von 0 bis 130° die Expansivkräfte von Alkohol, Schwefeläther, Terpentinöl und Wasserdampf folgende:

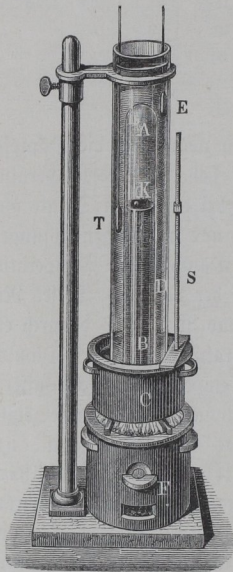
Temperatur	0	10	20	40	60	80	100	110	120	130°
Alkohol . . .	1,273	2,408	4,40	13,41	35,00	81,28	168,5	235,2	320,8	433,1 cm
Schwefeläther .	18,23	28,65	43,48	91,36	173,03	294,72	492,04	624,9	—	— "
Terpentinöl . .	0,210	0,230	0,430	1,120	2,69	6,12	13,49	18,73	25,70	34,70 "
Wasserdampf .	0,460	0,9165	1,7391	5,491	14,879	35,164	76,00	107,54	149,13	203,03 "

Die von Rudberg angestellten Versuche zeigten zwar, daß die Dämpfe, welche sich aus Salzlösungen entwickeln, trotz der höheren Siedetemperatur der letztern dieselbe Temperatur haben, welche sich bei demselben Drucke aus reinem Wasser entwickeln. Hiernach müßten alle aus wässerigen Lösungen unter atmosphärischem Druck sich entwickelnde Dämpfe die Temperatur 100° C. haben, unabhängig von dem Siedepunkte der Lösung. Dieses Resultat wurde jedoch von Regnault, Magnus und Wüllner dadurch erklärt, daß das Thermometer, welches zur Temperaturmessung der Dämpfe diente, sich mit Wasser beschlug und daher die Temperatur dieses Wassers, also 100°, nicht aber die Temperatur der sich entwickelnden Dämpfe zeigte. Vielmehr muß man annehmen, daß die sich aus Salzlösungen entwickelnden Dämpfe die Temperatur der letzteren, also eine höhere Temperatur haben, als die unter gleichem Druck aus reinem Wasser sich bildenden Dämpfe, oder mit anderen Worten, die aus Salzlösungen sich bildenden Dämpfe sind wegen ihrer höheren Temperatur in Hinsicht auf reines Wasser überhitzt. Andererseits ist gesättigter Dampf aus reinem Wasser von etwa 100° C. oder 1 Atmosphäre in Vergleich mit einer Salzlösung von gleicher Temperatur als ein übersättigter anzusehen, welcher folglich an diese Lösung Wasser und somit Wärme abgibt. Hieraus erklärt sich die schon lange bekannt gewesene Erscheinung, daß man durch Wasserdampf von 100° C. Salzlösungen bis zu ihrem Siedepunkte, also weit über 100° C. erhitzen kann, eine Erscheinung, von welcher unlängst Honigmann zum feuerlosen Heizen von Dampfesseln durch den in eine Natriumcarbonatlauge geführten entweichenden Dampf der Maschinen eine so schöne Anwendung gemacht hat. Es mag hier bemerkt werden, daß diese Erscheinung keineswegs dem Clausius'schen

Grundsatz widerspricht, wonach Wärme nicht von selbst, d. h. nicht ohne eine gleichzeitige anderweite Aenderung von einem kältern zu einem wärmern Körper übergehen kann, denn man hat hier die anderweite Aenderung in der Vereinigung der in die Lösung eintretenden Dampftheilchen mit den darin befindlichen Salzatomen zu erkennen, durch deren gegenseitige Anziehung die zur Temperaturerhöhung erforderliche mechanische Arbeit erzeugt wird.

Um die Dichtigkeit verschiedener Dämpfe zu bestimmen, kann man entweder das Verfahren von Gay-Lussac oder das von Dumas in Anwendung bringen, auch haben Fairbairn und Tate über die Dichtigkeit des gesättigten und überhitzten Dampfes besondere Versuche angestellt*).

Fig. 452.



Gay-Lussac füllte ein dünnes Glasröglchen mit Wasser und schmolz den Hals an einer Weingeistflamme zu. Durch genaues Wägen des leeren und des gefüllten Röglchens ergab sich das Gewicht des Wassers in demselben. Diese Kugel wurde nun in eine, dem Raume nach in gleiche Theile getheilte Glasröhre *AB*, Fig. 452, gebracht, welche mit Quecksilber gefüllt war und in einem ebenfalls mit Quecksilber angefüllten Gefäße *C* stand, das durch eine Flamme erwärmt werden konnte. Die Röhre *AB* wurde noch mit einem Glaszylinder *DE* umgeben und der Zwischenraum zwischen beiden mit Wasser gefüllt. Durch hinreichende Erwärmung von unten zersprengte das Wasser seine Hülle und verwandelte sich in Dampf, und nachdem durch Erhaltung einer constanten Temperatur alles Wasser in Dampf

übergeführt war, wurde die Temperatur an einem Thermometer *T*, sowie das Volumen und die Spannung des Dampfes an einem eingetheilten Stabe *S* abgelesen.

Auf diesem Wege fand Gay-Lussac, daß 1 Liter Wasserdampf von 100°C . und bei 0,760 m Barometerstand 0,5895 g wog. Nun ist aber nach demselben das Gewicht von 1 Liter atmosphärischer Luft unter denselben Verhältnissen gleich 0,9454 g, daher folgt für diesen Fall das Verhältniß der

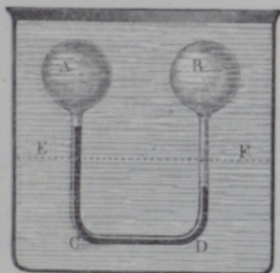
*) Siehe Useful Information for Engineers by William Fairbairn, Sec. Series, London 1860, auch Polytechn. Centralblatt, 1860.

Dichte von Wasserdampf zu derjenigen atmosphärischer Luft von gleicher Temperatur und Spannung zu

$$\frac{5895}{9454} = 0,6235 \text{ oder ziemlich genau } \frac{3}{5}.$$

Der von Fairbairn und Tate in Anwendung gebrachte Apparat bestand im Wesentlichen aus zwei zur Hälfte mit Quecksilber gefüllten communicirenden Röhren *AC, BD*, Fig. 453, welche

Fig. 453.



sich oben in die vor dem Versuche luftleer gemachten kugelförmigen Glasgefäße *A* und *B* endigten. Wurden nun ungleiche Wassermengen in diese Gefäße gebracht, so füllten sich dieselben mit gesättigtem Wasserdampf, dessen Dichtigkeit durch Temperaturerhöhung des umhüllenden Delbades so gesteigert werden konnte, daß sich endlich in dem einen Gefäße das ganze vorhandene Wasser in Dampf verwandelte, welcher bei weiterer Er-

wärmung in den überhitzten Zustand überging. Der Augenblick, in welchem dies geschieht, wird durch das Steigen des Quecksilbers in dem zugehörigen Röhrenschenkel und durch ein Sinken im andern Schenkel der communicirenden Röhren angezeigt und die Niveaudifferenz in beiden Schenkeln giebt den Ueberdruck des gesättigten Wasserdampfes in dem einen über den überhitzten Dampf in dem andern Schenkel an. Durch ein in das eine Gefäß reichendes Thermometer wurde die Temperatur und durch ein mit dem andern Gefäße communicirendes Manometer die Spannkraft des gesättigten Dampfes bestimmt.

Das von Dumas in Anwendung gebrachte Verfahren besteht darin, daß man eine hinreichende Menge der zu untersuchenden Flüssigkeit in einen Glasballon, welcher in eine feine Spitze ausgezogen ist, bringt, diesen so lange in einem Bade von Wasser, Del, Chlorzink u. s. w. erhitzt, bis das Ausströmen des sich aus der Flüssigkeit bildenden Dampfes durch die Spitze des Ballons aufhört, und folglich die Flüssigkeit vollkommen verdampft ist, und daß man zuletzt die Spitze an der Löthrohrflamme zuschmilzt. Aus dem Gewichte G_1 dieses mit dem zu untersuchenden Dampfe angefüllten Ballons läßt sich die Dichtigkeit des Dampfes leicht berechnen, sobald man den Fassungsraum V des Ballons und das Gewicht G desselben, wenn er mit trockener atmosphärischer Luft angefüllt ist, bestimmt hat. Es ist die gesuchte Dichtigkeit des Dampfes, bei der Pressung und Temperatur im Augenblicke, wo die Spitze zugeschmolzen wird:

$$\gamma_1 = \frac{G_1 - G + V\gamma}{V},$$

wobei γ die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft bei der Temperatur und dem Barometerstande bezeichnet, wobei die Abwägung erfolgte.

Die Dichtigkeit einiger Dämpfe im Vergleich zu der der Luft nahe über den Siedepunkten der erstern sind folgende:

Atmosphärische Luft	= 1,000,
Wasserdampf	= 0,6235,
Alkoholampf	= 1,6138,
Schwefelätherdampf	= 2,5860,
Terpentinöldampf	= 3,0130,
Quecksilberdampf	= 6,976.

Uebrigens verhalten sich die Dichtigkeiten der Dämpfe nahe umgekehrt wie ihre latenten Wärmen.

So ist z. B. nach Brix die latente Wärme vom Wasserdampf gleich 540 und vom Alkoholampf gleich 214, also das Verhältniß dieser latenten Wärmen zu einander gleich $\frac{540}{214} = 2,52$; und nach Gay-Lussac die

Dichtigkeit des Alkoholampfes gleich 1,6138 und die des Wasserdampfes gleich 0,6235, und daher das umgekehrte Verhältniß der Dichtigkeiten:

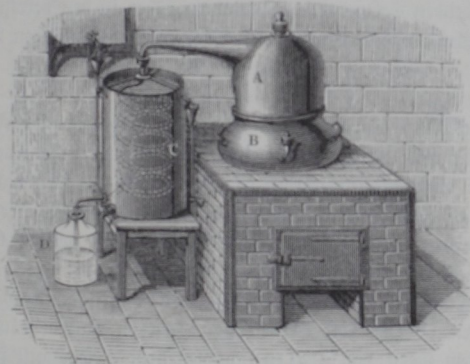
$$\frac{1,6138}{0,6235} = 2,58.$$

§. 241. **Condensation.** Wenn gesättigtem Dampfe von einer bestimmten Temperatur durch Abkühlung Wärme entzogen wird, so schlägt sich von demselben so viel in flüssiger Form nieder, daß die Spannung nur derjenigen gleichkommt, welche gesättigtem Dampfe von der erniedrigten Temperatur nach der Tabelle in §. 233 zukommt. Von diesem Verhalten macht man bei den Dampfmaschinen mit Condensation Gebrauch, indem man den aus dem Cylinder tretenden Dampf durch kaltes Wasser abkühlt, um seine Spannung, welche der Kolbenbewegung hindernd entgegenwirkt, zu erniedrigen. Da bei einer solchen Condensation der Dampf die in ihm vorhandene latente Wärme an das Kühlwasser abgibt, so würde sich dessen Temperatur gar bald bis auf diejenige der eintretenden Dämpfe erhöhen, wenn man nicht für steten Ersatz des erwärmten Kühlwassers sorgte. Bei der verhältnißmäßig großen latenten Wärme des Wasserdampfes ist daher immer eine vergleichsweise beträchtliche Menge von Kühlwasser erforderlich, so daß von dessen Vorhandensein die Möglichkeit ab-

hängt, von dem Vortheile der Condensation bei Dampfmaschinen Gebrauch zu machen.

Wenn z. B. der aus einer Dampfmaschine abgehende Dampf in einen Condensator geführt wird, in welchen so viel kaltes Wasser eingespritzt wird, daß die Temperatur des Gemisches auf 40° C. erniedrigt wird, so sind über dem Gemisch gesättigte Dämpfe von dieser Temperatur also nach der Tabelle in §. 233 von der Spannung gleich 54,9 mm = 0,072 Atmosphäre vorhanden und man hat daher den Gegendruck auf die Kolbenfläche auf diesen Betrag reducirt, während bei einer Maschine, deren Dampf in die Atmosphäre frei auspufft, der Gegendruck gleich 1 Atmosphäre ist. Ueber die

Fig. 454.



besondere Einrichtung des Condensators, sowie über die Menge des erforderlichen Einspritzwassers wird bei den Dampfmaschinen das Nähere angegeben werden.

Man kann die Condensation anstatt durch Einspritzung von Kühlwasser auch dadurch herbeiführen, daß man die Wandungen des den Dampf enthaltenden Gefäßes von außen abkühlt. Diese Methode, welche immer befolgt werden muß, sobald eine Vermischung des niedergeschlagenen Dampfes mit dem Kühlwasser nicht statthast ist, findet ihre Anwendung in der Technik zur Destillation verschiedener Flüssigkeiten, sowie bei den Oberflächencondensatoren der Seedampfer, für welche es von Wichtigkeit ist, das niedergeschlagene Condensationswasser in reinem Zustande zu erhalten, um es immer wieder dem Kessel von Neuem als Speisewasser zuzuführen. Von der Anordnung eines einfachen Destillationsapparates giebt Fig. 454 eine Anschauung. Der in der Blase oder Retorte B enthaltenen Flüssigkeit wird durch eine Feuerung Wärme zugeführt, so daß die leichter

flüchtigen Theile der Flüssigkeit verdampfen, während die nicht oder erst bei höherer Temperatur verdampfenden Theile in *B* zurückbleiben. Die sich bildenden Dämpfe werden von dem Helme *A* aufgenommen, um durch das schlangenförmig gewundene Rohr *C* zu treten, welches durch stets sich erneuerndes Kühlwasser auf einer niedrigen Temperatur erhalten wird. In Folge hiervon schlagen sich die Dämpfe in der Kühlschlange *C* nieder und fließen in den Auffangebehälter *D* ab. Auf diese Weise destillirt man auch Brunnen- oder Flußwasser, um es von den darin aufgelösten Salzen, wie z. B. kohlen-saurem Kalk, Gyps 2c. zu befreien.

Wird die Destillation einer andern Flüssigkeit als Wasser, z. B. des Alkohols, vorgenommen, so ist die Spannung im Innern des Apparates natürlich diejenige, welche den gesättigten Dämpfen dieser Flüssigkeit, also des Alkohols, bei der herrschenden Temperatur zukommt, worüber in den betreffenden Lehrbüchern der Physik und in sonstigen Specialwerken die näheren Angaben zu finden sind.

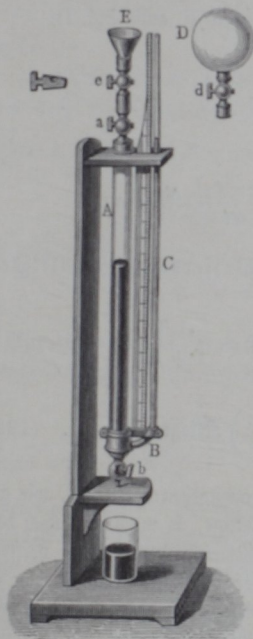
§. 242. **Gas- und Dampfgemenge.** Wenn zwei gasförmige Flüssigkeiten, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, in einem und demselben Gefäße eingeschlossen werden, so lagern sich dieselben nicht, wie die wasserförmigen Körper, nach ihren specifischen Gewichten über einander, sondern es verbreiten sich beide gleichmäßig über den ganzen Gefäßraum, und es ist hierbei die Expansivkraft des Gasgemenges gleich der Summe der Spannungen, welche jedes einzelne Gas haben würde, wenn es für sich allein den ganzen Raum einnähme.

Außer diesem zuerst von Dalton aufgestellten Gesetze gilt für Dämpfe auch noch folgendes: Wenn in einen mit Gas erfüllten Raum eine Flüssigkeit gebracht wird, so verwandelt sich von derselben so viel in Dampf, als wenn derselbe Raum luftleer wäre.

Man kann sich von der Richtigkeit dieser beiden Gesetze durch folgenden Versuch überzeugen. Die Glasröhre *AB*, Fig. 455, communicirt unten mit einer engern Glasröhre *BC* und ist an beiden Enden mit Hähnen *a* und *b* versehen. Oeffnet man den Hahn *a* und verschließt den Hahn *b*, so kann man den Apparat durch Zugießen von oben mit Quecksilber anfüllen. Ist dies geschehen, so verschließt man *a* und öffnet *b* so lange, bis so viel Quecksilber abgelaufen ist, daß über dem in der Röhre *AB* zurückgebliebenen Quecksilber ein leerer Raum sichtbar wird. Verschließt man nun auch *b*, so kann man an einer zwischen beiden Röhren befindlichen Scala, wie an einem Heberbarometer, den den Druck der äußern Luft messenden Niveauabstand h_1 zwischen beiden Quecksilbersäulen in *AB* und *CB* ablesen. Hierauf schraubt man über dem Hahne *a* einen mit trockener Luft angefüllten und durch einen Hahn *d* verschließbaren Ballon *D* an und öffnet

alle drei Hähne *a*, *b* und *d*, so daß sich die in *D* eingeschlossene Luft in dem obern Ende der Röhre *AB* ausbreiten kann. Ist nun auf diese Weise das Quecksilber in *AB* um eine gewisse Höhe gesunken, so verschließt man *b* und liest den Niveauabstand h_2 zwischen beiden Quecksilbersäulen in *AB* und *CB* von Neuem ab. Die Spannung der in *D* und *A* eingeschlossenen Luft ist die Differenz $x = h_1 - h_2$ zwischen dem ersten und dem letzten Niveauabstände.

Fig. 455.



Nachher verschließt man den Hahn *a*, schraubt statt des Ballons *D* einen durch einen engen Hahn *e* verschließbaren Trichter *E* auf, in welchen man Wasser oder diejenige Flüssigkeit gießt, deren Dämpfe in Untersuchung gezogen werden sollen, und führt nun durch rückweise Eröffnung des Hahnes *e* die Flüssigkeit tropfenweise in die Röhre *AB*. So lange die sich aus dieser Flüssigkeit bildenden Dämpfe das Quecksilber in *AB* noch tiefer herabdrücken, so lange läßt man auch noch neue Flüssigkeit zutropfeln; wenn aber dieses Sinken aufhört, so hat sich die Luft vollkommen mit den Dämpfen der eingeführten Flüssigkeit gesättigt. Man gießt nun durch *CB* so viel Quecksilber zu, bis die Oberfläche des Quecksilbers in *AB* wieder den vorigen Stand einnimmt, und liest den Niveauabstand h_3 zwischen beiden Quecksilbersäulen zum dritten Male ab. Die Spannung der in *A* eingeschlossenen und mit gesättigten Dämpfen erfüllten Luft ist wieder die Differenz $y = h_1 - h_3$ zwischen dem ersten und dem letzten Niveauabstände, und folglich auch

$$y = x + (h_2 - h_3),$$

also um $h_2 - h_3$ größer als die Spannung x der trockenen Luft. Da sich endlich ergibt, daß $h_2 - h_3$ nahe gleich ist der Spannung des gesättigten Dampfes bei der Temperatur während des Versuches, so ist dadurch die angenäherte Richtigkeit des Dalton'schen Gesetzes nachgewiesen.

Feuchte Luft. Die freie Luft enthält gewöhnlich eine kleinere oder §. 243. größere Menge Wasserdampf, und es bildet die Bestimmung derselben den

Gegenstand der Hygrometrie. Ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt, so wird die Dichtigkeit γ aus der Temperatur t und Spannung p derselben wie folgt bestimmt. Mittelst der Temperatur t bestimmt sich zunächst aus der Tabelle in §. 233 die Spannung p_1 des Dampfes in der Luft und hieraus durch Subtraction auch die Spannung $p_2 = p - p_1$ der trockenen Luft. Nun ist aber das Gewicht von 1 cbm des Dampfes (s. auch Thl. I):

$$\gamma_1 = \frac{5}{8} \frac{1,3 p_1}{1 + \alpha t},$$

und das von 1 cbm trockener Luft:

$$\gamma_2 = \frac{1,3 p_2}{1 + \alpha t} = \frac{1,3 (p - p_1)}{1 + \alpha t} \text{ Kilogramm,}$$

daher folgt das Gewicht 1 cbm der mit Wasserdampf gesättigten Luft:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{1,3}{1 + \alpha t} (p - p_1 + \frac{5}{8} p_1) = \frac{1,3}{1 + \alpha t} (p - \frac{3}{8} p_1),$$

d. i.:

$$\gamma = \frac{1,3 p}{1 + \alpha t} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{p_1}{p} \right) \text{ Kilogramm . . . (122)}$$

wobei man die Spannung p in Atmosphären anzugeben hat. Ist, wie gewöhnlich, die Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt, so muß man noch den Feuchtigkeitsgrad der Luft in diese Formel einführen. Man versteht unter demselben das Verhältniß ψ zwischen der wirklichen Dampfmenge in der Luft zu derjenigen Dampfmenge, welche dieselbe im Sättigungszustande enthält. Ist folglich γ_1 die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes, so läßt sich die Dichtigkeit des ungesättigten Dampfes gleich $\psi \gamma_1$ setzen, und ist ebenso p_1 die Spannung des Dampfes im ersten Zustande, so hat man, wenn man hierfür das Mariotte'sche Gesetz als gültig betrachtet, demselben zufolge die Spannung des Dampfes im ungesättigten Zustande gleich ψp_1 . Dies vorausgesetzt, hat man folglich die Dichtigkeit der feuchten Luft bei dem Feuchtigkeitsgrade ψ und der Spannung p :

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{5}{8} \frac{1,3 \psi p_1}{1 + \alpha t} + \frac{1,3 (p - \psi p_1)}{1 + \alpha t} \\ &= \frac{1,3 p}{1 + \alpha t} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{\psi p_1}{p} \right). \end{aligned}$$

Da $\frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p}$ meist nur ein kleiner Bruch ist, so kann man auch

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1,3 p}{(1 + \alpha t) \left(1 + \frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p}\right)} = \frac{1,3 p}{1 + \alpha t + \frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p}} \\ &= \frac{1,3 p}{1 + \left(\alpha + \frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p t}\right) t} \quad \dots \dots \dots (123) \end{aligned}$$

setzen.

Im Mittel ist der Feuchtigkeitsgrad der freien Luft $\psi = \frac{1}{2}$; nehmen wir noch die Temperatur derselben $t = 10^\circ$ an und setzen hiernach

$\frac{p_1}{p} = 0,012$, so erhalten wir:

$$\frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p t} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0,012}{10} = 0,00023,$$

folglich

$$\alpha + \frac{3}{8} \psi \frac{p_1}{p t} = 0,00367 + 0,00023 = 0,0039,$$

wofür wir einfacher 0,004 setzen können, so daß nun die Dichtigkeit der freien Luft im mittlern Feuchtigkeitszustande

$$\gamma = \frac{1,3 p}{1 + 0,004 t} \text{ Kilogramm} \quad \dots \dots \dots (123^a)$$

gesetzt werden kann.

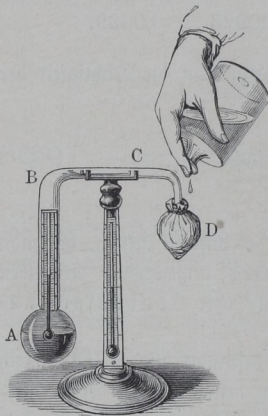
Hygrometer. Um den Feuchtigkeitsgrad der Luft zu messen, hat man §. 244. verschiedene Hilfsmittel, sogenannte Hygrometer, angewendet. Dieselben sind entweder chemische, oder Absorptions- oder Condensations-hygrometer.

Läßt man die Luft, deren Feuchtigkeitsgrad bestimmt werden soll, durch ein Rohr strömen, in welchem sich eine Substanz befindet, wozu der Wasserdampf eine große Verwandtschaft hat, wie z. B. Chlorcalcium, so absorbiert dieselbe den in der Luft enthaltenen Wasserdampf, und die Luft tritt völlig getrocknet aus dem Rohre heraus. Wiegt man den absorbirenden Körper vor und nach seiner Verwendung, so giebt die Differenz der gefundenen Gewichte das Gewicht des eingesaugten Wassers an, und dividirt man dasselbe durch das Volumen der durch das Rohr geleiteten Luft, so erhält man dadurch den Wassergehalt pr. Raumeinheit in Gewicht ausgedrückt. Zur Erzeugung des Luftstromes dient ein sogenannter Aspirator, d. i. ein oben verschlossenes Ausflußreservoir. Wenn man das mit Chlorcalciumstücken angefüllte Rohr oben in den vorher mit Wasser angefüllten Aspirator einmünden läßt, so strömt durch das Rohr gerade so viel Luft in den Aspirator als nöthig ist, um den Raum auszufüllen, welchen das abfließende Wasser frei läßt.

Einfacher, jedoch weit weniger genau sind die Absorptionshygrometer, welche sich darauf gründen, daß sich gewisse organische Substanzen in der Nässe ausdehnen und im Trocknen zusammenziehen. Es gehört hierher vorzüglich das Haarhygrometer von Saussure. Das hierzu verwendete und vom Fett gereinigte Haar ist an einem Ende befestigt, und mit dem andern Ende um eine mit einem Zeiger und einem kleinen Gegengewichte versehene Leitrolle gelegt; es bewegt sich nun die Rolle sammt dem Zeiger nach der einen oder nach der andern Seite, je nachdem sich das Haar ausdehnt oder zusammenzieht, je nachdem also der Feuchtigkeitsgrad der Luft ein größerer oder kleinerer wird.

Mittelsst der Condensationshygrometer bestimmt man den Feuchtigkeitsgrad der Luft dadurch, daß man in derselben einen Körper allmählig erkältet und nun beobachtet, bei welcher Temperatur desselben sich der Dampf

Fig. 456.



aus der Luft als Thau an diesem Körper niederschlägt. Da mit dem Erscheinen des Thaues der Sättigungszustand des Dampfes eingetreten ist, so kann man nun aus der Temperatur des Körpers aus der Tabelle in §. 233 sowohl die entsprechende Expansivkraft, als auch die Dichtigkeit des Wasserdampfes in der Luft bestimmen, und vergleicht man die letztere mit derjenigen, welche der Temperatur der Luft im Sättigungszustande entspricht, so drückt das sich ergebende Verhältniß den Feuchtigkeitsgrad der Luft aus. Wäre z. B. die Temperatur der Luft $t = 20^{\circ}$ und dagegen die des Körpers, bei welcher der Niederschlag von Wasser auf demselben erscheint, $t_1 = 5^{\circ}$,

so hätte man, da der Temperatur $t = 20^{\circ}$ die Expansivkraft $p = 1,7391$ cm, und der Temperatur $t = 5^{\circ}$ die Expansivkraft $p_1 = 0,6534$ cm entspricht, den Feuchtigkeitsgrad der Luft:

$$\psi = \frac{6534}{17391} = 0,376.$$

Bei dem Daniell'schen Hygrometer *ABCD*, Fig. 456, besteht der Körper *A*, an welchem sich der Dampf aus der Luft niederschlägt, in einer mit glänzendem Gold oder Platin überzogenen Glaskugel *A*, welche zu zwei Drittel mit Schwefeläther angefüllt ist und die Kugel eines Thermometers enthält, woran die Temperatur im Augenblicke der Thaubildung abzulesen ist. Diese Kugel steht durch eine gebogene Röhre *CB* mit einer

andern Glasugel *D* in Verbindung, und es ist der ganze Apparat luftleer herzustellen. Um nun die erforderliche Erkältung der ersten Kugel hervorzubringen, hat man nur nöthig, auf die zu diesem Zwecke mit einem Musselin- oder Leinwandläppchen umgebene Kugel *D* Schwefeläther tröpfeln zu lassen. Die Verdampfung dieses Aethers erzeugt dann eine Abkühlung in *D*, wodurch eine Verminderung der Spannung des Aetherdampfes im ganzen Apparate entsteht und womit nicht allein das Niederschlagen dieses Dampfes in *D*, sondern auch die Bildung neuer Aetherdämpfe und die Abkühlung des zurückbleibenden Aethers in *A* verbunden ist.

In der Hauptsache beruht sowohl das Hygrometer von Regnault als auch das Psychrometer von August auf demselben Principe.

Strahlende Wärme. Die Wärme eines Körpers theilt sich anderen §. 245. Körpern entweder durch Ausstrahlung oder durch Berührung mit, und man nennt die auf die erste Art mitgetheilte Wärme die strahlende Wärme. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Arten der Wärmeausbreitung besteht darin, daß die strahlende Wärme durch den leeren Raum, durch Luft, Wasser und andere Körper hindurch und in einen dritten Körper übergeht, ohne eine Spur in jenen zurückzulassen, während bei der Mittheilung durch Berührung erst der Zwischenkörper erwärmt und von diesem die Wärme auf einen dritten Körper übertragen wird.

Die Ausstrahlung der Wärme erfolgt nach demselben Gesetze, wie die Ausstrahlung des Lichtes. Namentlich pflanzt sich die Wärme, wie das Licht, in geraden Linien, welche man Wärmestrahlen nennt, fort. Auch steht die strahlende Wärme im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung, dergestalt, daß von einer und derselben Wärmequelle der doppelt, dreifach entfernte Körper u. s. w. nur ein Viertel, ein Neuntel der Wärme u. s. w. erhält, welche derselbe Körper in der einfachen Entfernung empfängt. Ferner wächst auch die Intensität der strahlenden Wärme wie der Sinus des Winkels, welchen der Wärmestrahel mit der die Wärme ausstrahlenden Fläche einschließt.

Der Körper *A*, Fig. 457 (a. f. S.), wird z. B. durch den Wärme ausstrahlenden Ofen *DEF* viermal so stark erwärmt als der Körper *B*, welcher doppelt so weit als *A* vom Ofen entfernt ist, und der Körper *B* nimmt wieder doppelt so viel strahlende Wärme auf als der in gleicher Entfernung befindliche Körper *C*, wenn die mittlere Richtung der zu *C* gelangenden Wärmestrahlen mit der strahlenden Fläche *DE* einen Winkel *COE* von 30° einschließt, dessen Sinus gleich $\frac{1}{2}$ ist.

Ebenso werden die Wärmestrahlen genau nach demselben Gesetze reflectirt wie die Lichtstrahlen; es ist auch hier der Reflexionswinkel dem Ein-

fallswinkel gleich. Die auf einen Kugelspiegel AMB , Fig. 458, fallenden Wärmestrahlen KP , KQ u. s. w. werden deshalb von demselben in solchen Richtungen PL , QL u. s. w. zurückgeworfen, daß der Reflexionswinkel CPL gleich dem Einfallswinkel CPK , ebenso der Reflexionswinkel CQL gleich dem Einfallswinkel CQK u. s. w. ist, und es concentriren sich deshalb auch sämmtliche der Mitte M des Spiegels nahe einfallenden Wärmestrahlen beinahe in demselben Punkte L .

Endlich finden auch in Ansehung der Brechung oder Ablenkung bei den Wärmestrahlen, wenn dieselben aus einem Körper in einen andern übergehen, nahe dieselben Verhältnisse statt, wie bei den Lichtstrahlen.

Das Vermögen der Körper, die Wärme auszustrahlen, hängt von der Temperatur des Körpers und von der Größe und Beschaffenheit seiner

Fig. 457.

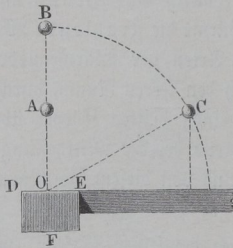
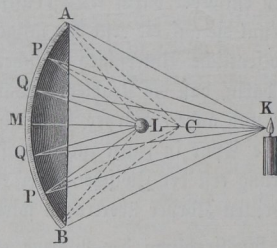


Fig. 458.



Oberfläche ab. Im Allgemeinen strahlen die Oberflächen sehr dichter Körper weniger Wärme aus als die Oberflächen weniger dichter Körper, vorzüglich haben aber raue Oberflächen ein größeres Ausstrahlungsvermögen als glatt polirte Oberflächen. Nach den Versuchen von Melloni ist, wenn man das Wärmeausstrahlungsvermögen einer mit Kienruß überzogenen Fläche durch 100 ausdrückt, das einer Bleiweißoberfläche ebenfalls 100, das einer mit schwarzer Tusch überstrichenen Oberfläche aber gleich 85, das einer Gummitadoberfläche gleich 72 und das einer Metallfläche nur 12; übrigens hängt aber auch dieses Vermögen noch etwas von der Dicke der Schicht ab, welche die Oberfläche des Körpers bildet.

Das Wärmeabsorptionsvermögen der Körper oder das Vermögen der Körper, strahlende Wärme in sich aufzunehmen, ist bei verschiedenen Körpern verschieden und verhält sich genau so wie das Ausstrahlungsvermögen; geschwärzte und raue Körper nehmen daher auch die Wärme leichter in sich auf als Körper mit glatten oder polirten Oberflächen.

Das Vermögen der Körper, die Wärmestrahlen zurückzuwerfen, oder das sogenannte Reflexionsvermögen, ist das Complement des Ausstrahlungs- oder Absorptionsvermögens; je mehr ein Körper Wärmestrahlen in sich auf-

nimmt, desto weniger wird er natürlich zurückwerfen; aus diesem Grunde werfen die mit Ruß überzogenen Flächen fast gar keine Wärme zurück; während polirte Metallflächen die meiste Wärme reflectiren. Uebrigens werden nicht alle Wärmestrahlen regelmäßig nach dem oben angeführten Gesetze, sondern es wird auch ein Theil unregelmäßig nach allen Seiten hin zurückgeworfen, oder, wie man sagt, „es findet in der Nähe der Oberfläche der meisten Körper auch eine Diffusion der Wärmestrahlen statt. Setzt man, nach Leslie, das Reflexionsvermögen des polirten Messings gleich 100, so ist dasselbe für Silber gleich 90, für Stahl gleich 70, für Glas gleich 10, für eine mit Ruß überzogene Fläche aber gleich 0.

Sehr verschieden ist endlich noch das Dimissions- oder Durchstrahlungsvermögen verschiedener Körper. Manche Körper halten die Wärmestrahlen auf und lassen gar keine durch, andere hingegen lassen die Wärmestrahlen durch wie die durchsichtigen Körper die Lichtstrahlen; jene nennt man athermane, diese diathermane Körper. Die Luft ist ein diathermaner Körper, nächstdem ist das Steinsalz ein sehr diathermaner Körper; übrigens sind nicht nur die durchsichtigen, sondern auch manche undurchsichtige Körper, wie z. B. schwarzes Glas, Glimmer u. s. w., diatherman. Auch hängt die Stärke der Durchstrahlung noch von der Art der Wärmequelle ab, und es scheint nur das Steinsalz eine Ausnahme hiervon zu machen. Endlich lassen natürlich dünnere Mittel (Platten) mehr Wärmestrahlen durch als dicke, welche um so mehr Wärme verschlucken, je dicker sie sind.

Anmerkung. Um sich genauer über die letzteren Wärmeverhältnisse, namentlich aber über die Untersuchungen Melloni's zu unterrichten, muß man in den Werken über Physik, z. B. in den Lehrbüchern von Müller, Rousson, Wüllner u. s. w. nachlesen. S. auch „die Wärmemesskunst“ von C. Schinz. Ueber die Forschungen von Provoftaye und Desains wird in den *Annales chim. et de phys.* T. XXX, 1850, gehandelt.

Wärmeleitung. Die Ausbreitung der Wärme in einem und demselben Körper, sowie die Mittheilung der Wärme durch Berührung, bezeichnet man mit dem Namen der Wärmeleitung. Die Leichtigkeit oder Schnelligkeit dieser Mittheilungsart der Wärme ist bei verschiedenen Körpern sehr verschieden; manche Körper haben ein großes Wärmeleitungsvermögen und andere ein kleines; in jenen verbreitet sich die Wärme sehr schnell, in diesen aber sehr langsam; man nennt daher auch jene gute Wärmeleiter, diese aber schlechte Wärmeleiter. Gute Wärmeleiter sind die Metalle, jedoch manche mehr, manche weniger; schlechte Wärmeleiter hingegen sind das Holz, Stroh, Bettfedern, Seide, Wolle, Haare, Kohle, Asche u. s. w., überhaupt aber die lockeren Körper. Durch Zertheilung, Pulverisiren u. s. w.

werden gute Wärmeleiter in schlechte und letztere in noch schlechtere umgeändert.

Nach Desprez's Beobachtungen an Stäben, welche an einem Ende erhitzt wurden, ist, wenn die durch die Differenz der Temperaturen an den beiden Enden der Stäbe gemessene Leitungsfähigkeit des Goldes gleich 1000 angenommen wird, die von Platin gleich 981, von Silber gleich 973, von Kupfer gleich 898, von Eisen gleich 374, von Zink gleich 363, von Zinn gleich 303 und von Blei gleich 180. Die Leitungsfähigkeit von Marmor setzt man gewöhnlich gleich 23 und die von gebrannten Steinen nur 12, wiewohl mit weniger Sicherheit.

Hiervon weichen die von Wiedemann und Franz gefundenen Resultate bedeutend ab (s. Poggendorff's Annalen der Physik, Bd. 89).

Ist hiernach die Leitungsfähigkeit des Silbers gleich 100, so hat man sie

für Kupfer	73,6	für Stahl	11,6
„ Gold	53,2	„ Blei	8,5
„ Zink	19,0	„ Platin	8,4
„ Zinn	14,5	„ Metall von Rose	2,8
„ Eisen	11,9	„ Wismuth	1,8

Die Flüssigkeiten sind zwar schlechte Wärmeleiter, sie nehmen aber die Wärme schnell auf, weil sie durch die hierbei eintretende ungleichmäßige Ausdehnung in Bewegung gerathen und dabei die weniger warmen Theile der Erwärmungsquelle näher geführt werden. Um sich von dem schlechten Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten zu überzeugen, entzündet man eine auf die Flüssigkeit gegossene dünne Schicht Schwefeläther und beobachtet den Stand eines wenig unter dieser Schicht in die Flüssigkeit eingehaltenen Thermometers. Nach Desprez, der eine Wasserfäule durch wiederholtes Zutreten von heißem Wasser gleichmäßig zu erwärmen suchte, ist das Leitungsvermögen des Wassers nur 9 bis 10, wenn das von Gold gleich 1000 gesetzt wird.

Die Luft und die Gase überhaupt sind jedenfalls schlechte Wärmeleiter, doch läßt sich das Leitungsvermögen derselben durch Thermometer wegen ihrer Strömungen und wegen ihrer größern Wärmestrahlung nicht mit Sicherheit beobachten. Das schlechte Wärmeleitungsvermögen derselben macht sich aber dadurch bemerkbar, daß Körper, welche von allen Seiten mit Luftschichten umgeben sind, sehr langsam erwärmt oder abgekühlt werden.

§. 247. **Abkühlung.** Sehr verschieden ist endlich die Geschwindigkeit, mit welcher heiße Körper ihre Wärme abgeben oder sich abkühlen. Ist ein heißer Körper von einem festen Körper umgeben, so erfolgt die Abkühlung desselben vorzüglich nur durch das Leitungsvermögen des letztern, ist aber die

Umgebung des heißen Körpers eine tropfbare Flüssigkeit, so erfolgt das Abkühlen theils durch Wärmeleitung, theils und vorzüglich durch die innere Bewegung der Flüssigkeit; ist ferner der heiße Körper von einer elastischen Flüssigkeit umgeben, so hängt die Schnelligkeit zugleich auch noch von der Wärmestrahlung ab, und befindet er sich endlich im luftleeren Raume, so ist es nur die Ausstrahlung, welche dem Körper die Wärme entzieht. Im Allgemeinen läßt sich behaupten, daß die Abkühlung von der Temperaturdifferenz und von der Art und Größe der Oberfläche des wärmegebenden Körpers abhängt; es läßt sich annehmen, daß der Wärmeverlust der Oberfläche und, bei mäßigem Temperaturüberschusse, auch diesem proportional sei. Durch die späteren Untersuchungen von Dulong und Petit ist jedoch gezeigt worden, daß das erstere, zuerst von Newton aufgestellte Gesetz allgemein und zumal bei größeren Temperaturdifferenzen nicht gültig ist. Die Gesetze der Abkühlung sind sehr verwickelt; Dulong und Petit haben dieselben für heiße Körper im luftleeren und luftgefüllten Raume zu ermitteln gesucht, indem sie vorher erhitzte große Quecksilberthermometer in einen Kupferballon einhingen, der von außen mit Wasser von einer bestimmten Temperatur umgeben war und nun das Sinken dieser Thermometer beobachteten. Folgende Tabelle enthält die Hauptergebnisse dieser Beobachtungen.

Temperaturüberschuß	Blaße Thermometerfugel			Ueberfilberte Thermometerfugel		Mit Ruß überzogene Thermometerfugel	
	Wolffhändige Abkühlung	Abkühlung durch Strahlung	Abkühlung durch Verührung	Wolffhändige Abkühlung	Abkühlung durch Strahlung	Wolffhändige Abkühlung	Abkühlung durch Strahlung
260 ^o	24,42 ^o	16,32 ^o	8,10 ^o	10,96 ^o	2,86 ^o	32,02 ^o	23,92 ^o
240	21,12	13,71	7,41	9,82	2,41	27,48	20,07
220	17,92	11,31	6,61	8,59	1,98	23,10	16,49
200	15,30	9,38	5,92	7,57	1,65	19,66	13,74
180	13,04	7,85	5,19	6,57	1,38	16,28	11,09
160	10,70	6,20	4,50	5,59	1,09	13,57	9,07
140	8,75	5,02	3,73	4,61	0,88	11,06	7,33
120	6,82	3,71	3,11	3,80	0,69	8,85	5,74
100	5,56	3,03	2,53	3,06	0,53	6,94	4,41
80	4,15	2,22	1,93	2,32	0,39	5,17	3,24
60	2,86	1,53	1,33	1,60	0,27	3,67	2,24
40	1,74	0,95	0,79	0,96	0,17	2,20	1,41
20	0,77	0,43	0,34	0,42	0,08	1,00	0,66
10	0,37	0,22	0,15	0,19	0,04	0,48	0,33

Man ersieht aus dieser Tabelle, welche die in Thermometergraden ausgedrückten Abkühlungen pr. Minute angiebt, daß die Beobachtungen dem oben ausgesprochenen Gesetze von Newton nicht entsprechen, denn die zweite Columnne der Tabelle giebt uns für die Differenzen:

40, 80, 120, 160, 200, 240°

zwischen der Temperatur des der Abkühlung ausgesetzten Thermometers, und der der äußern Wasserhülle, die Abkühlung pr. Minute:

1,74, 4,15, 6,82, 10,70, 15,30, 21,12°,

müßte aber nach Newton geben:

1,74, 3,48, 5,22, 6,96, 8,70, 10,44°.

Nur bei kleinen Temperaturüberschüssen von höchstens 40° läßt sich annähernd setzen, daß die Abkühlungsgeschwindigkeit dem Temperaturüberschusse proportional sei.

Die Vergleichung der Zahlenwerthe in den verschiedenen Verticalcolumnen der Tabelle a. v. S. unter einander führt deutlich vor Augen, daß bei einer glänzenden Metallfläche die Abkühlung durch Strahlung klein ist gegen die Abkühlung durch Berührung, daß dagegen bei der mit Ruß überzogenen Fläche die Abkühlung durch Strahlung den größten Theil von der ganzen Abkühlung ausmacht. Die in der vierten Columnne der Tabelle aufgeführten Werthe der Abkühlung durch Berührung sind durch Subtraction der in der zweiten und dritten Columnne, entweder bei luftersfülltem oder bei luftleerem Ballon beobachteten Werthe gefunden worden und gelten natürlich für alle Arten von Oberflächen. Uebrigens hängt die Abkühlungsgeschwindigkeit noch von der Größe der Oberfläche des der Abkühlung ausgesetzten Körpers ab. Die Abkühlung eines Körpers ist sehr gut mit dem Ausflusse des Wassers aus einem Gefäße zu vergleichen; was hier die Druckhöhe ist, ist dort die Temperaturdifferenz, und die Stelle der Ausflußöffnung vertritt dort die Abkühlungsfläche. Sowie man Ausfluß unter constantem und Ausfluß unter abnehmendem Drucke unterscheidet, ebenso hat man Abkühlung bei constanter und Abkühlung bei abnehmender Temperatur zu unterscheiden. Sowie beim Leeren eines prismatischen Ausflußgefäßes die Ausflußzeit dem Volumen direct und der Ausmündung umgekehrt proportional wächst, ebenso verhält sich die Abkühlungszeit direct wie die sich abkühlende Masse und umgekehrt wie ihre Oberfläche. Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Dulong und Petit überein, welchen zufolge die Abkühlungszeiten den Durchmesser der Thermometerkugeln proportional sind.

Nach den Untersuchungen von Dulong und Petit ist die Geschwindigkeit der Abkühlung durch Ausstrahlung oder im luftleeren Raume, d. i. die Temperaturverminderung in Graden Celsius während einer Zeiteinheit, bestimmbar durch die Formel

$$v_1 = \mu_1 a^t (a^d - 1) \dots \dots \dots (124)$$

in welcher μ_1 und a constante Erfahrungszahlen, t die Temperatur der Umgebung und d den Temperaturüberschuß ausdrücken. Die Constante a hängt nur von der Eintheilung des Thermometers ab; sie ist für die Centesimal-eintheilung = 1,0077 und für die Réaumur'sche Eintheilung $(1,0077)^{3/4} = 10096$, μ_1 aber hängt von dem Ausstrahlungsvermögen und von der Größe der Abkühlungsfläche ab. Das von $\mu a^t \cdot a^d = \mu a^{t+d}$ abzuziehende Glied μa^t mißt die rückstrahlende Wärme, herrührend von der Oberfläche des allerdings geschwärzten Kupferballons, und würde ganz wegfallen, wenn die Abkühlung in einem unbegrenzten Raume stattfände. Für die der Bewegung der Luft entsprechende Abkühlungsgeschwindigkeit ist hingegen

$$v_2 = n p^c d^{1.233} = \mu_2 d^{1.233} \dots \dots \dots (125)$$

zu setzen, und es bezeichnet in $\mu_2 = n p^c$, n eine von der Größe der Abkühlungsfläche und von der Natur des Abkühlungsmittels, c eine nur von letzterm abhängige Constante (für Luft $c = 0,45$), p aber die Spannkraft dieses Mittels und d , wie vorher, den Temperaturüberschuß. Hiernach ist also für die vollständige Abkühlungsgeschwindigkeit zu setzen:

$$v = v_1 + v_2 = \mu_1 a^t (a^d - 1) + \mu_2 d^{1.233} \dots \dots \dots (126)$$

Die Potenzen $a^d = (1,0077)^d$ und $d^{0.233}$ lassen sich für die gewöhnlichen Fälle mittelst der folgenden Tabelle bestimmen.

Temperatur- überschuß d Grad	Potenz $1,0077^d$	Potenz $d^{0.233}$	Temperatur- überschuß d Grad	Potenz $1,0077^d$	Potenz $d^{0.233}$
10	1,080	1,710	110	2,325	2,990
20	1,165	2,010	120	2,510	3,051
30	1,259	2,209	130	2,711	3,108
40	1,359	2,362	140	2,927	3,163
50	1,467	2,488	150	3,160	3,214
60	1,584	2,596	160	3,412	3,263
70	1,711	2,691	170	3,684	3,309
80	1,847	2,776	180	3,978	3,353
90	1,994	2,853	190	4,295	3,396
100	2,153	2,924	200	4,637	3,437

Wärmeverlust durch Abkühlung. Nach dem in den §§. 245 §. 248. bis 247 Gesagten verbreitet sich die Wärme von warmen Körpern entweder

durch Strahlung oder durch Leitung, und es wurden daselbst auch Angaben gemacht über die Abkühlungsgeschwindigkeit von Thermometerkugeln, d. h. über die Größe der Temperaturermäßigung derselben in der Zeiteinheit, wie sie aus den Versuchen von Dulong und Petit sich ergeben haben. Von großer praktischer Wichtigkeit ist es nun, auch die Wärmemengen zu beurtheilen, welche von warmen Körpern an ihre Umgebung abgegeben werden, da hiervon nicht allein die Wärmeverluste abhängen, sondern diese Frage überhaupt von Bedeutung ist für die Beurtheilung der Transmission der Wärme bei Erhitzungsapparaten und Dampfkesseln. Die vorzüglichsten Arbeiten in dieser Beziehung rühren von Pécllet*) her.

Nach demselben setzt sich die von einer gewissen Oberfläche F , welche einer constanten Temperatur ausgesetzt ist, ausgehende Wärmemenge W aus zwei Theilen zusammen, von der eine S der Wärmestrahlung, der andere B der Leitung der Wärme an die berührenden Theilchen der umgebenden Atmosphäre zuzuschreiben ist, so daß man zu setzen hat

$$W = S + B \dots \dots \dots (127)$$

Für diese beiden Wärmemengen, welche der Kürze wegen als Wärmestrahlung und Wärmeleitung bezeichnet werden mögen, giebt Pécllet auf Grund seiner ausgedehnten Versuche empirische Formeln, welche der Hauptsache nach hier angeführt werden sollen.

Hiernach ist die durch Strahlung von der Oberfläche eines Körpers ausgehende Wärme proportional mit der Größe dieser Fläche, dagegen unabhängig von der Form dieses Körpers. Ebenso hängt diese Wärme von der Natur des Körpers, d. h. von der Art seiner Oberfläche und von dem Ueberschusse seiner Temperatur über diejenige der Umgebung, sowie auch von der Temperatur der letztern selbst ab. Wenn diese letztere Temperatur t^0 C. und der erwähnte Ueberschuß a^0 C. beträgt, so erhält man die in einer Stunde ausstrahlende Wärmemenge in Wärmeeinheiten für jeden Quadratmeter Oberfläche durch

$$S = 124,72 K a^t (a^3 - 1) \dots \dots \dots (128)$$

worin a die constante Zahl 1,0077 und K einen von der Art des ausstrahlenden Körpers abhängigen Coefficienten bedeutet. Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der von Pécllet für verschiedene Körper angegebenen Werthe von K :

*) Siehe Pécllet, Traité de la chaleur.

Kupfer	0,16	Kohlenpulver	3,42
Polirtes Messing	0,258	Feiner Sand	3,62
Zink	0,24	Delfarbenanstrich	3,71
Zinn	0,215	Papier	3,77
Schwarzblech, polirt	0,45	Kienruß	4,01
Verbleietes Blech	0,65	Bausteine	3,60
Gewöhnliches Blech	2,77	Gyps	3,60
Verrostetes Blech	3,36	Holz	3,60
Roheisen, neu	3,17	Wollenstoff	3,68
„ verrostet	3,36	Kattun	3,65
Glas	2,91	Seidenstoff	3,71
Gepulverte Kreide	3,32	Wasser	5,31
Sägeespäne	3,53	Del	7,24

Die durch Leitung, d. h. durch die Berührung des Körpers mit der Luft von einem Körper ausgehende Wärmemenge B ist ebenfalls der Oberfläche proportional und von der Differenz d zwischen der Temperatur des Körpers und der umgebenden Luft abhängig, wogegen diese letztere Temperatur ohne Einfluß auf die austretende Wärmemenge ist. Ebenso ist diese letztere unabhängig von der Art des Körpers, dagegen aber abhängig von der Form desselben. Für gleich geformte Körper aus den verschiedensten Materialien ist also die Wärmeleitung pr. Quadratmeter gleich groß, sobald die Temperaturdifferenz d denselben Betrag hat.

Die durch Berührung mit der Luft von dem Körper pr. Stunde abgegebene Wärmemenge ist für jeden Quadratmeter Oberfläche nach Pécelet ausgedrückt durch

$$B = 0,552 C d^{1,233} \text{ W. \& E.} \quad (129)$$

Hierin hängt der Werth C nach dem oben Bemerkten nur von der Form, nicht von dem Materiale des sich abkühlenden Körpers ab, und zwar ist für kugelförmige Körper vom Halbmesser gleich r Meter:

$$C = 1,778 + \frac{0,13}{r} \quad (130)$$

für horizontale Kreiszylinder vom Halbmesser r :

$$C = 2,058 + \frac{0,0382}{r} \quad (131)$$

Bei verticalen Cylindern hängt der Werth von C sowohl von dem Halbmesser r als auch von der Höhe h ab und ist ausgedrückt durch die Formel:

$$C = \left(0,726 + \frac{0,0345}{\sqrt{r}} \right) \left(2,43 + \frac{0,8758}{\sqrt{h}} \right) \quad (132)$$

endlich gilt für verticale ebene Flächen von der Höhe h :

$$C = 1,764 + \frac{0,636}{\sqrt{h}} \dots \dots \dots (133)$$

Beispiel. Es möge eine gußeiserne, mit Oelfarbe angestrichene Dampfleitungsröhre von 0,2 m Durchmesser, welche aus einem Dampfkessel Dampf von 5 Atmosphären Spannung, also einer Temperatur gleich 152° abführt, in verticaler Richtung 5 m und horizontal 10 m weit geführt werden. Wie groß wird der stündliche Wärmeverlust dieser Röhre sein, wenn die Temperatur der Räume, durch welche sie geführt ist, 20° C. beträgt.

Man hat hier $t = 20^{\circ}$, und wenn man die Temperatur des Eisens gleich der des Dampfes annimmt, $d = 152 - 20 = 132^{\circ}$. Es ist für Oelfarbenanstrich nach der obigen Tabelle $K = 3,71$, folglich berechnet sich der stündliche Verlust durch Strahlung für 1 qm zu:

$$S = 124,72 \cdot 3,71 \cdot 1,0077^{20} (1,0077^{132} - 1) = 945,3 \text{ W.-E.},$$

folglich für die ganze Oberfläche von

$$(5 + 10) 0,2 \cdot 3,1416 = 9,42 \text{ qm}$$

zu

$$9,42 \cdot 945,2 = 8904 \text{ W.-E.}$$

Ferner erleidet das verticale Rohrstück durch Berührung der Luft pr. Quadratmeter einen Verlust von

$$B = 0,552 C \cdot 132^{1,233} = 0,552 \left(0,726 + \frac{0,0345}{\sqrt{0,1}} \right) \left(2,43 + \frac{0,8758}{\sqrt{5}} \right) 132^{1,233} \\ = 0,552 \cdot 0,835 \cdot 2,82 \cdot 411,8 = 535 \text{ W.-E.},$$

also ist der Verlust des 5 m hohen Rohrstückes

$$5 \cdot 0,2 \cdot 3,1416 \cdot 535,2 = 1681 \text{ W.-E.}$$

Endlich folgt der Verlust durch Berührung der Luft mit dem horizontalen Rohre für jeden Quadratmeter zu

$$0,552 C \cdot 132^{1,233} = 0,552 \left(2,058 + \frac{0,0382}{0,1} \right) 132^{1,233} = 554,6 \text{ W.-E.},$$

daher für die Länge von 10 m

$$10 \cdot 0,2 \cdot 3,1416 \cdot 554,6 = 3485 \text{ W.-E.}$$

Der ganze Wärmeverlust des Rohres berechnet sich demgemäß in der Stunde zu

$$8904 + 1681 + 3485 = 14070 \text{ W.-E.},$$

entsprechend etwa 2 kg Kohlen (s. weiter unten).

Dieser Wärmeverlust ist, wie angegeben, unter der Annahme ermittelt, daß die äußere Oberfläche der Röhre die gleiche Temperatur mit dem Dampfe habe. Da die Temperatur der äußeren Oberfläche aber geringer ist, so fällt auch der Wärmeverlust kleiner aus, worüber der folgende Paragraph nachzusehen ist.

Péclet zieht den Fall in Betracht, daß ein mit warmem Wasser gefülltes Gefäß von der Oberfläche F in geringem Abstände von einem Mantel umgeben ist, welcher überall geschlossen der Luft eine Circulation nicht gestattet. Es sei die Oberfläche dieses Mantels F_1 und für ihn sei d_1 der Ueberschuß seiner Temperatur über die der Umgebung. Nimmt man hier an, daß der Wärmeverlust der Temperaturdifferenz proportional ist und bezeichnet man mit w den durch

Strahlung und Berührung für 1 qm und 1° C. Temperaturdifferenz stattfindenden Wärmeverlust, so hat man den Verlust der Oberfläche des Gefäßes, dessen Temperatur um d höher als die der Umgebung, also um $d - d_1$ höher als die des Mantels ist, gleich $Fw(d - d_1)$, und ebenso folgt der Wärmeverlust des Mantels zu $F_1 w d_1$. Da beide Werthe gleich sein müssen, indem der Mantel offenbar nur so viel Wärme ausstrahlen kann als das Gefäß abgibt, so erhält man:

$$F(d - d_1) = F_1 d_1 \quad \text{oder} \quad d_1 = d \frac{F}{F + F_1},$$

und hiernach wird der Wärmeverlust:

$$W = w F_1 d_1 = w \frac{F F_1}{F + F_1} d \quad \dots \quad (134)$$

Wenn die beiden Oberflächen gleich groß wären, so hätte man den Wärmeverlust nur gleich

$$W = V \frac{F}{2} d,$$

so nur halb so groß, wie ohne Mantel. In gleicher Weise findet man für zwei Mantel von den Oberflächen F_1 und F_2 den Wärmeverlust zu

$$W = w \frac{F F_1 F_2}{F F_1 + F F_2 + F_1 F_2} d \quad \dots \quad (135)$$

für den Fall, daß die Oberflächen als gleich angenommen werden können,

$$W = V \frac{F}{3} d$$

u. s. w.

Hierbei ist aber vorausgesetzt, daß die Mäntel überall vollkommen abgeschlossen sind, weil sonst eine Circulation der Luft eintritt, welche eine schnellere Abkühlung der betreffenden Fläche in Folge der Berührung mit stets neuen Lufttheilchen zur Folge hat, indem dieser Einfluß in der Regel die durch den Mantel verringerte Strahlung überwiegt.

Durchgang der Wärme durch feste Körper. Die im vorhergehenden Paragraphen gemachten Angaben beziehen sich auf den Verlust an Wärme, welchen eine Oberfläche von 1 qm erleidet, wenn diese Fläche eine um d ° C. höhere Temperatur hat als die umgebende Luft. Diese Temperaturdifferenz hängt nun aber wesentlich von der Beschaffenheit desjenigen Körpers ab, welchem die ausstrahlende Oberfläche angehört. Da nämlich dieser Körper im Allgemeinen die Umhüllung eines Raumes darstellt, in welchem eine andere Temperatur vorherrscht als außerhalb, wie dies z. B. bei einem Dampfkessel oder Dampfcylinder, sowie bei der oben betrachteten Dampfleitungsröhre der Fall ist, so wird der besagte Temperaturüberschuß d vornehmlich von der mehr oder minder guten Leitungsfähigkeit des Materials, sowie von der Dicke abhängig sein, durch welche die Wärme zu passiren hat, um von der innern Fläche des umhüllenden Körpers nach der äußern zu gelangen. Denkt man sich irgend einen durch eine feste Hülle

abgeschlossenen Raum, z. B. einen Dampfcylinder, in welchem der vorhandene Dampf eine Temperatur t_1 haben möge, während die Temperatur der äußern Umgebung nur den kleinern Werth t_2 hat, so wird von dem Dampfe eine gewisse Wärmemenge in die Innenfläche des Mantels eingehen, das Material des Mantels durchziehen und an der äußern Oberfläche durch Strahlung und Berührung in die Luft sich zerstreuen. Selbstverständlich muß in jedem Augenblicke die pr. Zeiteinheit innen eintretende Wärmemenge genau gleich der in derselben Zeit außen abgegebenen Wärmemenge sein, und derselbe Betrag muß auch in der Zeiteinheit das Material der Hülle durchströmen.

Für die Wärmemenge, welche einen plattenförmigen Körper von der Grundfläche gleich 1 qm und der Dicke gleich δ Meter in einer Stunde quer durchströmt, giebt nun Péclet den Ausdruck

$$W = D \frac{t'_1 - t'_2}{\delta} = \frac{t'_1 - t'_2}{\frac{\delta}{D}} \text{ W. E. (136)}$$

worin t'_1 und t'_2 die verschiedenen Temperaturen der beiden Flächen bedeuten und D einen von dem Material des Körpers abhängigen Wärmeleitungscoefficienten bezeichnet, nämlich diejenige Wärmemenge, welche durch 1 qm Grundfläche eines 1 m dicken Körpers bei einer Temperaturdifferenz $t'_1 - t'_2 = 1^\circ \text{ C.}$ stündlich durchströmt. Wenn der Körper aus zwei verschiedenen über einander gelegten Platten von den Dicken δ_1 und δ_2 und den Wärmeleitungscoefficienten D_1 und D_2 besteht, so findet man die durchgehende Wärme in ähnlicher Art zu

$$W = \frac{t'_1 - t'_2}{\frac{\delta_1}{D_1} + \frac{\delta_2}{D_2}} \text{ (137)}$$

Für verschiedene in der Praxis häufiger vorkommende Körper sind die Werthe D für die durchgehende Wärme in der folgenden, dem Péclet'schen Werke entnommenen Zusammenstellung enthalten.

Tabelle der Wärmemengen D , welche stündlich durch 1 qm Fläche eines 1 m dicken Körpers bei 1° C. Temperaturdifferenz gehen.

Silber	74	Blei	14
Kupfer	69	Marmor	2,78—3,48
Eisen	28	Kalkstein	1,70—2,08
Zink	28	Gyps	0,33—0,52
Zinn	22	Gebrannter Thon	0,51—0,69

Fichtenholz, senkrecht zu den Fasern	0,093	Quarzsand	0,27
Fichtenholz, parallel zu den Fasern	0,170	Ziegelmehl	0,140 — 0,165
Eichenholz, senkrecht zu den Fasern	0,211	Schlammkreide	0,086
Kork	0,143	Holzasche	0,06
Kautschuk	0,170	Sägespäne	0,065
Glas	0,75 — 0,88	Holzkohlenpulver	0,079
		Baumwolle	0,040
		Streichwolle	0,044
		Leinwand	0,043
		Graues Druckpapier	0,034

Was die Temperatur t'_1 und t'_2 der beiden Oberflächen des wärmeleitenden Körpers anbetrifft, so können dieselben natürlich nicht übereinstimmen mit den Temperaturen t_1 im Innern und t_2 außerhalb des umschlossenen Raumes, vielmehr muß t'_1 kleiner als t_1 und t'_2 größer als t_2 sein, weil nur vermöge der Temperaturdifferenzen $t_1 - t'_1$ im Innern und $t'_2 - t_2$ außen ein Wärmeübergang möglich ist. Bestimmt man für das betreffende Material nach dem vorigen Paragraphen den Werth $W = S + B$ für den Austritt der Wärme, so kann man die Temperaturen t'_1 und t'_2 der inneren und äußeren Oberflächen durch Gleichsetzung der eintretenden, durchgehenden und austretenden Wärmemengen finden. Die Anwendung der genauern Du Long'schen Formel (126) würde hier zu großen Weitläufigkeiten führen, nimmt man jedoch für geringere Temperaturdifferenzen die Newton'sche Regel als gültig an, wonach die ein- oder austretende Wärmemenge proportional der Temperaturdifferenz zu setzen ist, so erhält man in dieser Weise für die besagte Wärmemenge die drei Gleichungen:

$$M = W (t_1 - t'_1),$$

$$M = D \frac{t'_1 - t'_2}{\delta},$$

$$M = W (t'_2 - t_2).$$

Aus der ersten und zweiten Gleichung folgt:

$$t'_2 = t'_1 - W \frac{\delta}{D} (t_1 - t'_1)$$

und mit diesem Werthe geben dann die erste und dritte Gleichung:

$$t_1 - t'_1 = t'_1 - W \frac{\delta}{D} (t_1 - t'_1) - t_2,$$

woraus man

$$t'_1 = \frac{t_1 + t_2 + W \frac{\delta}{D} t_1}{2 + W \frac{\delta}{D}} \quad \dots \quad (138)$$

und in gleicher Art

$$t_2' = \frac{t_1 + t_2 + W \frac{\delta}{D} t_2}{2 + W \frac{\delta}{D}} \dots \dots \dots (138^a)$$

erhält. Hiermit folgt endlich die austretende Wärme

$$M = W \frac{t_1 - t_2}{2 + W \frac{\delta}{D}} \dots \dots \dots (139)$$

Für den Fall, daß die Leitungsfähigkeit D des Materials groß und die Dicke δ klein ist, wie dies z. B. für metallene Röhren gilt, ist der Werth $W \frac{\delta}{D}$ nur klein gegen 2, und man kann annähernd

$$M = W \frac{t_1 - t_2}{2} \dots \dots \dots (139^a)$$

setzen, also halb so groß wie den Verlust, welchem die äußere Fläche ausgesetzt sein würde, wenn dieselbe eine Temperatur gleich t_1 hätte.

Wenn dagegen für einen schlechten Wärmeleiter D sehr klein und die Dicke δ groß wäre, so würde im Nenner der obigen Formel (139) der Werth $W \frac{\delta}{D}$ gegen 2 vorherrschen, und man hätte dann die austretende Wärmemenge zu

$$M = W \frac{t_1 - t_2}{W \frac{\delta}{D}} = D \frac{t_1 - t_2}{\delta} \dots \dots \dots (139^b)$$

also unabhängig von der Oberfläche und umgekehrt proportional mit der Dicke δ der Hülle.

Faßt man den für die Praxis besonders wichtigen Fall ins Auge, daß ein metallenes cylindrisches Gefäß, etwa eine Röhre oder ein Dampfcylinder im Innern einen Körper von der höhern Temperatur t_1 , etwa Wasserdampf enthält, und daß die metallische Hülle zur Verminderung des Wärmeverlustes äußerlich mit schlechten Wärmeleitern umkleidet ist, so kann man eine näherungsweise Ermittlung des noch übrig bleibenden Wärmeverlustes in der folgenden Art vornehmen.

Es seien r_1 der innere und r_2 der äußere Halbmesser der Hülle, t_1 die Temperatur des Dampfes und der Röhre, t_2 die Temperatur der äußern Luft und t_2' diejenige der äußern Oberfläche der Hülle, welche nach dem Vorstehenden größer als t_2 ist.

Stellt man sich ein cylindrisches Element der Hülle vom Halbmesser r , der Dicke ∂r und der Länge gleich 1 m vor, und wird die Temperaturdifferenz zwischen den beiden um ∂r entfernten Oberflächen dieses Elements gleich ∂t gesetzt, so hat man für die durch dieses Element hindurchgehende Wärme nach (136):

$$M = 2 \pi r D \frac{\partial t}{\partial r} \quad \text{oder} \quad D \partial t = \frac{M}{2 \pi} \frac{\partial r}{r}.$$

Durch Integration zwischen den Grenzen r_1 und r_2 , entsprechend den Temperaturen t_1 und t_2' erhält man

$$D(t_1 - t_2') = \frac{M}{2 \pi} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Da nun aber, unter $W = S + B$ den Wärmeverlust pr. Quadratmeter Oberfläche der Hülle für 1° Temperaturdifferenz verstanden, die Wärmemenge M auch ausgedrückt ist durch

$$M = 2 \pi r_2 W (t_2' - t_2),$$

so erhält man aus den beiden Ausdrücken für M , indem man aus der ersten Gleichung

$$t_2' = t_1 - \frac{M}{2 \pi D} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

in die zweite Gleichung einführt,

$$M = 2 \pi r_2 W \frac{t_1 - t_2}{1 + \frac{r_2 W}{D} \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \dots \quad (140)$$

Diese Wärmemenge geht durch jeden laufenden Meter Röhre, also durch die Oberfläche $2 \pi r_2$ Quadratmeter verloren, folglich bezieht sich der Wärmeverlust durch einen Quadratmeter zu

$$M = W \frac{t_1 - t_2}{1 + \frac{r_2 W}{D} \ln \frac{r_2}{r_1}} = W D \frac{t_1 - t_2}{D + r_2 W \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (141)$$

Dieser Werth geht für einen sehr schlechten Leiter, d. h. wenn man den kleinen Werth von D im Nenner vernachlässigen kann, über in

$$M = D \frac{t_1 - t_2}{r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \dots \quad (141^a)$$

In diesem Falle, welcher einer Umhüllung mit Baumwolle zc. entspricht, ist der Wärmeverlust unabhängig von W oder der Oberfläche und nimmt ab, wenn die Dicke der Hülle oder der Halbmesser r_2 zunimmt. Dagegen

würde für einen sehr großen Werth von D , also für Metalle, der Ausdruck (141) übergehen in $M = W (t_1 - t_2)$, ein Werth, welcher nur von W , d. h. von der Beschaffenheit der Oberfläche abhängt. Der Wärmeverlust pr. laufenden Meter Rohrlänge wäre in diesem Falle gleich $2\pi r_2 W (t_1 - t_2)$, also proportional mit dem äußern Halbmesser. Man ersieht hieraus, daß durch größere Metalldicken der Röhren der Wärmeverlust in dem Maße zunimmt, in welchem die abkühlende Fläche sich vergrößert.

Mitteltst der Formel (140) hat Pécelet die folgende Tabelle für den Wärmeverlust von horizontalen gußeisernen Dampfleitungsröhren berechnet, welche mit Hüllen aus baumwollenen Stoffen in verschiedener Dike umkleidet werden und welche in einem Raume von 15°C . sich befinden, während die Temperatur im Innern zu 100° angenommen ist. Diese Werthe können indessen wegen der Zugrundelegung des Newton'schen Gesetzes nur als angenäherte betrachtet werden und würden namentlich bei höheren Temperaturen des Dampfes schneller wachsen als die Temperatur.

Stündlicher Wärmeverlust in Wärmeeinheiten pr. laufenden Meter eines gußeisernen mit Baumwolle umhüllten Rohres.
Innere Temperatur 100°C ., Lufttemperatur 15° .

Äußerer Durchmesser des gußeisernen Rohres	Dike der Umhüllung in Metern							
	0	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,100	0,150
0,020	75,9	22,4	16,5	13,9	12,3	11,2	8,7	7,9
0,040	120,2	35,8	25,6	20,9	17,7	15,6	11,5	9,8
0,060	164,3	49,0	33,7	26,7	22,8	20,1	14,1	11,6
0,080	208,6	61,7	41,8	33,3	27,5	24,2	16,4	13,4
0,100	252,6	74,5	50,2	39,1	32,4	28,2	18,7	15,0
0,200	473,5	137,7	90,2	68,2	55,8	47,7	29,3	22,6
0,300	694,8	200,8	130,4	97,6	78,7	66,4	39,6	30,8
0,400	916,2	263,9	169,3	125,8	101,5	85,4	49,9	38,2

§. 250. **Erwärmungskraft.** Die Wärme, welche zur Verwandlung des Wassers in Dampf nöthig ist, wird in der Regel durch Verbrennung von Körpern gewonnen. Die Verbrennung besteht in einer Verbindung

eines Körpers, des Brennstoffes mit Sauerstoff. Als Brennstoff werden vorzüglich kohlenstoffhaltige Körper benutzt, den Sauerstoff aber liefert die atmosphärische Luft, die im gewöhnlichen Zustande 23 Proc. dieses Stoffes enthält. Die Erwärmungskraft oder die Wärmemenge, welche bei der Verbrennung entwickelt wird, ist bei verschiedenen Brennstoffen sehr verschieden, z. B. bei Wasserstoffgas größer als bei Kohlenstoff, und bei diesem größer als bei Holz u. s. w. Es haben Rumford, Lavoisier und Laplace, ferner Desprez und besonders noch Dulong Versuche über die Erwärmungskraft verschiedener Körper angestellt, und hierbei vorzüglich aus der Größe der Erwärmung einer bestimmten Wassermenge, welche durch Verbrennung einer bestimmten Quantität des Brennstoffes erlangt wurde, auf die Erwärmungskraft des letztern geschlossen. Auf diesem Wege hat z. B. Dulong gefunden, daß 1 g Wasserstoffgas bei seiner Verbrennung 34 600 g Wasser um einen Grad erwärmt; daß dagegen 1 g Kohlenstoff hierbei nur 7299 und 1 g Kohlenoxydgas nur 2490 g Wasser um einen Grad in der Temperatur erhöht. Nach §. 211 ist folglich die Erwärmungskraft des Wasserstoffgases gleich 34 600, die des Kohlenstoffes gleich 7290 und die des Kohlenoxydgases gleich 2490 Wärmeeinheiten.

Was die zur Verbrennung nöthige Sauerstoffmenge anlangt, so läßt sich diese auch direct aus dem Producte der Verbrennung berechnen. Bei der vollkommenen Verbrennung von Kohle ist dieses Product Kohlen Säure, und diese besteht aus 27,27 Thln. Kohlenstoff und 72,73 Thln. Sauerstoff; daher erfordert 1 g Kohlenstoff zu seiner Verbrennung $\frac{27,27}{72,73} = 2,67$ g

Sauerstoff, oder $\frac{2,67}{0,23} = 11,59$ g atmosphärische Luft, da die atmosphärische Luft aus 23 Gewichtstheilen Sauerstoff und 77 Gewichtstheilen Stickstoff besteht.

Verbrennungswärme. Neuere Versuche über die Verbrennungswärme §. 251. sind von Andrews (Poggendorff's Annalen Bd. 75), sowie von Favre und Silbermann (Annales de chim. et de phys. Sér. III, Tom. 34) angestellt worden. Das Calorimeter, welches die letzteren Experimentatoren angewendet haben, bestand in der Hauptsache in einer metallenen Verbrennungskammer von circa 5 cm Weite und 10 cm Höhe, welche in ein mit Wasser angefülltes Gefäß eingetaucht war und von welchem drei Röhren nach außen hin abzweigt waren, wodurch der zur Verbrennung nöthige Sauerstoff und das zu verbrennende Gas zu-, sowie die gasförmigen Verbrennungsproducte abgeführt wurden. Um die Wärme der letztern dem Kühlwasser mitzutheilen, erhielt das dritte oder Ableitungsrohr eine große Länge und wurde schlangenförmig um die Verbrennungskammer herum-

gewunden. Wenn statt eines Gases ein fester oder flüssiger Körper verbrannt werden sollte, so mußte derselbe natürlich schon vor dem Versuche in die Kammer gebracht und die zweite oder Gaszuleitungsröhre geschlossen werden. Um den Gang der Verbrennung von außen beobachten zu können, war mitten im Deckel der Kammer eine durch eine starke Glasplatte verschlossene weitere Röhre, sowie darüber ein geneigter Spiegel angebracht. Ferner war das Kühlgefäß noch mit einem weitem Mantel umgeben und mit diesem in ein noch weiteres, mit Wasser angefülltes Gefäß gesetzt, damit dasselbe so wenig wie möglich Wärme von außen aufnehmen konnte. Um endlich die Wärme im Kühlwasser möglichst auszubreiten, wurde dieses durch Auf- und Niederziehen eines aus zwei Blechringen bestehenden Rührwerks in Bewegung gesetzt.

Aus dem Gewichte G des Kühlwassers und der beobachteten Wärmezunahme t desselben in Folge der Verbrennung ließ sich nun die entsprechende Wärmemenge $W = Gt$ (s. §. 212) berechnen.

Auf diese Weise ergab sich die Wärmemenge bei Verbrennung von 1 kg

Holzkohle	8080	Wärmeeinheiten,
Graphit	7797	„
Kohlenoxydgas	2403	„
Wasserstoffgas	34462	„
u. s. w.		

Diesen Versuchen zu Folge ist die Verbrennungswärme oder Heizkraft der Kohle oder des reinen Kohlenstoffes größer als Dulong und Andere gefunden haben. Die gefundene Differenz hat aber nach Favre und Silbermann ihren Grund darin, daß die Kohle gewöhnlich nicht vollständig zu Kohlen säure, sondern auch theilweise zu Kohlenoxydgas verbrennt. Diese Experimentatoren haben nun die Menge des letztern Gases besonders bestimmt und die Wärme, welche die Verbrennung derselben giebt, noch mit zur ganzen Verbrennungswärme addirt.

Während das kohlen saure Gas aus 27,27 Gewichtstheilen Kohlenstoff und 72,73 Gewichtstheilen Sauerstoff besteht, ist das Kohlenoxydgas aus 42,86 Gewichtstheilen Kohlenstoff und 57,14 Gewichtstheilen Sauerstoff zusammengesetzt, und es ist folglich zur Verbrennung eines Grammes Kohle zu Kohlenoxydgas nur $\frac{57,14}{42,86} = 1,333$ g Sauerstoff oder $\frac{1,333}{0,23} = 5,8$ g,

d. i. nur halb so viel atmosphärische Luft nöthig, wie bei der Verbrennung zu Kohlen säure. Deshalb bildet sich das Kohlenoxydgas nur dann in größerer Menge, wenn es an Luftzug oder an der zur Bildung von Kohlen säure nöthigen Menge von Sauerstoff mangelt.

Da nach den Versuchen von Favre und Silbermann die Verbrennung von 1 kg Kohlenstoff zu Kohlensäure 8080 Wärmeeinheiten, dagegen die von 1 kg Kohlenoxydgas zu Kohlensäure 2403 Wärmeeinheiten giebt, und da das Kohlenoxydgas 42,86 Proc. Kohlenstoff enthält, also 1 kg Kohlenstoff in diesem Gase $\frac{2403}{0,4286} = 5607$ Wärmeeinheiten entspricht, so ist folglich die Wärmemenge, welche bei der unvollständigen Verbrennung der Kohle zu Kohlenoxydgas entwickelt wird:

$$8080 - 5607 = 2473 \text{ Wärmeeinheiten,}$$

also circa drei Zehntel von derjenigen Wärmemenge (8080 Wärmeeinheiten), welche aus der vollständigen Verbrennung zu Kohlensäure hervorgeht, da es nämlich für die Gesamtmenge der aus einer Gewichtseinheit Kohlenstoff entstehenden Wärme gleichgültig ist, ob man den Kohlenstoff direct zu Kohlensäure oder vorerst zu Kohlenoxyd und dann dieses zu Kohlensäure verbrennt.

Die Wärmemengen, welche bei Verbrennung von Kohlenwasserstoffverbindungen entwickelt werden, lassen sich mit Hülfe der Wärmemengen ihrer Bestandtheile leicht berechnen. Das Gruben- oder Sumpfgas (schlagende Wetter) besteht dem Gewichte nach aus 25 Proc. Wasserstoff und 75 Proc. Kohlenstoff, giebt folglich bei seiner Verbrennung

$$\frac{1}{4} \cdot 34462 + \frac{3}{4} \cdot 8080 = 8615,5 + 6060 = 14675,5 \text{ Wärmeeinheiten,}$$

dagegen besteht das ölbildende Gas aus $\frac{1}{7}$ Wasserstoff und $\frac{6}{7}$ Kohlenstoff und liefert folglich bei seiner Verbrennung nur

$$\frac{1}{7} \cdot 34462 + \frac{6}{7} \cdot 8080 = 4923 + 6926 = 11849 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Anmerkung. Ueber die Wärmeentwicklung bei anderen chemischen Verbindungen, sowie über die Wärmequellen überhaupt ist nachzulesen: Müller's Physik, Band 2, sowie Wallner's Experimentalphysik, Band II.

Brennstoffe. Die Brennstoffe, welche zur Erzeugung von Wasser- §. 252. dämpfen benutzt werden, sind vorzüglich Steinkohlen, Braunkohlen, Torf, Holz und Coaks. Dieselben sind Verbindungen von Kohlenstoff (C), Wasserstoff (H) und Sauerstoff (O), enthalten zuweilen noch etwas Stickstoff (N) und fast durchgängig verschiedene Mengen unorganischer Bestandtheile, welche bei der Verbrennung als Asche zurückbleiben. Außerdem enthalten dieselben noch eine größere oder kleinere Menge freies oder hygroskopisches Wasser, welches bei der Verbrennung die Dampfform annimmt und hierbei eine gewisse Wärmemenge bindet, wodurch die Heizkraft des Brennstoffes herabgezogen wird. Deshalb soll man auch die Brennstoffe vor ihrer Verwendung möglichst trocknen. Frisch gefälltes Holz enthält 35 bis 50 Proc., und ge-

hörig lufttrockenes Holz noch 20 bis 25 Proc. Wasser. Da 1 kg Wasser circa 640 Wärmeeinheiten erfordert, um es in Dampf zu verwandeln, und 1 kg ganz trockenes Holz bei seiner Verbrennung 3600 Wärmeeinheiten entwickelt, so wird 1 kg Holz mit 25 Proc. Wasser bei seiner Verbrennung nur $3600 \cdot 0,75 = 2700$ Wärmeeinheiten liefern, und überdies hiervon noch $640 \cdot 0,25 = 160$ Wärmeeinheiten an das Wasser zur Umwandlung desselben in Dampf absetzen, so daß folglich nur

$$2700 - 160 = 2540 \text{ Wärmeeinheiten}$$

nutzbar gemacht werden können.

Das durch die chemische Analyse in den Brennmaterialien gefundene Sauerstoffquantum O ist mit einem Theile $H_1 = \frac{O}{8}$ des Wasserstoffes (H) zu Wasser verbunden, folglich kann auch nur das Wasserstoffquantum

$$H - H_1 = H - \frac{O}{8}$$

zur Verbrennung gelangen, und die Wärmemenge

$$W_1 = 34462 \left(H - \frac{O}{8} \right)$$

entwickeln. Addirt man hierzu die Wärmemenge

$$W_2 = 8080 C,$$

welche aus der Verbrennung der Kohlenstoffmenge C hervorgeht, so erhält man dadurch die gesammte theoretische Heizkraft eines Brennmaterials:

$$W = W_1 + W_2 = 34462 \left(H - \frac{O}{8} \right) + 8080 C. \quad (142)$$

Der Anthracit ist das kohlenstoffreichste Brennmaterial; er besteht im Mittel aus 91 Proc. Kohlenstoff, 3 Proc. Wasserstoff, 3 Proc. Sauerstoff und 3 Proc. Asche, wonach sich die theoretische Brennkraft desselben

$$W = 34462 (0,03 - \frac{1}{8} \cdot 0,03) + 8080 \cdot 0,91 = 905 + 7353 \\ = 8258 \text{ Wärmeeinheiten}$$

ergiebt.

Die Steinkohle besteht im Mittel aus 80 Proc. Kohlenstoff, 5 Proc. Wasserstoff, 10 Proc. Sauerstoff und 5 Proc. Asche, es ist folglich ihre theoretische Heizkraft:

$$W = 34462 (0,05 - \frac{1}{8} \cdot 0,1) + 8080 \cdot 0,80 = 1292 + 6464 \\ = 7756 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Die Braunkohle enthält dagegen im Mittel nur 60 Proc. Kohlenstoff, 5 Proc. Wasserstoff, 25 Proc. Sauerstoff und 10 Proc. Asche, wonach folglich die theoretische Brennkraft dieses Brennstoffes

$$W = 34462 (0,05 - \frac{1}{8} \cdot 0,25) + 8080 \cdot 0,60 = 646 + 4848 \\ = 5494 \text{ Wärmeeinheiten ist.}$$

Der Torf enthält im Mittel 52 Proc. Kohlenstoff, 5 Proc. Wasserstoff, 33 Proc. Sauerstoff und 10 Proc. Asche; es ist daher die theoretische Brennkraft desselben:

$$W = 34462 (0,05 - \frac{1}{8} \cdot 0,33) + 8080 \cdot 0,52 = 301 + 4202 \\ = 4503 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Was ferner das Holz anlangt, so besteht dasselbe durchschnittlich aus 49 Proc. Kohlenstoff, 6 Proc. Wasserstoff, 44 Proc. Sauerstoff und 1 Proc. Asche, so daß die theoretische Brennkraft desselben

$$W = 34462 (0,06 - \frac{1}{8} \cdot 0,44) + 8080 \cdot 0,49 = 172 + 3959 \\ = 4131 \text{ Wärmeeinheiten}$$

folgt.

Durch die Verkohlung der Brennmaterialien wird nicht allein der Wasserstoff und Sauerstoff aus denselben entfernt, sondern es geht auch ein Theil des Kohlenstoffes verloren, indem sich zugleich Verbindungen von Wasserstoff, Kohlenstoff und Sauerstoff bilden und in Gasform entweichen. Deshalb giebt denn auch 1 kg lufttrockenes Holz mit 20 Proc. hygroskopischem Wasser und 40 Proc. Kohlenstoff nur 0,18 bis 0,25 kg Holzkohle, und ebenso 1 kg Steinkohle nur 0,45 bis 0,6 kg Coaks. Uebrigens sind weder die Holzkohlen noch die Coaks reiner Kohlenstoff, sondern es enthalten dieselben nebst den die Asche gebenden festen Bestandtheilen noch immer etwas Wasserstoff und Sauerstoff, und es ist deshalb ihre theoretische Brennkraft nur 7000 bis 7500 Wärmeeinheiten.

Es ist hiernach die Anwendung von verkohlten Substanzen mit einem großen Wärmeverluste verbunden, und daher nur zu empfehlen, wo es entweder auf die Erzeugung einer sehr intensiven Hitze oder auf die Entfernung gewisser flüchtiger Bestandtheile, z. B. des Schwefels, ankommt.

Die nutzbaren Wärmemengen, welche man bei der Verbrennung der Brennmaterialien auf Feuerherden gewinnt, sind, weil auf denselben nie eine vollständige Verbrennung zu Kohlen säure möglich ist, weil zumal die Verbrennungsproducte eine ansehnliche Wärmemenge mit sich fortnehmen, sowie auch Wärme durch Mittheilung an die Ofenwände und durch Abfälle verloren geht, stets viel kleiner als die im Vorstehenden angegebenen theoretischen Wärmemengen. Es folgt aus vielfachen und namentlich aus den sehr gründlich angestellten Versuchen von Dr. W. Brix (siehe dessen Untersuchung über die Heizkraft der wichtigsten Brennstoffe), daß die nutzbare Verbrennungswärme im Mittel bei den meisten Brennherden nur zwei Drittel von der theoretischen Verbrennungswärme ist.

§. 253. **Verbrennung.** Die zur Verbrennung einer gewissen Menge Brennstoff nöthige Luftmenge, sowie das Quantum des hieraus hervorgehenden und durch den Schornstein abzuleitenden Gasgemenges läßt sich wie folgt ermitteln.

Die Kohlenstoffmenge C des Brennmaterials erfordert zur Bildung von Kohlenensäure die Sauerstoffmenge

$$O_1 = \frac{8}{3} C = 2,67 C,$$

und es ist die Menge der gebildeten Kohlenensäure:

$$C + O_1 = \frac{11}{3} C = 3,67 C.$$

Ferner erfordert das Verbrennen der freien Wasserstoffmenge $H - \frac{O}{8}$ zu Wasser das Sauerstoffquantum:

$$O_2 = 8 \left(H - \frac{O}{8} \right) = 8H - O,$$

und giebt das Wasserquantum:

$$9 \left(H - \frac{O}{8} \right) = 9H - \frac{9}{8} O.$$

Hiernach ist also der ganze Sauerstoffbedarf:

$$O_1 + O_2 = 2,67 C + 8H - O \quad . \quad . \quad . \quad (143)$$

und folglich die erforderliche Gewichtsmenge atmosphärischer Luft:

$$L_g = \frac{2,67 C + 8H - O}{0,231} = 11,56 C + 34,63 H - 4,33 O \quad (144)$$

oder in Cubikmeter, wenn wieder C , H und O in Kilogrammen ausgedrückt werden, und vorausgesetzt wird, daß bei einer mittlern Temperatur von 10^0 und 0,76 m Barometerstand, 1 cbm Luft, $\gamma = 1,25$ kg wiegt:

$$L_v = \frac{4}{5} L_g = 9,25 C + 27,70 H - 3,46 O \text{ Cubikmeter} \quad (145)$$

Nach dem Obigen ist z. B. für 1 kg Steinkohle, $C = 0,80$, $H = 0,05$ und $O = 0,10$ kg, und daher die hierzu erforderliche Menge atmosphärischer Luft:

$$\begin{aligned} L_v &= 9,25 \cdot 0,8 + 27,7 \cdot 0,05 - 3,46 \cdot 0,01 \\ &= 7,400 + 1,385 - 0,035 = 8,75 \text{ cbm.} \end{aligned}$$

Um eine schnelle und vollständige Verbrennung zu erlangen, ist es nöthig, dem Brennherde die doppelte Luftmenge zuzuführen.

Was das durch den Schornstein abzuführende Gasgemenge anlangt, so besteht dasselbe aus dem Stickstoff der zugeführten atmosphärischen Luft, aus dem durch die Verbrennung erhaltenen kohlenfauren Gas, sowie aus dem sich hierbei bildenden Wasserdampfe.

Das aus der Zerlegung der atmosphärischen Luft hervorgehende Stickstoffquantum ist dem Gewichte nach:

$$Q_1 = \frac{0,769}{0,231} (2,67 C + 8 H - O) = 3,329 \cdot (2,67 C + 8 H - O) \\ = 8,88 C + 26,63 H - 3,33 O \text{ Kilogramm.} \quad (146)$$

oder, da bei 10^0 Wärme und dem mittlern Barometerstande das Gewicht von 1 cbm Stickstoff = $1,25 \cdot 0,9713 = 1,2141$ kg ist,

$$Q_1 = (8,88 C + 26,63 H - 3,33 O) : 1,2141 \\ = 7,315 C + 21,93 H - 2,74 O \text{ Cubikmeter} \quad (147)$$

Da ferner das Gewicht von 1 cbm Kohlendioxidgas

$$\gamma = 1,25 \cdot 1,529 = 1,911 \text{ g}$$

beträgt, so ist die aus 1 kg Brennstoff hervorgehende Menge dieses Gases:

$$Q_2 = \frac{3,67 C}{1,911} = 1,919 C \text{ Cubikmeter} \quad (148)$$

Endlich geht aus dem Wasserstoff H die Wassermenge $9 H$ hervor, welche, da 1 cbm Wasserdampf, $\frac{3}{8} \cdot 1,25 \text{ g} = 0,78125$ kg wiegt, eine Dampfmenge

$$Q_3 = \frac{9 H}{0,78125} = 11,52 H \text{ Cubikmeter} \quad (149)$$

gibt.

Hiernach folgt nun das aus der vollständigen Verbrennung hervorgehende Gasvolumen unter der Annahme, daß nur die zur Verbrennung erforderliche Luftmenge zugeführt werde, zu:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ = 7,315 C + 21,93 H - 2,74 O + 1,919 C + 11,52 H \\ = 9,23 C + 33,45 H - 2,74 O \text{ Cubikmeter} \quad (150)$$

welcher Werth die aus 1 kg des Brennmaterials entstehende Gasmenge ergiebt, wenn man für C , H und O die in 1 kg enthaltenen Gewichtsmengen Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff einsetzt.

Das Gewicht dieser Gasmenge bestimmt sich als die Summe aus den Gewichten der verbrannten Bestandtheile C , H und O und demjenigen L der zugeführten Verbrennungsluft, so daß man dieses Gewicht zu

$$G = C + H + O + L_g = 12,56 C + 35,63 H - 3,33 O \text{ Kilogr.} \quad (151)$$

und sonach die Dichte des Gasgemenges zu

$$\gamma = \frac{G}{Q} = \frac{12,56 C + 35,63 H - 3,33 O}{9,23 C + 33,45 H - 2,74 O} \quad (152)$$

findet.

B. B. hat man für 1 kg Steinkohle mit $C = 0,80$, $H = 0,05$ und $O = 0,10$:

$$\gamma = \frac{12,56 \cdot 0,8 + 35,63 \cdot 0,05 - 3,33 \cdot 0,10}{9,23 \cdot 0,8 + 33,45 \cdot 0,05 - 2,74 \cdot 0,10} = \frac{11,497}{8,782} = 1,309.$$

Wenn man indessen, wie dies bei den gewöhnlichen Feuerungen zur Erzielung einer vollständigen Verbrennung erforderlich ist, die doppelte Luftmenge zuführt, so erhält man das Gewicht des abzuführenden Gasgemenges zu $G = C + H + O + 2L_g = 24,12C + 70,26H - 7,66O$ Kilogr. (153) und das Volumen zu

$$Q + L_v = 18,48C + 61,15H - 6,20O \text{ Cubikmeter. . . (154)}$$

womit nun die Dichtigkeit des Gasgemenges

$$\gamma = \frac{24,12C + 70,26H - 7,66O}{18,48C + 61,15H - 6,20O} \cdot \cdot \cdot \cdot (155)$$

folgt. Man erhält z. B. in diesem Falle für Steinkohle

$$\gamma = \frac{24,12 \cdot 0,8 + 70,26 \cdot 0,05 - 7,66 \cdot 0,1}{18,48 \cdot 0,8 + 61,15 \cdot 0,05 - 6,20 \cdot 0,1} = \frac{22,043}{17,221} = 1,280.$$

Diese Werthe von Q und γ beziehen sich auf die mittlere Temperatur von 10°C . der zutretenden Luft, da aber die Temperatur der fortströmenden Gase eine höhere ist, welche mit t bezeichnet werde, so hat man das Volumen derselben in dem Verhältnisse

$$\frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha 10} = \frac{273 + t}{273 + 10} = \frac{T}{283}$$

größer und die Dichte daher in diesem Verhältnisse kleiner anzunehmen.

Gewöhnlich darf man die Temperatur der abziehenden Gase zu $t = 300^\circ \text{C}$. voraussetzen und erhält in Folge hiervon das Volumen bei dieser Temperatur

$$Q_{300} = \frac{573}{283} Q_{10} = 2,025 Q_{10},$$

also über doppelt so groß. So z. B. erhält man nach dem Vorstehenden für Steinkohle bei doppelter Luftzuführung das Volumen der abziehenden Gase zu

$$Q_{300} = 2,025 \cdot 17,221 = 34,873 \text{ cbm}$$

und die Dichte zu

$$\gamma = \frac{22,043}{34,873} = 0,632.$$

Die folgende Tabelle enthält die aus der chemischen Zusammensetzung verschiedener Brennstoffe berechnete Heizkraft, sowie die zur Verbrennung erforderliche einfache Luftmenge nebst dem Volumen der sich bildenden Verbrennungsproducte nach Harmann*).

*) S. des Ingenieurs Taschenbuch, herausgegeben von der „Gütte“, 1877.

Tabelle für 1 kg Brennstoff.

Brennstoff	Kohlenstoff	Wasserstoff	Schwefel	Stickstoff	Asche	Wärme in Gr. C.	Einfache Luft- menge von 0° C. u. 0,760 m für 1 kg in Cubifmetern	Entwickeltes Gas-	
								0° C.	300° C.
Holz, lufttrocken	0,396	—	0,594	0,01	2820	3,466	4,201	8,826	
Torf, lufttrocken	0,420	0,014	0,516	0,05	3550	4,044	4,759	9,998	
Braunkohle, feinerig	0,444	0,009	0,472	0,075	3600	4,123	4,755	9,990	
" erdig	0,504	0,018	0,378	0,10	4450	4,884	5,449	11,448	
" mufchelig	0,570	0,028	0,352	0,05	5350	5,724	6,313	13,264	
Einkohl	0,704	0,031	0,235	0,03	6600	6,977	7,435	15,621	
Waffelkohle	0,766	0,041	0,163	0,03	7500	7,782	8,206	17,241	
Sandkohle	0,796	0,041	0,133	0,03	7760	8,045	8,431	17,713	
Anthracit	0,877	0,031	0,072	0,02	8110	8,491	8,744	18,371	
Coaks	0,920	—	—	0,05	7430	7,441	8,043	16,898	
Holzkohle	0,880	0,020	0,080	0,02	7750	8,016	8,429	17,709	

§. 254. **Temperatur der Verbrennungsproducte.** Aus dem Gewichte der durch die Verbrennung entstehenden Verbrennungsproducte und der dabei erzeugten Wärmemenge läßt sich nun auch ein Schluß ziehen über die Höhe der Temperatur, welche in der Feuerung höchstens erreicht werden kann. Sieht man nämlich von den Wärmeverlusten ab, welchen die Feuerungsanlage durch die Ausstrahlung und durch die Berührung mit der atmosphärischen Luft ausgesetzt ist, so hat man anzunehmen, daß die erzeugte Wärme dazu dient, den entstehenden Verbrennungsgasen eine gewisse Temperatur zu ertheilen, welche sich dann einfach dadurch bestimmt, daß man das Gewicht jedes einzelnen Gases mit dessen specifischer Wärme c_p für constanten Druck und mit der gesuchten Temperatur t multiplicirt, und die Summe der so erhaltenen Producte gleich der erzeugten Wärmemenge setzt, aus welcher Gleichung sich sodann die Temperatur t berechnet.

Diese Rechnung, welche wegen der Nichtberücksichtigung der gedachten Wärmeverluste unter allen Umständen eine zu hohe Temperatur ergiebt, kann indessen nur in solchen Fällen einen gewissen Anhalt gewähren, in denen die Verbrennungsproducte nicht schon während ihrer Bildung im Feuerherde ihre Wärme theilweise an einen fremden Körper abgeben. Das letztere ist der Fall bei den Dampfkesselfeuerungen, bei denen wegen der Wärmeaufnahme des Kessels in der Feuerung nur eine wesentlich geringere Temperatur auftreten kann, als die gedachte Rechnung ergiebt. Nur für hüttenmännische Feuerungen, bei denen im Feuerraume die Wärme durch Gemölbe zusammengehalten wird und die heißen Gase erst in dem eigentlichen Erhitzungsraume ihre Wärme abzugeben haben, kann die gedachte Rechnung einigermaßen einen Anhalt geben.

Es möge als Beispiel wieder die Verbrennung von 1 kg Steinkohle, bestehend aus 0,80 C, 0,05 H und 0,10 O vorausgesetzt werden, wodurch nach §. 252 eine Wärmemenge von $W = 7756$ W.=E. entwickelt wird. Die aus dem Brennstoffe sich bildenden Gase bestehen nach dem vorigen Paragraphen aus

$$3,67 C = 3,67 \cdot 0,8 = 2,93 \text{ kg Kohlenäure}$$

und

$$9 H = 9 \cdot 0,05 = 0,45 \text{ kg Wasserdampf,}$$

während der einfachen Luftmenge nach (146) noch das Gewicht

$$8,88 C + 26,63 H - 3,33 O = 8,88 \cdot 0,8 + 26,63 \cdot 0,05 - 3,33 \cdot 0,1 \\ = 8,10 \text{ kg Stickstoff}$$

beigemengt ist. Nimmt man an, daß zur vollständigen Verbrennung die doppelte Luftmenge zugeführt werde, so findet sich in den Verbrennungsproducten die doppelte Menge Stickstoff im Betrage von

$$2 \cdot 8,10 = 16,20 \text{ kg}$$

vor, ebenso wie ein überschüssiges Sauerstoffquantum von

$$\frac{0,231}{0,769} 8,10 = 2,43 \text{ kg}$$

vorhanden ist. Da nun die spezifische Wärme c_p für constanten Druck für

Kohlensäure	0,2164
Wasserdampf „	0,4750
Stickstoff	0,2440
Sauerstoff	0,2175

ist und das gebildete Wasser zu seiner Verdampfung die latente Wärme $0,45 \cdot 536 = 241$ Wärmeeinheiten erfordert, so erhält man die gesuchte Temperatur t aus der Gleichung:

$$7756 - 241 = t (2,93 \cdot 0,2164 + 0,45 \cdot 0,475 + 16,2 \cdot 0,2440 + 2,43 \cdot 0,2175) = 5,329 t,$$

woraus

$$t = \frac{7515}{5,329} = 1410^\circ \text{C.}$$

folgt.

Durch derartige Rechnungen hat Péclet die folgende Tabelle für die mit verschiedenen Brennstoffen zu erzielenden theoretischen Temperaturen gefunden, welche bei Zuführung der einfachen, sowie der doppelten Luftmenge sich ergeben.

Tabelle der theoretischen Temperaturen der Verbrennungsgase für:

Brennstoff	Einfache Luftmenge	Doppelte Luftmenge
Trockenes Holz	2412° C.	1340° C.
Holz mit 30 Proc. Wasser	2166	1263
Holzkohle mit 7 Proc. Wasser und 7 Proc. Asche	2774	1387
Trockener Torf mit 5 Proc. Asche	2484	1405
Torf mit 20 Proc. Wasser	2350	1336
Mittlere Steinkohle	2800	1487
Coals mit 5 Proc. Asche	2755	1432

Wenn auch aus den vorbemerkten Gründen die Temperatur in der Feuerung der Dampfkessel immer eine wesentlich geringere ist, als die oben in

der dritten Spalte enthaltenen Zahlen angeben, so kann man doch aus den letzteren ein Urtheil über den Wärmeverlust gewinnen, welcher der nützlichen Verwendung dadurch entzogen wird, daß die Verbrennungsgase mit einer gewissen Temperatur durch den Schornstein entweichen. Diese Temperatur kann natürlich niemals geringer sein als diejenige der Dampfkesselwandung ist, sie muß sogar in allen Fällen der Ausführung beträchtlich höher sein, um durch die Esse einen genügend lebhaften Zug zu erzeugen. In der Regel verlassen die abziehenden Gase den Dampfkessel mit einer Temperatur von 250 bis 300° C. Legt man daher für die durch die Verbrennung höchstens erreichbare Temperatur nach der vorstehenden Tabelle etwa den Werth von 1400° zu Grunde, so ersieht man, daß selbst bei nur 250° warmen Schornsteingasen der durch die Esse entführte Wärmeverlust sich auf $\frac{250}{1400} = 0,179$ oder gegen 18 Proc. der ganzen zur Verfügung stehenden Wärme berechnet. Es ist klar, daß dieser Verlust unter den günstigsten Verhältnissen, d. h. unter der Annahme einer vollständigen Verbrennung allen Kohlenstoffes unvermeidlich ist, und daß bei einer mangelhaften Verbrennung in Folge der aus dem Schornsteine entweichenden unverbrannten Kohlentheilchen und Kohlenoxydgase der Verlust sich noch viel höher beziffern kann.

Man erkennt aus den Zahlen der angeführten Tabelle, welche in der zweiten Spalte die erreichbaren Temperaturen unter der Voraussetzung der einfachen Luftmenge angiebt, welchen günstigen Effect die in neuerer Zeit mehrfach auch für Dampfkessel in Anwendung gekommene Gasfeuerung verspricht. Bei dieser Feuerung wird unter beschränktem Luftzutritt und hoher Schichtung des Brennstoffes in einem besondern Ofen, dem Gasgenerator, die Kohle nur in Kohlenoxyd verwandelt, welches dann erst in dem eigentlichen Verbrennungsraume unter Zuführung der erforderlichen Verbrennungsluft vollständig zu Kohlenäure verbrannt wird. Hierbei hat man sowohl zu der Vergasung, wie zu der darauf folgenden Verbrennung nur genau die theoretisch erforderliche Menge atmosphärischer Luft hinzuzuführen, so daß in Folge hiervon die Temperaturen entsprechend höhere werden als bei den gewöhnlichen Kofffeuerungen. Dieser letztere Umstand hat den Gasfeuerungen für hüttenmännische Ofen eine viel verbreitete Verwendung verschafft, da sie selbst mit verhältnißmäßig schlechten und sonst werthlosen Brennstoffen wie Kohlenlösch, Grus, Sägemehl u. s. w. die höchsten Temperaturen erreichen lassen. Weniger häufig sind diese Feuerungen bisher bei Dampfkesseln angewendet worden, für welche nur mäßige Temperaturen erforderlich sind. Erst in neuerer Zeit hat man mehrfach versucht, Gasfeuerungen auch für Dampfkessel anzuwenden, mit Rücksicht auf die Ersparniß, welche damit verbunden ist, daß die geringere Menge der ent-

stehenden Verbrennungsgase auch eine entsprechend kleinere Wärmemenge durch die Esse entführt.

Brennstoffmenge. Es läßt sich nun leicht auch der Brennstoffaufwand §. 255. berechnen, der zur Erzeugung einer gewissen Dampfmenge erforderlich ist. Es wurde oben angegeben, daß die Gesamtwärme eines Kilogramms Dampf von der Spannung p oder der Temperatur t nach (79) durch

$$r = 606,5 + 0,305 t$$

bestimmt ist, und sonach ist die erforderliche Wärmemenge, um diesen Dampf aus 1 kg Wasser zu erzeugen, dessen Temperatur t_1 beträgt, durch

$$W = 606,5 + 0,305 t - t_1 \text{ Wärmeeinheiten}$$

ausgedrückt, wenn man die hier zulässige Annahme macht, daß die spezifische Wärme des Wassers zwischen 0° und t_1 constant gleich Eins sei.

Vor Ausführung der Versuche von Regnault berechnete man die Wärmemenge des Dampfes entweder mittelst einer hypothetischen Formel von Watt oder mittelst einer andern von Southern. Nach Watt, Sharp, Clément-Desormes, und zumal nach den neueren Beobachtungen von Pambour ist die Gesamtwärme des Dampfes bei allen Temperaturen eine und dieselbe, nimmt also die latente Wärme ab, wenn die sensible Wärme eine größere wird. Nimmt man an, daß bei der Bildung des Dampfes von 100° Temperatur eine Wärmemenge von 540 Cal. gebunden wird, so hat man hiernach die Wärmemenge, welche bei der Verwandlung des Wassers von t_1 Temperatur in Dampf von jeder Temperatur nöthig ist, einfach

$$W = 540 + 100 - t_1 = 640 - t_1.$$

Nach Southern, Poncelet u. A. wäre hingegen die latente Wärme des Dampfes constant (540 Cal.), nähme also die Gesamtwärme mit der Temperatur zu, und es wäre daher die Wärmemenge:

$$W = 540 + t - t_1.$$

Nimmt man die Temperatur des Wassers gleich Null an, und setzt man die des Dampfes $t = 100, 125, 150^\circ$ u. s. w., so läßt sich folgende Vergleichung machen:

Temperatur des Dampfes		50°	75°	100°	125°	150°	175°	200°
Wärmemenge nach	Watt	640	640	640	640	640	640	640
	Southern . . .	590	615	640	665	690	715	740
	Regnault . . .	621,7	629,4	637	644,6	652,2	659,9	667,5

Man ersieht hieraus, daß bei Temperaturen von 100 bis 150°, wie sie bei Dampfmaschinen meist vorkommen, das Watt'sche Gesetz nicht bedeutend von der Regnault'schen Formel abweicht, daß dagegen bei Temperaturen über 120° die Southern'sche Regel schon auf ansehnlichere Abweichungen führt.

Wenn man, nach Regnault, $W = 606,5 + 0,305 t - t_1$ setzt, so erhält man das Wärmequantum, welches zur Verwandlung der Wassermenge $Q\gamma$ Kilogramm in Dampf nöthig, d. i.:

$$W = (606,5 + 0,305 t - t_1) Q\gamma \text{ Calorien} . . \quad (156)$$

Nehmen wir für t und t_1 Mittelwerthe an, setzen wir $t = 125$ und $t_1 = 15^\circ$, so erhalten wir:

$$W = 630 \text{ Calorien.}$$

Wenden wir mitteltgute Steinkohle zur Verbrennung an, und setzen wir voraus, daß $\frac{2}{3}$ der dadurch entwickelten Wärme zur Wirkung gelange, so können wir die durch 1 kg Kohle gewonnene Wärmemenge zu

$$\frac{2}{3} \cdot 7500 = 5000 \text{ Calorien}$$

setzen, und da nach der letzten Regel die Wärmemenge, welche 1 kg Wasser von 10° Temperatur zur Verwandlung in Dampf erfordert, 630 Cal. ist, so läßt sich hiernach annähernd als richtig annehmen, daß jedes Kilogramm Kohlen-

stoff bei seiner Verbrennung $\frac{5000}{630} = 7,93$ kg Dampf liefere oder 1 kg

Dampf zu seiner Erzeugung 0,126 kg Steinkohle erfordere. Erfahrungsmäßig giebt 1 kg Steinkohle 5 bis 7 kg, 1 kg Coaks $4\frac{2}{3}$ bis 5,8 kg, 1 kg Holzkohle 6 kg und 1 kg Holz 2,5 bis 2,7 kg Dampf (f. Guide du chauffeur par Grouvelle et Jaunez).

Für die zur Dampferzeugung dienenden Steinkohlen sind folgende Mittelwerthe in Anwendung zu bringen.

Steinkohlen	Gewicht roher Steinkohle pr. Tonne zu je 4 Scheffel	Wassergehalt in Procenten der rohen Kohle	Unverbrennliche Rückstände in Procenten der rohen Kohle	Effective Verdampfungs-kraft; Dampfmenge pr. kg roher Kohle
nordamerikanische	180,5 kg	1,39	10,3	8,27 kg
englische	190,8 "	3,37	7,8	7,82 "
preussische	174,6 "	3,00	4,8	8,28 "
sächsische	183,8 "	10,83	25,5	8,20 "

Noch lassen sich folgende Mittelwerthe annehmen.

Name des Brennstoffs	Gewicht des Brennstoffs	Wassergehalt	Dampfproduction in Kilogr. beim angegebenen Wassergehalt	
			von 1 kg	von 1 Klafter
Nadelholz	1 Klafter = 3,339 cbm = 1300 kg	15 Proc.	4,0	5200
Laubholz	1 " = 1500 "	15 "	3,7	5550
				von 1000 St.
Torf	1000 Stück = 900 kg	25 "	3,64	3276
Braunkohle	1 Scheffel = 145 "	30 "	3,95	575

Beispiel. Welchen Steinkohlenaufwand erfordert ein Dampfessel, welcher in jeder Minute 5 cbm Dampf von 4 Atmosphären Spannung liefert, wenn ihm das Speisewasser mit einer Temperatur von 40° C. zugeführt wird?

Nach der Tabelle in §. 235 ist für Dampf von 4 Atmosphären Spannung die Temperatur $t = 144^\circ$, und das Gewicht von 1 cbm gleich 2,2303 kg. Demgemäß erfordert das Gewicht $5 \cdot 2,2303 = 11,152$ kg des 40° warmen Speisewassers die Wärme von

$$W = 11,152 (606,5 + 0,305 \cdot 144 - 40) = 11,152 \cdot 610,4 = 6807 \text{ W.-E.}$$

Nimmt man an, daß 1 kg Steinkohle effectiv 4500 Wärmeeinheiten liefere, so findet sich die Kohlenmenge in jeder Minute zu

$$\frac{6807}{4500} = 1,513 \text{ kg}$$

oder stündlich zu

$$K = 90,8 \text{ kg.}$$

Die zur Verbrennung erforderliche theoretische Luftmenge berechnet sich nach §. 253 für Sinterkohle, wie solche meistens für Dampfessel verwendet wird, zu $1,513 \cdot 6,977 = 10,556$ cbm, so daß man für die Zuführung des doppelten Luftquantums von 21,112 cbm pr. Minute wird sorgen müssen. Die gebildeten Verbrennungsproducte nehmen nach der Tabelle in §. 253 bei 300° C. ein Volumen ein von $1,513 \cdot 15,621 = 23,635$ cbm. Rechnet man noch das auf 300° C. reducirte Volumen der überschüssig hinzugeführten 10,556 cbm Luft von 15° mittlerer Temperatur mit $\frac{273 + 300}{273 + 15} \cdot 10,556 = 21,002$ cbm hinzu, so erhält man das durch den Schornstein abzuführende Gasgemenge für jede Minute zu

$$23,635 + 21,002 = 44,637 \text{ cbm}$$

oder pr. Secunde zu

$$\frac{44,637}{60} = 0,744 \text{ cbm,}$$

wonach die betreffenden Querschnitte des Rauchcanales zu bemessen sind, wie im folgenden Capitel gezeigt wird.

Ueber die Wärme handeln außer dem mehrfach genannten größern Werke von Péclet, *Traité de la chaleur, considérée dans ses applications*, Paris, 1860, die Lehrbücher der Physik von Müller, Ganot, Wüllner u. A., sowie besonders die Wärmekunst und deren Anwendung von Schinz, Stuttgart, 1858. Die Grundlehren der mechanischen Wärmetheorie finden sich besonders von Clausius in verschiedenen Abhandlungen in Pogendorff's Annalen behandelt, welche auch in einem besondern Werke erschienen sind. Ferner ist hier das im Vorstehenden mehrfach angezogene Werk Zeuner's, *Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie*, 2. Auflage, 1866, sowie Grasshof's *Maschinenlehre* anzuführen. Auch sind über die mechanische Wärmetheorie die Werke von Auerbach, Rühlmann, Röntgen, Krebs veröffentlicht; eine interessante Behandlung findet der Gegenstand in dem Werke Tyndall's: *Die Wärme, betrachtet als eine Art der Bewegung*. Die vorzüglichsten Arbeiten von Rankine, Thomson u. A. sind meist in wissenschaftlichen Zeitschriften niedergelegt.

In Betreff der Heizkraft der Brennmaterialien ist anzuführen: Untersuchungen über die Heizkraft der wichtigeren Brennstoffe im preussischen Staate von P. W. Brigg, Berlin, 1853. A report to the navy department of the United States on Americal coals etc., Philadelphia 1844, im Auszuge in den Verhandlungen des Ver. z. Beförd. d. Gewörl. in Preußen, 1846. Siehe auch *Formules, Tables etc. ou Aide-Mémoire des Ingenieurs etc.* par Claudel, Paris 1854. Ferner Untersuchungen über die Heizkraft der Steinkohlen Sachsens von Ernst Hartig, Leipzig 1860, sowie: *Des Machines à vapeur par Morin et Treska*, Tome I, Production de la vapeur, Paris 1863.