Zweiter Abschnitt.

Die hydraulischen Motoren.

Erstes Capitel.

Von der Wasserkraft.

§. 34. **Wasserleitungen.** Das *Aufschlagewasser*, d. i. das Wasser, wodurch Maschinen in Bewegung gesetzt werden, nimmt man meistens aus Bächen und Flüssen, oft auch aus Seen und Teichen und nur selten direct aus Quellen. In den meisten Fällen kann die Maschine nicht unmittelbar am Fassungspunkte des Wassers aufgestellt werden, sondern es ist dieselbe hiervon mehr oder weniger entfernt, und daher fast immer eine *Wasserleitung* nöthig, um das Aufschlagewasser vom Fassungspunkte nach der Maschine zu führen. Die Wasserleitungen sind entweder *oben offen* oder *ringsum verschlossen*. Zu den offenen Wasserleitungen gehören die Canäle, Gräben und Gerinne, zu den geschlossenen aber die Röhrenleitungen. *Canäle* sind die größeren, meist schiffbaren, *Gräben* aber die kleineren, niemals schiffbaren, aus Mauern, Steinen, Erde oder Sand gebildeten, *Gerinne* (Spundstücke) endlich die aus Holz, Eisen oder Steinen künstlich zusammengesetzten oben offenen Wasserleitungen. Die *Röhrenleitungen* bestehen aus cylindrisch oder prismatisch geformten Röhren von Eisen, Holz, Thon, Steinen, Glas u. s. w. In ihnen führt man meist nur kleinere Wassermengen ab. Uebrigens haben sie vor den offenen Wasserleitungen den Vorzug, daß sie mit beliebigem Steigen und Fallen angelegt werden können, während die offenen Wasserleitungen vom Fassungspunkte aus stets fallen müssen. Es lassen sich daher durch Röhrenleitungen Thäler, Schluchten und Anhöhen überschreiten, ohne Ueberbrückungen oder Unterführungen nöthig zu haben. Um dagegen mit oben offenen Wasserleitungen

große Umwege zu vermeiden, ist es nöthig, bei Ueberschreitung von Vertiefungen oder Erhöhungen der Erdoberfläche, in welche letztere diese Leitungen gewöhnlich eingeschnitten sind, sogenannte Aquäducte oder Röschen (unterirdische Canäle) anzulegen.

Wehre. Die fließenden Wasser, aus denen man den Aufschlag für eine Maschine nimmt, sind Bäche oder Flüsse. Die lebendige Kraft der fließenden Wasser ist — bei der mäßigen Geschwindigkeit von 0,3 bis 2 m — meist nicht hinreichend, um sie zum Umtriebe von Maschinen benutzen zu können; um dieselbe zu erhöhen, oder um das Wasser durch sein Gewicht wirken lassen zu können, ist es daher nöthig, ein größeres Gefälle des Wassers an einer Stelle zu concentriren. Dies kann entweder durch Aufstauen oder durch Anordnung von Canälen oder durch eine Verbindung beider Mittel geschehen. Das Aufstauen des Wassers erfolgt durch Wehre, d. i. durch quer über einen Bach oder Fluß weggehende Dämme. Man unterscheidet Ueberfallwehre oder Ueberfälle und Durchlaß- oder Schleusenwehre von einander. Während bei jenen das Wasser frei über der höchsten Schwelle oder Kappe wegfließen kann, wird es bei diesen durch aufgestellte Schutzbretter (Fallschützen) noch über der Wehrkappe aufgestaut. In der Regel will man durch die Ueberfallwehre das aufgestaute Wasser oder einen Theil desselben zum Eintritt in einen nahe oberhalb des Wehres einmündenden Canal nöthigen, um es durch diesen nach der Umtriebsmaschine zu führen, wogegen man mit den Durchlaßwehren beabsichtigt, dem Wasser eine erhöhte lebendige Kraft zu ertheilen und dadurch die unmittelbar unter dem Wehre befindliche Maschine in Bewegung zu setzen. §. 35.

Bei größeren Flüssen und Strömen wendet man oft Dämme an, welche nicht über die ganze Breite des fließenden Wassers weggehen, um eine Aufstauung zu bewirken. Solche Dämme nennt man lichte Wehre, während man die den ganzen Strom absperrenden Wehre dichte Wehre zu nennen pflegt. Brückenpfeiler, Buhnen und andere das Querprofil eines fließenden Wassers verengende Einbaue sind ebenfalls als lichte Wehre anzusehen.

Was die am häufigsten vorkommenden Ueberfallwehre betrifft, so unterscheidet man vollkommene Ueberfälle von den unvollkommenen Ueberfällen oder Grundwehren. Bei jenen Wehren liegt die Ueberfallschwelle noch über der Oberfläche des Unterwassers, und es findet daher hier ein freier Ausfluß statt, bei diesen hingegen liegt diese Schwelle unter dem Spiegel des abfließenden Wassers, es erleidet also hier ein Theil des überfließenden Wassers eine Rückwirkung vom Unterwasser.

Durch alle eben angeführten Einbaue erleidet das fließende Wasser eine Stauung, d. i. eine Erhöhung seines Wasserspiegels und eine damit nothwendigerweise verbundene Geschwindigkeitsverminderung oberhalb des Einbaues. Von besonderer Wichtigkeit sind die Stauhöhe und Stauweite. Jene ist die Höhe der Oberfläche des aufgestauten Wassers über dem ersten Wasserspiegel oder der Oberfläche des frei abfließenden Wassers unmittelbar unterhalb des Wehres, diese hingegen ist die Längenerstreckung des Aufstauens, vom Wehre aus aufwärts gemessen. Es ist nun eine wichtige Aufgabe, zu ermitteln, in welchem Verhältnisse die Stauhöhe zu den Dimensionen des Wehres steht, und nach welchem Gesetze die Stauung von der Entfernung vom Wehre abhängt, und wo dieselbe als verschwindend klein angesehen werden kann.

Die Kenntniß dieser Verhältnisse ist nicht allein deshalb nothwendig, weil durch zu große oder zu weit sich erstreckende Stauungen leicht Ueberschwemmungen herbeigeführt, sondern auch weil durch dieselben die am fließenden Wasser aufwärts liegenden Etablissements durch Entziehung von Gefälle in ihrem Gange gestört werden können. Aus diesem Grunde werden denn auch neben den Wehren die sogenannten Aichpfähle oder Pegel eingesetzt, an welchen die Lage der Ueberfallschwelle angegeben wird, und deren Verrückung gesetzlich verboten ist. Oft versieht man die Pegel mit einer Scala zum Ablesen der Wasserstände.

Das mit erhöhter Geschwindigkeit von einem dichten Wehre herab- oder zwischen den Pfeilern eines lichten Wehres hindurchfließende Wasser nimmt, ehe es in die dem Gefälle des Flußbettes entsprechende gleichförmige Bewegung übergeht, eine wellenförmige und zum Theil eine wirbelnde Bewegung an, wodurch ihm sein Ueberschuß an bewegender Kraft entzogen wird. Durch die erhöhte Geschwindigkeit und durch die wirbelnde Bewegung des Wassers wird eine Reaction auf das Grundbett herbeigeführt, die oft sehr nachtheilige Folgen haben würde, wenn man das Grundbett zunächst unterhalb des Wehres nicht durch ein Steinpflaster u. s. w. schützte.

Das Wasserquantum eines Baches oder Flusses ist zu verschiedenen Zeiten verschieden, und man kann unterscheiden: Großwasser, welches nur auf kurze Zeit, nach starken Regengüssen u. s. w. eintritt, Mittelwasser, welches zumal im Herbst und Frühjahr und im Ganzen mindestens die Hälfte des Jahres vorzufinden ist, Kleinwasser, welches nur auf kurze Zeit im Sommer vorkommt, und endlich Immerwasser, die kleinste, nur in sehr trockenen Jahren (z. B. in Deutschland im Sommer 1842) zu beobachtende Wassermenge. Es ist nun erforderlich, wenigstens das Mittel- und Kleinwasser des Baches zum Umtriebe einer Maschinenanlage zu kennen, um hiernach nicht nur die Maschine, sondern auch das Wehr und die Gräben anordnen und construiren zu können. Aus diesem Grunde sind denn vor

Allem nach einer der in Thl. I angegebenen Methoden zu verschiedenen Zeiten Wassermessungen anzustellen. Es ist dann eine Regel, das Wasser durch Wehre nur so hoch aufzustauen, daß es zur Zeit des Großwassers nicht übertrete und die Umgegend überschwemme.

Für das Maschinenwesen sind die Ueberfallwehre die wichtigsten. Sie bilden entweder einen geraden, meistens winkelrecht gegen den Stromstrich gerichteten Damm, oder sie bestehen aus zwei gegen den Strom gerichteten und in der Mitte zusammenstoßenden Dämmen, deren Spitze nach Befinden durch einen kurzen Zwischendamm abgeschnitten oder abgerundet ist, oder sie sind kreisbogenförmige, mit ihrer Convexität der Bewegung des Wassers entgegengerichtete Dämme. Die Wehre werden von Holz, oder von Steinen, oder von beiden zugleich erbaut. Sie können selten auf festes Gestein gegründet werden, sondern man muß dieselben meist auf einen Pfahlrost betten. Die Querprofile ganz oder theilweise hölzerner Wehre haben mehr oder weniger die Form eines Fünfecks $ABCDE$, Fig. 110, bei welchem AB die Brust, BC die Vordecke, CD die Abschußdecke, DE der Rücken, sowie EA die Sohle und C die Ueberfallsschwelle oder der Sattel, auch Wehrbaum genannt wird. Die Querprofile steinerner

Fig. 110.

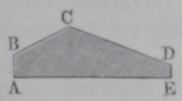
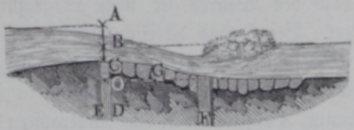


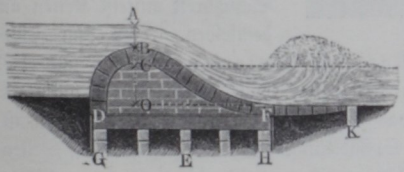
Fig. 111.



Wehre werden in der Regel von oben durch krumme Linien gebildet, die sich an das Fünfeck mehr oder weniger anschließen, um den Abfluß des Wassers zu erleichtern.

Ein unvollkommener Ueberfall, wie Fig. 111, besteht aus einer Reihe von quer über das Bett weggehenden Pfählen D mit dem darüber liegenden Fachbaume C, ferner aus einer Spundwand E vor der Pfahlreihe, aus einer zweiten, tiefer unten eingerammten Pfahlreihe F und aus einem Steinpflaster G zwischen beiden Pfahlreihen.

Fig. 112.

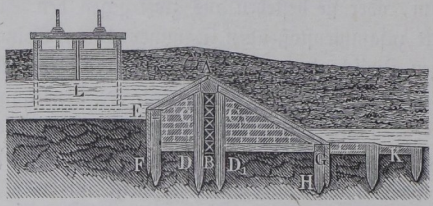


Das vollkommene Ueberfallwehr in Fig. 112 ruht auf einem Pfahlroste DEF mit zwei Spundwänden G und H, und ist aus großen Steinen gewölbförmig mit hydraulischem Mörtel aufgemauert. Um das Schußbett HK vor dem Ausspülen

sicher zu stellen, ist es mit großen Steinen gepflastert und unten noch durch eine Pfahlreihe K begrenzt.

Die Construction eines hölzernen Wehres ist in Fig. 113 ersichtlich. Hier ist AB eine aus über einander liegenden Balken bestehende Wand, A der Wehrbaum, CD und $C_1 D_1$ sind Pfahlreihen zu beiden Seiten dieser

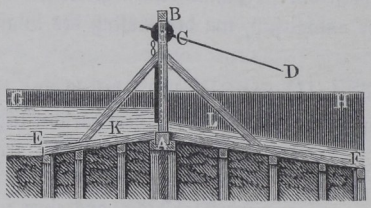
Fig. 113.



Wand, EF und GH zeigen zwei andere, außen mit Spundwänden bekleidete und oben durch Schwellen E und G bedeckte Pfahlreihen, CE und $C_1 G$ stellen Streben vor, welche den Wehrbaum A mit den Schwellen E und G verbinden und noch mit Bohlen überdeckt sind. Die inneren Räume werden ausgemauert oder mit Thon ausgeschlagen. Das Sturzbett K unterhalb des Wehres ist noch ausgepfählt und mit großen Steinen gepflastert. Bei L sind die Schutzbretter an dem Kopfe des Aufschlagewassergrabens ersichtlich.

Ein Schleusenwehr ist endlich in Fig. 114 abgebildet. A ist der Fachbaum, AB sind die in ihm eingezapften Griessäulen, zwischen welchen sich die Schützen in Falzen bewegen. Die Vorrichtungen zum Aufziehen der Schützen sind sehr mannigfaltig. Die in der Figur angedeutete besteht in einer Art Kreuzhaspel CD, und es hängt hier das Schutzbrett mittelst Ketten an demselben. Von dem Fachbaume A aus neigen sich das Vor- und Hinterfluther AE und AF abwärts, beide ruhen auf einem Pfahlroste, sowie der Fachbaum auf einer Reihe von Grundpfählen; um das Eindringen des Wassers zu verhüten, ist dieser Pfahlrost durch ein Paar Spundwände geschlossen. Zu beiden Seiten stehen noch die aus starken Bohlen gebildeten und sich gegen lange Pfähle stützenden Seitenwände GH. Noch sind die mittleren Griessäulen mit Streben K, L gestützt, wovon die oberen (K) zugleich mit als Eisbrecher dienen.

Fig. 114.



Stauhöhe bei Ueberfällen. Mit Hülfe der in der Hydraulik vorgetragenen Lehren lassen sich die Stauverhältnisse bei Wehren ohne Schwierigkeiten ermitteln. §. 36.

Fig. 115.

Ist bei dem vollkommenen Ueberfalle, Fig. 115, h die Druckhöhe AB, b die Breite und k die der Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$, so hat man die Wassermenge des Ueberfalls (Thl. I):

$$Q = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g} [(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist umgekehrt diese Wassermenge Q bekannt, so folgt die entsprechende Druckhöhe über der Ueberfallschwelle:

$$h = \left(\frac{{}^3/_2 \, Q}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2} \right)^{2/3} - k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Um nun die einer gegebenen Stauhöhe $AC = h_1$ entsprechende Wehrhöhe $BO = x$ zu finden, setzen wir:

$$AC + CO = AB + BO,$$

oder wenn wir die ursprüngliche Wassertiefe oder die Tiefe CO des Unterwassers durch a bezeichnen,

$$h_1 + a = h + x,$$

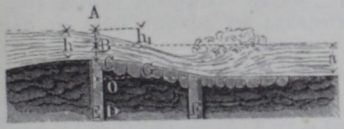
also:

$$x = a + h_1 - h.$$

Bei etwas hoher Aufstauung, wo x mindestens 0,6 m beträgt, kann man die Geschwindigkeitshöhe k des ankommenden Wassers unbeachtet lassen und daher

$$x = a + h_1 - \left(\frac{{}^3/_2 \, Q}{\mu b \sqrt{2g}} \right)^{2/3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Fig. 116.



setzen, und es ist, vorläufigen Berechnungen der hierüber vom Verfasser angestellten Versuche zufolge,

$$\mu = 0{,}80$$

anzunehmen.

Bei dem unvollkommenen Ueberfall, Fig. 116, ist die Rechnung complicirter, weil sich hier zwei verschiedene Ausflußverhältnisse mit einander combiniren. Es ist nämlich hier die Wasserhöhe $AC = h$ über der

Schwelle größer als die Stauhöhe $AB = h_1$, und es fließt daher nur das Wasser oberhalb B frei aus, dagegen das Wasser unterhalb B unter der Druckhöhe $AB = h_1$. Deshalb ist die durch AB fließende Wassermenge:

$$Q_1 = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g}[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

dagegen das durch $BC = h - h_1$ strömende Wasserquantum:

$$Q_2 = \mu b(h - h_1) \sqrt{2g}\,(h_1 + k)^{1/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und hiernach das ganze Abflußquantum $Q_1 + Q_2$ zu setzen:

$$Q = \mu b \sqrt{2g}\,\{{}^2/_3[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}] + (h - h_1)(h_1 + k)^{1/2}\} \quad (6)$$

Aus dem Wasserquantum Q und der Stauhöhe h_1 folgt nun die Höhe des oberen Wasserspiegels über dem Fachbaume:

$$h = h_1 + \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}\,(h_1 + k)} - {}^2/_3 \frac{(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}}{(h_1 + k)^{1/2}} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

woraus sich dann die Wehrhöhe

$$CO = x = a + h_1 - h$$

ergiebt.

Für kleinere Werthe von k läßt sich daher einfacher

$$x = a + {}^2/_3 h_1 - \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

setzen. Es ist übrigens $h > h_1$, also der Ueberfall ein unvollkommener, wenn

$$Q > {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g}\,[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ausfällt.

Ist die Längenaxe des Wehrdammes kreisbogenförmig, so muß man statt b die Bogenlänge der Dammkappe einführen, und in

$$k = \frac{c^2}{2g}, \quad c = \frac{Q}{b\,(a + h_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

setzen.

Beispiel. Ein Bach von 10 m Breite und 1 m Tiefe führt 12 cbm Wasser pr. Secunde und soll durch ein Ueberfallwehr 1,5 m höher aufgestaut werden; man sucht die erforderliche Wehrhöhe. Da die Aufstauung ziemlich groß ist, so kann man erwarten, daß zur Berechnung der gesuchten Höhe die einfache Formel

$$x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b\sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

genügen werde. Es ist in dieser Formel $a = 1$, $h_1 = 1{,}5$, $Q = 12$, $b = 10$, $\mu = 0{,}80$ und $\sqrt{2g} = 4{,}429$, weshalb daher die Wehrhöhe folgt:

$$x = 1 + 1{,}5 - \left(\frac{3 \,.\, 12}{2 \,.\, 0{,}8 \,.\, 10 \,.\, 4{,}429}\right)^{2/3} = 2{,}5 - 0{,}636 = 1{,}864 \text{ m},$$

und daher der Ueberfall wirklich ein vollkommener, wie vorausgesetzt wurde. Sollte das Wasser nur 1 m aufgestaut werden, so hätte man der letzten Formel zufolge

$$x = 1 + 1 - 0{,}636 = 1{,}364 \text{ m},$$

also der Ueberfall noch vollkommen. Um dagegen das Wasser nur um 0,5 m aufzustauen, ist auf jeden Fall nur ein unvollkommener, d. h. nicht aus dem Niveau des Unterwassers hervorragender Wehrdamm nöthig. Wendet man die vollständige Formel an, und setzt in ihr

$$k = \frac{c^2}{2g} = 0{,}051 \left[\frac{Q}{(a + h_1)\, b}\right]^2 = 0{,}051 \left[\frac{12}{(1 + 0{,}5)\, 10}\right]^2 = 0{,}033 \text{ m}$$

und μ wieder gleich 0,80, so erhält man nach (7):

$$h - h_1 = \frac{12}{0{,}8 \,.\, 10 \,.\, 4{,}429 \sqrt{0{,}533}} - \frac{2}{3} \frac{0{,}533^{3/2} - 0{,}033^{3/2}}{0{,}533^{1/2}}$$
$$= 0{,}464 - 0{,}350 = 0{,}114 \text{ m}.$$

Es muß also die Ueberfallschwelle um 114 mm unter der Oberfläche des ungestauten Unterwassers stehen, und demnach das Wehr selbst die Höhe

$$x = a + h_1 - h = 1 - 0{,}114 = 0{,}886 \text{ m}$$

erhalten.

Stauhöhe bei Durchlässen. Die Stauverhältnisse bei einem Durchlaßwehre sind nach der Theorie des Ausflußes durch Schutzöffnungen zu beurtheilen. Es können hier drei Fälle vorkommen; entweder fließt das Wasser frei aus, oder es fließt unter Wasser aus, oder es fließt theils frei, theils unter Wasser aus. Beim freien Ausfluß, wie er z. B. bei dem in Fig. 114 abgebildeten Schleusenwehre vorkommt, hängt die Ausflußgeschwindigkeit nur von der Druckhöhe h ab, welche von der Mitte der Schutzöffnung bis zum Wasserspiegel zu messen ist. Ist dann noch a_0 die Oeffnungshöhe und b die Oeffnungsbreite, so hat man: §. 37.

$$Q = \mu a_0 b \sqrt{2gh} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

und daher umgekehrt:

$$h = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu a_0 b}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

oder mit Berücksichtigung der Geschwindigkeitshöhe k des ankommenden Wassers:

$$h = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu a_0 b}\right)^2 - k \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Für die Oeffnungshöhe folgt hieraus die Formel:

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

oder wenn die Stauhöhe h_1 über der Schwelle gegeben ist,

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a_0}{2}\right)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Versuchen des Verfassers zufolge, läßt sich hier $\mu = 0{,}60$ setzen.

Staut das Unterwasser bis zur Schütze zurück, wie z. B. in Fig. 117 vorgestellt wird, so hat man den Niveauabstand $AB = h$ als Druckhöhe einzuführen und die obige Formel zu gebrauchen. Es ist also auch hier die einer gegebenen Stauhöhe h entsprechende Oeffnungshöhe:

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Wenn endlich das Niveau des Unterwassers innerhalb der Mündung liegt, so fließt ein Theil des Wassers frei, und ein anderer Theil unter Wasser

Fig. 117.

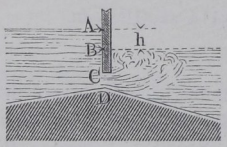
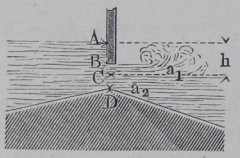


Fig. 118.



aus. Ist die Stauhöhe oder der Niveauabstand AC zwischen beiden Wasserspiegeln, Fig. 118, gleich h, die Höhe BC des über dem Unterwasserspiegel befindlichen Theiles der Mündung gleich a_1, und die Höhe CD des unter diesem Spiegel liegenden Mündungsstückes gleich a_2, so hat man die Wassermenge für den ersten Theil:

$$Q_1 = \mu a_1 b \sqrt{2g\left(h - \frac{a_1}{2}\right)},$$

und für den zweiten:

$$Q_2 = \mu a_2 b \sqrt{2gh};$$

daher die ganze Abflußmenge:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \mu b \sqrt{2g}\left(a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} + a_2 \sqrt{h}\right) \quad \ldots \quad (6)$$

Aus der Ausflußmenge Q, Stauhöhe h und der Tiefe a_2 der Wehrkappe unter dem Unterwasserspiegel ergiebt sich der Abstand des Schutzbrettes von eben diesem Spiegel:

$$a_1 = \left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}} - a_2 \sqrt{h}\right) : \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Beispiele. 1. Wie hoch sind die Schutzbretter eines Schleusenwehres, Fig. 114, zu ziehen, welches eine Wassermenge von 10 cbm abführen soll, bei einer Breite $b = 8$ m und einem Wasserstande $h_1 = 1{,}5$ m über der Ueberfallschwelle? Bei freiem Abfluße ist nach (5):

$$a_0 = \frac{10}{0{,}6 \,.\, 8 \,.\, 4{,}429 \sqrt{1{,}5 - \frac{a_0}{2}}} = \frac{0{,}470}{\sqrt{1{,}5 - \frac{a_0}{2}}}.$$

Setzt man im Nenner zunächst annähernd für a_0 den Werth $\frac{0{,}470}{\sqrt{1{,}5}} = 0{,}4$, so erhält man genügend genau die gesuchte Oeffnungshöhe

$$a_0 = \frac{0{,}470}{\sqrt{1{,}5 - 0{,}2}} = \frac{0{,}470}{1{,}140} = 0{,}412 \text{ m}.$$

2. Welcher Schützenzug ist bei dem in Fig. 117 abgebildeten Wehre nöthig, um 4 cbm Wasser pr. Secunde unter einer Druckhöhe von 0,5 m bei 10 m Mündungsweite abfließen zu lassen. Hier findet Ausfluß unter Wasser statt (Fig. 117), und es ist daher nach (4):

$$a_0 = \frac{4}{0{,}6 \,.\, 10 \,.\, 4{,}429 \sqrt{0{,}5}} = 0{,}213 \text{ m}.$$

3. Man will die Wassermasse bestimmen, welche durch eine Schutzöffnung, wie Fig. 118, strömt, deren Weite $b = 6$ m und Höhe $BD = a_1 + a_2 = 0{,}4$ m ist, wenn die Druckhöhe $AC = h = 0{,}6$ m, und der Wasserstand über der Schwelle, $a_2 = 0{,}15$ m beträgt. Man hat hier:

$$\mu b \sqrt{2g} = 0{,}6 \,.\, 6 \,.\, 4{,}429 = 15{,}944,$$

ferner

$$a_2 \sqrt{h} = 0{,}15 \sqrt{0{,}6} = 0{,}116$$

und

$$a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} = (0{,}4 - 0{,}15) \sqrt{0{,}6 - \frac{0{,}25}{2}} = 0{,}172,$$

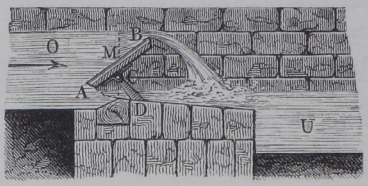
daher die gesuchte Wassermenge nach (6):

$$Q = 15{,}944 \,(0{,}116 + 0{,}172) = 4{,}592 \text{ cbm}.$$

Anmerkung. Setzt man ein Schützenwerk über die Kappe eines Ueberfallwehres, so erhält man einen vereinigten Schleusenüberfall. Auch hat man noch sogenannte bewegliche Wehre, wo die Höhe der Ueberfallschwelle nach Bedürfniß verändert, und zwar bei Hochwasser verkleinert und bei Niederwasser vergrößert werden kann. Die einfachsten Wehre dieser Art sind die Balkenwehre, wo die den Aufstau bewirkende Wand aus lose über einander liegenden Balken oder Pfosten besteht, nächstdem gehören auch hierher die sogenannten Nadelwehre, wo diese Wand aus aufrecht stehenden Pfosten, den sogenannten Nadeln, gebildet wird, welche an ihren oberen Enden mit einander durch ein starkes Seil verbunden sind, und sich übrigens gegen einen festen Rahmen stemmen. Die beweglichen Wehre im eigentlichen Sinne bestehen aus Schützen oder Fallthüren, welche sich bei hohem Wasserstande von selbst öffnen und bei niedrigem Wasserstande von selbst verschließen. Ein einfaches Wehr dieser Art ist in Fig. 119 abgebildet, O ist das Ober-, sowie U das Unterwasser, und AB eine um C drehbare Fallthür, welche eine verticale Stellung annimmt und sich mit

ihrem Fuße A gegen die Schwelle D stemmt, wenn der Oberwasserspiegel bis auf eine gewisse Höhe herabsinkt, und dagegen sich dreht und öffnet, wenn der Wasserspiegel auf eine gewisse Höhe steigt. Steht dieser Wasserspiegel an der oberen Kante B der Klappe, so befindet sich (nach Thl. I) der Mittelpunkt M des Wasserdruckes auf AB um $BM = \frac{2}{3} BA$ unter B; es ist daher auch die Drehaxe C so anzubringen, daß sie in der Richtung von AB, von B doppelt so viel absteht als von A. Man kann nun leicht ermessen, daß sich die Klappe von links nach rechts drehen und folglich öffnen muß, wenn der Wasserspiegel über B steigt, und daß sie sich von rechts nach links drehen und folglich schließen muß, wenn der Wasserspiegel unter B herabsinkt. Es gehört hierher auch die selbstwirkende Schütze von Chaubart, welche sich wälzend dreht (s. „Civilingenieur" Bd. III, 1857).

Fig. 119.



Die beweglichen Wehre haben mit den Schleusenwehren vor den einfachen Ueberfällen den Vorzug, daß durch sie beim Eintritt des Hochwassers der übermäßige Aufstau, wobei leicht Ueberschwemmungen eintreten und ein starkes Ablagern von Schlamm vorkommt, verhindert wird.

§. 38. Die Stauverhältnisse bei lichten Wehren, Brückenpfeilern und Buhnen sind fast ebenso zu ermitteln, wie die bei Ueberfällen. Bei dem lichten Wehre BE, Fig. 120, erfolgt dadurch eine Aufstauung, daß die Flußbreite AC hinter dem Wehrdamme in die kleinere Breite AB übergeht. Wenn nun der Seitencanal D ganz geschlossen ist (was wir der Sicherheit

Fig. 120.

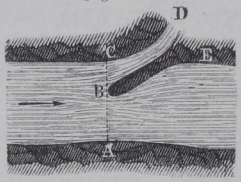
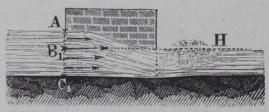


Fig. 121.



wegen voraussetzen wollen), so muß das ganze Wasser Q durch den verengten Raum AB hindurchfließen. Setzt man nun die Breite $AB = b$, die Stauhöhe AB_1, Fig. 121, $= h$, und die Höhe $B_1 C_1$ des Unterwassers $= a$, so hat man die frei über dem Unterwasser ausfließende Wassermenge:

$$Q_1 = \tfrac{2}{3} \mu b \sqrt{2gh^3},$$

und das im Unterwasser abfließende Wasserquantum:

$$Q_2 = \mu b a \sqrt{2gh},$$

daher das ganze Abflußquantum:

$$Q = \mu b \sqrt{2gh} \, (\tfrac{2}{3} h + a).$$

Umgekehrt folgt daher die einer gegebenen Stauhöhe h entsprechende Breite des Abflußwassers:

$$b = \frac{Q}{\mu\,(^2/_3\,h + a)\sqrt{2gh}}.$$

Ist die Aufstauung (h) klein, oder die Geschwindigkeit des Wassers groß, so muß man noch die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers berücksichtigen. Bezeichnet wieder k die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers, so hat man:

$$Q_1 = {}^2/_3\,\mu b\sqrt{2g}\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}],$$

sowie

$$Q_2 = \mu b a\sqrt{2g\,(h + k)},$$

und daher:

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\,\{{}^2/_3\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] + a\,(h + k)^{1/2}\},$$

also umgekehrt:

$$b = \frac{Q}{\mu\sqrt{2g}\,\{{}^2/_3\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] + a\,(h + k)^{1/2}\}} \quad \cdot \quad (4^a)$$

Während bei der freien Bewegung des Wassers in Flußbetten die Geschwindigkeit im Wasserspiegel am größten ist und dieselbe nach dem Boden zu immer mehr und mehr abnimmt (Bd. I), findet bei dem durch irgend eine Ursache aufgestauten Wasser ein anderes Verhältniß statt, es nimmt nämlich hier die Geschwindigkeit von der Oberfläche des Oberwassers allmälig zu bis zur Oberfläche des Unterwassers, und von da an bis zur Sohle wieder, jedoch nur wenig, ab; es findet also eine Geschwindigkeitsveränderung statt, wie sie durch die Pfeile in Fig. 121 angedeutet wird. Die Richtigkeit dieses Verhältnisses folgt daraus, daß das Wasser über dem Unterwasserspiegel unter einer von o bis h wachsenden, unter demselben aber unter der constanten Druckhöhe h abfließt, während bei der ungehinderten Bewegung die Druckhöhe in allen Tiefen = Null ist.

Die obige Formel (4^a) findet ihre Anwendung auch bei Brückenpfeilern, wenn man hier unter b die Summe der Strombreiten zwischen den Pfeilern versteht. Um die den Pfeilern und dem Grundbette nachtheilige Wellen- und Wirbelbewegung des Wassers zwischen den Pfeilern und hinter denselben so viel wie möglich zu vermeiden, sind Vorder- und Hintertheil der Brückenpfeiler AB, Fig. 122 (a. f. S.), zuzuschärfen oder abzurunden. Ist der Vordertheil stumpf zugeschärft, so hat man $\mu = 0{,}90$ anzunehmen, ist er aber spitz zugeschärft oder halb cylindrisch geformt, so kann man $\mu = 0{,}95$ setzen, und ist derselbe gar elliptisch geformt, oder, wie in Fig. 122, aus zwei Kreisbögen zusammengesetzt, so fällt μ sogar 0,97 oder nahe 1 aus (s. Gauthey's Traité de la construction des ponts, T. I.).

Anmerkung. Wenn der das Querprofil eines fließenden Wassers verengende Einbau, z. B. eine Buhne, nicht aus dem Wasser hervorragt, so kann man das ganze Wasserquantum Q aus drei Theilen zusammensetzen. Liegt die Dammkappe EF, Fig. 123, unter dem Unterwasserspiegel CD, und bezeichnet h

Fig. 122.

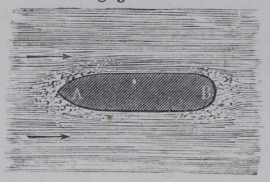
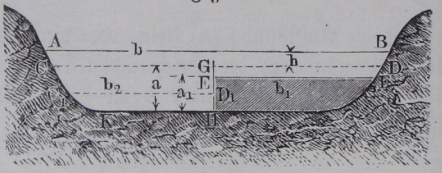


Fig. 123.



die Stauhöhe, sowie b die Breite AB des ganzen Querprofiles, so haben wir das durch das Querprofil $ABDC$ abfließende Wasserquantum:

$$Q_1 = \tfrac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}],$$

ferner das durch das übrige über dem Einbaue und unter constantem Drucke h abfließende Wasserquantum, wenn a die Tiefe GH des Unterwassers, b_1 die Breite EF des Einbaues, und a_1 die Höhe EH des Einbaues bezeichnet:

$$Q_2 = \mu b_1 (a - a_1)\sqrt{2g(h+k)},$$

und endlich das neben dem Einbaue unter dem constanten Drucke h abfließende Wasser:

$$Q_3 = \mu b_2 a\sqrt{2g(h+k)},$$

es ist also:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= \tfrac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + \mu(ba - b_1 a_1)\sqrt{2g\,(h+k)}, \end{aligned}$$

und es läßt sich hiernach auch die einer gegebenen Stauhöhe entsprechende Höhe oder Breite des Einbaues berechnen. Ist hingegen C_1D_1 der Unterwasserspiegel, steht also die Dammkappe über dem Unterwasser, so hat man:

$$\begin{aligned} Q &= \tfrac{2}{3}\mu b_1\sqrt{2g}\,[(a + h - a_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}] \\ &\quad + \tfrac{2}{3}\mu b_2\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + \mu a b_2\sqrt{2g(h+k)}. \end{aligned}$$

Beispiel. Welche Länge ist dem Damme BE (Fig. 120) zu geben, damit durch ihn der 180 m breite, 2,5 m tiefe und 500 cbm liefernde Fluß AC um 0,2 m höher gestaut werde? Es ist:

$$k = 0{,}051\left(\frac{500}{180\,.\,2{,}5}\right)^2 = 0{,}063 \text{ m},$$

nehmen wir nun noch $\mu = 0{,}9$ an, so erhalten wir die Breite des verengten Wasserstromes nach (4a):

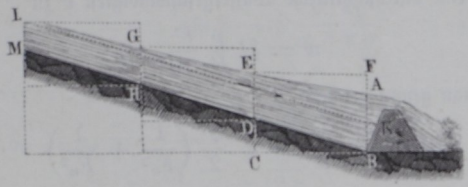
$$\begin{aligned} BC = b &= \frac{500}{0{,}9\,.\,4{,}429\,[\tfrac{2}{3}(0{,}263^{3/2} - 0{,}063^{3/2}) + 2{,}5\,.\,0{,}263^{1/2}]} \\ &= \frac{500}{3{,}986\,(0{,}0794 + 1{,}283)} = 92{,}07 \text{ m}, \end{aligned}$$

daher die gesuchte Dammerstreckung

$$AB = b_1 = 180 - 92{,}07 = \textit{rot}\ 88 \text{ m}.$$

Stauweite. Um nun die andere wichtige Frage zu beantworten, nach welchem Gesetze die Stauhöhe oberhalb des Wehres abnimmt, kann die in Thl. I abgehandelte Theorie der ungleichförmigen Bewegung des Wassers zur Anwendung gebracht werden. Zu dem Ende denke man sich die aufgestaute Strecke AL, Fig. 124, oberhalb des Wehres AKB in einzelne kleine Stücke wie BD, DH, HM... zerschnitten, §. 39.

Fig. 124.



und betrachte diese Stücke einzeln. Es sei für irgend eine dieser Strecken, wie z. B. DH unter F_o und F_u der Querschnitt des Wassers am oberen, bezw. am unteren Punkte, ebenso unter a_o und a_u die Tiefe daselbst, und unter p der mittlere Umfang des Profils in der gedachten Strecke verstanden. Bezeichnet ferner Q das durch alle Profile fließende Wasserquantum, so kann man die Geschwindigkeiten des Wassers in dem oberen, und dem unteren Endpunkte der betrachteten Strecke offenbar gleich

$$v_o = \frac{Q}{F_o} \text{ und } v_u = \frac{Q}{F_u}$$

setzen.

Wenn endlich l die Länge der betrachteten Strecke BD, DH, HM und α der Neigungswinkel des Flußbettes daselbst gegen den Horizont bedeutet, so erhält man das totale Gefälle einer solchen Strecke gleich dem Niveauunterschiede zwischen dem Anfangs- und Endprofile, also zu

$$h = a_o + l \sin\alpha - a_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Das Wasser tritt in die Strecke am oberen Endpunkte mit der Geschwindigkeit $v_o = \frac{Q}{F_o}$ entsprechend der Geschwindigkeitshöhe

$$k_o = \frac{{v_o}^2}{2g} = \left(\frac{Q}{F_o}\right)^2 \frac{1}{2g}$$

ein, und nimmt die Geschwindigkeit v_u entsprechend der Geschwindigkeitshöhe

$$k_u = \frac{{v_u}^2}{2g} = \left(\frac{Q}{F_u}\right)^2 \frac{1}{2g}$$

mit fort. Für den Beharrungszustand der Bewegung ergiebt sich daher direct,

daß durch die Widerstände der betrachteten Strecke eine Gefällshöhe aufgebraucht ist, die sich bestimmt zu

$$w = k_o + h - k_u = a_o - a_u + l \sin\alpha + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{{F_o}^2} - \frac{1}{{F_u}^2}\right) \quad (2)$$

Der Widerstand des Flußbettes von der Länge l, dem benetzten Umfange p und dem durchschnittlichen Querschnitte $F = \frac{F_o + F_u}{2}$ bestimmt sich nun für eine durchschnittliche Wassergeschwindigkeit v zu

$$w = \xi l \frac{p}{F} \frac{v^2}{2g},$$

oder, wenn man genau genug

$$v^2 = \frac{{v_o}^2 + {v_u}^2}{2} = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{{F_o}^2} + \frac{1}{{F_u}^2}\right)$$

setzt, zu

$$w = \xi l \frac{p}{F_o + F_u}\left(\frac{1}{{F_o}^2} + \frac{1}{{F_u}^2}\right)\frac{Q^2}{2g} \quad \ldots \quad (3)$$

worin ξ den erfahrungsgemäß zu wählenden Widerstandscoefficienten (s. Thl. I) bedeutet. Durch Gleichsetzung der beiden Werthe von w in (2) und (3) ergiebt sich daher schließlich nach einfacher Reduction

$$l = \frac{a_u - a_o - \left(\frac{1}{{F_o}^2} - \frac{1}{{F_u}^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin\alpha - \xi \frac{p}{F_o + F_u}\left(\frac{1}{{F_o}^2} + \frac{1}{{F_u}^2}\right)\frac{Q^2}{2g}} \quad \ldots \quad (4)$$

Diese Gleichung kann dazu dienen für beliebige Differenzen $a_u - a_o$ der Wassertiefen zweier Querschnitte die Entfernung l dieser Querschnitte und damit die Stauverhältnisse oberhalb des Wehres zu bestimmen.

Will man andererseits für eine gewisse Entfernung l vom Wehre die Wassertiefe a bestimmen, so kann dies durch Interpolation geschehen, nachdem man, wie oben angegeben, für eine größere Anzahl von Tiefendifferenzen $a_u - a_o$ die Längen l der einzelnen Strecken bestimmt hat.

Für den Fall, daß die Breite b der Flußstrecke constant angenommen werden kann, vereinfacht sich die gefundene Gleichung (4) für l noch, indem man

$$\left(\frac{1}{{F_o}^2} - \frac{1}{{F_u}^2}\right)\frac{Q^2}{2g} = \frac{{F_u}^2 - {F_o}^2}{{F_o}^2}\frac{{v_u}^2}{2g} = \frac{{a_u}^2 - {a_o}^2}{{a_o}^2}\frac{{v_u}^2}{2g},$$

annähernd

$$= 2\frac{a_u - a_o}{a_u}\frac{{v_u}^2}{2g}$$

und ebenso

$$\frac{p}{F_o + F_u}\left(\frac{1}{{F_o}^2} + \frac{1}{{F_u}^2}\right)\frac{Q^2}{2g} = \frac{p}{(a_o + a_u)\,b}\,\frac{{a_o}^2 + {a_u}^2}{{a_o}^2}\,\frac{{v_u}^2}{2g}$$

annähernd

$$= \frac{p}{a_u b}\,\frac{{v_u}^2}{2g}$$

ſetzt, ſo daß man hiermit

$$l = \frac{(a_u - a_o)\left(1 - \frac{2}{a_u}\,\frac{{v_u}^2}{2g}\right)}{\sin\alpha - \zeta\,\frac{p}{a_u b}\,\frac{{v_u}^2}{2g}} \quad \ldots\ldots (5)$$

oder

$$a_u - a_o = \frac{\sin\alpha + \zeta\,\frac{p}{a_u b}\,\frac{{v_u}^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a_u}\,\frac{{v_u}^2}{2g}}\,l \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

erhält.

Führt man hierin für b die Breite, für p den Umfang des Profils und für v_u die Geſchwindigkeit am Wehre ein, ſo giebt dieſe Formel für eine nicht zu große Strecke l die Veränderung $a_u - a_o$ der Waſſertiefe und durch wiederholte Anwendung derſelben Formel kann man die Waſſertiefen für beliebige Punkte beſtimmen.

Beiſpiele. 1. In einem 30 m breiten, 1,2 m tiefen Fluſſe, welcher 40 cbm Waſſer führt, ſoll ein Wehr gebaut werden, um das Waſſer 1 m hoch aufzuſtauen; die Stauverhältniſſe oberhalb des Wehres ſind zu ermitteln?

Vor der Aufſtaunung iſt die Geſchwindigkeit des Waſſers

$$v = \frac{40}{30 \,.\, 1{,}2} = 1{,}111 \text{ m},$$

daher nach der Tabelle in Thl. I der Widerſtandscoefficient

$$\zeta = 0{,}00780$$

und die Neigung des Grundbettes

$$\sin\alpha = 0{,}0078\,\frac{p}{F}\,\frac{v^2}{2g}.$$

Setzt man hierin $p = 32$ m, $F = 30 \,.\, 1{,}2 = 36$ cbm, $v = 1{,}111$ m und $\frac{1}{2g} = 0{,}051$, ſo folgt

$$\sin\alpha = 0{,}0078\,\frac{32}{36}\,0{,}051\,.\,1{,}111^2 = 0{,}000437.$$

Die Waſſertiefe unmittelbar am Wehre iſt $1{,}2 + 1 = 2{,}2$ m, und es ſeien nun die Entfernungen zu beſtimmen, wo dieſe Tiefe 2 m, 1,8 m, 1,6 m, 1,4 m ... beträgt. Setzt man in der Formel (4) daher $a_u - a_o = 0{,}2$ m, $F_u = 30 \,.\, 2{,}2 = 66$ qm, $F_o = 30 \,.\, 2 = 60$ qm, $Q = 40$ cbm, $\sin\alpha = 0{,}000437$, p etwa gleich 34 m und für ζ entſprechend der mittleren Geſchwindigkeit

$$\frac{2\,Q}{F_u + F_o} = \frac{80}{126} = 0{,}635 \text{ m}$$

den Werth $\zeta = 0{,}0081$, so ergiebt sich die gesuchte Entfernung:

$$l_1 = \frac{0{,}2 - \left(\frac{1}{60\,.\,60} - \frac{1}{66\,.\,66}\right) 0{,}051\,.\,40\,.\,40}{0{,}000437 - 0{,}0081\,\frac{34}{126}\left(\frac{1}{60\,.\,60} + \frac{1}{66\,.\,66}\right) 0{,}051\,.\,40\,.\,40}$$

$$= \frac{0{,}19606}{0{,}0003464} = 566 \text{ m}.$$

Sucht man in derselben Art die Länge l_2, für welche die Wassertiefe um fernere 0,2 m vermindert ist, so hat man in derselben Formel

$$a_u - a_o = 0{,}2,\ F_u = 60,\ F_o = 30\,.\,1{,}8 = 54$$

zu setzen, und wenn man $p = 33{,}6$ und ζ einer mittleren Wassergeschwindigkeit

$$v = \frac{80}{114} = 0{,}702 \text{ m}$$

entsprechend zu $\zeta = 0{,}0080$ annimmt, so erhält man die Länge dieser zweiten Strecke

$$l_2 = \frac{0{,}2 - \left(\frac{1}{54\,.\,54} - \frac{1}{60\,.\,60}\right) 0{,}051\,.\,40\,.\,40}{0{,}000437 - 0{,}0080\,\frac{33{,}6}{114}\left(\frac{1}{54\,.\,54} + \frac{1}{60\,.\,60}\right) 0{,}051\,.\,40\,.\,40}$$

$$= \frac{0{,}19469}{0{,}000318} = 612 \text{ m}.$$

Für die weiteren Wiederholungen genügt es, die Ansätze hier hinzuschreiben. Für die Strecke zwischen

$$a_u = 1{,}8$$

und

$$a_o = 1{,}6$$

ist

$$F_u = 54;\ F_o = 30\,.\,1{,}6 = 48;\ p = 33;\ v = \frac{80}{102} = 0{,}784;\ \zeta = 0{,}0079;$$

$$l_3 = \frac{0{,}2 - \left(\frac{1}{48\,.\,48} - \frac{1}{54\,.\,54}\right) 81{,}6}{0{,}000437 - 0{,}0079\,\frac{33}{102}\left(\frac{1}{48\,.\,48} + \frac{1}{54\,.\,54}\right) 81{,}6}$$

$$= \frac{0{,}19257}{0{,}000275} = 700 \text{ m}.$$

Für die Strecke zwischen

$$a_u = 1{,}6$$

und

$$a_o = 1{,}4$$

ist

$$F_u = 48,\ F_o = 42,\ p = 32{,}5,\ v = \frac{80}{90} = 0{,}889 \text{ m},\ \zeta = 0{,}0079,$$

daher

$$l_4 = \frac{0{,}2 - \left(\frac{1}{42\,.\,42} - \frac{1}{48\,.\,48}\right) 81{,}6}{0{,}000437 - 0{,}0079\,\frac{32{,}5}{90}\left(\frac{1}{42\,.\,42} + \frac{1}{48\,.\,48}\right) 81{,}6}$$

$$= \frac{0{,}18915}{0{,}000204} = 927 \text{ m}.$$

Für die Strecke zwischen $a_u = 1{,}4$ und der ursprünglichen Wassertiefe $a_o = 1{,}2$ m erhält man

$$l_5 = \infty.$$

Es ist also $566 + 612 + 700 + 927 = 2805$ m oberhalb des Wehres die Stauhöhe noch 0,2 m und dieselbe nimmt erst weiter hinauf unendlich langsam ab.

2. Wie groß ist die Stauhöhe in einer Entfernung von 1500 m oberhalb des Wehres? Nach der vorstehenden Rechnung beträgt die Stauhöhe in $566 + 612 = 1178$ m oberhalb des Wehres noch 0,6 m und in $566 + 612 + 700 = 1878$ m noch 0,4 m. Man kann daher annähernd für die zwischenliegende Flußstrecke die Stauhöhe zu $\frac{0{,}2}{700} = 0{,}000286$ m für jeden Meter Länge annehmen. Folglich wird die Stauhöhe in 1500 m Entfernung vom Wehre noch

$$0{,}6 - (1500 - 1178)\,\frac{0{,}2}{700} = 0{,}508 \text{ m}$$

betragen.

Man kann diese Stauhöhe auch direct nach der Formel (6) berechnen, wenn man die letztere wiederholt für kleinere Strecken anwendet. Denkt man etwa die Entfernung von 1500 m in drei gleiche Strecken von je 500 m Länge getheilt, so hat man für die erste Strecke in der Formel (6):

$$a_u = 2{,}2 \text{ m},\ p = 34,\ b = 30 \text{ m},\ v_u = \frac{40}{30\,.\,2{,}2} = 0{,}606 \text{ m}$$

und

$$\zeta = 0{,}00812$$

zu setzen und erhält:

$$a_u - a_o = \frac{0{,}000437 - 0{,}00812\,\frac{34}{2{,}2\,.\,30}\,0{,}051\,.\,0{,}606^2}{1 - \frac{2}{2{,}2}\,0{,}051\,.\,0{,}606^2}\,500$$

$$= \frac{0{,}0003586}{0{,}9830}\,500 = 0{,}183 \text{ m}.$$

Für die zweite Strecke ist daher

$$a_u = 2{,}2 - 0{,}183 = 2{,}017 \text{ m},\ p = 33{,}6,\ v_u = \frac{40}{30\,.\,2{,}017} = 0{,}661$$

und

$$\zeta = 0{,}00807,$$

daher

$$a_u - a_o = \frac{0{,}000437 - 0{,}00807\,\frac{33{,}6}{2{,}017\,.\,30}\,0{,}051\,.\,0{,}661^2}{1 - \frac{2}{2{,}017}\,0{,}051\,.\,0{,}661^2}\,500$$

$$= \frac{0{,}000336}{0{,}978}\,500 = 0{,}172 \text{ m}.$$

Hiermit hat man für die dritte Strecke

$$a_u = 2{,}017 - 0{,}172 = 1{,}845 \text{ m}; \; p = 33 \text{ m};$$
$$v_u = \frac{40}{30 \,.\, 1{,}845} = 0{,}724 \text{ m}; \; \zeta = 0{,}0080;$$

also

$$a_u - a_o = \frac{0{,}000437 - 0{,}008 \, \frac{33}{1{,}845 \,.\, 30} \, 0{,}051 \,.\, 0{,}724^2}{1 - \frac{2}{1{,}845} \, 0{,}051 \,.\, 0{,}724^2} \, 500$$
$$= \frac{0{,}000309}{0{,}971} \, 500 = 0{,}159 \text{ m}.$$

Demnach folgt die Wassertiefe unmittelbar oberhalb des Wehres um

$$0{,}183 + 0{,}172 + 0{,}159 = 0{,}514 \text{ m}$$

größer als in 1500 m Entfernung und es beträgt daher der Stau daselbst nach

$$1 - 0{,}514 = 0{,}486 \text{ m},$$

also um 22 mm weniger als die oben angegebene Interpolationsrechnung ergab.

§. 40. **Wasserschwelle.** Die im vorhergehenden Paragraphen gefundenen Formeln (5) und (6) ergeben interessante Verhältnisse des Aufstauens. Aus der Gleichung (5):

$$l = \frac{(a_u - a_o)\left(1 - \frac{2}{a_u} \frac{v_u^2}{2g}\right)}{\sin\alpha - \zeta \frac{p}{a_u b} \frac{v_u^2}{2g}} \quad \ldots\ldots (5)$$

erkennt man zunächst, daß mit zunehmender Geschwindigkeit v_u ebensowohl der Zähler, wie der Nenner gleich Null werden kann.

Setzt man zunächst das letztere voraus, d. h.

$$\sin\alpha = \zeta \frac{p}{a_u b} \frac{v_u^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

so findet man $l = \infty$. Es ist auch leicht zu ersehen, daß diese Bedingungsgleichung erst in unendlicher Erstreckung oberhalb des Wehres erfüllt sein kann, denn die Gleichung (7) besagt, daß das relative Gefälle oder der Abhang pro Längeneinheit $\sin\alpha$ gerade genügen soll, die Bewegungswiderstände des gestauten Wassers zu bewältigen, und da dieses vor dem Einbau des Wehres hinsichtlich des ungestauten Wassers ebenfalls der Fall war, denn dafür galt offenbar $\sin\alpha = \zeta \frac{p}{ab} \frac{v^2}{2g}$, so folgt, daß die Verhältnisse des gestauten Wassers im Wesentlichen mit denen des ungestauten übereinstimmen müssen, was nur in großer Entfernung oberhalb des Wehres annähernd möglich sein wird.

Setzt man andererseits in der Gleichung (5) den Zähler gleich Null, also

$$1 = \frac{2}{a_u}\frac{{v_u}^2}{2g} \text{ oder } \frac{{v_u}^2}{2g} = \frac{a_u}{2},$$

d. h. nimmt man an, daß die Geschwindigkeitshöhe gleich der halben Wassertiefe ist, so erkennt man leicht, daß dieser Zustand einen Grenzfall bildet

Fig. 125.

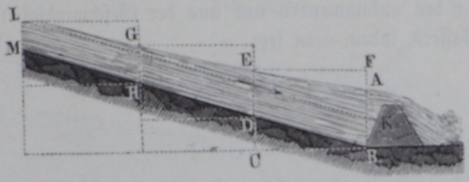


Fig. 126.

zwischen den beiden durch Fig. 125 und 126 dargestellten Anschlüssen des Wassers oberhalb des Wehres, welche beiden Fälle sich dadurch unterscheiden, daß in Fig. 125 der Wasserspiegel eine hohle Fläche $AEGL$, in Fig. 126 dagegen eine erhabene Fläche AEG bildet. Dies erkennt man am einfachsten aus der Gleichung (6):

$$a_u - a_o = \frac{\sin\alpha - \zeta\frac{p}{a_u b}\frac{{v_u}^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a_u}\frac{{v_u}^2}{2g}}\, l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Hiernach wird, vorausgesetzt, daß der Zähler positiv ist, die Differenz der Wassertiefen $a_u - a_o$ mit dem Nenner zugleich positiv oder negativ, also die Wassertiefe nimmt nach oben hin ab, Fig. 125, wenn $\frac{{v_u}^2}{2g} < \frac{a_u}{2}$ ist, dagegen nimmt sie bis zu einem gewissen Punkte zu, wenn $\frac{{v_u}^2}{2g} > \frac{a_u}{2}$ ist. In diesem letzteren Falle entsteht im Wasserspiegel, Fig. 126, bei EG ein Sprung oder eine sogenannte Wasserschwelle.

Wie schon erwähnt, wurde vorausgesetzt, daß der Zähler in (6) positiv sei, d. h. daß $\sin\alpha > \zeta\frac{p}{a_u b}\frac{{v_u}^2}{2g}$ ist. Setzt man hierin $\frac{{v_u}^2}{2g} = \frac{a_u}{2}$ und annähernd $p = b$, so erhält man die Bedingung, unter welcher ein Sprung oder eine Wasserschwelle zu erwarten ist: $\sin\alpha > {}^1/_2\zeta$, d. h. der Abhang

muß größer sein, als der halbe Reibungscoefficient. Setzt man durchschnittlich $\zeta = 0{,}008$, so muß $\sin\alpha > 0{,}004$, d. h. das relative Gefälle größer als $\frac{1}{250}$ sein. In der Regel haben die Flüsse und Canäle ein kleineres relatives Gefälle, daher kommt auch bei ihnen die gedachte Wasserschwelle nicht leicht vor.

Die Höhe $EH = x$ des Sprunges, Fig. 126, ergiebt sich aus der Geschwindigkeit v des ankommenden und aus der Geschwindigkeit v_1 des fortfließenden Wassers, indem man setzt:

$$x = \frac{v^2 - v_1^2}{2g},$$

oder da $av = (a + x)\, v_1$, also

$$v_1 = \frac{a}{a + x}\, v$$

ist,

$$x = \left[1 - \left(\frac{a}{a + x}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g},$$

woraus

$$x = \frac{v^2}{4g} - a + \sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(a + \frac{v^2}{8g}\right)}$$

folgt.

Hiernach fällt dem Vorhergehenden gemäß, für $\frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2}$

$$x = -\,{}^3/_4\, a + {}^3/_4\, a = 0$$

aus, dagegen ist für $\frac{v^2}{2g} = a$,

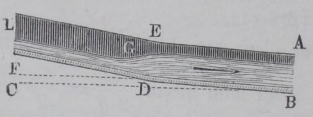
$$x = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5} = 0{,}618\, a,$$

für $\frac{v^2}{2g} = 2a$,

$$x = a\sqrt{3} = 1{,}732\, a \text{ u. s. w.}$$

Anmerkung. Die eben behandelte Wasserschwelle beobachtete zuerst Bidone in einem nur 0,3 m breiten Gerinne mit dem mittleren Neigungsverhältnisse $\alpha = 0{,}033$. Es bildet sich dieselbe aber nicht allein beim aufgestauten Wasser, sondern auch in dem Falle, wenn, wie Fig. 127 vor Augen führt, die Neigung des Gerinnes oder Flußbettes sich ändert, wie der Verfasser oft Gelegenheit gehabt hat, zu beobachten. Ist das Neigungsverhältniß des oberen Theiles größer als $\frac{1}{2}\zeta$ und das Neigungsverhältniß des unteren kleiner, so bildet sich an dem Wechsel oder der Uebergangsstelle stets ein

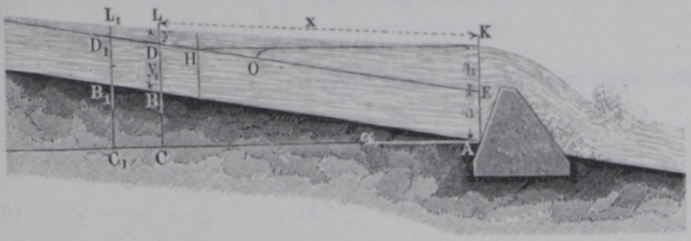
Fig. 127.



Sprung, in welchem die der größeren Neigung entsprechende kleinere Wassertiefe in die der kleineren Neigung entsprechende größere Wassertiefe übergeht.

Staucurve. Die Gleichung der Staucurve, welche von dem verticalen Längenschnitte der gestauten Wasseroberfläche gebildet wird, läßt sich wie folgt ermitteln. Es bezeichne a die Tiefe $AE = BD$, Fig. 128, des freifließenden Wassers, dessen mittlere Geschwindigkeit vor der Aufstauung §. 41.

Fig. 128.



gleich c sein möge. Es sei ferner $h = EK$ die Stauhöhe des Flusses unmittelbar am Wehre und $y = DL$ diese Stauhöhe in einem Abstande $ED = x$ oberhalb vom Wehre, α bezeichne wieder das relative Gefälle oder den Neigungswinkel BAC des Flußbettes, bezw. der ungestauten Wasserfläche gegen den Horizont, und unter ∂x sei eine kleine Länge DD_1 verstanden, ebenso soll das Wachsthum (negatives) der Stauhöhe von D bis D_1 $DL - D_1L_1 = a_u - a_o$ mit $-\partial y$ bezeichnet werden. Mit Rücksicht hierauf hat man offenbar in der Grundgleichung (6) des §. 39:

$$a_u - a_o = \frac{\sin\alpha - \zeta \frac{p}{a_u b} \frac{v_u^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a_u} \frac{v_u^2}{2g}} l,$$

wenn man dieselbe auf die kleine Strecke DD_1 anwendet, für a_u den Werth $a + y$, für die Geschwindigkeit v_u den Werth $\frac{a}{a+y} c$, für $a_u - a_o$ den Werth $-\partial y$ und für l denjenigen ∂x einzuführen, so daß man, wenn noch $p = b$ gesetzt wird, die Differentialgleichung:

$$-\partial y = \frac{\sin\alpha - \zeta \frac{a^2}{(a+y)^3} \frac{c^2}{2g}}{1 - \frac{2a^2}{(a+y)^3} \frac{c^2}{2g}} \partial x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

erhält. Da vor dem Einbauen des Wehres der Bewegungszustand des ungestauten Wassers durch die Gleichung:

$$\sin\alpha = \alpha = \zeta \frac{1}{a} \frac{c^2}{2g}$$

gekennzeichnet ist, so hat man

$$\zeta \frac{c^2}{2g} = a\alpha,$$

und erhält mit diesem Werthe aus (1):

$$-\partial y \frac{(a+y)^3 - 2a^2 \frac{c^2}{2g}}{(a+y)^3 - a^3} = \alpha \partial x,$$

oder, wenn man hierin der Kürze halber

$$\frac{c^2}{2g} = k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

und $a + y = y_1$, also

$$\partial y = \partial y_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

setzt:

$$\alpha \partial x = -\frac{y_1^3 - 2a^2 k}{y_1^3 - a^3} \partial y_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Durch Integration erhält man hieraus

$$\alpha x = -y_1 - a^2(a-2k) \int \frac{\partial y_1}{y_1^3 - a^3} = -y_1 + (a-2k) \int \frac{\partial \frac{y_1}{a}}{1 - \left(\frac{y_1}{a}\right)^3}$$

$$= -y_1 + (a-2k) \int \frac{\partial z}{1-z^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

wenn

$$z = \frac{y_1}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

gesetzt wird.

Um das Integral $\int \frac{\partial z}{1-z^3}$ zu bestimmen, setze man

$$\frac{1}{1-z^3} = \frac{1}{(1-z)(1+z+z^2)} = \frac{A}{1-z} + \frac{B+Cz}{1+z+z^2} \quad (7)$$

wobei A, B und C sich bestimmen aus

$$1 = A(1+z+z^2) + (B+Cz)(1-z)$$

oder

$$0 = A + B - 1 + (A - B + C)z + (A - C)z^2.$$

Diese Gleichung ist nur erfüllbar für $A + B = 1$, $A + C = B$ und $A = C$, d. h. es ist $A = C = \frac{1}{3}$ und $B = \frac{2}{3}$.

Mit diesen Werthen schreibt sich daher (7):

$$\frac{1}{1-z^3} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-z} + \frac{2+z}{1+z+z^2}\right)$$

und man hat demnach:

$$\int \frac{\partial z}{1-z^3} = \frac{1}{3}\int \frac{\partial z}{1-z} + \frac{1}{3}\int \frac{2+z}{1+z+z^2}\,\partial z = W + U \quad (8)$$

wenn die beiden Integrale mit W und U bezeichnet werden. Nun ist nach einer bekannten Integralformel

$$\int \frac{\partial z}{1-z} = -\int \frac{\partial (1-z)}{1-z} = -\,log\,nat\,(1-z),$$

so daß man also

$$W = \frac{1}{3}\int \frac{\partial z}{1-z} = -\frac{1}{3}\,log\,nat\,(1-z) \quad . \quad . \quad (9)$$

hat.

Um auch U zu bestimmen, schreibe man:

$$1+z+z^2 = \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2}+z\right)^2 = \frac{3}{4}\left[1 + \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}+z\right)^2\right] = \frac{3}{4}(1+u^2),$$

indem man

$$u = \sqrt{\frac{4}{3}}\left(\frac{1}{2}+z\right) = \frac{1+2z}{\sqrt{3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

also

$$z = \frac{u\sqrt{3}-1}{2} \text{ und } \partial z = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\partial u$$

setzt. Hiermit erhält man also für das zweite Integral

$$\int \frac{2+z}{1+z+z^2}\,\partial z = \int \frac{2 + \frac{u\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}(1+u^2)} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\,\partial u$$

$$= \int \frac{u}{1+u^2}\,\partial u + \sqrt{3}\int \frac{\partial u}{1+u^2}$$

$$= \frac{1}{2}\,log\,nat\,(1+u^2) + \sqrt{3}\,arc\,tg\,u \,. \quad (11)$$

Folglich findet man

$$U = \frac{1}{3}\int \frac{2+z}{1+z+z^2}\,\partial z = \frac{1}{6}\,log\,nat\,(1+u^2) + \frac{\sqrt{3}}{3}\,arc\,tg\,u \quad (12)$$

Die Gleichung (5) ergiebt daher nach Einführung des Werthes $\frac{1+2z}{\sqrt{3}}$ für u aus (10)

$$\alpha x = -y_1 + \frac{a-2k}{3}\left[-\log nat\,(1-z) + \frac{1}{2}\log nat\left(1+\frac{(1+2z)^2}{3}\right)\right.$$
$$\left. + \sqrt{3}\,arc\,tg\,\frac{1+2z}{\sqrt{3}}\right] + Const.$$
$$= -y_1 + \frac{a-2k}{3}\left[\frac{1}{2}\log nat\,\frac{4}{3}\frac{1+z+z^2}{(1-z)^2}\right.$$
$$\left. + \sqrt{3}\,arc\,tg\,\frac{1+2z}{\sqrt{3}}\right] + Const.$$

Setzt man hierin nach (6) und (3)

$$\frac{1+z+z^2}{(1-z)^2} = 1 + \frac{3z}{(1-z)^2} = 1 + \frac{3ay_1}{(a-y_1)^2} = 1 + 3a\,\frac{a+y}{y^2},$$

und

$$\frac{1+2z}{\sqrt{3}} = \frac{a+2y_1}{a\sqrt{3}} = \frac{3a+2y}{a\sqrt{3}},$$

so erhält man auch:

$$\alpha x = -y + \frac{a-2k}{3}\left[\frac{1}{2}\log nat\,\frac{4}{3}\left(1+3a\,\frac{a+y}{y^2}\right)\right.$$
$$\left. + \sqrt{3}\,arc\,tg\,\frac{3a+2y}{a\sqrt{3}}\right] + Const \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Die Constante ergiebt sich mit Rücksicht darauf, daß für $x = 0$, $y = h$ sein muß, unter h die Stauhöhe verstanden, daher folgt

$$o = -h + \frac{a-2k}{3}\left[\frac{1}{2}\log nat\,\frac{4}{3}\left(1+3a\,\frac{a+h}{h^2}\right)\right.$$
$$\left. + \sqrt{3}\,arc\,tg\,\frac{3a+2h}{a\sqrt{3}}\right] + Const. \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

und durch Verbindung von (13) und (14) erhält man schließlich:

$$\alpha x = h - y + \frac{a-2k}{3}\left[\frac{1}{2}\log nat\,\frac{y^2+3a(a+y)}{h^2+3a(a+h)}\frac{h^2}{y^2}\right.$$
$$\left. + \sqrt{3}\left(arc\,tg\,\frac{3a+2y}{a\sqrt{3}} - arc\,tg\,\frac{3a+2h}{a\sqrt{3}}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Mit Hülfe dieser Formel läßt sich die Entfernung x derjenigen Stelle des Flusses vom Wehre finden, für welche die Aufstauung den Werth y hat.

Für einen kleinen Werth von h und einen sehr kleinen Werth von y in Hinsicht auf a, ist einfach

$$\alpha x = h + \frac{a-2k}{3}\log nat\,\frac{h}{y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15^a)$$

zu ſetzen. Iſt $a = 2k = 2\frac{c^2}{2g}$, ſo fällt $\alpha x = h - y$ aus, und es wird die Staucurve von einer horizontalen Linie HK gebildet. Iſt $a < 2k$, ſo fällt αx kleiner als $h - y$, alſo y auch kleiner als $h - \alpha x$ aus, und man hat es dann mit der von Bidone zuerſt beobachteten Waſſerſchwelle OK zu thun.

Beiſpiel. In dem Beiſpiele zu §. 39 war $a = 1{,}2\,\text{m}$, $h = 1\,\text{m}$, $c = 1{,}111\,\text{m}$, alſo $k = \frac{c^2}{2g} = 0{,}063$ m und $\alpha = 0{,}000437$ ermittelt. Die Entfernung x des Punktes, in welchem die Stauhöhe noch $y = 0{,}2$ m beträgt, beſtimmt ſich, wie folgt. Es iſt

$$log\ nat\ \frac{0{,}04 + 3\,.\,1{,}2\,.\,1{,}4\,\frac{1}{0{,}04}}{1 + 3\,.\,1{,}2\,.\,2{,}2} = log\ nat\ \frac{5{,}08}{0{,}3568} = 2{,}65589;$$

ferner

$$\frac{3\,.\,1{,}2 + 2\,.\,0{,}2}{1{,}2\sqrt{3}} = tg\ 62^0\ 32{,}5'$$

$$\frac{3\,.\,1{,}2 + 2\,.\,1}{1{,}2\sqrt{3}} = tg\ 69^0\ 38',$$

daher hat man

$$arc\,62^0 32{,}5 - arc\,69^0 38' = -\,arc\,7^0 5{,}5' = -\,2\,.\,3{,}1415 \cdot \frac{7{,}0917}{360} = -\,0{,}12376$$

und man erhält nach (15) die geſuchte Entfernung zu

$$x = \frac{1 - 0{,}2 + \frac{1{,}2 - 2\,.\,0{,}063}{3}\left(\frac{1}{2}\,2{,}65589 - \sqrt{3}\,.\,0{,}12376\right)}{0{,}000437}$$

$$= \frac{0{,}8 + 0{,}358\,.\,1{,}1136}{0{,}000437} = \frac{1{,}198668}{0{,}000437} = 2743\ \text{m}.$$

In §. 39 fand ſich dieſe Länge zu 2805 m, alſo nur um etwa 2,2 Procent verſchieden.

Anmerkung 1. Die Waſſermenge, welche vor dem Wehre aufgeſtaut iſt, läßt ſich ſetzen:

$$V = \int b y dx;$$

nun iſt aber annähernd

$$\alpha x = h - y + \frac{a - 2k}{3}\,log\ nat\,\frac{h}{y}$$

und hiernach

$$\alpha dx = -\,dy - \frac{a - 2k}{3}\,\frac{dy}{y},$$

daher folgt

$$V = -\frac{b}{\alpha}\int\left(y dy + \frac{a - 2k}{3}\,dy\right) = -\frac{b}{\alpha}\left(\frac{y^2}{2} + \frac{a - 2k}{3}\,y\right) + Const.$$

Da für $y = h$, $V = o$ iſt, ſo folgt

$$V = \frac{b}{a}\left(\frac{h^2 - y^2}{2} + \frac{(a - 2k)}{3}(h - y)\right) = \frac{b(h-y)}{a}\left(\frac{h+y}{2} + \frac{a-2k}{3}\right);$$

und für $y = o$,

$$V = \frac{bh}{a}\left(\frac{h}{2} + \frac{a - 2k}{3}\right).$$

Fließt dieses Wasserquantum in der Zeit t zu, so hat man auch $V = abct$, und daher

$$t = \frac{h}{aac}\left(\frac{h}{2} + \frac{a - 2k}{3}\right).$$

Für $a = 2k$ fällt

$$V = \frac{bh^2}{2a} \text{ und } t = \frac{h^2}{2aac}$$

aus.

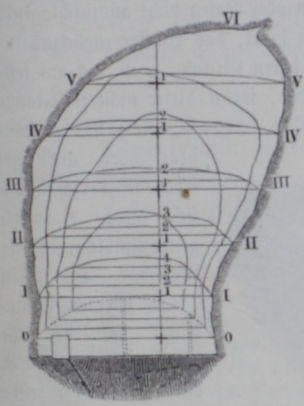
Anmerkung 2. Vorstehende Formel hat der Verfasser schon im Artikel „Bewegung des Wassers“ in der allgemeinen Maschinenencyklopädie, Bd. II, 1844 veröffentlicht. Wenn man in derselben das Glied $2k = \frac{c^2}{g}$ vernachlässigt, so erhält man eine Formel, welche Herr Heinemann in Berlin in Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, Berlin 1855 (s. auch polyt. Centralblatt, 1855) die Hagen'sche nennt. Dasselbe gilt auch von der Formel, welche Herr Gödecker in Band VII der Zeitschrift des Architecten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover mittheilt. Diese Formeln geben natürlich über die Entstehung der Wasserschwelle gar keine Auskunft.

Sehr ausführlich wird die Staucurve behandelt im zweiten Theile des Cours de Mécanique appliquée par Bresse, Paris 1860. Nächstdem auch in Rühlmann's Hydromechanik, Leipzig 1857. Ueber Saint-Guilhem's empirische Formel zur Berechnung der Stauweite siehe Annales des ponts et chauss. 1838, und über Dupuit's Formel dessen Etudes théoretiques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes.

§. 42. **Teiche.** In wasserarmen Gegenden und an Orten, wo große Maschinenkräfte in Anspruch genommen werden, wie z. B. in Bergwerksrevieren, ist die Anlegung von Teichen, d. i. von großen Wasserbehältern, die sich zur Zeit des Wasserüberflusses von selbst füllen, und bei eintretendem Wassermangel geleert werden können, von der größten Wichtigkeit. Man legt in der Regel Teiche in Schluchten und Thälern an, um nicht allein das Fluth- und Regenwasser, sondern auch die in diesen Vertiefungen fließenden Quellen und Bäche aufnehmen zu können. Dann läßt sich auch die künstliche Umschließung des Teichraumes durch einen einzigen Damm bewirken, den man quer über das Thal von einem Gehänge bis zum anderen führt, indem die ansteigende Thalsohle und die beiden Thalgehänge die übrige Umfassung des Teiches abgeben. Ein Teich ist um so vortheilhafter, je kleiner die Oberfläche und je kürzer der Damm desselben bei bestimmtem Fassungsraume ist. Es ist daher für den Teichraum diejenige Stelle im Thale auszusuchen, wo die Gehänge verhältnißmäßig steil sind und für den Damm der Ort, wo das

Thal möglichst eng ist. Nur in weiten Thälern hat man die Teiche zuweilen mit zwei Dämmen, oder mit einem Hauptdamme und zwei Flügeldämmen zu umschließen. Localverhältnisse bestimmen zwar in der Regel den Ort für eine Teichanlage, jedoch ist zu berücksichtigen, daß tieferliegenden Teichen ein größeres Sammelrevier, und daher auch ein größerer Wasserzufluß zukommt, dieselben aber auch weniger Gefälle für die Maschinen übrig lassen, daß dagegen hochliegenden Teichen weniger Wasser zufließt, sie dafür aber mehr Gefälle gewähren. Derjenige Teich ist in dieser Beziehung der vollkommenste, bei welchem das Product aus dem Wasserzufluß und dem Gefälle zwischen dem Teiche und der tiefer unten im Thale stehenden Maschinenanlage ein Maximum ist. Uebrigens kann man durch Anlegung von Gräben und Röschen das Sammelrevier eines Teiches erweitern. Noch hat man bei einer Teichanlage auf die Beschaffenheit des Teichgrundes Rücksicht zu nehmen, und dabei einen solchen Boden zu vermeiden, welcher das Wasser nicht hält, z. B. zerklüftetes Gestein, Kalkschlotten, Flug- und Triebsand, tiefen Sumpf, Moraft u. s. w. Durch Aussetzen mit Lehm und Rasen oder Ausrammen mit einem Gemenge aus feinem Sande und gutem Thon kann man oft die Wasserdichtigkeit eines Teichgrundes hervorbringen. Sind die Gehänge nicht wasserdicht oder leisten sie dem Wasser nicht hinreichenden Widerstand, so muß man sie durch Thon- oder Rasenschichten, Mauern u. s. w. schützen.

Fig. 129.



Der Werth eines Teiches hängt noch vorzüglich von dem Flächen- und Fassungsraume desselben ab. Um Beides zu finden, ist eine besondere Aufnahme nöthig. Hierzu gehört aber, daß man mit Hülfe eines Meßtisches die Endpunkte I, II, III u. s. w., Fig. 129, von im Teichspiegel anzunehmenden Parallelen abschneidet, und nun mit einer Stange und mit Hülfe eines Nivellirinstrumentes mehrere Tiefen in durch diese Parallelen zu legenden Querprofilen abmißt. Durch jene Endpunkte bestimmen sich die Parallelen und durch diese Tiefen die entsprechenden Querprofile selbst, und hieraus lassen sich die in Frage stehenden Räume berechnen. Sind b_0, b_1, b_2 . . . b_n die n Breiten 0 — 0, I — I, II — II u. s. w., und ist der Abstand zwischen je zwei Parallelen $= a$, so hat man die Oberfläche des Teiches:

$$G = [b_0 + b_n + 4(b_1 + b_3 + \cdots + b_{n-1}) + 2(b_2 + b_4 + \cdots + b_{n-2})] \frac{a}{3}.$$

Sind ebenso F_0, F_1, F_2 u. s. w. die den Breiten b_0, b_1, b_2 u. s. w. entsprechenden Querprofile, so hat man das Teichvolumen:

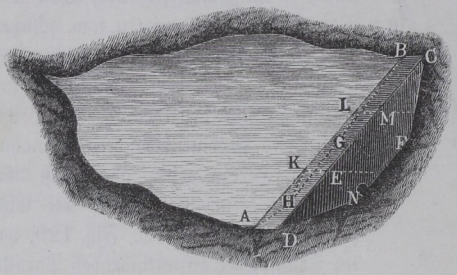
$$V = [F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots + F_{n-2})] \frac{a}{3}.$$

Uebrigens lassen sich auch mit Hülfe dieser Regeln die jeder Wassertiefe entsprechenden Fassungsräume berechnen, indem man sich den ganzen Teich durch Horizontalebenen in Schichten zerlegt denkt.

Anmerkung. Von der Aufnahme und Berechnung der Teiche handelt speciell der „Ingenieur", sowie die neue Markscheidekunst des Verfassers; einen besonderen Aufsatz hierüber findet man aber in der gleichbenannten Zeitschrift „Der Ingenieur", Heft I, 1846, Freiberg ꝛc.

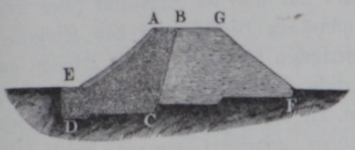
§. 43. **Teichdämme.** Die Teichdämme führt man in der Regel aus Erde, seltener aus Steinen auf. Man versieht sie mit einer dicken Lehmbrust, um das Eindringen des Wassers zu verhindern, und bekleidet diese wohl noch mit einer Mauer, der sogenannten Terrassenmauer, um die nachtheiligen Wirkungen des Wellenschlages auf den Damm zu schwächen. Außerdem erhält der Teichdamm noch einen mit Lehm oder Rasen dicht auszuschlagenden Grundgraben, welcher vorzüglich dazu dient, das Wasser zurückzuhalten. Man geht mit diesem Graben bis auf festen Grund, z. B. bis auf festes Gestein oder dichten Lehmboden herab, oder, wenn dieser nicht zu erlangen ist, wie z. B. bei sandigem oder grandigem Erdboden, verschafft man sich durch einzuschlagende Pfähle einen festen Grund. Die Tiefe eines Grundgrabens hängt von der Beschaffenheit des Erdbodens ab, bei festem und dichtem Gestein reichen oft 2 m Tiefe hin, wogegen man bei zerissenem oder lockerem Boden 6 m und mehr Tiefe nöthig haben kann. Nachtheilig können zumal Klüfte, Gesteinschichtungen und Steinscheidungen werden, indem sie das Wasser unter oder neben dem Damme durchlassen. Um dieses zu verhindern, hat man den Grundgraben sehr tief auszuheben, und ihn an den Gehängen weit hinauszuführen. Die Hauptform eines Teichdammes stimmt mit dem in Fig. 130 abgebildeten Körper von trapezoidalem Querschnitt $HKEN$ oder $GLMF$ überein. Die obere Fläche AC ist die Dammkappe, die dem Wasser zugekehrte Seite $ABGH$ die Brust und die gegenüberliegende

Fig. 130.



Seite der Rücken; es ist ferner KMN das Mittelstück, sowie ANH der eine und BMC der andere Dammflügel. Was die Dimensionen des Dammes betrifft, so macht man die obere Dammbreite $AD = BC$ nicht unter 3 m, und wenn ein Weg über sie gelegt ist, nicht unter 6 m, es ist aber auch Regel, diese Breite mindestens der Dammhöhe gleich zu machen. Giebt man nun der Brust und dem Rücken 45° Böschung, so fällt die untere Dammbreite dreimal so groß aus als die Dammhöhe oder obere Dammbreite. Manchen Dämmen giebt man aber 30 bis 40° Böschung, weshalb bei ihnen ein noch größeres Verhältniß der unteren Breite zur Höhe sich herausstellt. Die Dammhöhe ist sehr verschieden; man hat im hiesigen Bergreviere 5 bis 12 m hohe Dämme. Wegen des Wellenschlages ist es nothwendig, die Dämme 0,6 bis 1 m höher zu machen als der Wasserspiegel zu stehen kommt. In Fig. 131 ist das Querprofil eines Teichdammes abgebildet. $ABCE$ ist die bis auf festen Grund herabgehende festgestampfte Lehmbrust, sowie $BGFC$ der aus Schutt bestehende Hinterdamm, und AE die oben 0,6 m und unten 1,2 m dicke und ausgebauchte Terassenmauer.

Fig. 131.



Anmerkung 1. Bezeichnet l die obere und l_1 die untere Länge, b die obere und b_1 die untere Breite, sowie h die Höhe eines Teichdammes, wie Fig. 130, so ist das Volumen desselben:

$$V = [lb_1 + l_1 b + 2(lb + l_1 b_1)] \frac{h}{6}$$ (s. Thl. I).

Bei Anwendung dieser Formel zur Berechnung der Dammmasse ist zu berücksichtigen, daß die festgestampfte Erde noch nicht ganz die Hälfte des Volumens der lockeren Erde einnimmt.

In England, Frankreich Belgien ꝛc. hat man zur Beschaffung des Wassers für Wasserleitungen sehr bedeutende Teiche durch Ausführung mächtiger Staudämme oder Thalsperren hergestellt. Eine der großartigsten neueren Anlagen dieser Art ist die zur Versorgung der Stadt Verviers ausgeführte Thalsperre der Gileppe, welche durch einen aus bestem Mauerwerk in Cementmörtel ausgeführten Damm von 47 m Höhe, 15 m oberer Breite, 1100 m oberer Länge besteht, dessen Brust unter $^1/_1$ und dessen Rücken unter $^1/_4$ gegen den Horizont geböscht ist. Der hierdurch gebildete See bedeckt eine Grundfläche von 80 Hectaren und 5 Aren, und enthält bei einer Wasserstandshöhe von 2 m unter der Dammkrone circa 12 Millionen Cubikmeter Wasser *).

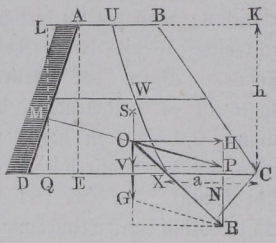
Einer der größten Teiche im Freiberger Bergreviere ist der untere Großhartmannsdorfer Teich. Derselbe hat einen Flächenraum von 600000 qm und

*) S. u. A.: Le Barrage de la Gileppe, par Bodson, Detienne & Leclercq. Paris 1877.

einen Fassungsraum von 1 377 000 cbm, vermöge dessen er im Stande ist, ohne allen Zufluß über 60 Wochen lang ein Rad mit 100 Cubikfuß (2,27 cbm) pro Minute zu speisen. Der Damm dieses Teiches ist 723 m lang, oben 17, unten 46,5 m breit und 8,35 m hoch, doch beträgt die höchste Anstauung nur 7,53 m.

§. 44. **Stabilität der Teichdämme.** Die Teichdämme sind dem Drucke und zuweilen sogar dem Stoße des Wassers ausgesetzt, es ist daher nöthig, ihnen hinreichende Dimensionen zu ertheilen, damit sie durch ihr Gewicht diesen Wirkungen widerstehen und weder umgestürzt noch fortgeschoben werden. Die Verhältnisse des Fortschiebens haben wir schon früher (Thl. I) kennen gelernt; es bleibt daher nur noch die Stabilität eines Teichdammes in Hinsicht auf das Kippen zu untersuchen übrig, in welcher Hinsicht ganz ähnliche Betrachtungen gelten, wie sie in Thl. II, 1 über die Stabilität von Futtermauern angeführt worden sind. Das Wasser übt gegen die Brustfläche AD eines Teichdammes $ABCD$, Fig. 132, einen Normaldruck $OP = P$ aus, dessen Angriffspunkt M um LM oder $^2/_3$ der Tiefe $CK = h$ vom Wasserspiegel absteht (Thl. I). Für ein Dammstück von der Länge $= 1$ ist dieser Druck

Fig. 132.



$$P = AD \,.\, 1 \,.\, \gamma \frac{h}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn γ die Dichtigkeit des Wassers bezeichnet. Der horizontale Componente dieses Druckes ist

$$H = h \,.\, 1 \,.\, \gamma \frac{h}{2} = {}^1/_2 h^2 \gamma, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

und der verticale Component, wenn m die relative, also mh die absolute Böschung DE der Brustfläche bezeichnet,

$$V = mh \,.\, 1 \,.\, \gamma \frac{h}{2} = {}^1/_2 mh^2 \gamma \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Das im Schwerpunkte S des trapezoidalen Querschnittes $ABCD$ angreifende Gewicht des Dammstückes von der Länge $= 1$ ist, wenn γ_1 die Dichtigkeit der Dammmasse, b die Kappenbreite AB und n die relative, also nh die absolute Hinterböschung BK bezeichnet:

$$G = \left(b + \frac{m+n}{2} h\right) h \gamma_1 \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Aus P und G oder H, V und G entspringt aber eine Mittelkraft $OR = R$, deren statisches Moment $CN \,.\, R$ in Hinsicht auf die Hinter-

kante C des Dammes die Stabilität desselben ausdrückt. Denken wir uns P, und also auch H und V in M angreifend, so erhalten wir das statische Moment von P gleich dem statischen Moment von H vermindert um dasjenige von V:

$$M_1 = {}^1/_2 h^2\gamma \,.\, MQ - {}^1/_2 mh^2\gamma \,.\, CQ = {}^1/_2 h^2\gamma\,(MQ - m\,.\,CQ)$$
$$= {}^1/_2 h^2\gamma\,[{}^1/_3 h - m(nh + b + {}^2/_3 mh)] \,.\, . \,.\, . \,.\, . \,.\, . \quad (5)$$

Nun ist aber das in entgegengesetzter Richtung wirkende statische Moment von G:

$$M_2 = {}^1/_2 nh^2\gamma_1 \,.\, {}^2/_3 nh + bh\gamma_1\left(nh + \frac{b}{2}\right) + {}^1/_2 mh^2\gamma_1 (nh + b + {}^1/_3 mh)$$
$$= h\gamma_1 ({}^1/_3 n^2h^2 + nbh + {}^1/_2 b^2 + {}^1/_2 mnh^2 + {}^1/_2 mbh + {}^1/_6 m^2h^2)$$
$$= h\gamma_1 \left(\frac{m^2 + 2n^2 + 3mn}{3}\frac{h^2}{2} + \frac{2n + m}{2} bh + {}^1/_2 b^2\right) . \,.\, (6)$$

es folgt daher das Stabilitätsmoment des Teichdammes:

$$S = M_2 - M_1 = \left(\frac{m^2 + 2n^2 + 3mn}{3}\frac{h^2}{2} + \frac{2n + m}{2} bh + {}^1/_2 b^2\right) h\gamma_1$$
$$- [{}^1/_3 h - m(nh + b + {}^2/_3 mh)]\frac{h^2}{2}\gamma \,.\, . \,.\, . \,.\, . \quad (7)$$

Um auch den Punkt X anzugeben, in welchem die Stützlinie (s. Thl. II, 1) UWX die Sohle CD des Dammes durchschneidet, bestimmen wir die Entfernung CX dieses Punktes von der Kante C, indem wir in Hinsicht auf den Punkt C das Moment $R\,.\,CN$ der Mittelkraft R gleich dem Moment $(G + V)\,.\,CX$ ihres verticalen Componenten $G + V$ setzen.

Es ist hiernach

$$\frac{CX}{CN} = \frac{OR}{HR} = \frac{R}{G + V},$$

und daher

$$CX = a = \frac{CN\,.\,R}{G + V} = \frac{S}{G + V}$$
$$= \left(\frac{m^2 + 2n^2 + 3mn}{3}\frac{h^2}{2} + \frac{2n + m}{2} bh + {}^1/_2 b^2\right)\gamma_1$$
$$+ \left(\frac{2m^2 - 1 + 3mn}{3} h + mb\right)\frac{h}{2}\gamma$$
$$: \left(\frac{m + n}{2} h + b\right)\gamma_1 + {}^1/_2 mh\gamma \,.\, . \,.\, . \,.\, . \,.\, . \,.\, . \,.\, . \quad (8)$$

oder

$$a = \frac{[(m^2+2n^2+3mn)h^2+(2n+m)\,3bh+3b^2]\gamma_1+[(2m^2-1+3mn)h+3mb]h\gamma}{3([(m+n)h+2b]\gamma_1+mh\gamma)} \,.\, (9)$$

Mit Hülfe dieser Formel kann man auch andere Punkte W u. s. w. in der Stützlinie finden, wenn man für h beliebige Dammhöhen einführt, also

die Stabilität einzelner, durch Horizontalebenen begrenzter Dammstücke ins Auge faßt.

Für einen Damm ohne Böschung ist $m = n = o$, daher:

$$a = \frac{3\,b^2\gamma_1 - h^2\gamma}{6\,b\gamma_1} = {}^1/_2\,b - \frac{h^2\gamma}{6\,b\gamma_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9^a)$$

(vergl. Thl. II, 1).

Bei einem Damme mit 45° Böschung zu beiden Seiten ist $m = n = 1$, daher:

$$a = \frac{3\,(2\,h^2 + 3\,bh + b^2)\,\gamma_1 + (4\,h + 3\,b)\,h\gamma}{3\,[2\,(b + h)\,\gamma_1 + h\gamma]} \quad \ldots \quad (9^b)$$

ist nun noch $b = h$, so hat man:

$$a = \frac{18\,\gamma_1 + 7\,\gamma}{4\,\gamma_1 + \gamma}\,\frac{h}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9^c)$$

nimmt man endlich $\gamma_1 = 2\,\gamma$ an, so erhält man:

$$a = {}^{43}/_{27}\,h = {}^{43}/_{27}\,b,$$

oder, da dann die untere Dammbreite $b_1 = 3\,b$, also $b = {}^1/_3\,b_1$ ist,

$$a = {}^{43}/_{81}\,b_1.$$

Nach Vauban ist hinreichende Sicherheit vorhanden, wenn

$$a = {}^5/_9\,\frac{b_1}{2} = {}^5/_{18}\,b_1$$

ausfällt; im letzten Falle wäre also eine übermäßige Sicherheit vorhanden. Am angemessensten für Teichdämme möchte es jedoch sein, mindestens $a = 0{,}4\,b_1$ zu machen, also die Stützlinie 4 Zehntel der unteren Breite von der Hinterfläche abweichen zu lassen.

Beispiel. Man soll die Stützlinie für einen Teichdamm angeben, dessen vordere Böschung $m = 1$, hintere Böschung $n = {}^1/_2$ und Dammkappenbreite $b = 4$ m ist, vorausgesetzt, das die Dammmasse das specifische Gewicht $= 2$ hat. Hier ist nach (9):

$$a = \frac{(3\,h^2 + 24\,h + 48)\,2 + (2{,}5\,h + 12)\,h}{3\,[(1{,}5\,h + 8)\,2 + h]} = \frac{192 + 120\,h + 17\,h^2}{24\,(4 + h)};$$

es stellt sich daher heraus für:

$h = 0$; $a = 2$ m; $h = 2$ m; $a = \frac{500}{144} = 3{,}472$ m;

$h = 4$ m; $a = \frac{944}{192} = 4{,}916$; $h = 6$ m; $a = \frac{1524}{240} = 6{,}35$ m u. s. w.

Für eine sehr große Dammhöhe läßt sich

$$a = \frac{17\,h}{24} \text{ und } b = {}^3/_2\,h, \text{ also } \frac{a}{b} = {}^{17}/_{36}$$

setzen. Da ${}^{17}/_{36}$ schon größer als 0,4 ist, so würde dieser Damm selbst bei einer unendlichen Höhe sicher vor dem Kippen sein.

Anmerkung. Nach der Formel $b = \frac{3h - a}{2}$ in Thl. I ist, wenn man $a = mh$ setzt,

$$2b = (3 - m)\, h,$$

daher:

$$h = \frac{2b}{3 - m},$$

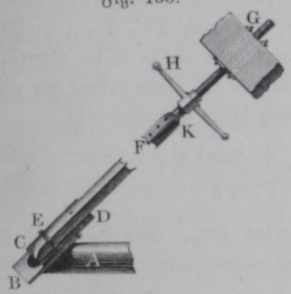
also im letzten Beispiele, wo $m = 1$ ist,

$$h = b = 4 \text{ m}$$

zu machen.

Ablassen der Teiche. Zum Ablassen des Wassers aus den Teichen §. 45.
dienen die Teichgerinne und die Fluther. Jene gehen durch den Teichdamm hindurch und dienen zum regelmäßigen Abzapfen, diese aber sind bloße Einschnitte im Damme und haben den Zweck, das im Uebermaß zufließende Wasser eines bereits gefüllten Teiches abzuleiten. Zuweilen hat ein Teich mehrere Teichgerinne und mehrere Fluther. Das tiefste oder im tiefsten Punkte des Teiches einmündende Gerinne wird in der Regel nur beim gänzlichen Ablassen und Fischen des Teiches geöffnet, und heißt deshalb das Schlämm- oder Fischgerinne; das höher liegende Gerinne hingegen endigt sich in dem Graben, durch welchen das Wasser auf die Maschinen geführt wird, und heißt deshalb das Mühl- oder Maschinengerinne. Bei tiefen Teichen ist es sehr zweckmäßig, zwei oder mehrere, in verschiedenen Höhen einmündende Maschinengerinne anzuwenden, und das Wasser, so lange es geht, immer durch das höhere Gerinne abzulassen, um so viel wie möglich Gefälle für die Maschinen übrig zu behalten. Auch kann man, um denselben Zweck zu erreichen, das durch das Teichgerinne abgeführte Wasser außerhalb des Teiches in einem hohen Behälter auffangen, und aus demselben durch mit Schiebern oder Schützen zu versehende Mündungen in das eine oder andere Aufschlaggerinne fließen lassen.

Fig. 133.



Die Teichgerinne sind entweder von Holz, Stein oder Eisen gefertigt; die letzten sind die besten. Man verwendet dazu gußeiserne Röhren von 0,3 bis 0,8 m Weite. Zum Reguliren des Abflusses dient der Zapfen oder Striegel. Die in neuerer Zeit in Anwendung gebrachten Striegel haben eine Einrichtung, wie sie Fig. 133 vor Augen führt. Es ist hier A der Kopf des Teichgerinnes mit der außen abgeschliffenen Kopfplatte B, CD ein innen abgeschliffener gußeiserner Schieber, EF die bis auf die Dammkappe hinaufführende Striegelstange oder

der Striegelschaft, E eine mit dem Schieber fest verbundene und über die Kopfplatte weggreifende Schiene, wodurch der Schieber gegen die Kopfplatte gedrückt wird; es ist ferner G ein starker Steg über der Teichkappe und innerhalb des Teichhäuschens, GK eine Schraubenspindel, welche durch eine in dem Stege festsitzende Mutter hindurchgeht, bei K durch ein Gewinde mit dem Zapfenschaft verbunden ist, und durch einen Schlüssel H in Umdrehung gesetzt werden kann. Man kann nun leicht ermessen, wie durch diese Umdrehung der Schieber mittelst seines Schaftes gehoben oder gesenkt, oder die Eintrittsöffnung in das Teichgerinne vergrößert oder verkleinert werden kann.

Das Teichgerinne muß einen Querschnitt erhalten, welcher selbst bei dem niedrigsten Wasserstande und bei vollständiger Eröffnung noch das erforderliche Wasserquantum hindurchläßt. Ist Q die pr. Secunde abzulassende Wassermenge, h die gegebene kleinste Druckhöhe, l die Länge, d die Weite des Teichgerinnes, ζ_0 der Widerstandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient für die Bewegung in dem Teichgerinne, so hat man nach Thl. I:

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_0)\, d + \zeta l}{2gh} \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2},$$

oder mit $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1{,}6212$ und $\frac{1}{2g} = 0{,}051$:

$$d = 0{,}6075 \sqrt[5]{[(1 + \zeta_0)\, d + \zeta l]\, \frac{Q^2}{h}} \text{ Meter.}$$

Wenn man nun ζ_0 und ζ aus den Tabellen in Thl. I wählt, so läßt sich hiernach auf dem Wege der Näherung die gesuchte Gerinnweite berechnen. Bei höherem Wasserstande wird ein Theil der Eintrittsmündung durch den Schieber verschlossen, weshalb nun nach Thl. I ein größerer Widerstandscoefficient für den Eintritt einzuführen ist. Ist die Eintrittsöffnung sehr klein, so füllt endlich das Wasser das Teichgerinne gar nicht mehr aus, und es ist dann einfach der Inhalt dieser Einmündung:

$$F = \frac{Q}{\mu \sqrt{2gh}} = \frac{(1 + \sqrt{\zeta_0})\, Q}{\sqrt{2gh}},$$

wo ζ_0 ebenfalls aus Thl. I genommen werden muß. Mit Hülfe der bekannten im „Ingenieur“ mitgetheilten Kreissegmententabelle läßt sich hieraus die Schieberstellung selbst finden.

Die Fluther oder Fluthbetten werden wegen der leichteren Ableitung des Wassers nahe an den Gehängen in den Damm eingeschnitten. Sie sind höchstens 1,5 m tief, 3, 6 und mehr Meter lang und erhalten, wie die

Wehre, ein steinernes Bett. Uebrigens rüstet man sie noch mit Schützen und Rechen aus.

Beispiele. 1. Welche Weite ist einem röhrenförmigen Teichgerinne von 40 m Länge zu ertheilen, welches bei 0,3 m Druckhöhe noch 0,4 cbm Wasser pro Secunde abführt? Führen wir den einer Dammneigung von 40° entsprechenden Coefficienten $\zeta_0 = 0{,}870$, und den einer Geschwindigkeit von 1,5 m entsprechenden Reibungscoefficienten $\zeta_1 = 0{,}022$ ein, so erhalten wir die Formel:

$$d = 0{,}6075 \sqrt[5]{(1{,}870\, d + 0{,}88)\, \frac{0{,}4^2}{0{,}3}}.$$

Setzt man hierin annähernd $d = 0{,}6$ m, so erhält man

$$d = 0{,}6075 \sqrt[5]{(1{,}122 + 0{,}88)\, \frac{16}{30}} = 0{,}6075 \,.\, 1{,}013 = 0{,}616 \text{ m}.$$

2. Wie tief ist der Schieber zu stellen, damit das vorige Gerinne bei 5 m Druckhöhe ebenfalls nur 0,4 cbm Wasser liefert? Nehmen wir an, daß hier das Gerinne nicht vollfließt, so haben wir:

$$F = \frac{1 + V\zeta_0}{V 2gh}\, Q = \frac{1 + V0{,}87}{4{,}429\, V5}\, 0{,}4 = 0{,}0780 \text{ qm}.$$

Dieser Querschnitt ist gleich $\dfrac{0{,}0780}{0{,}616^2 \,.\, 3{,}14 \,.\, \frac{1}{4}} = 0{,}2617$ des vollen Kreisinhalts und entspricht einer Bogenhöhe oder Schieberstellung:

$$s = 0{,}223 \,.\, d = 0{,}223 \,.\, 0{,}616 = 0{,}137 \text{ m}.$$

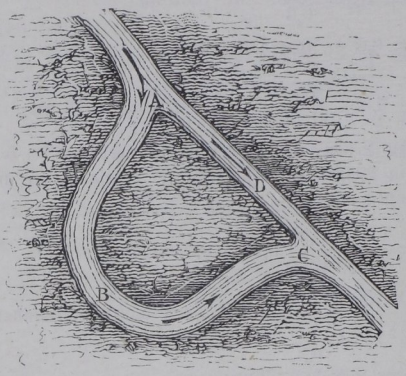
Canäle. Man führt das Aufschlagwasser in Canälen, Gräben und Gerinnen aus den Weihern, Teichen und anderen Sammelapparaten nach den Punkten des Bedarfs, d. h. zu den Maschinen, welche es in Bewegung setzen soll. Es ist leicht zu erkennen, wie unter Umständen die bloße Anlage eines Canals genügt, um ohne irgend welche Stauanlage ein in einer Flußstrecke vorhandenes, und mehr oder minder gleichmäßig vertheiltes Gefälle an einer Stelle größtentheils zu concentriren. §. 46.

Es sei etwa ABC, Fig. 134, der Stromstrich einer Flußstrecke von der Länge l und dem relativen Gefälle α, so liegt das Niveau in A um die Größe $l\alpha$ über demjenigen in C. Wenn man nun zwischen A und C einen Canal ausführt, dessen Länge l_1 ist, und welcher einen solchen Querschnitt erhält, daß zur Ueberwindung der Bewegungshindernisse des Wassers darin nur ein relatives Gefälle α_1 erforderlich ist, so absorbirt dieser Canal nur ein Gefälle $l_1\alpha_1$ und man kann daher an irgend einer Stelle zwischen A und C den Gefällüberschuß $h = l\alpha - l_1\alpha_1$ zum Betriebe eines Wasserrades nutzbar machen (s. auch den folgenden Paragraphen). Das auf diese Weise an einer Stelle concentrirte Gefälle h wird um so größer ausfallen, je kürzer die Canalführung l_1 im Verhältniß zu der Flußstrecke l ist, also

je mehr der Flußlauf Krümmungen und Windungen darbietet, und je geringer die Bewegungshindernisse in dem regelmäßig gebildeten Canalprofil im Vergleich mit dem unregelmäßigen Flußbette sind, in welchem letzteren die Widerstände in Folge unebenen Bodens und seichter oder verwachsener Stellen oft erhebliche sind.

Ganz besonders eignet sich aber die Anlage von Canälen behufs der Concentrirung des Gefälles bei den Wasserläufen mit großem relativen Gefälle, wie sie besonders in gebirgigem Terrain vorzukommen pflegen. Bei solchen oft nur wenig Wasser führenden Bächen ist die Concentrirung des meist bedeutenden Gefälles durch ein Wehr oder eine Stauanlage, wie sie vorstehend besprochen wurden, in vielen Fällen gar nicht ausführbar, insofern eine solche Anlage nicht nur mit ganz erheblichen Schwierigkeiten und Kosten der Ausführung, sondern auch meist mit der Inundirung eines großen oft werthvollen Thalgrundes verbunden sein würde.

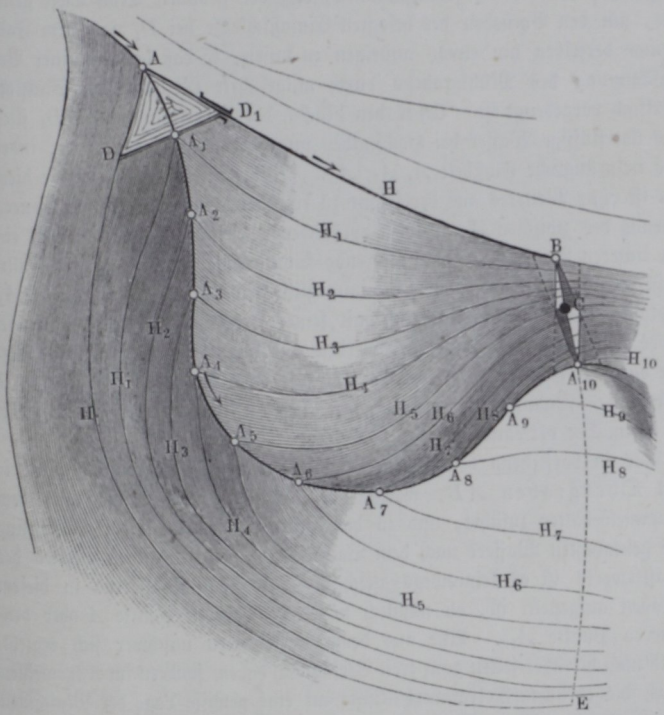
Fig. 134.



In welcher Weise die Anlage in solchen Fällen angeordnet werden kann, ist aus Fig. 135 ersichtlich. Es sei darin A, A_1, A_2 . . A_{10} die Strecke eines Wasserlaufes, dessen Gefälle zwischen A und A_{10} ausgenutzt werden soll. Wenn durch A, A_1, A_2 . . A_{10} eine beliebige Anzahl von Punkten des Wasserspiegels bezeichnet werden, deren auf einander folgende Höhenlagen um eine gewisse Größe (etwa 1 m) sich von einander unterscheiden, so denke man sich das Terrain durch Horizontalebenen geschnitten, welche durch diese Punkte geführt sind. Jede dieser Horizontalebenen schneidet das Terrain in einer gewissen Linie, der sogenannten Niveaulinie oder Horizontalen, und es mögen diese, durch Nivellirung ermittelten Horizontalen in der Figur durch die Curven H_1, H_2 . . . H_{10} dargestellt sein. Denkt man sich nun, von dem oberen Punkte A ausgehend, einen Graben ausgehoben, welcher der durch A gelegten Horizontalen H bis zu einem Punkte B folgt, welcher dem unteren Punkte A_{10} thunlichst nahe liegt, so steht das Wasser in B in derselben Höhe wie in A, und es ist ersichtlich, daß man das ganze Gefälle h zwischen A oder B und A_{10} leicht an einer beliebigen Stelle zwischen B und A_{10} concentrirt zur Bewegung einer

Maschine verwenden kann. Wollte man z. B. diese Maschine in B aufstellen, so hätte man nur nöthig den Untergraben zwischen B und A_{10} durch einen Einschnitt darzustellen, welcher von A_{10} nach B hin allmälig an Tiefe bis zu der ganzen Höhe h zunimmt. Andererseits würde die Aufstellung des Wasserrades in A_{10} erforderlich machen, daß man den Obergraben AB über B hinaus bis A_{10} verlängerte, sei es auf einer von B nach A_{10} angebrachten Dammschüttung oder durch einen Aquädukt bezw. ein Gerinne. Endlich würde die Aufstellung der Maschine zwischen B und A_{10}, etwa

Fig. 135.



in C, die Herstellung eines Einschnittes für den Untergraben zwischen A_{10} und C sowohl, wie diejenige einer Dammschüttung für den Obergraben zwischen B und C erforderlich machen, welche Anordnung sich etwa empfehlen wird, wenn es darauf ankommt, die zu bewegenden Erdmassen dadurch auf den thunlich kleinsten Betrag herabzuziehen, daß man den Auftrag gleich dem Abtrage macht.

Damit das Wasser an dem höchsten Punkte A der Flußstrecke auch wirklich in den Graben AB geleitet werde, ist es erforderlich, den alten Flußlauf AA_1 . . durch ein Stauwerk zu sperren, und zwar genügt es hierzu in der Regel, quer durch den Bach etwa nach DD_1 ein Wehr zu ziehen, welches das Wasser oberhalb auf eine geringe Höhe (etwa 1 m) anstaut. Dieses Wehr DD_1 muß sich offenbar beiderseits bis an die durch A gehende Horizontale HAH anschließen, und es entsteht dadurch naturgemäß ein kleiner Sammelbehälter DAD_1, in welchem man bei D_1 eine Einlaßschleuse für den Aufschlaggraben B anbringt. Man pflegt in der Regel das Wehr DD_1 so anzuordnen, daß der gebildete Teich Tiefe genug hat, um den Vorboden der besagten Einlaßschleuse bei D_1 nach dem Fachbaume derselben hin etwas ansteigen zu lassen, so daß dadurch einer Verschlammung des Mühlgrabens durch mitgeführte Gerölle oder Sinkstoffe wirksam vorgebeugt ist. Ueber den Rücken des Ueberfallwehres DD_1 fließt das überflüssige Wasser bei Hochfluthen und plötzlichen Regengüssen, indem das ursprüngliche Flußbett A, A_1, A_2 . . . als natürlicher Freifluther dient. Es ist ohne Weiteres aus der Figur zu erkennen, daß eine andere Concentrirung des zwischen A und A_{10} vorhandenen Gefälles h, etwa durch eine im unteren Punkte A_{10} auszuführende Stauanlage, in den meisten Fällen außerordentlich schwierig, oft ganz unmöglich sein würde. Denn ein bei A_{10} geplantes Wehr müßte natürlich mit seiner Krone bis zu der bedeutenden Höhe des Punktes A aufgeführt werden und sich nach beiden Seiten bis zu der durch A gehenden Horizontalen H, also etwa in der Richtung $BA_{10}E$ erstrecken. Dadurch würde das ganze Terrain innerhalb $AHEA_{10}BA$ in einen See verwandelt werden.

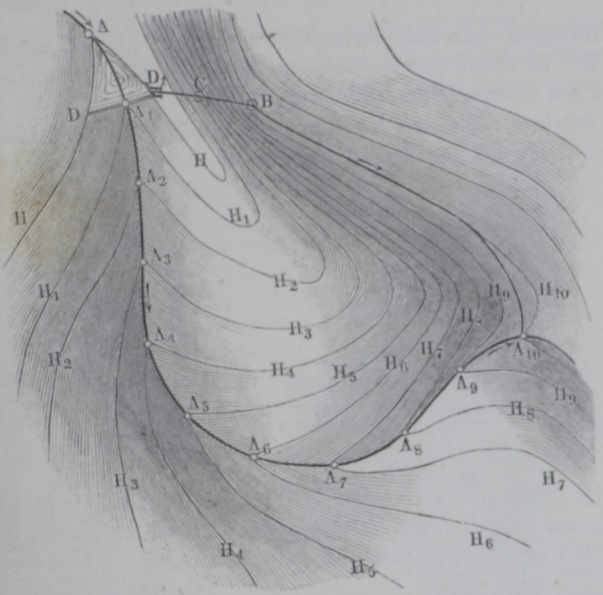
Der in vorstehend beschriebener Weise gebaute Mühlgraben zerfällt in den Obergraben AB, welcher der Maschine das Wasser aus dem Sammelbehälter zuführt, und in den Untergraben BA_{10} zur Abführung des gebrauchten Wassers nach dem Bache. Für den praktischen Betrieb des Wasserwerks ist es keineswegs gleichgültig, wo das Wasserrad in diesem Graben aufgestellt ist, ob nämlich näher dem oberen Punkte A oder dem unteren Punkte A_{10}. Wie aus dem Vorstehenden unschwer sich ergiebt, wird man hierüber selten ganz freie Verfügung haben, sondern im Allgemeinen durch die örtlichen Terrainverhältnisse an eine gewisse Lage der Maschinen schon gebunden sein. So weit es thunlich ist, pflegt man aber gern den Obergraben möglichst kurz zu halten, da nicht nur die Bedienung der Einlaßschleuse in dem Maße erschwert wird, in welchem ihre Entfernung von der Maschinenanlage größer ausfällt, sondern weil auch im Winter das Freihalten eines langen Obergrabens von Eis sehr beschwerlich ist.

Daß die Gestaltung des Terrains für diese Verhältnisse hauptsächlich maßgebend ist, bedarf kaum der besonderen Erwähnung; während z. B. der Ver-

lauf der Niveaulinien in Fig. 135 auf die Anordnung eines verhältnißmäßig langen Obergrabens hinweist, würde bei einer Terraingestaltung, wie sie durch Fig. 136 angedeutet ist, die Anlage unter Anordnung eines kurzen Obergrabens mit verhältnißmäßig geringen Kosten verbunden sein.

Die Canäle werden in der Regel in die natürliche Erdoberfläche eingeschnitten, zuweilen aber auch in einen künstlich aufgeworfenen Damm gebettet; sie werden ferner mittelst Brücken (Aquäducte) in größerer Höhe über der Erdoberfläche oder unterirdisch (in Röschen) unter derselben fortgeführt. Das Bett wird entweder durch natürliche Erde, Sand oder Steine

Fig. 136.



gebildet, bezw. ausgemauert, oder dasselbe besteht in einem hölzernen, steinernen oder eisernen Gerinne. Das Querprofil eines Canals ist ein geradliniges oder wenig gebauchtes Trapez, das eines Gerinnes aber in der Regel ein Rechteck. Das Nöthigste über die zweckmäßigste Form der Querprofile ist bereits in Thl. I abgehandelt worden. Die Querprofile bei Aufschlagecanälen sind meistens im Mittel $1\frac{1}{2}$- bis 3 mal so breit als tief, bei Schiffahrtscanälen aber ist ihre Tiefe 5- bis 10 mal in ihrer mittleren Breite enthalten. Mit Mörtel ausgemauerten Canälen giebt man wenig oder gar keine Böschung, Canälen mit Trockenmauerung giebt man $\frac{1}{2}$ Böschung, in

dichter Erde ausgehobene Canäle erhalten aber die Böschung 1 und in Sand und lockerer Erde ausgehobene Canäle die Böschung 2. Die Construction

Fig. 137.

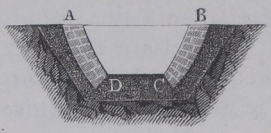
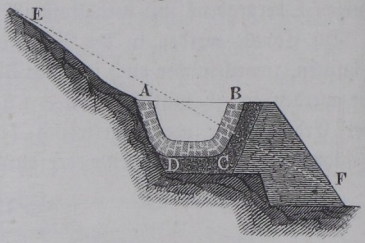


Fig. 138.



eines Canals in einem nicht wasserdichten Boden führt Fig. 137 vor Augen. Hier sind die Seiten und der Boden 30 bis 60 cm dick mit Lehm ausgerammt und wenig geböschte Seitenmauern AD und BC von 50 bis 60 cm Dicke angesetzt. Wird der Canal an einem Gehänge EF, Fig. 138, hingeführt, so schneidet man ihn nur zum Theil ein und benutzt die ausgehobene

Fig. 139.

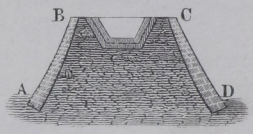
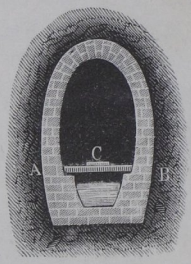
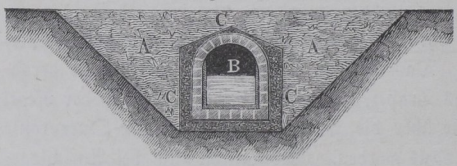


Fig. 140.



Erde zur Bildung des übrigen Theiles. Um die Sohle CD zu schützen, ist dieselbe, wie die Seiten, ausgemauert. Höhere Dämme, auf welchen Canäle fortgeführt werden, versieht man mit Futtermauern AB und CD, Fig. 139.

Fig. 141.



Unterirdische Canäle stehen entweder in festem Gesteine oder sind ausgemauert, wie Fig. 140 vor Augen führt. Um Röschen begehen zu können, erhalten dieselben eine angemessene Höhe und ein auf Stegen AB liegendes Laufbrett C. Die in einem Gebirgseinschnitt AA, Fig. 141, liegende Wasserleitung B ist rund herum ausgemauert, innen mit Cement überzogen, und außen mit einer Lehmhülle umgeben.

Ein hölzernes Gerinne oder Spundstück ist in Fig. 142 abgebildet. Dasselbe besteht aus den durch Pfosten gebildeten Borden oder Seitenwänden AA, aus dem durch Bretter gebildeten und auf Tragleisten

Fig. 142.

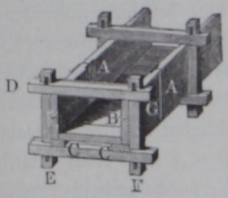
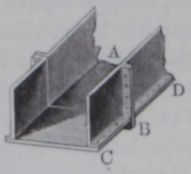


Fig. 143.



CC ruhenden Boden B, und wird durch Geviere, wie $DEFG$, zusammengehalten. Die Verdichtung in den Stoßfugen wird durch feines Moos oder durch Kitt u. s. w. bewirkt. Die Construction gußeiserner Gerinne

Fig. 145.

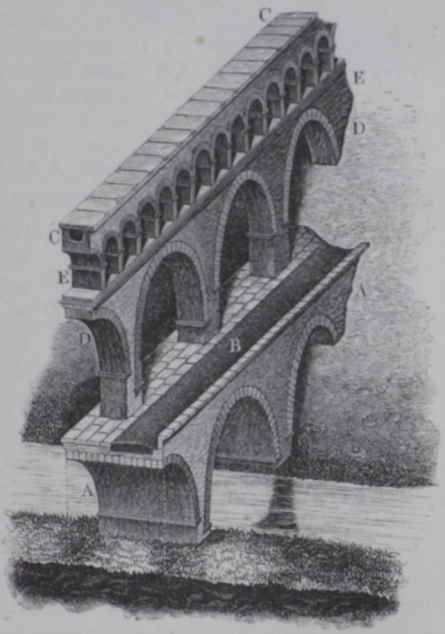
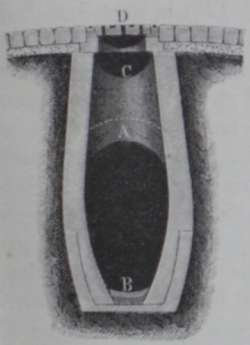


Fig. 144.



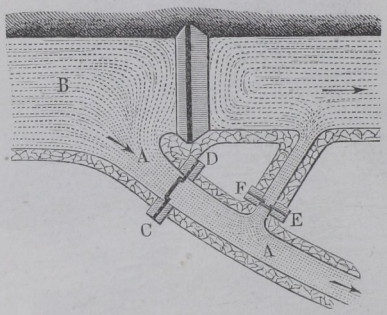
ist aus Fig. 143 ersichtlich. Hier sind die Seitenwände mit Flanschen, wie AB, BC u. s. w., versehen, und es erfolgt die Zusammensetzung durch Schrauben, welche durch je zwei Flanschen hindurchgehen.

Zu den unterirdischen Wasserleitungen gehören auch die Straßenschleusen oder verdeckten Abzugscanäle unter den Straßen. Sie unterscheiden sich von den gewöhnlichen unterirdischen Wasserleitungen nur dadurch, daß das Wasser, welches dieselben fortführen, sehr unrein und mit vielen fremden Stoffen angefüllt, und daß die Menge desselben innerhalb weiter Grenzen sehr veränderlich ist. Deshalb erhalten dieselben ein großes Gefälle von mindestens $^1/_{50}$ der Länge. Damit sie dem Eindruck hinreichend widerstehen können, giebt man diesen Schleusen eine eiförmige Umfangsmauer AB, Fig. 144, und damit sie die nöthige Wasserdichtigkeit erhalten, verwahrt man die Sohle derselben durch eine Betonschicht B u. s. w. Noch versieht man diese Schleusen mit Lichtlöchern, wie z. B. C, welche mittelst durchlöcherter eiserner Deckel DD verschlossen werden.

Anmerkung. Ein Beispiel von einem antiken Aquäduct führt Fig. 145 vor Augen. Es ist dies eine monodimetrische Abbildung von dem 50 m hohen Aquäduct du Gard bei Nismes. Der Canal CC, in welchem das Wasser floß, ist 1,5 m breit und 1,6 m hoch; er ruht auf drei übereinander stehenden Bogenreihen und ist durch steinerne Platten bedeckt. Die untere Bogenreihe AA besteht aus sechs Halbkreisbögen von 18 bis 24 m Spannung und trägt zugleich eine gewöhnliche Fahrstraße B. Die mittlere Bogenreihe DD besteht aus zehn Bögen und die oberste jetzt zum Theil eingestürzte Bogenreihe EE aus einer sehr großen Anzahl kleiner Bögen.

Die Einmündung eines Canals AA, Fig. 146, in einen Fluß B ist durch allmälige Erweiterung und Abrundung zu bewirken; auch pflegt man, wie schon oben bemerkt, dem Vorboden A eine geringe Ansteigung nach der Schütze CD hin zu geben. Die Ufer sind durch Mauerung und durch eine zwischen Lehmrammelung stehende Spundwand CD vor den zerstörenden Wirkungen des fließenden Wassers zu schützen. Uebrigens läßt sich das Schützenwerk, welches zum Reguliren des Wassers dient, gleich in das Bundwerk der Spundwand oder der sogenannten Verheerdung einsetzen. Um das durch besondere Umstände, z. B. durch starke Regengüsse, Thaufluthen u. s. w. herbeigeführte Ueberlaufen oder Ueberfüllen der Canäle zu verhindern, sind noch Abläſſe, Abſchläge oder Fluther anzubringen. Diese sind kurze, seitwärts einmündende Canäle mit einem starken Gefälle. Man schützt dieselben durch

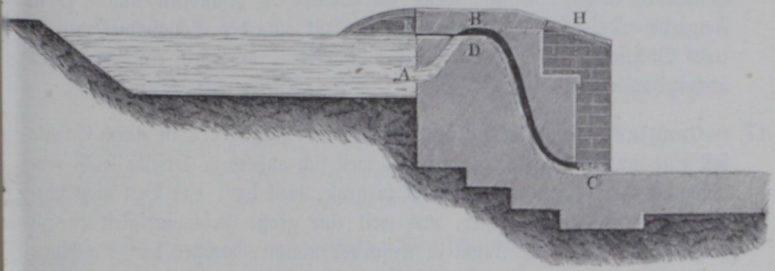
Fig. 146.



Mauerung, Lehmrammelung und Verheerdung, wie EF, Fig. 146, zeigt, und sperrt sie für gewöhnlich durch eingesetzte Pfosten oder bewegliche Schützen. Auch versieht man wohl zu demselben Zwecke den Wehrdamm mit einem Fluther.

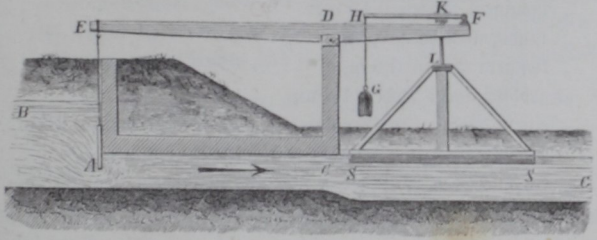
Um endlich noch das nöthige Ablassen des Wassers aus den Canälen von selbst, ohne Beihülfe eines Aufsehers zu bewirken, wendet man besondere Mechanismen, wie z. B. Schwimmer, an, welche beim Anschwellen des Wassers im Canale steigen und dabei die meist in einer Klappe oder Thür

Fig. 147.



bestehende Schütze öffnen, oder man bedient sich eines Kastens, in welchen Wasser einfließt, wenn dasselbe im Canale eine gewisse Höhe überschritten hat, und welcher beim Niedersinken die Abflußklappe öffnet. Am einfachsten ist aber der Heber ABC, Fig. 147, mit einer Luftröhre DE. Sowie der Wasserspiegel im Canale in das Niveau des Heberscheitels B kommt, so füllt

Fig. 148.



sich der letztere ganz mit Wasser und es fließt dasselbe bei C mit gefülltem Querschnitte und unter einer Druckhöhe ab, welche der Tiefe CH der Ausmündung C unter dem Wasserspiegel gleichkommt. Sinkt aber das Wasser wieder bis zur Luftröhre, so dringt Luft ein, und es endigt sich dadurch der Ausfluß. Füllt das Wasser nur einen Theil des höchsten Röhrenquerschnitts BD aus, so tritt natürlich nur das Ausflußverhältniß eines Ueberfalls ein.

Eine sich selbst stellende Schütze ist in Fig. 148 abgebildet. Es ist hier die Schütze A, welche das aus B nach C abfließende Wasser reguliren soll, an einem um D drehbaren Hebel EF aufgehangen, der mit einem auf dem abfließenden Wasser CC ruhenden Schwimmer SS in Verbindung steht. Steigt das Wasser CC und mit ihm SS, so sinkt die Schütze A, und fällt CC, so wird A mittelst SS gehoben; im ersten Falle wird aber die Ausflußmenge bei A vermindert, und im zweiten vergrößert, jedenfalls also die dem Steigen oder Sinken von SS entsprechende Zu- oder Abnahme des Abflußwassers wieder aufgehoben. Um dem Steigen des Schwimmers kein Hinderniß entgegenzusetzen, wenn die Schütze A geschlossen und CC in Folge von Regengüssen angeschwollen ist, läßt man den Schwimmer mittelst eines Bolzens KL auf einen Hebel FH wirken, der durch ein Gewicht G niedergezogen wird.

§. 47. **Canalgefälle.** Die Geschwindigkeit des Wassers in einem Canale soll eine mittlere sein; nicht zu klein, weil sich außerdem derselbe leicht verschlämmt oder versandet, und nicht zu groß, weil sonst das Bett nicht hinreichenden Widerstand leistet, und weil eine große Geschwindigkeit ein zu großes Gefälle für den Canal in Anspruch nimmt, welches den Maschinen entzogen wird. Um das Absetzen von Schlamm zu verhindern, soll die mittlere Geschwindigkeit mindestens 0,16 bis 0,20 m betragen, wo aber das Absetzen von Sand zu befürchten ist, soll man dieselbe nicht unter 0,4 m zulassen. Was die Maximalgeschwindigkeit des Wassers in Canälen anlangt, so hängt diese von der Beschaffenheit des Bettes ab; damit dieses nicht angegriffen wird, darf die Geschwindigkeit am Boden nicht überschreiten:

bei schlammigem Boden 0,080 m,
„ thonigem Boden 0,15 m,
„ sandigem Boden 0,3 m,
„ kiesigem Boden 0,6 m,
„ grobsteinigem Boden 1,2 m,
„ einem Boden von Conglomerat oder Schiefergestein 1,5 m,
„ einem Boden von geschichtetem Gesteine 1,8 m,
„ einem Boden von hartem und ungeschichtetem Gesteine 3 m.

Wenn nun auch die Geschwindigkeit am Boden kleiner ist als die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile, so wird es doch der Sicherheit wegen gut sein, selbst mit der letzteren die eben angegebenen Grenzen nicht zu überschreiten.

Aus der angenommenen mittleren Geschwindigkeit c und aus dem fortzuführenden Wasserquantum Q ergiebt sich der Inhalt des Querprofils F, und hieraus wieder der Umfang p des Wasserprofils; setzt man nun diese Werthe in die Formel

$$\alpha = \frac{h}{l} = \zeta \frac{p}{F} \frac{c^2}{2g} \text{ (s. Thl. I)}$$

ein, so bekommt man den erforderlichen Abhang α des Canals, aus dem sich wieder das Gefälle auf die ganze Canallänge l, $h = \alpha l$ ergiebt.

Hiernach erhält man allerdings unter verschiedenen Verhältnissen sehr verschiedene Abhänge; da indessen ζ im Mittel $= 0{,}007565$, c in der Regel zwischen 0,3 und 1,5 m und bei Aufschlagecanälen $\frac{p}{F}$ zwischen 0,6 und 6 gelegen ist, so folgen die Grenzen der Abhänge bei diesen Canälen:

$$0{,}007565 \,.\, 0{,}6 \,.\, 0{,}3 \,.\, 0{,}3 \,.\, 0{,}051 = 0{,}000021 = \backsim \frac{1}{50\,000}$$

und

$$0{,}007565 \,.\, 6 \,.\, 1{,}5 \,.\, 1{,}5 \,.\, 0{,}051 = 0{,}0052 = \backsim \frac{1}{200}.$$

Den Abzugscanälen giebt man in der Regel ein größeres Gefälle, um eine größere Geschwindigkeit zu erzeugen und das Wasser, nachdem es gewirkt hat, schnell von der Umtriebsmaschine zu entfernen.

Setzt man für Canäle mit ähnlichen Querschnitten, für welche $\frac{p}{\sqrt{F}} = m$ eine constante Größe ist, deren Werth nur von der Form der Querschnittsfläche abhängt (s. Thl. I), $\frac{p}{F} = \frac{m}{\sqrt{F}}$, so folgt die Neigung der Canalsohle $\alpha = \zeta \frac{m}{\sqrt{F}} \frac{c^2}{2g}$; und es fällt also hiernach dieselbe um so größer aus, je kleiner das Querprofil des Canals ist.

Aus demselben Grunde haben bei gleicher Geschwindigkeit große Flüsse und Ströme einen kleineren Fall als Bäche und Canäle. Beziehen sich p, F, l und c auf einen Graben und p_1, F_1, l_1 und c_1 auf eine Flußstrecke, neben welcher der Graben hinläuft, ist folglich $h = \zeta \frac{pl}{F} \frac{c^2}{2g}$ das Gefälle des ersteren und $h_1 = \zeta \frac{p_1 l_1}{F_1} \frac{c_1^2}{2g}$ das der letzteren, so fällt das durch die Grabenführung gewonnene nutzbare Gefälle

$$h_2 = h_1 - h = \zeta \frac{p_1 l_1}{F_1} \frac{c_1^2}{2g} - \zeta \frac{pl}{F} \frac{c^2}{2g}$$

aus.

Da in der Regel $\frac{p_1}{F_1} < \frac{p}{F}$ ausfällt, so ist zu fordern, daß $lc^2 < l^1 c_1^2$, daß also die Grabenstrecke kürzer sei als die Flußstrecke, und daß die Geschwindigkeit des Wassers in der ersteren kleiner ausfalle als in der letzteren.

Anmerkungen. 1. Hiesigen Aufschlagegräben giebt man 0,00025 bis 0,0005, den Abzugsgräben aber 0,001 bis 0,002 Abhang. Die ursprünglich römische Wasserleitung zu Arcueil bei Paris hat $\alpha = 0{,}000416$, die New-River-Wasserleitung in London aber $\alpha = 0{,}00004735$ u. s. w.

2. Plötzliche Richtungs- und Querschnittsveränderungen sind bei einem Canale thunlichst zu vermeiden, weil dadurch nicht nur Gefälle verloren geht, sondern auch nachtheilige Wirkungen auf das Bett desselben entstehen. Wenn man Canäle an Gehängen hinführt, so sind Krümmungen nicht zu vermeiden, und es ist dann wenigstens dafür zu sorgen, daß dieselben große Halbmesser oder wenigstens größere Querschnitte erhalten.

3. Durch das Ansetzen von Schlamm, Sand und Eis, sowie durch Einwachsen von Wasserpflanzen, wie Schilf u. s. w., wird das Querprofil der Canäle verengt, und dadurch ebenfalls ein Gefällverlust herbeigeführt. Man soll daher die Canäle von Zeit zu Zeit von solchen Hindernissen befreien, übrigens aber die Bildung derselben, zumal durch Bedeckung der Canäle, zu verhindern suchen. Endlich verliert ein Canal auch Wasser durch Verdunstung und Versickerung, gewinnt aber auch wieder durch Quellen und Regen. Sichere Angaben lassen sich jedoch hierüber nicht machen.

4. Wenn man in der Formel $h = \zeta \frac{ml}{\sqrt{F}} \frac{c^2}{2g} = \frac{mlQ^2}{2gF^{7/2}}$, F um ΔF zunehmen läßt, so nimmt h um $\Delta h = \frac{5}{2}\zeta \frac{mlQ^2\Delta F}{2gF^{7/2}}$ ab, und es ist $\frac{\Delta h}{h} = -\frac{5}{2}\frac{\Delta F}{F}$ sowie $\frac{\Delta F}{F} = -\frac{2}{5}\frac{\Delta h}{h}$. Es ist also die relative Gefällvergrößerung $= \frac{5}{2}$mal der relativen Querschnittsverminderung, sowie die relative Querschnittsvergrößerung $= \frac{2}{5}$mal der relativen Gefällverminderung. Die Wassermenge bleibt z. B. dieselbe, ob man den Querschnitt des Grabens um 2 Procent größer oder kleiner, oder ob man das Gefälle desselben um 5 Procent kleiner oder größer macht.

§. 48. **Schützen.** Der Eintritt des Wassers in einen Canal ist entweder frei oder durch eine Schütze zu reguliren. Tritt das Wasser frei aus dem Wehrteiche oder einem Reservoir, worin es als stillstehend anzunehmen ist, so bildet sich eine Senkung des Wasserspiegels, welche auf die Erzeugung der Geschwindigkeit v des Wassers im Canale verwandt wird, daher gleich $\frac{v^2}{2g}$ ist, und stets vom ganzen Canalgefälle abgezogen werden muß. Bei mittleren Geschwindigkeiten von etwa 1 m beträgt jedoch diese Senkung nur circa 50 mm. Wird der Eintritt des Wassers in einen Canal durch ein Schutzbrett regulirt, so sind zwei Fälle von einander zu unterscheiden. Entweder fließt das Wasser frei durch die Schutzöffnung, oder es fließt unter dem die Vorderfläche des Schutzbrettes zum Theil bedeckenden Unterwasser aus. In der Regel ist die Höhe des im Graben fortfließenden Wassers größer als die Oeffnungshöhe und es bildet sich deshalb in einer gewissen Entfernung vor der Schütze AC, Fig. 149 (a. f. S), ein Sprung S. Die Höhe $BC = x$ dieses Sprunges bestimmt sich aus der Geschwindigkeit v

des fortfließenden und aus der Geschwindigkeit v_1 des ankommenden Wassers mittelst der Formel:

$$x = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g},$$

und zieht man diese Höhe von der die Geschwindigkeit v_1 erzeugenden Druckhöhe

$$AC = h = \frac{v_1^2}{2g}$$

ab, so bleibt das zur Erzeugung der Anfangsgeschwindigkeit v verwendete Gefälle

$$AB = h_1 = h - x = \frac{v_1^2}{2g} - \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{v^2}{2g};$$

und zwar genau so groß wie beim freien Eintritt. Da die Mündung nie vollkommen glatt und abgerundet ist, so wird sie allerdings noch ein Hinder-

Fig. 149.

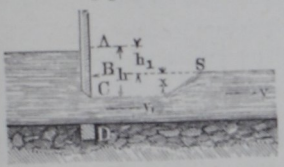
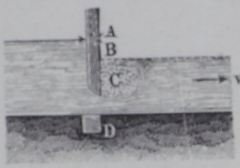


Fig. 150.



niß darbieten und das erforderliche Gefälle noch um 10 oder mehr Procent vergrößern.

Setzt man den Inhalt des Querschnittes vom fortfließenden Wasser gleich G und den der Oeffnung CD gleich F, sowie den Contractionscoefficienten gleich α, so erhält man:

$$Gv = \alpha F v_1,$$

also

$$v = \frac{\alpha F}{G} v_1,$$

und daher die Sprunghöhe:

$$x = a - a_1 = \left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g}.$$

Statt $\frac{v_1^2}{2g}$ die Geschwindigkeits- oder Druckhöhe $AC = h$ und den Widerstandscoefficienten ξ_0 eingeführt, also $h = (1 + \xi_0) \frac{v_1^2}{2g}$ gesetzt, folgt

$$x = \left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{h}{1 + \xi_0}.$$

Ist anfänglich die Differenz $a - a_1$ der Wasserhöhen a und a_1 kleiner als $\left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g}$, so zieht sich der Sprung bis zu einer gewissen

Stelle S stromabwärts; ist sie hingegen größer, so zieht er sich aufwärts, so daß zuletzt der in Fig. 150 abgebildete Ausfluß unter Wasser eintritt. Hier wird die Druckhöhe $AB = h$ nicht allein auf die Erzeugung der Geschwindigkeit v des fortfließenden Wassers, sondern auch auf die Ueberwindung des Hindernisses verwendet, welches sich herausstellt, wenn die Geschwindigkeit v_1 in der Mündung plötzlich in die Geschwindigkeit v im Canale verwandelt wird. Setzt man den Inhalt der Mündungsfläche $CD = F$ und den Querschnitt des Canales gleich G, so hat man die durch diesen Uebergang verlorene Druckhöhe

$$h_1 = \frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

und daher das erforderliche Gefälle:

$$AB = h = \frac{v^2}{2g} + \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

d. i.:

$$h = \left[1 + \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}.$$

Man sieht, daß dieses Gefälle oder der Niveauabstand des Wassers vor und hinter dem Schutzbrette um so größer ausfällt, je kleiner die Schutzöffnung F in Ansehung des Canalquerschnittes G ist. Für den freien Eintritt, d. h. für $F = G$ und $\alpha = 1$ erhält man wie oben $h = \frac{v^2}{2g}$.

Beispiel. Ein Canal hat 1,5 m mittlere Breite und liefert bei 1 m Tiefe 1,2 cbm Wasser pr. Secunde; wenn nun seine Speisung durch eine 1,2 m weite und 0,4 m hohe Schutzöffnung erfolgt, um wie viel wird das Wasser hinter dem Schutzbrette tiefer stehen als vor demselben? Es ist:

$$G = 1{,}5 \text{ qm}; \; F = 1{,}2 \,.\, 0{,}4 = 0{,}48 \text{ qm}; \; v = \frac{1{,}2}{1{,}5} = 0{,}8 \text{ m}$$

und

$$v_1 = \frac{1{,}5}{0{,}48}\, 0{,}8 = 2{,}5 \text{ m}.$$

Da nun $\left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{0{,}48}{1{,}5}\right)^2\right] 2{,}5^2 \,.\, 0{,}051 = 0{,}286$ m kleiner ist als die Differenz der Wassertiefen $a - a_1 = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$ m, so wird ein freier Ausfluß nicht stattfinden können. Die Formel

$$h = \left[1 + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}$$

giebt den gesuchten Niveauabstand:

$$h = \left[1 + \left(\frac{1{,}5}{0{,}48} - 1\right)^2\right] 0{,}8^2 \,.\, 0{,}051 = 5{,}516 \,.\, 0{,}0326 = 0{,}180 \text{ m},$$

welcher jedoch wegen der Hindernisse in der Mündung mindestens noch 10 Proc. größer sein kann.

Leitungsröhren. Röhrenleitungen dienen in der Regel nur zur Fortleitung kleiner Wassermengen, wie sie etwa zum Speisen eine Wassersäulenmaschine mit hohem Gefälle nöthig sind. Da sie rings umschlossen sind, so kann man sie nicht bloß fallend, sondern auch steigend legen. Auch kann das Neigungsverhältniß ein ganz beliebiges sein, wenn nur die Ausmündung unter, und der höchste Punkt der Leitung noch nicht 1 Atmosphäre (10,336 m) über, besser aber ebenfalls unter der Einmündung liegt. Durch Röhrenleitungen lassen sich also Thäler und Anhöhen überschreiten, ohne Brücken und Röschen zu erfordern. Die Leitungsröhren sind aus Holz oder gebranntem Thon, Stein, Glas, Eisen, Blei u. s. w. Am häufigsten kommen die Holz- und Eisenröhren vor, nächstdem aber die Steinröhren. §. 49.

Zu den hölzernen Leitungsröhren verwendet man gewöhnlich Nadelholz, weil sich daraus leicht gerade Röhren von 4 bis 6 m Länge schneiden lassen. Die Weite der Bohrung beträgt 30 bis 200 mm, sie soll übrigens ein Drittel des äußeren Röhrendurchmessers nicht übertreffen. Die Verbindungsweisen der Röhren untereinander sind aus den Figuren 151 und 152 zu ersehen. Fig. 151 zeigt eine conische Verzapfung mit einem eisernen Ringe

Fig. 151.

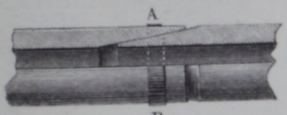
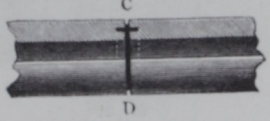


Fig. 152.



AB und einer Einlage von getheertem Hanf oder getheerter Leinwand. Fig. 152 zeigt eine Verbindung mit einer eisernen Büchse *CD*, welche mit ihren schneidigen Ringen in beide Röhrenenden 20 bis 50 mm tief eindringt.

Die steinernen Röhren sind bis zu 2 m lang, sie werden stumpf zusammengestoßen, mit einem Kitte oder hydraulischem Mörtel und einem über beide Röhrenenden weggreifenden eisernen Ringe verbunden.

Es gehören hierher auch die sogenannten Steinzeugröhren, Portlandcementröhren u. s. w.

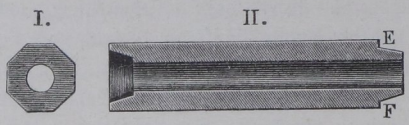
In manchen Fällen lassen sich auch Asphaltröhren mit Vortheil anwenden. Ebenso gezogene Bleiröhren, sowie zusammengelöthete Zinkröhren u. s. w.

Einen Quer- und einen Längendurchschnitt einer steinernen Röhre mit conischer Verzapfung *EF* zeigt Fig. 153 I und II (a. f. S.).

Die eisernen Röhren zeichnen sich durch große Festigkeit und Dauerhaftigkeit vor allen anderen Röhren aus. Sie werden von sehr verschiedenen Weiten und bei mindestens 10 mm Stärke, 3 bis 4 m lang gegossen. Man muß sie vor dem Gebrauche einer hydrostatischen Prüfung unterwerfen. Um sie vor der Oxydation von innen zu schützen, werden dieselben ausgepicht,

oder überfirnißt, oder auch mit hydraulischem Mörtel bestrichen. Uebrigens ist die Wandstärke von der Weite und vom Drucke abhängig und nach Thl. I zu bestimmen. Die Zusammensetzung der eisernen Röhren erfolgt entweder

Fig. 153.



mittelst Flanschen *AB* und Schrauben *CD*, wie Fig. 154 vor Augen führt, oder mittelst Muffen *EF*, wie Fig. 155 zeigt, oder mittelst Ringen (Sätteln) *GH*, welche, wie Fig. 156 andeutet, über die stumpf zusammengestoßenen Enden von je zwei Röhren weggreifen. Zur Ver-

Fig. 154.

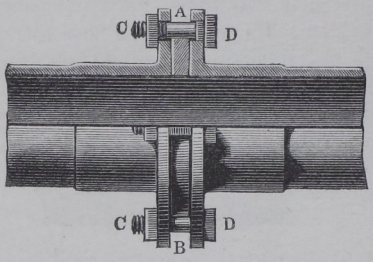
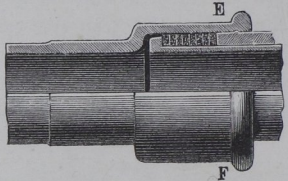


Fig. 155.



dichtung dient Leder, Filz, Kautschuk, Blei, Eisenkitt oder Holz, welches letztere in Keilform in die Fugen einzutreiben ist. Zuweilen setzt man auch

Fig. 156.

Fig. 157.

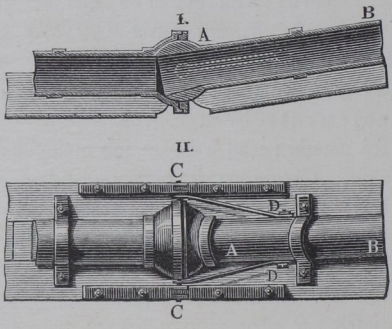
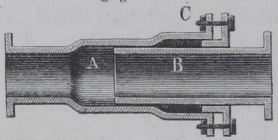


Fig. 158.



noch schwache Eisen- oder Kupferringe inwendig so an, daß sie über beide Röhrenenden weggreifen. Hölzerne und steinerne Röhren lassen sich eben-

falls durch Muffen mit eisernen Röhren verbinden. Noch hat man auch Verbindungen mit der Nuß A, wie Fig. 157 I und II zeigt, durch welche sich die Röhren unter beliebigen Winkeln zusammenstoßen lassen. Diese Nußverbindung ist noch mit einer Drehaxe CC und zwei Armen CD, CD ausgerüstet, welche um die Axe CC drehbar und mit der Röhre AB fest verbunden sind.

Liegen die gußeisernen Röhren nicht tief unter oder wohl gar über der Erde, so erleiden dieselben mit dem Wetter Temperaturveränderungen, die wieder eine Ausdehnung oder Verkürzung der Röhren zur Folge haben. Um daher die nachtheiligen Folgen dieser Veränderung, wie z. B. das Zersprengen, zu vermeiden, müssen sogenannte Compensationsröhren, wie Fig. 158, in die Leitung eingesetzt werden. Die Längenausdehnung des Gußeisens beträgt bei jedem Grad Wärmezunahme 0,0000111; folglich die Längenausdehnung bei 50° Temperaturzunahme (vom tiefsten Winterfroste bis zur höchsten Sommerhitze) $50 \cdot 0{,}0000111 = 0{,}000555$ oder $\frac{1}{1800}$ von der Länge der ganzen Leitungsröhre. Diese Ausdehnung wird nun durch die Compensationsröhre A wieder ausgeglichen, indem sich die folgende

Fig. 159.

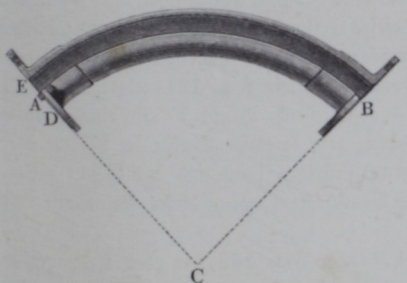
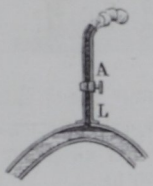


Fig. 160.



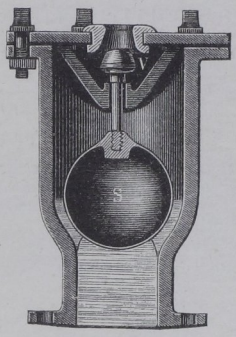
Röhre B in ihr verschiebt. Damit dies ungehindert geschehen könne, wird das Ende dieser Röhre abgedreht, und der Verschluß durch eine mit einem Polster gefüllte Stopfbüchse C hervorgebracht. In der Regel bringt man auf 100 m Länge eine Compensationsröhre an.

Um das schon bei 0° Wärme eintretende Zufrieren der Röhren zu verhindern, legt man die Röhren mindestens 1 m tief in die Erde, wobei natürlich auch die Zusammenziehung derselben durch die Abkühlung im Winter wegfällt.

Nicht immer lassen sich Röhrenleitungen gerade fortführen, sondern man muß sie bald zur Seite, bald auf- bald abwärts steigend legen. Es ist hierbei aber stets die Regel zu befolgen, plötzliche Richtungsänderungen, also scharfe Knieröhren, gänzlich zu vermeiden, krummen Röhren aber große Krümmungs-

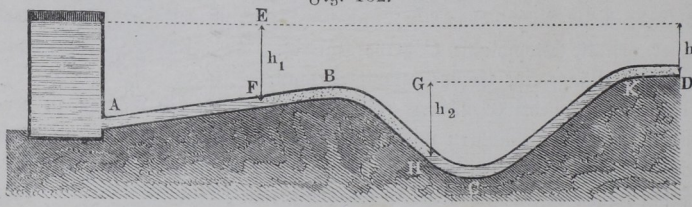
halbmesser oder auch eine größere Weite zu geben. Ein solches gußeisernes Kropfstück ist in Fig. 159 abgebildet. Es ist hier der Ablenkungswinkel $ACB = 90^0$ und das Verhältniß der Röhrenweite DE zum Krümmungshalbmesser CA gleich $1/6$. Uebrigens sind plötzliche Querschnittsveränderungen ebenfalls zu vermeiden, sowie bei Ein- und Ausmündungen der Röhrenleitung durch Abrundungen allmälige Uebergänge aus einem Querschnitte in einen anderen zu bewirken. Aufwärtsgehende Krümmlinge, Fig. 160, haben den Nachtheil, daß sich in ihnen die Luft L ansammelt, die den Querschnitt verengt, und wenn sie sich in großer Menge angehäuft hat, denselben ganz einnimmt, und dadurch die Bewegung des Wassers ganz aufhebt. Um diese Anhäufung zu verhindern, setzt man senkrechte Röhren AL, sogenannte Luftständer, Windstöcke, Fig. 160, auf, durch die sich die Luft oder andere sich aus dem Wasser entwickelnde Gase entfernen können. Um diese Luftröhren nicht zu lang machen zu dürfen, verschließt man dieselben mit einem Hahne, der von dem Röhrenwärter von Zeit zu Zeit und jedes Mal so lange zu öffnen ist, bis sich alle Luft entfernt hat und nur Wasser ausströmt. Um selbst dieses Oeffnen durch Menschenhände unnöthig zu machen, wendet man Windstöcke mit Schwimmer, wie Fig. 161 zeigt, an. Hier ist das abschließende Ventil V mit einem hohlen Schwimmer S aus Blech verbunden, der, so lange Wasser im Raume über dem Röhrenscheitel ist, nach oben zu steigen sucht und das Ventil zuhält, dagegen aber niederfällt und das Ventil öffnet, wenn dieser Raum mit Luft ausgefüllt ist.

Fig. 161.



Wenn eine Röhrenleitung $ABCD$, Fig. 162, in der Kröpfung B keinen Windstock hat, so wird die eingeschlossene Luft einerseits durch eine

Fig. 162.

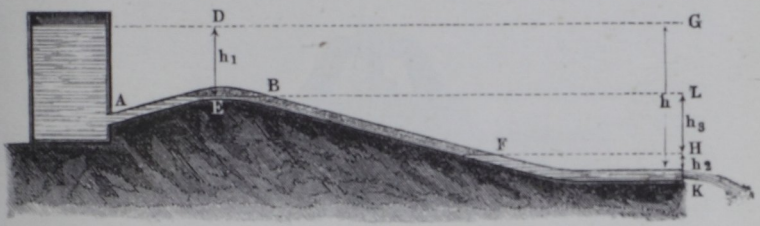


Wassersäule von der Höhe $EF = h_1$ und anderseits durch eine solche von der Höhe $GH = h_2$ gedrückt; ist daher $h_2 = h_1$, und reicht der Wasserspiegel K nicht bis zur Mündung D, so setzt sich der Luftdruck in FBH

mit diesen beiden Wassersäulen ins Gleichgewicht, ohne daß ein Ausfluß bei D erfolgt.

Der Mangel eines Windstockes kann den Abfluß des Wassers durch eine Röhrenleitung zuweilen auch bloß vermindern. Einen solchen Fall stellt die Leitung ABC, Fig. 163, dar, wo die Höhe z der Wassersäule, welche den Druck der in EBF eingeschlossenen Luft mißt, nur wenig kleiner ist als die Druckhöhe $DE = h_1$ des zufließenden Wassers, und deshalb auch die Geschwindigkeit des letzteren sehr klein ausfällt. Von E aus fließt dann das Wasser bis zu einer Stelle F auf dem Boden der Röhre hin, ohne eine

Fig. 163.



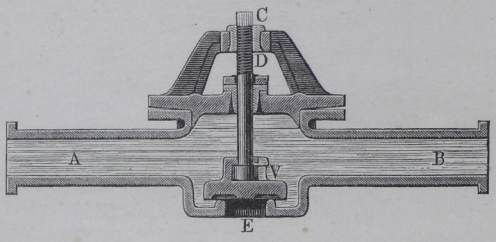
Druckveränderung zu erleiden, und von F aus strömt es bis zur Mündung K mit gefülltem Querschnitt. Es ist also dann die Druckhöhe in der Ausmündung K nicht $GK = h$, sondern $HK = h_2$ plus z, oder nahe gleich $h_1 + h_2$, und daher das Gefälle $HL = h_3$ zwischen E und F ganz verloren.

Sowie sich an den höchsten Stellen einer Röhrenleitung Luft ansammelt, ebenso setzt sich an den tiefsten Punkten derselben Schlamm, Sand u. s. w. nieder. Um diese Niederschläge von Zeit zu Zeit zu entfernen, bringt man an diesen Stellen Ausgußröhren oder Schlammkästen (Wechselhäuschen) an. Die Ausgußröhren münden seitwärts in die Röhre ein, und sind für gewöhnlich durch Hähne oder Stöpsel verschlossen. Die Schlammkästen sind Gefäße, in welche die beiden Theile der Röhrenleitung einmünden, durch die also das Wasser mit verminderter Geschwindigkeit hindurchströmen muß. Das Absetzen des Schmandes wird nicht allein durch die langsame Bewegung des Wassers, sondern wohl auch durch eingesetzte Siebe oder Scheidewände erleichtert. Durch Oeffnen eines Spundes im Boden lassen sich diese Kästen von Zeit zu Zeit vom Bodensatze reinigen. Ueberdies ist es nöthig, in Distanzen von 30 oder mehr Meter Spunde an der Röhrenleitung anzubringen, um das Untersuchen und Reinigen der Röhren zu erleichtern. Das Reinigen erfolgt durch Auslassen des Wassers, durch Einführen von Gestängen aus Holz oder Eisen, und das Ablösen von Kalkkrusten durch Salzsäure und durch Einführen eines birnförmigen Eisens,

der sogenannten Rohrbirne. Die Anwendung von Piezometern (s. Thl. I) ist ebenfalls zu empfehlen.

Zur Regulirung des Wassers in Röhren sind noch Hähne, Schieber oder Ventile nöthig. Ein einfaches Sperrventil ist in Fig. 164 abgebildet. Dieses Ventil V sitzt an einem Schraubenbolzen CDV, und bedeckt eine Seitenöffnung E der Röhre AB. Wenn es darauf ankommt, das Wasser durch E abzulassen, so wird CD durch einen Schlüssel umgedreht, wobei sich dann der Bolzen in Folge seiner schraubenförmigen Gestalt bei D und seiner Lagerung in der festen Mutter CD hebt. Die Wirkungen dieser

Fig. 164.



Regulirungsapparate haben wir in Thl. I kennen gelernt. Um endlich noch die Wirkungen der Stöße beim schnellen Schließen einer solchen Vorrichtung zu schwächen, ist es nützlich, durch Gewichte beschwerte Ventile anzubringen, die sich nach außen öffnen, sowie der Druck eine gewisse Grenze überschreitet.

Anmerkung. Ausführlich über Wasserleitungen wird gehandelt in Genieys Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux, sowie im Traité théoretique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux etc. par Dupuit, Paris 1854 und in der Schrift: Les Fontaines publiques de la ville de Dijon, par Henry Darcy, Paris 1856, ferner über Röhrenleitungen insbesondere in Hagen's Wasserbaukunst, Theil I, in Gerstner's Mechanik, Theil II und in Eytelwein's Hydraulik. Auch in Bornemann's Hydrometrie, Freiberg 1849.

§. 50. **Bewegung des Wassers in zusammengesetzten Röhren.** Die Bewegungsverhältnisse des Wassers in einer Röhrenleitung haben wir bereits kennen gelernt. Ist h das Gefälle, l die Länge, d die Weite einer Leitung, ξ_0 der Widerstandscoefficient beim Eintritt, ξ der Reibungscoefficient, sind ferner ξ_1 u. s. w. die übrigen Widerstandscoefficienten beim Durchgange durch Krümmungen, Hähne u. s. w. zusammen genommen, und ist endlich v die Ausflußgeschwindigkeit, so hat man:

$$h = \left(1 + \xi_0 + \xi \frac{l}{d} + \xi_1 + \cdots\right) \frac{v^2}{2g},$$

oder, wenn Q die Wassermenge bezeichnet,

$$h = \left(1 + \xi_0 + \xi \frac{l}{d} + \xi_1 + \cdots\right) \left(\frac{4\,Q}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2\,g\,d^4}.$$

Man sieht hieraus, daß zum Fortführen einer gewissen Wassermenge Q um so weniger Gefälle erfordert wird, je größer die Weite der Leitung ist. Wendet man statt einer Röhre deren zwei an, welche zusammen ebenso viel Querschnitt haben als die einfache, und läßt man von jeder die halbe Wassermenge fortführen, so ist das erforderliche Gefälle:

$$h_1 = \left(1 + \xi_0 + \xi \frac{l}{d\sqrt{1/2}} + \xi_1 + \cdots\right) \left(\frac{2\,Q}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2\,g\,(d\sqrt{1/2})^4}$$

$$= \left(1 + \xi_0 + \xi \frac{l\sqrt{2}}{d} + \xi_1 + \cdots\right) \left(\frac{4\,Q}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2\,g\,d^4},$$

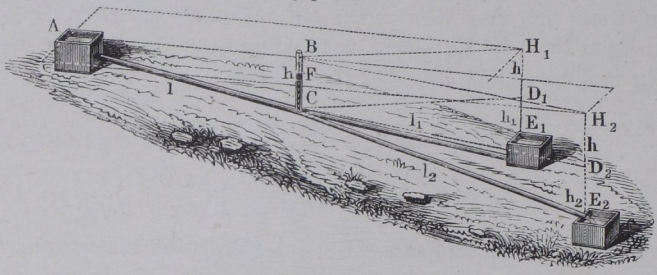
also größer als im ersten Falle. Es ist daher mechanisch vollkommener, statt mehrerer Röhren nur eine anzuwenden, deren Querschnitt so groß ist wie die Querschnitte der einzelnen Röhren zusammen.

Sehr zusammengesetzt fallen die Rechnungen für ganze Wasserleitungssysteme aus, wo sich die Röhrenleitungen in Zweige theilen, die sich nach Befinden wieder weiter verzweigen u. s. w. Auch kommt es vor, daß sich zwei oder mehrere Zweige einer Wasserleitung vereinigen, wenn sie z. B. das Wasser von verschiedenen Quellen auf eine Maschine führen. Der Gang bei diesen Rechnungen ist wenigstens im Allgemeinen aus Folgendem zu ersehen. Erfolgt die Theilung des Wassers in einem Reservoir, welches viel weiter als die Hauptröhre ist, so kommt das Wasser in demselben wieder zur Ruhe und es wird also hier die ganze lebendige Kraft desselben getödtet, die gleichwohl beim Eintritt in die Zweigröhren wieder nöthig ist. Derselbe Kraftverlust tritt auch ein, wenn sich mehrere Zweige in einem Sammelreservoir vereinigen, aus dem das Wasser wieder durch eine Hauptröhre fortgeführt wird. In diesem Falle läßt sich die Rechnung für die Haupt- und für jede Zweigröhre besonders durchführen, weshalb etwas Weiteres hierüber nicht zu sagen ist. Damit das Theilen oder Ansammeln des Wassers in solchen Zwischenreservoiren nur zu mäßigen Gefällverlusten führe, ist es nöthig, diese Behälter so hoch zu stellen, daß die Geschwindigkeit des Wassers in jeder der Röhren eine mittlere bleibe.

Bei der einfachen Verzweigung oder Gabelung ist es mechanisch vortheilhaft, die Anordnung so zu treffen, daß sich das Wasser in allen Röhren mit einerlei Geschwindigkeit bewege. Wenn nun noch die Gabelung im richtigen Verhältnisse gekrümmt ist, so daß eine plötzliche Richtungsänderung bei dem Uebertritte des Wassers aus der Hauptröhre in eine Zweigröhre nicht vorkommt, so läßt sich annehmen, daß hierbei ein namhafter Verlust an Druck oder lebendigem Gefälle nicht stattfinde.

In dem in Fig. 165 abgebildeten Falle sei h das Gefälle $BC = H_1 D_1 = H_2 D_2$, l die Länge und d die Weite der Hauptröhre AC, ferner h_1 das Gefälle $D_1 E_1$, l_1 die Länge und d_1 die Weite der einen, sowie h_2 das Gefälle $D_2 E_2$, l_2 die Länge und d_2 die Weite der anderen Zweigröhre, ferner seien c, c_1, c_2 die

Fig. 165.



Geschwindigkeiten des Wassers in diesen drei Röhren, und endlich sei ζ_0 der Widerstandscoefficient für den Eintritt, sowie ζ der Reibungscoefficient des Wassers.

Bezeichnet nun noch z den Piezometerstand oder die Druckhöhe CF am Ende des Hauptstranges, so läßt sich setzen:

$$\text{I.} \quad BF = CB - CF = h - z = \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{c^2}{2g},$$

ferner:

$$\text{II.} \quad CF + D_1 E_1 = z + h_1 = \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} + \zeta \frac{l_1}{d_1} \frac{c_1^2}{2g},$$

$$\text{III.} \quad CF + D_2 E_2 = z + h_2 = \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} + \zeta \frac{l_2}{d_2} \frac{c_2^2}{2g}.$$

Da die Wassermenge

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} c$$

der Hauptröhre gleich ist die Summe der Wassermengen

$$Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \text{ und } Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$$

der beiden Zweigröhren, so gilt noch folgende Gleichung:

$$\text{IV.} \quad d^2 c = d_1^2 c_1 + d_2^2 c_2.$$

Mit Hülfe dieser vier Gleichungen lassen sich natürlich auch vier Größen berechnen. In den gewöhnlichen Fällen sind die Gefälle, Röhrenlängen und Wassermengen gegeben und es wird nach den erforderlichen Röhrenweiten u. s. w. gefragt. Nimmt man die Geschwindigkeit c des Wassers in der Hauptröhre als gegeben an, so kann zunächst die Weite dieser Röhre mittelst der Formel:

$$1)\quad d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi c}} = 1{,}1284\,\sqrt{\frac{Q}{c}}$$

berechnet, und hiernach wieder, mit Hülfe von I. die Piezometerhöhe an dem Theilungspunkte C:

$$2)\quad z = h - \left(1 + \zeta_0 + \zeta\,\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g}$$

bestimmt werden.

Setzt man diesen Werth für z in den Gleichungen II. und III., so erhält man, nach gehöriger Umformung, folgende Bestimmungsgleichungen für die Weiten d_1 und d_2 der Zweigröhren:

$$3)\quad d_1 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_1 + d_1}{2g\,(z + h_1) + c^2}\left(\frac{4\,Q_1}{\pi}\right)^2}$$

und

$$4)\quad d_2 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_2 + d_2}{2g\,(z + h_2) + c^2}\left(\frac{4\,Q_2}{\pi}\right)^2}.$$

Um die Näherungswerthe zu erhalten, kann man anfangs d_1 und d_2 unter dem Wurzelzeichen vernachlässigen. Fallen c_1 und c_2 sehr verschieden von c aus, so hat man noch auf die Veränderlichkeit des Reibungscoefficienten ζ Rücksicht zu nehmen, demselben also für jede der drei Röhren besondere Werthe beizulegen und hiermit die Bestimmung von d_1 und d_2 zu wiederholen.

Beispiel. Eine Röhrenfahrt, welche aus einer Haupt- und zwei Zweigröhren bestehen soll, ist dazu bestimmt, in einem Zweige 0,5 und im anderen 0,8 cbm Wasser pr. Minute fortzuleiten, und es hat sich durch ein Nivellement ergeben, daß die Hauptröhre bei 300 m Länge, 1,2 m, die erste Zweigröhre bei 200 m Länge 0,9 m und die andere Zweigröhre bei 60 m Länge 0,3 m Gefälle erhalten kann; welche Weiten muß man den einzelnen Röhren geben? Wenn man dem Wasser in der Hauptröhre 0,75 m Geschwindigkeit ertheilen will, so muß man dieser Röhre die Weite:

$$d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi c}} = \sqrt{\frac{4\,.\,1{,}3}{60\,.\,0{,}75\,\pi}} = \sqrt{0{,}03677} = 0{,}192\ \text{m}$$

geben. Nimmt man nun (nach Thl. I) den Widerstandscoefficienten für den Eintritt, $\zeta_0 = 0{,}505$, und den Reibungscoefficienten der Geschwindigkeit $c = 0{,}75$ m entsprechend, $\zeta = 0{,}0253$ an, ferner $2g = 19{,}62$ und $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1{,}621$, so folgt für den Piezometerstand an dem Theilungspunkte:

$$z = h - \left(1 + \zeta_0 + \zeta\,\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} = 1{,}2 - \left(1 + 0{,}505 + 0{,}0253\,\frac{300}{0{,}192}\right)0{,}75^2\,.\,0{,}051$$
$$= 1{,}2 - 41{,}036\,.\,0{,}0287 = 0{,}022\ \text{m}.$$

Nimmt man vorläufig auch für die Zweigröhre $\zeta = 0{,}0253$ an, und vernachlässigt man anfangs die Glieder d_1 und d_2 auf der rechten Seite, so erhält man:

$$z + h_1 = 0{,}022 + 0{,}9 = 0{,}922 \text{ m},$$
$$z + h_2 = 0{,}022 + 0{,}3 = 0{,}322 \text{ m},$$
$$\left(\frac{4\,Q_1}{\pi}\right)^2 = 1{,}621\left(\frac{0{,}5}{60}\right)^2 = 0{,}000113$$

und

$$\left(\frac{4\,Q_2}{\pi}\right)^2 = 1{,}621\left(\frac{0{,}8}{60}\right)^2 = 0{,}000288,$$

sowie

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \,.\, 200 \,.\, 0{,}000113}{19{,}62 \,.\, 0{,}922 + 0{,}75^2}} = 0{,}125 \text{ m}$$

und

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \,.\, 60 \,.\, 0{,}000288}{19{,}62 \,.\, 0{,}322 + 0{,}75^2}} = 0{,}145 \text{ m}.$$

Diesen Durchmessern entsprechen die Geschwindigkeiten

$$c_1 = \frac{4\,Q_1}{\pi\,d_1^2} = \frac{0{,}5}{0{,}01227 \,.\, 60} = 0{,}679 \text{ m}$$

und

$$c_2 = \frac{4\,Q_2}{\pi\,d_2^2} = \frac{0{,}8}{0{,}01651 \,.\, 60} = 0{,}807 \text{ m},$$

welchen nach Thl. I die Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}0259$ und $0{,}0250$ angehören. Es folgen hiernach schärfer die Röhrenweiten:

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0259 \,.\, 200 + 0{,}125}{19{,}62 \,.\, 0{,}922 + 0{,}679^2}\,0{,}000113} = 0{,}127 \text{ m}$$

und

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0250 \,.\, 60 + 0{,}145}{19{,}62 \,.\, 0{,}322 + 0{,}807^2}\,0{,}000288} = 0{,}146 \text{ m}.$$

§. 51. **Zusammengesetzte Leitungsröhren.** Wenn die Theilung der Hauptröhre in zwei Röhren in einem besonderen Behälter erfolgt, worin das Wasser eine freie Oberfläche annimmt, so gehen die obigen Gleichungen unter I., II. und III. in folgende über:

$$\text{I. } h = \left(1 + \zeta_0 + \zeta\,\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2\,g},$$

$$\text{II. } h_1 = \left(1 + \zeta_0 + \zeta\,\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{c_1^2}{2\,g}$$

und

$$\text{III. } h_2 = \left(1 + \zeta_0 + \zeta\,\frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2\,g},$$

wobei h den senkrechten Abstand des Wasserspiegels A im oberen Reservoir über dem im mittleren bezeichnet, und h_1 sowie h_2 von dem letzteren Wasserspiegel entweder bis zum Wasserspiegel E_1 im unteren Gefäße oder bis zur Mündungsmitte E_2 der Zweigröhre CE_2 gemessen wird, je nachdem der Ausfluß unter Wasser oder frei erfolgt.

Giebt man auch hier c, also $d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi c}}$, so kann man mittelst der Gleichung I. zuerst den Niveauabstand h berechnen, und zieht man denselben von dem ganzen Gefälle zwischen A und E_1, sowie zwischen A und E_2 ab, so erhält man die Gefälle h_1 und h_2 der Zweigröhren CE_1 und CE_2, deren Durchmesser d_1 und d_2 sich dann durch die Formeln

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{(1 + \xi_0)\, d_1 + \xi l_1}{2\,g h_1} \left(\frac{4\,Q_1}{\pi}\right)^2}$$

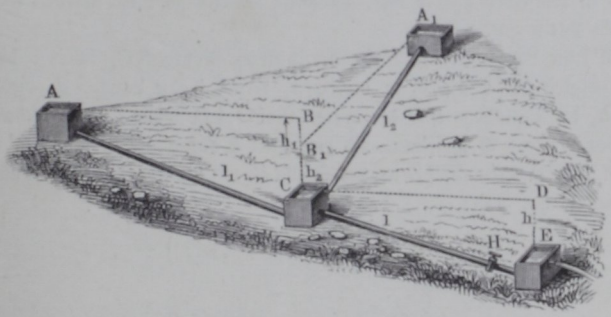
und

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{(1 + \xi_0)\, d_2 + \xi l_2}{2\,g h_2} \left(\frac{4\,Q_2}{\pi}\right)^2}$$

berechnen lassen.

Vorstehende Formeln finden auch dann ihre Anwendung, wenn, wie Fig. 166 darstellt, sich zwei Röhrenstränge AC und A_1C in einem Reservoir C vereinigen und das von beiden gelieferte Wasser in einem Hauptstrange CE weiter fortgeführt wird. Es bezeichnen dann h das Gefälle DE, l die Länge, d die Weite u. s. w. der Hauptröhre CE, ferner h_1 das Gefälle BC, l_1 die Länge, d_1 die Weite u. s. w. der einen Zweigröhre AC, sowie h_2 das Gefälle B_1C, l_2 die Länge, d_2 die Weite u. s. w. der anderen

Fig. 166.



Zweigröhre A_1C. Auch finden bei einer solchen Confluenz die Formeln des vorigen Paragraphen ihre Anwendung, wenn statt des Sammlers C eine einfache Gabelröhre angebracht ist, wie in Fig. 165.

Kommen in der Leitung noch Kröpfe oder Knieſtücke vor, so muß natürlich der Widerstand, welchen das Wasser beim Durchgange durch dieselben zu überwinden hat, in Betracht gezogen werden, und ebenso ist es, wenn Regulirungsapparate, z. B. Stellhähne wie H, in der Röhrenleitung angebracht sind. Ist ξ_2 der Widerstandscoefficient für eine gewisse Stellung eines solchen Apparates (s. Thl. I), so hat man in demjenigen der obigen

Ausdrücke, welcher der Leitröhre entspricht, worin dieser Apparat vorkommt, den Widerstandscoefficienten ξ_0 für den Eintritt in die Röhre noch um ξ_2 zu vergrößern, also anstatt ξ_0, $\xi_0 + \xi_2$ zu setzen, um dem obigen Ausdrucke auch in diesem Falle Gültigkeit zu verschaffen.

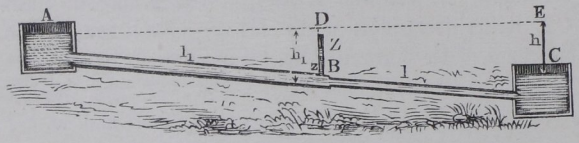
Kommt in einer Leitungsröhre eine kantige Querschnittsveränderung vor, welche eine plötzliche Geschwindigkeitsveränderung des Wassers zur Folge hat, so tritt noch ein Widerstand hinzu, welcher durch die Druckhöhe

$$h_1 = \frac{(c_1 - c)^2}{2g}$$

gemessen wird, wenn c_1 und c die beiden Geschwindigkeiten des Wassers bezeichnen.

Wenn ein Röhrenstrang ABC, Fig. 167, aus einem weiteren und einem engeren Röhrenstück zusammengesetzt ist, so fällt natürlich auch der Wider-

Fig. 167.



stand in demselben anders aus, als wenn derselbe an allen Stellen eine und dieselbe Weite hat.

Ist l die Länge, d die Weite der unteren Röhre BC, sowie c die Geschwindigkeit des Wassers in derselben, ferner l_1 die Länge, d_1 die Weite und h_1 die Druckhöhe BD der oberen Röhre AB, sowie c_1 die Geschwindigkeit des Wassers in derselben, und bezeichnet h das ganze Gefälle CE, sowie z den Piezometerstand BZ an der Stelle B, wo die Querschnittsveränderung eintritt, so hat man:

$$h_1 - z = \left(1 + \xi_0 + \xi_1 \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{c_1^2}{2g},$$

sowie

$$h - (h_1 - z) = \frac{c^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{(c - c_1)^2}{2g} + \xi \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g},$$

und es folgt durch Addition:

$$h = \left(\xi_0 + \xi_1 \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} + \frac{(c - c_1)^2}{2g} + \xi \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}.$$

Da $\frac{c_1}{c} = \frac{d^2}{d_1^2}$ ist, so läßt sich

$$c_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 c$$

einführen, und wenn man nun nach Thl. I

$$\frac{(c-c_1)^2}{2g} = \left(1-\frac{c_1}{c}\right)^2 \frac{c^2}{2g} = \left[1-\left(\frac{d}{d_1}\right)^2\right]^2 \frac{c^2}{2g} = \xi_2 \frac{c^2}{2g}$$

setzt, so erhält man folgende Bestimmungsgleichung:

$$2gh = \left[1+\zeta_2+\xi\frac{l}{d}+\left(\xi_0+\xi_1\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4\right]c^2.$$

Ist das ganze Gefälle gegeben, so erhält man hiernach die Ausflußgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{2gh}{1+\zeta_2+\xi\frac{l}{d}+\left(\xi_0+\xi_1\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4}},$$

woraus sich dann das Wasserquantum

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} c$$

berechnen läßt.

Giebt man das letztere, so hat man hingegen für die erforderliche Röhrenweite:

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1+\zeta_2)\,d+\xi l}{2gh\left(\frac{\pi}{4Q}\right)^2-\left(\xi_0+\xi_1\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{1}{d_1^4}}}.$$

Beispiel. Wenn die Wasserleitung in Fig. 167 aus einer Röhre BC von 60 m Länge und 80 mm Weite und aus einer Röhre AB von 100 m Länge und 120 mm Weite besteht, und das Totalgefälle derselben 1,5 m beträgt, so kann man, da sich $\zeta_0 = 0{,}505$ und $\zeta_2 = \left[1-\left(\frac{d}{d_1}\right)^2\right]^2 = \left(1-\frac{4}{9}\right)^2 = 0{,}308$, sowie vorläufig $\zeta = 0{,}024$ und $\zeta_1 = 0{,}028$ annehmen läßt, die Geschwindigkeit des Wassers in der engeren Röhre:

$$c = \sqrt{\frac{2.9{,}81.1{,}5}{1{,}308+0{,}024\frac{60}{0{,}08}+\left(0{,}505+0{,}028\frac{100}{0{,}12}\right)\frac{2^4}{3^4}}} = 1{,}107\text{ m}$$

und folglich die in der weiteren Röhre

$$c_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 c = \frac{4}{9}\cdot 1{,}107 = 0{,}492\text{ m}$$

setzen.

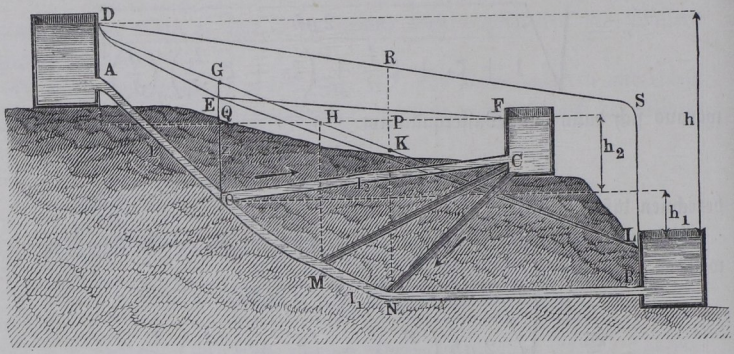
Diesen Geschwindigkeiten entsprechen die von den angenommenen nur wenig abweichenden Werthe $\zeta = 0{,}0234$ und $0{,}028$; das Wasserquantum beträgt pro Secunde

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} c = 0{,}785\,.\,0{,}08^2\,.\,1{,}107 = 0{,}00556\text{ cbm} = 5{,}56\text{ Liter}.$$

Drucklinie einer Röhrenleitung. Die durch die Piezometerstände einer Röhrenleitung AMB, Fig. 168, gehende Drucklinie $DGHKL$ §. 52.

giebt eine vollständige Uebersicht über den Druck des Wassers an jeder Stelle der Leitung. Z. B. in O wird der Druck des Wassers durch den Piezometerstand OG, in M durch den Piezometerstand MH gemessen u. s. w. Bei Röhrenleitungen mit Querschnitts- und Richtungsänderungen ist die Drucklinie gekrümmt; sie zieht sich z. B. an den Stellen, wo die Röhre eng ist, und folglich das Wasser schnell fließt, nach unten, dagegen an den Stellen, wo dieselbe einen größeren Querschnitt hat, folglich das Wasser langsam

Fig. 168.



fließt, nach oben. Wenn die Röhrenleitung AMB, welche zwei Behälter A und B in Verbindung setzt, durch eine zweite Röhre mit einem dritten Behälter C communicirt, so entsteht zunächst die Frage, ob das Wasser aus C nach AB, oder ob es aus AB nach C fließt. Schneidet die Ebene des Wasserspiegels in C die Drucklinie $DGHKL$ in H, so ist jedenfalls die senkrecht unter H liegende Stelle M der Röhre AMB diejenige, wo eine von C nach AB führende Seitenröhre CM in AMB einmünden kann, ohne daß Wasser aus C heraus oder in C hineinströmt. Legt man die Einmündung nach dem Punkte N, dessen Tiefe NP unter dem Wasserspiegel in C größer ist als der Piezometerstand NK, so fließt das Wasser aus C nach N und von da weiter nach B; läßt man dagegen die Communicationsröhre im Punkte O einmünden, dessen Tiefe OQ unter dem Wasserspiegel in C kleiner ist als der Piezometerstand OG, so fließt das Wasser aus A nicht allein nach B, sondern zum Theil nach C; es sind also dann beide Behälter B und C Sammelbehälter, wogegen im ersten Falle nur B ein solcher ist.

Bezeichnen wieder, wie in §. 50, l, l_1 und l_2 die Längen; sowie d, d_1 und d_2 die Weiten und h, h_1 und h_2 die Gefälle der Leitungsstücke OA, OB und OC, setzen wir ferner den Piezometerstand im Knotenpunkt O gleich z und berücksichtigen wir nur die Reibungswiderstände der Röhren, so hat man einfach

$$h - z = \xi \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}$$

$$z + h_1 = \xi \frac{l_1}{d_1} \frac{c_1^2}{2g}$$

$$z - h_2 = \xi \frac{l_2}{d_2} \frac{c_2^2}{2g},$$

oder, wenn man die Wassermengen

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} c, \quad Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \text{ und } Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$$

einführt, und zur Vereinfachung

$$\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{\xi}{2g} = \psi$$

setzt,

$$h - z = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{\xi}{2g} \frac{l Q^2}{d^5} = \frac{\psi l Q^2}{d^5},$$

$$z + h_1 = \frac{\psi l_1 Q_1^2}{d_1^5} \text{ und } z - h_2 = \frac{\psi l_2 Q_2^2}{d_2^5}.$$

Nun ist aber $Q = Q_1 + Q_2$, daher folgt

$$\sqrt{\frac{(h - z)\, d^5}{l}} = \sqrt{\frac{(z + h_1)\, d_1^5}{l_1}} + \sqrt{\frac{(z - h_2)\, d_2^5}{l_2}}$$

oder, wenn die Röhrenleitung überall gleich weit ist,

$$\sqrt{\frac{h - z}{l}} = \sqrt{\frac{z + h_1}{l_1}} + \sqrt{\frac{z - h_2}{l_2}}.$$

Es ist folglich im letzteren Falle der Piezometerstand z im Knotenpunkt O weder von der Röhrenweite d noch vom Wasserquantum Q abhängig.

Wäre das Reservoir C von der Röhrenleitung AB abgesperrt, so wäre das Abflußquantum nach B

$$Q_0 = \sqrt{\frac{(h + h_1)\, d^5}{\psi\, (l + l_1)}}.$$

Hieraus folgt mit Rücksicht auf obige Werthe von Q, Q_1 und Q_2:

$$Q_0^2 (l + l_1) = \frac{h + h_1}{\psi} d^5 = \frac{h - z}{\psi} d^5 + \frac{z + h_1}{\psi} d^5$$

$$= Q^2 l + Q_1^2 l_1 = (Q_1 + Q_2)^2 l + Q_1^2 l_1,$$

daher

$$Q_1^2 + \frac{2 Q_2 l}{l + l_1} Q_1 = Q_0^2 - \frac{Q_2^2 l}{l + l_1}.$$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt die Wassermenge, welche durch OB in den Behälter B geführt wird.

$$Q_1 = -\frac{Q_2 l}{l + l_1} + \sqrt{Q_0^2 - Q_2^2 \frac{l l_1}{(l + l_1)^2}}$$

oder annähernd, wenn Q_2 nicht groß ist gegen Q_0,

$$1)\quad Q_1 = Q_0 - \frac{l}{l + l_1} Q_2,$$

und

$$2)\quad Q = Q_1 + Q_2 = Q_0 + \frac{l_1}{l + l_1} Q_2.$$

Durch das Hinzutreten der Röhre OC geht die Drucklinie $DGHKL$ in DEL über und kommt die Drucklinie EF hinzu; jedenfalls ist dann der Piezometerstand in O, $OE > OQ < \overline{OG}$, sowie die Druckhöhendifferenz von AO kleiner als $h - h_2$, dagegen die Druckhöhendifferenz von OB größer als $h_1 + h_2$.

Es läßt sich daher auch setzen:

$$Q < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}}$$

und

$$Q_1 > \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}},$$

sowie

$$Q_2 = Q - Q_1 < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}}$$

Nehmen wir nun vorläufig

$$Q_2 = \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi l_1}}$$

an, so können wir mittelst der obigen Formel 1) und 2) annähernd auch Q und Q_1 berechnen, woraus dann genauer $Q_2 = Q - Q_1$ folgt. Durch wiederholte Anwendung der gedachten Formeln kann man so Q, Q_1 und folglich auch Q_2 hinreichend genau bestimmen.

Wenn man bei B durch Stellung eines Hahnes oder anderen Regulators den Druck in der Röhre AMB vergrößert, so daß die Drucklinie in $DRSL$ übergeht, so steigt der Piezometerstand NR im Knotenpunkte N über den Wasserspiegel von C, und es fließt dann durch die Röhre NC ebenfalls Wasser aus A nach C. Um nach Bedürfniß mehr oder weniger Wasser nach B zu leiten, bedarf es daher nur einer größeren oder kleineren Eröffnung des Regulators bei B.

Zweites Capitel.

Von den verticalen Wasserrädern.

Wirkung des Wassers. Das Wasser wirkt als Motor oder setzt §. 53.
Maschinen in Bewegung entweder durch sein Gewicht, indem ihm Gelegenheit gegeben ist, innerhalb der Maschine von einer gewissen Höhe, dem Gefälle herunterzufallen und durch seine Schwere die betreffenden Maschinenorgane mitzunehmen, oder es wirkt durch seine lebendige Kraft, indem es, außerhalb des Rades zum Fall gelangend, hierdurch eine gewisse Geschwindigkeit und bezw. hydrauliche Pressung annimmt, vermöge deren es auf gewisse mit der Maschine verbundene Flächen wirkt. In letzterem Falle kann die Wirkung des bewegten Wassers gegen die zu bewegende Maschine ebensowohl eine stoßweise, wie eine stetig drückende sein, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird.

Ist Q das Wasserquantum (also $Q\gamma$ das Gewicht desselben), welches pr. Secunde zur Wirkung kommt, und h das Gefälle oder die senkrechte Höhe, von welcher dasselbe bei der Wirkung durch sein Gewicht herabsinkt, so verrichtet das Rad die mechanische Arbeit oder Leistung

$$L = Q\gamma h = Qh\gamma.$$

Ist hingegen c die Geschwindigkeit, mit welcher es der Maschine zufließt, so hat man die Leistung, welche es durch seine lebendige Kraft verrichten kann:

$$L = Q\gamma \frac{c^2}{2g}.$$

Damit das Wasser aus der Ruhe in die Geschwindigkeit c versetzt werde, erfordert es ein Gefälle oder eine Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2g}$; und man kann daher auch im zweiten Falle:

$$L = Qh\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

setzen. Es ist also stets das Arbeitsvermögen des Wassers, wie das eines starren Körpers, ein Product aus seinem Gewicht und aus der Höhe, von welcher es herabsinkt.

Zuweilen wirkt das Wasser durch sein Gewicht und durch seine lebendige Kraft zugleich, indem es während seiner Wirkung von der Höhe h herabsinkt

und seine Geschwindigkeit c zusetzt. Dann ist natürlich auch die mechanische Arbeit desselben:

$$L = Q\gamma h + Q\gamma \frac{c^2}{2g} = \left(h + \frac{c^2}{2g}\right) Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Diese Formel (2) behält auch ihre Gültigkeit für den Fall, daß h die durch eine Wassersäule gemessene hydraulische Pressungshöhe bedeutet, welche das Wasser gleichzeitig mit seiner Geschwindigkeit c während seiner Wirkung auf die Maschine zusetzt.

Die effective Leistung Pv einer hydraulischen Maschine ist allerdings stets kleiner als die eben angegebene disponible mechanische Arbeit $Qh\gamma$, weil noch manche Verluste vorkommen. Erstens kommt oft nicht alles Wasser zur Wirkung, zweitens geht in der Regel ein Theil von dem Gefälle verloren; drittens hält das Wasser, indem es die Maschine verläßt, noch eine gewisse lebendige Kraft zurück, und viertens treten noch andere Nebenhindernisse, wie Reibung u. s. w., hinzu. Es ist hiernach der Wirkungsgrad einer hydraulischen Umtriebsmaschine:

$$\eta = \frac{Pv}{Qh\gamma}$$

zu setzen, und nun die Güte oder Zweckmäßigkeit einer solchen Maschine um so größer, je mehr sich diese Verhältnißzahl der Einheit nähert.

Aus der allgemeinen Formel $L = Qh\gamma$ ist übrigens zu ersehen, daß Gefälle und Wasserquantum gleichen Antheil an der Leistung einer Maschine haben, daß z. B. das doppelte Gefälle ebenso gut die Leistung verdoppelt als das zweifache Wasserquantum, auch daß von zwei Maschinen einerlei Wirkung zu erwarten ist, wovon die eine dreimal so viel Aufschlagewasser hat als die andere, welche wieder dreimal so viel Gefälle benutzt als diese.

Beispiel. Einer Maschine stehen 0,5 cbm Wasser pr. Secunde und 4 m Gefälle zu Gebote, sie benutzt aber von demselben nur 3 m, und das Wasser verläßt dieselbe mit 2 m Geschwindigkeit, endlich verliert dieselbe noch 150 mkg durch die Reibung. Man soll den Wirkungsgrad dieser Maschine angeben. Es ist die disponible Leistung

$$L_0 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 4 = 2000 \text{ mkg},$$

ferner die Leistung, welche dem benutzten Gefälle entspricht,

$$L_1 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 3 = 1500 \text{ mkg},$$

die durch die lebendige Kraft des fortfließenden Wassers verlorene Arbeit

$$L_2 = 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}051 \,.\, 2^2 = 102 \text{ mkg},$$

die durch die Reibung consumirte Arbeit war aber

$$L_3 = 150 \text{ mkg};$$

es ist daher die effective Leistung dieser Maschine:

$$Pv = L_1 - L_2 - L_3 = 1500 - 252 = 1248 \text{ mkg}$$

und der Wirkungsgrad derselben

$$\eta = \frac{Pv}{Lo} = \frac{1248}{2000} = 0{,}624.$$

Wasserräder. Die hydraulischen Umtriebsmaschinen sind §. 54.
entweder Radmaschinen (Wasserräder) oder Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen). Die Wasserräder sind durch Wasserkraft in Bewegung gesetzte Radwellen (s. Thl. I). Die Wassersäulenmaschinen bestehen im Wesentlichen in einer Wassersäule (mit Wasser angefüllten Röhre) und in einem Kolben, welcher durch den Druck der Wassersäule gegen seine Grundfläche in Bewegung gesetzt wird.

Man unterscheidet verticale Wasserräder, d. h. solche mit horizontaler Axe, von den horizontalen Wasserrädern oder den Wasserrädern mit verticaler Axe.

Die verticalen Wasserräder, von denen hier zunächst die Rede ist, sind entweder oberschlächtige oder mittelschlächtige oder unterschlächtige Wasserräder. Bei den Rädern der ersteren Art trifft das Wasser die höheren Punkte des Rades, bei denen der zweiten Art fällt es in der Nähe des Radmittels ein, und bei den unterschlächtigen Rädern kommt das Wasser nahe am Fuße bei dem Rade an. Noch unterscheidet man rückenschlächtige Wasserräder, bei welchen das Wasser zwischen dem Scheitel und dem Mittel des Rades einfällt, und welche daher zwischen den ober- und mittelschlächtigen Rädern innestehen. Bei den oberschlächtigen Wasserrädern wirkt das Wasser vorzüglich durch sein Gewicht, bei den unterschlächtigen Rädern aber in der Regel durch seine, der Trägheit entsprechende lebendige Kraft, und bei den mittelschlächtigen Rädern wirkt es meist durch Gewicht und Trägheit zugleich. Die unterschlächtigen Wasserräder hängen entweder als sogenannte Schiffmühlenräder frei im unbegrenzten Wasser, oder sie sind von Gerinnen und zwar entweder von geraden, Schnurgerinnen, oder von kreisförmigen, Kropfgerinnen, eingeschlossen.

Uebrigens giebt es auch mittelschlächtige Räder im Kropfgerinne, und diese heißen dann gewöhnlich Kropfräder.

Endlich sind noch von den übrigen Wasserrädern die Ponceleträder zu unterscheiden, bei welchen das Wasser zwar auch wie bei den gewöhnlichen unterschlächtigen Rädern, durch seine lebendige Kraft, aber nicht stoßend, sondern vermöge eines stetigen Druckes wirkt, indem es an krummen Flächen auf- und hinabsteigt.

Zellenräder. Ein gewöhnliches verticales Wasserrad besteht aus einer §. 55.
hölzernen oder eisernen Welle mit zwei Zapfen, ferner aus zwei (seltener ein, drei oder mehreren) ringförmigen Kränzen, und aus mehr oder

weniger radiallaufenden Armen, welche die Kränze mit der Welle verbinden, ferner aus den Schaufeln zwischen den Kränzen und endlich, nach Befinden noch, aus einem Boden, der sich an die inneren Kranzumfänge cylindrisch anschließt. Die Schaufeln theilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in Abtheilungen, und wenn die Schaufeln mehr tangential als radial gestellt sind, so bilden diese Abtheilungen wasserhaltende Tröge oder sogenannte Zellen. Hiernach hat man auch in Hinsicht auf Construction zweierlei Wasserräder, nämlich Schaufelräder mit mehr radial gestellten Schaufeln, und Zellenräder mit trogförmigen Zellen. Die letzteren kommen in allen den Fällen vor, wenn das Wasser durch sein Gewicht wirkt, also bei den ober-, rücken-, und nach Befinden, mittelschlächtigen Wasserrädern.

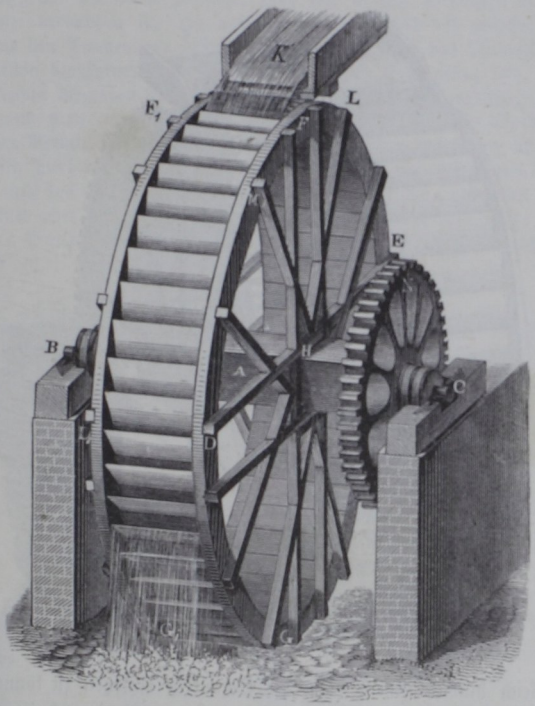
Zunächst ist die Rede von den oberschlächtigen Wasserrädern. Das Wasser wird dem Rade durch ein Gerinne zugeführt, und sein Ausfluß durch eine Schütze am Ende des letzteren regulirt; es fällt hier in der Nähe des Radscheitels, nämlich in der ersten, zweiten oder dritten Zelle, vom Scheitel ausgegangen, ein. Ist nun das Rad einmal in Umdrehung gesetzt, so füllen sich alle unter der Schützenmündung vorbeigehende Zellen zum Theil mit Wasser, welches erst in der Nähe des Radfußes wieder aus den Zellen heraustritt, so daß immer auf der einen Seite des Rades eine gewisse Anzahl von Zellen mit Wasser gefüllt ist, das nun durch sein Gewicht die stete Umdrehung des Rades im Kreise unterhält. Die oberschlächtigen Räder kommen bei 3 bis 15 m Gefälle und 0,1 bis 1 cbm Aufschlagewasser pr. Secunde vor. Dem kleinsten Gefälle und kleinsten Wasserquantum entspricht die kleinste Leistung von 4 Pferdekräften, dem größten Gefälle und größten Aufschlage aber die größte Leistung von gegen 200 Pferdekräften; im letzteren Falle ist es jedoch zweckmäßiger, zwei Räder anzuwenden, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft zu schwerfällig ausfallen.

Das Gefälle eines Wasserrades ist vom Wasserspiegel im Aufschlaggerinne, oder vor der Schütze, bis zur Oberfläche des Unterwassers zu nehmen, dessen Höhe von dem Wasserquantum, der Breite und dem Gefälle des Abzugsgrabens abhängt. Um an Wirkung so wenig wie möglich zu verlieren, soll das Radtiefste unmittelbar über dem Unterwasserspiegel stehen, weshalb denn auch das Gefälle von der Oberfläche des Oberwassers bis zum Radtiefsten gemessen wird. Nur dann, wenn der Rückstau und das Waten des Rades zu befürchten ist, hängt man das Rad etwas höher, so daß sein Tiefstes noch 0,2 bis 0,3 m von dem Unterwasser absteht oder, wie man sagt, freihängt.

§. 56. **Radconstructionen.** Man baut die Wasserräder aus Holz, oder aus Eisen, oder theils aus Holz, theils aus Eisen. Die Art und Weise, wie die

Radarme mit der Welle verbunden sind, ist sehr verschieden. Bei den ganz hölzernen Rädern hat man gewöhnlich sogenannte Armgeviere, welche die zu diesem Zwecke vierkantig gearbeitete Welle umfassen; seltener sind die Arme durch die zu diesem Zwecke durchlochte Welle hindurchgesteckt. Die erste Art von Rädern nennt man Sattelräder, die zweite Art Sternräder. Letztere Construction kommt nur bei leichten oder schwachen Rädern vor. Bei

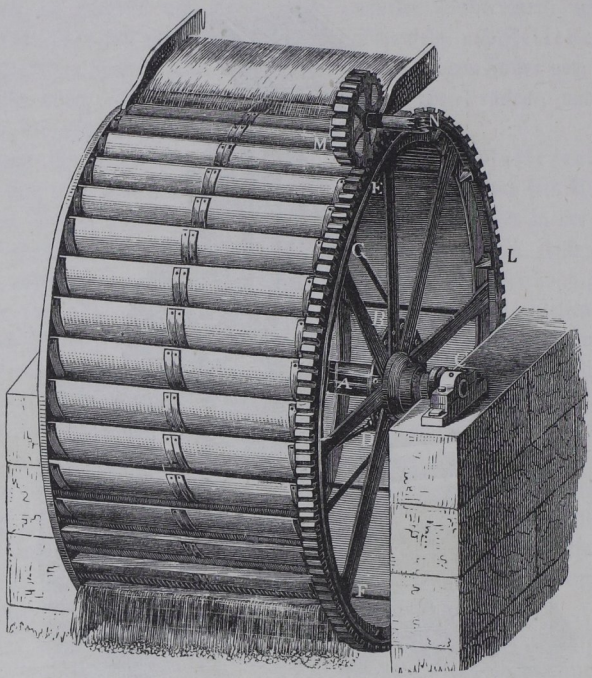
Fig. 169.



hohen Rädern reichen die Armgeviere nicht aus, es müssen daher noch andere Arme, sogenannte Helfarme, zwischen die die Armgeviere bildenden Arme, oder sogenannten Hauptarme, eingesetzt werden. Die letztere Construction kommt bei dem in Fig. 169 abgebildeten Rade vor. Man baut beim sächsischen Bergbau solche Räder zum Umtriebe der Pochwerke, Kunstgezeuge u. s. w. von 6 bis 16 m Höhe. In dieser Zeichnung ist A die Welle, B und C sind deren Zapfen, DE, FG u. s. w. die Hauptarme, HM, HL u. s. w. aber die Helfarme, welche bei H in die sogenannten Viertelstöcke eingesetzt sind. Ferner sind DFG und $D_1F_1G_1$ die Radkränze, und K ist

das Aufschlaggerinne. Die Kränze sind aus zwei Holzringen zusammengesetzt, die aus 8 bis 16 einzelnen, 80 bis 120 mm dicken bogenförmig gearbeiteten Pfostenstücken, den sogenannten Felgen, bestehen. Die Arme sind unter sich und mit den Kränzen durch Schrauben verbunden. Zur festen Verbindung der Kränze mit einander dienen die Hängenägel oder lange Schraubenbolzen, welche durch beide Kränze und durch je zwei Rad-

Fig. 170.



arme zugleich hindurchgehen. Um die Schaufeln einsetzen zu können, sind in die Innenflächen der Kränze sogenannte Larven eingeschnitten. Das Zahnrad N dient zur Transmission der Bewegung.

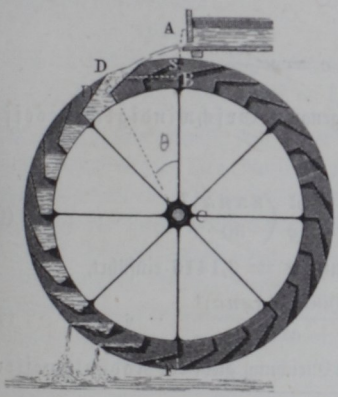
In Fig. 170 ist ein eisernes Rad neuerer Construction abgebildet. Hier sind die Radarme BE, DF . . . durch Schrauben mit Scheiben oder Rosetten, wie BD, fest verbunden, welche auf der Welle AC aufsitzen. Diese Räder werden in der Regel sehr weit gemacht, und erhalten deshalb außer den beiden Seitenkränzen noch einen dritten, mitten zwischen jenen. Dieser dritte Kranz ist nun noch durch Diagonalarme, wie BG u. s. w., gestützt. Zur Befestigung des Ganzen sind außerdem Ankerstangen durch je zwei Hauptarme hindurchgezogen. Mit einem der äußeren Kränze ist das Zahnrad ELF

verbunden, das in ein anderes Zahnrad M eingreift und dadurch eine Welle MN in Umdrehung setzt. Die Schaufeln bestehen hier aus Eisenblech, und werden mittelst Schrauben auf Rippen befestigt, die an den inneren Seiten der Radkränze angegossen sind.

Es muß bemerkt werden, daß es für die Construction der Arme nicht gleichgültig ist, ob das die Betriebskraft weiter fortpflanzende Zahnrad, wie N in Fig. 169, auf der Welle befestigt, oder wie in Fig. 170 direkt mit einem der Radkränze verbunden ist. In dem ersteren Falle wird das zwischen dem Zahnrade und den Armgevieren befindliche Wellenstück durch das Umdrehungsmoment auf Torsion beansprucht, und die Radarme müssen steif genug sein, um den auf sie wirkenden biegenden Kräften zu widerstehen. Bei der Anordnung der Fig. 170 jedoch muß man annehmen, daß die auf die Zellen wirkende Wasserkraft direkt und ohne Vermittelung der Arme und Welle auf den Zahnkranz übergeht. Die Axe wird hierbei gar nicht auf Torsion, sondern nur durch das Gewicht des Rades und des darin enthaltenen Wassers beansprucht, und statt der steifen, gußeisernen oder hölzernen Arme pflegt man oft einfache cylindrische schmiedeeiserne Stangen anzuwenden, mittelst deren das ganze Gewicht des Radmantels an die Axe gehängt ist (Suspensionssystem).

Radabmessungen. Das erste Hauptelement eines Wasserrades ist §. 57.
die Umfangsgeschwindigkeit v oder Umdrehungszahl n desselben. Aus einem oder dem anderen dieser beiden Elemente läßt sich zunächst der Radhalbmesser bestimmen. Wir werden weiter unten sehen, daß wir oberschlächtigen Wasserrädern eine kleine Umfangsgeschwindigkeit geben müssen. Bei hohen Rädern steigt dieselbe bis auf 3 m, Räder von mittlerer Höhe haben nur 1,5 m Geschwindigkeit und bei den niedrigsten Rädern läßt man diese Geschwindigkeit bis auf 0,75 m herabgehen. Die Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers hängt von der Radgeschwindigkeit v ab, und ist in einem bestimmten Verhältnisse größer als diese. Zur Erzeugung der Geschwindigkeit c ist ein Gefälle nöthig, wie in Fig. 171,

Fig. 171.



$$AB = h_1 = \frac{c^2}{2g},$$

welches vom Totalgefälle $AF = h$ nur noch das eigentliche Radgefälle

$$BF = h_2 = h - h_1 = h - \frac{c^2}{2g}$$

übrig läßt. Da selbst bei dem vollkommensten Ausflusse noch 5 Procent an lebendiger Kraft verloren gehen (s. Thl. I), so möchte es rathsam sein, diesen Verlust hier zu 10 Procent anzunehmen, und daher das effective Gefälle für den Eintritt,

$$h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2\,g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

also

$$h_2 = h - 1{,}1\,\frac{c^2}{2\,g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

zu setzen. Aus dem Radgefälle h_2 ergiebt sich nun noch die Radhöhe oder der Radhalbmesser $CF = CS = a$, indem man den Winkel $SCD = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle D vom Radscheitel S abweicht, als gegeben ansehen kann. Es ist nämlich:

$$h_2 = CF + CB = a + a\cos\theta = (1 + \cos\theta)\,a \quad \ldots \quad (3)$$

daher umgekehrt, der Radhalbmesser:

$$a = \frac{h - h_1}{1 + \cos\theta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Aus dem Radhalbmesser a und der Umfangsgeschwindigkeit v ergiebt sich die Anzahl n der Umdrehungen des Rades pr. Minute:

$$n = \frac{30\,v}{\pi a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

In der Regel giebt man die Umdrehungszahl n und hat hieraus a und v zu berechnen. Setzt man hiernach

$$v = \frac{\pi n a}{30} \text{ und } c = \varkappa\,\frac{\pi n a}{30},$$

wo $\varkappa$ ein gegebenes Verhältniß, der sogenannte Geschwindigkeitscoefficient $\frac{c}{v}$ ist, so erhält man:

$$(1 + \cos\theta)\,a = h - \frac{1{,}1}{2\,g}\left(\frac{\varkappa\pi n a}{30}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

und hieraus, wenn man $g = 9{,}81$ und $\pi = 3{,}1416$ einführt,

$$a = \frac{h - 0{,}000614\,(\varkappa n a)^2}{1 + \cos\theta} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt den Radhalbmesser:

$$a = \frac{\sqrt{0{,}002456\,\varkappa^2 n^2 h + (1 + \cos\theta)^2} - (1 + \cos\theta)}{0{,}001228\,\varkappa^2 n^2} \quad \ldots \quad (8)$$

oder annähernd, wenn man in (7) in der Klammer $\frac{h}{2}$ für a einsetzt:

$$a = h\,\frac{1 - 0{,}000154\,\varkappa^2 n^2 h}{1 + \cos\theta}\ \text{Meter} \quad \ldots \quad (9)$$

Hiernach folgt dann die Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \frac{\pi n a}{30} = 0{,}1047\,na \quad \ldots \quad (10)$$

Beispiele. 1. Für ein Gefälle von 10 m ist ein Rad zu construiren, welches 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit hat, und das doppelt so schnell eintretende Wasser 12 Grad unter dem Scheitel aufnimmt, wie groß ist der erforderliche Radhalbmesser und die Umdrehungszahl? Es ist:

$$c = 2\,.\,2{,}5 = 5\ \text{m},$$

daher:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,25 = 1{,}403\ \text{m}$$

und

$$a = \frac{10 - 1{,}403}{1 + \cos 12^0} = \frac{8{,}597}{1{,}978} = 4{,}346\ \text{m},$$

endlich:

$$n = \frac{30\,.\,2{,}5}{\pi\,.\,4{,}346} = 5{,}49 = rot\ 5\tfrac{1}{2}\ \text{Umdrehungen}.$$

2. Ist die Umdrehungszahl $n = 5$ gegeben, so folgt bei dem nämlichen Gefälle und dem gegebenen Verhältnisse $\varkappa = 2$, der Radhalbmesser nach (8):

$$a = \frac{\sqrt{0{,}002456\,.\,4\,.\,25\,.\,10 + 1{,}978^2} - 1{,}978}{0{,}001228\,.\,4\,.\,25} = 4{,}446\ \text{m};$$

ferner die Umfangsgeschwindigkeit:

$$v = 0{,}1047\,.\,5\,.\,4{,}446 = 2{,}327\ \text{m},$$

die Eintrittsgeschwindigkeit:

$$c = 4{,}654\ \text{m},$$

und endlich das Gefälle zur Erzeugung der letzteren Geschwindigkeit:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,4{,}654^2 = 1{,}215\ \text{m}.$$

Wichtige Radverhältnisse sind ferner noch die Kranzbreite und die Radweite. Die Kranzbreite (Radtiefe) oberschlächtiger Wasserräder macht man gewöhnlich 0,25 bis 0,30 m, selten 0,35 bis 0,40 m, und zwar deshalb, weil das Wasser bei einem Rade mit schmalem Kranze an einem größeren Hebelarme wirkt, als bei einem gleich hohen Rade mit breitem Kranze. Was dagegen die Radweite oder Radbreite anlangt, so hängt diese von dem dem Rade zu gebenden Fassungsraume ab. Ist d die Kranzbreite oder Radtiefe und e die Radweite, so hat man den Querschnitt des vom Boden und von den Radkränzen gebildeten ringförmigen Fassungsraumes gleich de; und ist noch v_1 die Radgeschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite, so hat man den in der Secunde dem eintretenden Wasser dargebotenen Fassungsraum gleich dev_1. Dieser Raum muß jedoch größer sein als das Auffschlagquantum Q pr. Secunde, weil der Fassungsraum einer Radzelle durch die Dicke der Schaufeln vermindert wird, und es auch wegen des zu zeitigen Ausfließens nicht zweck-

mäßig ist, die Zellen ganz mit Wasser anzufüllen; es ist daher $\varepsilon dev_1 = Q$, und $\varepsilon < 1$ zu setzen. In der Regel nimmt man diesen Coefficienten, den man auch den Füllungscoefficienten nennt, $\varepsilon = 1/4$ bis $1/3$ an. Jedenfalls bestimmt sich nun die gesuchte Radweite durch die Formel

$$e = \frac{Q}{\varepsilon dv_1},$$

oder, wenn man annähernd

$$v_1 = v = \frac{\pi an}{30}$$

einführt,

$$e = \frac{30\,Q}{\varepsilon \pi nad} = 9{,}55\,\frac{Q}{\varepsilon nad},$$

oder für ε den mittleren Werth $1/4$ angenommen,

$$e = 38{,}2\,\frac{Q}{nad}.$$

Damit sehr hohe Räder nicht zu schmal ausfallen, nimmt man für sie ε wohl gar $1/5$.

Die Schaufelzahl z ist ein weiteres wichtiges Radelement. Es ist leicht einzusehen, daß eine kleinere Wassermenge in einer Radzelle länger beharrt als ein größeres Wasserquantum, und da nun dieses letztere unter übrigens gleichen Umständen und Verhältnissen um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der Schaufeln des Rades ist, so folgt, daß im Allgemeinen eine große Schaufelzahl auf eine größere Ausnutzung der Wasserkraft führt, und daher eine größere Leistung des Wasserrades verspricht als eine kleine Schaufelzahl. Jedoch hat diese Zahl auch ihre Grenzen, und zwar nicht allein deshalb, weil die Schaufeln in Folge ihrer Dicke einen gewissen Theil vom Fassungsraum des Rades in Anspruch nehmen, wonach man also Rädern mit dünneren eisernen Schaufeln eine größere Schaufelzahl geben dürfte, als Rädern mit dickeren Holzschaufeln, sondern auch deshalb, weil es zwecklos und nachtheilig ist, die Schaufeln so nahe an einander zu rücken, daß die eine Zelle in den Fassungsraum der anderen tritt, welche daher nicht soviel Wasser zu fassen vermag, als wenn diese Schaufeln mehr von einander abstehen. Einen wesentlichen Einfluß auf die Anzahl der Schaufeln eines Rades hat auch noch die Gestalt der Schaufeln, sowie die Art und Weise der Einführung des Wassers in das Rad, da dem Wasserstrahl zum Eintritte in das Rad ein hinreichender Querschnitt dargeboten werden muß.

Hat man den Abstand zwischen je zwei Schaufeln festgesetzt, so ist die Anzahl z der Schaufeln dem Radumfange oder Halbmesser a proportional wachsend anzunehmen, und zwar im Mittel bei der gewöhnlichen Radtiefe von 0,25 bis 0,30 m, $z = 16\,a$ bis $20\,a$ zu setzen, wenn a in Metern ausgedrückt wird.

Räder von größerer Radtiefe erhalten eine kleinere Schaufelzahl als solche von kleinerer Tiefe.

Aus der Schaufelzahl z folgt der sogenannte Theilwinkel, d. i. der Winkel zwischen zwei benachbarten Schaufeln:

$$\varphi = \frac{360^0}{z}.$$

Beispiel. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad bei 4 m Halbmesser, 0,30 m Kranzbreite und 0,25 cbm Aufschlag pr. Secunde fünf Umdrehungen pr. Minute machen soll, so hat man ihm die Weite

$$e = 38{,}2\,\frac{0{,}25}{5 \,.\, 4 \,.\, 0{,}3} = 1{,}592 \; rot \; 1{,}6 \text{ m}$$

zu geben; und es ist die Schaufelzahl $z = 18\,a = 72$ in Anwendung zu bringen, endlich ist der Theilungswinkel $\varphi = {}^{360}/_{72} = 5^0$ zu machen.

Schaufelungsmethoden. Von großem Einflusse auf die Wirkung eines Wasserrades sind die sogenannten Schaufelungsmethoden oder §. 58.

Fig. 172.

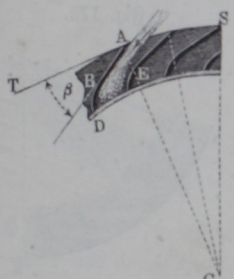
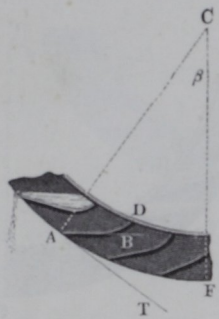


Fig. 173.



die Formen der durch den Boden und durch die Schaufeln des Rades gebildeten Radzellen. Die Schaufeln müssen so geformt und so gestellt sein, daß sie das Aufschlagewasser nicht allein ungehindert in die Radzellen eintreten lassen, sondern auch darin soviel wie möglich bis zum tiefsten Punkte des Rades zurückhalten. Viele von den verschiedenen Schaufelungsmethoden entsprechen diesen Forderungen nur sehr unvollkommen. Bei gleicher Schaufelzahl, gleicher Wassermenge u. s. w. hängt jedenfalls der Ein- und Austritt des Wassers von der Lage des äußeren Schaufelendes AB, Fig. 172, ab. Dasselbe schließt mit dem äußeren Radumfange einen gewissen Winkel $BAT = \beta$ ein, welchen wir in der Folge den Eintrittswinkel des Wassers nennen wollen. Dieser Winkel ergänzt den Winkel BAC, welchen das Schaufelende mit dem Radhalbmesser CA einschließt und welcher gewöhnlich der Dockungs- oder Deckungswinkel genannt

wird, zu einem Rechten. Das Schaufelende AB bildet die äußere Seitenwand einer Zelle, deren veränderlicher Fassungsraum daher auch von der Lage und Ausdehnung dieses Begrenzungselementes abhängt. Wenn beim Niedergehen der Zelle das Schaufelende in eine horizontale Lage AB, Fig. 173, gelangt, so verliert es die Eigenschaft einer Seitenwand vollständig und es fällt der Fassungsraum der Zelle Null aus. In diesem Augenblicke steht das Schaufelende noch um den Winkel $ACF = BAT = \beta$ von dem Radtiefsten F ab; damit folglich das Wasser so lange wie möglich in der niedergehenden Zelle zurückgehalten werde, ist dieser Winkel so klein wie möglich zu machen. Da nun aber zur Einführung des Wassers in das Rad ein gewisser Zellenquerschnitt AE, Fig. 172, nothwendig ist, welcher von der Größe des Eintrittswinkels abhängt und mit demselben gleichzeitig Null wird, so ist zur Erzielung einer vortheilhaften Leistung des Wasserrades erforderlich, daß der Eintrittswinkel des Wassers zwar klein sei, jedoch unter eine gewisse und noch zu bestimmende Grenze nicht herabkomme.

Fig. 174.

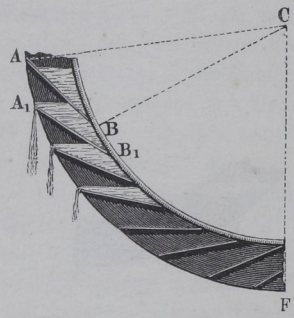
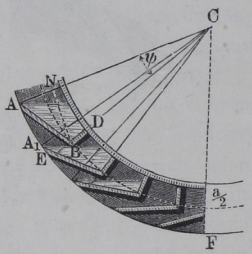


Fig. 175.



Außerdem hängt der Fassungsraum einer Radzelle auch noch von der Form und Ausdehnung der Schaufeln ab, und es ist leicht zu ermessen, daß derselbe um so größer ausfällt, je breiter die Schaufeln sind und je mehr dieselben im Mittel vom inneren Radumfange oder von dem als innere Seitenwand der Zellen dienenden Radboden abstehen. Wenn es nun auch zum längeren Zurückhalten des Wassers in den Zellen erforderlich ist, den Fassungsraum der letzteren so viel wie möglich zu vergrößern, so ist doch auch hierin die Grenze nicht zu überschreiten, wobei entweder die Fassungsräume der benachbarten Zellen in einander eindringen oder die Zellen Dimensionen annehmen, welche dem Ein- und rechtzeitigen Austritt des Wassers hinderlich sind. Aus diesem Grunde sind auch die einfachen ebenen Schaufeln, wie AB, Fig. 174, entweder gar nicht anwendbar oder wenig-

stens ganz unzweckmäßig, und man ersetzt dieselben durch zusammengesetzte oder krumme Schaufeln, welche sich zwar an den äußeren Radumfang unter dem gegebenen Eintrittswinkel β anschließen, dagegen aber auf dem inneren Radumfang oder Radboden ganz oder nahe rechtwinkelig stehen.

Die hölzernen Schaufeln läßt man gewöhnlich aus zwei Theilen AB und BD, Fig. 175 (a. v. S.), bestehen, welche natürlich unter einem stumpfen Winkel aneinander stoßen. Der äußere Theil der Schaufel heißt die Stoß- oder Setzschaufel, und der innere die Riegel- oder Kropfschaufel; die erstere trifft den äußeren Radumfang unter dem Eintrittswinkel β und die letztere wird radial, zuweilen auch, jedoch weniger gut, rechtwinkelig gegen die erstere gelegt. Man nennt den Kreis, welcher durch die Punkte bestimmt ist, worin diese Schaufeln zusammenstoßen, den Theilkreis des Wasserrades, weil auf ihm die Eintheilung des Rades in Zellen vorgenommen wird. Diesen Kreis legt man bei einem kleineren Eintrittswinkel ins Mittel, wie Fig. 175, und bei einem größeren Eintrittswinkel ins Drittel der

Fig. 176.

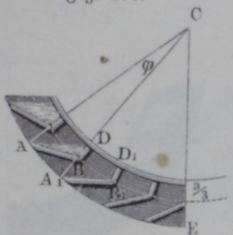
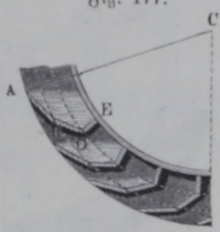


Fig. 177.



Kranzbreite, wie Fig. 176, so daß er im ersteren Falle von beiden Radumfängen gleich und im zweiten vom äußeren Radumfange doppelt so viel absteht als vom inneren.

Eine gewöhnliche und sehr einfache Schaufelconstruction besteht darin, daß man die Stoßschaufel AB, Fig. 176, von den Schenkeln CA und CB des Theilwinkels $ACB = \varphi$ einschließen und folglich in einem und demselben Radius CD eine Stoßschaufel A_1B_1 anfangen und eine andere Stoßschaufel AB auslaufen läßt. Zuweilen macht man jedoch auch, um einen kleineren Eintrittswinkel zu erhalten, den Winkel $ACB = \psi$, Fig. 175, welcher eine Stoßschaufel zwischen seine Schenkel faßt, noch größer als den Theilwinkel ACA_1, z. B. gleich fünf Vierteln dieses Winkels.

Ist a der äußere Halbmesser CA, Fig. 175, und a_1 der Halbmesser CB des Theilkreises, so hat man für den dem Schaufelwinkel ψ entsprechenden Eintrittswinkel $EAB = ABN = \beta$

$$tang\,\beta = \frac{AN}{BN} = \frac{a - a_1 \cos\psi}{a_1 \sin\psi},$$

in welchem Ausdrucke φ statt ψ einzusetzen ist, wenn die gewöhnliche einfache Schaufelconstruction, Fig. 176, angewendet wird. Bezeichnet nun d die Kranzbreite DE, so hat man, je nachdem man den Theilkreis ins Mittel oder ins Drittel legt,

$$a_1 = a - {}^1/_2\, d \text{ oder } a_1 = a - {}^2/_3\, d$$

in die letzte Formel einzusetzen.

Die Stoß- und Riegelschaufeln aus Gußeisen oder Eisenblech gehen in einem Bogen allmälig in einander über und bestehen nur aus einem Stücke (Fig. 173). Da bei diesen eisernen Schaufeln die Verengung der Zelle durch die Ecke zwischen den beiden Schaufeln wegfällt, so gewähren dieselben eine bessere Einführung des Wassers als die zweitheiligen Holzschaufeln. Um auch den aus Holzschaufeln gebildeten Radzellen eine größere Weite zu verschaffen, kann man die Kante zwischen der Stoß- und Riegelschaufel abstumpfen und statt derselben ein drittes Schaufelstück BD, Fig. 177, einsetzen.

Fig. 178.

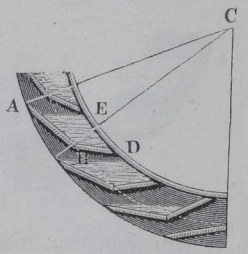
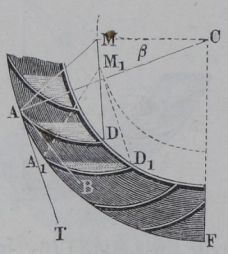


Fig. 179.



Noch kann man den Fassungsraum einer Zelle dadurch vergrößern, ohne die Zelle, zum Nachtheil der Einführung des Wassers in dieselbe, zu verengen, daß man die Riegelschaufel BD, Fig. 178, nicht rechtwinkelig gegen den Radboden, sondern so stellt, daß sie innerlich mit demselben einen spitzen Winkel BDE, z. B. einen solchen von 45 Grad einschließt. Um diesen schrägen Anschluß bei eisernen Schaufeln zu erhalten, kann man diese Schaufeln ganz oder zum Theil nach einem Kreisbogen krümmen, welcher unter einem spitzen Winkel von circa 45 Grad an den Radboden anstößt. Den Mittelpunkt M eines solchen Kreisbogens AD, Fig. 179, hat man in einer Linie AM anzunehmen, welche mit dem Radhalbmesser CA den Eintrittswinkel

$$CAM = BAT = \beta$$

einschließt. Die Mittelpunkte M_1, M_2... der übrigen Schaufeln A_1D_1, A_2D_2... liegen in einem mit CM aus C beschriebenen Kreise.

Beispiel. Macht man bei dem Rade im Beispiele des vorhergehenden Paragraphen, für welches der Halbmesser $a = 4$ m, die Radtiefe $d = 0{,}3$ m und der Theilwinkel $\varphi = 5^0$ angenommen wurde, den Schaufelwinkel $\psi = {}^5/_4\varphi = 6^0\,15'$, ferner den Theilkreishalbmesser

$$a_1 = a - \frac{d}{2} = 3{,}85 \text{ m},$$

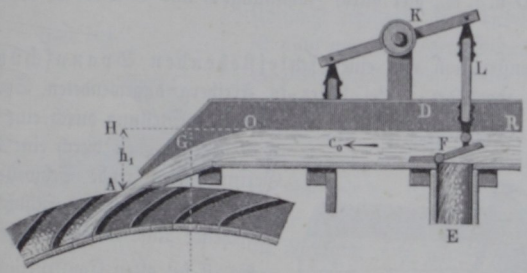
so hat man für den Eintrittswinkel β:

$$tg\,\beta = \frac{a - a_1\,cos\,\psi}{a_1\,sin\,\psi} = \frac{4 - 3{,}85\,.\,0{,}9941}{3{,}85\,.\,0{,}1088} = \frac{0{,}173}{0{,}419} = 0{,}413,$$

woraus $\beta = 22^0\,27'$ und der Deckungswinkel $90^0 - \beta = 67^0\,33'$ folgt.

Schützen. Von nicht unbedeutender Wichtigkeit ist die Art und Weise, §. 59. wie das Wasser auf ein Rad geführt wird. Man läßt entweder das Wasser aus dem Gerinne frei einfallen in das Rad, oder man spannt dasselbe durch eine sogenannte Spannschütze an, ehe es in das Rad tritt. Im ersten Falle hängt die Einfallsgeschwindigkeit fast nur von der Fallhöhe ab,

Fig. 180.



im zweiten hingegen kann sie durch die Druckhöhe regulirt werden. Aus dem letzteren Grunde zieht man daher auch die Anwendung eines Schutzbrettes dem freien Eintritte oder der Einführung durch ein sogenanntes Schußgerinne vor. In Fig. 180 ist ein Wassereinlauf ohne Schütze abgebildet. Das durch das Gerinne DO zugeführte Wasser wird durch ein Schußgerinne G in bestimmter Richtung auf das Rad geführt. Um wenigstens den Zufluß zu reguliren, ist vor dem Rade ein Abfallluttен E angebracht, durch den das überflüssige Wasser abfließt und über welchem eine Fallklappe F liegt, welche sich mittelst Hebel K, Stange L u. s. w. beliebig eröffnen und verschließen läßt. Fließt das Wasser im Gerinne mit der Geschwindigkeit c_0 zu und ist die Fallhöhe AH, vom Wasserspiegel OR bis zum Eintrittspunkte A gerechnet, $= h_1$, so hat man die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers nahezu

$$c = \sqrt{2gh_1 + c_0^2} = \sqrt{2gh_1 + \left(\frac{Q}{G}\right)^2},$$

wenn Q das Wasserquantum und G den Inhalt des Querschnittes vom zufließenden Wasser bezeichnen.

Die Spannschützen sind entweder horizontal, oder vertical, oder geneigt. Die Anordnung und Stellvorrichtung eines horizontalen Schutzbrettes BC ist aus Fig. 181, und die eines verticalen Schutzbrettes aus Fig. 182 ersichtlich. Dort wird das Brett durch Zugstange DE und

Fig. 181.

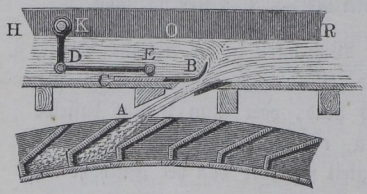
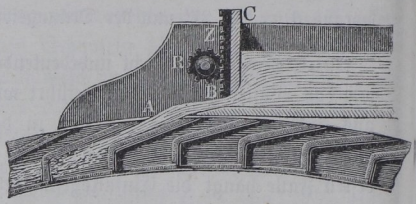


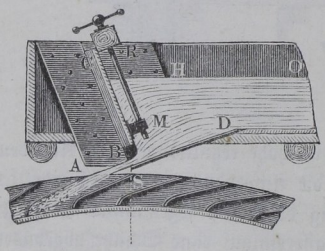
Fig. 182.



Hebel KD u. s. w., hier durch Zahnstange Z und Getriebe R in Bewegung gesetzt.

Die Construction von einer schiefstehenden Spannschütze ist in Fig. 183 abgebildet. Bei dieser in Freiberg angewendeten Spannschütze erfolgt die Stellung durch eine Schraube RM, welche oben durch eine über dem Gerinne wegliegende Schwelle R und unten durch eine an dem Schutzbrette BC vorstehende Nase M hindurchgeht.

Fig. 183.



Es ist bei allen Constructionen dieser Art Regel, die Mündung im Inneren so viel und so glatt wie möglich abzurunden oder nach der Gestalt des contrahirten Wasserstrahles zu formen, um die äußere Contraction des Wasserstrahles zu vermeiden und dem Wasser so wenig wie möglich Hindernisse in den Weg zu legen. Fällt das Wasser, nachdem es aus der Mündung herausgetreten ist, ganz frei, und kann man die Mündungsebene winkelrecht gegen die Richtung des Strahles legen, so ist es auch zweckmäßig, die Mündung einer dünnen Wand anzuwenden; nur muß dann auch dafür gesorgt werden, daß nicht partielle, einen schiefen Strahl gebende Contraction eintrete (s. Thl. I).

Bei dem Ausflusse durch Spannschützen bestimmt sich aus der Druckhöhe h_0, von dem Wasserspiegel bis zur Mitte der Schützmündung gemessen, die Ausflußgeschwindigkeit

$$c_0 = \mu \sqrt{2gh_0},$$

ist nun noch z die freie Fallhöhe von der Schutzmündung bis zum Eintrittspunkte gerechnet, so hat man die Einfallsgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2gz} = \sqrt{2g(\mu^2 h_0 + z)}.$$

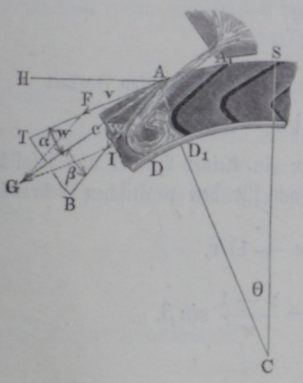
Nehmen wir den Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}95$ an, so bekommen wir demnach:

$$c = \sqrt{2g(0{,}9 h_0 + z)}.$$

Man ersieht hieraus, daß bei gleichem Einlaßgefälle die Einfallsgeschwindigkeit ziemlich dieselbe ist, das Wasser mag frei einfallen oder aus einer Schutzöffnung in das Rad gelangen.

Eintritt des Wassers. Damit das Wasser ungehindert in die Radzellen eintrete, darf es nicht am äußeren Radumfange mit den Schaufeln zusammenstoßen, sondern es muß der Zusammenstoß erst nahe am inneren Umfange erfolgen. Aus diesem Grunde ist nicht nur die äußere Schaufelkante A möglichst zuzuschärfen, sondern auch noch der Wasserstrahl AG, Fig. 184, so zu richten, daß sich seine Geschwindigkeit in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon der eine mit der Umfangsgeschwindigkeit $AF = v$ zusammenfällt und der andere die Richtung AB der Stoßschaufel oder des äußeren Schaufelendes überhaupt hat. Da man die Richtung AB der Stoßschaufel als gegeben ansehen kann, ebenso die gegen den Radhalbmesser CA rechtwinkelig gerichtete Geschwindigkeit v am äußeren Radumfange bekannt und die Größe der Geschwindigkeit c des einfallenden Wassers eine bestimmte ist, so findet man die erforderliche Richtung des letzteren, wenn man durch F eine Parallele zu AB legt, mit c, als Halbmesser, aus A einen Kreisbogen beschreibt und nun von A nach dem Durchschnitte G dieses Bogens mit jener Parallelen eine Gerade AG zieht. §. 60.

Fig. 184.



Führt man endlich noch durch den Punkt G eine Parallele zu AF, so schneidet diese von AB die relative Geschwindigkeit $AJ = w$ ab, mit welcher das Wasser in das Rad eintritt. Durch Rechnung findet man Folgendes: Ist α der Zutrittswinkel GAT, unter welchem der zufließende Wasserstrahl den äußeren Radumfang trifft, und β der gegebene

Eintrittswinkel TAB, unter welchem sich die Schaufeln an diesen Radumfang anschließen, so gelten für dieselben die bekannten Proportionen:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{w}{c} \text{ und } \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = \frac{v}{c}.$$

Die letztere Proportion führt auf die Formel

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{v}{c}\sin\beta = \frac{\sin\beta}{\varkappa},$$

wonach sich aus dem Eintrittswinkel β und dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v}$, der Winkel $\beta - \alpha = GAB$ bestimmen läßt, um welchen die Richtung AG des Wasserstrahles von der Richtung AB des Schaufelendes abweichen muß, und wodurch auch der Zutrittswinkel

$$\alpha = \beta - (\beta - \alpha)$$

gefunden wird.

Mit Hülfe der ersteren Proportion folgt dann aus dem letzteren Winkel die relative Eintrittsgeschwindigkeit:

$$w = \frac{c\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Man kann diese Geschwindigkeit auch mittelst der bekannten Formel

$$w = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos\alpha} = v\sqrt{1 - 2\varkappa\cos\alpha + \varkappa^2}$$

berechnen, auch läßt sich, da α stets nur ein kleiner Winkel und folglich $\cos\alpha$ nahe = Eins ist, annähernd, jedoch für den praktischen Gebrauch genau genug,

$$w = c - v = (\varkappa - 1)\,v,$$

und ebenso

$$\sin\alpha = \frac{c-v}{c}\sin\beta = \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\sin\beta,$$

oder einfacher,

$$\alpha = \frac{\varkappa-1}{\varkappa}\beta$$

setzen.

Hiernach kann man also mittelst des gegebenen Geschwindigkeitsverhältnisses $\varkappa = \frac{c}{v}$ aus dem Eintrittswinkel β den Zutrittswinkel α berechnen. Man ersieht auch hieraus, daß $\varkappa > 1$, und also auch $c > v$ sein muß.

Da das in eine Radzelle eintretende Wasser in Folge des Stoßes gegen die Kropfschaufel u. s. w. eine entgegengesetzte Bewegungsrichtung annimmt, so würde dasselbe wenigstens theilweise wieder aus der Zelle heraustreten, wenn die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers eine sehr große wäre,

und wenn nicht das Wasser durch den Stoß gegen die Außenfläche der folgenden Schaufel eine andere Richtung bekäme. In dieser Hinsicht ist daher auch die Schaufelconstruction in Fig. 175 der in Fig. 178 vorzuziehen und die Anwendung von Schaufeln AD, wie Fig. 184, welche sich mit ihrer Außenfläche unter einem spitzen Winkel an den Radboden anschließen, in allen den Fällen zu rechtfertigen, wo das Wasser mit einer großen relativen Geschwindigkeit in das Rad eintritt.

Da die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w = c - v = (\varkappa - 1)\, v$ nicht allein mit v, sondern auch mit $\varkappa$ wächst, so soll aus diesem Grunde das Verhältniß $\varkappa$ nie einen großen, meistens nur zwischen $^3/_2$ und 2 liegenden Werth annehmen.

Giebt man noch den Winkel $SCA = \theta$, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radscheitel abweicht, so kann man nun auch den Neigungswinkel $GAH = \nu$ des einfallenden Wasserstrahles gegen den Horizont AH angeben; es ist nämlich

$$\nu = TAH + GAT = \theta + \alpha.$$

Beispiel. Wenn ein 10 m hohes verticales Wasserrad in der Minute vier Umdrehungen machen und folglich mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{3{,}1416 \,.\, 4 \,.\, 5}{30} = 2{,}094 \text{ m}$$

umlaufen soll, so ist bei dem Verhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$ die erforderliche absolute Geschwindigkeit des zufließenden Wassers:

$$c = \varkappa \,.\, v = 2 \,.\, v = 4{,}188 \text{ m}.$$

Macht man nun den Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, so ist für den Zutrittswinkel α:

$$\sin(\beta - \alpha) = \frac{\sin\beta}{\varkappa} = {}^1/_2 \sin\beta = {}^1/_2 \,.\, 0{,}3420 = 0{,}1710,$$

daher:

$$\beta - \alpha = 9^0\, 51',$$

so daß nun der Zutrittswinkel

$$\alpha = 20^0 - 9^0\, 51' = 10^0\, 9',$$

und die relative Geschwindigkeit des eintretenden Wassers

$$w = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\, c = \frac{0{,}1762}{0{,}3420}\, 4{,}188 = 2{,}158 \text{ m}$$

folgt.

Nach den Näherungsformeln wäre

$$w = c - v = (\varkappa - 1)\, v = v = 2{,}094 \text{ m}$$

und

$$\alpha = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\, \beta = {}^1/_2 \beta = 10 \text{ Grad}.$$

Steht die Eintrittsstelle um den Winkel $\theta = 12$ Grad vom Radscheitel ab, so ist folglich die erforderliche Neigung des Wasserstrahles gegen den Horizont:

$$\nu = \theta + \alpha = 12^0 + 10^0\, 9' = 22^0\, 9'.$$

Ist b die Länge des Bogens AK, Fig. 185, welchen der eintretende Wasserstrahl am äußeren Radumfange einnimmt, so beträgt die Dicke des Strahles unmittelbar vor dem Eintritte:

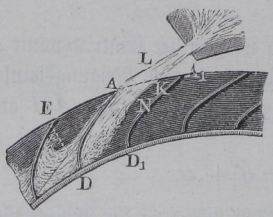
$$KL = AK \sin KAL = b \sin \alpha;$$

dagegen die Dicke desselben unmittelbar nach seinem Eintritte:

$$AN = AK \sin AKN = b \sin \beta,$$

und ist nun noch e die der Radweite gleichzusetzende Strahlbreite, so hat man die entsprechenden Querschnitte des Strahles:

Fig. 185.



$$eb \sin \alpha \text{ und } eb \sin \beta,$$

und folglich das Auffschlagwasserquantum:

$$Q = eb \sin \alpha . c = eb \sin \beta . w.$$

Nun ist aber dem Obigen zufolge,

$$Q = \varepsilon d e v,$$

wenn ε den Füllungscoefficienten und d die Radtiefe DE bezeichnen, daher hat man auch:

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \frac{\varepsilon d}{b} \text{ und } \sin \beta = \frac{v}{w} \frac{\varepsilon d}{b}.$$

Umgekehrt, ist die Länge des Bogens, welchen der Wasserstrahl am Radumfange einnimmt,

$$b = \frac{v}{c} \frac{\varepsilon d}{\sin \alpha} = \frac{v}{w} \frac{\varepsilon d}{\sin \beta}.$$

Annähernd, $w = c - v = (\varkappa - 1) v$ eingesetzt, folgt:

$$b = \frac{\varepsilon d}{(\varkappa - 1) \sin \beta}.$$

Da die oberschlächtigen Wasserräder nicht ventilirt werden, d. i. keine Oeffnungen im Radboden zum Austritt der vom eintretenden Wasser vertriebenen Luft haben können, so darf die Einmündung einer Radzelle nicht einen Augenblick lang von dem Querschnitt des eintretenden Wassers ausgefüllt sein, sondern es muß dieser Querschnitt noch einen zum Entweichen der verdrängten Luft nöthigen Raum übrig lassen. Wenn nun die Strahlbreite nur wenig kleiner ist als die Radweite e, so muß die Luft längs der ganzen Radweite austreten können, und es ist daher nöthig, daß der im Vorstehenden gefundene Bogen, welchen das eintretende Wasser am äußeren Radumfange einnimmt, noch kleiner sei als der an eben diesem Umfange von einer Radzelle eingenommene Bogen AA_1.

Ist z die Anzahl der Radschaufeln und a der äußere Radhalbmesser, so mißt dieser letztere Bogen: $b_1 = \frac{2\pi a}{z}$, und setzen wir ihn nun der Bogenlänge b gleich, so erhalten wir folgenden Ausdruck für die zulässige Schaufel- oder Zellenzahl des Rades:

$$z = \frac{2\pi a}{b} = (\varkappa - 1)\frac{2\pi a \sin\beta}{\varepsilon d}.$$

Der Sicherheit wegen ist diese Zahl noch kleiner, je nach Befinden, nur halb so groß, d. i.

$$z = (\varkappa - 1)\frac{\pi a \sin\beta}{\varepsilon d}$$

anzunehmen.

Man ersieht aus dieser Formel, daß die Anzahl der Schaufeln eines Rades um so größer ausfallen kann, je größer der Radhalbmesser a, der Eintrittswinkel β und das Geschwindigkeitsverhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$, sowie je kleiner der Füllungscoefficient ε und je kleiner die Breite d des Radkranzes ist.

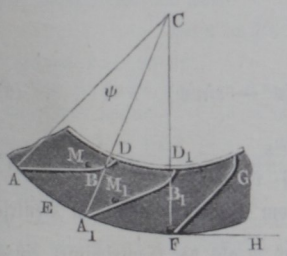
Beispiel. Für ein oberschlächtiges Wasserrad von 8 m Höhe und 0,3 m Kranzbreite ist bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$, dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/4$ und dem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad die größte Schaufelzahl:

$$z = (\varkappa - 1)\frac{2 . \pi . 4 \sin 20^0}{\frac{1}{4} . 0{,}3} = 114{,}5$$

wofür jedoch der Sicherheit wegen nur zwei Drittel dieses Werthes, etwa 72, anzunehmen sein möchte.

Anzahl der Zellen. Wir haben im Obigen angenommen, daß das Wasser eine Zelle vollständig verlassen habe, wenn die Stoßschaufel AB, Fig. 186, oder wenigstens das äußerste Schaufelende eine horizontale Lage angenommen hat; dies ist jedoch nur annähernd richtig; denn die letzten Wassertheile, wie z. B. M, welchen der Druck mangelt, fallen erst allmälig von der Schaufel AB herab, während dieselbe fortrückt und eine größere und größere Neigung annimmt. Die Zeit, welche hierzu nöthig ist, läßt sich wie folgt ermitteln. §. 61.

Fig. 186.



Hat sich die in horizontale Lage gekommene Schaufel AB um den Winkel $ACA_1 = \psi$ gedreht, ist also auch ihre Neigung gegen den Hori-

zont gleich ψ geworden, so beträgt die Beschleunigung des Wassertheilchens M_1 auf derselben: $p = g \sin\psi$; nun ist aber nach Thl. I für die entsprechende Fallgeschwindigkeit w, $\partial w = p\partial t$, daher hat man hier:

$$\partial w = g \sin\psi \partial t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Dreht sich das Rad, und also auch die Schaufel mit der Geschwindigkeit v herum, so haben wir auch:

$$a\psi = vt,$$

sowie

$$a\partial\psi = v\partial t,$$

daher läßt sich

$$\partial w = g \sin\psi \frac{a\partial\psi}{v} = \frac{ga}{v} \sin\psi\partial\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und die relative Geschwindigkeit des auf der Schaufel herabfallenden Wasser-Elementes

$$w = \frac{ga}{v} \int_0^{\psi} \sin\psi\partial\psi = \frac{ga}{v}(1 - \cos\psi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

setzen.

Ebenso hat man für den Raum $B_1 M_1 = s$, welchen das Element in der Zeit t auf der Schaufel zurückgelegt hat:

$$\partial s = w\partial t = \frac{wa\partial\psi}{v} = \frac{ga^2}{v^2}(1 - \cos\psi)\,\partial\psi \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

es folgt daher der Weg selbst

$$s = \frac{ga^2}{v^2} \int_0^{\psi} (1 - \cos\psi)\,\partial\psi = \frac{ga^2}{v^2}(\psi - \sin\psi) \quad . \quad . \quad (5)$$

Geht das Rad schnell um, so wird die Schwerkraft noch durch die ansehnliche Centrifugalkraft unterstützt, und man hat daher, wenn auch nur annähernd, statt g, $g + \frac{v^2}{a}$ (s. Thl. I), wo a den Radhalbmesser bezeichnet, zu setzen.

Hiernach ist nun:

$$s = \frac{a^2}{v^2}\left(g + \frac{v^2}{a}\right)(\psi - \sin\psi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und umgekehrt:

$$\psi - \sin\psi = \frac{v^2 s}{(ga + v^2)\,a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Da der Inhalt eines Kreissegmentes vom Radius 1 und dem Centriwinkel ψ gleich $\frac{\psi - \sin\psi}{2}$ ist, so läßt sich ψ als der Centriwinkel eines Kreisabschnittes vom Inhalt $\frac{1/2\, v^2 s}{(ga + v^2)\,a}$ ansehen.

Damit sich alles Wasser aus der Zelle entfernt hat, wenn das äußere Schaufelende A am Fußpunkte F des Rades ankommt, muß dieser Formel auch entsprochen werden, wenn man statt s die ganze Schaufelbreite $AB = FG$, und für ψ den Aus- und Eintrittswinkel, d. i. den Winkel $BAE = GFH = \beta$ einführt, um welchen die Schaufel AB oder FG vom äußeren Radumfange abweicht.

Mit Hülfe der Formel

$$\beta - \sin\beta = \frac{v^2 s}{(ga + v^2)\, a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

oder annähernd mit Rücksicht auf die bekannte Reihe:

$$\sin\beta = \beta - \frac{\beta^3}{1.2.3} + \frac{\beta^5}{1.2.3.4.5} - \cdots$$

$$\sin\beta = \sqrt[3]{\frac{6\, v^2 s}{(ga + v^2)\, a}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

läßt sich die Größe des zulässigen Eintrittswinkels β bestimmen, den wir im Vorstehenden immer als gegeben oder bekannt angenommen haben. Auch ersieht man aus ihr, daß der Eintrittswinkel β um so kleiner, also der Deckungswinkel um so größer angenommen werden kann, je größer der Radhalbmesser a, sowie je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v und die Schaufelbreite s ist.

Beispiele. 1. Für die Stoßschaufelbreite $s = 0{,}3$ m, die Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{,}5$ m und den Radhalbmesser $a = 3$ m hat man:

$$\beta - \sin\beta = \frac{1{,}5 \,.\, 1{,}5 \,.\, 0{,}3}{(9{,}81 \,.\, 3 + 2{,}25)\, 3} = \frac{0{,}675}{95{,}04} = 0{,}00710,$$

folglich

$$\frac{\beta - \sin\beta}{2} = 0{,}003550,$$

welchem Werthe als Kreissegment ein Winkel $\beta = 20^0\, 3'$ entspricht.

Die Näherungsformel giebt

$$\sin\beta = \sqrt[3]{6 \,.\, 0{,}00710} = 0{,}3492$$

und hiernach $\beta = 20^0\, 26'$.

2. Für ein hohes Rad von 6 m Halbmesser und 3 m Umfangsgeschwindigkeit ist, wenn man wieder $s = 0{,}3$ m annimmt,

$$\frac{\beta - \sin\beta}{2} = \frac{9 \,.\, 0{,}3}{2\,(9{,}81 \,.\, 6 + 9)\, 6} = 0{,}00332$$

und hiernach β nahe $= 20$ Grad.

3. Für ein sehr schnell umlaufendes niedriges Rad von 1,5 m Halbmesser und 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit ist:

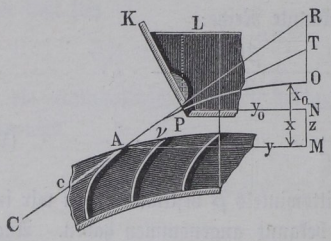
$$\frac{\beta - \sin\beta}{2} = \frac{2{,}5 \,.\, 2{,}5 \,.\, 0{,}3}{2\,(9{,}81 \,.\, 1{,}5 + 6{,}25)\, 1{,}5} = 0{,}0298,$$

folglich $\beta =$ nahe 40 Grad.

Es folgt aus diesen Beispielen, daß sich die Schaufeln unter einem Winkel von 20 bis 40 Grad an den äußeren Radumfang anschließen müssen, und zwar ersteres bei hohen und langsam und letzteres bei niedrigen und schnell umlaufenden Rädern.

§. 62. **Einführung des Wassers.** Damit das Wasser in der gegebenen Richtung an das Rad gelange, legt man entweder die Schützenmündung ganz nahe an die Eintrittsstelle und stellt das Schutzbrett rechtwinkelig zur Strahlrichtung, oder man bringt ein Schußgerinne in der geforderten Richtung des Strahles an, oder man stellt das Schußbrett so, daß das Wasser bei seinem freien Falle in einer Parabel die gegebene Richtung beim Eintritt von selbst annimmt.

Fig. 187.



Um die Richtung des Schutzbrettes in dem Falle zu finden, wenn das Wasser zum Theil frei auf das Rad fällt, hat man von der in Thl. I abgehandelten Theorie der Wurfbewegung Gebrauch zu machen. Aus der Geschwindigkeit $AC = c$, Fig. 187, und dem Neigungswinkel $RAM = \nu$ der geforderten Strahlrichtung gegen den Horizont folgt die verticale Coordinate des Parabelscheitels:

$$MO = x = \frac{c^2 \sin^2 \nu}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und dagegen die horizontale Coordinate:

$$AM = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Will man nun die Schutzöffnung nach irgend einem Punkte P dieser parabolischen Bahn verlegen, und giebt man etwa die Höhe $MN = z$ dieser Mündung über der Eintrittsstelle A, so hat man für die Coordinaten $ON = x_0$ und $NP = y_0$ dieses Punktes die Formel:

$$x_0 = x - z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

sowie

$$y_0 = y\sqrt{\frac{x_0}{x}} = y\sqrt{1 - \frac{z}{x}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und für den Neigungswinkel $TPN = \nu_0$, welchen die Parabel an dieser Stelle mit dem Horizonte einschließt,

$$tang\, \nu_0 = \frac{TN}{PN} = \frac{2\,ON}{PN} = \frac{2x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x(x-z)}}{y} \quad \ldots \quad (5)$$

Die Ebene PK des Schutzbrettes muß nun winkelrecht auf der Tangente PT ſtehen. Man findet hiernach alſo die erforderliche Lage des Schutzbrettes, wenn man die Abſciſſe ON umgekehrt als OT aufträgt, dann PT zieht, und hierauf wieder ein Perpendikel PK errichtet.

Legt man die Schutzmündung in den Parabelſcheitel, ſo kommt natürlich das Schutzbrett vertical zu ſtehen.

Die Ausflußgeſchwindigkeit bei P iſt nun:

$$c_0 = \sqrt{c^2 - 2gz} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und die entſprechende theoretiſche Druckhöhe

$$h_0 = \frac{c^2}{2g} - z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

oder effectiv:

$$h_0 = 1{,}1 \left(\frac{c^2}{2g} - z \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wenn die Ausmündung glatt abgerundet und vielleicht gar mit Eiſenblech bekleidet iſt. Die Weite der Schutzmündung ſoll man nur wenig kleiner machen als die Radweite.

Beiſpiel. Für die Geſchwindigkeit $c = 5$ m und den Neigungswinkel $\nu = 20^0$ hat man die Coordinaten des Parabelſcheitels:

$$x = 0{,}051 \,.\, 25 \,.\, sin^2 20^0 = 0{,}149 \text{ m}$$

und

$$y = 0{,}051 \,.\, 25 \,.\, sin\ 40^0 = 0{,}819 \text{ m}.$$

Will man nun die Mitte der Schutzmündung um $z = 0{,}1$ m über die Eintrittsſtelle legen, ſo hat man die Coordinaten von der Mitte der Mündung:

$$x_0 = 0{,}149 - 0{,}1 = 0{,}049 \text{ m}$$

und

$$y_0 = 0{,}819 \sqrt{\frac{49}{149}} = 0{,}469 \text{ m}.$$

Für die Neigung des Strahles gegen den Horizont iſt

$$tang\, \nu_0 = \frac{2 \,.\, 0{,}049}{0{,}469} = 0{,}2089,$$

hiernach dieſe Neigung ſelbſt:

$$\nu_0 = 11^0\, 48',$$

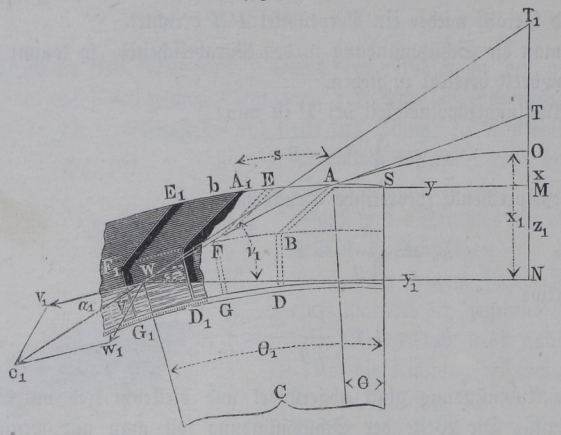
und folglich die des Schutzbrettes:

$$90^0 - \nu_0 = 78^0\, 12'.$$

Bei der in §. 60 angegebenen Einführung des Waſſers in die Radzellen erleidet die paraboliſche Bahn des Waſſerſtrahles innerhalb des Rades nicht eher eine Veränderung, als bis der Strahl auf die Riegelſchaufel oder auf das bereits in der Zelle befindliche Waſſer aufſchlägt; es laſſen ſich auch für den Punkt W, Fig. 188, in welchem der Strahl auftrifft, die vorſtehend

gefundenen Formeln anwenden. Bezeichnet z_1 den senkrechten Abstand MN des Eintrittspunktes A von der Oberfläche W des Wassers im Augenblicke,

Fig. 188.



wenn der Zufluß in die entsprechende Zelle beendigt ist, so haben wir die Abscisse des Endpunktes W des Strahles:

$$ON = OM + MN, \text{ d. i. } x_1 = x + z_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

ferner die Ordinate desselben:

$$NW = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und endlich für den Neigungswinkel $T_1WN = \nu_1$ des Wasserstrahles gegen den Horizont an eben dieser Stelle:

$$tang\, \nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x+z_1)}}{y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Noch ist für den Winkel $WCS = \theta_1$, um welchen der Endpunkt W vom Radscheitel S abweicht,

$$sin\, \theta_1 = \frac{WN - AM + AS}{CW} = \frac{y_1 - y + a\, sin\, \theta}{a_1} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

wobei a_1 den Halbmesser CW bezeichnet; und hieraus folgt nun der Winkel, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 von der Richtung der Umdrehungsgeschwindigkeit v_1 in W abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Die Geschwindigkeit c_1, mit welcher endlich das Wasser in W aufschlägt, ist durch die bekannte Formel $\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + z_1$ bestimmt, also:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1},$$

oder nach §. 59:

$$c_1 = \sqrt{2g\,(0{,}9\,h_0 + z + z_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Beiſpiel. Bei dem im letzten Beiſpiele behandelten Rade iſt, wenn man $z_1 = 0{,}22$ m annimmt, für den Angriffspunkt W die Abſciſſe:

$$ON = x_1 = x + z_1 = 0{,}149 + 0{,}22 = 0{,}369 \text{ m},$$

die Ordinate:

$$NW = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} = 0{,}819\sqrt{1 + \frac{0{,}22}{0{,}149}} = 1{,}288 \text{ m}.$$

Ferner iſt für den Neigungswinkel des Strahles an eben dieſer Stelle:

$$tang\,\nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{0{,}738}{1{,}288} = 0{,}573,$$

folglich:

$$\nu_1 = 29^0\,50'.$$

Dagegen iſt für den Centriwinkel des Angriffspunktes W, wenn der Radhalbmeſſer $a = 6$ m iſt und der Winkel $ACS = \theta = 12$ Grad mißt:

$$sin\,\theta_1 = \frac{y_1 - y + a\,sin\,\theta}{a_1} = \frac{1{,}288 - 0{,}819 + 6\,.\,0{,}2079}{6 - 0{,}22} = 0{,}297,$$

folglich $\theta_1 = 17^0\,16'$, und der Winkel, um welchen in W die Richtung des Waſſerſtrahles von der Tangente des Rades abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1 = 12^0\,34'.$$

Endlich iſt die Geſchwindigkeit des in W zum Stoße gelangenden Waſſers:

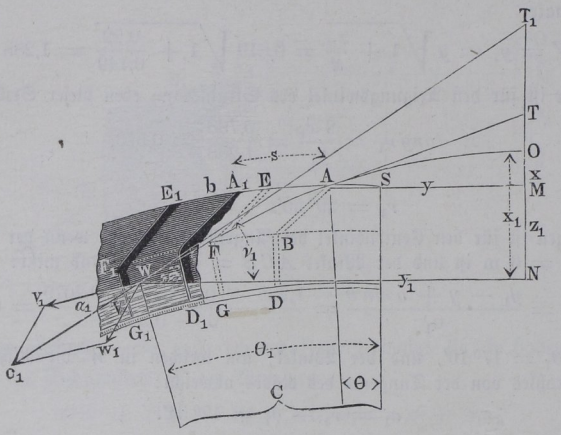
$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} = \sqrt{25 + 2\,.\,9{,}81\,.\,0{,}22} = 5{,}414 \text{ m}.$$

Bewegung des einfallenden Waſſers im Rade. Die Art und Weiſe, wie das Waſſer innerhalb einer Zelle zum Stoße gelangt, iſt folgende. Es ſei AFW, Fig. 189, die Axe des Waſſerſtrahles vor dem Anſtoße, und ABD eine Schaufel, welche mit ihrem äußeren Ende durch A geht, ſowie EFG die nächſt vorhergehende Schaufel und folglich AGE die Zelle, welche den Waſſerkörper aufnimmt, deſſen Axe durch AF repräſentirt wird. §. 63.

Bei der oben (§. 60) angegebenen Lage des Schaufelendes FE gelangt dieſer Waſſerkörper faſt ohne allen Stoß in die Zelle AGE, wenigſtens ſind es nur die vorderſten Elemente, welche bei F an EFG wirklich anſtoßen, der hauptſächlichſte Stoß erfolgt vielmehr erſt, während die Zelle allmälig aus der Lage AGE in die Lage $A_1G_1E_1$ rückt, wobei die vordere Schaufel der Zelle nach und nach von allen übrigen Elementen des Waſſerkörpers AF eingeholt wird. Der Stoß des Waſſers innerhalb der gedachten Zelle iſt beendigt, ſobald das letzte Element A des Waſſerkörpers AF an die vordere Schaufel $E_1F_1G_1$ (in V) antrifft oder auf das Waſſer in der gefüllten Zelle (in W) aufſchlägt. Bei der entſprechenden Stellung der Zelle $A_1G_1E_1$ iſt alſo auch die Füllung derſelben beendigt und daher anzu-

nehmen, daß hier die Wirkung des Wassers durch Stoß beendigt sei und die Wirkung desselben durch Druck beginne. Um diese Zellenstellung $A_1 G_1 E_1$ zu finden, hat man in Betracht zu ziehen, daß die vordere Schaufel EFG bei ihrer Bewegung nach $E_1 F_1 G_1$ dieselbe Zeit braucht, wie das letzte Wasserelement bei seiner Bewegung von A nach V oder W.

Fig. 189.



Bezeichnen wir den zu bestimmenden Weg $AA_1 = EE_1$ der Schaufel durch s, so können wir, da sich die letztere mit der Geschwindigkeit v fortbewegt, die Zeit zum Durchlaufen dieses Weges setzen:

$$t = \frac{s}{v} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

bezeichnen wir dagegen die Länge des Curvenbogens AFV durch s_1, und nehmen wir an, daß das letzte Wasserelement A denselben mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{c + c_1}{2}$ zurücklege, so können wir die hierzu nöthige Zeit

$$t = \frac{2 s_1}{c + c_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

setzen. Da nun aber diese beiden Zeiten einander gleich sind, so folgt die Bestimmungsgleichung

$$\frac{s}{v} = \frac{2 s_1}{c + c_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Wegen der nur mäßigen Abweichung der Richtung des Strahles AFV vom Umfange AE_1 läßt sich annähernd $s_1 = AFV = AE + EF + EE_1$ setzen. Nun ist aber AE der als bekannt anzusehende und auf dem äußeren

Radumfang zu messende Abstand $b = \frac{2\pi a}{z}$, zwischen je zwei Radschaufeln, und EF durch die Proportion (s. §. 60):

$$\frac{EF}{EA} = \frac{w}{v} = \frac{c - v}{v} = \varkappa - 1$$

bestimmt, und zwar

$$EF = (\varkappa - 1)\, EA = (\varkappa - 1)\, b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

daher folgt:

$$s_1 = b + (\varkappa - 1)\, b + s = \varkappa b + s \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Es nimmt nun die gefundene Bestimmungsgleichung folgende Gestalt an:

$$\frac{s}{v} = \frac{2}{c + c_1}(\varkappa b + s),$$

oder:

$$(c + c_1 - 2v)\, s = 2\varkappa v b,$$

und es ist daher der gesuchte Weg der Schaufel während des Wasserstoßes:

$$s = \varkappa \frac{2v}{c + c_1 - 2v} b = \frac{2\varkappa b}{\left(1 + \frac{c_1}{c}\right)\varkappa - 2} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Mit Hülfe von $s = AA_1 = EE_1$ läßt sich nun die entsprechende Schaufelstellung aufzeichnen. Da sich aus dem gegebenen Auffchlagsquantum Q pr. Secunde, der Umdrehungszahl n des Rades pr. Minute, sowie aus der Anzahl z der Radschaufeln der Wasserkörper

$$V = \frac{60\, Q}{nz}$$

und hieraus und aus der axialen Radbreite e wieder der Querschnitt desselben:

$$F = \frac{V}{e} = \frac{60\, Q}{nze}$$

bestimmen läßt, so kann man nun auch die Lage des Wasserspiegels W in der Zelle $A_1 G_1 E_1$ angeben und die Höhe $MN = z_1$ abmessen, welche wir im vorigen Paragraphen als gegeben angesehen haben.

Da $c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1}$ ist, so hängt allerdings die ganze Bestimmung von s durch die obige Formel mit von z_1 ab; es ist indessen z_1 in der Regel eine mäßige Größe, für welche man in dem letzteren Ausdrucke einen Annäherungswerth einsetzen kann.

Beispiel. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad bei einer Höhe von 12 m 96 Schaufeln hat und mit 2,5 m Geschwindigkeit umläuft, wenn ferner das Wasser mit der Geschwindigkeit $c = 2v = 5$ m in dasselbe eingeführt wird

und sich dieselbe im Rade auf $c_1 = 5{,}414$ m steigert (s. das Beispiel des vorigen Paragraphen), so ist die Theilung oder die äußere Weite einer Radzelle:

$$b = \frac{2\pi a}{z} = \frac{3{,}1416 \,.\, 12}{96} = 0{,}393 \text{ m}$$

und die Bewegung derselben während des Wasserstoßes nach (6):

$$s = \frac{2 \varkappa b}{\left(1 + \frac{c_1}{c}\right) \varkappa - 2} = \frac{2 \,.\, 2 \,.\, 0{,}393}{\left(1 + \frac{5{,}414}{5}\right) 2 - 2} = 0{,}726 \text{ m}.$$

Anmerkung. Eine theoretische Untersuchung über die Einführung des Wassers in verticale Wasserräder von Weisbach findet sich im „Civilingenieur" Bd. 4 veröffentlicht. Siehe auch das Taschenbuch „der Ingenieur".

§. 64. **Stosswirkung.** Das Wasser wirkt beim oberschlächtigen Wasserrade vorzüglich durch sein Gewicht und nur zum kleinsten Theil durch Stoß. Die Wirkung durch den Stoß finden wir, indem wir von der ganzen Wirkung, welche der lebendigen Kraft des eintretenden Wassers entspricht, abziehen: die mechanische Arbeit, welche das Wasser behält, wenn es das Rad verläßt, sowie diejenige, welche es durch seine wirbelnde Bewegung beim Eintritte in die Zellen verliert. Die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers ist gleichzusetzen der Geschwindigkeit v_1 des Rades im Theilrisse, und es ist daher das im abfließenden Wasser zurückbleibende Arbeitsvermögen gleich $\frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$. Der Arbeitsverlust, welcher bei dem Wirbeln und Zertheilen des Wassers entsteht, läßt sich aber, wie beim Stoße, gleich $\frac{w_1^2}{2g} Q\gamma$ setzen, insofern w_1 diejenige Geschwindigkeit bezeichnet, welche das Wasser beim Eintritte in die Zellen plötzlich verliert. Ist daher c_1 die Geschwindigkeit Wc_1, Fig. 190, des eintretenden Wassers, so folgt die noch übrig bleibende Wirkung seiner lebendigen Kraft:

$$L_1 = \frac{c_1^2 - v_1^2 - w_1^2}{2g} Q\gamma \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \,. \quad (1)$$

Nun läßt sich aber c_1 in die Seitengeschwindigkeiten $Wv_1 = v_1$ und $Ww_1 = w_1$ theilen, wovon v_1 eben diejenige Geschwindigkeit ist, die das Wasser behält, indem es mit der Zelle fortgeht, es ist daher auch der andere Component w_1 die verlorene Geschwindigkeit. Setzen wir den Winkel $c_1 Wv_1$, welchen die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 mit der Tangente Wv_1 oder Richtung der Umfangsgeschwindigkeit einschließt, gleich α_1, so haben wir bekanntlich:

$$w_1^2 = c_1^2 + v_1^2 - 2 c_1 v_1 \cos \alpha_1,$$

und daher die gesuchte mechanische Arbeit:

$$L_1 = \frac{c_1^2 - v_1^2 - c_1^2 - v_1^2 + 2\,c_1 v_1 \cos\alpha_1}{2\,g}\,Q\gamma$$

$$= \frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g}\,v_1\,Q\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

oder da $\frac{1}{g} = 0{,}102$ und $\gamma = 1000$ kg ist,

$$L_1 = 102\,(c_1 \cos\alpha_1 - v_1)\,v_1\,Q \text{ Meterkilogramm} \quad \ldots \quad (3)$$

Man ersieht leicht, daß diese Stoßleistung um so größer wird, je größer c_1 und je kleiner α_1 ist; auch folgt durch Differentiiren, daß diese ein Maximum wird, wenn

$$v_1 = {}^1/_2\,c_1 \cos\alpha_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

ausfällt. Die dem letzten Verhältnisse entsprechende Maximalleistung ist

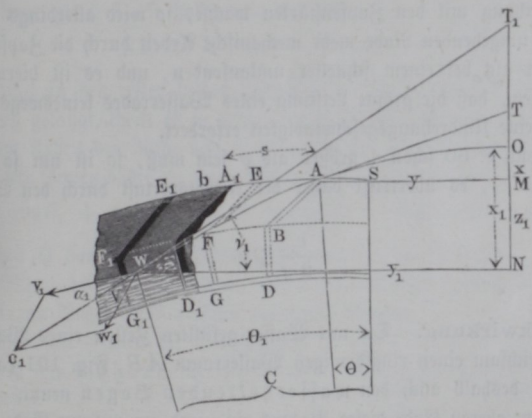
$$L_1 = {}^1/_2\,\frac{c_1^2 \cos^2\alpha_1}{2\,g}\,Q\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

oder $\alpha_1 = 0$, also $\cos\alpha_1 = 1$ gesetzt,

$$L_1 = {}^1/_2\,\frac{c_1^2}{2\,g}\,Q\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5^a)$$

Da $\frac{c_1^2}{2\,g}$ das der Geschwindigkeit c_1 entsprechende Gefälle ist, so folgt, daß die Stoßwirkung im günstigsten Falle nur halb so groß ist, als die

Fig. 190.



disponible Leistung. Es ist aus diesem Grunde zweckmäßiger, vom ganzen Radgefälle nur den möglich kleinsten Theil auf den Stoß und dagegen so viel wie möglich auf den Druck zu verwenden. Könnten wir $c_1 \cos\alpha_1 = v_1$,

also $c_1 = \frac{v_1}{\cos \alpha_1}$ machen, so würden wir das Gefälle $\frac{v_1^2}{2g \cos \alpha_1^2}$ zur Einführung des Wassers in das Rad aufwenden, ohne eine Wirkung durch den Stoß zu erhalten. Machen wir hingegen $c_1 = \frac{2 v_1}{\cos \alpha_1}$, verwenden wir also auf die Einführung des Wassers das vierfache Gefälle $4 \frac{v_1^2}{2g \cos \alpha_1^2}$, so erhalten wir doch nur die Wirkung

$$\tfrac{1}{2} \frac{4 v_1^2}{2g} Q\gamma = 2 \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma,$$

und verlieren also das Gefälle $\left(\frac{4}{\cos \alpha_1^2} - 2\right) \frac{v_1^2}{2g}$, oder, wenn wir, da α_1 sehr klein ist, $\cos \alpha_1 = 1$ setzen, das Gefälle $2 \frac{v_1^2}{2g}$, d. i. doppelt so viel, als wenn wir auf alle Stoßleistung Verzicht leisten, also das Wasser nur so schnell eintreten lassen, als das Rad umgeht. Uebrigens ersehen wir auch, daß eine um so größere Wirkung vom Rade zu erwarten ist, je kleiner v_1 ist, d. i. je langsamer das Rad umgeht. Allerdings fällt aber die Radweite e oder der Fassungsraum, und also auch das Gewicht des Wasserrades, um so größer aus, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v oder Umdrehungszahl n des Rades ist. Da nun aber die Zapfen eines Rades um so stärker gemacht werden müssen, je schwerer das Rad ist, und das Moment der Zapfenreibung mit den Zapfenstärken wächst, so wird allerdings bei einem langsam umgehenden Rade mehr mechanische Arbeit durch die Zapfenreibung consumirt als bei einem schneller umlaufenden, und es ist hiernach leicht zu ermessen, daß die größte Leistung eines Wasserrades keineswegs eine unendlich kleine Umdrehungsgeschwindigkeit erfordert.

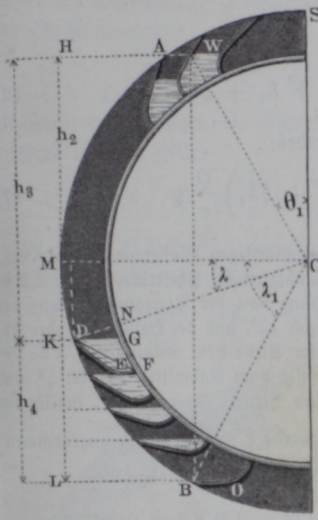
Da nach §. 60 schon c größer als v sein muß, so ist um so mehr c_1 größer als v_1, es übertrifft daher der Arbeitsverlust durch den Stoß stets die Größe

$$\frac{v_1^2}{2g} Q\gamma \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

§. 65. **Druckwirkung.** Die mit Wasser gefüllten Zellen eines Wasserrades bilden gleichsam einen ringförmigen Wasserraum AB, Fig. 191 (a. f. S.), den man deshalb auch den wasserhaltenden Bogen nennt. Da das Wasser am oberen Ende dieses Bogens ein- und am unteren Ende austritt, so ist dessen Höhe $HL = h_2$ das wirksame Gefälle, und daher die mechanische Leistung des Rades durch Druck gleich $Q\gamma h_2$. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens läßt sich aber aus drei Theilen zusammensetzen.

Der erste Theil HM liegt über dem Radmittel und hängt von dem Winkel $SCW = \theta_1$ ab, um welchen die aus §. 62 bekannte Eintrittsstelle W des Wassers in das Rad vom Radscheitel absteht. Setzen wir wieder den Halbmesser $CW = a_1$, so haben wir die Höhe des obersten Theiles vom wasserhaltenden Bogen,

Fig. 191.



$$HM = a_1 \cos\theta_1 \quad . \quad . \quad (1)$$

Der zweite Theil MK liegt unter dem Radmittel M und hängt von der Stelle D ab, wo das Wasser anfängt auszufließen; setzen wir den Winkel MCD, um welchen diese Stelle unter dem Radmittel liegt, gleich λ, so haben wir diese zweite Höhe

$$MK = a \sin\lambda \quad . \quad . \quad (2)$$

Der dritte Theil endlich entspricht demjenigen Bogen DB, in welchem das Ausleeren vor sich geht, der also zwischen dem Anfange D und dem Ende B des Austrittes liegt. Setzen wir den Winkel MCB, um welchen die Stelle B, wo das letzte Wasser aus dem Rade tritt, unter dem Radmittel M liegt, gleich λ_1, so haben wir die Höhe

$$KL = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Während nun in den ersten beiden Bogentheilen das Wasser zur vollständigen Wirkung gelangt, theilt es in dem unteren Drittel nur einen Theil seiner mechanischen Arbeit dem Rade mit, weil es sich hier allmälig vom Rade entfernt, und wir können daher die ganze Wirkung des Wassers durch sein Gewicht

$$L_2 = (a_1 \cos\theta_1 + a \sin\lambda)\, Q\gamma + a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)\, Q_1\gamma \quad . \quad . \quad (4)$$

setzen, wenn Q das ganze Aufschlagwasserquantum pr. Secunde, Q_1 aber nur einen Theil desselben und zwar das mittlere Wasserquantum bezeichnet, welches wir im Bogen DB wirkend annehmen können.

Vereinigen wir hiermit die Stoßleistung L_1 des Wassers [s. (2) §. 64], so bekommen wir die ganze mechanische Leistung eines oberschlächtigen Wasserrades:

$$L = \left(\frac{c_1 \cos\alpha - v_1}{g} v_1 + a_1 \cos\theta_1 + a \sin\lambda\right) Q\gamma$$
$$+ a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)\, Q_1\gamma \quad . \quad . \quad (5)$$

oder, wenn wir die Höhe $(a_1 \cos\theta_1 + a \sin\lambda)$ des Theiles vom wasserhaltenden Bogen, welcher das vollständige Wasserquantum aufnimmt, durch h_3, den übrigen Theil $a(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)$ aber durch h_4 und das Verhältniß $\frac{Q_1}{Q}$ durch ξ bezeichnen.

$$L = Pv = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g} v_1 + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und die Kraft am Umfange des Wasserrades:

$$P = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g} v_1 + h_3 + \xi h_4\right) \frac{Q}{v} \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Beispiel. Bei einem 10 m hohen oberschlächtigen Wasserrade ist die Eintrittsgeschwindigkeit $c_1 = 5$ m, die Geschwindigkeit im Theilrisse, $v_1 = 2{,}2$ m der Winkel α_1, um welchen die Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung des Rades an der Eintrittsstelle W abweicht, gleich 12^0, und der Halbmesser oder Abstand $CW = 4{,}7$ m, ferner der Abstand dieser Stelle vom Scheitel, $WCS = 18^0$, der Abstand der Anfangsstelle D des Ausgusses vom Radmittel, $\lambda = 58\frac{1}{2}^0$, und der Abstand der Endstelle B von eben diesem Mittel, $\lambda_1 = 70\frac{1}{2}^0$, endlich das Auffschlagequantum $Q = 0{,}2$ cbm, und es werde $\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{2}$ angenommen: man sucht die Leistung des Rades. Es ist das wirksame Stoßgefälle

$$\frac{(c_1 \cos\alpha - v_1) v_1}{g} = 0{,}102\ (5 \,.\, \cos 12^0 - 2{,}2)\ 2{,}2 = 0{,}604 \text{ m}$$

und das Druckgefälle:

$$a_1 \cos\theta_1 + a\,[\sin\lambda + \xi\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)] = 4{,}7 \,.\, \cos 18^0$$
$$+ 5\left[\sin 58{,}5^0 + \frac{1}{2}\,(\sin 70{,}5^0 - \sin 58{,}5^0)\right] = 4{,}470 + 4{,}488 = 8{,}958 \text{ m}$$

folglich die ganze Leistung des Wasserrades:

$$L = 0{,}2 \,.\, 1000\ (0{,}604 + 8{,}958) = 1912{,}4 \text{ mkg} = 25{,}5 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Kraft am Umfange des Rades, dessen Geschwindigkeit $v = 2{,}2\,\frac{5}{4{,}7} = 2{,}34$ m mißt, beträgt folglich:

$$P = \frac{L}{v} = \frac{1912{,}4}{2{,}34} = 817 \text{ kg.}$$

§. 66. **Austritt des Wassers aus dem Rade.** Man sieht hiernach ein, daß es bei genauer Bestimmung der Druckwirkung des Wassers bei einem oberschlächtigen Rade besonders darauf ankommt, die beiden Grenzen des Ausgußbogens und das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur anfänglichen Wassermenge in einer Zelle zu finden. Hierüber sollen daher in Folgendem die nöthigen Regeln gegeben werden.

Hat das Rad z Schaufeln oder Zellen und macht es pr. Minute n Umdrehungen, so werden dem Wasser in jeder Secunde $\frac{nz}{60}$ Zellen zur Aufnahme der Wassermenge Q dargeboten, und es kommt daher auf eine Zelle das Wasserquantum:

$$V = Q : \frac{nz}{60} = \frac{60\,Q}{nz}.$$

Bezeichnet e, wie früher, die Radweite, so folgt der Querschnitt des Wasserprismas in einer Zelle:

$$F_0 = \frac{V}{e} = \frac{60\,Q}{nze} \quad \text{(s. §. 63.)}$$

Ist nun $DEFG$, Fig. 192, diejenige Zelle, bei welcher das Ausgießen anfängt, so können wir setzen:

$$F_0 = \text{Segment } DEF + \text{Dreieck } DFN - \text{Dreieck } DGN.$$

Fig. 192.

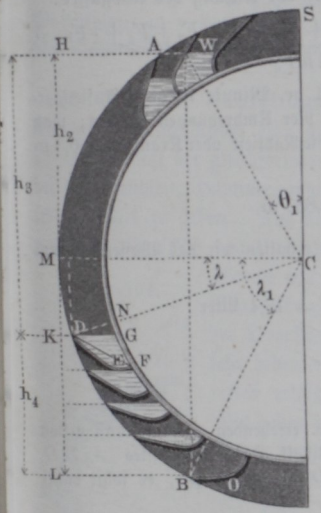
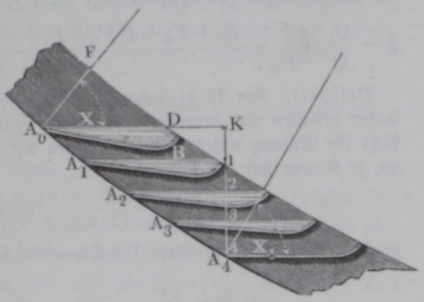


Fig. 193.



Setzen wir nun den Inhalt des Segmentes $DEF = S$, und den des Dreiecks $DFN = D$, so haben wir das Dreieck

$$DGN = S + D - F_0.$$

Da sich aber $\triangle DGN$ auch gleich

$$\frac{DN.NG}{2} = {}^1/_2\, d^2\, tg\,\delta$$

annehmen läßt, so folgt endlich annähernd, und zwar um so richtiger, je größer die Anzahl der Schaufeln ist,

$$tang\,\lambda = \frac{S + D - F_0}{{}^1/_2\, d^2}.$$

Hiernach ist der Winkel $MCD = \lambda$ bestimmt, welcher dem Anfangspunkte D des Ausgusses entspricht.

Eine Zelle wird ferner das Wasser gänzlich verloren haben, wenn das äußere Schaufelende horizontal liegt; ist daher Winkel CBO, welchen dieses Ende, oder nach Befinden, die ganze Stoßschaufel mit der Richtung des Halbmessers CB einschließt, gleich λ_1, so wird λ_1 auch zugleich den Winkel MCB angeben, welcher den Endpunkt B des Ausgußbogens bestimmt. Um nun die Wirkung des Wassers im Ausgußbogen zu finden, theilen wir die Höhe $KL = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)$ in eine gerade Anzahl n gleicher Theile, geben die den erhaltenen Theilpunkten entsprechenden Schaufelstellungen an, schneiden durch Horizontallinien die Querprofile der Wassermengen der Zelle bei diesen verschiedenen Stellungen ab, und bestimmen die Inhalte F_1, F_2, $F_3 \ldots F_n$ dieser Querprofile. Nun wird der mittlere Werth F dieser Profile durch die Simpson'sche Regel ermittelt, indem man setzt:

$$F = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots + F_{n-2})}{3n},$$

und hieraus erhält man das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle vor Anfang des Ausgusses:

$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots F_{n-2})}{3nF_0}.$$

Beispiel. Ein 12 m hohes Wasserrad soll pr. Minute 10 cbm Aufschlagewasser erhalten und innerhalb eben dieser Zeit vier Umdrehungen machen; man sucht die Leistung dieses Rades. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite 0,3 m an, so können wir die Radweite

$$e = \frac{4 \,.\, 10}{3{,}1416 \,.\, 12 \,.\, 0{,}3 \,.\, 4} = 0{,}885 \text{ m}$$

machen; geben wir dem Rade 136 Schaufeln, so erhalten wir das Wasserquantum in einer Zelle:

$$V = \frac{10}{4 \,.\, 136} = 0{,}0184 \text{ cbm} = 18{,}4 \text{ Liter}$$

und demnach den Querschnitt desselben:

$$F_0 = \frac{0{,}0184}{0{,}885} = 0{,}0208 \text{ qm}.$$

Bei der angewandten und aus Fig. 193 zu ersehenden Schaufelconstruction ergiebt sich durch genaue Messung der Inhalt des Segmentes A_0BD, $S = 0{,}0154$ qm, und der des Dreiecks $A_0FD = 0{,}0640$ qm; es folgt daher für den Anfang des Ausgusses:

$$tg\,\lambda = \frac{0{,}0154 + 0{,}0640 - 0{,}0208}{\frac{1}{2}\,0{,}3 \,.\, 0{,}3} = 1{,}3022,$$

also

$$\lambda = 52^0\,30'.$$

Der Winkel, unter welchem das äußere Schaufelende den Halbmesser des Rades trifft, ist $\lambda_1 = 62^0\,30'$, daher die Höhe KA_4 des wasserhaltenden Bogentheiles, in welchem das Ausleeren erfolgt:

$$KA_4 = a\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda) = 6\,(0{,}8870 - 0{,}7934) = 0{,}562 \text{ m}.$$

Verzeichnet man nun innerhalb dieser Höhe noch drei Schaufelstellungen, so findet man durch Messung und Rechnung die Querschnitte der Wasserkörper einer Schaufel bei diesen Stellungen:

$$F_1 = 0{,}0154,\ F_2 = 0{,}0091,\ F_3 = 0{,}0042 \text{ qm.}$$

Da nun noch der Querschnitt am Anfang, $F_0 = 0{,}0208$ und der am Ende $F_4 = 0$ ist, so hat man die Verhältnißzahl:

$$\xi = \frac{0{,}0208 + 4\,(0{,}0154 + 0{,}0042) + 2\,.\,0{,}0091}{3\,.\,4\,.\,0{,}0208} = \frac{1174}{2496} = 0{,}470.$$

Wäre nun noch die Höhe des obersten Wasserspiegels über der Radmitte M, $a_1 \cos\theta_1 = 5{,}4$ m, so würde die Leistung des Wasserrades durch das Gewicht des Wassers, ohne Rücksicht auf den Stoß und auf die Zapfenreibung nach (4) in §. 65 betragen:

$$L = \{a_1 \cos\theta_1 + a\,[\sin\lambda + \xi\,(\sin\lambda_1 - \sin\lambda)]\}\ Q\gamma$$
$$= [5{,}4 + 6\,(0{,}793 + 0{,}470\,.\,0{,}094)]\ \frac{10}{60}\ 1000 = 1737 \text{ mkg}$$
$$= 23{,}16 \text{ Pferdekräfte.}$$

Anmerkung. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens von Wasserspiegel zu Wasserspiegel zu messen, ist nur annähernd richtig; eigentlich hat man dieselbe vom Schwerpunkt zum Schwerpunkt des Wassers in einer Zelle zu nehmen.

Einfluss der Centrifugalkraft. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit haben kleine Räder eine größere Umdrehungszahl als große; überdies erfordert es oft der gleichförmige Gang oder der Zweck der Maschinen, z. B. bei Sägemühlen, Hammerwerken u. s. w., kleinen Rädern eine größere Geschwindigkeit zu geben. Aus diesen Gründen machen kleine Räder oft eine große Anzahl (25) von Umdrehungen in der Minute. Bei diesem großen §. 67.

Fig. 194.

Werthe von n fällt aber die Centrifugalkraft des Wassers in den Zellen so groß aus, daß die Neigung der Oberfläche desselben gegen den Horizont (s. Thl. I) sehr bedeutend wird, und daher ein viel zeitigeres Austreten erfolgt, als wenn das Rad langsam umginge. Wir haben an dem citirten Orte gefunden, daß die Oberflächen des Wassers in den Radzellen lauter concentrische Cylindermäntel bilden, deren gemeinschaftliche Axe O, Fig. 194, parallel mit der Radaxe läuft und um die Höhe

$$CO = k = \frac{g}{\omega^2} = g\left(\frac{30}{\pi n}\right)^2 = \frac{894{,}6}{n^2} \text{ m} \qquad (1)$$

über der Radaxe C steht. Es wächst also dieser Abstand umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszahl, und fällt bei einer großen Umdrehungszahl ziemlich klein aus. Man findet nun sogleich, daß nur im Radscheitel S und im Radfuße F der Wasserspiegel horizontal

ist, daß er dagegen an einer gewissen Stelle oberhalb des Radmittels M am meisten vom Horizonte abweicht. Es ist die Abweichung $HAW = AOC = \chi$ für irgend einen Punkt A, welcher um $ACM = \lambda$ unter dem Radmittel steht,

$$tang\,\chi = \frac{AH}{OH} = \frac{a\,cos\,\lambda}{k + a\,sin\,\lambda} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Für einen Punkt A_1 oberhalb M ist λ negativ, daher:

$$tang\,\chi = \frac{a\,cos\,\lambda}{k - a\,sin\,\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2^a)$$

Legt man von O aus eine Tangente OA_1 an den Radumfang, so erhält man im Berührungspunkte A_1 diejenige Stelle, wo der Wasserspiegel am meisten vom Horizonte abweicht, wo also χ ein Maximum, und zwar $= \lambda$ ist, und durch

$$sin\,\chi = \frac{a}{k} = \frac{\pi^2 a n^2}{900\,g} = \frac{a n^2}{895} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

bestimmt wird.

Es nimmt also die Neigung χ des Wasserspiegels mit dem Radhalbmesser a und dem Quadrate der Umdrehungszahl n proportional zu.

Beispiel. 1. Für ein Rad, welches in der Minute fünf Umdrehungen macht, ist $k = \frac{894{,}6}{25} = 35{,}78$ m, wäre nun noch der Radhalbmesser $a = 5$ m, und der Ausgußwinkel $\lambda = 50^0$, so hätte man für die Ausgußstelle:

$$tang\,\chi = \frac{5\,cos\,50^0}{35{,}78 + 5\,sin\,50^0} = 0{,}0811,$$

daher $\chi = 4^0\,38'$; es wiche also an diesem Punkte der Wasserspiegel beinahe $4^2/_3{}^0$ vom Horizonte ab.

2. Für ein Rad mit 20 Umdrehungen hat man:

$$k = \frac{894{,}6}{400} = 2{,}237 \text{ m};$$

ist nun noch $a = 1{,}5$ m und $\lambda = 0^0$, so hat man:

$$tang\,\chi = \frac{1{,}5}{2{,}237} = 0{,}6705, \text{ daher } \lambda = 33^0\,50'.$$

Die größte Abweichung findet sich durch $sin\,\chi = \frac{1{,}5 \,.\, 400}{894{,}6} = 0{,}6705$ zu $\chi = 42^0\,6'$ in demselben Winkelabstande oberhalb des Radmittels.

Wenn wir nun den Einfluß der Centrifugalkraft berücksichtigen, was bei schnell umlaufenden Wasserrädern unbedingt nothwendig ist, so müssen die oben gefundenen Formeln für den Ausgußbogen durch andere ersetzt werden.

Es sei A_0, Fig. 195 (a. f. S.), die Anfangsstelle des Ausgusses, $MCA_0 = H_0A_0C = \lambda$ der Ausgußwinkel, $H_0A_0W_0 = A_0OC = \chi$ die Depression des Wasserspiegels unter dem Horizonte, also:

$$G_0A_0W_0 = \lambda + \chi$$

und

$$\triangle A_0G_0W_0 = {}^1/_2\, d^2\, tang\,(\lambda + \chi).$$

Setzen wir nun wieder den Inhalt des Segmentes $A_0B_0D_0 = S$, den des Dreiecks $A_0G_0D_0 = D$, und den Querschnitt des Wasserkörpers $= F_0$, so erhalten wir:

$$F_0 + {}^1/_2\, d^2\, tang\,(\lambda + \chi) = S + D,$$

und daher:

$$tang\,(\lambda + \chi) = \frac{S + D - F_0}{{}^1/_2\, d^2} \quad \ldots\ldots (4)$$

Noch ist aber

$$\frac{sin\, A_0OC}{sin\, OA_0C} = \frac{CA_0}{CO},$$

d. i.:

$$\frac{sin\,\chi}{sin\,[90^0 - (\lambda + \chi)]} = \frac{a}{k},$$

daher folgt dann:

$$sin\,\chi = \frac{a\, cos\,(\lambda + \chi)}{k} \quad \ldots\ldots (5)$$

Nachdem man durch die erste Formel $\lambda + \chi$ und durch die zweite die Depression χ gefunden hat, erhält man durch Subtraction dieser beiden Winkel von einander den Ausgußwinkel:

$$\lambda = (\lambda + \chi) - \chi.$$

Am Ende A_1 des Ausgußbogens fällt das äußere Schaufelende mit dem Wasserspiegel A_1W_1 zusammen, es ist also dort $CA_1W_1 = \lambda_1 + \chi_1$ gleich dem bekannten, durch die Schaufeldeckung bestimmten Winkel $\delta = 90^0 - \beta$, daher:

$$sin\,\chi_1 = \frac{a\, cos\,\delta}{k} = \frac{a\, sin\,\beta}{k},$$

und

$$\lambda_1 = \delta - \chi_1 \quad \ldots\ldots (6)$$

d. i. der Winkel, um welchen das Ende A_1 des Ausgußbogens vom Radmittel M absteht.

Wenn man nun die auf diese Weise sich herausstellende Höhe

$$H_0H_1 = h_4 = a\,(sin\,\lambda_1 - sin\,\lambda),$$

Fig. 195, des Ausgußbogens in eine gerade Anzahl (4 oder 6) gleicher Theile theilt, und die Schaufelfüllungen für die entsprechenden Schaufelstellen ermittelt, so kann man wieder das Verhältniß

$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0}$$

der mittleren Schaufelfüllung während des Ausgießens zur Füllung vor dem Ausgießen finden, und hiernach die Wirkung des Wassers im Ausguß-

Fig. 195.

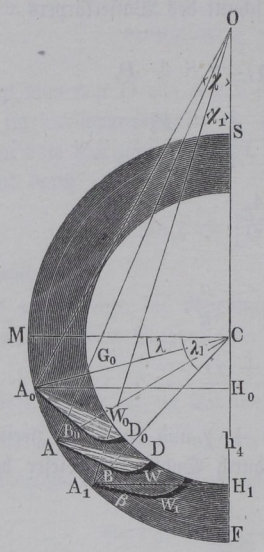
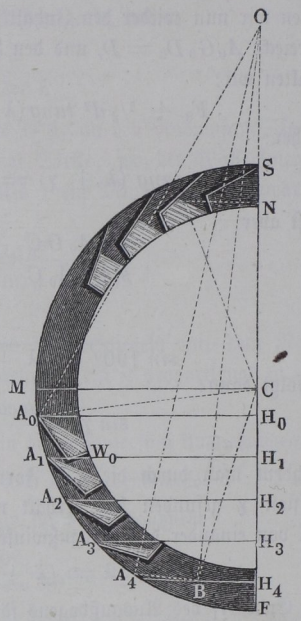


Fig. 196.



bogen berechnen. Hierbei sind natürlich die obigen Formeln umgekehrt zu gebrauchen. Es ist hier λ gegeben, hiernach

$$tang\,\chi = \frac{a\cos\lambda}{k + a\sin\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$F = S + D - {}^1/_2\, d^2\, tang\,(\lambda + \chi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Füllt das Wasser nicht mehr das ganze Segment aus, ist also $F < S$, also

$${}^1/_2\, d^2\, tang\,(\lambda + \chi) > D,$$

so hat man zu setzen

$$F = \text{Segment } ABD - \triangle ADW,$$

und bei geraden Schaufeln

$$F = S - {}^1/_2\, s^2\, \frac{\sin(\lambda + \chi - \delta)\,\sin\delta_1}{\sin(\lambda + \chi)} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wo s die Diagonale AD, und δ_1 den Winkel DAC bezeichnet, welchen dieselbe mit dem Halbmesser AC einschließt.

Beispiel. Das kleine hölzerne Wasserrad in Fig. 196 hat 4 m Höhe, 0,3 m Tiefe, 1,2 m Weite und nimmt bei 17 Umläufen pr. Minute 36 cbm Aufschlag auf, man sucht die mechanische Leistung desselben. Es ist hier:

$$a = 2,\ d = 0{,}3,\ e = 1{,}2,\ a_1 = 1{,}85,\ Q = \frac{36}{60} = 0{,}6 \text{ und } n = 17;$$

giebt man nun dem Rade 24 Schaufeln, so hat man:

$$\varphi^0 = \frac{360^0}{24} = 15^0 \quad \text{und} \quad F_0 = \frac{36}{24 \,.\, 17 \,.\, 1{,}2} = 0{,}0735 \text{ qm}.$$

Ist ferner $D = 0{,}067$ und $S = 0{,}040$ qm, so hat man nach (4):

$$tang\,(\lambda + \chi) = \frac{0{,}067 + 0{,}040 - 0{,}0735}{\frac{1}{2} \,.\, 0{,}09} = 0{,}744,$$

daher

$$\lambda + \chi = 36^0\,40'.$$

Nun ist

$$CO = k = \frac{894{,}6}{17 \,.\, 17} = 3{,}096 \text{ m},$$

daher nach (5):

$$sin\,\chi = \frac{2\,cos\,36^0\,40'}{3{,}096} = 0{,}5181,$$

hiernach

$$\chi = 31^0\,12' \text{ und } \lambda = 5^0\,28'.$$

Es fängt hier also der Ausguß schon $5\frac{1}{2}{}^0$ unter dem Radmittel an. Um die Stelle zu finden, wo der Ausguß beendet ist, hat man in dem vorliegenden Falle, wo sich noch etwas Wasser in der Zelle erhält, wenn auch der Wasserspiegel das äußere Ende der Schaufel berührt, in der Formel (6):

$$sin\,\chi_1 = \frac{a\,sin\,\beta}{k}$$

statt a den Theilkreishalbmesser $a_1 = 1{,}85$ und statt β den Eintrittswinkel, welcher hier $= 10^0\,46'$ beträgt, zu setzen. Es ist sonach:

$$sin\,\chi_1 = \frac{1{,}85 \,.\, sin\,10^0\,46'}{3{,}096} = 0{,}1115 = sin\,6^0\,25',$$

daher der zweite Ausgußwinkel:

$$\lambda_1 = 90^0 - 10^0\,46' - 6^0\,25' = 72^0\,49'.$$

Hiernach ist nun die Höhe des Ausgußbogens:

$$h_4 = a_1\,sin\,\lambda_1 - a\,sin\,\lambda = 1{,}85\,sin\,72^0\,49' - 2\,sin\,5^0\,28'$$
$$= 1{,}769 - 0{,}190 = 1{,}579 \text{ m}.$$

Diese Höhe theilen wir in vier gleiche Theile, und bestimmen nun durch Zeichnung, genaue Messung und Rechnung noch die entsprechenden drei Zwischenwerthe von F. Die erlangten Ergebnisse sind: $F_1 = 0{,}0555$ qm, $F_2 = 0{,}0464$ qm, $F_3 = 0{,}0216$ qm, daher das gesuchte Querschnittsverhältniß:

$$\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{0{,}0735 + 4\,(0{,}0555 + 0{,}0216) + 2 \,.\, 0{,}0464}{12 \,.\, 0{,}0735} = 0{,}538,$$

und die mechanische Arbeit des Wassers beim Herabsinken im Ausgußbogen:

$$L_4 = \xi h_4 Q \gamma = 0{,}538 \,.\, 1{,}579 \,.\, 0{,}6 \,.\, 1000 = 510 \text{ mkg.}$$

Fiele das Wasser mit 6,5 m Geschwindigkeit 20^0 unter dem Radscheitel so ein, daß seine Richtung um 25^0 von der Tangente am Eintrittspunkte abwiche, so hätte man noch die übrige Druckwirkung [s. (4) in §. 65]:

$$L_3 = (1{,}85 \cos 20^0 + 2 \sin 5^0 28') \, 0{,}6 \,.\, 1000 = 1157 \text{ mkg}$$

und die Stoßwirkung, da die Geschwindigkeit im Theilrisse

$$v_1 = \frac{2 \,.\, 1{,}85 \,.\, \pi \,.\, 17}{60} = 3{,}293 \text{ m}$$

ist, nach (3) in §. 64:

$$L_1 = 102 \, (6{,}5 \cos 25^0 - 3{,}293) \, 3{,}293 \,.\, 0{,}6 = 524 \text{ mkg.}$$

Demnach wäre die ganze Leistung dieses Rades:

$$L = L_1 + L_3 + L_4 = 2191 \text{ mkg} = 29{,}2 \text{ Pferdekräfte.}$$

§. 68. **Stärke der Radarme.** Von der Größe und Art der Wirkung eines Wasserrades hängen auch die erforderlichen Querschnittsdimensionen der Radarme, sowie die Stärke der Welle und die der Wellenzapfen ab. Um diese Raddimensionen zu ermitteln, hat man vorzüglich Thl. I, Abschnitt IV, sowie Thl. III, 1, Capitel 1, zu Rathe zu ziehen.

In der Regel wird die Kraft des Wasserrades durch ein Zahnrad weiter fortgepflanzt, und dasselbe sitzt entweder

1. auf der Wasserradwelle, oder
2. auf einem der Armsysteme (Armgeviere), oder
3. an einem der Radkränze fest.

Im ersteren Falle wird die Kraft des Wassers durch die Radarme auf die Welle und von dieser wieder auf das Transmissionsrad übertragen; im zweiten Falle geht hingegen die Wasserkraft nur mittelst der Radarme auf das Transmissionsrad über, und im dritten Falle erfolgt die Uebertragung der Wasserkraft fast unmittelbar. Der erstere Fall ist bei weitem der häufigere, um so mehr, da hierzu auch die Fälle zu rechnen sind, wo die Transmission nicht durch Zahnräder, sondern durch Trommeln, Kurbeln u. s. w. erfolgt.

Bezeichnet m die Anzahl der Arme des Wasserrades, ferner b_1 die Breite und h_1 die Dicke eines Armes, jene parallel zur Radaxe und diese parallel zum Radumfange gemessen, so hat man in der aus Thl. I bekannten Formel

$$Pl = b_1 h_1^2 \frac{s}{6},$$

für P die Kraft $\frac{P}{m}$, für die Länge l den Radhalbmesser a und für s die höchstens zulässige Materialspannung pro Flächeneinheit zu setzen, und erhält damit

$$\frac{Pa}{m} = 9{,}549\ \frac{L}{mn} = b_1 h_1^2\ \frac{s}{6}.$$

wenn L die Leistung in Meterkilogrammen pro Secunde und n wie bisher die Umdrehungszahl in der Minute bedeutet. Ist nun noch das Dimensionsverhältniß $\frac{b_1}{h_1} = \mu$ ein bestimmtes, z. B. bei Holz $= {}^5/_7$ und bei Gußeisen ${}^1/_5$, so erhält man hiernach für die gesuchte Dicke der Radarme:

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu s}\frac{Pa}{m}} = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu s}\ 9{,}549\ \frac{L}{mn}} = 3{,}86\ \sqrt[3]{\frac{L}{\mu s mn}}.$$

Drückt man, wie gewöhnlich, a in Metern und L in Pferdekräften (jede zu 75 Meterkilogrammen) aus, so erhält man:

$$h_1 = 1{,}817\ \sqrt[3]{\frac{Pa}{\mu s m}} = 16{,}26\ \sqrt[3]{\frac{L}{\mu s mn}}\ \text{m}.$$

Nimmt man nun noch für Holz $\mu = {}^5/_7$ und $s = 0{,}75$ kg pro Quadratmillimeter, so erhält man für hölzerne Arme

$$h_1 = 1{,}817\ \sqrt[3]{\frac{7 . Pa}{5 . 750\,000 . m}} = 0{,}0224\ \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}}$$
$$= 16{,}26\ \sqrt[3]{\frac{7 . L}{5 . 750\,000 . mn}} = 0{,}20\ \sqrt[3]{\frac{L}{mn}}\ \text{m}.$$

Der Sicherheit wegen, und weil die Arme auch noch das Gewicht des Rades aufnehmen müssen, nimmt man in der Ausführung reichlich das Doppelte, und setzt hiernach:

$$h_1 = 0{,}045\ \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 0{,}4\ \sqrt[3]{\frac{L}{mn}}\ \text{m}.$$

Nimmt man dagegen für Gußeisen $\mu = {}^1/_5$ und $s = 5$ kg an, so erhält man für gußeiserne Arme:

$$h_1 = 1{,}817\ \sqrt[3]{\frac{5 . Pa}{5 . 1\,000\,000 . m}} = 0{,}018\ \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}}$$
$$= 0{,}163\ \sqrt[3]{\frac{L}{mn}}\ \text{m}.$$

In der Praxis nimmt man nahe das Doppelte an, nämlich:

$$h_1 = 0{,}035\ \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 0{,}3\ \sqrt[3]{\frac{L}{mn}}\ \text{m}.$$

Beispiel. Wenn ein hölzernes oberschlächtiges Wasserrad mit 16 Armen in der Minute fünf Umdrehungen machen, und eine Leistung von 20 Pferdekraft aufnehmen und mittelst seiner Welle fortpflanzen soll, so müssen dessen Arme folgende Querschnittsdimensionen erhalten:

$$h_1 = 0{,}4\sqrt[3]{\frac{L}{mn}} = 0{,}4\sqrt[3]{\frac{20}{16\,.\,5}} = 0{,}252 \text{ m}$$

und $$b_1 = \mu h_1 = \frac{5}{7}\,0{,}252 = 0{,}180 \text{ m}.$$

Nach den äußeren Enden zu können natürlich diese Dimensionen etwas abnehmen.

Wenn die Kraft eines oberschlächtigen Wasserrades durch ein am Radumfange angebrachtes Zahnrad fortgepflanzt wird, so haben die Radarme hauptsächlich nur das Gewicht des Rades zu tragen, und es ist daher in diesem Falle die Stärke der Arme fast nur von dem Radgewichte abhängig. Da während einer Umdrehung des Rades die Arme desselben nach und nach in alle möglichen Stellungen gegen die Richtung der Schwere kommen, so ist auch die Kraft, welche ein Radarm hierbei aufzunehmen hat, veränderlich, und es sind daher bei Bestimmung des Querschnittes eines Armes verschiedene Stellungen in Betracht zu ziehen. Setzen wir zunächst ein Armsystem mit sechs Armen CB, CD, CE..., Fig. 197 und Fig. 198, sowie eine vollkommene Starrheit des Radkranzes voraus. Bei der Stellung in Fig. 197 sind zwei Arme CB, CB, vertical, und vier Arme, CD, CE u. s. w., unter 30 Grad gegen den Horizont geneigt. Der aufwärts gerichtete Arm widersteht durch seine Druck-, der abwärts gerichtete Arm durch seine Zug-, und die übrigen Arme widerstehen durch ihre zusammengesetzte Festigkeit, und zwar die Arme CD, CD durch Druck- und Biegungs-, dagegen die Arme CE und CE durch Zug- und Biegungsfestigkeit. Da die Widerstände des Druckes und des Zuges dem Rade nur

Fig. 197.

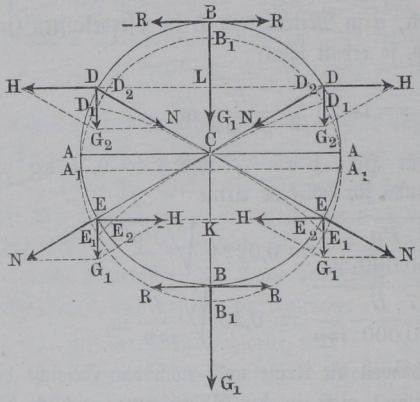
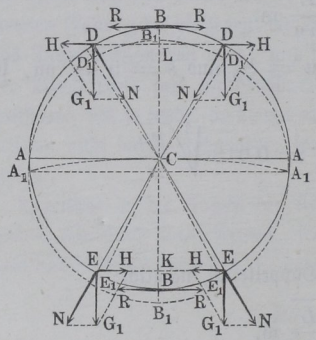


Fig. 198.



eine sehr kleine verticale Senkung gestatten, so sind auch die Biegungen der Arme sehr klein, und wir können deshalb die Kraft, welche die Biegung aufnimmt, ganz außer Betracht lassen.

Es sei G derjenige Theil des Radgewichtes, welchen das in Betrachtung zu ziehende Armsystem auf die Welle C überzutragen hat, ferner G_1 der Theil des Gewichtes, welchen jeder der beiden verticalen Arme, und G_2 der Theil, welchen jeder der geneigten Arme aufnimmt. Die letztere Kraft zerlegt sich in eine horizontale Kraft:

$$H = G_2 \, tang \, 60^0 = G_2 \sqrt{3},$$

und in eine Kraft nach der Richtung des Armes:

$$N = \frac{G_2}{cos \, 60^0} = 2 \, G_2.$$

Da sich die Horizontalkräfte H, H... gegenseitig im Rade aufheben, so kann natürlich das letztere in Folge der Elasticität der Radarme nur senkrecht, und zwar um die Größe $BB_1 = DD_1 = EE_1 \ldots = \sigma$ sinken. Nun entspricht aber der Senkung $DD_1 = EE_1 \ldots$ der Armenden $D, E \ldots$ die Verkürzung oder Ausdehnung

$$DD_2 = E_1 E_2 = DD_1 \, cos \, D_1 DD_2 = \sigma \, cos \, 60^0 = {}^1/_2 \, \sigma;$$

es ist daher auch die Kraft N in der Richtung der Arme CD, CE... die Hälfte der Kraft G_1 des sich um σ verkürzenden Armes CB, sowie auch des sich um σ ausdehnenden Armes CB, und folglich

$$G_2 = {}^1/_2 \, N = {}^1/_4 \, G_1$$

zu setzen.

Führen wir diesen Werth in die Gleichung $2 \, G_1 + 4 \, G_2 = G$ ein, so erhalten wir

$$G_1 = {}^1/_3 \, G \text{ und } G_2 = {}^1/_{12} \, G.$$

Bezeichnet endlich F den Querschnitt eines Radarmes und s die zulässige Materialspannung desselben, so erhalten wir hiernach:

$$F = \frac{G_1}{s} = \frac{G}{3 \, s},$$

sowie:

$$F = \frac{N}{s} = \frac{2 \, G_2}{s} = \frac{G}{6 \, s}.$$

Es ist natürlich der erstere Querschnitt in Anwendung zu bringen.

Bei der Armstellung in Fig. 198, wo zwei Arme CA, CA horizontal sind, werden nur die vier Arme CD, CD und CE, CE der Druck- und Zugfestigkeit ausgesetzt, und es ist die Druck- oder Zugkraft:

$$N = \frac{G_1}{cos \, 30^0} = G_1 \sqrt{{}^4/_3} = \frac{G}{4} \sqrt{{}^4/_3},$$

folglich der entsprechende Armquerschnitt:

$$F = \frac{N}{s} = \frac{G}{4\,s}\sqrt[4]{3} = \frac{G}{3{,}464\,s},$$

also kleiner als für die Stellung in Fig. 197.

Der anzuwendende Armquerschnitt bleibt also

$$F = \frac{G}{3\,s}.$$

Bei Anwendung von nur vier Armen ist

$$F = \frac{G}{2\,s},$$

sowie bei Anwendung von acht Armen

$$F = \frac{G}{4\,s}$$

zu setzen, wie durch eine ähnliche Untersuchung leicht gefunden werden kann.

Ist allgemein die Anzahl der Arme eines Rades $= m$ und das ganze Gewicht desselben $= G$, so bestimmt sich hiernach der Querschnitt eines Radarmes einfach durch die Formel

$$F = \frac{2\,G}{m\,s}.$$

Für hölzerne Arme wäre nach Thl. I, $s = 1{,}8$ kg pro Quadratmillimeter Querschnitt, dagegen für gußeiserne, $s = 6{,}67$ kg und für schmiedeeiserne $s = 13{,}13$ kg anzunehmen, da sich aber lange Arme auch durch Druckkräfte leicht biegen und die Spannung derselben während einer Umdrehung sich unaufhörlich verändert, so ist von dem ersten Werthe nur der zehnte und von den letzteren Werthen nur der fünfte Theil in Anwendung zu bringen, und hiernach für hölzerne Arme

$$F = \frac{2\,G}{0{,}18\,m} = 11\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

und dagegen für gußeiserne Arme

$$F = \frac{2\,G}{1{,}33\,m} = 1{,}5\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

und für schmiedeeiserne

$$F = \frac{2\,G}{2{,}62\,m} = 0{,}75\,\frac{G}{m}\ \text{qmm}$$

zu setzen.

Sind die Radkränze eines Wasserrades durch schmiedeeiserne Spannstangen mit der Welle fest verbunden, so wird das Rad nur von denjenigen Armen oder Stangen, welche abwärts gerichtet sind, getragen, da solche Stangen gegen biegende Momente einen nennenswerthen Widerstand nicht zu äußern vermögen. Es ist daher dann

$$G_1 = {}^2/_3\, G \text{ und } G_2 = {}^1/_6\, G,$$

sowie auch N und F doppelt so groß als bei einem steifen Armsystem.

Anmerkung. Mit Hülfe der vorstehenden Theorie läßt sich auch die erforderliche Stärke eines Radkranzes ermitteln. Jede Radhälfte wird von einem Kräftepaar $(H, -H)$ ergriffen, welches in den Punkten B, B Spannungen $R, -R$ hervorbringt, denen der Radkranz durch seine Festigkeit widerstehen muß. Setzt man das Moment $R.2a$ des Paares $R, -R$, dem Momente Ha des Paares $H, -H$ gleich, so erhält man

$$R = {}^1/_2 H = {}^1/_2 \sqrt{3}\, G_2 = {}^1/_{24} \sqrt{3}\, G = 0{,}072\, G$$

und daher den nöthigen Querschnitt des Radkranzes: $bd = \frac{R}{s}$, so wie die Dicke desselben:

$$d = \frac{0{,}072\, G}{b\, s}.$$

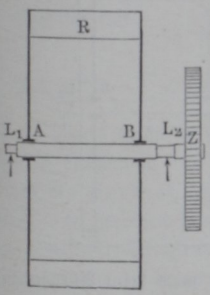
Um einen möglichst steifen Radkranz zu erhalten, kann man:

für hölzerne Kränze . . . . . $s = 0{,}04$ kg
„ gußeiserne Kränze . . . . . $s = 0{,}3$ „ und
„ schmiedeeiserne Kränze . . . . . $s = 0{,}5$ „

pro Quadratmillimeter Querschnittsfläche annehmen.

Stärke der Wasserradwelle. Die Stärke der Wasserradwelle bestimmt sich wie diejenige einer Transmissionswelle mit Rücksicht auf das Torsionsmoment und wie diejenige einer Tragaxe, welche durch das Eigengewicht des Wasserrades belastet ist. Streng genommen ist die Welle unter Berücksichtigung beider Anstrengungen nach den Regeln der zusammengesetzten Festigkeit zu bestimmen; in vielen Fällen genügt indessen die Stärkenermittelung entweder mit Rücksicht auf Torsion oder in Bezug auf Bruch. §. 69.

Fig. 199.



Eine Anstrengung der Welle auf Torsion durch das ganze vom Wasserrade aufgenommene Arbeitsmoment $Pa = 716{,}2\frac{N}{n}$ (s. Thl. III, 1) ist immer vorauszusetzen, wenn die Arbeit des Wasserrades auf die Transmissionswelle durch ein Zahnrad Z übertragen wird, welches außerhalb der Radkränze befindlich ist, Fig. 199. In diesem Falle wirkt das ganze Arbeitsmoment Pa auf das Wellenstück BZ, also auch auf den Zapfen L_2 ein, während das Stück AB nur die Hälfte des Kraftmomentes $\frac{1}{2}Pa$ zu übertragen hat, und der Zapfen L_1 gar nicht oder doch nur durch die ganz unbedeutende Zapfenreibung auf Torsion beansprucht wird. Dieser

Zapfen ist daher auf alle Fälle lediglich als Tragzapfen zu berechnen, und es gelten hierfür die in Thl. III, 1 aufgestellten Regeln. Danach ergiebt sich die Stärke d eines Tragzapfens zu

$$d = 2{,}26 \sqrt{P \frac{\lambda}{s}} \text{ mm} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

wenn P den Zapfendruck in Kilogrammen, s die zulässige Materialspannung in Kilogrammen pro Quadratmillimeter und $\lambda = \frac{l}{d}$ das Verhältniß der Zapfenlänge l zum Zapfendurchmesser d bedeutet. Nimmt man wegen der nur geringen Umdrehungszahl der Wasserräder ein durchschnittliches Verhältniß von $\lambda = \frac{l}{d} = 1{,}25$ an, so folgt

für Gußeisen mit $s = 3$ kg; $d = 1{,}45 \sqrt{P}$ mm
„ Schmiedeeisen mit $s = 6$ „ $d = 1{,}0 \sqrt{P}$ „
„ Gußstahl mit $s = 10$ „ $d = 0{,}80 \sqrt{P}$ „

Nach dieser Formel ist auch der zweite Zapfen L_2 zu berechnen, wenn, Fig. 200, das Zahnrad Z mit einem Armsystem oder Radkranze B

Fig. 200.

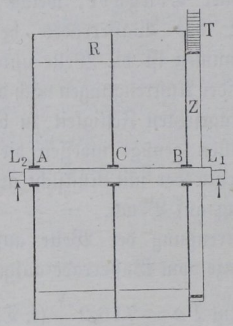
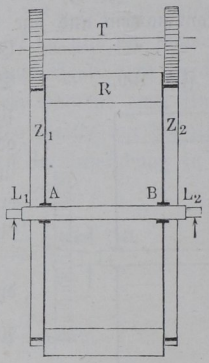


Fig. 201.



direct verbunden ist. Vermöge dieser Anordnung wird beim Vorhandensein von zwei Armsystemen das zwischen diesen befindliche Wellenstück durch $\frac{1}{2} Pa$ auf Torsion beansprucht, während bei Anordnung eines dritten Armsystems C in der Mitte das Wellenstück AC durch $\frac{1}{4} Pa$ und dasjenige CB durch $\frac{3}{4} Pa$ angegriffen wird. Wenn die Kraft durch zwei an den äußeren Radkränzen angebrachte Zahnräder auf zwei Getriebe der Trans-

missionswelle T übertragen wird, Fig. 201 (a. v. S.), so findet eine Beanspruchung der Welle auf Torsion gar nicht statt, und dasselbe würde man auch annehmen dürfen, wenn das übertragende Zahnrad Z an einem zwischen A und B befindlichen Kranze angebracht wäre.

Die mit Rücksicht auf das Torsionsmoment erforderlichen Stücke d einer Wasserradwelle bestimmen sich nach der in Thl. III, 1, für Wellen angegebenen Festigkeitsformel

$$Pa = t \frac{W}{e} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

worin t die höchstens zulässige Schubspannung $t = \frac{4}{5} s$ des Wellenmaterials, e die Entfernung der äußersten Faser von der Mitte und W das polare Trägheitsmoment des Querschnitts bedeuten. Für den kreisförmigen Querschnitt insbesondere, für welchen bei dem Durchmesser d die Größe

$$\frac{W}{e} = \frac{\frac{1}{32} \pi d^4}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi d^3}{16}$$

ist, ergab sich an der angezeigten Stelle:

für Schmiedeeisen mit $t = 4{,}8\,\text{kg}$; $d = 1{,}02 \sqrt[3]{Pa} = 91{,}3 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ mm

„ Gußeisen mit $t = 2{,}4\,\text{kg}$; $d = 1{,}28 \sqrt[3]{Pa} = 115 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ „

„ Holz mit $t = 0{,}64\,\text{kg}$; $d = 2{,}0 \sqrt[3]{Pa} = 179 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ „

In der Praxis macht man hölzerne Wasserradwellen jedoch viel stärker, meist drei- bis viermal so stark als gußeiserne.

Auf den Verdrehungswinkel der Wasserradwellen hat man bei deren immer nur geringen Länge keine Rücksicht zu nehmen und daher nur die oben angeführte Festigkeitsformel, nicht aber die Elasticitätsformel der Torsion in Anwendung zu bringen. In welcher Weise man bei anderen als kreisförmigen Querschnitten, z. B. bei vierkantigen, gerippten oder hohlen Wellen, das polare Trägheitsmoment W der Formel (2) zu bestimmen hat, ist aus Thl. I bekannt.

Die Stärke der Welle mit Rücksicht auf ihre Biegungsfestigkeit bestimmt sich in jedem Falle nach der Fundamentalformel der relativen Festigkeit:

$$M = \frac{T}{e} s \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

unter M das biegende Moment der äußeren Kräfte, unter T das Trägheitsmoment des Querschnitts, dessen äußerste Faser den Abstand e von der neutralen Axe hat und unter s wieder die höchstens zulässige specifische Faserspannung verstanden. In welcher Weise für jeden Punkt der Welle die Größe des biegenden Momentes M ermittelt werden kann, und wie man sich hierzu mit Vortheil der graphischen Methoden bedienen kann, ist in Thl. III, 1, gelegentlich mehrfach gezeigt worden, so daß auf jene Stelle verwiesen werden kann.

Wenn es für die Bestimmung der Wellenstärke auch meistens genügen wird, die größere der beiden, bezw. für Torsion und Biegung erforderlichen Stärken anzunehmen, so kann es doch, besonders in dem Falle, wo die beiden bezüglichen angreifenden Momente nicht sehr von einander in der Größe verschieden sind, geboten erscheinen, die Dimensionen mit Bezug auf die zusammengesetzte Beanspruchung auf Verdrehung und Biegung festzustellen, und man hat sich in diesem Falle der aus Thl. I bekannten Formel zu bedienen:

$$s \frac{T}{e} = \frac{3}{8} M_b + \frac{5}{8} \sqrt{M_b^2 + M_d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

worin M_b das auf Biegung und M_d das auf Verdrehung wirkende Moment vorstellt, und s, T und e dieselbe Bedeutung wie vorstehend haben. In Bezug auf die graphische Ermittelung der Anstrengungen, welchen die Wasserradwelle durch die biegenden und verdrehenden Momente ausgesetzt ist, kann hier auf das in Thl. III, 1, angeführte Beispiel eines oberschlächtigen Wasserrades verwiesen werden.

Anmerkung. In Thl. I wurde für einen gleichzeitig durch das Torsionsmoment $M_d = Pa$ und das Biegungsmoment $M_b = Ql$ beanspruchten Balken die angenäherte Formel

$$\frac{M_d}{k} \frac{e}{2\,T} = \sqrt{1 - \frac{M_b}{k} \frac{e}{T}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

gefunden, worin k die hier mit s bezeichnete zulässige Faserspannung und T das Trägheitsmoment des Querschnitts bedeutet. Für den kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser d ist

$$T = \frac{\pi d^4}{64}$$

und

$$e = \frac{d}{2},$$

daher

$$\frac{T}{e} = \frac{\pi d^3}{32}$$

und man erhält mit diesen Werthen die Gleichung:

$$\frac{16\,M_d}{s\pi a^3} = \sqrt{1 - \frac{32\,M_b}{s\pi d^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Hieraus folgt ohne Rücksicht auf Biegung, d. h. mit $M_b = 0$ die Wellenstärke

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16\,M_d}{s\,\pi}}$$

und ohne Rücksicht auf Verdrehung, d. h. mit $M_d = 0$ die Wellenstärke

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32\,M_b}{s\,\pi}},$$

daher kann man auch obige Gleichung (6) schreiben:

$$\left(\frac{d_1}{d}\right)^3 = \sqrt{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^3} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7)$$

und hieraus findet sich entweder

$$d = \frac{d_1}{\sqrt[6]{1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^3}} \text{ annähernd} = d_1\left[1 + \frac{1}{6}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3\right] \quad \cdots \quad (8)$$

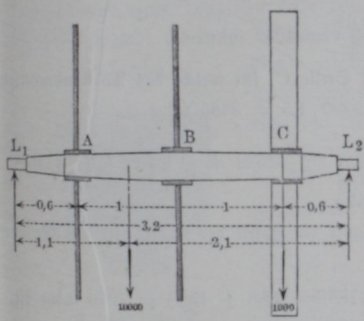
oder

$$d = \frac{d_2}{\sqrt[3]{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^6}} \text{ annähernd} = d_2\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^6\right] \quad \cdots \quad (9)$$

von welchen Formeln (8) oder (9) dienen kann, d aus d_1 und d_2 zu berechnen, je nachdem d_1 oder d_2 den größeren Werth hat.

Beispiele. 1. Wenn ein oberschlächtiges Wasserrad von 8 m Höhe bei 5 Umdrehungen per Minute eine Leistung von 20 Pferdekräften verrichtet, und die Transmission seiner Kraft durch ein auf seiner gußeisernen Welle sitzendes Zahnrad erfolgt, so ist die erforderliche Stärke dieser Welle mit Rücksicht auf ihre Torsionsfestigkeit

Fig. 202.



$$d = 115\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 182 \text{ mm}.$$

Für eine hölzerne Welle würde die Stärke

$$d = 179\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 284 \text{ mm}$$

genügen, man würde derselben aber eine Stärke von etwa 0,6 m geben.

2. Eine Wasserradwelle hat die Länge zwischen den Zapfen $L_1 L_2 = 3{,}2$ m, Fig. 202, und das Gewicht 1500 kg. Dieselbe trägt in A und B die Armsysteme eines 1 m breiten Wasserrades von 10 000 kg Gewicht, und in C ein Zahnrad von 1000 kg. Wenn nun die Abstände $AL_1 = CL_2 = 0{,}6$ m sind, wie groß sind die Zapfendrucke und Biegungsmomente?

Ohne Rücksicht auf den Druck Z am Umfange des Zahnrades hat man den Auflagerdruck in

$$L_1 \text{ zu } \frac{1500}{2} + 10\,000\,\frac{2{,}1}{3{,}2} + 1000\,\frac{0{,}6}{3{,}2} = 7500 \text{ kg}$$

und in

$$L_2 \text{ zu } \frac{1500}{2} + 10\,000\,\frac{1{,}1}{3{,}2} + 1000\,\frac{2{,}6}{3{,}2} = 5000 \text{ kg}.$$

Wenn das Rad bei 5 Umdrehungen pro Minute 24 Pferdekräfte überträgt, und das Zahnrad C einen Durchmesser von 3 m hat, so ergiebt sich der Druck Z am Umfange des Zahnrades zu

$$Z = \frac{24 \,.\, 60 \,.\, 75}{5 \,.\, \pi \,.\, 3} = 2290 \text{ kg}.$$

Nimmt man an, daß dieser Räderdruck ebenfalls vertical abwärts auf die Wasserradwelle gerichtet ist, was der Fall ist, wenn die Transmissionswelle mit der Wasserradwelle in gleicher Höhe liegt, so werden durch Z die Zapfendrucke noch gesteigert um

$$2290\,\frac{0{,}6}{3{,}2} = 430 \text{ kg in } L_1$$

und

$$2290\,\frac{2{,}6}{3{,}2} = 1860 \text{ kg in } L_2,$$

so daß man nun die Zapfendrucke hat

$$L_1 = 7500 + 430 = 7930 \text{ kg}$$

und

$$L_2 = 5000 + 1860 = 6860 \text{ kg}.$$

Man erhält hiermit das Biegungsmoment in A, B und C bezw. zu:

$$M_a = L_1\,0{,}6 - \frac{1500}{3{,}2}\,\frac{0{,}6^2}{2} = 4674 \text{ mkg},$$

$$M_b = L_1\,1{,}6 - 5000 \,.\, 1 - \frac{1500}{3{,}2}\,\frac{1{,}6^2}{2} = 7088 \text{ mkg},$$

$$M_c = L_2\,0{,}6 - \frac{1500}{3{,}2}\,\frac{0{,}6^2}{2} = 4032 \text{ mkg}.$$

Man erhält daher nach (4) für die Stelle C, für welche das Torsionsmoment

$$M_d = Z \,.\, 1{,}5 = 2290 \,.\, 1{,}5 = 3435 \text{ mkg}$$

ist:

$$s\,\frac{T}{e} = \frac{3}{8}\,M_c + \frac{5}{8}\,\sqrt{M_c^2 + M_d^2} = \frac{3}{8}\,4032 + \frac{5}{8}\,\sqrt{4032^2 + 3435^2}$$

$$= 1512 + 3310 = 4822 \text{ mkg},$$

während für die Stelle B, für welche nur die Hälfte der Kraft, also ein Moment von 1718 mkg auf Torsion wirkt:

$$s\,\frac{T}{e} = \frac{3}{8}\,7088 + \frac{5}{8}\,\sqrt{7088^2 + 1718^2} = 2658 + 4558 = 7216 \text{ mkg ist.}$$

Mit $s = 6$ kg pro Quadratmillimeter für Schmiedeeisen und $\frac{T}{e} = \frac{\pi d^3}{32}$ erhält man die erforderliche Stärke an der Stelle C

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{32 \,.\, 4822}{\pi \,.\, 6 \,.\, 1\,000\,000}} = 0{,}201 \text{ m}$$

und bei B

$$d_b = \sqrt[3]{\frac{32 \,.\, 7216}{\pi \,.\, 6 \,.\, 1\,000\,000}} = 0{,}231 \text{ m}.$$

Die Stärke der Welle bei A und rechts von C bestimmt sich mit Rücksicht auf Bruch durch

$$\frac{\pi d^3}{32} s = M_a = 4674 \text{ zu } d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi . 6} \frac{4674}{1\,000\,000}} = 0{,}199 \text{ m bei } A$$

und

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi . 6} \frac{4032}{1\,000\,000}} = 0{,}190 \text{ m bei } C.$$

Endlich folgt die nöthige Stärke der nur auf Bruch beanspruchten Zapfen nach (1)

$$d = 1{,}0 \sqrt{L_1} = \sqrt{7930} = 89 \text{ mm in } L_1$$

und

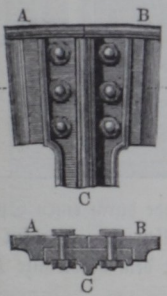
$$d = 1{,}0 \sqrt{6860} = 83 \text{ mm in } L_2,$$

so daß man für jeden derselben passend $d = 90$ mm und eine Länge $l = \frac{5}{4} d = 112$ mm annehmen kann.

Es wurde in der obigen Rechnung der für die Festigkeit der Welle ungünstigste Fall vorausgesetzt, daß der Zahndruck Z auf die Axe vertical abwärts wirkt, so daß die beiden Kräfte einfach addirt werden konnten, welche aus dem Eigengewichte und diesem Zahndrucke für jedes Lager sich ergeben. Es ist klar, daß man dagegen diese beiden Componenten nach dem Parallelogramm der Kräfte zu den resultirenden Lagerdrucken L_1 und L_2 zusammen zu setzen hat, wenn Z nicht in verticaler Richtung wirksam ist.

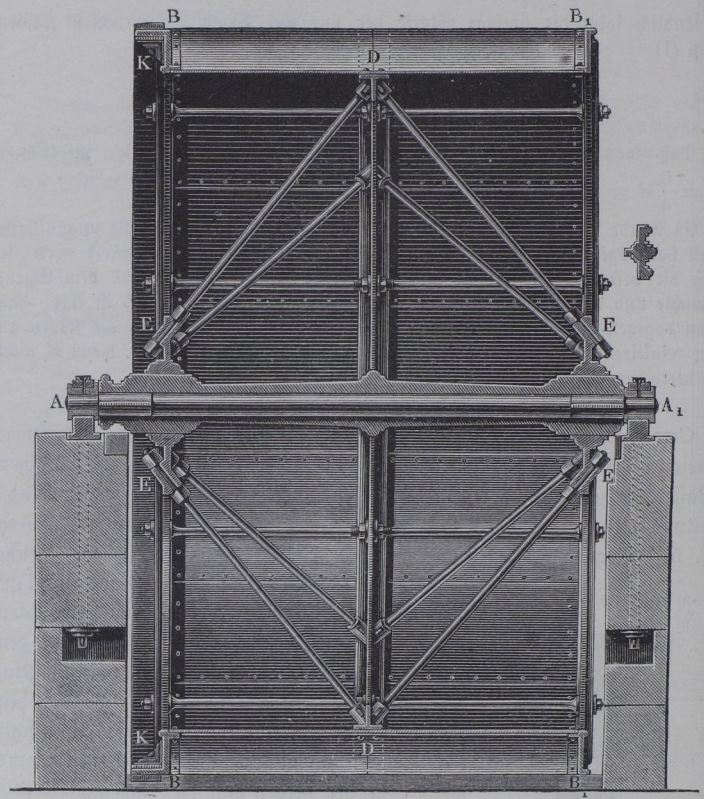
Construction der Wasserräder. Im Folgenden möge noch etwas §. 70.
specieller von der Zusammensetzung und Auflagerung der oberschlächtigen Wasserräder gehandelt werden. Der Zusammensetzung der hölzernen Radkränze aus einer doppelten Lage von Zirkelstücken (Felgen) ist schon oben (§. 56) gedacht worden. Schmiedeeiserne Radkränze werden auf gleiche Weise zusammengesetzt, gußeiserne Radkränze läßt man dagegen nur in einer Lage von Zirkelstücken bestehen. Das Befestigungsmittel besteht bei den hölzernen Radkränzen in Holz- oder Eisennägeln, bei den schmiedeeisernen in Nieten und bei den gußeisernen in Schrauben. Die gewöhnlichen ganz oder nahezu radial stehenden Hauptradarme werden in der Regel auf die Außenflächen der Radkränze aufgeschraubt. Besteht der Radkranz aus Gußeisen, so können die Schrauben, wodurch die Radfelgen A, B, Fig. 203, mit einander verbunden werden, auch zugleich zur Befestigung des Armes C dienen. Auf gleiche Weise werden auch die Arme auf der Rosette befestigt. Damit diese Schrauben nur einem Widerstand nach ihren Axenrichtungen zu widerstehen haben, dürfen die Armenden nicht frei aufliegen, sondern sind in Vertiefungen oder zwischen Seitenbacken einzulagern. Zur

Fig. 203.



Verhinderung der Seitenschwankungen versieht man auch wohl die Räder mit Diagonalarmen, welche von der Rosette des einen Radkranzes nach dem Umfange des anderen Radkranzes reichen. Auch wendet man solche Diagonalarme an, wenn das Rad eine größere Weite hat, wo sie dann, wie der Durchschnitt des Rades in Fig. 204 zeigt, einen mittleren Radkranz *DD*

Fig. 204.

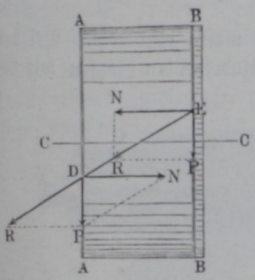


tragen. Diese Arme sind in der Regel mit einem Ende durch einen Splint und mit dem anderen Ende durch Schrauben in Hülsen oder Büchsen befestigt, welche theils mit der Rosette *EE*, theils mit dem Radkranze *DD* ein Ganzes bilden.

Wenn die Transmission durch ein mit dem Radkranze verbundenes Zahnrad erfolgt, so wendet man auch nicht selten, wie schon oben bemerkt worden, statt der starken steifen Arme aus Holz oder Gußeisen schwache gespannte Arme aus Schmiedeeisen an. Dieselben werden gleich bei ihrem

Einsetzen durch Schrauben oder Keile so stark gespannt, daß sie das Rad nur durch ihre Zugfestigkeit tragen. Um einem Rade mit gespannten Armen die nöthige Steifigkeit zu geben, ist es nicht allein mit gespannten Diagonalarmen, sondern auch noch mit besonderen Umfangsstangen auszurüsten. Die letzteren Stangen sind nicht mit den der Radaxe parallelen Zugstangen (Hängenägeln) zu verwechseln, wodurch die Radkränze oder Radarme mit einander verbunden werden; sie sind am inneren Radumfange befestigte, schräg gegen die Radkränze stehende Stangen, welche den Zweck haben, die Kraft des einen Radkranzes AA, Fig. 205, auf den anderen, das Transmissionsrad tragenden Radkranz BB fortzupflanzen. Es sei P ein Theil der Kraft des Rades AA, und DE die Umfangsstange, welche denselben auf den Kranz BB überzutragen hat. Diese Kraft P zerlegt sich in eine Seitenkraft N parallel zur Radaxe CC und in eine Seitenkraft R in der Richtung der Stange DE. Die letztere pflanzt sich durch DE hindurch bis zum Ende E im zweiten Kranze BB fort und zerlegt sich hier wieder in die Seitenkräfte

Fig. 205.



$$EN = -N \text{ und } EP = P.$$

Den Kräften N, $-N$ widersteht das ganze Schaufelsystem durch seine Druckfestigkeit, und die Kraft $EP = P$ vereinigt sich mit der Kraft des Kranzes BB, welcher beide zusammen an das Transmissionsrad abgiebt. Man wird, wie in der Figur auch angenommen worden, die Richtung der Umfangsstangen DE so wählen, daß dieselben durch Zugkräfte und nicht auf Druck angegriffen werden.

Zu den Holzwellen nimmt man am liebsten Eichenholz, jedoch verwendet man hierzu auch oft Tannen- und Fichtenholz. Für Stern- und Rosettenräder bearbeitet man dieselben polygonal, für Sattelräder aber quadratisch. Die Zapfen der hölzernen Wellen sind entweder schmiedeeiserne

Fig. 206.

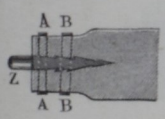


Fig. 207.

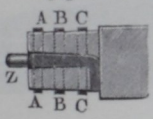
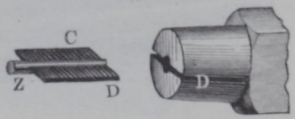


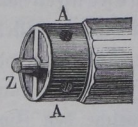
Fig. 208.



Spitzzapfen, wie Fig. 206, oder schmiedeeiserne Hakenzapfen, wie Fig. 207, oder gußeiserne Blattzapfen. Die letzteren bestehen entweder nur aus einem Blatte, dem sogenannten Bleuel, wie CD, Fig. 208, oder aus mehreren Blättern. Damit der Wellenhals gegen das Aufspringen gesichert werde, arbeitet man ihn etwas conisch ab und treibt über denselben

eiserne Ringe AA, BB ... (Fig. 207) von 6 bis 15 mm Dicke und 40 bis 80 mm Breite. Statt der drei Ringe wendet man auch wohl einen einzigen Ring AA an, welcher den ganzen Wellenhals umfaßt und mit den vier Flügeln des Zapfens ein Ganzes bildet, wie Fig. 209 zeigt.

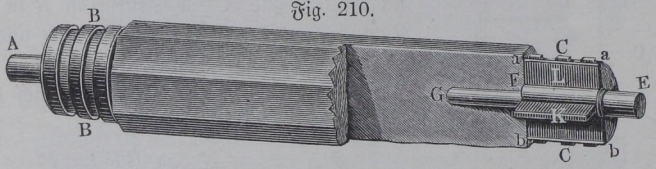
Fig. 209.



In Fig. 210 ist eine achtseitige Holzwelle abgebildet. Dieselbe zeigt links das Zapfenende A und den Hals BB mit den drei Eisenringen, und rechts die hintere Hälfte des Wellenhalses CC und den Zapfen EF mit vier Flügeln K, L ... und dem Schwanze FG. Auch bemerkt man in aa und bb die Keile, welche zwischen den Ringen und den Flügeln von der Stirnfläche aus in den Wellenhals eingetrieben werden.

Die gußeisernen Wellen sind entweder massiv oder hohl. Bei den massiven Wellen bilden die übrigens genau abzudrehenden Zapfen mit der

Fig. 210.



Welle ein Ganzes, bei den hohlen Wellen werden dieselben dagegen an den Wellenkörper an- oder eingesetzt (s. Thl. III, 1). Die Wellenköpfe, oder die Stellen, worauf die Hülsen der Rosetten und Zahnräder zu sitzen kommen,

Fig. 211.

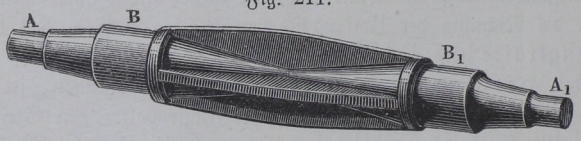
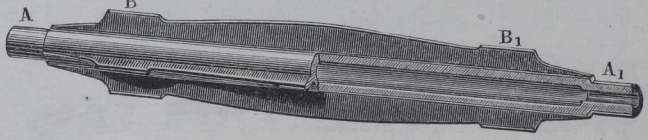


Fig. 212.



sind entweder einfach cylindrisch oder gerippt und müssen an ihrem Umfange genau abgedreht werden. Bei Wellen mit cylindrischen Köpfen erfolgt die Befestigung durch einen oder zwei Keile, welche zur Hälfte in dem Kopfe und zur Hälfte in der Hülse sitzen; bei den Wellen mit gerippten Köpfen wird jede Rippe einzeln in der Hülse verkeilt.

Eine gerippte massive Wasserradwelle mit cylindrischen Köpfen führt Fig. 211 vor Augen, und eine hohle Wasserradwelle mit gerippten Köpfen zeigt Fig. 212. In beiden Figuren sind A und A_1 die Zapfen, sowie B und B_1 die Tragköpfe. Eine einfache hohle gußeiserne Welle mit eingesetzten Zapfen A, A_1 ist in Fig. 204 abgebildet.

Die Wellenzapfen ruhen in Lagern, welche, um das Rad bei seiner Umdrehung in sicherer Lage zu erhalten, auf starken Fundamenten oder Gestellen befestigt sein müssen. Jedes Zapfenlager besteht aus einer Pfanne und aus dem Unterlager oder dem sogenannten Angewelle (Angewäge). Das Lager besteht in der Regel aus Gußeisen, seltener aus Stein, Holz, Glas, Rothguß (8 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn); es ist entweder mit oder ohne Deckel, sowie mit oder ohne Metallfutter.

Ein Zapfenlager mit hölzernem Angewäge ist aus Fig. 169, und ein solches mit eiserner Fußplatte und Deckel aus Fig. 170 ersichtlich. Ein einfaches offenes Zapfenlager zeigt Fig. 213, ein solches mit Metallfutter F zum Auswechseln Fig. 214, und ein geschlossenes Zapfenlager mit Metallfutter zeigt Fig. 215. Diese Lager werden durch die Schraubenbolzen AA mit ihrer Fußplatte BB entweder unmittelbar auf das Fundament oder auf eine mit dem Fundamente fest verbundene Sohlplatte DD aufgeschraubt. Im Deckel des Zapfenlagers in Fig. 215 ist noch ein Schmierloch L angebracht, auf welches eine Schmierbüchse aufgesetzt werden kann. Zur

Fig. 213.

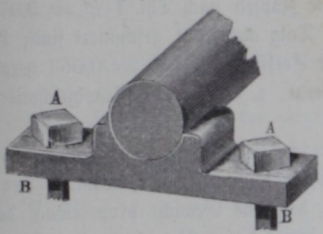


Fig. 214.

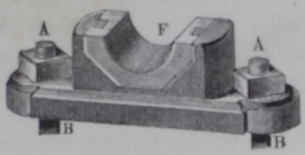
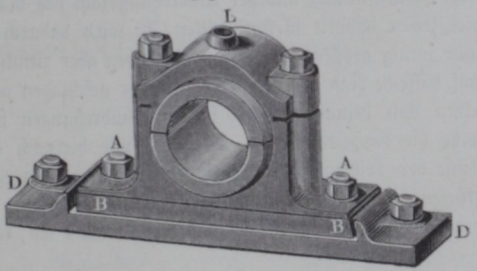


Fig. 215.



besseren Vertheilung der durch das Schmierloch zufließenden Schmiere werden Kreuzgerinne in die Innenflächen der Lagerfutter eingeschnitten. Im Uebrigen ist auf das in Thl. III, 1, über Axen und Lager Gesagte zu verweisen.

§. 71. **Zapfenreibung der Wasserräder.** Einen nicht ganz unansehnlichen Theil der mechanischen Leistung verliert ein oberschlächtiges Wasserrad in der durch die Zapfenreibung consumirten Arbeit. Dieselbe hängt vorzüglich vom Gewichte G des Rades ab, und ist $F = \varphi G$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Ist r der Halbmesser des Zapfens und n die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute, so läßt sich die Umfangsgeschwindigkeit des Zapfens

$$v = \frac{\pi n r}{30} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = Fv = \varphi G v = \frac{\pi n r}{30} \varphi G = 0{,}1047\, \varphi n G r \quad \ldots \quad (2)$$

setzen. Hierbei ist für genau abgedrehte Zapfen nach Thl. I $\varphi = 0{,}075$ anzunehmen, wenn dieselben mit Oel, Talg oder Fett geschmiert sind; bei der besten Abwartung geht jedoch dieser Coefficient auf $\varphi = 0{,}054$ herab, wogegen er bei schlechteren Schmiermitteln, z. B. bei der Graphitschmiere, auf $\varphi = 0{,}110$ steigen kann.

Die Größe und folglich auch das Gewicht eines Wasserrades hängt jedenfalls auch von der Leistung desselben ab, und man kann annehmen, wenn es nur auf eine Annäherung ankommt, daß das Gewicht proportional der Leistung des Rades wachse. Außerdem hängt dieses Gewicht auch noch von dem Grade der Zellenfüllung und der Umdrehungszahl des Rades ab, denn wenn sich die Zellen doppelt so stark füllen, so wird dadurch das Gewicht des Rades nur wenig größer, die Leistung desselben aber ziemlich verdoppelt, und wenn auf dasselbe Rad doppelt so viel Wasser geschlagen wird, so macht es bei derselben Last beinahe doppelt so viel Umdrehungen und verrichtet also auch nahe die doppelte Arbeit. Nehmen wir hiernach an, daß das Radgewicht mit der Leistung N in Pferdekräften direct, dagegen mit dem Füllungscoefficienten ε und der Umdrehungszahl n umgekehrt proportional sei, und führen wir noch einen Erfahrungscoefficienten ι ein, so können wir

$$G = \iota \frac{N}{\varepsilon n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

setzen.

Nach Redtenbacher ist für ein kleines eisernes Rad mit $^1/_3$ Füllung, 9,3 Umdrehungszahl und 3175 Kilogrammen Gewicht, die Leistung $N = 6{,}3$ Pferdekraft, es folgt daher hiernach

$$\iota = \frac{\varepsilon n G}{N} = {}^1/_3 \frac{9{,}3 . 3175}{6{,}3} = 1560;$$

dagegen ist für ein Freiberger hölzernes Kunstrad mit eisernen Schaufeln $\varepsilon = {}^1/_4$, $n = 5$, $G = 20000$ und $N = 20$, daher

$$\iota = {}^1/_4 5 \frac{20000}{20} = 1250.$$

Nehmen wir nun aus beiden Werthen für ι das Mittel, so erhalten wir für das Radgewicht die Formel:

$$G = 1400 \frac{N}{\varepsilon n} \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Von dem Gewichte G eines Rades hängt die Zapfenstärke, und hiervon wieder die Arbeit der Reibung ab; deshalb hat also dieses Gewicht einen zweifachen Einfluß auf die Zapfenreibung. Wir haben die mittlere Zapfenstärke (§. 69) für schmiedeeiserne Zapfen zu $d = 2r = 1{,}0 \sqrt{P}$ mm gefunden, nimmt man daher den Zapfendruck P gleich dem halben Radgewichte an, so ist

$$r = 0{,}0005 \sqrt{\frac{1}{2} G} = 0{,}000354 \sqrt{G} \text{ m},$$

daher die mechanische Arbeit der Zapfenreibung pro Minute:

$$L_1 = 0{,}1047 \varphi n . 0{,}000354 \sqrt{G^3} = 0{,}000037 \varphi n \sqrt{G^3} \text{ mkg}$$

oder mit (4):

$$L_1 = 0{,}000037 \varphi n \sqrt{1400^3 \frac{N^3}{\varepsilon^3 n^3}} = 1{,}94 \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n \varepsilon^3}} \text{ mkg}$$

$$= 0{,}0258 \varphi \sqrt{\frac{N^3}{n \varepsilon^3}} \text{ Pferdekräfte} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und ihr Verhältniß zur ganzen Radleistung

$$\frac{L_1}{L} = 0{,}0258 \varphi \sqrt{\frac{N}{n \varepsilon^3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

folgt.

Beispiele. 1. Welche Arbeit consumirt die Zapfenreibung eines 15 000 kg schweren Wasserrades mit 0,15 m dicken Zapfen, wenn dasselbe pro Minute 6 Umdrehungen macht? Nimmt man den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}08$ an, so hat man die Zapfenreibung $\varphi G = 0{,}08 . 15\,000 = 1200$ kg, ferner das statische Moment derselben $\varphi G r = 1200 . 0{,}075 = 90$ mkg und daher die Arbeit der Zapfenreibung pro Secunde:

$$L_1 = 0{,}1047 . 6 . 90 = 56{,}5 \text{ mkg} = {}^3/_4 \text{ Pferdekraft}.$$

2. Welchen Arbeitsverlust giebt die Zapfenreibung eines Wasserrades von 30 Pferdekräfte Leistung bei der relativen Zellenfüllung $\varepsilon = 1/3$ und der Umdrehungszahl $n = 4$? Es ist derselbe:

$$L_1 = 0{,}0258 \,.\, 0{,}08 \sqrt{\frac{30 \,.\, 27}{4}}\, N = 0{,}029\, N = 0{,}87 \text{ Pferdekraft},$$

also etwa 3 Procent der Nutzleistung.

Anmerkung. Die Zapfenreibung eines Rades kann noch durch die Art und Weise des Anschließens der übrigen Maschinerie vergrößert oder herabgezogen werden. Läßt man, wie Fig. 216 vor Augen führt, Kraft P und Last Q auf einerlei Seite wirken, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vermindert; es fällt also dann die Zapfenreibung kleiner aus; läßt man aber Kraft und Last auf entgegengesetzten Seiten des Rades wirken, wie Fig. 217 vorstellt, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vergrößert, und es wird also hier die Zapfenreibung um eben so viel größer als im vorigen Falle kleiner. Macht man im ersten Falle noch den Hebelarm CB der Last gleich dem Hebelarm CA der Kraft, indem man z. B. die Transmission durch ein mit einem der Radkränze unmittelbar verbundenes Zahnrad bewirkt, wie z. B. Fig. 170 vorstellt, so wird die Wirkung der Kraft auf die Zapfen durch die Last fast ganz aufgehoben. Welche Vorzüge diese Construction übrigens hat, ist schon oben angegeben worden.

Fig. 216.

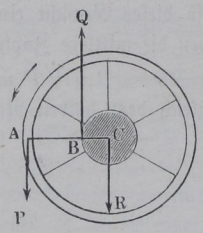
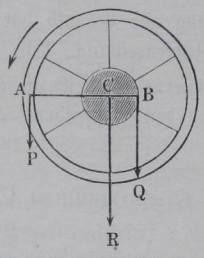


Fig. 217.



§. 72. **Totalleistung.** Die Totalleistung eines oberschlächtigen Wasserrades läßt sich nun

$$L = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, Gv \quad . \quad . \quad (1)$$

setzen, oder, wenn man das Wasser nahe tangential und mit der Geschwindigkeit $c_1 = 2\, v_1$ eintreten läßt und annähernd $v_1 = v$ annimmt, so daß

$$\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g}\, v_1 = \frac{v^2}{g}$$

ausfällt,

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi\, \frac{r}{a}\, Gv \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Setzen wir, dem vorigen Paragraphen zufolge, das Radgewicht

$$G = 1400\, \frac{N}{\varepsilon n} \text{ kg}$$

und hiernach die Arbeit der Zapfenreibung:

$$L_1 = 1{,}94\,\varphi \sqrt{\frac{N^3}{n\,\varepsilon^3}}\ \text{mkg},$$

so erhalten wir für die Totalleistung der Wasserrades:

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - 1{,}94\,\varphi \sqrt{\frac{N^3}{n\,\varepsilon^3}}\ \text{mkg} \quad . \quad . \quad (3)$$

Da zur Erzeugung der Geschwindigkeit $c = 2\,v$ das Gefälle

$$4 \,.\, 1{,}1 \cdot \frac{v^2}{2\,g} = \frac{4{,}4}{2\,g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 = 0{,}00245\,n^2 a^2\ \text{m} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

nöthig ist, so bleibt vom Totalgefälle h das Druckgefälle $h - \frac{4{,}4}{2\,g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2$ übrig, und setzen wir nun noch der Einfachheit wegen,

$$h_3 + \xi h_4 = \chi\left[h - \frac{4{,}4}{2\,g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wo χ ein ächter Bruch (etwa $^2/_3$ oder $^3/_4$ u. s. w.) ist, so erhalten wir die Leistung des Wasserrades aus (3) zu:

$$L = \left\{\frac{1}{g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 + \chi\left[h - \frac{4{,}4}{2\,g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right]\right\} Q\gamma - 1{,}94\,\varphi \sqrt{\frac{N^3}{\varepsilon^3 n}} \quad (6)$$

oder annähernd, wenn man $4{,}4\,\chi\,\frac{v^2}{2\,g} - \frac{v^2}{g} = \chi\,\frac{v^2}{g} = \chi\,\frac{1}{g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2$ setzt:

$$L = \chi\left[h - \frac{1}{g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2\right] Q\gamma - 1{,}94\,\varphi \sqrt{\frac{N^3}{\varepsilon^3 n}} \quad . \quad . \quad (7)$$

Nun können wir aber in dem Ausdrucke für die Arbeit der Reibung für N annähernd den Werth

$$N = \chi h Q\gamma\ \text{mkg} = \frac{\chi h Q\gamma}{75}\ \text{Pferdekräfte}$$

setzen, daher geht (7) über in

$$L = \left[h - \frac{1}{g}\left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 - 1{,}94\,\varphi \sqrt{\frac{\chi h^3 Q\gamma}{(75\,\varepsilon)^3 n}}\right] \chi\, Q\gamma\ \text{mkg},$$

oder mit $g = 9{,}81$ und $\gamma = 1000$ kg:

$$L = \left[h - 0{,}00111\,(na)^2 - 0{,}0944\,\varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \frac{\chi Q}{n}}\right] \chi\, Q\gamma\ \text{mkg} \quad (8)$$

Aus der Art und Weise, wie n in diesem Ausdrucke vorkommt, folgt, daß die Leistung L weder für $n = 0$, noch für $n = \infty$, sondern für einen zwischen 0 und ∞ liegenden Werth von n ein Maximum wird. Durch Differentiiren erhält man diesen Werth aus

$$0 = \frac{\partial L}{\partial n} = -\,2\,.\,0{,}00111\,a^2 n + \frac{1}{2}\,0{,}0944\,\varphi\sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \chi\,Q\,\frac{1}{n^3}}$$

zu

$$n = \sqrt[5]{\frac{1}{4}\,\frac{0{,}0944^2\,\varphi^2\chi\,Q}{4\,.\,0{,}00111^2\,a^4}\,\frac{h^3}{\varepsilon^3}} = 3{,}396\sqrt[5]{\varphi^2\,\frac{\chi\,Q}{a^4}\,\frac{h^3}{\varepsilon^3}} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

oder, wenn man annähernd $a = \frac{1}{2}\,h$ setzt:

$$n = 5{,}912\sqrt[5]{\varphi^2\,\frac{\chi\,Q}{\varepsilon^3\,h}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9^a)$$

In der Praxis pflegt man n meist größer zu nehmen, um eine gleichförmigere Umdrehung des Rades zu erlangen und die Dimensionen, Breite und Tiefe des Rades, nicht unbequem groß machen zu müssen.

Setzen wir diesen Werth für n aus (9) in den Ausdruck (8) für L ein, so erhalten wir die Formel für die Maximalleistung des Wasserrades:

$$L = \left[h - 0{,}0128\sqrt[5]{(\chi\,Q\,a)^2\,\varphi^4\,\frac{h^6}{\varepsilon^6}} - 0{,}0512\sqrt[5]{(\chi Q a)^2\varphi^4\frac{h^6}{\varepsilon^6}}\right]\chi Q\gamma$$

$$= \left[h - 0{,}064\sqrt[5]{(\chi\,Q\,a)^2\,\varphi^4\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right]\chi\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Der Wirkungsgrad eines oberschlächtigen Wasserrades läßt sich, da die disponible Leistung $= Qh\gamma$ ist, allgemein setzen:

$$\eta = \frac{\left(h_3 + \xi h_4 + \frac{c\cos\alpha_1 - v_1}{g}\,v_1\right)\,Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv}{Qh\gamma} \quad . \quad . \quad (11)$$

nach dem Vorstehenden ist der Maximalwerth desselben:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \chi\left(1 - \frac{0{,}064\sqrt[5]{(\chi\,Q\,a)^2\,\varphi^4\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}}{h}\right).$$

Beispiele. 1. Für ein oberschlächtiges Wasserrad, welches ein Gefälle h von 10 m und ein Aufschlagequantum $Q = 0{,}15$ cbm benutzt, bei welchem ferner der Füllungscoefficient $\varepsilon = 1/4$, der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ und der Gefällcoefficient $\chi = 5/6$ ist, hat man die vortheilhafteste Umdrehungszahl:

$$n = 5{,}912\sqrt[5]{0{,}01\,\frac{5}{6}\,\frac{0{,}15}{10}\cdot 64} = 2{,}25.$$

2. Für $h = 3$ m, $Q = 0{,}5$ cbm, $\varepsilon = 1/3$ und $\chi = 4/5$ stellt sich dagegen die gesuchte zweckmäßigste Umdrehungszahl

$$n = 5{,}912\sqrt[5]{0{,}01\,\frac{4}{5}\,\frac{0{,}5}{3}\,27} = 3{,}04$$

heraus.

Effective Radleistung. Ueber die Wirkungen oberschlächtiger Wasser- §. 73.
räder sind zwar von Vielen, namentlich von Smeaton, Nordwall, Morin u. s. w. Beobachtungen oder Versuche angestellt worden, es bleibt indessen noch sehr zu wünschen, daß deren noch mehr angestellt werden, und zwar namentlich an recht gut construirten und an sehr hohen Rädern, weil man die Leistungen letzterer erfahrungsmäßig noch gar nicht genau kennt, und weil, wie sich der Verfasser hinreichend überzeugt hat, die Wirkungen derselben meist zu klein angenommen werden. Smeaton machte Versuche an einem Modellrade von 75 engl. Zoll Umfang mit 36 Zellen, und fand bei einer Umdrehungszahl $n = 20$ den größten Wirkungsgrad 0,74. D'Aubuisson führt in seiner Hydraulik an, daß er an einem $11\frac{1}{3}$ m hohen Wasserrade bei $2\frac{1}{2}$ m Umfangsgeschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,76 gefunden habe. Der Verfasser fand ihn bei einem hiesigen Pochwerksrade von 7 m Höhe, $\frac{6}{7}$ m Weite und mit 48 Zellen bei 12 Umgängen pr. Minute = 0,78. Bei Kunst- und anderen Rädern von 10 bis 11 m Höhe fand derselbe, wenn sie nur 5 Umdrehungen pr. Minute machten, den Wirkungsgrad 0,80 und oft noch höher. Es kann aber auch leicht nachgewiesen werden, daß sich der Wirkungsgrad eines sehr hohen oberschlächtigen Wasserrades, namentlich wenn dasselbe nur 3 bis 4 Umdrehungen macht, bis auf 0,83 steigern läßt, indem etwa durch das Eintrittsgefälle 3, durch das zu zeitige Ausleeren 9 und durch die Zapfenreibung 5 Procent an Wirkung verloren gehen. Kleine Räder geben immer einen kleineren Wirkungsgrad, nicht allein weil sie mehr Umläufe machen, sondern auch weil sich bei ihnen der wasserhaltende Bogen kleiner herausstellt. Die meisten und ausführlichsten Versuche über die Wirkungen der Wasserräder sind von Morin (s. Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets. Metz, 1836) angestellt worden. Von diesen Versuchen können jedoch hier nur die an drei kleineren Rädern angestellten Berücksichtigung finden. Das erste dieser Räder war von Holz, hatte 3,425 m Durchmesser und 30 Zellen und gab bei $1\frac{1}{2}$ m Geschwindigkeit den Wirkungsgrad 0,65, dagegen den Gefällcoefficienten $\chi = 0{,}775$. Das zweite Rad hatte gar nur 2,28 m im Durchmesser; es war ebenfalls aus Holz, hatte aber 24 gekrümmte Blechschaufeln. Der Wirkungsgrad dieses Rades stellte sich bei ebenfalls 1,5 m Radgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$ und der Gefällcoefficient $\chi = 0{,}762$ heraus. Das dritte war ein hölzernes Hammerrad von 4 m Höhe mit 20 Schaufeln und mindestens 1 m Stoßgefälle über dem Radscheitel; es gab bei $1\frac{1}{2}$ m Umfangsgeschwindigkeit noch den Wirkungsgrad 0,55 bis 0,60, bei der Geschwindigkeit von $3\frac{1}{2}$ m, die es bei seiner Arbeitsverrichtung wirklich hatte, $\eta = 0{,}40$, und bei 4 m Umfangsgeschwindigkeit, η gar nur 0,25, weil hier die Centrifugalkraft das Wasser nicht vollständig in die Zellen treten ließ. Morin zieht aus seinen

Versuchen die Folgerung, daß bei Rädern unter 2 m Durchmesser, welche höchstens mit 2 m Geschwindigkeit umgehen, sowie bei Rädern über 2 m Durchmesser, die höchstens mit $2^1/_2$ m Geschwindigkeit umlaufen, der Coefficient χ des Druckgefälles im Mittel $= 0{,}78$, also die Leistung dieser oberschlächtigen Räder, ohne Rücksicht auf Axenreibung,

$$Pv = \left(\frac{c\cos\alpha - v}{g}v + 0{,}78\,h\right) Q\gamma$$

zu setzen sei, wenn h die Höhe der Eintrittsstelle über dem Radtiefsten, also $0{,}78\,h$ die mittlere Höhe des wasserhaltenden Bogens anzeigt. Dieser Coefficient $\chi = 0{,}78$ ist jedoch nur zu gebrauchen, wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $^1/_2$ ist; er soll dagegen nach Morin in 0,65 umzuändern sein, wenn ε nahe $^2/_3$ ist. Sicherlich ist bei hohen Rädern χ größer, z. B. bei den hiesigen Kunsträdern mindestens $= 0{,}9$. Noch folgert Morin, daß für Räder, welche eine sehr große Umfangsgeschwindigkeit (über 2 m) haben, oder deren Füllungscoefficient über $^2/_3$ ist, sich ein bestimmter Coefficient χ für den wasserhaltenden Bogen nicht angeben läßt, weil hier kleine Veränderungen oder Abweichungen in v und ε schon bedeutende Einflüsse auf die Größe der Leistung haben. Es ist jedoch hierbei zu bemerken, daß es nicht die Geschwindigkeit, sondern die Umdrehungszahl n (s. §. 67) ist, welche diese Grenze bestimmt, denn hohe Räder geben bei 2 m Umfangsgeschwindigkeit noch eine hohe und ziemlich bestimmte Wirkung.

Anmerkung. Wenn hier und in der Folge der umfänglichen Versuche Nordwall's (s. dessen Maschinenlehre, Berlin 1804) nicht gedacht wird, so hat dies lediglich seinen Grund darin, daß dieselben nur an größtentheils unvollkommene Constructionen nachahmenden Modellen angestellt worden sind. Der Verfasser stimmt hierin ganz dem bei, was Langsdorf in seiner Maschinenlehre Theil I, Abtheilung 2, §. 518, hierüber ausspricht.

§. 74. **Rückenschlächtige Wasserräder.** Die sogenannten rückenschlächtigen Räder unterscheiden sich von den oberschlächtigen Rädern nur durch die Beaufschlagung; während bei den oberschlächtigen Rädern das Wasser nahe am Radscheitel eintritt, befindet sich bei den rückenschlächtigen Rädern die Eintrittsstelle zwischen dem Scheitel und dem Radmittel, jedoch dem ersteren näher als dem letzteren. Dort liegt das Aufschlaggerinne über, hier aber neben dem Rade; dort ist die Radhöhe kleiner, hier aber ist sie in der Regel größer, als das Totalgefälle; dort geht endlich das Rad in der Richtung um, in welcher es durch das Gerinne zugeführt wird, hier ist jedoch die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. Man wendet rückenschlächtige Räder besonders an, wenn der Wasserstand im Ab- und Aufschlagsgraben sehr veränderlich ist, weil hier das Rad in der Richtung umgeht, in welcher das Wasser abfließt, also das Waten im Wasser von wenigem oder gar keinem

Nachtheile ist, und weil hier Schützvorrichtungen zur Anwendung kommen können, bei denen die Ausmündung stellbar ist, und daher auch immer um eine gewisse Höhe unter die Oberfläche des Aufschlagwassers gerückt werden, so daß selbst bei verschiedenen Wasserständen die Ausfluß- oder Eintrittsgeschwindigkeit immer dieselbe bleiben kann. Schützen für rückenschlächtige Räder sind in Fig. 218 und Fig. 219 abgebildet; man nennt sie gewöhnlich Coulissenschützen. Bei der Schütze in Fig. 218 ist das Schutzbrett AB concentrisch mit dem Radumfange gekrümmt, damit die Mündung A

Fig. 218.

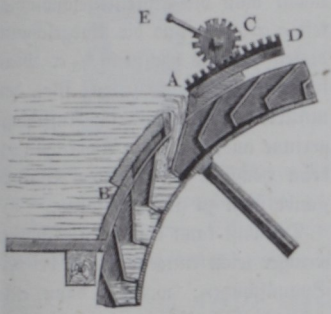
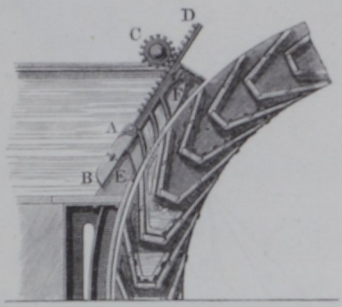


Fig. 219.

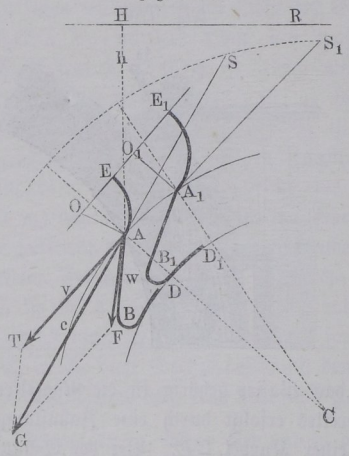


bei allen Stellungen des Schutzbrettes das Wasser gehörig in die Radzellen leitet. Die Bewegung dieses Schutzbrettes erfolgt durch eine Zahnstange AD und ein Getriebe C mit Hülfe einer Kurbel CE. Bei der Schütze in Fig. 219 fließt das Wasser über dem Kopfe A des Schutzbrettes ab, das auf ähnliche Weise wie das vorige gestellt wird; damit aber das Wasser in bestimmter Richtung zum Rade gelangt, wird ein festes Leitschaufelsystem EF zwischen das Rad und das Schutzbrett gebracht, über welchem dann das letztere hingleitet. Die Leitschaufeln müssen eine bestimmte Stellung erhalten, damit sich das Wasser nicht beim Eintritt an die äußeren Schaufelenden stoße. Ist AF, Fig. 220 (a. f. S.), die Richtung des äußeren Radschaufelendes, sowie $AT = v$ Größe und Richtung der Geschwindigkeit eben dieses Endes A, so ergiebt sich genau wie in §. 60 die erforderliche Richtung AG des eintretenden Wassers, wenn man TG parallel zu AF zieht und AG der durch den Wasserstand über A bestimmten Eintrittsgeschwindigkeit c gleich macht. Ist h die Tiefe AH des Punktes A unter dem Wasserspiegel HR im Aufschlaggerinne, so läßt sich mindestens $c = 0{,}82\sqrt{2gh}$ setzen, wie beim Ausflusse durch kurze Ansatzröhren (siehe Thl. I), wenn jedoch die von den Leitschaufeln gebildeten Canäle nach innen abgerundet sind, so fällt der Ausflußcoefficient noch größer aus, so daß $c = 0{,}90\sqrt{2gh}$ gesetzt werden kann. Wendet man gerade Leitschaufeln

an, so bringt man sie in die Richtung GAS, bedient man sich aber gekrümmter Schaufeln AE, was den Vortheil gewährt, daß hier das Wasser allmälig aus der Richtung im Gerinne in die Richtung AG übergeht, so läßt man dieselben mit AS in A tangiren, indem man z. B. AO winkelrecht auf AS setzt, und einen Kreisbogen AE aus O beschreibt.

Da verschieden tief liegenden Eintrittspunkten verschiedene Druckhöhen (h) und also auch verschiedene Geschwindigkeiten (c) zukommen, so hat man die Construction für jede Leitschaufel besonders zu machen. Gewöhnlich macht man die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 3$ m und die Radgeschwindigkeit $\frac{1}{2}c$ bis höchstens $\frac{2}{3}c$. Man führt diese Construction für den mittleren Wasserstand im Aufschlaggerinne aus, damit die Abweichungen beim höchsten und tiefsten Wasserstande nicht zu groß ausfallen.

Fig. 220.



Die Luft kann bei diesen Schützen weniger leicht entweichen, als bei den Spannschützen; weshalb dann entweder die Schütze schmaler zu machen ist, als das Rad, oder dieses besonders zu ventiliren, d. h. mit Luftlöchern im Radboden (s. Fig. 219) zu versehen ist. Auch ist es nicht rathsam, die Radschaufeln zu scharf zu decken, sondern das Wasser lieber durch einen Mantel im Rade zurück zu halten, als durch die Schaufeln, weil bei großen Deckungswinkeln die Leitschaufeln einen zu großen Bogen vom Rade einnehmen oder zu enge Canäle bilden, und das nöthige Stoßgefälle zu groß ausfällt.

Was endlich noch den Wirkungsgrad der rückenschlächtigen Räder anlangt, so kommt dieser mindestens dem der oberschlächtigen Räder gleich; wegen der zweckmäßigen Wassereinführung ist er sogar oft größer, als bei einem oberschlächtigen Rade unter übrigens gleichen Verhältnissen. Morin fand bei einem Rade von 9,1 m Höhe mit 96 Zellen, wo der Eintritt des Wassers 50^0 vom Radscheitel abstand, bei $1\frac{1}{2}$ m Umfangs- und $2\frac{1}{2}$ m Eintrittsgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$, die Höhe χh des wasserhaltenden Bogens aber $= 0{,}78\,h$.

§. 75. **Ventilirte rückenschlächtige Wasserräder.** Sind die rückenschlächtigen Wasserräder ventilirt, kann also die Luft durch Canäle DE, D_1E_1, Fig. 221 (a. f. S.), aus den Zellen A, A_1 u. s. w. entweichen, so

kann man die Schaufeln näher an einander rücken, also auch eine größere Anzahl der Zellen anwenden, als bei unventilirten rückenschlächtigen Wasserrädern, wodurch man unter übrigens gleichen Umständen mehr Fassungsraum

Fig. 221.

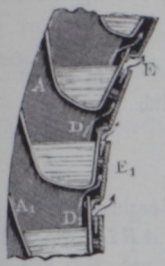
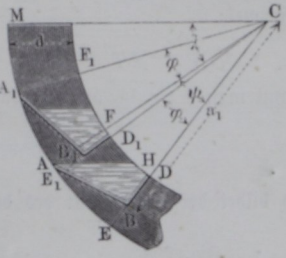


Fig. 222.



erhält als bei den oberschlächtigen Rädern, so daß sich der Füllungscoefficient $\varepsilon = 1/3$ bis $1/2$ anwenden läßt.

Für die gewöhnliche Schaufelconstruction hat man annähernd den Querschnitt des Fassungsraumes einer Zelle $ABDF$, Fig. 222:

$$ABDH = \text{Viereck } AEDF \text{ minus Dreieck } ABE \text{ minus Dreieck } AFH$$
$$= \psi a_1 d - 1/4\,\psi a_1 d - 1/2\,d^2\,tang\,\lambda,$$

wobei ψ den Schaufelwinkel ACB und λ den Ausgußwinkel $CAH = ACM$ bezeichnen und $BE = 1/2\,DE = \frac{d}{2}$ vorausgesetzt wird. Dagegen ist der ganze Querschnitt einer Zelle:

$$EDD_1E_1 = \varphi a_1 d,$$

wenn φ den Theilwinkel $ACA_1 = ECE_1$ bezeichnet. Hiernach folgt der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\text{Fläche } ABDH}{\text{Fläche } EDD_1E_1} = \frac{3/4\,\psi a_1 - 1/2\,d\,tang\,\lambda}{\varphi a_1},$$

und daher:

$$tang\,\lambda = (3/4\,\psi - \varepsilon\varphi)\,\frac{2a_1}{d}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die größte Raumbenutzung würde dann stattfinden, wenn der eben zum Ausguß gelangende Wasserspiegel AH die folgende Schaufel in B_1 berührte; dies vorausgesetzt, so hätte man, da $BD = BE$, also auch:

$$B_1D_1 = B_1E_1 \text{ und } B_1H = B_1A,$$

sowie

$$D_1H = D_1F$$

wäre,

$$^1/_2 d \, tang \, \lambda = (\psi - \varphi) \, a_1,$$

also auch

$$tang \, \lambda = (\psi - \varphi) \frac{2 a_1}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Aus der Verbindung dieser beiden Ausdrücke für λ resultirt nun die einfache Formel:

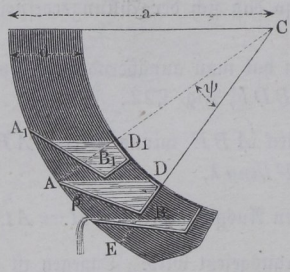
$$^3/_4 \psi - \varepsilon \varphi = \psi - \varphi, \text{ d. i. } \varphi = \frac{\psi}{4 (1 - \varepsilon)} \quad . \quad . \quad (3)$$

Nimmt man $\varepsilon = ^1/_2$ an, so erhält man endlich

$$\varphi = \frac{\psi}{2},$$

und es bildet der Querschnitt des den Ausguß beginnenden Wasserkörpers ein Dreieck ABD, Fig. 223, dessen Seiten AB und BD von den beiden Schaufelbreiten gebildet werden.

Fig. 223.



Der Schaufelwinkel $ACB = \psi$ bestimmt sich aus dem Eintrittswinkel $BAE = \beta$ mittelst der bekannten trigonometrischen Formel:

$$sin \, ABC = \frac{CA \, sin \, CAB}{CB},$$

d. i.

$$cos \, (\beta - \psi) = \frac{a \cos \beta}{a - ^1/_2 d} \quad (4)$$

Hieraus ergiebt sich der Schaufelwinkel ACB:

$$\psi = \beta - (\beta - \psi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

ferner nach der oben gefundenen Formel:

$$\varphi = \frac{\psi}{4 (1 - \varepsilon)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und endlich die Schaufelzahl:

$$z = \frac{2 \pi}{\varphi} = \frac{360^0}{\varphi^0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Beispiel. Für ein rückenschlächtiges Rad von 4,5 m Halbmesser, 0,3 m Kranzbreite und mit einem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, ist

$$cos \, (\beta - \psi) = \frac{4{,}5 \, . \, cos \, 20^0}{4{,}5 - 0{,}15} = 0{,}9721$$

hiernach ergiebt sich

$$\beta - \psi = 13^0 \, 34',$$

und der Schaufelwinkel

$$\psi = 20^0 - 13^0 \, 34' = 6^0 \, 26';$$

endlich folgt für $\varepsilon = ^1/_2$, der Theilwinkel

$$\varphi^0 = \frac{6^0\,26'}{2} = 3^0\,13'$$

und die Schaufelanzahl

$$z = \frac{360\,.\,60}{3\,.\,60 + 13} = \frac{21600}{193} = 112.$$

Für den Ausgußpunkt ist

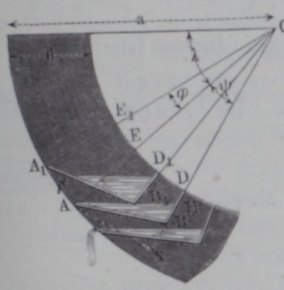
$$tang\,\lambda = (\psi - \varphi)\,\frac{2\,a_1}{d} = \frac{8{,}7}{0{,}3}\,arc\;3^0\,13' = 1{,}628$$

und hiernach

$$\lambda = 58^0\,26'.$$

Wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $^1/_2$ ist, so füllt das den Ausguß beginnende Wasser einer Zelle noch nicht den Raum ABD, Fig. 224, über den beiden Schaufeln BA und BD aus, und es läßt sich dann die Formel für den wasserhaltenden Bogen auf folgende Weise finden. Es ist der Querschnitt des Wasserraumes einer Zelle

Fig. 224.



$$\triangle ABH = \triangle ANH - \triangle ANB,$$

d. i.

$$= {}^1/_2\,AN(NH - NB);$$

nun kann man aber

$$AN = CA\,sin\,ACB = a\,sin\,\psi,$$
$$NB = AN\,tang\,BAN = a\,sin\,\psi\,tang\,(\beta - \psi)$$

und

$$NH = AN\,cotang\,AHN = a\,sin\,\psi\,cotang\,(\lambda + \psi)$$

setzen; daher folgt dann:

$$\triangle ABH = {}^1/_2\,a^2\,sin^2\,\psi\,[cotang\,(\lambda + \psi) - tang\,(\beta - \psi)]$$

und der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\triangle ABH}{AEE_1A_1} = \frac{{}^1/_2\,a^2\,sin^2\,\psi\,[cotang\,(\lambda + \psi) - tang\,(\beta - \psi)]}{da\varphi} \quad (8)$$

Umgekehrt ist demnach hier

$$cotang\,(\lambda + \psi) = tang\,(\beta - \psi) + \frac{2\,\varepsilon\varphi\,d}{a\,sin^2\,\psi}. \quad . \quad . \quad (9)$$

Soll auch hier die Oberfläche des abfließenden Wassers von der folgenden Schaufel berührt werden, so hat man annähernd

$$tang\,\lambda = (\psi - \varphi)\,\frac{2\,a}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und es lassen sich daher mittelst beider Gleichungen φ und λ bestimmen. Es ist

$$cotang\,(\lambda + \psi) = \frac{cotang\,\lambda\ cotang\,\psi - 1}{cotang\,\lambda + cotang\,\psi}$$
$$= \frac{1 - tang\,\lambda\ tang\,\psi}{tang\,\psi + tang\,\lambda};$$

daher den letzten Werth aus (10) für $tang\,\lambda$ eingesetzt,

$$cotang\,(\lambda + \psi) = \frac{1 - (\psi - \varphi)\frac{2a}{d} tang\,\psi}{tang\,\psi + (\psi - \varphi)\frac{2a}{d}} = \frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} \cdot \quad (11)$$

wenn man noch annähernd $tang\,\psi = \psi$ setzt. Hieraus folgt nach (9):

$$\frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} = tang\,(\beta - \psi) + \frac{2\varepsilon\varphi d}{a\psi^2} \cdot \cdot \cdot \quad (12)$$

und daher der gesuchte Theilwinkel:

$$\varphi = \frac{a\psi^2}{2\varepsilon d}\left(\frac{d - 2a(\psi - \varphi)\psi}{d\psi + 2a(\psi - \varphi)} - tang\,(\beta - \psi)\right) \cdot \cdot \quad (13)$$

woraus nun die Schaufelzahl

$$z = \frac{6{,}28}{\varphi} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (14)$$

zu finden ist.

Beispiel. Wenn wir im vorigen Beispiele den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/4$ annehmen, so haben wir den Theilwinkel nach (13); da

$$\psi = \left(6 + \frac{26}{60}\right)\frac{3{,}14}{180} = 0{,}1123$$

ist:

$$\varphi = \frac{4{,}5 \,.\, 0{,}1123^2}{2 \,.\, \frac{1}{4} \,.\, 0{,}3}\left[\frac{0{,}3 - 9\ (0{,}1123 - \varphi)\ 0{,}1123}{0{,}3 \,.\, 0{,}1123 + 9\ (0{,}1123 - \varphi)} - 0{,}2413\right]$$

$$= 0{,}3783\left(\frac{0{,}1865 + 1{,}0107\,\varphi}{1{,}0444 - 9\,\varphi} - 0{,}2413\right).$$

Dieser Gleichung genügt der Werth $\varphi = 0{,}044$, welchem ein Winkel $\varphi^0 = 2^0\,31'$ entspricht. Die zugehörige Schaufelzahl bestimmt sich hiernach zu

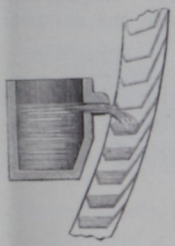
$$z = \frac{6{,}28}{0{,}044} = 143,$$

wofür etwa 144 anzunehmen sein dürfte.

§. 76. **Mittelschlächtige Wasserräder.** Die mittelschlächtigen Wasserräder sind entweder gemein mittelschlächtige, oder Kropf-

räder. Die ersteren sind Zellenräder wie die ober- und rückenschlächtigen Räder; die letzteren aber sind mit einem Mantel oder Kropfe umgebene Schaufelräder (s. §. 54). Da durch das zu zeitige Austreten des Wassers aus den Zellen der größte Gefäll- oder Arbeitsverlust in der unteren Radhälfte statt hat, so ist leicht zu ermessen, daß bei gleichen Verhältnissen und unter gleichen Umständen die mittelschlächtigen Räder weniger Wirkungsgrad haben, als die ober- und rückenschlächtigen Räder. Aus diesem Grunde hat man denn auch bei den ersteren Rädern das Gefälle noch mehr zusammenzuhalten und dafür Sorge zu tragen, daß das Wasser möglichst lange im Rade zurückgehalten werde; man deckt daher solche Räder gern sehr stark, oder führt wohl das Wasser von innen in das Rad, wie z. B. Fig. 225 vorstellt, oder, was das Beste ist, man umgiebt das Rad mit einem Mantel oder Kropfe, und läßt die Schaufeln nur aus einem Stücke bestehen. Der Kropf soll vom Radumfange nicht mehr als 10 bis 25 mm abstehen, damit durch den übrig bleibenden Zwischenraum so wenig wie möglich Wasser entweichen kann. Was die Schaufeln bei Kropfrädern anlangt, so kann man diese ganz radial stellen, da sie nicht den Zweck haben, das Wasser in dem Rade zurückzuhalten; damit sie aber beim Austritte aus dem Unterwasser kein Wasser mit emporwerfen, ist es rathsam, wenigstens den Theil der Schaufel, welcher ins Unterwasser eingetaucht ist, so schief zu stellen, daß er bei dem Austritte aus demselben eine verticale Lage annimmt. Was die Schaufelzahl betrifft, so ist es hier ebenfalls zweckmäßig, dieselbe groß zu machen, nicht allein, weil dadurch der Wasserverlust durch den Spielraum zwischen Rad und Mantel kleiner ausfällt, sondern auch, weil bei einer engeren Schaufelstellung das Stoßgefälle kleiner und also das Druckgefälle größer wird. Gewöhnlich macht man die äußere Entfernung zwischen je zwei Schaufeln der Kranzbreite d gleich, oder nimmt sie 0,25 bis 0,4 m, auch wendet man zur Bestimmung der Schaufelzahl wohl eine der oben (§. 57) gegebenen Regeln an. Wesentlich nothwendig ist es aber, daß die mittelschlächtigen Räder hinreichend ventilirt werden, weil hier der eintretende Wasserstrahl beinahe den ganzen Querschnitt der Zellen ausfüllt, so daß die Luft nach außen nicht entweichen kann. Man muß deshalb in dem Radboden Spalten zum Entweichen der Luft aussparen, damit dieselbe nicht dem Eintritte des Wassers entgegenwirkt. Dies ist bei diesen Rädern um so nöthiger, da man sie bis zur Hälfte oder gar bis zwei Drittel ihres Fassungsraumes anfüllen läßt. Uebrigens kommen die mittelschlächtigen Räder vorzüglich bei einem Gefälle von 1,6 bis 5 m und bei einem Aufschlagsquantum von 0,2 bis 2,5 cbm pr. Secunde in Anwendung.

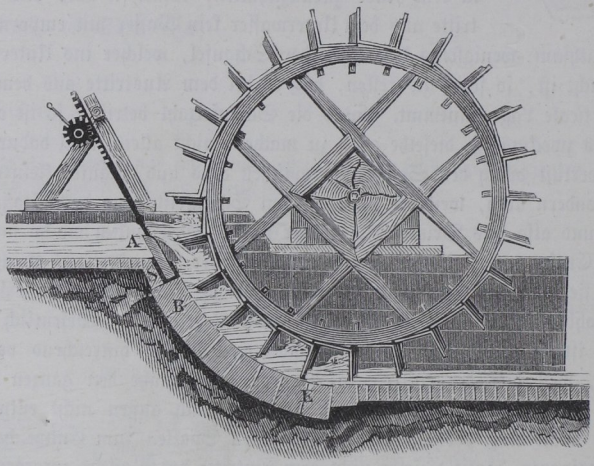
Fig. 225.



Anmerkung. Theoretische Untersuchungen und Versuche über mittel- und unterschlächtige Wasserräder, welche von innen beaufschlagt werden, sind in Schweden angestellt worden, worüber ausführlich gehandelt wird in dem Werke: Hydrauliska Försök etc. of Lagerhjelm, of Forselles och Kallstenius, Andra Delen, Stockholm, 1822. Egen beschreibt ein solches Rad in seinen Untersuchungen über den Effect einiger Wasserwerke ꝛc., Berlin 1831. Dieses Rad wurde vom Grafen de Thiville auf der Saline Neuwerk bei Werl erbaut, in der Erwartung, durch dasselbe einen großen Wirkungsgrad zu erlangen. Egen fand jedoch den Wirkungsgrad nur 59 Proc., obgleich dieses Rad ein Gefälle von 13,42 Fuß benutzte. Nach diesem Rade wurde ein anderes, aber nur 2 m hohes Rad in Frankreich erbaut (s. Bulletin de la société d'encouragement Nro. 282) und von Mallet untersucht; nach genauer Berechnung dieser Versuche scheint hiernach der Wirkungsgrad nicht größer als 60 Proc. ausgefallen zu sein. Egen sagt nun sehr recht, daß die Räder mit innerer Beaufschlagung nur in wenigen Fällen zu empfehlen sein möchten, weil sie nur eine geringe Breite (unter 4 Fuß) zulassen, und ohne dies eine große Festigkeit und Stabilität nie besitzen können.

§. 77. **Ueberfallschützen.** Die Wassereinführung bei mittelschlächtigen Wasserrädern ist sehr mannigfaltig, entweder wird das Wasser durch eine Ueberfallschütze, oder durch eine Leitschaufelschütze, oder durch eine

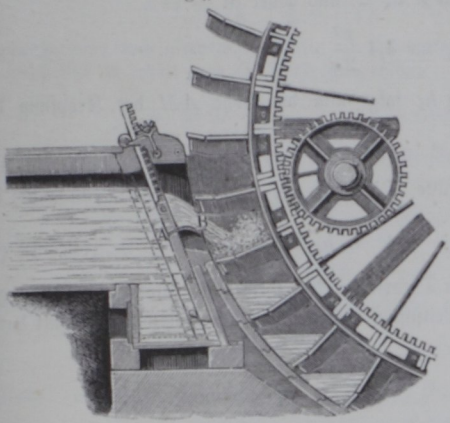
Fig. 226.



Spannschütze dem Rade zugeführt, selten fließt es aber ganz frei zu. Bei den Ueberfallschützen AS, welche in den Figuren 226 und 227 (a. f. S.) abgebildet sind, fließt das Wasser über den Kopf A des Schutzbrettes; damit es aber in der gehörigen Richtung eintrete, ist es nöthig, den Schützenkopf abzurunden, oder an denselben eine abgerundete Leitschaufel AB, Fig. 227,

anzusetzen. Diese Leitschaufel AB, Fig. 228, ist nach der Parabel zu krümmen, welche die tiefsten Wasserelemente bei ihrer freien Bewegung beschreiben, denn wollte man sie mehr krümmen, so würde ihr der Wasserstrahl gar nicht folgen, und gäbe man ihr weniger Krümmung, so würde entweder die Leitschaufelbreite und also auch die Reibung des Wassers auf der Leitschaufel größer ausfallen oder das Wasser nicht in der erforderlichen Richtung an das Rad gelangen.

Fig. 227.

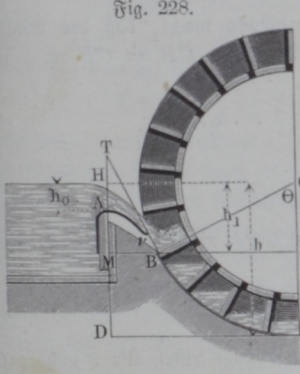


Der Theorie des Ausflusses durch Ueberfälle zufolge, hat man (siehe Thl. I) die Ausflußmenge, wenn e_1 die Mündungsweite, sowie h_0 die Druckhöhe HA, Fig. 228, über der Schwelle bezeichnet, und μ den Ausflußcoefficienten ausdrückt:

$$Q = {}^2/_3 \mu e_1 h_0 \sqrt{2gh_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

ist aber das Aufschlagquantum Q und die Mündungsweite e_1, da sie etwa 80 bis 100 mm kleiner als die Radweite e gemacht wird, gegeben, so folgt dann die Druckhöhe für den Ausfluß:

Fig. 228.



$$h_0 = \left(\frac{{}^3/_2 Q}{\mu e_1 \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

$$= 0{,}486 \left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{2/3} . \quad . \quad (2)$$

Nun ist noch die Geschwindigkeit c des bei B eintretenden Wassers durch ihr Verhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$ zur Radgeschwindigkeit v bestimmt, daher folgt auch das nöthige Gefälle zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit:

$$HM = h_1 = \frac{c^2}{2g} = \frac{(\varkappa v)^2}{2g}$$

oder wegen des Verlustes beim Ausfluß, wie oben,

$$h_1 = 1{,}1\,\frac{(\varkappa v)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Gewöhnlich macht man $\varkappa = 2$, und daher ist

$$h_1 = 4{,}4\,\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3^a)$$

zu setzen. Aus h_0 und h_1 folgt nun die Höhe AM der Krümmung der Leitschaufel,

$$x = h_1 - h_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und ist nun das Totalgefälle $HD = h$, so bleibt für das Druckgefälle im Rade:

$$MD = EF = h_2 = h - h_1 \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

übrig. Noch hat man, der Theorie der Wurfbewegung zufolge, den Neigungswinkel $TBM = \nu$ des Leitschaufelendes gegen den Horizont bestimmt durch die Formel:

$$AM = x = \frac{c^2 \sin \nu^2}{2g},$$

folglich ist

$$\sin \nu = \sqrt{\frac{x}{h_1}} = \sqrt{\frac{h_1 - h_0}{h_1}} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

und die Länge der Krümmung der Leitschaufel:

$$MB = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} = h_1 \sin 2\nu \quad \ldots \quad (7)$$

Endlich ist, wenn man noch die Forderung macht, daß das Wasser tangential an das Rad gelangt, der Radhalbmesser $CB = CF = a$ bestimmt durch die Gleichung:

$$a\,(1 - \cos \nu) = h - h_1,$$

also

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos \nu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Umgekehrt hat man für den Centriwinkel $BCF = \theta$ des wasserhaltenden Bogens:

$$\cos \theta = 1 - \frac{h - h_1}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

und, wenn man der letzten Bedingung nicht Genüge leistet, also ν nicht $= \theta$ macht, so hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm gestoßenen Schaufel:

$$\alpha = \theta - \nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Beispiel. Wenn bei einem mittelschlächtigen Rade mit Ueberfallschütze das Aufschlagwasserquantum $Q = 0{,}2$ cbm, das Totalgefälle $h = 2{,}5$ m, die Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{,}5$ m ist, und das Füllungsverhältniß $^2/_5$ betragen soll, so hat man bei 0,3 m Radtiefe die erforderliche Radweite:

$$e = {}^5/_2 \frac{Q}{dv} = \frac{5 \,.\, 0{,}2}{2 \,.\, 0{,}3 \,.\, 1{,}5} = 1{,}111 \text{ m}$$

und wenn man nun hiernach die Weite des Ueberfalles $= 1{,}030$ m macht und $\mu = 0{,}6$ setzt, so erhält man die Wasserstandshöhe:

$$h_0 = 0{,}486 \left(\frac{0{,}2}{0{,}6 \,.\, 1{,}03}\right)^{2/3} = 0{,}229 \text{ m}.$$

Nimmt man $\varkappa = {}^8/_5$ an, so erhält man das Gefälle zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit:

$$c = {}^8/_5 \, 1{,}5 = 2{,}4 \text{ m}; \; h_1 = 1{,}1 \,.\, 0{,}051 \,.\, 2{,}4^2 = 0{,}323 \text{ m},$$

und daher die Höhe der Schaufelkröpfung:

$$x = 0{,}323 - 0{,}229 = 0{,}094 \text{ m},$$

ferner für den Neigungswinkel des Leitschaufelendes:

$$\sin \nu = \sqrt{\frac{0{,}094}{0{,}323}} = 0{,}5395,$$

hiernach $\nu = 32^0 40'$, und die Länge der Leitschaufelkröpfung:

$$y = 0{,}323 \sin 65^0 20' = 0{,}294 \text{ m}.$$

Um das Wasser tangential einzuführen, müßte das Rad den großen Halbmesser

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos \nu} = \frac{2{,}5 - 0{,}323}{1 - 0{,}8418} = 13{,}75 \text{ m}$$

erhalten; wenn man es aber nur 8 m hoch macht, also $a = 4$ m annimmt, so erhält man für den Centriwinkel θ des wasserhaltenden Bogens:

$$\cos \theta = 1 - \frac{2{,}5 - 0{,}323}{4} = 0{,}4558$$

also $\theta = 62^0 53'$ und die Abweichung der Bewegungsrichtung des Wassers von der des Rades an der Eintrittsstelle:

$$\alpha = \theta - \nu = 62^0 53' - 32^0 40' = 30^0 13'.$$

§. 78. **Spann- und Coulissenschützen.** Die Beaufschlagung eines mittelschlächtigen Rades durch eine Spannschütze führt Fig. 229 (a. f. S.) vor Augen. Es ist hier das übrigens so nahe wie möglich an das Rad gerückte Schutzbrett AD unten sehr dick und gut abgerundet, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schutzöffnung fließe. Aus demselben Grunde ist auch das Ende A des Gerinnbodens parabolisch zu formen. Die Höhe $BE = DF = h_2$, Fig. 230 (a. f. S.), des Kropfes bestimmt sich aus dem Totalgefälle $RF = h$ und der Geschwindigkeitshöhe

$$HM = h_1 = 1{,}1 \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \frac{\varkappa^2 v^2}{2g}$$

durch die Formel $h_2 = h - h_1$, folglich der entsprechende Centriwinkel

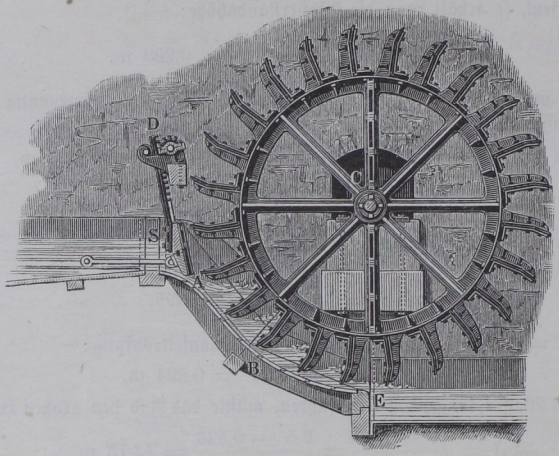
$$BCF = \theta,$$

indem man setzt:

$$\cos\theta = \frac{CD}{CB} = \frac{a - h_2}{a} = 1 - \frac{h - h_1}{a} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

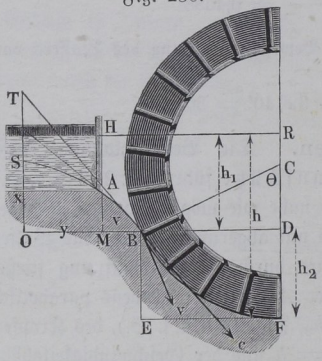
Wenn man nun das Wasser tangential einführen will, so muß man die

Fig. 229.



Neigung $TBO = \nu$ des Wasserstrahles gegen den Horizont $= \theta$ setzen, und hiernach die Coordinaten $SO = x$ und $OB = y$ des Parabelscheitels S durch die Formeln

Fig. 230.



$$x = \frac{c^2 \sin\theta^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und

$$y = \frac{c^2 \sin 2\theta}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

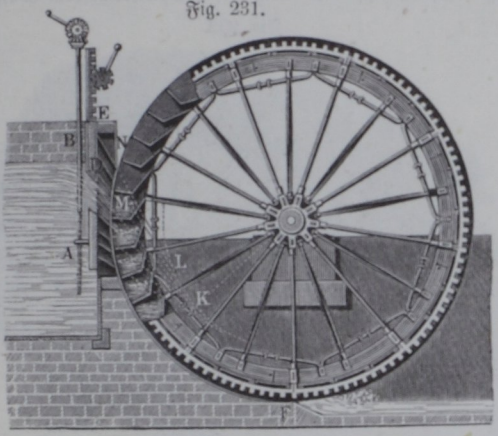
bestimmen.

Man hat aber nicht nöthig, die Schutzöffnung genau in den Parabelscheitel S zu legen, sondern man kann dieselbe nach jedem anderen Punkte A des Parabelbogens SB versetzen, nur muß dafür gesorgt werden, daß die Mündungsaxe tangential an die Parabel zu liegen komme (s. §. 62).

Eine dritte Wassereinführung besteht in der Schütze mit Leitschaufeln oder in der Coulissenschütze AB, Fig. 231 (a. f. S.). Man wird diese besonders dann mit großem Vortheil anwenden, wenn der Wasserstand im

Aufschlaggerinne sehr veränderlich ist. Der in Fig. 231 abgebildete Apparat besteht aus zwei Schutzbrettern A und B, wovon jedes für sich gestellt werden kann, so daß dadurch nicht allein die Druckhöhe, sondern auch die Ausflußöffnung zu reguliren ist. Eine tangentiale Einführung des Wassers in das Rad ist durch den Leitschaufelapparat DE nicht möglich, man muß sich vielmehr damit begnügen, die Richtungen der Leitschaufeln noch 20 bis 30 Grad von den Tangentialrichtungen abweichen zu lassen. Das Wasser läuft zwischen den Leitschaufeln hindurch nach demselben Gesetze, welches für kurze Ansatzröhren gilt; es ist daher in der Regel der Ausflußcoefficient $\mu = 0{,}82$ und nur bei genauer Abrundung von innen, $\mu = 0{,}90$ an-

Fig. 231.



zunehmen. Aus diesem Grunde fällt dann auch der Widerstandscoefficient größer aus, als bei der Ueberfall- und bei der Spannschütze. Nehmen wir für μ den Mittelwerth 0,85 an, so erhalten wir die zur Erzeugung der Geschwindigkeit c nöthige Druckhöhe:

$$h_1 = \left(\frac{1}{0{,}85}\right)^2 \frac{c^2}{2g} = 1{,}384\ \frac{c^2}{2g} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (4)$$

und es ist hiernach die von dem Totalgefälle h übrigbleibende Höhe des Kropfes oder wasserhaltenden Bogens:

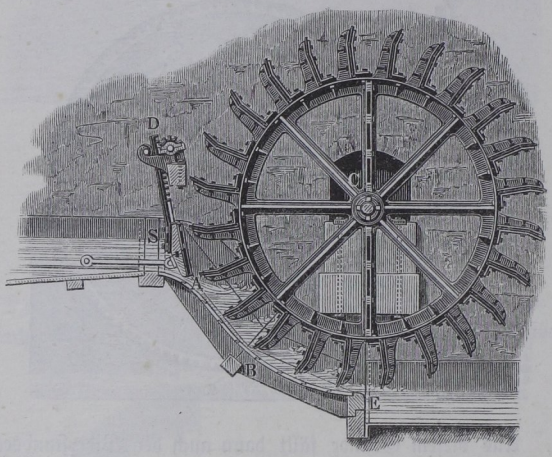
$$h_2 = h - h_1 = h - 1{,}384\ \frac{\varkappa^2 v^2}{2g} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (5)$$

Bei veränderlichem Wasserstande macht man die Anordnung für den mittleren Wasserstand, indem man das äußerste Ende M der mittleren Leitschaufel um die letzte Höhe h_2 über den Fuß F des Rades legt. Um sämmtliche Leitschaufeln, deren Normalabstand etwa 80 mm gemacht wird,

unter gleichen Winkeln gegen den Radumfang zu stellen, legt man sie tangential an einen zum Radumfange concentrischen Kreis KL, der durch die Richtung DK der ersten Leitschaufel bestimmt wird.

§. 79. **Kropf- und Radconstructionen.** Der Mantel oder sogenannte Kropf, womit man die mittelschlächtigen Räder umgiebt, um das Wasser in denselben so lange wie möglich zurückzuhalten, wird entweder von Steinen (s. Fig. 226) oder von Holz (s. Fig. 229) gebildet. Jedenfalls wird der Zweck eines Kropfes um so mehr erfüllt, je kleiner der Spielraum zwischen den äußersten Kanten der Radschaufeln und der von dem Kropfboden gebildeten Cylinderfläche ist, weil durch diesen Spielraum dem Wasser Gelegen-

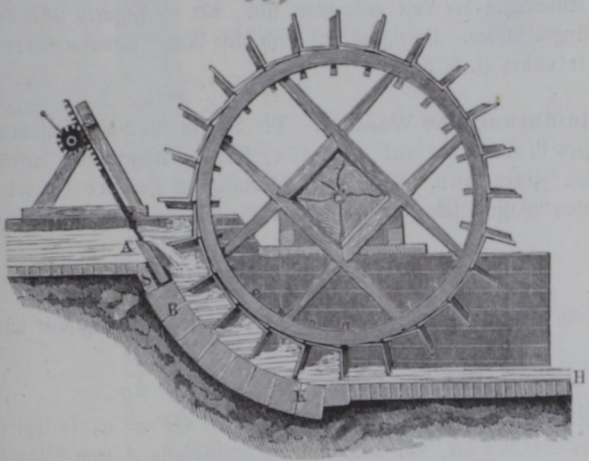
Fig. 232.



heit zum Entweichen gegeben wird. Bei den besten Constructionen macht man diesen Zwischenraum 12 mm, doch findet man ihn auch 25 und nicht selten sogar 50 mm weit. Bei hölzernen Rädern und hölzernen Kröpfen genügt deshalb ein Spielraum von 12 mm Weite nicht, weil diese leichter und öfters unrund werden, so daß endlich gar ein Anstreifen des Rades am Kropfe zu befürchten ist. Bei eisernen Rädern und Kropfgerinnen aus Quadersteinen fallen bedeutende Deformationen nicht vor, weshalb man hier allerdings dem Spielraume nur 12 bis 14 mm Weite geben soll. Räder mit enganschließenden Kröpfen können durch feste Körper, wie z. B. durch Holz- oder Eisstücke, die durch das Wasser zugeführt werden, bedeutende Beschädigungen erleiden; deshalb ist es denn auch nöthig, diese Körper durch Rechen, welche vor der Schütze aufzustellen sind, von dem Zutritte zum Rade abzuhalten. Wenn dies, freilich zum Nachtheile der Wirkung des Rades, nicht

oder nur unvollkommen geschieht, so ist allerdings der Spielraum des Rades im Kropfe sehr weit zu machen. Zu steinernen Kröpfen wählt man gern sehr große Sandsteinquader und verbindet dieselben durch Cement oder hydraulischen Kalk; hölzerne Kröpfe AE, Fig. 232, werden aus Kropfschwellen A, B, E, Kropfbalken AB, BE und aus Kropfdielen, welche quer über die letzteren zu liegen kommen, gebildet. In der Regel befestigt man auf die Kropfdielen noch besondere Wasserbänke, welche das Rad zu beiden Seiten umfassen, um dadurch das seitliche Entweichen des Wassers zu verhindern. Wenn das Wasser im Abzugscanale mit derselben Geschwindigkeit abfließen kann, mit welcher das Rad umläuft, so kann man den Kropf AE, Fig. 233, unter dem Untertheile des Rades, in der Sohle

Fig. 233.



EH des Abzugscanales auslaufen lassen; wenn aber das Wasser langsamer abfließt, als das Rad umläuft, oder wenn gar Aufstauungen des Unterwassers zu befürchten sind, so muß man einen Absatz E, Fig. 232, zwischen dem Kropfe und dem Abzugscanale herstellen.

Was endlich die Radconstructionen anlangt, so findet ein Unterschied zwischen den ober- und mittelschlächtigen Rädern schon darin statt, daß jene nur Zellen-, diese aber in der Regel bloße Schaufelräder sind; nächstdem weichen diese Räder auch in der Art und Weise der Verbindung der Schaufeln mit den Kränzen von einander ab. Man unterscheidet hiernach Stabe- und Strauberäder von einander, und rechnet nun zu den Staberädern diejenigen, bei welchen die Schaufeln zwischen zwei Kränzen befestigt sind, zu Strauberädern aber diejenigen, deren Schaufeln auf kurzen Armen (Kolben oder Schaufelarmen) aufsitzen, welche radial aus dem

Radkranze hervorragen. Fig. 231 ist ein Staberad, Fig. 232 und 233 aber sind Strauberäder; Fig. 233 ist ein hölzernes und Fig. 232 ein eisernes Strauberad. Schmale Strauberäder haben nur einen, weite aber haben, wie die Staberäder, zwei Kränze. Die Kränze der Strauberäder sind jedoch schmaler als die der Staberäder. Bei den hölzernen Rädern sind die Schaufelarme durch die aus zwei Felgenlagen gebildeten Kränze hindurchgesteckt, oder zwischen denselben schwalbenschwanzförmig eingelegt; bei den eisernen Rädern aber werden sie entweder mit den einzelnen Kranzsegmenten aus einem Stücke gegossen oder auf diese aufgeschraubt. Die Schaufeln sind gewöhnlich von Holz, und werden auf ihre Arme aufgeschraubt. Der Radboden liegt hier auf dem äußeren Umfang des Radkranzes und umschließt das Rad nicht vollständig, indem in ihm Spalten zum Entweichen der Luft ausgespart sind, wie die Figuren 232 und 233 vor Augen führen. Uebrigens sind auch diese Räder entweder Stern- oder Sattelräder (s. §. 56).

§. 80. **Einführung des Wassers.** Die Regeln über die Einführung des Wassers in ein Kropfrad, Fig. 234, sind im Allgemeinen dieselben wie bei den Zellenrädern. Aus der Geschwindigkeit $c = \varkappa v$ des bei A eintretenden Wassers folgt das nöthige Gefälle zur Erzeugung derselben:

$$h_1 = 1{,}1 \frac{c^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und daher das übrigbleibende, der Kropfhöhe gleiche Druckgefälle im Rade:

$$FB = h_2 = h - h_1 = h - 1{,}1 \frac{c^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Giebt man noch den Radhalbmesser $CA = CF = a$, so läßt sich der Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle A vom Radtiefsten F absteht, durch die Formel

$$\cos ACF = \frac{CB}{CA} = \frac{CF - FB}{CA},$$

d. i.

$$\cos\theta = \frac{a - h_2}{a} = 1 - \frac{h_2}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

berechnen.

Da der Zutrittswinkel $vAc = \alpha$ (10 bis 20 Grad) als gegeben anzusehen ist, so kann man hier auch den Neigungswinkel des in A eintretenden Wasserstrahles gegen den Horizont

$$cAB = v = \theta - \alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

bestimmen, woraus sich wieder die Coordinaten des Scheitels O von dem einfallenden Parabelbogen:

$$OM = x = \frac{c^2 \sin \nu^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

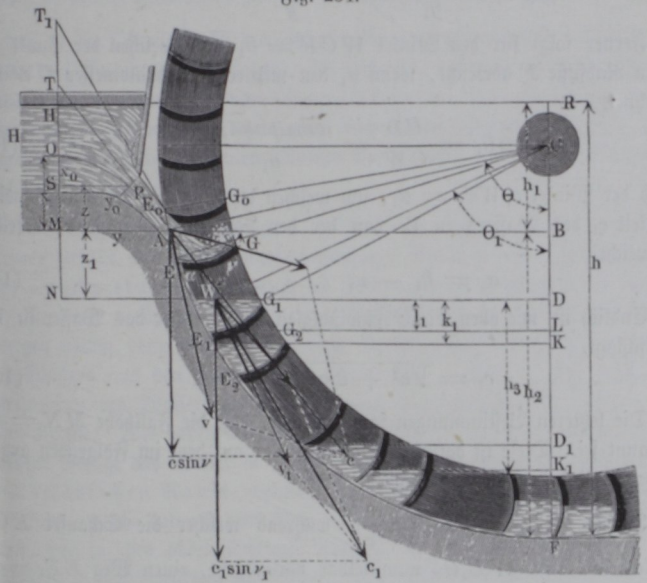
und

$$MA = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

ergeben.

Legt man nun die Mitte P der Schützenmündung um $MS = z$ über

Fig. 234.



die Eintrittsſtelle A, ſo erhält man die Coordinaten von P in Hinſicht auf O:

$$OS = x_0 = x - z \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

und

$$SP = y_0 = y\sqrt{\frac{x-z}{x}} = y\sqrt{1-\frac{z}{x}} \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

ſowie für die Neigung der Axe des Strahles beim Austritt P:

$$tang\, \nu_0 = \frac{2x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x\,(x-z)}}{y} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Kennt man die ſenkrechte Tiefe $MN = z_1$, um welche das Waſſer im Rade ſinkt, bis es vollſtändig zum Stoße gelangt, ſo hat man für die Coordinaten des Punktes W, wo dieſer Stoß beendet iſt,

$$ON = x_1 = x + z_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

und

$$NW = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

sowie für den Neigungswinkel DWc_1 des Wasserstrahles in W gegen den Horizont:

$$tang\, v_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x\,(x + z_1)}}{y} \quad \ldots \ldots \quad (12)$$

Ferner folgt für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Punkt W vom Radfuße F abweicht, wenn a_1 den mittleren Radhalbmesser CW bezeichnet,

$$\cos\theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{a\cos\theta + z_1}{a_1} \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

und der Winkel $c_1 W v_1 = \alpha_1$, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 des Wassers in W von der der Radgeschwindigkeit v_1 daselbst abweicht,

$$\alpha_1 = \theta_1 - v_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Endlich ist, wie oben, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in W aufschlägt,

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Die letzteren Bestimmungen setzen voraus, daß die Fallhöhe $MN = z_1$ bekannt sei. Diese ist daher vorher, und zwar auf dem im Folgenden angegebenen Näherungswege zu finden.

In der Zeit $t = \frac{EE_1}{v} = \frac{s}{v}$, während welcher die Schaufel EG, welche der Schaufel E_0G_0 unmittelbar vorausgeht, einen Weg $EE_1 = s$ zurücklegt, macht das von E_0G_0 abgeschnittene Einfallwasser den Weg AW, dessen Verticalprojection $= MN = z_1$ ist. Da die verticalen Componenten der Geschwindigkeit des Wasserstrahles in A und W

$$c\sin v \text{ und } c_1 \sin v_1$$

sind, so folgt die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher z_1 durchlaufen wird:

$$\frac{c\sin v + c_1 \sin v_1}{2},$$

und daher auch

$$t = \frac{2z_1}{c\sin v + c_1 \sin v_1} \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

Hiernach ist

$$\frac{s}{v} = \frac{2z_1}{c\sin v + c_1 \sin v_1}$$

und daher der Weg, welchen die Schaufel während der Füllung durchläuft:

$$s = \frac{2 z_1 v}{c \sin v + c_1 \sin v_1} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

Nimmt man nun erst für z_1 einen Näherungswerth an, und berechnet mit Hülfe dieser Formel s, so kann man auch die entsprechende Stelle der Schaufel $E_1 G_1$ aufzeichnen; und trägt man über dieselbe den Querschnitt $F = \frac{V}{e}$ des Wasserkörpers zwischen je zwei Schaufeln, so kann man untersuchen, ob die Oberfläche W des letzteren die angenommene Tiefe $MN = z_1$ unter dem Eintrittspunkte A hat. Ist dies nicht der Fall, so muß man ein anderes z_1 annehmen, s von Neuem bestimmen, und die vorige Probe wiederholen. Findet auch dann noch keine Uebereinstimmung zwischen den angenommenen und bestimmten Werthen von z_1 statt, so ist dieses Verfahren nochmals anzuwenden.

Leistung der Kropfräder. Die Leistung der Räder im Kropfgerinne zerfällt, wie bei einem oberschlächtigen Rade, in eine Stoß- und in eine Druckwirkung; es ist auch die Formel für die Leistung beider genau dieselbe, nur macht die Bestimmung des Wasserverlustes verschiedene Rechnungen nöthig, denn während dort dieser Verlust in dem allmäligen Ablaufen des Wassers aus den Zellen seinen Grund hat, entsteht er hier durch das Entweichen des Wassers in dem Zwischenraume zwischen dem Rade und dem Kropfe. Wir haben also hier zu untersuchen, auf welche Weise und in welcher Menge das Wasser in diesem Zwischenraume, den man deshalb auch den schädlichen Raum nennen kann, erfolgt, und müssen hiernach die Wirkung, welche dadurch dem Rade entzogen wird, berechnen. Setzen wir nun, wie bei den oberschlächtigen Rädern, die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in den Theilkreis des Rades $= c_1$, die Geschwindigkeit des Rades in Theilkreise $= v_1$ und den Winkel $c_1 W v_1$, Fig. 235, zwischen den Richtungen dieser Geschwindigkeiten $= \alpha_1$, so haben wir wieder die Stoßleistung: §. 81.

$$L_1 = \frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g} v_1 Q \gamma. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Bezeichnen wir ferner den Niveauabstand DK_1 zwischen dem Eintrittspunkte W und der Oberfläche des Unterwassers durch h_3, und nehmen wir an, daß von dem Auffschlagquantum Q nur der Theil $Q_1 = \xi Q$ im Kropfe zur Wirkung gelange, so können wir die Druckleistung des Wassers $L_2 = \xi h_3 Q \gamma$, und genau wie bei einem oberschlächtigen Rade die Totalleistung

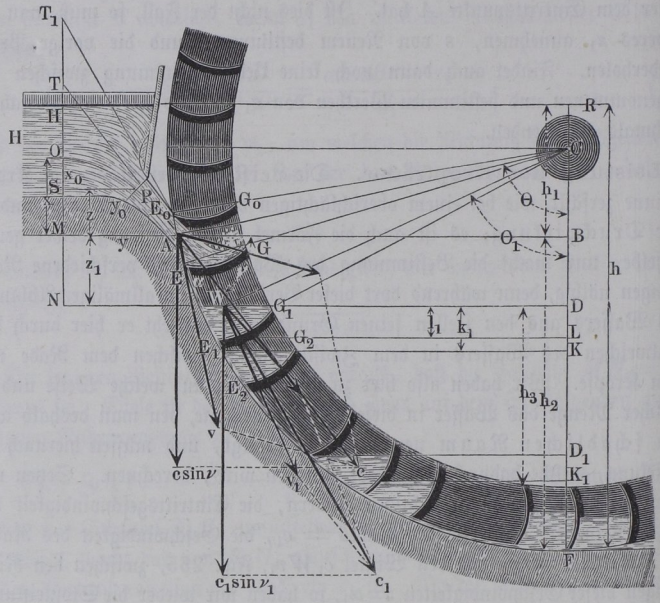
$$L = Pv = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g} v_1 + \xi h_3 \right) Q \gamma \quad \ldots \quad (2)$$

setzen.

Um mit Hülfe der vorstehenden Formel die Leistung des Kropfrades berechnen zu können, ist noch nöthig das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ zu ermitteln.

Der Arbeitsverlust, welcher aus dem Entweichen des Wassers durch den Spielraum des Rades im Kropfe hervorgeht, ist bei dem Stoße des Wassers unbedeutend, da der eintretende Wasserstrahl diesen Spielraum in der Regel nicht unmittelbar trifft; anders ist es aber während der Druckwirkung desselben, denn hier findet ein ununterbrochener Wasserverlust statt,

Fig. 235.



während eine Schaufel $E_1 G_1$ nach und nach in tiefere Stellungen $E_2 G_2$ u. s. w. kommt, ehe sie die tiefste Stelle F erreicht. Es bildet hier der Spielraum Ausflußöffnungen E_1, E_2 . . ., durch welche das Wasser mit veränderlichen Druckhöhen ausfließt.

Bezeichnen wir wieder die Radweite durch e, und die Weite des Spielraumes oder den kürzesten Abstand der Radschaufeln vom Kropfboden durch σ, so können wir den Querschnitt der Oeffnung, durch welche das Wasser aus einer Zelle in die nächst tiefere fließt, gleich σe setzen; und sind nun während des allmäligen Niederganges der Zelle die Druckhöhen oder Tiefen DL der Ausflußmündung unter den darüber stehenden Wasserspiegeln nach

und nach l_1, l_2 u. s. w., so folgen die entsprechenden Ausflußgeschwindigkeiten

$$v_1 = \sqrt{2gl_1}, \quad v_2 = \sqrt{2gl_2} \text{ u. s. w.},$$

und Ausflußmengen innerhalb eines Zeitelementes τ

$$V_1 = \sigma e \tau \sqrt{2gl_1}, \quad V_2 = \sigma e \tau \sqrt{2gl_2} \text{ u. s. w.};$$

oder, wenn man noch einen Ausflußcoefficienten μ einführt,

$$V_1 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2gl_1}, \quad V_2 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2gl_2} \text{ u. s. w.}$$

Diese Wassermengen sinken unbenutzt von den Höhen $DK = k_1, k_2$ u. s. w. herab, um welche je zwei benachbarte Wasserspiegel in den Radzellen von einander abstehen; es sind daher die durch die Wasserverluste V_1, V_2 u. s. w. herbeigeführten Arbeitsverluste:

$$V_1 k_1 \gamma = \mu \sigma e \tau \sqrt{2gl_1} . k_1 \gamma, \quad V_2 k_2 \gamma = \mu \sigma e \tau \sqrt{2gl_2} . k_2 \gamma \text{ u. s. w.}$$

Die Summe dieser Verluste giebt den Arbeitsverlust der Radzelle

$$A_1 = \mu \sigma e \tau \sqrt{2g} . \gamma \left(k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots \right) \quad \ldots \quad (3)$$

Nun ist aber die Länge des Kropfes gleich θa und die Zeit, während eine Schaufel denselben mit der Geschwindigkeit v durchläuft:

$$t = \frac{\theta a}{v};$$

setzt man daher $\tau = \frac{t}{n_1}$, unter n_1 eine beliebige ganze Zahl verstanden, so folgt

$$A_1 = \mu \sigma e \frac{\theta a}{v} \sqrt{2g} . \gamma \frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1} \quad \ldots \quad (4)$$

Zieht man diesen Arbeitsverlust von der Arbeit $A = Vh_3\gamma = Feh_3\gamma$ ab, welche das Wasser einer Schaufel beim Herabsinken von der Kropfhöhe verrichten würde, wenn kein Wasserverlust statt hätte, so erhält man die wirkliche Arbeit des Wassers einer Schaufel

$$A - A_1 = Feh_3\gamma \left(1 - \mu\sigma \frac{\theta a}{Fv} \sqrt{2g} \frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3} \right) \quad (5)$$

und daher die entsprechende Arbeit des Wassers durch Druck bei z Schaufeln und n Umdrehungen des Rades pro Minute:

$$L_2 = \frac{nz}{60}(A - A_1) = \frac{nz}{60} Feh_3\gamma \left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv} \frac{k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} \ldots}{n_1 h_3} \right)$$

$$= \left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv} \frac{k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3} \right) Qh_3\gamma \quad \ldots \quad (6)$$

oder mit Anwendung der Simpson'schen Regel und für $n_1 = 4$

$$L_2 = \left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv}\,\frac{k_0\sqrt{l_0}+4k_1\sqrt{l_1}+2k_2\sqrt{l_2}+4k_3\sqrt{l_3}+k_4\sqrt{l_4}}{12\,h_3}\right) Qh_3\gamma \quad (7)$$

Es fällt folglich die Druckleistung des Wassers im Kropfe um so größer aus, je größer die Radgeschwindigkeit v und je größer der Querschnitt F des Wassers einer Zelle, d. i. je stärker die Radfüllung ist.

Um die Rechnung ausführen zu können, hat man den Bogen E_1F in n_1, z. B. in vier gleiche Theile zu theilen, durch die Theilpunkte Schaufeln zu legen, über dieselben die Querschnittsfläche aufzutragen und die Höhen $k_1, k_2 \ldots$ sowie $l_1, l_2 \ldots$ mit dem Zirkel abzunehmen. Hierbei ist nicht außer Acht zu lassen, daß an den Stellen, wo das Wasser aus einer Zelle unter dem Wasser der vorausgehenden ausfließt, die Werthe $l_1, l_2 \ldots$ in die von $k_1, k_2 \ldots$ übergehen (s. Thl. I).

Auch fließt noch Wasser seitwärts durch den Raum zwischen den Radkränzen und dem Kropfboden ab, weil die Einfassungswände oder sogenannten Wasserbänke nicht genau an die äußeren Stirnflächen der Radkränze anschließen, sondern 20 bis 50 mm davon abstehen. Der Inhalt der Ausflußöffnung ist hier $b\sigma$, wenn b den Bogen bezeichnet, in welchem das Wasser einer Zelle den Kropf berührt, die Druckhöhen sind die veränderlichen Abstände m_1, m_2 u. s. w. der Oberfläche des Wassers in der niedergehenden Zelle über der unteren Kante der Schaufel, welche diese Zelle bildet, und das verlorene Gefälle ist der veränderliche Abstand p_1, p_2 u. s. w. dieses Wasserspiegels von dem tiefsten Wasserspiegel K_1. Aus diesen Höhen $m_1, m_2 \ldots$ und $p_1, p_2 \ldots$ folgt der Arbeitsverlust, welcher aus dem Entweichen des Wassers auf diesem Wege hervorgeht,

$$A_2 = {}^2/_3\,\mu\sigma b\,\frac{\theta a}{v}\,\sqrt{2g}.\gamma\,\frac{p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2} + \cdots}{n_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und es ist daher bei Inbetrachtnahme von beiden Wasserverlusten, wenn man nur drei Schaufelstellungen in Betracht zieht, die Druckleistung

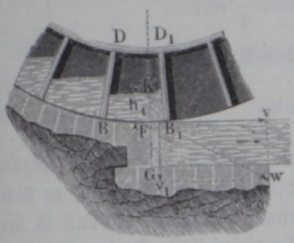
$$L_2 = \left[1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{6\,Fvh_3}\left(k_0\sqrt{l_0} + 4k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + {}^2/_3\,\frac{b}{e}\left(p_0\sqrt{m_0} + 4p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2}\right)\right)\right] Qh_3\gamma \quad . \quad . \quad (9)$$

Setzt man diese Arbeit $L_2 = \xi Qh_3\gamma$, so hat man folglich

$$\xi = 1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{6\,Fvh_3}\left[k_0\sqrt{l_0} + 4k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + {}^2/_3\,\frac{b}{e}\left(p_0\sqrt{m_0} + 4p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Andere Arbeitsverluste. Ein weiterer Verlust tritt noch dann ein, §. 82.
wenn die Oberfläche des Unterwassers nicht mit der Oberfläche des Wassers in der tiefsten Zelle in einerlei Niveau steht, wie z. B. in Fig. 236 vor Augen geführt wird; denn hier fließt sogleich Wasser aus der Zelle BDD_1B_1, wenn die Schaufel B_1D_1 die Schwelle FG überschritten hat, es nimmt also dasselbe außer der Radgeschwindigkeit v noch eine Geschwindigkeit an, welche durch den Niveauabstand FK erzeugt wird. Dieser Niveauabstand ist aber veränderlich, er hat im ersten Augenblicke, wenn die Schaufel über die Schwelle weggegangen und die Oeffnung bei F entstanden ist, seinen größten Werth, wird aber immer kleiner und kleiner, je mehr Wasser aus dem Raume BDD_1B_1 geflossen ist, und fällt endlich Null aus, wenn beide Wasserspiegel in einerlei Niveau gekommen sind, also der Ausfluß durch B_1F beendigt ist. Der mittlere Werth dieses Niveauabstandes läßt sich $\frac{1}{2}h_4$ setzen, wenn h_4 die anfängliche Tiefe des Wassers in der untersten Zelle ist, und daher ist der Verlust an Gefälle in Folge der Geschwindigkeit des abfließenden Wassers nicht $\frac{v^2}{2g}$, sondern $\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2}h_4$; da wir indessen den der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entsprechenden Verlust an Leistung schon beim Stoße in Abzug gebracht haben, so bleibt hier nur noch die Leistung

Fig. 236.



$$L_4 = \tfrac{1}{2} Q h_4 \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

von der gefundenen Nutzleistung abzuziehen. Man ersieht hieraus, daß es nicht vortheilhaft ist, unter dem Kropfrade einen Abfall anzubringen, daß sich daher nur dann seine Anwendung rechtfertigen läßt, wenn man einen veränderlichen Unterwasserstand hat, so daß bei hohem Wasser zu befürchten ist, daß das Rad im Wasser watet, indem das Wasser im Untertheile des Rades tiefer steht als im Abzugsgraben.

Außerdem lassen sich noch mehrere Arbeitsverluste des Kropfrades angeben. Zunächst haben wir zu berücksichtigen, daß das Wasser bei seiner Bewegung im Kropfgerinne eine Reibung zu überwinden hat, deren Coefficient ξ nach Thl. I für Geschwindigkeiten von 1,2 bis 2 m 0,00769 gesetzt werden kann. Der entsprechende Gefällverlust ist dabei

$$h_5 = \xi \frac{lp}{F} \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

daher hier, wo l die Länge des Kropfes, p den Umfang und F den Inhalt des Wasserprofiles bezeichnet, also

$$\frac{p}{F} = \frac{e+d}{\frac{1}{2}de} \text{ annähernd } = \frac{2}{d}$$

gesetzt werden kann,

$$h_5 = \xi \frac{2l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0{,}000784 \frac{l}{d} v^2 \text{ m}$$

und der entsprechende Verlust an mechanischer Arbeit ist:

$$L_5 = 0{,}000784 \frac{lv^2}{d} Q\gamma \text{ mkg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Endlich müssen wir auch den Widerstand der Luft gegen die Bewegung der Schaufeln, und vielleicht auch noch den, welchen die Radarme zu überwinden haben, berücksichtigen. Der Widerstandscoefficient der Luft ist hier nach Thl. I, $\xi = 1{,}25$, und die Formel für diesen Widerstand

$$W = \xi F\gamma \frac{v^2}{2g},$$

wo F die Fläche, sowie γ die Dichtigkeit der Luft bezeichnet. Führen wir nun nach Thl. I $\gamma = 1{,}25$ kg ein, so erhalten wir den Widerstand

$$W = 0{,}08 Fv^2,$$

oder, wenn wir die Fläche gleich setzen dem Inhalte zde sämmtlicher z Schaufeln des Rades, denselben

$$W = 0{,}08 zdev^2 \text{ kg},$$

und demnach den entsprechenden Verlust an mechanischer Leistung:

$$L_6 = 0{,}08 zdev^3 \text{ mkg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Bei den gewöhnlichen Verhältnissen betragen alle diese Verluste zusammen nur wenige Procente der ganzen Radleistung, wie wir auch an einem Beispiele weiter unten sehen werden.

§. 83. **Leistungsformel.** Wir können nun einen Ausdruck für die vollständige Leistung eines Kropfrades angeben, wenn wir außer den im vorigen Paragraphen gefundenen Arbeitsverlusten auch die Arbeit der Zapfenreibung in Betracht ziehen. Nach dem Vorstehenden ist die Druckwirkung des Wassers $= \xi Qh_3\gamma$ und wenn wir, wie bei den oberschlächtigen Wasserrädern, die Arbeit der Zapfenreibung $\varphi \frac{r}{a} Gv$ setzen, so bleibt die Nutzleistung

$$L = Pv = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g} v_1 + \xi h_3\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv. \quad . \quad (15)$$

übrig.

Bezeichnen wir das Totalgefälle, vom Wasserspiegel des Oberwassers bis zur Oberfläche des Unterwassers gemessen, durch h, so können wir wieder

$$h_3 = h - 1{,}1\,\frac{c_1^2}{2g}$$

setzen, und erhalten nun:

$$L = \left[\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g}\,v_1 + \xi\left(h - 1{,}1\,\frac{c_1^2}{2g}\right)\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv \qquad (16)$$

Diejenige Eintrittsgeschwindigkeit c_1, welche die größte Leistung ergiebt, erhält man durch

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = 0,$$

d. h. aus

$$\frac{v_1 \cos\alpha_1}{g} - 1{,}1\,\xi\,\frac{2c_1}{2g} = 0,$$

zu:

$$c_1 = \frac{v_1 \cos\alpha_1}{1{,}1\,\xi} \qquad (17)$$

und hiermit folgt die entsprechende Maximalleistung:

$$L = \left[\xi h - \left(2 - \frac{\cos^2\alpha_1}{1{,}1\,\xi}\right)\frac{v_1^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv. \qquad (18)$$

Die Formel $c_1 = \frac{v_1 \cos\alpha_1}{1{,}1\,\xi}$ giebt uns, da α_1 klein, also $\cos\alpha_1$ nahe 1 und ebenso $1{,}1\,\xi$ nahe $= 1$ ist, auch c_1 nahe $= v_1$; wegen der leichteren und sichereren Einführung des Wassers in die Zellen macht man aber $c_1 \cos\alpha_1 = 2\,v_1$, läßt also das Wasser noch einmal so schnell in das Rad eintreten, als dieses umläuft, weshalb man die effective Radleistung nach (16) zu

$$L = \left[\xi h - \left(\frac{4{,}4\,\xi}{\cos^2\alpha_1} - 2\right)\frac{v_1^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv. \qquad (19)$$

erhält.

Da dieser Ausdruck für die Leistung eines rückenschlächtigen Rades nicht wesentlich verschieden ist von dem für die eines oberschlächtigen, so ist ohne weitere Untersuchung leicht einzusehen, daß auch die vortheilhafteste Umdrehungszahl (s. §. 72) nahe dieselbe sein werde.

§. 84. **Effective Leistungen der Kropfräder.** Ueber die Wirkungen mittelschlächtiger Kropfräder sind von Morin an ziemlich gut construirten Rädern mehrfache Versuche angestellt worden. Morin vergleicht die Ergebnisse seiner Versuche mit den entsprechenden Werthen, welche die theoretische Formel

$$Pv = \left(\frac{c\cos\alpha - v}{g}\,v + h_2\right) Q\gamma$$

giebt, und findet nun, daß eine ziemlich gute Uebereinstimmung sich herausstellt, wenn man den letzten Ausdruck durch einen Erfahrungscoefficienten χ multiplicirt, also

$$Pv = \chi \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma$$

setzt. Das erste von den Rädern dieser Art, welches Morin in Untersuchung zog, war aus Gußeisen, hatte hölzerne, schief gegen die Schütze gestellte Schaufeln und befand sich in einem sehr eng anschließenden eisernen Kropfe. Es hatte eine Höhe von $6^1/_2$ m, eine Breite von $1^1/_2$ m, ein Gefälle von $1^2/_3$ m, 50 Schaufeln und ging mit 1 bis 2,4 m Geschwindigkeit um, während das Wasser mit 2,8 bis 3,2 m Geschwindigkeit durch eine unter einem geneigten Schutzbrette befindliche Mündung eintrat. Der Coefficient χ ergab sich im Mittel 0,75 und der Wirkungsgrad, mit Berücksichtigung der Zapfenreibung, ungefähr 0,60. Das zweite Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war ebenfalls eisern und ging in einem sehr eng anschließenden Kropfe aus Sandsteinquadern; seine Höhe, wie seine Weite, war 4 m, die Schaufelzahl betrug 32 und das Gefälle 2 m. War die Geschwindigkeit des Rades 47 bis 100 Proc. von derjenigen des durch einen Ueberfall zugeführten Wassers und zwar innerhalb der Grenzen 0,5 bis 1,8 m, so blieb der Coefficient χ ziemlich derselbe, nämlich 0,788, und der Wirkungsgrad fiel 0,70 aus. Mit einem dritten Rade wurden zwei Versuchsreihen angestellt, die eine bei einem Wassereinlaufe mit Spannschütze und die andere bei einer Wasserzuführung durch eine Ueberfallschütze. Dieses Rad war größtentheils aus Holz und hing in einem eng anschließenden Kropfe, seine Höhe betrug 6 m und seine Schaufelzahl 40. Bei der Spannschütze ergab sich im Mittel $\chi = 0{,}792$, bei der Ueberfallschütze dagegen 0,809. Der Wirkungsgrad aber war im ersten Falle 0,54 und im zweiten 0,67. Nimmt man nun aus diesen Angaben Mittelwerthe, so erhält man für mittelschlächtige Kropfräder mit Spannschützen die Leistung:

$$L = 0{,}77 \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma$$

und für die mit Ueberfallschützen:

$$L = 0{,}80 \left(\frac{c \cos \alpha - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma,$$

wovon jedoch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen ist. Die größere Wirkung bei der Ueberfallschütze hatte ihren Grund darin, daß hier das Wasser langsamer eintrat, als bei der Spannschütze, und deshalb fast nur durch Druck wirkte. Noch folgt aus den Versuchen Morin's, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn das Wasser mehr als die Hälfte oder zwei

Drittel der Räume zwischen den Schaufeln ausfüllt, daß die Wirkung sich nicht sehr verändert, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades innerhalb der Grenzen 0,5 und 2,0 m bleibt.

Egen hat Versuche (s. die oben angeführte Abhandlung desselben) an einem 23 Fuß (7,22 m) hohen und $4^1/_3$ Fuß (1,36 m) weiten Kropfrade angestellt. Dieses Rad hatte noch zwei Eigenthümlichkeiten; es waren nämlich die 69 übrigens gut ventilirten Schaufeln desselben genau so gedeckt, wie bei oberschlächtigen Rädern, und es bestand die Schütze aus zwei Theilen, wovon, je nachdem es der Wasserstand erforderte, bald die obere, bald die untere gezogen werden konnte. Obgleich der Kropf sehr genau an das Rad anschloß, so fand Egen den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle doch nur 0,52, und im Mittel, bei 6 Cubikfuß (0,185 cbm) Aufschlag pr. Secunde und bei 4 Umdrehungen pr. Minute, denselben gar nur 0,48.

Versuche mit einem mittelschlächtigen Kropfrade werden noch in Bulletin de la Societé indust. de Mulhouse T. XVIII (s. Polytechn. Centralblatt, Bd. IV, 1844) mitgetheilt. Dieses Rad war von Holz, hatte eine Höhe von 5 m und eine Weite von 4 m, und bestand aus drei Abtheilungen, welche durch zwei Mittelkränze hervorgebracht wurden. Das Kropfgerinne schloß sich an ein parabolisches Gerinne von 0,2 m Höhe an, und das Wasser trat in dieses durch eine Ueberfallschütze mit ebenfalls 0,2 m Höhe; es war daher die Eintrittsgeschwindigkeit c ungefähr 2,8 m. Das ganze Gefälle betrug 2,7 m, und die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $1^1/_2$ bis 3 m. Die Wasserfüllung war $^1/_3$ bis $^2/_3$, und der Wirkungsgrad fiel bei größerer Zellenfüllung größer aus, als bei kleinerer Füllung der Zellen; nämlich bei starker Füllung 0,80, bei mittlerer aber nur 0,73 und bei schwacher Füllung gar nur 0,52. Die Versuche über die Leistungen bei verschiedenen Füllungen ließen sich hier, da jede der Abtheilungen des Rades besonders beaufschlagt werden konnte, sehr bequem und sicher ausführen.

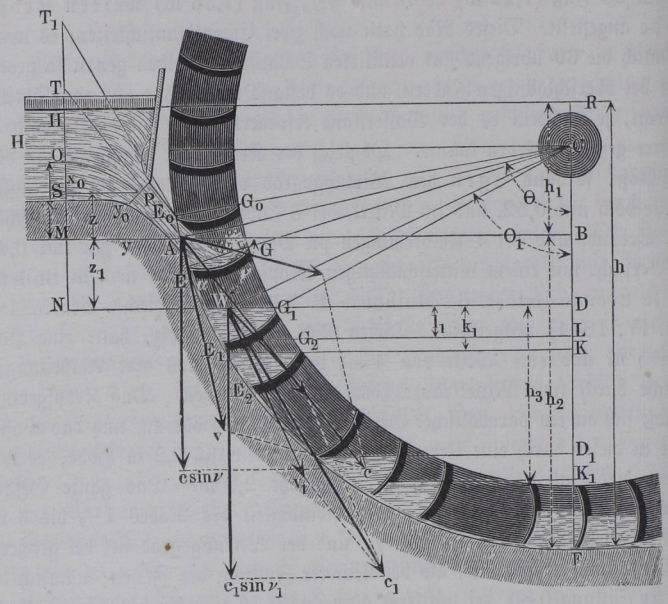
Durch Bremsversuche an einem eisernen mittelschlächtigen Wasserrade von 20 sächsischen Fuß Höhe (5,66 m), 3 Fuß (0,85 m) Breite und mit 48 Schaufeln, welches das durch eine Coulissenschütze zugeführte Wasser in der Höhe des Radmittels auffing, wurde vom Verfasser in Verbindung mit den Herren Professoren Brückmann, Zeuner u. s. w. (s. „Civilingenieur“ Bd. II) Folgendes gefunden.

Bei dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = {}^1/_2$ und dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\varkappa = {}^1/_2$ machte das Rad 8 bis 9 Umdrehungen pr. Minute und leistete $12^1/_2$ bis 12 Pferdekräfte, wogegen die disponible Leistung $Qh\gamma = 19$ Pferdekräfte betrug; es war folglich der Wirkungsgrad dieses Rades:

$$\eta = \frac{12{,}5}{19} = 0{,}65 \text{ bis } \frac{12}{19} = 0{,}63.$$

Beispiel. Es sei für einen Aufschlag $Q = 0{,}6$ cbm pr. Secunde und für ein Gefälle $h = 3$ m die Anordnung und Berechnung eines mittelschlächtigen Kropfrades, Fig. 237, von 5 m Höhe und mit 2,5 m Umfangsgeschwindigkeit zu vollziehen.

Fig. 237.



Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite $d = 0{,}40$ m an, und lassen wir die Radzellen halb füllen, so erhalten wir zunächst die Radweite:

$$e = \frac{2\,Q}{d\,v} = \frac{1{,}2}{0{,}4\,.\,2{,}5} = 1{,}2 \text{ m}.$$

Lassen wir nun das Wasser mit der Geschwindigkeit

$$c = \varkappa v = 1{,}5\,.\,2{,}5 = 3{,}75 \text{ m}$$

eintreten, so erhalten wir das zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit nöthige Gefälle:

$$HM = RB = h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2\,g} = 1{,}1\,.\,0{,}051\,.\,3{,}75^2 = 0{,}789 \text{ m}.$$

Ziehen wir dieses Gefälle von dem Totalgefälle ab, so bleibt für das Gefälle im Kropfe:

$$BF = h_2 = h - h_1 = 3 - 0{,}789 = 2{,}211 \text{ m},$$

und es folgt für den Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle A über dem Radtiefsten F steht,

$$\cos\theta = 1 - \frac{h_2}{a} = 1 - \frac{2{,}211}{2{,}5} = 0{,}1156,$$

und hiernach $\theta = 83^0\,22'$.

Lassen wir nun den zutretenden Wasserstrahl um den Winkel $\alpha = cAv = 25\frac{1}{2}$ Grad vom Radumfange abweichen, so erhalten wir die Neigung des Wasserstrahles in A gegen den Horizont:

$$BAc = \nu = \theta - \alpha = 83^0\,22' - 25^0\,30' = 57^0\,52'$$

und es sind nun die Coordinaten des Scheitels O der Parabel, in welcher das Wasser dem Rade zuzuführen ist:

$$OM = x = \frac{c^2 \sin^2 \nu}{2g} = 0{,}051 \,.\, 3{,}75^2 \,.\, 0{,}8468^2 = 0{,}514 \text{ m}$$

und

$$MA = y = \frac{c^2 \sin 2\nu}{2g} = 0{,}051 \,.\, 3{,}75^2 \,.\, 0{,}9008 = 0{,}646 \text{ m}.$$

Die Mitte P der Schützenmündung ist auf dem Parabelbogen OA, und zwar möglichst nahe am Rade anzunehmen, übrigens aber so zu formen, daß ihre Axe die Tangente an diesen Bogen bildet. Legt man diese Mündungsmitte P um 0,16 m über A, so folgt die Druckhöhe für dieselbe:

$$h_0 = h_1 - 0{,}16 = 0{,}789 - 0{,}160 = 0{,}629 \text{ m},$$

daher die Ausflußgeschwindigkeit:

$$c_0 = 0{,}95\sqrt{2gh_0} = 0{,}95 \,.\, 4{,}429\sqrt{0{,}629} = 3{,}337 \text{ m},$$

und nimmt man noch die Mündungsweite $e_0 = e - 0{,}08 = 1{,}12$ m an, so folgt die Mündungshöhe:

$$d_0 = \frac{Q}{c_0 e_0} = \frac{0{,}6}{3{,}337 \,.\, 1{,}12} = 0{,}160 \text{ m}.$$

Geben wir dem Rade 48 Schaufeln, so erhalten wir den äußeren Abstand zwischen je zwei Schaufeln

$$b = \frac{2\pi a}{z} = \frac{5 \,.\, 3{,}1416}{48} = 0{,}327 \text{ m}.$$

Nehmen wir an, daß die Schaufel EG den Weg $EE_1 = s = 0{,}3$ m zurücklege, während sie noch Wasser aufnimmt und zeichnen wir hiernach nicht allein die Stellung $E_1 G_1$ der Schaufel, sondern auch den Querschnitt des Wasserkörpers in dem entsprechenden Augenblicke der Zellenfüllung auf, so können wir nun auch die Tiefe $MN = z_1$ des Wasserspiegels W unter der Eintrittsstelle A abmessen. Man findet auf diese Weise $z_1 = 0{,}44$ m, und es ist hiernach die Geschwindigkeit des bei W auffallenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} = \sqrt{3{,}75^2 + 2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}44} = 4{,}764,$$

sowie die Abscisse des Punktes W:

$$x_1 = ON = x + z_1 = 0{,}514 + 0{,}44 = 0{,}954 \text{ m},$$

die Ordinate desselben

$$y_1 = NW = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = 0{,}646\sqrt{\frac{0{,}954}{0{,}514}} = 0{,}880 \text{ m}$$

und für den Neigungswinkel $c_1 WD = \nu_1$ des in W einfallenden Wassers

$$tang\, \nu_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{1{,}908}{0{,}880} = 2{,}168$$

wonach

$$\nu_1 = 65^0\,15'$$

folgt.

Da nun

$$c \sin \nu = 3{,}75 \sin 57^0 52' = 3{,}176$$

und

$$c_1 \sin \nu_1 = 4{,}764 \sin 65^0 15' = 4{,}326$$

ist, so folgt

$$\frac{2 z_1}{c \sin \nu + c_1 \sin \nu_1} = \frac{0{,}88}{7{,}502} = 0{,}117$$

während

$$\frac{s}{v} = \frac{0{,}3}{2{,}5} = 0{,}120$$

giebt.

Jedenfalls ist die Differenz zwischen diesen Werthen von $\frac{2 z_1}{c_1 \sin \nu + c_1 \sin \nu_1}$ und $\frac{s}{v}$ klein genug, um $s = 0{,}3$ m und $z_1 = 0{,}44$ m als die richtigen ansehen zu können.

Ferner ist für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Anfangspunkt W des wasserhaltenden Bogens WF vom Radtiefsten F absteht,

$$\cos \theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{CB + z_1}{a_1} = \frac{0{,}789 - (3 - 2{,}5) + 0{,}44}{2{,}5 - 0{,}20} = \frac{0{,}729}{2{,}3} = 0{,}317,$$

wonach $\theta_1 = 71^0 30'$, und die Abweichung der Richtung des Wasserstrahles von der Bewegungsrichtung des Rades in W:

$$\alpha_1 = \theta_1 - \nu_1 = 71^0 30' - 65^0 15' = 6^0 15'$$

olgt.

Da das wirksame Druckgefälle im Rade

$$FD = h_3 = h_2 - z_1 = 2{,}211 - 0{,}44 = 1{,}771 \text{ m}$$

und die Geschwindigkeit des Rades W:

$$v_1 = \frac{a_1}{a} v = \frac{2{,}3}{2{,}5} 2{,}5 = 2{,}3 \text{ m}$$

ist, so folgt die Leistung dieses Kropfrades ohne Rücksicht auf die Wasserverluste u. s. w.:

$$L = \left(\frac{c_1 \cos \alpha_1 - v_1}{g} v_1 + h_3\right) Q \gamma$$
$$= [0{,}102 \ (4{,}764 \,.\, \cos 6^0 15' - 2{,}3) \ 2{,}3 + 1{,}771] \ 0{,}6 \,.\, 1000$$
$$= (0{,}578 + 1{,}771) \ 600 = 1409 \text{ mkg}.$$

Ist die Weite des Spielraumes im Kropfe $\sigma = 15$ mm und nimmt man $\mu = 0{,}7$ an, so hat man

$$\mu \sigma \theta a \sqrt{2g} = 0{,}7 \,.\, 0{,}015 \,.\, arc\, 83^0 22' \,.\, 2{,}5 \,.\, 4{,}429 = 0{,}169.$$

Da ferner

$$Fv = \frac{60 Q}{nze} \frac{2 \pi a n}{60} = \frac{2 \pi a Q}{ze} = \frac{3{,}14 \,.\, 5 \,.\, 0{,}6}{48 \,.\, 1{,}2} = 0{,}164$$

und $h_3 = 1{,}771$ ist, so folgt

$$\frac{\mu \sigma \theta a \sqrt{2g}}{Fv h_3} = \frac{0{,}169}{0{,}164 \,.\, 1{,}771} = 0{,}583.$$

Ist noch der mittlere Werth von $k \sqrt{l} = 0{,}1$, ferner $b = 0{,}327$ und der mittlere Werth von $\frac{2}{3} p \sqrt{m} = 0{,}2$, so folgt nach (10):

$$\xi = 1 - 0{,}583\left(0{,}1 + \frac{0{,}327}{1{,}2}\,0{,}2\right) = 1 - 0{,}090 = 0{,}91$$

und daher die effective Radleistung

$$L = \left(\frac{c_1 \cos\alpha_1 - v_1}{g}\,v_1 + \xi h_s\right) Q\gamma = (0{,}578 + 0{,}91\,.\,1{,}771)\,600$$
$$= 1314 \text{ mkg.}$$

Wenn hiervon die übrigen Nebenhindernisse, der Luftwiderstand und die Zapfenreibung 114 mkg verzehren, so ist die Nutzleistung dieses Rades

$$L = 1200 \text{ mkg} = 16 \text{ Pferdekräfte,}$$

und der Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \frac{1200}{600\,.\,3} = 0{,}67.$$

Unterschlächtige Wasserräder. Die unterschlächtigen §. 85.
Wasserräder hängen in der Regel in einem Gerinne, welches mit seinem Boden und mit seinen Seitenwänden das Rad möglichst genau umschließen

Fig. 238.

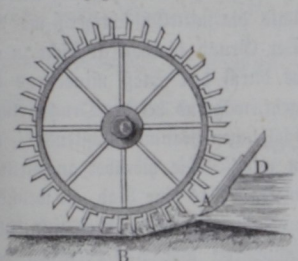
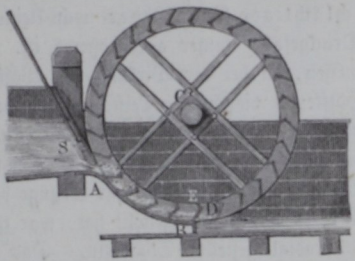


Fig. 239.



soll, damit sich so wenig wie möglich Wasser der Wirkung desselben auf das Rad entziehen kann. Aus diesem Grunde ist auch die Anwendung von einem Kropfgerinne, welches das Rad längs eines kleinen Bogens concentrisch umfaßt, zweckmäßiger, als die Anwendung von einem Schnurgerinne, welches das Rad nur tangirt. Ueberdies gewährt das Kropfgerinne, wenn es sich nur auf der einen Seite des Rades befindet, noch den Nutzen, daß das Wasser in ihm noch eine Druckwirkung hervorbringen kann, welche beim Schnurgerinne ganz ausfällt. Die Berechnung eines solchen unterschlächtigen Rades im Kropfgerinne, Fig. 238, ist, wenn der Kropf AB wenigstens 3 bis 4 Schaufeln umfaßt, genau so durchzuführen, wie die eines mittelschlächtigen Kropfrades. Auch sind die mittel- und unterschlächtigen Kropfräder nach gleichen Regeln zu construiren, da sie sich wesentlich nicht von einander unterscheiden. Man wendet auch hier meist einfache radial gestellte Schaufeln an; zuweilen neigt man sie jedoch unten etwas nach der Schütze zu, damit sie auf der anderen Seite des Rades kein Wasser mit empor

nehmen. Nicht selten setzt man sie sogar aus zwei Theilen BD und DE, Fig. 239 (a. v. S.), so zusammen, daß dieselben einen Winkel BDE von 100 bis 120° einschließen. Es lassen sich hier große Oeffnungen im Boden aussparen, ohne befürchten zu müssen, daß das Wasser durch dieselben nach innen überfließt, und deshalb läßt man die Zellen dieser Räder auch in der Regel zur Hälfte oder bis zu zwei Drittel vom Wasser anfüllen, wendet also den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/2$ bis $2/3$ an. Um das Ueberlaufen des Wassers nach innen zu verhindern, oder um einen größeren Fassungsraum zu erhalten, wendet man hier oft größere Radtiefen von 0,4 bis 0,5 m an. Die tangentiale Einführung des Wassers ist hier noch leichter zu bewerkstelligen als bei mittelschlächtigen Rädern. Um die Schützenmündung möglichst nahe an das Rad legen zu können, wendet man ein geneigtes Schutzbrett S, Fig. 239, an, dessen untere Kante noch abgerundet wird, um die partielle Contraction des Wasserstrahles zu verhindern.

86. **Unterschlächtige Kropfräder.** Jedenfalls ist die Leistung unterschlächtiger Kropfräder noch kleiner als die mittelschlächtiger, wo das Druckgefälle immer ein größeres ist. Der Grund hiervon ist leicht zu ermessen, da bei der Wirkung des Wassers durch den Stoß mindestens die Hälfte der disponiblen Leistung verloren geht, während bei der Druckwirkung durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume höchstens $1/4$ an der zu Gebote stehenden Leistung verloren wird. Die hierüber angestellten Versuche haben dies auch zur Genüge bewiesen. Das eine Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war 6 m hoch und 1,6 m breit und hatte 36 radial gestellte Schaufeln. Das Schutzbrett war $34\,1/2^0$ gegen den Horizont geneigt und die Mündung unter demselben stand noch 0,78 m vom Anfange des Kropfgerinnes ab. Das Totalgefälle betrug im Mittel 1,9 m, die Druckhöhe vor der Ausflußmündung im Mittel 1,4 m, es war demnach das Druckgefälle ungefähr 0,5 m. Die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades war 2 bis 4 m, und die Geschwindigkeit c des eintretenden Wassers 5 bis $5\,1/2$ m. So lange $\frac{v}{c}$ den Werth $= 0{,}63$ nicht übertraf, ergab sich der Wirkungsgrad im Mittel $\eta = 0{,}41$, wenn aber $\frac{v}{c}$ zwischen den Grenzen 0,5 und 0,8 lag, so stellte sich η im Mittel nur zu 0,33 heraus. Wenn die schon früher gebrauchten Bezeichnungen c, v, Q und h auch hier gelten, so hat man hiernach für die Leistung dieses Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, im ersten Falle:

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{c - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma,$$

und im zweiten:

$$Pv = 0{,}60 \left(\frac{c - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma.$$

Das zweite Rad, mit welchem Morin noch Versuche angestellt hat, war beinahe 4 m hoch, ungefähr 0,8 m weit, 0,3 m tief und hatte nur 24 Schaufeln. Das Wasser floß aus der Mündung eines verticalen Schutzbrettes, und gelangte von da durch ein 0,8 m langes horizontales Gerinne bis zum Rade. Dieses Gerinne sowie der Kropf war von Quadersteinen, und es hatte der schädliche Raum nur 0,005 m Weite. Das Gefälle betrug im Mittel 0,78 bis 1 m, die Druckhöhe des Wassers hinter der Schütze aber war 0,15 bis 0,45 m. Die Versuche wurden bei sehr verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten des Rades angestellt, bei sehr kleinen Geschwindigkeiten war der Wirkungsgrad auch sehr klein, bei der mittleren Geschwindigkeit von 1,5 m aber war er am größten, und wenn dann die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers hiervon nicht viel verschieden war, so stellte sich der größte Wirkungsgrad 0,49 heraus Für die Geschwindigkeitsverhältnisse innerhalb der Grenzen $\frac{v}{c} = {}^1/_4$ und $\frac{v}{c} = {}^2/_4$ hat sich im Mittel genau wie beim vorigen Rade herausgestellt, daß auch hier die Formel

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{c - v}{g} v + h_2 \right) Q\gamma$$

gilt.

Morin macht nun mit den Resultaten seiner Versuche an Kropfrädern überhaupt folgende Zusammenstellung. Für diese Räder läßt sich setzen:

$\eta = 0{,}40$ bis $0{,}45$, wenn $h_2 = {}^1/_4 h$,
$\eta = 0{,}42$ bis $0{,}49$, wenn $h_2 = {}^2/_5 h$,
$\eta = 0{,}47$, wenn $h_2 = {}^2/_3 h$ und
$\eta = 0{,}55$, wenn $h_2 = {}^3/_4 h$ ist.

Beispiel. Man soll die Leistung eines unterschlächtigen Kropfrades von 5 m Höhe angeben, welches in der Minute 8 Umdrehungen macht, ein Gefälle von 1,25 m und ein Wasserquantum von 0,6 cbm benutzt. Die Umfangsgeschwindigkeit ist

$$v = \frac{\pi n a}{30} = \frac{3{,}14 \,.\, 8 \,.\, 2{,}5}{30} = 2{,}094 \text{ m};$$

und wenn nun die Wassergeschwindigkeit zu 4 m angenommen wird, so hat man die Druckhöhe des Wassers vor dem Schutzbrette, oder das sogenannte Stoßgefälle

$$1{,}1 \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \,.\, 0{,}051 \,.\, 4^2 = 0{,}898 \text{ m},$$

daher bleibt für Druckgefälle $h_2 = 1{,}25 - 0{,}898 = 0{,}352$ m übrig, und es ist nun die theoretische Leistung:

$$L = [0{,}102 \,(4 - 2{,}094)\, 2{,}094 + 0{,}352]\, 600 = 458 \text{ mkg}.$$

Nun hat man aber hier h_2 nur:

$$\frac{0{,}352}{1{,}25}\, h = 0{,}28,$$

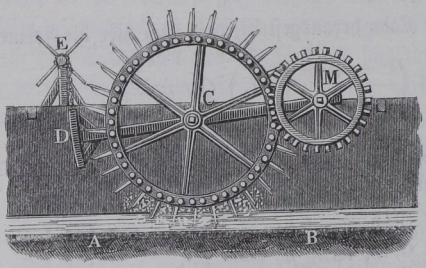
daher möchte der Coefficient η nur 0,42 zu setzen, also die Leistung

$$L = 0{,}42 \,.\, 458 = 192 \text{ mkg} = 2\tfrac{1}{2} \text{ Pferdekräfte}$$

anzunehmen, und hiervon selbst noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen sein.

§. 87. **Räder im Schnurgerinne.** Die schwächsten Leistungen liefern die unterschlächtigen Räder im Schnurgerinne, weil dieselben nur durch den Wasserstoß in Umdrehung gesetzt werden, und weil sie überdies noch ein bedeutendes Wasserquantum unbenutzt fortgehen lassen. Sie kommen nur bei unbedeutenden Gefällen von etwa 1 m vor, weil hier die Anwendung eines Kropfes noch keine wesentlichen Vortheile gewährt. Wegen ihrer geringen Leistung ersetzt man sie gern durch Ponceleträder, oder durch Turbinen, wovon in der Folge die Rede sein wird. Man giebt diesen Rädern nur 4 bis 8 m Höhe, und versieht sie mit 24 bis 48, meist radial oder unten wenig nach der Schütze zu schräg gestellten Schaufeln. Die Schaufeln müssen dreimal so breit gemacht werden, als der ankommende Wasserstrahl dick ist, weil das Wasser nach vollbrachtem Stoße mit dem Rade eine Geschwindigkeit annimmt, die bei der größten Wirkung 35 bis 40 Procent der Geschwindigkeit des Wassers vor dem Stoße ist, daher der fortfließende Wasserstrom $2\tfrac{1}{2}$ bis 3 mal so dick ist, als der ankommende Wasserstrahl. In der Regel ist der ankommende Wasserstrahl 0,10 bis 0,16 m dick, daher die Höhe des fortgehenden Wassers 0,25 bis 0,48 m, und die nöthige Schaufelbreite, damit das Wasser nicht nach innen überfließe, 0,3 bis 0,5 m. Das Schnurgerinne, in welchem ein gemeines unterschlächtiges Rad hängt, ist entweder horizontal, wie AB, Fig. 240, oder geneigt, wie AB, Fig. 241. Damit so wenig wie möglich Wasser unbenutzt durchgehe, darf der Zwischenraum zwischen Rad und Gerinne nur 25 bis 50 mm, besser soll er aber noch weniger betragen. Aus demselben Grunde ist es auch besser, wenn man, wie Fig. 242 vor Augen führt, eine schwache Krümmung in das Gerinne legt, und wenn man das Rad eng schaufelt, so daß immer 4 bis 5 Schaufeln in das Wasser eingetaucht sind. Die Spannschütze legt man gern schief, um die Ausflußmündung der Eintrittsmündung

Fig. 240.



möglichst nahe zu bringen und die Contraction des Wasserstrahles möglichst zu beseitigen. Unter dem Rade bringt man häufig einen Abfall an, weil hier ein Rückstau des Wassers bis zum Rade den Gang des Rades sehr stören oder ganz verhindern kann. Auch wendet man in solchen Fällen noch besondere Vorrichtungen zum Heben oder Senken des Rades und nach Befinden auch des Gerinnes an. Man nennt diese Vorrichtung Panster-zeuge, und unterscheidet in den Werken über Mühlenbaukunst Stock- und Ziehpanster. Bei den ersteren wird das Angewelle (Angewäge) durch Hebeladen (s. Thl. III, 2), bei den zweiten aber durch Ketten u. s. w. gehoben oder gesenkt. Wenn dabei die Hebung des Rades nicht vertical, sondern concentrisch zu der Axe der vom Wasserrade betriebenen Transmissionswelle geschieht, um durch das Heben den Eingriff der Räder nicht zu stören, so heißt ein solches Pansterzeug auch wohl Kniepanster.

Fig. 241.

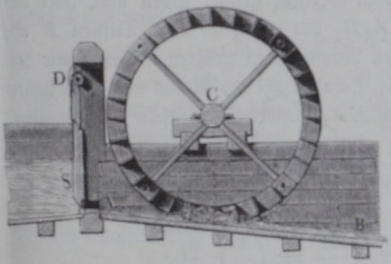
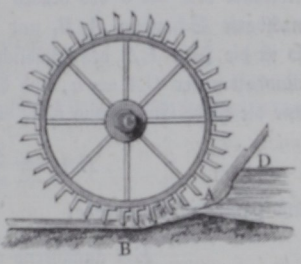


Fig. 242.



Ein solches ist in Fig. 240 dargestellt. Zwei um die Transmissionswelle M drehbare Hebel MD tragen die beiden Lager C des Wasserrades und können mit Hülfe von Ketten und des Kreuzhaspels E entsprechend gesenkt und gehoben werden. Um diese unvollkommenen und schwerfälligen Vorrichtungen nicht nöthig zu haben, wendet man in neuerer Zeit bei veränderlichem Wasserstande lieber Turbinen statt unterschlächtiger Wasserräder an, um so mehr, da jene auch mehr Leistung geben, als diese Räder.

Wasserverlust im Schnurgerinne. Ist c die Geschwindigkeit des Wassers und v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so hat man für die Leistung eines unterschlächtigen Rades im Schnurgerinne die theoretische Formel: §. 88.

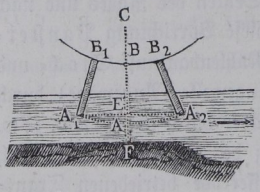
$$Pv = \frac{c - v}{g} v Q_1 \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und also die Umdrehungskraft:

$$P = \frac{c - v}{g} Q_1 \gamma = 102 (c - v) Q_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

(s. Thl. I). Hier bezeichnet allerdings Q_1 das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum; es ist daher noch zu untersuchen, in welchem Verhältnisse dasselbe zum ganzen Auffschlagsquantum steht. Der Wasserverlust bei einem Schnurgerinne ist ein doppelter. Erstens geht Wasser unbenutzt durch den Zwischenraum zwischen Rad und Gerinne hindurch, und zweitens findet ein Wasserverlust dadurch statt, daß gewisse, namentlich tiefere Wasserelemente, gar nicht zum Stoße gegen die vorausgehende Schaufel gelangen.

Fig. 243.



Betrachten wir zunächst den Wasserverlust durch den Spielraum unter dem Radtiefsten. Die Höhe des Spielraumes unter dem Rade ist veränderlich; steht die Schaufel AB, Fig. 243, im tiefsten Punkte, so ist diese Höhe dem kürzesten Abstande $AF = \sigma$ des Rades vom Gerinne gleich, stehen aber zwei benachbarte Schaufeln A_1B_1 und A_2B_2 um gleichviel vom Tiefsten F ab, so ist die Höhe EF des schädlichen Raumes am größten. Setzen wir den Radhalbmesser $CA = a$, und die Schaufelzahl des Rades $= z$, so haben wir die halbe Entfernung $EA_1 = EA_2$ je zweier Schaufeln von einander:

$$EA_1 = \frac{2\pi a}{2z} = \frac{\pi a}{z},$$

und daher die Bogenhöhe:

$$EA \text{ annähernd} = \frac{\overline{EA_1}^2}{2a} = \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{2};$$

es stellt sich folglich die größte Höhe des schädlichen Raumes

$$EF = \sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

heraus, und es läßt sich sonach der mittlere Werth desselben

$$= \sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3^a)$$

setzen. Multipliciren wir hiermit die ganze Gerinneweite e_1, so erhalten wir den Querschnitt des schädlichen Raumes:

$$= e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{z}\right)^2 \frac{a}{4}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und es ist nur noch die Geschwindigkeit w zu ermitteln, mit welcher das Wasser durch denselben entweicht. Steht die Oberfläche des Unterwassers in gleichem Niveau mit der Oberfläche des ankommenden Strahles, so kann das Wasser ungehindert mit der Geschwindigkeit c durch EF hindurchgehen, und es ist daher die unter dem Rade unbenutzt hinwegfließende Wassermenge:

$$Q_2 = \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2z}\right)^2 a\right] e_1 c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Steht aber die Oberfläche des Unterwassers höher als die des anstoßenden, welcher Fall allemal eintritt, wenn das Abzugsgerinne AB, Fig. 244, unter oder nahe hinter dem Rade keinen Abfall hat, so ist die Geschwindigkeit des entweichenden Wassers kleiner, weil hier ein Gegendruck vom Unterwasser dem Ausströmen entgegenwirkt. Setzt man die Strahldicke $AD = d_1$ und die Höhe AE des abfließenden Wassers gleich d_2, so ist aus bekannten Gründen $d_1 c = d_2 v$, und daher

Fig. 244.

$$d_2 = \frac{d_1 c}{v},$$

sowie der Niveauabstand

$$d_2 - d_1 = \frac{c - v}{v} d_1.$$

Hiernach folgt für diesen Fall die Geschwindigkeit des durch den Spielraum unter dem Rade entweichenden Wassers:

$$w = \sqrt{c^2 - 2g \frac{c - v}{v} d_1},$$

also der Wasserverlust:

$$Q_2 = e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2z}\right)^2 a\right] \sqrt{c^2 - 2g \frac{c - v}{v} d_1} \quad . \quad . \quad (6)$$

Dieser Ausdruck ist jedoch, wie der obere, noch mit einem Ausflußcoefficienten μ zu multipliciren, der wie beim Kropfrade, gleich 0,7 gesetzt werden kann. Noch etwas Wasser fließt durch den Spielraum von der Breite σ_1 zur Seite der Radkränze ab. Der Querschnitt des Wassers, welches auf diese Weise verloren geht, ist $d_1 \sigma_1$ zu setzen, und daher für den ersten Fall diese Abflußmenge:

$$Q_3 = 2 \mu d_1 \sigma_1 c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

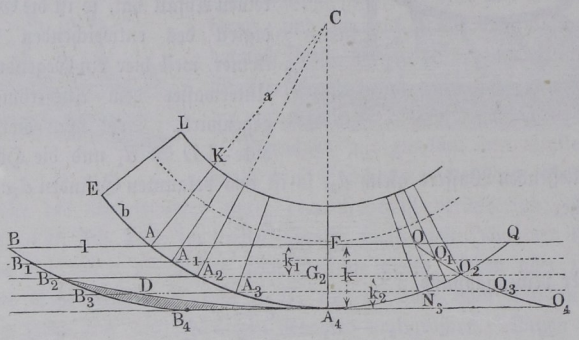
im zweiten aber:

$$Q_3 = 2 \mu d_1 \sigma_1 \sqrt{c^2 - 2g \frac{c - v}{v} d_1} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Das Wasserquantum, welches zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne zum Stoße zu gelangen, läßt sich, wenn auch nur annähernd, nach Gerstner auf folgende Weise ermitteln. Aus der Entfernung $AE = b$, Fig. 245, je zweier Schaufeln von einander ergiebt sich mit Hülfe der Geschwindigkeiten c und v des Wassers und des Rades, die Länge

$AB = A_1B_1 = A_2B_2$ u. s. w. derjenigen Wasserfäden, welche in dem Zwischenraume zwischen je zwei Schaufeln Platz finden, $l = \frac{c}{v}\, b$. Wenn nun von dem Wasserfaden AB das erste Element A die Schaufel AK in

Fig. 245.



A trifft, so wird das letzte Element B desselben diese in einem Punkte O treffen, dessen Entfernung AO von A bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\frac{AO}{v} = \frac{BO}{c}, \text{ oder } \frac{AO}{v} = \frac{AO}{c} + \frac{BA}{c},$$

es folgt hiernach:

$$AO = \frac{v}{c - v}\, BA = \frac{vl}{c - v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ebenso ist für tiefere Wasserfäden:

$$A_1O_1 = A_2O_2 = AO = \frac{vl}{c - v}.$$

Das letzte Element B_2 des Wasserfadens A_2B_2 trifft allerdings noch die Schaufel, dagegen das letzte Element B_3 eines tieferen Fadens A_3B_3 würde die Schaufel erst in O_3 erreichen, wo sich dieselbe in Folge ihrer Kreisbewegung aus der Bewegungsrichtung des Fadens A_3B_3 herausgezogen hat; es kann also dieses Element nicht zum Stoße gelangen. Aber nicht allein B_3, sondern ein ganzer Theil B_3D des Wasserfadens A_3B_3 kommt nicht zum Stoße, weil erst das Element D die Schaufel in N_3 erreicht. Die Länge A_3D desjenigen Theiles vom Wasserfaden A_3B_3, welcher noch zum Stoße gelangt, ist bestimmt durch Umkehrung der obigen Formel, indem man setzt:

$$A_3D = \frac{c - v}{v}\, A_3N_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Dies gilt für alle Wasserfäden zwischen $A_2 B_2$ und $A_4 B_4$, es ist daher auch der Inbegriff aller zwischen $A_2 B_2 D A_4 A_3 A_2$ liegenden und eine Schaufel stoßenden Wasserfäden, gleich $\frac{c-v}{v}$ mal der Summe aller Sehnen zwischen $A_2 O_2$ und A_4, d. i. $\frac{c-v}{v}$ mal dem Kreissegment $A_2 O_2 A_4$. Dieses Segment läßt sich aber zu $^2/_3 A_2 O_2 . A_4 G_2 = {}^2/_3 A O . A_4 G_2$ setzen; daher ist denn der Querschnitt der zum Stoße gelangenden Wassermenge

$$A_2 B_2 D A_4 = \frac{c-v}{v} {}^2/_3 \frac{v l}{c-v} A_4 G_2 = {}^2/_3 l . A_4 G_2 . \quad . \quad (9)$$

und hiernach das Verhältniß der zum Stoß gelangenden Wassermenge Q_1 zur ganzen Wassermenge Q:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } A B B_2 A_2 + \text{Fläche } A_2 B_2 D A_4}{\text{Fläche } A B B_4 A_4} = \frac{l k_1 + {}^2/_3 l k_2}{l k}$$

$$= 1 - \frac{k_2}{3 k} \quad . \quad . \quad (4)$$

wenn man die Höhen $F G_2$ mit k_1, $G_2 A_4$ mit k_2 und $F A_4$ mit $k = k_1 + k_2$ bezeichnet.

Ist ferner a der Halbmesser CA des Rades, so läßt sich, den Eigenschaften des Kreises zufolge, annähernd:

$$k = \frac{\overline{AF}^2}{2a} \text{ und } k_2 = \frac{\overline{A_2 G_2}^2}{2a},$$

folglich

$$\frac{k_2}{k} = \frac{\overline{A_2 G_2}^2}{\overline{AF}^2}$$

setzen.

Nun ist

$$A_2 G_2 = {}^1/_2 A O = {}^1/_2 \frac{v l}{c-v},$$

und

$$AF = {}^1/_2 A Q = {}^1/_2 z_1 b = {}^1/_2 z_1 \frac{v}{c} l,$$

wenn z_1 die Anzahl aller ins Wasser eingetauchten Schaufeln bezeichnet, daher folgt:

$$\frac{k_2}{k} = \frac{A_4 G_2}{A_4 F} = \frac{1}{z_1^2} \left(\frac{c}{c-v}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und endlich die stoßende oder Arbeit verrichtende Wassermenge:

$$Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3 z_1^2} \left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, je größer also auch die Zahl z der Schaufeln überhaupt, und, da die Schaufelzahl mit dem Radhalbmesser wächst, je größer die Radhöhe ist.

Beispiel. Wenn ein unterschlächtiges Rad im Schnurgerinne mit 3 Schaufeln ins Wasser eingetaucht ist, und halb so viel Geschwindigkeit hat als das ankommende Wasser, so beträgt bei demselben das Verhältniß der stoßenden Wassermenge zur ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = 1 - {}^1/_{27}\left(\frac{1}{1/_2}\right)^2 = 1 - {}^4/_{27} = {}^{23}/_{27} = 0{,}85 \text{ Procent};$$

es gehen also 15 Procent Wasser unbenutzt durch.

Anmerkung. Die obige Untersuchung setzt voraus, daß jedes Wasserelement, nachdem es gegen eine Schaufel gestoßen hat, dem folgenden Platz macht, damit dieses ebenfalls die Schaufel stoßen könne. Da nach dem in Thl. I Vorgetragenen jedes Wasserelement während seines Stoßes oder während seiner Wirkung gegen die Schaufel an dieser in die Höhe steigt, so möchte sich dieser Annahme nichts Wesentliches entgegensetzen lassen.

Wenn das Rad unmittelbar unter dem Fuße A_4 einen Abfall hat, so findet nur vor A_4F ein Stoß statt; deshalb ist dann statt Segment $A_2O_2A_4$ nur dessen Hälfte $= {}^1/_3 l A_4 G_2$ in Rechnung zu bringen, und

$$Q_1 = \left[1 - \frac{2}{3z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q \quad \ldots\ldots\ldots (11^a)$$

zu setzen.

§. 89. **Leistung unterschlächtiger Räder.** Wenn wir nun auf die im Vorstehenden gefundenen Wasserverluste und auch noch auf die Zapfenreibung Rücksicht nehmen, so können wir die effective Leistung eines unterschlächtigen Wasserrades mit ziemlicher Sicherheit bestimmen. Es ist nämlich:

$$L = Pv = \frac{c-v}{g} v\,(Q_1 - Q_2)\,\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv,$$

oder annähernd nach (5) und (11) des vorigen Paragraphen

$$Q_2 = \sigma e c = \frac{\sigma}{d_1} Q \text{ und } Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q$$

gesetzt,

$$Pv = \frac{c-v}{g} v \left[1 - \frac{\sigma}{d_1} - \frac{1}{3z_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,Gv \quad (12)$$

In dem Falle, wenn, wie in Fig. 246 abgebildet ist, die Sohle des Abzugsgrabens mit der des Schußgerinnes zusammenfällt, und daher das Wasser nach vollbrachter Wirkung, wo es die Geschwindigkeit v des Rades angenommen hat, mit der Tiefe $AE = d_2 = \frac{c}{v} d_1$ fortfließt, findet noch

eine hemmende Rückwirkung des Unterwassers gegen die Radschaufeln statt, deren mechanische Arbeit

$$L_1 = (d_2 - d_1)\, Q\gamma = \frac{c - v}{v}\, d_1\, Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

zu setzen ist, da hier die Druckhöhe d_1 in d_2 übergeht.

Dieser Verlust an Arbeit fällt um so größer aus, je größer die Differenz $c - v$ der Geschwindigkeiten und je größer die Dicke $AD = d_1$ des ankommenden Wasserstrahles ist; um auf diese Weise wenig an Leistung zu verlieren, müßte daher das Rad schnell umgehen, und das Wasser in einem breiten und dünnen Strahle zufließen. Wir können indessen diese Arbeit der Reaction nur als relativen Verlust der Wirkung des Rades ansehen, da in Folge dieses Aufsteigens des Wasserspiegels auch das Totalgefälle, von Wasserspiegel zu Wasserspiegel gemessen, um $d_2 - d_1$ und also auch die disponible Arbeit um $(d_2 - d_1)\, Q\gamma$ kleiner wird. Jedenfalls werden wir daher keinen beträchtlichen Fehler begehen, wenn wir bei der Berechnung auf diese Wirkung des Rades nicht Rücksicht nehmen.

Fig. 246.

Es ist nun noch die Frage, bei welchem Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Radgeschwindigkeit zur Wassergeschwindigkeit die Leistung des unterschlächtigen Rades am größten wird? Verhältnißmäßig ist hier der Verlust an Leistung, welchen das Rad durch die Zapfenreibung verliert, klein, man kann daher bei der Ermittelung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit die Zapfenreibung unberücksichtigt lassen, und findet aus (12) durch $\frac{\partial L}{\partial v} = 0$:

$$\frac{c - 2v}{g}\left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right) - \frac{c^2}{3gz_1^2}\,\frac{c - v + v}{(c - v)^2} = 0,$$

wonach man für die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v = \frac{c}{2}\left[1 - \frac{c^2}{3z_1^2\left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right)(c - v)^2}\right] \quad . \quad . \quad (14)$$

setzen kann.

Man ersieht hieraus, daß die Maximalleistung erlangt wird, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwas kleiner als die halbe Wassergeschwindigkeit ist.

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein unterschlächtiges Wasserrad im Schnurgerinne, welches bei 1 m Gefälle ein Auffschlagsquantum Q von 0,6 cbm benutzt? Die theoretische Wassergeschwindigkeit ist:

$$c = \sqrt{2gh} = 4{,}429 \text{ m},$$

die effective Geschwindigkeit des Wassers läßt sich aber gleich $0{,}95 . 4{,}429 = 4{,}208$ m annehmen. Setzen wir die Strahlhöhe $d_1 = 0{,}10$ m, so müssen wir die Mündungsweite

$$e_1 = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{0{,}6}{0{,}1 . 4{,}208} = 1{,}426 \text{ m}$$

und die Radweite $e = 1{,}47$ m in Anwendung bringen. Rechnen wir nun auf den schädlichen Raum die Weite $\sigma = 18$ mm; so erhalten wir den Verlust des Wassers durch den Spielraum des Rades im Gerinne:

$$\frac{\sigma}{d_1} = \frac{18}{100} = 0{,}18.$$

Geben wir ferner dem Rade den Halbmesser $a = 3$ m, so können wir es mit 48 Schaufeln, jede von 0,3 m Breite, ausrüsten, und annehmen, daß vom ganzen Radumfange der Theil

$$\frac{2\sqrt{d_1 . 2a}}{2\pi a} = \frac{1}{3{,}14}\sqrt{\frac{2 . 0{,}1}{3}} = 0{,}0822,$$

und von den sämmtlichen Radschaufeln $= 48 . 0{,}0822 = 3{,}95$ oder beinahe 4, ins Wasser eingetaucht sind. Hiernach ist nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit nach (14):

$$v = \frac{4{,}208}{2}\left(1 - \frac{c^2}{3 . 16 . (1 - 0{,}18)(c - v)^2}\right)$$
$$= 2{,}104\left[1 - 0{,}025\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right],$$

zu setzen. Sehr leicht findet man hieraus annähernd $v = 0{,}46\,c$. Bringen wir aber, wegen der Zapfenreibung, $v = 0{,}43\,c$ in Anwendung, so erhalten wir die effective Leistung des Wassers nach (12):

$$L_1 = \frac{0{,}57\,c . 0{,}43\,c}{9{,}81}\left[1 - 0{,}18 - \frac{1}{3 . 4 . 4}\left(\frac{1}{0{,}57}\right)^2\right] 600$$
$$= 0{,}0245 . 4{,}208^2 . 0{,}756 . 600 = 196{,}7 \text{ mkg}.$$

Wenn noch das Gewicht des Rades 3600 kg und der Durchmesser seiner Zapfen 90 mm beträgt, so erhält man bei einem Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ den Arbeitsverlust der Zapfenreibung:

$$L_2 = 0{,}1\,\frac{0{,}045}{3}\,3600 . 0{,}43 . 4{,}208 = 9{,}7 \text{ mkg},$$

daher die effective Leistung dieses Rades

$$L = 196{,}7 - 9{,}7 = 187 \text{ mkg} = 2{,}5 \text{ Pferdekräfte}$$

und hiernach den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{187}{0{,}6 . 1000 . 1} = 0{,}312.$$

§. 90. **Effective Leistungen.** Ueber die Leistungen unterschlächtiger Räder im Schnurgerinne sind nur Versuche an Modellen, und zwar

von de Parcieux, Bossut, Smeaton, Nordwall und Lagerhjelm u. s. w. bekannt. Die vorzüglichsten unter ihnen sind aber die von Smeaton und Bossut. Im Wesentlichen stimmen die Ergebnisse aller dieser Untersuchungen nicht allein unter sich, sondern auch mit der Theorie überein. Die Wirkungen der Räder wurden bei allen diesen Versuchen dadurch ermittelt, daß man durch sie mittelst einer Schnur, welche sich um die Welle des Rades wickelte, Gewichte heben ließ. Smeaton machte seine Versuche (siehe Recherches expériment. sur l'eau et le vent etc.) an einem kleinen Rade von 75 Zoll Umfang, mit vierundzwanzig 4 Zoll langen und 3 Zoll breiten Schaufeln. Das Hauptergebniß, zu welchem er gelangte, ist: der größte Wirkungsgrad eines unterschlächtigen Wasserrades im Schnurgerinne findet bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}34$ bis 0,52 statt, und beträgt 0,165 bis 0,25. Bossut gebrauchte bei seinen Versuchen ein Rad von 3 Fuß Höhe mit 48 oder 24 oder 12 Schaufeln von 5 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Breite. Er fand, ganz der Theorie entsprechend, die Wirkung bei 48 Schaufeln größer als bei 24, und bei 24 größer als bei 12; auch folgerte er, daß es zweckmäßig sei, circa 25° vom Radumfange oder $^{25}/_{360} \cdot 48 = {}^{10}/_{3}$, also mehr als drei Schaufeln ins Wasser eintauchen zu lassen. Aus den Versuchen Bossut's an dem Rade mit 48 Schaufeln stellt sich ein etwas größerer Wirkungsgrad heraus, als ihn die Smeaton'schen Versuche geben. Gerstner, welcher auch findet, daß die Bossut'schen Versuche mehr mit seiner Theorie übereinstimmen, als die von Smeaton, mißt diese Abweichung dem Umstande bei, daß das Rad von Smeaton eine kleinere Schaufelzahl hatte als das von Bossut, und daß bei demselben auch ein beträchtlicher Rückstau statt fand. Im Mittel läßt sich aus den Versuchen beider Experimentatoren für die effective Leistung eines solchen Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, setzen:

$$L = 0{,}61 \frac{c - v}{g} v Q \gamma = 62{,}2 \, (c - v) \, v Q \text{ mkg.}$$

Diese Formel ist jedoch, Erfahrungen zufolge, nur dann genügend, wenn der Spielraum 40 mm nicht übertrifft; außerdem hat man Fc statt Q, wo F den Inhalt des ins Wasser getauchten Flächenstücks der Schaufeln bezeichnet, und 0,76 statt 0,61; nach Christian (s. dessen Mécanique industr.) also

$$L = 0{,}76 \, F\gamma \frac{c - v}{g} cv = 77{,}5 \, (c - v) \, Fcv \text{ mkg}$$

zu setzen.

Uebrigens läßt sich auch aus allen diesen Versuchen folgern, daß die größte Wirkung, wie auch die Theorie giebt, bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse

$\frac{v}{c} = 0{,}4$ stattfindet, daß aber bei großen Geschwindigkeiten dieses Verhältniß etwas kleiner, und bei großen Wassermengen etwas größer ausfällt.

In Schweden angestellte Versuche an Modellrädern, eins von 3 und eins von 6 Fuß Durchmesser, jenes mit 72 und dieses mit 144 Schaufeln, werden in dem zweiten Bande des schon oben citirten Werkes von Lagerhjelm, Forselles und Kallstenius beschrieben. Ihnen zufolge stellt sich der Wirkungsgrad eines Rades im Schnurgerinne noch größer, nämlich ohne Rücksicht auf Reibung, 0,3 bis 0,35 heraus, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nahe $1/2$ ist. Da hier die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr groß war, so läßt sich erwarten, daß hier nur sehr wenig Wasser ohne Wirkung fortging, und es ist daher diese hohe Wirkung des Rades erklärlich und mit der Theorie in guter Uebereinstimmung.

Beispiel. Die empirische Formel $L = 62{,}2\ (c - v)\ Qv$ giebt für den im Beispiele des §. 89 behandelten Falle mit $c = 4{,}208$ m, $v = 0{,}43\ c = 1{,}809$ m und $Q = 0{,}6$ cbm die Leistung des Rades $L = 62{,}2 \,.\, 2{,}399 \,.\, 0{,}6 \,.\, 1{,}809 = 162$ mkg, während dort die theoretische Formel den Werth 199,7 lieferte.

§. 91. **Theilung der Wasserkraft.** Man vertheilt sehr oft eine vorhandene Wasserkraft auf mehrere Räder, nicht allein, weil ein Rad allein zu groß ausfallen würde, sondern auch, und zwar vorzüglich, um die Arbeitsmaschinen unabhängig von einander in Gang setzen zu können, und keine Stellvorrichtungen zum An- und Abschluß mehrerer Arbeitsmaschinen an einer und derselben Kraftmaschine nöthig zu haben. Bei dieser Theilung können zwei Fälle vorkommen, man kann nämlich entweder das Wasser, oder man kann das Gefälle theilen. Im Allgemeinen läßt sich annehmen, daß bei Druckrädern eine Theilung des Wasserquantums und bei Stoßrädern eine Theilung des Gefälles das Zweckmäßigere ist, denn wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß der Wirkungsgrad eines höheren oberschlächtigen Rades größer ist, als der eines kleineren oberschlächtigen oder gar mittelschlächtigen Rades, und umgekehrt können wir leicht ermessen, daß der Verlust durch den Stoß des Wassers und der durch den schädlichen Raum kleiner ist bei zwei hinter einander hängenden Rädern als bei zwei neben einander hängenden, weil im ersteren Falle die der verlorenen Wirkung entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{(c - v)^2}{2g}$ (s. Thl. I) und das Verhältniß $\frac{\sigma}{d_1}$ des schädlichen Raumes zur Wassertiefe kleiner ist, als im letzteren Falle. Bei mittelschlächtigen Kropfrädern, wo das Wasser durch Druck und Stoß wirkt und wo der Wasserverlust vorzüglich von $\frac{\sigma}{d_1}$ abhängt, ist im Allgemeinen

der Vorzug der einen Theilungsweise vor der anderen unbestimmt, und es muß einer besonderen Untersuchung überlassen bleiben, in jedem speciellen Falle den Vorzug der einen Theilung vor der anderen zu ermitteln. Im Folgenden möge nur noch von der Theilung der Wasserkraft unterschlächtiger Räder im Schnurgerinne die Rede sein.

Denken wir uns zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Schnurgerinne hängend, und nehmen wir an, daß das Wasser an dem zweiten Rade mit der Geschwindigkeit v_1 ankomme, mit welcher das erste Rad umgeht. Ist nun noch c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritte in das erste Rad und v_2 die Geschwindigkeit des zweiten Rades, sowie Q das Aufschlagsquantum für beide Räder und χ eine Erfahrungszahl (62,2), so hat man die Leistungen dieser Räder:

$$L_1 = \chi\,(c - v_1)\,v_1\,Q \text{ und } L_2 = \chi\,(v_1 - v_2)\,v_2\,Q.$$

Sollen nun beide Räder gleich viel leisten, so ist

$$(c - v_1)\,v_1 = (v_1 - v_2)\,v_2$$

zu setzen, und wenn man nun noch, um der Maximalleistung sehr nahe zu kommen, $v_2 = {}^1/_2 v_1$ annimmt, $(c - v_1)\,v_1 = {}^1/_4 v_1^2$ oder $c - v_1 = {}^1/_4 v_1$; hiernach

$$v_1 = {}^4/_5\,c \text{ und } v_2 = {}^2/_5\,c,$$

und die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 = 2\,\chi\,(c - {}^4/_5\,c)\,{}^4/_5\,c\,Q = {}^8/_{25}\,\chi c^2 Q$$
$$= 0{,}32\,\chi c^2 Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

während, wenn man nur ein Rad angewendet hätte, die Leistung

$$L = {}^1/_4\,\chi c^2 Q = 0{,}25\,\chi c^2 Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ausgefallen wäre. Hiernach stellt sich also bei der Anwendung zweier Räder ein Arbeitsgewinn von $32 - 25 = 7$ Procent heraus.

Bei Anwendung dreier Räder fiele dieser Gewinn noch größer aus. Für das dritte Rad ließe sich auch

$$L_3 = \chi\,(v_2 - v_3)\,v_3\,Q,$$

setzen, wo v_3 die Umfangsgeschwindigkeit dieses Rades bezeichnet. Machen wir nun wieder $v_3 = {}^1/_2\,v_2$, und bedingen wir wieder, daß das eine Rad so viel Leistung geben soll als das andere, so erhalten wir:

$$v_2 = {}^4/_5\,v_1 \quad \text{und} \quad c - v_1 = {}^4/_{25}\,v_1,$$

daher

$$v_1 = {}^{25}/_{29}\,c, \quad v_2 = {}^{20}/_{29}\,c, \quad v_3 = {}^{10}/_{29}\,c$$

und die Leistungen aller drei Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 3\chi\,(c - v_1)\,v_1 Q = 3\chi \cdot {}^4/_{29} \cdot {}^{25}/_{29}\, c^2 Q$$
$$= {}^{300}/_{841}\,\chi c^2 Q = 0{,}356\,\chi c^2 Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

es resultirt also in Hinsicht auf ein einziges Rad ein Arbeitsgewinn von 35,6 — 25 = 10,6 Procent.

Allerdings wird dieser Gewinn durch die größere Zapfenreibung wieder etwas vermindert.

Anmerkung. Wenn wir die Bedingung, daß die Räder in einem Schnurgerinne gleiche Leistung hervorbringen, fallen lassen, so stellt sich der Vortheil der Anwendung mehrerer Räder noch größer heraus. Denken wir uns bei Behandlung dieses Falles den Wasserverlust in einem genau, und längs drei bis vier Schaufeln concentrisch an das Rad anschließenden Schnurgerinne klein genug, um ihn ganz bei Seite setzen zu können. Dann erhalten wir für die Leistung des ersten Rades:

$$L_1 = \frac{c - v_1}{g}\, v_1 Q\gamma,$$

und die des zweiten:

$$L_2 = \frac{v_1 - v_2}{g}\, v_2 Q\gamma,$$

also die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = [(c - v_1)\, v_1 + (v_1 - v_2)\, v_2]\, \frac{Q\gamma}{g}.$$

Damit diese ein Maximum werde, ist zunächst $v_2 = {}^1/_2 v_1$ zu machen, und da sich hiernach

$$L = (c - {}^3/_4 v_1)\, v_1\, \frac{Q\gamma}{g}$$

herausstellt, wieder ${}^3/_4 v_1 = {}^1/_2 c$, also $v_1 = {}^2/_3 c$ und $v_2 = {}^1/_3 c$, daher

$$L = ({}^2/_3 \cdot {}^1/_3 + {}^1/_3 \cdot {}^1/_3)\, \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^1/_3\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}333\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein nur $0{,}250\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ und zwei Räder, bei gleicher Wirkung, $0{,}320\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben würden. Bei drei Rädern stellt sich der Vortheil noch größer heraus, hier ist nämlich $v_1 = {}^3/_4 c$, $v_2 = {}^2/_4 c$, $v_3 = {}^1/_4 c$, und daher die Wirkung aller drei Räder zusammen:

$$L = ({}^3/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^2/_4 \cdot {}^1/_4 + {}^1/_4 \cdot {}^1/_4)\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = {}^3/_8\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}375\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während für ein Rad allein $L = 0{,}250\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$, und für drei Räder von gleicher Wirkung, $L = 0{,}356\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ ist.

Für vier Räder stellt sich $v_1 = {}^4/_5 c$, $v_2 = {}^3/_5 c$, $v_3 = {}^2/_5$, $v_4 = {}^1/_5 c$, und

$$L = \frac{(4 + 3 + 2 + 1)}{25} \cdot \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^2/_5\, \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^4/_5\, Q h \gamma$$

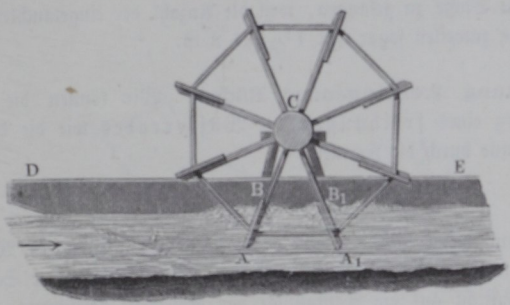
heraus, wenn h die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ bezeichnet. Für fünf Räder folgt

$L = {}^5/_6\, Qh\gamma$, und für n Räder $L = \frac{n}{n+1}\, Qh\gamma$, also für sehr viele Räder, $L = Qh\gamma$, während ein Rad L doch nur ${}^1/_2\, Qh\gamma$ giebt. Bloß vom theoretischen Gesichtspunkte aus betrachtet sieht man hiernach, daß viele Räder hinter einander beinahe das ganze Arbeitsvermögen ($Qh\gamma$) des Wassers in sich aufnehmen, während ein Rad allein nur halb so viel Arbeit (${}^1/_2\, Qh\gamma$) verrichtet, als das Wasser leisten kann.

Mehrere Räder neben einander leisten natürlich zusammen eben so viel als ein einziges.

Schiffmühlenräder. Noch hat man freihängende Räder, welche §. 92. nicht von einem Gerinne umschlossen sind, sondern in einem weiten Canale oder Flusse hängen, und deshalb nur einen Theil von der Breite des fließenden Wassers einnehmen. Es gehören hierher vorzüglich die sogenannten Schiffmühlenräder, deren Zapfen auf Kähnen oder Schiffen ruhen, die durch

Fig. 247.



eingeworfene Anker, angehängte Steine oder am Ufer befestigte Seile festgehalten werden. Zuweilen befindet sich nur das eine Angewelle auf einem Schiffe, während das andere zwischen zwei Säulen am Ufer festgehalten wird. Ruhen beide Zapfen auf Schiffen, so befindet sich die ausübende Maschine ebenfalls auf einem Schiffe, daher der Name Schiffmühle; ruht aber nur der eine Zapfen auf einem Schiffe, so nimmt die ausübende Maschine ihren Platz auf dem Lande ein.

Die Construction der Schiffmühlenräder weicht insofern in der Regel von der anderer Räder ab, als diese Räder oft mit gar keinem Kranze ausgerüstet, und ihre Schaufeln unmittelbar auf den Radarmen befestigt sind. Diese Räder sind nur 4 bis 5 m hoch und haben oft nur sechs Schaufeln; es ist jedoch besser, ihnen zwölf oder mehr Schaufeln zu geben. Die Schaufeln muß man sehr lang und breit machen, damit sie einen großen Wasserstrom aufnehmen, der ohnedies wegen seiner meist nur mäßigen Geschwindigkeit keine große lebendige Kraft besitzt. Die Länge der Schaufeln beträgt

2 bis 6 m und die Breite 0,4 bis 0,6 m. Es ist übrigens zweckmäßig, den Schaufeln nach außen 10 bis 20^0 Neigung gegen den Strom zu geben, sie mit Leisten einzufassen und nicht viel über die Hälfte ins Wasser eintauchen zu lassen.

Fig. 247 (a. v. S.) zeigt einen Theil einer Schiffmühle; AC ist das mit acht Schaufeln AB, A_1B_1 ... ausgerüstete Schiffmühlenrad und DE der Kahn oder das Schiff, auf welchem das eine Wellenende C ruht. Um das Biegen der Arme zu verhindern, sind dieselben mit einander durch Streben verbunden.

Zuweilen besteht eine Schiffmühle aus zwei Rädern, deren gemeinschaftliche Axe in der Mitte von einem einzigen Schiffe getragen wird.

Die Leistungen der Schiffmühlenräder sind aus doppelten Gründen kleiner als die der Räder, welche in Gerinnen hängen, denn es weicht hier nicht nur ein Theil des Wassers zur Seite der Schaufeln und unter denselben aus, sondern es geht auch hier ein größeres Wasserquantum durch das Rad, ohne zum Stoße zu gelangen, weil die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr klein, zuweilen sogar nur $1^1/_2$ bis 2 ist.

§. 93. **Leistung freihängender Räder.** Wir können die theoretische Leistung eines freihängenden Wasserrades wie die eines Rades im Gerinne durch die Formel

$$L = Pv = \frac{c - v}{g} vcF\gamma$$

ausdrücken, wenn wieder c und v die Geschwindigkeiten des Wassers und Rades, sowie F den Inhalt des eingetauchten Theiles einer Schaufelfläche (ohne Rücksicht auf die Aufstauung vor derselben) bezeichnet. Wegen der Wasserverluste müssen wir aber diesen Ausdruck noch durch einen Coefficienten multipliciren, dessen Werth wir nach Gerstner wenigstens theilweise bestimmen können. Ist die Zahl z_1 der eingetauchten Schaufeln nicht sehr klein, so haben wir auch hier wie bei den unterschlächtigen Rädern das wirklich zum Stoße gelangende Wasserquantum nach (11) in §. 88:

$$Q_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3 z_1^2 (c - v)^2}\right) Q;$$

ist sie aber klein, so trifft vielleicht schon der oberste Wasserfaden AB einer Zelle AD, Fig. 248, nicht vollständig die Schaufel AK vor ihm, es ist vielmehr nur ein Theil AN desselben, welcher noch zum Stoße gelangt. In diesem Falle findet ein Wasserverlust bei allen Wasserfäden statt, und es ist das Verhältniß des stoßenden Wasserquantums zum ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } ANN_1FA_1}{\text{Fläche } ABB_2FA_1}.$$

oder, da nach §. 88, Fläche $ANN_1FA_1 = \frac{c-v}{v}$ mal Segment AOF ist,

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{{}^2/_3 \frac{c-v}{v} AO}{AB} = {}^2/_3 \frac{c-v}{v} \frac{z_1 AD}{\frac{c}{v} AD} = \frac{2 z_1}{3} \frac{c-v}{c}.$$

Es ist also in diesem Falle die Leistung des Wasserrades:

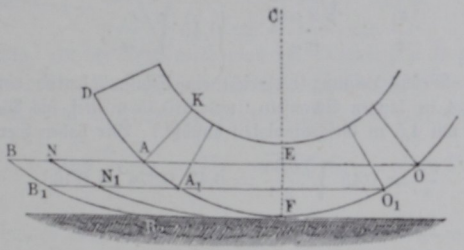
$$\text{I.} \quad L = \frac{c-v}{g} v \frac{2 z_1}{3} \frac{c-v}{c} Q\gamma = \frac{2 z_1}{3} \frac{(c-v)^2 v}{gc} Q\gamma$$

$$= {}^2/_3 z_1 \frac{(c-v)^2}{g} v F\gamma.$$

Die größte Leistung findet hiernach für $v = {}^1/_3 c$ statt, und beträgt:

$$L = {}^2/_3 z_1 \, {}^4/_{27} \frac{c^3}{g} F\gamma = \frac{8 z_1}{81} \frac{c^3}{g} F\gamma.$$

Fig. 248.



Setzt man noch $Fc = Q$, so erhält man:

$$L = \frac{8 z_1}{81} \frac{c^2}{g} Q\gamma = \frac{16 z_1}{81} \frac{c^2}{2g} Q\gamma,$$

und daher den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{16 z_1}{81},$$

z. B. für $z_1 = {}^3/_2$:

$$\eta = {}^{24}/_{81} = 0{,}296.$$

Die obige Formel I. findet jedoch keine Anwendung, wenn die Zahl der Schaufeln beträchtlich ist, denn sie setzt voraus, daß $AN < AB$, also:

$$\frac{c-v}{v} AO < AB \text{ oder } \frac{c-v}{v} < \frac{\frac{c}{v} AD}{z_1 AD},$$

d. i.

$$z_1 < \frac{c}{c - v}$$

sei. Ist nun z. B. $v = {}^1/_3\, c$, so erhält man zur Bedingung, daß $z_1 < {}^3/_2$ sei, ist aber $v = {}^1/_2\, c$, so folgt die Bedingung $z_1 < 2$ u. s. w. Es tritt also in dem Falle, wenn zwei oder mehr Schaufeln unter das Wasser tauchen, der eben abgehandelte Fall nicht ein, und es gilt dann die Formel für Räder im Gerinne auch hier, nämlich:

$$\text{II.} \quad L = \left(1 - \frac{c^2}{3\, z_1^2\, (c - v)^2}\right) \frac{c - v}{g}\, v c F \gamma.$$

Uebrigens läßt sich die Zahl z_1 der eingetauchten Schaufeln aus der Anzahl z aller Schaufeln leicht berechnen, wenn man den Radhalbmesser a und die Tiefe $EF = e_1$ der Eintauchung giebt, es ist nämlich:

$$\frac{z_1}{z} = \frac{AO}{2\pi a},$$

oder, da sich $AO = 2\,AE = 2\sqrt{2\,a e_1}$ setzen läßt,

$$\frac{z_1}{z} = \frac{\sqrt{2\,a e_1}}{\pi a} = 0{,}45 \sqrt{\frac{e_1}{a}}.$$

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein Schiffmühlenrad von 5 m Höhe und mit acht 4 m langen Schaufeln, welche 0,35 m tief ins Wasser tauchen, wenn letzteres mit 1,5 m Geschwindigkeit anstößt? Wir haben hier:

$$\frac{z_1}{z} = 0{,}45 \sqrt{\frac{0{,}35}{2{,}5}} = 0{,}45 \,.\, 0{,}374 = 0{,}168,$$

daher:

$$z_1 = 0{,}168 \,.\, 8 = 1{,}34,$$

und folglich die Formel:

$$L = {}^2/_3\, z_1\, \frac{(c - v)^2\, v F \gamma}{g}$$

in Anwendung zu bringen. Lassen wir nun das Rad mit 0,6 m Geschwindigkeit umgehen, so erhalten wir die in Frage stehende Leistung:

$$L = \frac{2}{3}\, 1{,}34\, \frac{0{,}9^2 \,.\, 0{,}6}{9{,}81}\, 4 \,.\, 0{,}35 \,.\, 1000 = 62{,}0 \text{ mkg}.$$

Giebt man diesem Rade 16 Schaufeln, um eine größere Leistung zu gewinnen, so hat man $z_1 = 2{,}68$, und daher nach der Formel II.:

$$L = \left(1 - \frac{1{,}5^2}{3 \,.\, 2{,}68^2 \,.\, 0{,}9^2}\right) \frac{0{,}9}{9{,}81}\, 1{,}5 \,.\, 0{,}6 \,.\, 4 \,.\, 0{,}35 \,.\, 1000 = 100{,}7 \text{ mkg}.$$

§. 94. **Versuche mit freihängenden Rädern.** Versuche über die Leistungen der Wasserräder im unbegrenzten Strome sind von Deparcieux, Bossut und Poncelet angestellt worden. Am ausgedehntesten sind die allerdings nur an einem Modellrade vorgenommenen Versuche von Bossut. Dieses Rad hatte eine Höhe von 0,975 m und enthielt 24 Schaufeln von

0,135 m Länge, welche 0,108 m tief in dem Wasser gingen, das eine Geschwindigkeit von 1,854 m besaß. Aus den Resultaten der Versuche berechnet sich der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c - v)^2}{g} vF\gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu geben, $\chi = 1{,}37$ bis $1{,}79$, dagegen der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{c - v}{g} vcF\gamma$$

zu multipliciren ist, um die effective Leistung zu erhalten, $\chi = 0{,}877$ bis $0{,}706$ (s. d'Aubuisson's Hydraulik, §. 352). Die Grenzwerthe des letzteren Coefficienten sind einander etwas näher als die des ersteren, da aber die Zahl der Radschaufeln 24 betrug, so ist es auch nicht anders zu erwarten, denn es findet hier jedenfalls die Formel II. des vorigen Paragraphen,

$$L = \left(1 - \frac{c^2}{3 z_1^2 (c - v)^2}\right) \frac{c - v}{g} vcF\gamma,$$

ihre Anwendung. In der Regel wird man die Schaufelzahl so groß machen, daß immer mindestens zwei Schaufeln ins Wasser tauchen, und daher die letzte Formel mit dem mittleren Coefficienten $\chi = 0{,}8$ anwenden, also

$$L = 0{,}8 \frac{c - v}{g} vcF\gamma = 81{,}5\ (c - v)\ cvF \text{ mkg}$$

setzen können.

Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Poncelet, welche derselbe an drei Rädern in der Rhone angestellt hat, überein. Diese Räder hatten $2\frac{1}{2}$ bis $2\frac{2}{3}$ m lange Schaufeln, welche $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ m tief im Wasser gingen, das $1\frac{1}{5}$ bis 2 m Geschwindigkeit besaß. Auch führt Poncelet noch eine Beobachtung von Boistard und eine andere von Christian an, welche beide gut hiermit übereinstimmen.

Nach den Versuchen von Bossut findet, ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie, die größte Wirkung statt, wenn das Rad mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}4\,c$ umgeht; auch hat Poncelet gefunden, daß bei den soeben besprochenen Rädern in der Rhone das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}4$ war.

Wenn wir in der obigen Formel $v = 0{,}4\,c$ einsetzen, so bekommen wir die effective Leistung:

$$L = 0{,}8 \frac{0{,}6 \cdot 0{,}4\, c^3}{g} F\gamma = 0{,}192 \frac{c^3}{g} F\gamma = 0{,}384 \frac{c^2}{2g} Q\gamma,$$

und also den Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}384.$$

Die Versuche Deparcieux's waren besonders darauf gerichtet, die vortheilhafteste Stellung der Schaufeln zu finden; aus ihnen folgt, wie aus denen von Bossut, daß eine Neigung von 60° gegen den Strom die vortheilhafteste ist.

Anmerkung. Es ist lange in Zweifel gezogen worden, welche von den Formeln

$$L = \frac{\varkappa\,(c-v)^2}{g}\,vF\gamma \quad \text{oder} \quad L = \frac{\varkappa_1\,(c-v)}{g}\,vcF\gamma$$

die richtigere sei; man hat jene die Parent'sche und diese die Borda'sche genannt. Wenn nun auch bei einem Rade im unbegrenzten Wasser nicht alles Wasser, welches gegen die Schaufeln anrückt, nach dem Stoße die Geschwindigkeit der Schaufeln annimmt, da dem Wasser Gelegenheit zum Entweichen am Umfange gegeben wird, so läßt sich doch bei dem großen Inhalte einer Schaufelfläche erwarten, daß wenigstens der größere Theil des Wassers bei dem Stoße gegen die Schaufel die Geschwindigkeit derselben annimmt, und aus diesem Grunde ist die größere Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Borda'schen Formel erklärlich. Die in §. 93 entwickelte Gerstner'sche Formel (I) stimmt mit der Parent'schen natürlich in der Form zusammen, denn die Parent'sche Formel ist ohne Coefficienten

$$L = \frac{(c-v)^2}{2g}\,vF\gamma,$$

und unter der Voraussetzung entwickelt, daß der Stoß durch die der relativen Geschwindigkeit $c - v$ entsprechende Geschwindigkeitshöhe gemessen werde. (Vergleiche Thl. I, wo die Stoßkraft zu $1{,}86\,\frac{c^2}{2g}\,F\gamma$ angegeben wird, wenn $v = 0$ ist.)

Beispiel. Für das Schiffmühlenrad, welches wir schon im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelt haben, ist $c = 1{,}5$, $v = 0{,}6$, $F = 4.0{,}35 = 1{,}4$, daher die effective Leistung nach Poncelet:

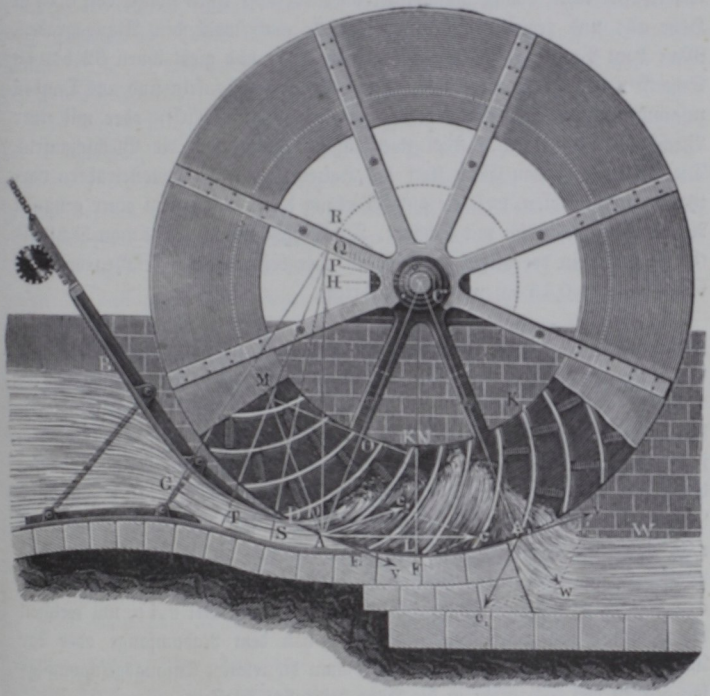
$$L = 0{,}8\,\frac{1{,}5 - 0{,}6}{9{,}81}\,0{,}6\,.\,1{,}5\,.\,1{,}4\,.\,1000 = 92{,}5 \text{ mkg},$$

während wir durch die theoretische Formel ein Mal bei 8 Schaufeln, 62,0 und ein zweites Mal bei 16 Schaufeln 100,7 mkg gefunden haben.

§. 95. **Ponceleträder.** Wenn man die Schaufeln unterschlächtiger Räder so krümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite derselben hinströmen und dadurch gegen dieselbe drücken kann, ohne einen Stoß hervorzubringen, so erhält man eine größere Leistung, als wenn das Wasser ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinkelig stößt. Solche Räder mit krummen Schaufeln heißen nach ihrem Erfinder Poncelet'sche oder

Ponceleträder. Sie sind besonders bei kleinen Gefällen (unter 2 m) von großem Nutzen, weil sie mehr leisten, als unterschlächtige Räder mit oder ohne Kropf. Bei größerem Gefälle werden sie jedoch von den mittelschlächtigen Kropfrädern in der Leistung übertroffen; auch ist, wie wir weiter unten sehen werden, in diesem Falle ihre Construction eine schwierigere, weshalb man sie bei Gefällen über 2 m nicht gern anwendet. Poncelet behandelt diese Räder in der besonderen Schrift: Mémoire sur les roues

Fig. 249.



hydrauliques à aubes courbes, mues par-dessous, Metz 1827, ausführlich. Ihre Einrichtung ist aus Fig. 249 zu ersehen, welche die untere Hälfte eines solchen Rades vorstellt. Man sieht in C die Axe und in AK, A_1K_1 u. s. w. Schaufeln des Rades; BD ist das geneigte Schutzbrett und TA der eintretende und an den Schaufeln AK und A_1K_1 hinauf- und herabsteigende Wasserstrahl, sowie W die Oberfläche des Unterwassers. Damit fast alles Wasser zur Wirkung gelange, muß dem Rade nur ein sehr enger Spielraum in dem Gerinne gelassen werden, und um die partielle

Contraction zu verhindern, wird die untere Kante des Schutzbrettes unten abgerundet. Damit ferner so wenig wie möglich lebendige Kraft durch die Reibung des Wassers im Zuflußgerinne verloren gehe, wird die Mündung ganz nahe an das Rad gerückt und das Brett gegen den Horizont geneigt; auch erhält wohl das Vorgerinne $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ Neigung, um dadurch den Verlust durch Wasserreibung in demselben wieder auszugleichen. In der Regel umgiebt man das Rad mit einem kreisförmigen Kropfe, welcher sich wenigstens auf zwei Schaufeltheilungen erstreckt, und damit das Rad nicht im Unterwasser wate, bringt man hinter diesem Kropfe einen Abfall von 0,15 m Höhe an, und erweitert zu diesem Zwecke auch wohl den Abzugsgraben. Man baut Ponceleträder von 3 bis 6 m Höhe und giebt ihnen 32 bis 48 Schaufeln von Blech oder Holz. Die hölzernen Schaufeln sind aus Dauben zusammenzusetzen wie eine Tonne, und außen zuzuschärfen oder mit einer Blechkante auszurüsten. Viel zweckmäßiger sind jedoch die Blechschaufeln. Die Anwendung von Eisen statt des Holzes ist bei den Ponceleträdern vorzüglich zu empfehlen, weil die gute Wirkung dieser Räder von einer genauen Ausführung wesentlich mit abhängt. Die Schutzöffnung macht man höchstens 0,3 m hoch, in der Regel, namentlich aber bei größeren Gefällen von 1,5 bis 2 m, nur 0,15 m, und noch niedriger.

§. 96. **Theorie der Ponceleträder.** Um eine möglichst große Wirkung von einem Ponceletrade zu erhalten, ist es nöthig, daß das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete. Ist $Ac = c$, Fig. 249, die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers und $Av = v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so erhält man in der Seite $Ac_1 = c_1$ des Parallelogramms $Avcc_1$, welches der Seite $Av = v$ und Diagonale $Ac = c$ entspricht, die Größe und Richtung der Geschwindigkeit des Wassers in Hinsicht auf das Rad. Wenn man daher die Schaufel AK tangential an Ac_1 anschließt, so wird das Wasser an ihr, ohne irgend einen Stoß auszuüben, mit der Geschwindigkeit c_1 in die Höhe zu steigen anfangen. Setzt man den Winkel cAv, um welchen die Richtung des ankommenden Wassers von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, gleich α, so hat man die relative Anfangsgeschwindigkeit des an den Schaufeln in die Höhe steigenden Wassers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

und für den Winkel $vAc_1 = \beta$, um welchen die Richtung der Schaufeln von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht,

$$\sin\beta = \frac{c\sin\alpha}{c_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Damit das Wasser nicht bloß in der Mitte A der Strahldicke, sondern in ganzer Höhe, also auch in D und E unter dem Winkel α in das Rad ein-

trete, muß es dem Rade in einem Kreisevolventenbogen GA zugeführt werden, dessen Grundkreis mit dem Rade einerlei Mittelpunkt C hat, und dessen Erzeugungslinie AH in A auf Ac oder auf der Bewegungsrichtung des Strahles bei seinem Eintritte in das Rad rechtwinkelig steht. Denn zieht man in dem der halben Strahlhöhe gleichen Abstande Aequidistanten zu diesem Evolventenbogen, so sind diese gleiche Evolventenbögen und schneiden den Radumfang in D und E unter demselben Winkel, wie der erstere in A. Um die der Axe des eintretenden Wasserstrahles entsprechende Evolvente zu construiren, schneide man auf dem Grundkreise beliebige Stücke HP, PQ u. s. w. ab, führe Berührungslinien durch die dadurch bestimmten Punkte P, Q ... und mache diese gleich der ersten Tangente AH plus dem zwischenliegenden Bogenstück HP, HQ u. s. w.

Das Wasser steigt, wie ein fester Körper, an der Schaufel mit abnehmender Geschwindigkeit in die Höhe, während es mit der Schaufel gleichzeitig noch die Umdrehungsgeschwindigkeit v besitzt. Auf einer gewissen Höhe angekommen, hat es seine relative Geschwindigkeit ganz verloren, und es fällt nun auf der Schaufel beschleunigt herab, so daß es zuletzt mit derselben Geschwindigkeit c_1 wieder am äußeren Ende A_1 ankommt, mit welcher es zu steigen anfing. Vereinigt man nun die relative Geschwindigkeit $A_1c_1 = c_1$ des bei A_1 austretenden Wassers mit der Umfangsgeschwindigkeit $A_1v = v$ durch das Parallelogramm der Geschwindigkeiten, so erhält man in dessen Diagonale $A_1w = w$ die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers. Diese Geschwindigkeit ist

$$w = \sqrt{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1 v \cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

und demnach die mechanische Arbeit, welche das abfließende Wasser behält und, ohne dem Rade mitgetheilt zu haben, mit sich fortnimmt:

$$L_1 = \frac{w^2}{2\,g}\,Q\gamma = \frac{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1 v \cos\beta}{2\,g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Zieht man nun diesen Verlust von der Leistung $\frac{c^2}{2\,g}\,Q\gamma$, welche das Wasser vermöge seiner lebendigen Kraft vor dem Eintritte in das Rad verrichten kann, ab, so bekommt man folgenden Ausdruck für die theoretische Radleistung:

$$L = \left(\frac{c^2}{2\,g} - \frac{w^2}{2\,g}\right) Q\gamma = \frac{c^2 - w^2}{2\,g}\,Q\gamma$$

$$= \frac{c^2 - c_1^2 - v^2 + 2\,c_1 v \cos\beta}{2\,g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

oder, da $c^2 = c_1^2 + v^2 + 2\,c_1 v \cos\beta$ ist, auch

$$L = \frac{2\,c_1 v \cos\beta}{g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

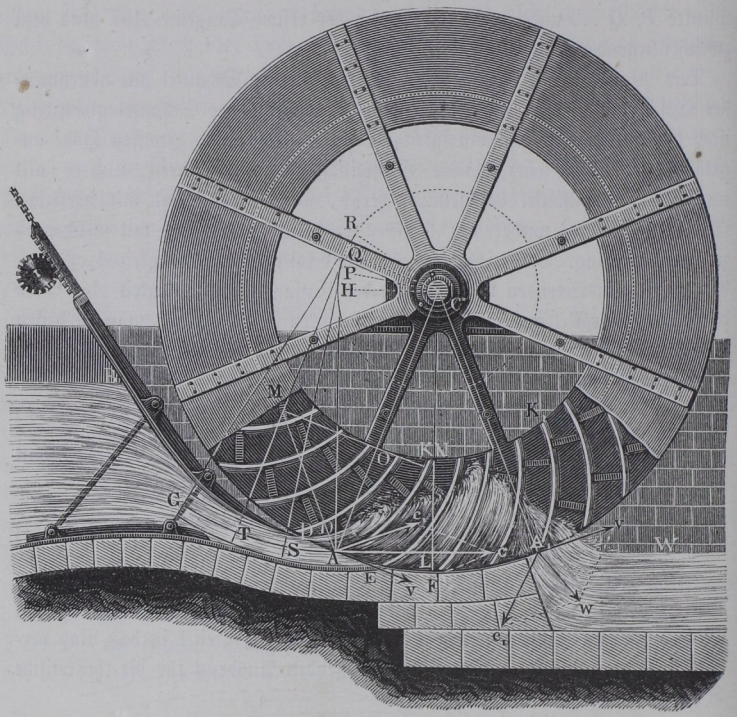
und es folgt, wenn man noch $c_1 \cos\beta = c\cos\alpha - v$ einsetzt, diese Leistung

$$L = 2v\,\frac{c\cos\alpha - v}{g}\,Q\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Man sieht nun leicht ein, daß für $v = {}^1/_2\, c\cos\alpha$ die Leistung am größten, und zwar

$$L = \frac{c^2\cos^2\alpha}{2g}\,Q\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Fig. 250.



wird, und daß der Arbeitsverlust sogar Null wäre, also die ganze disponible Arbeit

$$L = \frac{c^2}{2g}\,Q\gamma$$

gewonnen würde, wenn man $\cos\alpha = 1$, also $\alpha =$ Null hätte.

Wenn es auch nicht möglich ist, den Eintrittswinkel $\alpha =$ Null zu machen, so folgt doch wenigstens hieraus, daß man α nicht sehr groß (nicht über 20^0)

machen darf, um eine große Leistung zu erhalten, und es ist auch hiernach zu ersehen, daß man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nur wenig kleiner als die halbe Geschwindigkeit des zufließenden Wassers zu machen hat, um einen großen Wirkungsgrad des Rades zu erlangen.

Die senkrechte Höhe LN, zu welcher das Wasser aufsteigt, während es an den Schaufeln hingeht, wäre $\frac{c_1^2}{2g}$, wenn das Rad still stände; da es aber mit einer Geschwindigkeit v umläuft, so entsteht eine Centrifugalkraft, welche mit der Schwerkraft in nahezu gleicher Richtung wirkt und eine Acceleration p erzeugt, die sich $\frac{v_1^2}{a_1}$ setzen läßt, wenn a_1 den mittleren Radkranzhalbmesser, und v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Radkranzes oder die Geschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite bezeichnet. S. Thl. I. Es ist sonach zu setzen:

$$(g + p)\, h_1 = \frac{c_1^2}{2} \text{ oder } \left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right) h_1 = \frac{c_1^2}{2},$$

und daher die gesuchte Steighöhe:

$$h_1 = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Damit das Wasser nicht oben bei N überschlägt, ist nun nöthig, daß die Kranzbreite eine gewisse Größe $FN = d$ habe, welche bestimmt ist durch die Gleichung:

$$d = LN + FL = h_1 + CF - CL,$$

d. i.:

$$d = h_1 + a - a\cos ACF = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos\lambda),$$

wobei λ den Winkel ACF bezeichnet, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radtiefsten F absteht. Jedenfalls ist aber hierzu noch die Strahldicke d_1 zu addiren, weil die oberen Wasserfäden bei Annahme einer mittleren Geschwindigkeit im ganzen Strahle um diese Höhe höher steigen als die unteren Fäden. Wir setzen also die Kranzbreite:

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a(1 - \cos\lambda) \quad \ldots \quad (10)$$

Die Radweite läßt sich der Strahlbreite $e = \frac{Q}{d_1 c}$ gleichsetzen. Nimmt man den Fassungsraum $d e v_1$ des Rades 2- bis $2^1/_2$ mal so groß als das Aufschlagquantum Q an, so hat man die Gleichung:

$$dv_1 = 2\,d_1 c \text{ bis } 2{,}5\,d_1 c,$$

woraus sich die Strahldicke

$$d_1 = {}^2/_5\,\frac{d\,v_1}{c} \text{ bis } {}^1/_2\,\frac{d\,v_1}{c}$$

ergiebt. Da

$$\frac{v_1}{v} = \frac{a - {}^1/_2\,d}{a}$$

ist, so hat man auch:

$$v_1 = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) v,$$

und daher:

$$d_1 = {}^2/_5\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{d\,v}{c} \text{ bis } {}^1/_2\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{d\,v}{c},$$

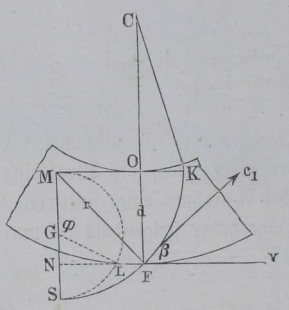
oder, $v = {}^1/_2\,c\cos\alpha$ gesetzt,

$$d_1 = {}^1/_5\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d\cos\alpha \text{ bis } {}^1/_4\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d\cos\alpha \quad . \quad (11)$$

Nach Morin ist $d = \frac{a}{3}$ bis $\frac{a}{2}$, also der Radhalbmesser a nur zwei- bis dreimal so groß zu machen als die Kranzbreite.

Ein anderes wichtiges Verhältniß ist nun noch die Bestimmung der Eintritts- und Austrittsstelle, oder die Größe des wasserhaltenden Bogens AA_1, den wir am besten auf beiden Seiten des Radtiefsten F gleichmäßig vertheilen. Die Länge dieses Bogens hängt von der Zeit ab, welche das Wasser zum Auf- und Absteigen an den Schaufeln nöthig hat. Um diese zu finden, muß aber die Gestalt und Ausdehnung der Schaufeln bekannt sein. Ist diese Zeit gleich t, so können wir setzen:

Fig. 251.



$$AA_1 = 2\,\lambda a = vt,$$

und sonach den Bogen, um welchen Ein- und Austrittspunkt (A und A_1) des Wassers vom Radtiefsten F abstehen:

$$\lambda = \frac{vt}{2\,a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Damit das Wasser, wenn es die höchste Stelle K, Fig. 251, auf der Schaufel erreicht hat, daselbst nicht überschlage, sondern an der Schaufel

wieder niederfalle, ist es nöthig, daß das innere Schaufelende K beim tiefsten Stande FK der Schaufel nicht überhänge, damit aber auf der anderen Seite die Schaufel nicht unnöthig lang ausfalle, ist nöthig, daß das Schaufelende K den inneren Radumfang nicht sehr spitz schneide; aus diesen Gründen ist ein verticaler Stand des inneren Schaufelendes beim mittleren Schaufelstande am zweckmäßigsten. Giebt man nun der Schaufel eine cylindrische Form, so erhält man das Centrum M ihres kreisbogenförmigen Durchschnittes, wenn man MF rechtwinkelig auf Fc_1 stellt und OM horizontal zieht. Aus der Radtiefe oder Kranzbreite $FO = d$ ergiebt sich der Krümmungshalbmesser $MF = KM = r$, da der Winkel $MFO = c_1Fv = \beta$ ist,

$$r = \frac{d}{\cos \beta} \quad \cdots \quad (13)$$

Die Zeit zum Hinauf- und Hinabsteigen des Wassers an dem Bogen FK finden wir wie die Schwingungszeit eines Pendels, indem wir statt der Acceleration der Schwere die Summe $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ aus der Acceleration g derselben und aus der mittleren Centrifugalacceleration $\frac{v_1^2}{a_1}$ einsetzen.

Für die Zeit, welche zum Hinaufsteigen des Wassers an dem Bogen von F bis K erforderlich ist, wurde in Thl. I die Formel gefunden:

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r}{g}}\,\varphi\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{h}{2r} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{h}{2r}\right)^2 + \cdots\right],$$

worin r die Länge des Pendels, hier $MF = MK$, ferner h die ganze Fallhöhe desselben bis zum tiefsten Punkte, hier MS ebenfalls gleich r, und φ den Centriwinkel LGM bedeutet, welcher dem wirklich durchlaufenen Raume FK in demjenigen Halbkreise entspricht, der über MS gezeichnet werden kann. Demgemäß erhält man die zu einem Aufsteigen und Absteigen erforderliche Zeit:

$$t = \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}\,\varphi\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{1}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots\right] = 1{,}187\,\varphi\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}} \quad \cdots \quad (14)$$

mit welchem Werthe der Winkel λ sich aus (12) ergiebt. Zur Bestimmung des Hülfswinkels $LGM = \varphi$ hat man die Gleichung:

$$\cos\varphi = -\frac{NG}{LG} = -\frac{r\cos\beta - {}^1/_2 r}{{}^1/_2 r} = 1 - 2\cos\beta$$

oder

$$\sin {}^1/_2\varphi = \sqrt{\cos\beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Um zunächst für die Wahl eines geeigneten Radhalbmessers a einen Anhalt zu haben, sei etwa als angemessen erachtet, den Wasserstrahl horizontal in das Rad einzuführen, d. h. also $\alpha = \lambda$ und zwar passend gleich 20^0 anzunehmen. Dann kann die aus (12) und (14) folgende Gleichung

$$\lambda = \frac{vt}{2a} = \frac{v}{a}\, 0{,}59\,\varphi \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

dazu dienen, den Halbmesser a abhängig von dem Gefälle h festzustellen, wenn man, für diesen Zweck nahe genug $v = v_1 = {}^1/_2 c = {}^1/_2\sqrt{2gh}$; ferner $a_1 = a$, $r = {}^1/_4 h$, $\varphi = \pi$ annimmt. Mit diesen Werthen erhält man

$$\lambda = 3{,}14\,\frac{20}{180} = 0{,}3491 = {}^1/_2\,\frac{4{,}429\sqrt{h}}{a}\,0{,}59\,.\,3{,}14\sqrt{\frac{{}^1/_4 h}{9{,}81 + {}^1/_4\,\frac{2\,.\,9{,}81 h}{a}}}$$

$$= 2{,}05\sqrt{\frac{h^2}{9{,}81\,a^2 + 4{,}905\,ah}}.$$

Aus dieser Gleichung folgt nach kurzer Reduction

$$a^2 + 0{,}5\,ah = 3{,}53\,h^2,$$

woraus

$$a = -0{,}25\,h + \sqrt{(3{,}53 + 0{,}0625)\,h^2} = 1{,}63\,h = rot\,1{,}6\,h \quad (17)$$

folgt.

Nimmt man die Strahldicke d_1 zunächst zur Bestimmung der Wassergeschwindigkeit c zu $d_1 = {}^1/_4 d = {}^1/_{16} h$ an, so erhält man die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers:

$$c = \mu\sqrt{2g\,(h - {}^1/_2 d_1)} = \mu\sqrt{2g\,.\,{}^{31}/_{32}\,h}$$
$$= 0{,}98\,\mu\sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

ferner die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades:

$$v = {}^1/_2\, c\,\cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

und die Umdrehungszahl:

$$n = \frac{30\,v}{\pi a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Der Schaufelwinkel β ist ferner durch die Formel

$$cotg\,\beta = cotg\,\alpha - \frac{v}{c\sin\alpha} = {}^1/_2\,cotg\,\alpha,$$

d. i. durch

$$tang\,\beta = 2\,tang\,\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

bestimmt.

Auch erhält man nun für die relative Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers mit Rücksicht auf (19) und (21):

$$c_1 = \frac{c\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v}{\cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

und wenn man annähernd

$$\frac{v_1^2}{a_1} = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \left(1 - \frac{h}{8\,a}\right)\frac{v^2}{a} = 0{,}9\,\frac{v^2}{a}$$

und in (10)

$$d_1 = {}^1/_{16}\,h = {}^1/_{16}\,\frac{a}{1{,}6} = 0{,}04\,a$$

setzt, so folgt die Radtiefe, schärfer bestimmt:

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + 0{,}9\,\frac{v^2}{a}\right)} + (1 - cos\,20^0)\,a$$

$$= {}^1/_2\,\frac{c_1^2}{g + 0{,}9\,\frac{v^2}{a}} + 0{,}1\,a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Damit das Wasser auch bei langsamerem Gange nicht überschlägt, setzt man noch 3 bis 10 Centimeter zu.

Die schärfer bestimmte Strahlhöhe ist nun:

$$d_1 = {}^1/_4\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)d\,\cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und die Radweite:

$$e = \frac{Q}{d_1\,c} = \frac{2\,Q}{d\,v_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Für die Schaufelkrümmung ist endlich der Halbmesser:

$$r = \frac{d}{\cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

und für den Hülfswinkel φ:

$$sin\,{}^1/_2\,\varphi = \sqrt{cos\,\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Mit Hülfe der Größen v, a, r und φ läßt sich dann λ nach (16) schärfer bestimmen.

Nimmt man den mittleren Abstand zweier Schaufeln von einander etwa gleich 0,3 m, so ergiebt sich endlich die Schaufelzahl

$$Z = \frac{2\pi a_1}{0{,}3} = 20\, a_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Beispiel. Man soll für ein Gefälle $h = 1{,}5$ m und für ein Aufschlagquantum $Q = 1$ cbm pr. Minute ein Ponceletrad anordnen und berechnen.

Nehmen wir $\alpha = \lambda = 20$ Grad an, so erhalten wir zunächst den Radhalbmesser $a = 1{,}6\, h = 2{,}4$ m, und setzen wir den Geschwindigkeitscoefficienten gleich dem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}90$, so ergiebt sich die mittlere Geschwindigkeit des bei A eintretenden Wassers nach (18):

$$c = 0{,}98 \,.\, 0{,}9 \,.\, 4{,}429 \sqrt{1{,}5} = 4{,}784 \text{ m},$$

ferner die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \tfrac{1}{2}\, c \cos 20^0 = 2{,}392 \,.\, 0{,}94 = 2{,}248 \text{ m},$$

und die Umdrehungszahl des Rades pro Minute:

$$n = \frac{30 \,.\, v}{\pi a} = \frac{30 \,.\, 2{,}248}{3{,}14 \,.\, 2{,}4} = 8{,}95 \text{ oder nahe 9 Umdrehungen.}$$

Für den Schaufelwinkel β ist:

$$tg\, \beta = 2\, tg\, \alpha = 2\, tg\, 20^0 = 2 \,.\, 0{,}3640 = 0{,}7280,$$

daher:

$$\beta = 36^0\, 3',$$

oder in runder Zahl, $\beta = 36$ Grad.

Die Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers ist:

$$c_1 = \frac{v}{\cos \beta} = \frac{2{,}248}{0{,}809} = 2{,}778 \text{ m}$$

und hiernach die erforderliche Radkranzbreite nach (23):

$$d = \tfrac{1}{2} \frac{2{,}778^2}{9{,}81 + 0{,}9 \dfrac{2{,}248^2}{2{,}4}} + 0{,}1 \,.\, 2{,}4 = 0{,}572 \text{ m}$$

wofür etwa 0,6 m zu nehmen sein dürfte.

Die Strahldicke ist nach (11):

$$d_1 = \tfrac{1}{4} \left(1 - \frac{0{,}6}{2 \,.\, 2{,}4}\right) 0{,}6 \,.\, 0{,}94 = 0{,}124 \text{ m},$$

und die Radweite nach (24):

$$e = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{1}{0{,}124 \,.\, 4{,}784} = 1{,}686 \text{ m}.$$

Der Halbmesser der Schaufelkrümmung mißt:

$$r = \frac{d}{\cos \beta} = \frac{0{,}6}{0{,}809} = 0{,}742 \text{ m},$$

und für den entsprechenden Centriwinkel φ hat man:

$$\sin \tfrac{1}{2} \varphi = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 36^0\, 3'} = 0{,}8992,$$

hiernach:

$$\tfrac{1}{2} \varphi = 64^0\, 4' \text{ und } \varphi = 128^0\, 8'.$$

Nun folgt genauer nach (16):

$$\lambda = \frac{e}{a}\, 0{,}59\, \varphi \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}} = \frac{2{,}248}{2{,}4} \cdot 0{,}59\, \frac{128{,}13}{180}\, 3{,}14 \sqrt{\frac{0{,}742}{9{,}81 + \frac{2{,}248^2}{2{,}4}}}$$

$$= 0{,}308 \text{ entsprechend } \frac{0{,}308}{3{,}14}\, 180 = 17^3/_4{}^0.$$

Nimmt man den Abstand zwischen je zwei Schaufeln, am äußeren Radumfange gemessen, zu 0,3 m an, so erhält man die erforderliche Schaufelzahl:

$$z = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 2{,}4}{0{,}3} = 50{,}2,$$

wofür der leichten Vertheilung wegen 48 zu setzen sein möchte.

Das disponible Arbeitsquantum ist:

$$L = Qh\gamma = 1500 \text{ mkg},$$

und die theoretische Leistung dieses Rades:

$$L_1 = \frac{c^2}{2g}\, cos^2 a\, Q\gamma = 0{,}051 \,.\, 4{,}784^2 \,.\, 0{,}94^2 \,.\, 1000 = 1032 \text{ mkg},$$

folglich der Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{1032}{1500} = 0{,}688.$$

Versuche an Ponceleträdern. Ueber die Leistungen der Ponceleträder hat Poncelet selbst Versuche angestellt; es sind dieselben in der oben citirten Abhandlung genau beschrieben und deren Resultate aufgezeichnet. Die ersten Versuche nahm Poncelet an einem Modellrade von $^1/_2$ Meter Durchmesser oder ungefähr $^1/_6$ der natürlichen Größe vor. Es war ganz aus Holz gefertigt und hatte zwanzig krumme Holzschaufeln von $2^1/_2$ mm Dicke, 65 mm Breite und 76 mm Länge. Die Wirkung dieses Rades bestimmte er wie Bossut, Smeaton u. A. mit Hülfe eines Gewichtes, welches durch einen sich um die Welle des Rades wickelnden Bindfaden aufgehoben wurde. Die größten Leistungen ergaben sich, der Theorie entsprechend, wenn die Radgeschwindigkeit 0,5 der Wassergeschwindigkeit war, und der Wirkungsgrad betrug in diesem Falle 0,42 bis 0,56; ersteres bei kleinerer, letzteres aber bei größerer Dicke des Wasserstrahles oder stärkerer Füllung der Zellen. Wenn man nicht das Gefälle, sondern die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers als maßgebend ansieht, so stellt sich der Effect 0,65 bis 0,72 heraus. Später hat Poncelet noch Versuche an einem Rade in natürlicher Größe mit einem Bremsdynamometer angestellt und ist dabei zu Ergebnissen gelangt, welche von den eben angeführten nur wenig abweichen. Dieses Rad hatte 11 Fuß (paris. Maß = 3,573 m) Durchmesser und dreißig blecherne Schaufeln von 2 mm Dicke. Die Radkränze waren, wie die Arme und Wellen, von Holz, und es betrug ihre Breite 14 Zoll (0,377 m), ihre Dicke 3 Zoll (80 mm), und die Entfernung §. 97.

derselben von einander, oder die Radweite 28 Zoll (0,75 m). Bei einer mittleren Druckhöhe von 1,3 m, einer Strahlhöhe von 0,2 m und einem Geschwindigkeitsverhältnisse von 0,52 stellte sich auch hier ein Wirkungsgrad von 0,52 heraus, der sich aber auf 0,60 steigert, wenn man die Geschwindigkeitshöhe statt des ganzen Gefälles einführt. Poncelet zieht aus seinen Versuchsresultaten folgende Folgerungen.

Das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ ist 0,55, kann aber 0,50 bis 0,60 betragen, ohne eine bedeutend kleinere Wirkung zu geben. Der Wirkungsgrad ist für Gefälle von 2 bis 2,3 m, $\eta = 0{,}5$; für Gefälle von 1,5 bis 2,0 m, $\eta = 0{,}55$, und für Gefälle unter 1,5 m, $\eta = 0{,}60$. Es berechnet sich hiernach die Nutzleistung zu:

$Pv = 122{,}3\ (c - v)\ vQ$ mkg für Gefälle von 2 bis 2,3 m
$Pv = 132{,}5\ (c - v)\ vQ$ „ „ „ „ 1,5 „ 2 „
$Pv = 142{,}7\ (c - v)\ vQ$ „ „ „ unter 1,5 m.

Noch giebt Poncelet einige Regeln für die Anordnung eines unterschlächtigen Wasserrades mit krummen Schaufeln, welche er ebenfalls aus seinen Beobachtungen folgert. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußeren Umfange gemessen, soll nur 0,20 bis 0,25 m, der Radhalbmesser aber soll nicht unter 1 und nicht über 2,5 m betragen; die Axe des Wasserstrahles soll dem Umfange des Rades unter einem Winkel von 24° bis 30° begegnen, und noch ungefähr 3° gegen den Horizont geneigt sein. Uebrigens soll der Abfall hinreichend hoch sein, damit das Wasser ungehindert aus dem Rade treten kann, und es darf der Spielraum des Rades im Kropfe nur 1 cm betragen. Einige dieser Verhältnisse sind jedoch nicht wesentlich, und andere lassen sich sicherer durch die Formel des vorigen Paragraphen ermitteln. Nach den Versuchen wächst noch der Wirkungsgrad mit der Strahldicke; da aber mit letzterem unter übrigens gleichen Verhältnissen die Füllung der Zellen zunimmt, so folgt noch die in gewissen Grenzen einzuschränkende Regel, daß die Füllung der Schaufeln eine große sein soll. Unter 0,1 m Höhe ist übrigens nach Poncelet die Strahlhöhe nie zu machen.

Später hat auch Morin Versuche an Ponceleträdern angestellt, hierzu drei hölzerne und ein eisernes Rad benutzt, und dabei ein Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Sie wurden vorzüglich in der Absicht gemacht, um den Nutzen eines neuen, von Poncelet vorgeschlagenen krummlinigen Wassereinlaufes zu erproben, nächstdem aber auch, um sich genauere Kenntnisse über den Einfluß der Dimensionsverhältnisse auf die Leistung zu verschaffen, da sich bei mehreren Ausführungen ergeben hatte, daß die Dimensionen der nach Poncelet's Regel construirten Räder zu klein waren, namentlich aber bei Abweichung von der mittleren Ge-

schwindigkeit des Rades eine zu kleine Leistung gaben, weil das Wasser innen überschlug (s. Comptes rendus, 1845, T. XXII, und polytechn. Centralblatt, Bd. VIII, 1846).

Die drei hölzernen Versuchsräder hatten 1,6 m, 2,4 m und 3,2 m, das eiserne Rad aber 2,8 m Höhe, die Schaufeln waren bei allen drei Rädern von Blech. Die ersten drei Räder hatten 0,4, das letztere aber 0,8 m Weite, und alle vier hatten eine Tiefe oder Kranzbreite von 0,75 m. Ein besonderer Uebelstand stellte sich bei den hölzernen Rädern dadurch heraus, daß sie wegen ihres kleinen Trägheitsmomentes sehr ungleichförmig gingen und eben dadurch viel Wasser nach innen verspritzten. Das kleinste Rad ging besonders sehr ungleichförmig und gab bei dem Gefälle von 0,45 bis 0,55 m, und wenn die Zellen mindestens zur Hälfte gefüllt waren, nur den Wirkungsgrad 0,485; bei größerem Gewichte würde es vielleicht 0,55 Wirkungsgrad gegeben haben. Bei dem mittleren Rade wurde dieser mit einem Gefälle von 0,75 m zu 0,60 bis 0,62 gefunden. An dem dritten Rade wurden Versuche bei verschiedenen Schaufelbreiten angestellt. Es zeigte sich, daß bei einem Gefälle von 0,56 m die Kranzbreite 0,43 m, und bei einem Gefälle von 0,7 m, die von 0,59 m noch zu klein war. Noch wurden an diesem Rade Versuche über die Wirkung des von Poncelet vorgeschlagenen (in §. 95 beschriebenen) Gerinnes angestellt, und damit nicht nur ein größerer Wirkungsgrad erlangt, sondern auch gefunden, daß der Fassungsraum bis $^3/_2$ herabsinken konnte, ehe das Wasser innen überschlug.

Was endlich noch die Versuche mit dem aus 42 Schaufeln bestehenden eisernen Rade betrifft, so wurden diese bei 1,2 bis 1,4 m Gefälle angestellt, wobei das Rad frei ging, sowie bei 0,9 m Gefälle, wobei es 0,36 m tief im Wasser watete. Bei den Schützenzügen von 0,15 m, 0,2 m, 0,25 m und 0,277 m betrugen die Maxima des Wirkungsgrades: 0,52; 0,57; 0,60 und 0,62; und bei Schwankungen der Umdrehungszahlen innerhalb der Grenzen 12 bis 21, 13 bis 21, 11 bis 20 und 12 bis 19 entfernten sich die Wirkungsgrade nur $^1/_{13}$, $^1/_{14}$, $^1/_{12}$ und $^1/_9$ von den Maximalwerthen. Aus den Resultaten dieser Versuche folgt, daß bei einem Rade mit dem gekröpften Einlaufe die Wirkung durch die Formel

$$Pv = 0{,}871 \frac{c^2 - v^2}{2g} Q\gamma$$

ausgedrückt werden kann, daß ferner das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}50$ bis 0,55 ist, daß das Wasser dieselbe Wirkung giebt, es mag der Unterwasserspiegel 0,12 m unter oder 0,20 bis 0,25 m über dem Radtiefsten stehen; daß endlich der Wirkungsgrad bis auf 0,46 herabsinkt, wenn das Rad 0,357 m tief oder mit der halben Kranzbreite im

Wasser watet. Der Hauptnutzen dieses neuen Gerinnes besteht nun darin, daß sich ein Rad mit diesem Gerinne in weiteren Geschwindigkeitsgrenzen bewegen kann, ohne viel von seiner Nutzleistung zu verlieren. Uebrigens findet Morin für Gefälle von 0,9 bis 1,3 m am angemessensten, die Kranzbreite der Hälfte des Radhalbmessers gleich und den Fassungsraum noch einmal so groß zu machen, als den Raum, den das Wasser eigentlich beansprucht, d. i. den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/2$ in Anwendung zu bringen.

Neuere Versuche sind auch von Marozeau an einem Ponceletrade mit drei Abtheilungen angestellt worden (s. Bulletin de Mulhouse 1846, oder polytechnisches Centralblatt, Jahrgang 1848). Dieses Rad hatte eine Höhe von 4,4 m, eine lichte Weite von 3.0,67 = 2 m und eine Kranzbreite von 0,75 m und nahm bei 1,5 m Gefälle pr. Secunde 500 bis 1000 Liter Aufschlagwasser auf. Der größte Wirkungsgrad wurde hier 0,669 gefunden, und zwar dann, wenn das Wasser in allen drei Abtheilungen zugleich floß. Der Wirkungsgrad wurde jedoch kleiner, wenn das Rad 0,1 m im Unterwasser badete.

Neuere und sehr interessante Versuche sind vom Herrn Capitain O. de Lacolonge an einem Ponceletrade in der Pulvermühle zu Angoulême (1847) angestellt worden (s. le Génie Industrielle par Armengaud Frères, Paris 1854). Dieses Rad hatte einen Halbmesser von 4,8 m, eine Weite sowie eine Kranzbreite von 1,00 m, und machte bei einer Leistung von 10 Pferdekräften circa zehn Umdrehungen pr. Minute. Der Wirkungsgrad dieses Rades stieg bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}579$, wobei das Gefälle 1,56 m und die Höhe der Schützenmündung 0,25 m betrug, auf 0,678. Das Wasser wurde dem Rade durch ein nach der Kreisevolvente construirtes Gerinne zugeführt und trat $26\frac{1}{2}$ Grad oberhalb des Radtiefsten so in das Rad ein, daß seine relative Bewegung auf der Schaufel in horizontaler Richtung begann. Der Füllungscoefficient war sehr klein, nämlich bei der vortheilhaftesten Wirkung, $\varepsilon = 1/3$. Die angegebene Leistung des Rades steigerte sich noch etwas (auf 0,755), wenn das Rad bis auf $1/3\,h$ unter dem Wasser watete; dieses Verhältniß, welches auf eine bessere Ausnutzung der Kraft hindeutet, hat man auch schon bei anderen mittelschlächtigen Rädern beobachtet (s. die Bremsversuche an einem Kropfrade von Hülße und Brückmann im polytechnischen Centralblatte, Jahrgang 1851).

§. 98. **Sonstige Wasserräder.** Man hat zuweilen auch noch andere verticale Wasserräder angewendet, welche sich keinem der eben abgehandelten Radsysteme beizählen lassen; namentlich giebt es noch sehr kleine Räder, welche kaum einige Fuß Höhe haben und durch den Druck oder Stoß des Wassers

in Bewegung gesetzt werden. Diejenigen, welche sich an die bereits abgehandelten Systeme noch am meisten anschließen, mögen hier noch ihren Platz finden, anderer aber wird aus besonderen Gründen erst in dem folgenden Capitel gedacht werden.

D'Aubuisson beschreibt in seiner Hydraulik kleine Stoßräder, wie *ACB*, Fig. 252, mit hohem Gefälle von 6 bis 7 m, welche in den Pyrenäen häufig angewendet werden. Diese Räder sind nur $2^1/_2$ bis 3 m hoch und haben vierundzwanzig etwas ausgehöhlte Schaufeln. Ihre Wirkung soll nach d'Aubuisson $^2/_3$ von der eines oberschlächtigen Rades bei gleichem Gefälle sein. Es ist übrigens die Leistung eines solchen Rades nach der oben entwickelten Theorie der Kropfräder zu berechnen, denn es sind diese Räder eigentlich nur Kropfräder mit einem großen Stoß- und

Fig. 252.

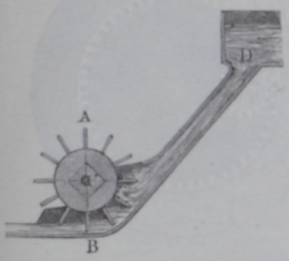
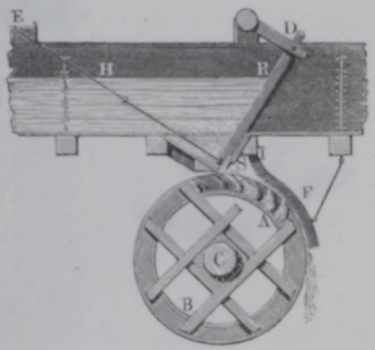


Fig. 253.



einem kleinen Druckgefälle. Um das Verspitzen des Wassers so viel wie möglich zu verhindern, wird das Rad in einen Kropf mit genau anschließenden Seitenwänden gehängt. Uebrigens läßt sich bei Anwendung mehrerer solcher Räder unter oder neben einander, wenn das Wasser von einem Rade auf das andere tritt, noch ein hoher Wirkungsgrad erlangen (s. §. 91). Auch kann man diese Räder noch niedriger und aus Eisen herstellen. In den Alpen kommen solche Räder bei Mühlen und Hammerwerken sehr häufig vor.

Ein oberschlächtiges Hammerrad mit einem großen Stoßgefälle ist in Fig. 253 abgebildet. Es ist *ERD* das Aufschlaggerinne, *SD* die Schütze, *ACB* das Rad und *F* ein Mantel um dasselbe, welcher das zu zeitige Austreten des Wassers verhindert.

Ein anderes Rad, Fig. 254 (a. f. S.), wird im „Technologiste", September 1845, und auch im polytechnischen Centralblatte, Bd. VII, 1846, beschrieben. Während bei obigen Rädern das Wasser vorzüglich nur

durch Stoß wirkt, bringt dieses seine Leistung nur durch Druck hervor. Dieses Rad wurde von dem Ingenieur Mary erbaut, und sein Wirkungsgrad wurde von Belanger bei 1,3 m Umfangsgeschwindigkeit, 0,75 bis 0,85, also sehr hoch gefunden. Es hat dasselbe nur einen aus Eisenblech gebildeten Kranz von 0,3 m Breite, 0,12 m Dicke und 2,28 m Durchmesser, und besteht aus sechs elliptischen, durch Rippen verstärkten Blechschaufeln. Uebrigens hängt dieses Rad in einem sehr genau anschließenden Gerinne, und an den Radkranz sehr nahe anschließende Eisenplatten DE sperren das Oberwasser O von dem Unterwasser U ziemlich genau ab, indem sich der Radkranz in dem zwischen diesen Platten befindlichen Spalte bewegt. Die Kraft, mit welcher ein solches Rad umgetrieben wird, ist jedenfalls das Pro-

Fig. 254.

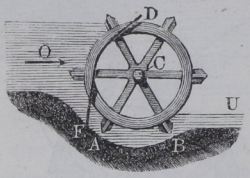
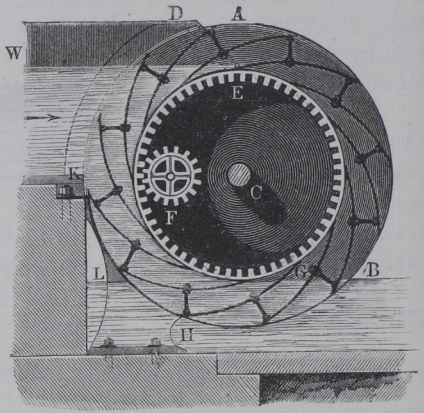


Fig. 255.



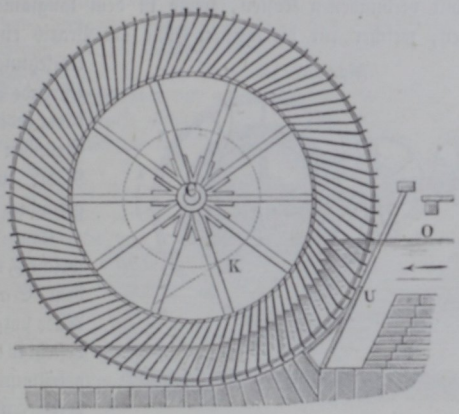
duct aus dem Niveauabstande beider Wasserspiegel, dem Querschnitte einer Schaufel, und der Dichtigkeit des Wassers.

Ein anderes ähnliches, jedoch noch vollkommeneres Rad ist das Zuppinger'sche, in Fig. 255. Dieses Rad hat nur einen Kranz AB und langgedehnte Blechschaufeln, welche entweder nur auf einer oder auf beiden Seiten des Kranzes aufsitzen, und ist mit einem eisernen Mantel $DEFGHK$ umgeben, welcher das Aufschlagwasser W dem Rade nicht allein von vorn, sondern auch von der Seite zuführt und dasselbe so lange im Rade zurückhält, bis die unterste Schaufel GH aus demselben hervortritt. Das bei W zutretende und innerhalb des Mantels im Rade niedersinkende Wasser fließt nun längs GH unter dem Unterwasserspiegel BL ab, und tritt dabei sein ganzes Arbeitsvermögen an das Rad ab. Bei der Herstellung eines solchen Rades ist dafür zu sorgen, daß die innere Radhöhe gleich dem Gefälle ausfalle, daß ferner die untere Mündung des Mantels der untersten Schaufel

entspreche und unter den Unterwasserspiegel falle, und daß der Spielraum zwischen dem Rade und dem Mantel möglichst klein sei. Ein solches Rad ist bei ganz kleinen Gefällen noch anwendbar, und giebt hierbei noch einen sehr hohen Wirkungsgrad (75 bis 80 Procent). S. Gewerbeblatt für Würtemberg 1855, auch polytechnisches Centralblatt 1855.

Ein in der neueren Zeit mehrfach zur Ausführung gekommenes unterschlächtiges Kropfrad ist das von Sagebien*) angegebene und nach ihm benannte Rad, welches durch die Skizze, Fig. 256, seiner wesentlichen Einrichtung nach dargestellt ist. Eigenthümlichkeiten dieses Rades sind der große Durchmesser, 9 m, die geringe Umfangsgeschwindigkeit $v = 0{,}6$ m, die große Schaufelhöhe und Schaufelzahl, $z = 90$, also die enge Theilung. Das

Fig. 256.



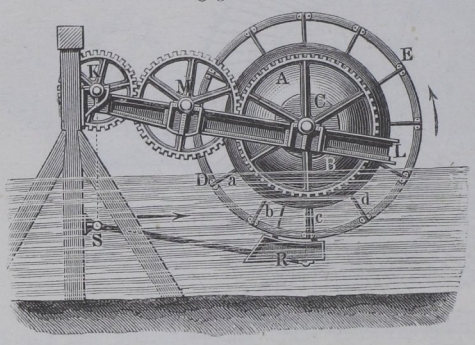
aus dem Obergraben O zufließende Wasser tritt über den Ueberfall U dem breiten Rade in großer Strahldicke also mit geringer Geschwindigkeit zu, so daß der mit dem Eintritte sonst verbundene Stoßverlust sehr klein ausfällt, und das Gefälle fast gänzlich als Druckgefälle zur Wirkung kommt. Um hierbei das Uebertreten des Wassers nach innen über die Schaufeln zu vermeiden, sind die letzteren nicht radial gestellt, sondern so gerichtet, daß sie den Kreis K tangiren, dessen Halbmesser bei dem gedachten Rade etwa 1,5 m beträgt. Damit der Wasserverlust durch den Zwischenraum zwischen Rad und Kropf möglichst gering ausfalle, ist dieser Zwischenraum so eng wie möglich zu machen, was natürlich eine sehr gute und solide Ausführung

*) Annales des Ponts et Chaussées. 1858.

bedingt. Das betreffende Rad arbeitete mit einem Gefälle von 2,424 m und machte dabei 1,277 Umdrehungen pro Minute. Der Wirkungsgrad dieses Rades wird von dem Erfinder zu 0,93 angegeben, eine Zahl, gegen deren Größe von Bach begründete Bedenken*) erhoben worden sind, insofern als bei der betreffenden Rechnung ein Zwischenraum zwischen Rad und Kropf von nur 5 mm zu Grunde gelegt worden ist, während er in Wirklichkeit bei den großen Dimensionen wohl kaum unter 15 mm auf die Dauer erhalten werden kann. Auch wird das Emporheben von Wasser durch die in schräger Richtung aus dem Unterwasser tretenden Schaufeln einen nicht unbeträchtlichen Verlust herbeiführen. Mit Rücksicht hierauf berechnet Bach an der angezeigten Stelle den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle zu 0,74.

Ein Uebelstand dieser Räder muß insbesondere in ihrem großen Gewichte und den damit verbundenen Kosten, sowie in dem langsamen Gange gefunden werden, welcher für die meisten Fälle der Praxis eine beträchtliche Umsetzung durch kraftzehrende Transmissionsräder bedingt. Aus diesen Gründen scheinen diese Räder wenig Eingang gefunden zu haben.

Fig. 257.



Eine Verbesserung, welche Zuppinger an dem Sagebien'schen Rade vorgenommen hat, besteht in der Anwendung gekrümmter Schaufeln, deren Enden radial gerichtet sind und in der Wahl einer größeren Umfangsgeschwindigkeit (1 m) des Rades. Den Wirkungsgrad dieser Räder giebt Grove zu 0,60 bis 0,65 an**).

Eine eigenthümliche Construction hat das schwimmende Wasserrad von Herrn Colladon in Genf. Dasselbe hängt wie ein Schiffmühlenrad im unbegrenzten Strome, und besteht in der Hauptsache aus einem auf dem Wasser schwimmenden Blechkessel AB, Fig. 257, auf dessen Umfange lange, unter einander durch eiserne Reifen DE verbundene Blechschaufeln $a, b, c, d \ldots$ festsitzen. Um die Umdrehungsbewegung dieses Rades auf eine festliegende Welle K zu übertragen, ist die Welle C desselben auf zwei um K drehbare

*) S. den Artikel von Bach, Ztschr. des Vereins deutsch. Ing. 1873.
**) S. Prechtl, Techn. Enc. Supplem.-Bd. 5.

Hebel, wie KL, gelagert, und die Wellen sind mit Zahnrädern ausgerüstet, welche entweder unmittelbar in einander eingreifen, oder durch ein drittes ebenfalls auf KL gelagertes Rad M auf einander wirken (vergl. §. 87). Um die Wirkung des an die Schaufeln b, c ... anschlagenden Wassers zu vergrößern, ist noch unter dem Rade ein Kropf R aufgehangen, welcher je nach dem Stande des Wassers mit dem Rade zugleich steigt und sinkt, so daß beide immer in derselben Tiefe unter dem Wasser bleiben. Die feste Welle K ist, wie die Axe S des Kropfes oder hängenden Gerinnes R, an zwei Paar Säulen befestigt. Man sieht, daß durch die Eintauchung des Radkörpers eine Querschnittsverminderung des Wasserstromes entsteht, welche eine für die Wirkung des Rades vortheilhafte Vergrößerung der Geschwindigkeit des stoßenden Wassers zur Folge hat.

Schlußanmerkung. Die Literatur über verticale Wasserräder ist allerdings sehr ausgedehnt; doch verdienen nur wenige Schriften über diese Maschinen eine größere Beachtung, da die meisten derselben nur oberflächliche und einige sogar ziemlich unrichtige Theorien über Wasserräder abhandeln. In Eytelwein's Hydraulik sind die Wasserräder nur ganz allgemein abgehandelt, Vollständigeres, namentlich über die Theorie unterschlächtiger Wasserräder, findet man in Gerstner's Mechanik. Ziemlich ausführlich, namentlich über die oberschlächtigen Wasserräder, handelt d'Aubuisson in seiner Hydraulique à l'usage des Ingénieurs. Navier handelt in seinen Applications de la Mécanique nur ganz allgemein von den verticalen Wasserrädern, ausführlicher aber in der von ihm besorgten Ausgabe vom ersten Bande der Architecture hydraulique von Bélidor. In dem deutsch unter dem Titel Lehrbuch der Anwendung der Mechanik erschienenen Cours de Mécanique appliquée von Poncelet wird die Theorie der Wasserräder in gedrängter Kürze, jedoch ziemlich gründlich abgehandelt. Ueber die Leistungen und Regeln zur Construction von Wasserrädern findet man auch das Nöthigste in Morin's Aide-mémoire de Mécanique pratique. In dem Treatise on Manufactures and Machinery of Great-Britain, of P. Barlow, ist wenig über Theorie, mehr über die Einrichtung der Wasserräder gesagt. Vollständige Beschreibungen und gute Zeichnungen von Wasserrädern findet man in Armengaud's Traité pratique des moteurs hydrauliques et à vapeur, sowie auch in den neueren Bänden seiner Publication industrielle. Gute Zeichnungen und Zeichnungen von Wasserrädern enthält auch die Maschinenkunde ꝛc. von Sebastian Haindl. Das vorzüglichste Werk über verticale Wasserräder ist aber Redtenbacher's Theorie und Bau der Wasserräder, welches mit 6 kleinen und 23 großen lithographirten Tafeln 1846 in Mannheim erschienen ist. Poncelet's und Morin's Memoiren über die Wirkungen verticaler Wasserräder (s. oben §. 95 und §. 73) bilden ein wichtiges Element in der Literatur über verticale Wasserräder. Von den kleinen Hammerrädern ist ausführlich die Rede in Tunner's Darstellung der Stabeisen- und Rohstahl-Bereitung, Grätz 1845. Von den Wasserrädern handelt auch Morin's Leçons de Mécanique, pratique, Part. II. Ebenso: Band II von Redtenbacher's Maschinenbau, Mannheim 1863, und Band I von Rühlmann's allgemeiner Maschinenlehre. Ein Wasserrad mit schrägen Schaufeln von Delnest ist beschrieben in Dingler's polytech. Journal Bd. 173.

Drittes Capitel.

Die Turbinen.

§. 99. **Turbinen.** Man bezeichnet mit diesem Namen eine Anzahl von Wasserrädern, in denen das Wasser vermöge seiner lebendigen Kraft, d. h. vermöge der Geschwindigkeit wirkt, welche es unter Einfluß seiner Gefällhöhe erlangt. Eine Gewichtswirkung des Wassers, wie sie vornehmlich bei den im vorhergehenden Capitel besprochenen verticalen Wasserrädern auftritt, wobei nämlich das Wasser direct durch sein Gewicht einzelne Zellen oder Gefäße niederzieht, findet bei den Turbinen nicht statt. Insofern auch bei den unterschlächtigen und Ponceleträdern das Wasser fast ausschließlich vermöge seiner Geschwindigkeit zur Wirkung kommt, läßt sich ein scharfer Unterschied zwischen diesen Rädern und den Turbinen nicht machen, insbesondere schließt sich die Wirkung des Wassers im Ponceletrade sehr eng derjenigen in gewissen Turbinen an.

Die lebendige Kraft des bewegten Wassers hat man schon seit langer Zeit dadurch nutzbar gemacht, daß man das aus größerer Höhe niederstürzende Wasser in einem Strahle gegen Schaufelflächen stoßen ließ, welche an einer drehbaren Axe befestigt waren. Solche Stoßräder, welche namentlich in Gebirgsgegenden ehedem in verschiedenen Ausführungen in Gebrauch waren, gaben wegen des mit dem Stoße verbundenen Verlustes immer nur einen geringen Wirkungsgrad, und daher werden derartige Räder heute nicht mehr, oder doch höchstens in solchen Ausnahmsfällen angewendet, in denen es bei überschüssig vorhandener Wasserkraft darauf ankommt, mit den einfachsten Mitteln und unbekümmert um den Wirkungsgrad eine Betriebskraft zu schaffen.

Dagegen sucht man bei allen neueren Turbinen ohne Ausnahme die Anordnung so zu treffen, daß zur Vermeidung des besagten Verlustes das Wasser ohne Stoß in das Rad eingeführt wird. Wenn dann ferner dafür gesorgt wird, daß das Wasser möglichst todt, d. h. mit thunlich kleinster Geschwindigkeit das Rad verläßt, so muß dasselbe den größten Theil seiner lebendigen Kraft während seines Durchganges durch das Rad an das letztere abgegeben haben, und zwar geschieht dies, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird, durch eine stetige Druckwirkung und ohne jeden Stoß. Die mit einer solchen Wirkung unvermeidlich verbundenen Verluste bestehen

daher außer in der geringen lebendigen Kraft, die das Wasser aus dem Rade mit herausnimmt, wesentlich nur in den Bewegungshindernissen, welche mit dem Durchgange des Wassers durch das Rad verbunden sind. Diese inneren Widerstände thunlichst gering zu machen und das Wasser mit der möglich kleinsten Geschwindigkeit aus dem Rade zu entlassen, ist daher neben dem Erforderniß einer stoßfreien Wassereinführung die Hauptbedingung jeder zweckmäßigen Turbinenausführung.

Die Turbinen werden meistens als horizontale, auf verticalen Axen befindliche Räder ausgeführt, obwohl man auch in einzelnen Fällen die Axen horizontal anordnet, wenn besondere Verhältnisse dies wünschenswerth machen. Im Folgenden soll, wenn nicht eine andere Voraussetzung besonders gemacht wird, immer eine verticale Axe der Turbine angenommen werden. Hinsichtlich der Richtung, in welcher das Betriebswasser durch das Rad geführt wird, unterscheidet man Axialturbinen von Radialturbinen, je nachdem das Wasser in der Richtung der Axe, also senkrecht zur Radebene, oder in dieser letzteren in radialer Richtung das Rad durchströmt. Die Radialturbinen heißen innere, wenn die Wasserführung von innen nach außen geschieht, während man unter äußeren Radialturbinen solche versteht, denen das Wasser im äußeren Umfange zugeführt wird.

Das Aufschlagwasser wird den Turbinen, eine verticalstehende Axe vorausgesetzt, meistens von oben zugeführt, doch kann ausnahmsweise die Zuführung auch durch ein gekrümmtes, von unten aufsteigendes Rohr geschehen, in welchem Sinne man von oberer und unterer Beaufschlagung spricht. Eine Turbine, welcher das Wasser ringsum auf dem ganzen Umfange der Eintrittsfläche zugeführt wird, heißt eine Vollturbine, im Gegensatze zu den Partialturbinen, d. h. denjenigen Rädern, welche nur an einem Theile des Eintrittsumfanges beaufschlagt werden. Die Bezeichnungen Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruck-Turbinen wählt man je nach dem mehr oder minder hohen Gefälle des Betriebswassers, ohne daß in dieser Hinsicht bestimmte Zahlen als scharfe Grenzwerthe angegeben werden können. Es mag nur bemerkt werden, daß Turbinen für alle möglichen Gefälle, von den kleinsten bis zu den größten, vortheilhaft ausgeführt werden können.

Die Aufstellung eines Turbinenrades kann eben sowohl unmittelbar über dem Unterwasser geschehen, in welchem Falle sich das Rad in der freien Luft dreht, wie auch andererseits eine vollständige Tauchung des Turbinenrades in das Unterwasser vorgenommen werden kann. Sehr häufig pflegt man, besonders bei höheren Gefällen, das Turbinenrad in größerer Höhe über dem Unterwasser aufzustellen, indem man das aus dem Rade tretende Wasser durch ein luftdichtes bis in das Unterwasser reichendes Rohr abführt, um auf diese Weise das unter dem Rade befindliche Gefälle nicht zu ver-

lieren. Hierbei wirkt nämlich die in dem besagten Rohre hängende, von dem Atmosphärendrucke getragene Wassersäule saugend, wodurch schon ausgesprochen ist, daß diese Unterwassersäule den Betrag der Wasserbarometerhöhe (10,336 m) nicht übersteigen darf.

Wenn der Oberwasserspiegel nur in geringer Höhe über dem Turbinenrade gelegen ist, so läßt man das Betriebswasser frei in das oben offene Turbinengehäuse eintreten, während man bei höherem Gefälle das Turbinengehäuse in Form eines oberhalb durch einen Deckel geschlossenen eisernen Behälters ausführt, dem das Wasser seitlich durch ein Ansatzrohr zugeführt wird und aus dessen Deckel die Turbinenwelle mittelst einer Stopfbüchse wasserdicht heraustritt. Für solche ganz in einem Rohre befindliche Turbinen gebraucht Rittinger den Namen Rohrturbinen.

In Betreff der Wirkungsweise des Wassers ist bei den Turbinen noch eine wichtige Unterscheidung in folgender Weise zu machen. Denkt man sich das Betriebswasser, dessen Gefälle h sein mag, dem Rade mit einer Geschwindigkeit c zugeführt, wie sie in Folge dieses Gefälles erreichbar ist, welche also, abgesehen von Nebenhindernissen, durch $c = \sqrt{2gh}$ ausgedrückt ist, so beruht die Wirkung dieses bewegten Wassers lediglich in der Umsetzung dieser erlangten Geschwindigkeit in Arbeit, indem das Wasser einen Druck auf die Schaufelflächen ausübt, welche in der Richtung dieses Druckes mit einer gewissen Geschwindigkeit ausweichen. Derartig construirte Turbinen nennt man schlechtweg Druckturbinen, auch wohl Strahlturbinen*), weil, wie sich später ergeben wird, bei ihnen das Wasser sich in Gestalt von Wasserstrahlen über die Schaufelflächen hin bewegt. Denkt man dagegen andererseits, das Wasser werde dem Rade mit einer kleineren Geschwindigkeit $c = \sqrt{2gh_c}$, entsprechend einer Geschwindigkeitshöhe h_c zugeführt, so wird dieses Wasser bei seinem Eintritte in das Rad außer dieser Geschwindigkeit c auch noch eine gewisse hydraulische Pressung besitzen, welche den Atmosphärendruck um eine Größe γh_p übertrifft, wenn γ das specifische Gewicht des Wassers (1000 kg) und $h_p = h - h_c = h - \frac{c^2}{2g}$ die sogenannte hydraulische Druckhöhe vorstellt, welche bekanntlich (s. I, Abschnitt VII, Capitel 1) gleich der um die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ verminderten hydrostatischen Druckhöhe ist. Diese hydraulische Pressung wird ebenfalls in mechanische Arbeit umgesetzt und an das Rad übertragen, indem diese Pressung, wie aus dem Folgenden sich ergeben wird, zur Beschleunigung der relativen Bewegung

*) S. Fink, Zur Theorie der Vollturbinen und der Strahlturbinen, Ztschrft. des Ver. deutsch. Ing., 1881.

des Wassers in dem Rade aufgewendet wird. Man nennt die diesbezügliche Wirkung des Wassers seine Reactionswirkung, und Turbinen dieser Art Reactionsturbinen, auch wohl Ueberdruckturbinen wegen des gedachten Ueberdrucks. Man kann sich zur Erläuterung die hydraulische Pressungshöhe h_p etwa als ein mit in das Turbinenrad übergegangenes Gefälle vorstellen, welches erst innerhalb des Rades zur Geschwindigkeitserzeugung benutzt wird, im Gegensatz zu den Druckturbinen, bei denen das ganze disponibele Gefälle dazu aufgewendet wird, dem Wasser schon vor seinem Eintritte in das Rad die zugehörige Geschwindigkeit zu ertheilen.

Aus dem Vorstehenden ist schon ersichtlich, daß es niemals möglich sein wird, das ganze vorhandene Gefälle h zur Reactionswirkung zu benutzen, da immer eine bestimmte Druckhöhe $h_c = \frac{c^2}{2g}$ zur Erzeugung der dem Wasser zu ertheilenden Einführungsgeschwindigkeit erforderlich ist, so daß als Reactionsdruckhöhe nur der Rest

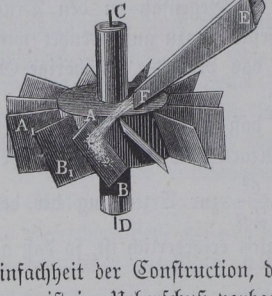
$$h_p = h - h_c$$

verbleibt. Von welchen Verhältnissen die Größe der Reactionswirkung abhängig ist, wird sich in der Folge zeigen. Hier mag vorläufig nur angeführt werden, daß die Zellenräume aller Reactionsturbinen stets gänzlich vom Wasser erfüllt sein müssen, weil das Wasser die in ihm vorhandene Pressung dem Charakter der Flüssigkeiten gemäß nach allen Richtungen gleichmäßig ausübt. Dagegen wird das Wasser bei den reinen Actions- oder Druckturbinen, für welche die Pressungshöhe $h_p = 0$ ist, ein Bestreben zum Ausfüllen der Radzellen nicht haben. Dasselbe wird vielmehr bei seiner Bewegung entlang einer Radschaufel an jeder Stelle genau denjenigen Querschnitt annehmen, welcher seiner relativen Geschwindigkeit daselbst entspricht; mit anderen Worten, das Wasser wird sich in Form eines zusammenhängenden Strahles an der Schaufel entlang bewegen. Eine vollständige Ausfüllung der Radzellen durch das Wasser findet daher bei den Druckturbinen im Allgemeinen nicht statt, man kann eine gänzliche Erfüllung der Canäle aber erreichen, wenn man den Schaufeln selbst derartige Abmessungen giebt, daß jeder der zwischen ihnen verbleibenden Zwischenräume genau mit demjenigen Raume übereinstimmt, welchen der durchpassirende Wasserstrahl einnimmt. Zu welchem Zwecke dies unter Umständen geschieht, wird sich in der Folge ergeben.

Stossräder. Die einfachsten, jedoch auch unvollkommensten horizontalen Wasserräder sind die sogenannten Stoßräder oder Stoßturbinen. Sie bestehen, wie ACD, Fig. 258 (a. f. S.), aus 16 bis 20 rechteckigen Schaufeln AB, A_1B_1 u. s. w., welche so auf den Radkörper aufgesetzt sind, daß §. 100.

sie 50 bis 70° Neigung gegen den Horizont erhalten. Das Wasser wird ihnen durch ein pyramidales Gerinne EF unter 40 bis 20° Neigung so zugeführt, daß es ziemlich winkelrecht auf die Schaufeln aufschlägt. Man wendet diese Räder bei 3 bis 6 m Gefälle in solchen Fällen an, wo es sich um eine große Umdrehungszahl handelt, wie z. B. bei Mahlmühlen. Dabei wird der Mühlstein oder Läufer direct auf die Welle des Rades gesetzt, so daß man in der einfachsten Art unter Vermeidung aller Zwischentransmissionen zum Ziele gelangt. Solche Räder, deren Wirkungsgrad nur sehr gering ist, finden sich nur noch hier und da in Gebirgsgegenden, z. B. in den Alpen, Pyrenäen und in Algier, unter Verhältnissen, wo es hauptsächlich auf möglichste Einfachheit der Construction, dagegen gar nicht auf ökonomische Verwendung der meist im Ueberschuß vorhandenen Wasserkraft ankommt. Man giebt den Rädern dann ungefähr 1,5 m Durchmesser und den Schaufeln 0,4 m Höhe in axialer Richtung und eine radiale Breite von 0,20 bis 0,25 m.

Fig. 258.



Zur Vergrößerung der Wirkung des Wassers hat man die Schaufeln derartiger Räder gekrümmt, um dem Wasser, welches sich nach dem Stoße gegen die Schaufel auf derselben mit einer gewissen Geschwindigkeit entlang bewegt, noch einen Theil der in ihm vorhandenen Kraft zu entziehen. Durch diese Krümmung wird (s. Thl. I, Abthl. VII, Cap. 9) das Wasser von seiner sonst geradlinigen Bahn abgelenkt und dadurch veranlaßt, einen Druck gegen die hohle Schaufelfläche auszuüben, in ähnlicher Weise, wie dies bei allen neueren Turbinen der Fall ist und im Folgenden näher untersucht werden soll.

Zu der Classe dieser Stoßräder mit krummen Schaufeln gehören auch diejenigen, welche die Franzosen rouets volants nennen, und über deren Wirkungen Piobert und Tardy Versuche angestellt haben*). Die Ergebnisse dieser Versuche an einem Rädchen, wie Fig. 259, von 1,5 m Durchmesser, 0,20 m Höhe und mit 20 gekrümmten Schaufeln waren bei einem Gefälle von 4,25 m zwischen dem Spiegel des Oberwassers und der unteren Radebene, und bei einem Aufschlage von 0,3 cbm pro Secunde folgende: Bezeichnet $c = \sqrt{2gh}$ die dem Gefälle entsprechende Geschwindigkeit des Wassers und v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so ergab sich der Wirkungsgrad η für

*) Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical etc. par Piobert et Tardy, Paris, 1840.

$$\frac{v}{c} = 0{,}72 \quad 0{,}66 \quad 0{,}56$$

$$\eta = 0{,}16 \quad 0{,}31 \quad 0{,}40.$$

Man nennt die vorstehend besprochenen Räder, bei welchen das Wasser vorzüglich durch Druck wirkt, indem es an gekrümmten Schaufeln niederfließt, Borda'sche Turbinen. Die Construction solcher Turbinen führt Fig. 260 vor Augen. Der Verfasser hat das Original als Umtriebsmaschine für sechs Amalgamirfässer und ein anderes zum Umtriebe eines Mahlganges zu Huelgoat in der Bretagne gesehen. Die krummen Schaufeln

Fig. 259.

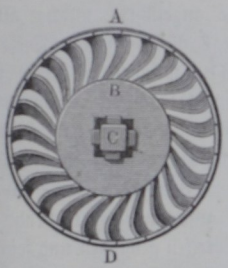
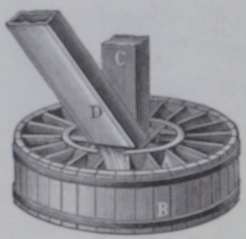


Fig. 260.



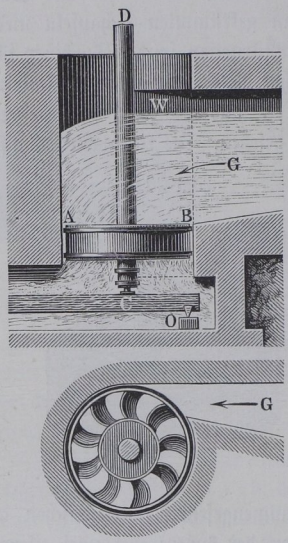
waren aus drei Buchenholzbrettchen zusammengesetzt, und zwischen aus Dauben zusammengesetzten Mänteln, wovon der äußere mit zwei eisernen Ringen umgeben war, eingesetzt. In Fig. 260 ist AB eine Schaufel, C die Welle und D der unter 45° geneigte Wassereinfallluten. Der Durchmesser des Rades betrug $1^1/_2$ m, die 20 Schaufeln dieses Rades waren 0,36 m lang und 0,44 m hoch. Uebrigens machte das Rad bei einem Gefälle von 5 m 40 Umdrehungen in der Minute.

Ueber die effectiven Wirkungen der Borda'schen Turbinen sind sichere Beobachtungen nicht bekannt. Borda giebt das Verhältniß der effectiven Leistung zur theoretischen 0,75 an.

Poncelet bemerkt sehr richtig, daß es zweckmäßig ist, den Rädern eine große Höhe und einen großen Durchmesser zu geben, und die Schaufeln weniger lang zu machen, also die beiden Mäntel oder Trommeln nicht weit von einander abstehen zu lassen. Durch die größere Radhöhe erlangt man ein kleineres Geschwindigkeitsgefälle, und daher auch kleinere Wasser- und Radgeschwindigkeiten, durch einen größeren Durchmesser erhält man eine kleinere Umdrehungszahl, und da bei einem größeren Rade bei gleichem Fassungsraume die Radweite eine kleinere sein kann, so erhält man auch dadurch kleinere Abweichungen in der Geschwindigkeit der neben einander niederfließenden Wasserfäden.

Zu den Rädern, bei welchen das Wasser mit Stoß eintretend an den gekrümmten Schaufeln niederfließt, gehören noch die Tonnen- oder Kufenräder, welche noch im südlichen Frankreich häufiger vorkommen und schon von Bélidor in seiner Architecture hydraulique beschrieben worden sind. Auch d'Aubuisson behandelt diese Räder ziemlich ausführlich in seiner Hydraulik. Endlich haben Piobert und Tardy in der oben angeführten Abhandlung die Resultate der von ihnen angestellten Versuche angeführt, welche allerdings keineswegs günstig sind. Diese Räder, Fig. 261, weichen in der Form von den oben betrachteten Stoßrädern der Fig. 259 nicht ab, sie haben jedoch nur 1 m im Durchmesser und nur neun krumme Schaufeln. Das aus zwei Stücken zusammengesetzte Rad ist mit eisernen Reifen gebunden und seine Welle CD ruht mit dem Spurzapfen C auf einem um O drehbaren Hebel, um die Welle sammt dem auf derselben sitzenden Mühlsteine heben und senken zu können, wie es zum Zwecke des Mahlprocesses erforderlich ist. Das Rad befindet sich nahe am Fuße eines cylindrischen 2 m hohen und 1,02 m weiten Schachtes AWB, welchem das Wasser durch ein tangential an das Rad angeschlossenes Gerinne G zugeführt wird. Letzteres verjüngt sich auf 3 bis 4 m Länge von seiner anfänglichen Breite von 0,75 m bis auf diejenige 0,25 m bei seiner Einmündung in die schachtförmige Radstube. Das mit großer Geschwindigkeit zufließende Wasser nimmt in der Radstube eine wirbelnde Bewegung an und wirkt dann stoßend und drückend gegen die Radschaufeln, indem es in deren Zwischenräumen nach unten strömt. Ein großer Theil des Wassers kommt dabei aber gar nicht oder nur unvollkommen zur Wirkung, indem er entweder in dem Zwischenraume zwischen Rad und Schacht entweicht, oder beim Durchgange durch die weiten Schaufelräume nicht hinreichende Gelegenheit hat, seine Kraft auszuüben. Aus diesem Grunde ist auch der Wirkungsgrad dieser Räder sehr klein. Bei den besseren Rädern in der Hospitalmühle zu Toulouse fanden Piobert und Tardy den Wirkungsgrad höchstens gleich 0,27, und zwar bei einem Gefälle von 3 m, einem Aufschlag von 0,45 cbm und einer Umdrehungszahl

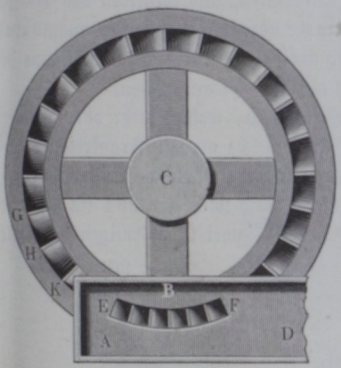
Fig. 261.



$n = 100$. War unter übrigens gleichen Verhältnissen $n = 120$, so stellte sich $\eta = 0{,}22$ und für $n = 133$ sogar nur $\eta = 0{,}15$ heraus. Die Räder in der sogenannten Basacle-Mühle gaben ihres schlechten Zustandes wegen höchstens einen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}18$.

D'Aubuisson berichtet, daß man bei neuen Ausführungen das Rad nicht in, sondern unmittelbar unter den Schacht gestellt und dafür etwas weiter gemacht hat, als diesen Raum; daß man auch das Zuführungsgerinne bedeutend abgekürzt und hierdurch den Effect um $^1/_3$ erhöht hat. Wenn man aber auch mit d'Aubuisson für diese Räder den Wirkungsgrad zu 0,25 annimmt, so erhält man doch eine viel kleinere Leistung als durch die oben betrachteten freistehenden Stoßräder, welche d'Aubuisson mit roues à buse bezeichnet.

Fig. 262.



Die Turbinen von Burdin, oder turbines à évacuation alternative, wie sie Burdin selbst nennt, sind die vorzüglichsten der hierher gehörigen Räder. Sie sind im Wesentlichen von den einfachen Borda'schen Turbinen nur dadurch verschieden, daß bei ihnen das Wasser an mehreren Punkten zugleich eintritt, und daß die Ausmündungen auf drei concentrische Kreise vertheilt sind. Die letztere Anordnung geschieht deshalb, damit das mit einer sehr kleinen absoluten Geschwindigkeit abfließende Wasser dem Rade keine Hindernisse in seiner Umdrehung entgegensetze. Das erste Rad dieser Art hat Burdin in der Mühle zu Pont-Gibaud ausgeführt, und in den Annales des Mines, III. Serie, T. III, beschrieben. Fig. 262 stellt einen Grundriß dieses Rades vor. ABD ist der unmittelbar über dem Rade stehende Speisebehälter, welcher auf der einen Seite mit dem Aufschlaggerinne in Verbindung steht und im Boden eine Reihe EF von Mundstücken hat, durch welche das Wasser in einer geneigten Richtung in das Rad eingeführt wird. Das um die Axe C umlaufende Rad besteht aus einer Reihe von Canälen, deren Einmündungen zusammen einen ringförmigen Raum $GHK\ldots$ bilden, welcher sich genau unter dem von den Mundstücken gebildeten Bogen EF bewegt, so daß das Wasser ungehindert aus diesen in jene eintreten kann. Die Canäle (franz. couloirs) laufen oben senkrecht, unten aber ziemlich horizontal und beinahe tangential und zwar in drei verschiedenen Kreisen aus; es befindet sich nämlich nur der dritte Theil sämmtlicher Ausmündungen dieser Canäle genau unter dem von den Einmündungen

gebildeten Ringe $GHK\ldots$, das andere Drittel, wie z. B. H, mündet aber innerhalb, und das dritte Drittel, wie z. B. K, mündet außerhalb des gedachten Ringes aus.

Durch die Versuche, welche an der Burdin'schen Turbine in Pont-Gibaud angestellt worden sind, hat sich bei einem Aufschlag Q von 0,0935 cbm und einem Gefälle h von 3,24 m ein Wirkungsgrad $\eta = 0{,}67$ herausgestellt. Die vorher zu demselben Zwecke angewendete Stoßturbine erforderte bei gleicher Leistung das dreifache Wasserquantum. Der Durchmesser dieses Rades betrug 1,4 m, die Höhe 0,4 m, und die Schaufelzahl 36.

Man kann auch nach dem Principe der Burdin'schen Turbinen verticale Wasserräder, wie DE, Fig. 263, construiren, und denselben das Wasser durch eine Röhre WA zuführen, welche nahe über dem Radtiefsten ausmündet. Zwei Räder sind hier nebeneinander auf derselben Axe angebracht, um die Wirkung des einseitigen Wasserdruckes auf die Axe aufzuheben.

Hier sind auch diejenigen Räder anzuführen, welche mehr oder weniger die Form eines umgestürzten Kegels haben, welche man in Frankreich roues à poires oder Danaides nennt und deren schon Bélidor in seiner Architect. hydr. erwähnt. Es besteht ein solches Rad nach Fig. 264 im Wesentlichen aus einer stehenden Welle CD und aus zwei kegelförmigen Mänteln

Fig. 263.

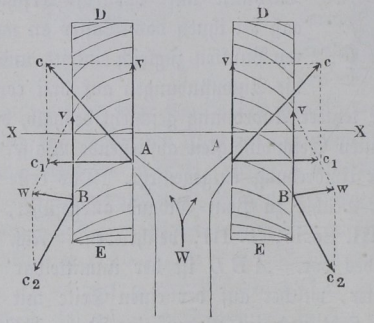
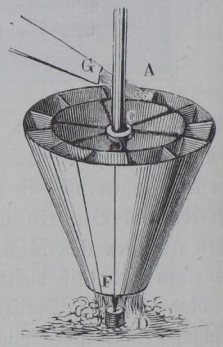


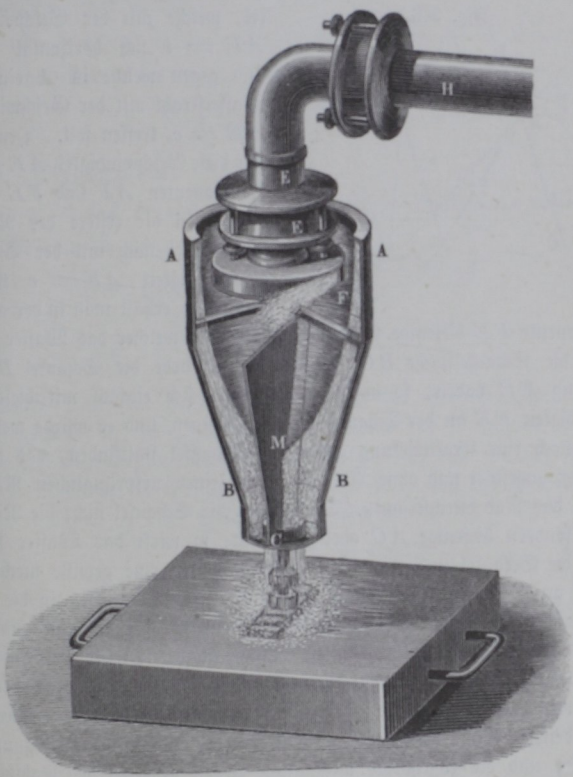
Fig. 264.



mit Scheidewänden, welche den hohlen Raum zwischen beiden Mänteln in von oben nach unten laufende Canäle theilen. Das Aufschlagwasser wird durch ein Gerinne G oben zu- und durch die Oeffnung F unten nahe an der Axe abgeführt, nachdem es die erwähnten Radcanäle durchlaufen hat. Bei der einfachsten Construction dieser Art sind die Scheidewände durch verticale ebene, bei anderen durch schiefe oder Schraubenflächen gebildet. Bei den Rädern, welche Bélidor beschreibt, fehlt übrigens der äußere Mantel ganz, wofür das Rad in einen conischen, ziemlich genau an die Schaufeln oder Scheidewände anschließenden Behälter gestellt ist.

Anmerkung. Das vorstehend beschriebene Rad ist auch unter dem Namen der Danaide von Burdin bekannt. Die ältere Danaide von Manouri d'Ectot hatte eine hiervon abweichende Construction, wiewohl sie im Princip mit dieser ziemlich übereinstimmte. Dieses Rad bestand aus einem Blechcylinder mit vertical und radial gestellten Scheidewänden und einer Ausflußöffnung in der Nähe der verticalen Drehaxe. Das Wasser wurde oben nahezu tangential eingeführt, ging durch den Zwischenraum zwischen der cylindrischen Trommel und

Fig. 265.



den Scheidewänden hindurch und traf zunächst die Innenfläche der Trommel, wodurch es dieselbe sammt dem ganzen damit verbundenen Apparate in Umdrehung setzte. Hierbei floß es allmälig auf den Boden herab und gelangte von da zur Ausflußöffnung. S. Dictionnaire des Sciences mathémat. par Montferrier, Art. Danaide.

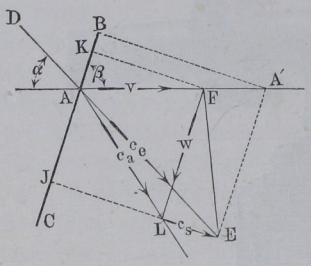
Man kann einer Danaide auch die Form eines durch eine verticale Scheidewand getheilten Gefäßes ABM nach Fig. 265 geben, wobei das Wasser durch eine gekröpfte Röhre HE zutritt und durch zwei Mundstücke F tangential in das

Rad ABC eingeführt wird, während es durch die Mündung C zum Austrage gelangt. Durch ein auf den unteren cylindrischen Theil B des Rades aufzusetzendes Triebrad läßt sich die Umdrehungskraft auf die Arbeitsmaschine übertragen.

Alle diese hier angeführten Räder sind unvortheilhaft und haben eine größere Verbreitung daher nicht gefunden.

§. 101. **Stosswirkung.** Die Art, wie das Wasser in den vorbeschriebenen Rädern durch Stoß zur Wirkung gelangt, ist wie folgt zu beurtheilen. Es sei BC, Fig. 266, eine ebene Schaufel, welche mit der Geschwindigkeit $AF = v$ sich horizontal bewege, und gegen welche in A ein freier Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit $AE = c_e$ treffen soll. Denkt man sich diese Geschwindigkeit AE in zwei Componenten AF und FE zerlegt, von denen die erstere der Richtung und Größe nach mit der Schaufelgeschwindigkeit $AF = v$ übereinstimmt, so erhält man in der anderen Componente FE diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser relativ gegen die Schaufelfläche BC sich bewegt. Würde die Schaufel BC die Richtung FE haben, so würde das Wasser sich einfach mit dieser Geschwindigkeit FE an der Schaufel entlang bewegen, und es würde weder ein Stoß noch eine Kraftwirkung gegen die Schaufel stattfinden, das Wasser vielmehr ungestört und ohne Ablenkung in seiner ursprünglichen Richtung DAE das Rad durchströmen. Da indessen die Schaufel nicht die Richtung FE, sondern diejenige AC oder FL hat, so wirkt das Wasser stoßend gegen die Schaufel und überträgt in Folge dessen eine gewisse mechanische Arbeit an dieselbe. Die Geschwindigkeit FE kann man sich in die beiden zu einander senkrechten Componenten FL parallel der Schaufel und LE normal zu derselben zerlegt denken. Während die Strecke $FL = w$ die relative Geschwindigkeit vorstellt, mit welcher das Wasser entlang der Schaufel sich bewegt, wird die dazu senkrechte Componente $LE = c_s$ durch den stattfindenden Stoß vernichtet, d. h. in Wirbel und Wärmebewegung verwandelt, und die zugehörige mechanische Arbeit geht für den beabsichtigten Zweck verloren. Das Wasser besitzt daher nach dem stattgehabten Stoße außer der Geschwindigkeit $AF = v$ mit dem Rade die relative Geschwindigkeit $FL = w$ in dem Rade, also eine absolute Geschwindigkeit $AL = c_a$, mit welcher es die Schaufel verläßt.

Fig. 266.



Jede Gewichtseinheit (Kilogr.) Wasser, welche der Eintrittsgeschwindigkeit c_e entsprechend ein Arbeitsvermögen $L_e = \frac{c_e^2}{2g}$ mit in das Rad hineinnimmt, ent-

führt demselben vermöge der Austrittsgeschwindigkeit $AL = c_a$ eine Wirkungsfähigkeit $L_a = \frac{{c_a}^2}{2g}$. Da nun durch den Stoß die Arbeit $L_s = \frac{{c_s}^2}{2g}$ vernichtet worden ist, so bestimmt sich die an das Rad abgegebene Arbeit einfach zu

$$L = L_e - L_a - L_s = \frac{{c_e}^2 - {c_a}^2 - {c_s}^2}{2g}.$$

Nach der Figur ist aber

$${c_e}^2 = {c_a}^2 + {c_s}^2 + 2\,c_a c_s \cos ALJ = {c_a}^2 + {c_s}^2 + 2\,c_s v \sin\beta,$$

so daß man hiermit die an das Rad abgegebene Leistung zu

$$L = \frac{2\,c_s v \sin\beta}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

erhält. Setzt man hierin

$$c_s = LE = JE - JL = c_e \sin(\alpha + \beta) - v \sin\beta,$$

so erhält man die Stoßwirkung:

$$L = 2\,v \sin\beta\, \frac{c_e \sin(\alpha + \beta) - v \sin\beta}{2g}$$

$$= v \sin\beta\, \frac{c_e \sin(\alpha + \beta) - v \sin\beta}{g} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Nimmt man eine bestimmte Neigung β der Schaufel gegen die Umdrehungsebene an, so erhält man für dieselbe das Maximum der Stoßwirkung L mit dem größten Werthe von $\sin(\alpha + \beta)$, d. h. für $\alpha + \beta = 90^0$, und es ist daher die Stoßwirkung für den Fall, daß das Wasser senkrecht zu der Richtung AC der Schaufel eingeführt wird:

$$L = v \sin\beta\, \frac{c_e - v \sin\beta}{g} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Um denjenigen Werth von v zu bestimmen, für welchen diese Leistung ein Maximum wird, findet man durch Differentiation nach v die Bedingung

$$c_e - 2\,v \sin\beta = 0,$$

d. h.

$$v = {}^1/_2\, \frac{c_e}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und zwar erhält man damit die Stoßwirkung

$$L = \frac{c_e}{2}\, \frac{c_e - \frac{c_e}{2}}{g} = {}^1/_2\, \frac{{c_e}^2}{2g} = {}^1/_2\, h \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

wenn unter $h = \frac{{c_e}^2}{2g}$ die zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit c_e erforderliche Gefällhöhe verstanden wird.

Man erhält also in diesem günstigsten Falle, d. h. unter einer zur Schaufel senkrechten Einführung des Wasserstrahles und bei einer Schaufelgeschwindigkeit v, deren Projection $v \sin\beta$ auf den Wasserstrahl gleich der halben Eintrittsgeschwindigkeit ist, nur die Hälfte der in dem Wasser enthaltenen lebendigen Kraft als nützliche auf das Rad übertragene Wirkung. Von diesem Zusammenhange erhält man auch durch die Zeichnung eine deutliche Vorstellung. Wenn nämlich in Fig. 267 die Eintrittsgeschwindigkeit $c_e = AE$ senkrecht zur Schaufelrichtung BC angenommen wird, und man giebt der Schaufel eine Geschwindigkeit $v = \frac{c_e}{2 \sin\beta} = AF$, welche man erhält, wenn man in der Mitte M von AE eine Senkrechte errichtet, so

Fig. 267.

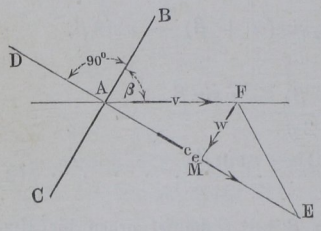
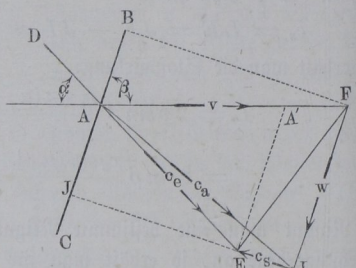


Fig. 268.



liefert die oben angegebene Zerlegung der Eintrittsgeschwindigkeit AE nach AF und FE in $ME = {}^1/_2 c_e$ die durch den Stoß verloren gehende Geschwindigkeit c_s, während die relative Schaufelgeschwindigkeit $FM = w$ zusammen mit der Radgeschwindigkeit $AF = v$ die absolute Austrittsgeschwindigkeit $AM = c_a = {}^1/_2 c_e$ ergiebt. Von der ganzen, jedem Kilogramm Wasser innewohnenden Arbeitsfähigkeit $\frac{{c_e}^2}{2g}$ wird daher $^1/_4$ durch den Stoß aufgezehrt und $^1/_4$ von dem Wasser aus dem Rade entführt, so daß nur die Hälfte der lebendigen Kraft an das Rad abgegeben wird, vorausgesetzt, daß von allen sonstigen Bewegungshindernissen abgesehen wird.

Wenn die oben angegebene Zerlegung der Geschwindigkeit $c_e = AE$ in Fig. 268 neben der Geschwindigkeit $AF = v$ eine Componente liefert, welche wie FE gegen die Schaufel BC hin gerichtet ist, so ist dies ein Zeichen, daß nunmehr nicht das Wasser gegen die Vorderfläche der Schaufel, sondern vielmehr die Schaufel mit ihrer Rückfläche gegen das Wasser trifft, und daß daher nunmehr keine Leistung an das Rad übertragen, sondern von dem letzteren eine Arbeit verrichtet werden muß. Die Größe dieses Arbeitsbetrages ist ebenfalls durch die

Gleichung (2) bestimmt, wie sich unmittelbar aus der Figur ergiebt. Der Arbeitsbetrag L wird nämlich nicht nur zur Ueberwindung des Stoßwiderstandes $\frac{c_s^2}{2g}$, sondern auch dazu verwendet, die absolute Eintrittsgeschwindigkeit $AE = c_e$ in die absolute Austrittsgeschwindigkeit

$$AL = c_a = \sqrt{c_e^2 + c_s^2 + 2\,c_s . EJ}$$

zu verwandeln, so daß die ganze von dem Rade auszuübende mechanische Leistung sich wie oben zu:

$$L = c_a^2 - c_e^2 + c_s^2 = 2\,c_s\,(c_s + EJ) = 2\,c_s v \sin\beta\,. \quad (1)$$

ermittelt. Dieser Fall liegt bei den Wurfrädern vor, bei welchen die Schaufeln durch ihre Drehung dem Wasser eine gewisse Geschwindigkeit c_e zu ertheilen haben, vermöge dessen dasselbe auf die Höhe $\frac{c_e^2}{2g}$ emporsteigen kann.

In jedem Falle, mit Ausnahme des zur Schaufel senkrechten Wassereintritts der Fig. 267, ist mit einer Wirkung des Wassers auf die Schaufel oder der Schaufel auf das Wasser eine Ablenkung des letzteren von seiner geradlinigen Bewegung DA in die Richtung AL verbunden, und man sieht aus der Fig. 266 und 268, daß der hohle Winkel DAL oder die concave Seite des absoluten Wasserweges dem ankommenden Wasser, Fig. 266, zugewendet oder nach der Bewegungsrichtung der Schaufel, Fig. 268, gekehrt ist, je nachdem die treibende Wirkung von dem Wasser oder von der Schaufel ausgeht.

Grundbedingungen für Turbinen. Der geringe Effect des gegen die Radschaufeln stoßenden Wassers, welcher nach dem vorigen Paragraphen im günstigsten Falle und unter Vernachlässigung aller Nebenhindernisse nur zu $^1/_2$ des vorhandenen Arbeitsvermögens ermittelt wurde, läßt von vorn herein alle Stoßräder als unvortheilhaft erscheinen. Der Grund dieser geringen Wirkung wurde ebenfalls im Vorstehenden in zwei Umständen erkannt. Erstens wird durch den Stoß selbst ein beträchtlicher Theil des Wirkungsvermögens vernichtet, und zweitens wird dem Rade durch die Geschwindigkeit des austretenden Wassers ein anderer Theil von mechanischer Arbeit entzogen. Der erstere, durch die Stoßwirkung veranlaßte Effectverlust läßt sich durch geeignete Wahl der Schaufelgeschwindigkeit v fast gänzlich vermeiden; er könnte vollständig beseitigt werden, wenn man die Schaufeln als Flächen von unendlich geringer Dicke ausführen könnte. Da diese Schaufeln aber immer eine gewisse, wenn auch geringe Stärke haben, so läßt sich auch der Stoßverlust niemals gänzlich beseitigen. In welcher Art dieser Einfluß der Schaufeldicken zu beurtheilen ist, soll weiter unten näher untersucht werden, vorläufig sei von der Dicke der Schaufelbleche abge- §. 102.

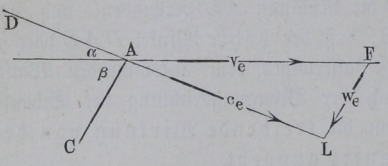
sehen. Unter dieser letzteren Voraussetzung kann man in der That von einem völlig stoßfreien Eintritte des Wassers in das Rad sprechen, welchen man nach dem Vorstehenden erreicht, wenn man die Schaufel AC in Fig. 266 und 268 in diejenige Richtung FL stellt, welche die zweite Componente der in die Schaufelgeschwindigkeit $v_e = AF$ und diese Componente zerlegten Eintrittsgeschwindigkeit c_e hat. Diese Bedingung des stoßfreien Eintritts ist eine für alle Turbinen ohne Ausnahme zu erfüllende Grundbedingung, welche sich nach Fig. 269 durch die Gleichungen ausdrückt:

$$\frac{v_e}{c_e} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$\frac{w_e}{c_e} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

wenn wieder α und β die Neigungswinkel des eintretenden Wassers und der Schaufel gegen die Bewegungsrichtung der letzteren und w_e die relative Geschwindigkeit des Wassers auf der Schaufel beim Eintritte in das Rad, sowie v_e die Radgeschwindigkeit an der Eintrittsstelle bedeuten.

Fig. 269.



Der andere Theil des Verlustes, welcher durch die dem Wasser bei dem Verlassen des Rades innewohnende Geschwindigkeit entsteht, würde zu seiner vollständigen Beseitigung erfordern, daß das Wasser seine absolute Geschwindigkeit auf Null herabsetzte. Diese Bedingung ist natürlich nicht zu erfüllen, weil zu einem stetigen Betriebe der Turbine jedes zur Wirkung gekommene Wassertheilchen auch stetig aus dem Rade entfernt werden muß, um den folgenden Wassertheilchen Raum zu geben. Hierzu muß das Wasser mit einer absoluten Geschwindigkeit c_a aus dem Rade treten, welche sich allgemein durch

$$c_a = \frac{Q}{F_a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

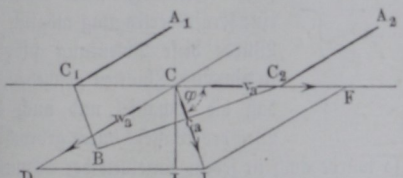
bestimmt, wenn Q die in jeder Secunde zur Wirkung kommende Wassermenge und F_a die auf der Geschwindigkeit c_a senkrechte Projection der Austrittsöffnung des Rades bezeichnet. Diese Geschwindigkeit c_a kann man bei einer gegebenen Wassermenge Q durch entsprechende Vergrößerung von F_a, d. h. von den Dimensionen des Rades zwar beliebig herabziehen, doch ist leicht zu erkennen, daß man aus praktischen Gründen in dieser Beziehung eine gewisse Grenze nicht überschreiten wird. Bei einer gewissen Größe von F_a nehmen die Dimensionen und das Gewicht des Rades näm-

lich solche Werthe an, daß die dadurch veranlaßten Zapfenreibungen, Luftwiderstände und sonstigen Nebenhindernisse jenen durch eine weitergehende Vergrößerung von F_a erzielbaren Vortheil erreichen und übersteigen würden. Hierdurch ist also die praktische Grenze gegeben, bis zu welcher man den mit der Austrittsgeschwindigkeit c_a unvermeidlichen Arbeitsverlust verringern kann. Nimmt man z. B. $c_a = {}^1/_4\, c = {}^1/_4 \sqrt{2\,g\,h}$, d. h. gleich dem vierten Theile der zu dem ganzen vorhandenen Gefälle h gehörigen Geschwindigkeit an, so beträgt der entsprechende Austrittsverlust für jedes Kilogramm Wasser

$$\frac{{c_a}^2}{2\,g} = {}^1/_{16}\,h = 0{,}0625\,h,$$

oder $6{}^1/_4$ Proc. der vorhandenen Wirkungsfähigkeit. Dieses Verhältniß pflegt man bei gut ausgeführten Turbinen meistens zu finden, und nur bei sehr kleinen Wassermengen und großen Gefällen, bei welchen das Rad an sich nur geringe Dimensionen annimmt, wird man durch Vergrößerung der letzteren den gedachten Austrittsverlust etwa auf 4 bis 5 Proc. herabziehen können.

Fig. 270.



Als Austrittsquerschnitt F_a ist natürlich die auf der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_a senkrechte Projection der Radöffnung zu verstehen, und man hat also, wenn in Fig. 270 CL die aus der Radgeschwindigkeit $v_a = CF$ und aus der relativen Austrittsgeschwindigkeit $w_a = CD$ zusammengesetzte absolute Austrittsgeschwindigkeit c_a vorstellt, als den zwischen den beiden Schaufeln $A_1 C_1$ und $A_2 C_2$ vorhandenen Austrittsquerschnitt die Größe

$$C_2 B = C_1 C_2 \sin\varphi = F_a$$

anzusehen. Hieraus ergiebt sich ohne Weiteres, daß man bei einer gegebenen Größe des Rades, d. h. bei vorliegender Größe der Zellenweite $C_1 C_2$ den größtmöglichen Austrittsquerschnitt, also den geringsten Austrittsverlust erhält, wenn man $\varphi = 90^0$ wählt, d. h. wenn man die Anordnung so trifft, daß der Austritt des Wassers in einer zur Radöffnung normalen Richtung erfolgt.

Dies ist die zweite für alle Turbinen unerläßliche Grundbedingung, und dieselbe ist nach Fig. 271 (a. f. S.) durch die Gleichungen ausgedrückt:

$$\frac{c_a}{v_a} = tang\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\frac{v_a}{w} = \cos\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

oder $\qquad = {c_a}^2 + {v_a}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$

wenn δ den Neigungswinkel des Schaufelendes C gegen die Bewegungsrichtung der Schaufel daselbst bezeichnet.

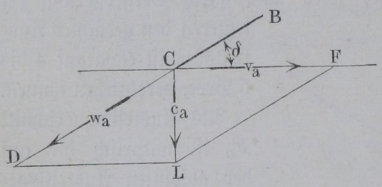
Daß eine schräg gegen die Radöffnung erfolgende Austrittsgeschwindigkeit c_a des Wassers, wie in Fig. 270, unzweckmäßig ist, kann man auch daraus erkennen, daß von dieser Geschwindigkeit CL nur die Componente

$$CL_0 = c_a \sin \varphi$$

auf Herausführung des Wassers aus der Radöffnung $C_1 C_2$ wirkt, dagegen die andere Componente $L_0 L = c_a \cos \varphi$ ganz ohne Zweck dem Rade entzogen wird, und besser an dasselbe zu übertragen wäre.

Damit das ohne Stoß in das Rad geführte Wasser an das erstere eine mechanische Wirkung übertrage, ist es nöthig, das Wasser von seiner geraden Bahn abzulenken, da nach dem vorigen Paragraphen leicht ersichtlich ist, daß nur durch eine solche Ablenkung in der Richtung eine Kraftübertragung möglich ist. Würde diese Ablenkung plötzlich in einzelnen Punkten geschehen, so daß die Schaufel und auch der Weg des Wassers durch gebrochene Linien sich darstellen würden, so würde auch in jedem einzelnen der Eckpunkte eine Stoßwirkung und damit ein Verlust an lebendiger Kraft auftreten. Wenn man dagegen die Schaufelfläche nach einem stetig gekrümmten Profil ausführt, so findet eine ununterbrochene Druckwirkung des Wassers gegen die Schaufel statt, und die Stoßverluste verschwinden. Als dritte Hauptregel gilt daher für alle Turbinen, die Schaufeln als stetig gekrümmte Flächen ohne scharfe Ecken oder Kanten auszuführen. Wie diese Druckwirkung zu erklären ist, soll demnächst besprochen werden.

Fig. 271.



Aus den vorstehenden Bemerkungen folgt, daß es niemals möglich ist, die ganze vorhandene Wirkungsfähigkeit einer Wasserkraft durch eine Turbine auszunutzen, auch selbst dann nicht, wenn gar keine Nebenhindernisse, wie Reibungen ꝛc., vorhanden sein würden. Denn da die zur Abführung des Wassers nothwendig in demselben verbleibende Austrittsgeschwindigkeit c_a einen Arbeitsverlust von $\frac{c_a^2}{2g}$ für jedes Kilogramm Wasser darstellt, so würde auch in dem gedachten ideellen Zustande, für welchen gar keine Reibungswiderstände vorhanden wären, das nutzbar zu machende Gefälle höchstens den Werth $h - \frac{c_a^2}{2g} = h_n$ haben können, d. h. man würde selbst in diesem vollkommenen Zustande nur den Wirkungsgrad

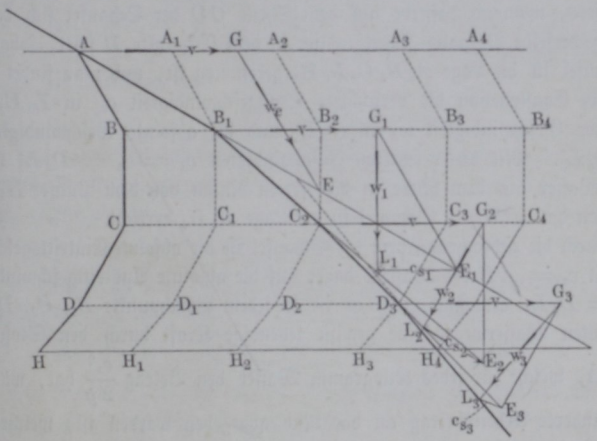
$$\eta_i = \frac{h_n}{h} = \frac{h - \frac{c_a^2}{2g}}{h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

erzielen können. Dieser Werth, welcher nach dem Vorstehenden für gut ausgeführte Räder zu etwa 0,94 bis 0,95 angenommen werden kann, mag der ideelle Wirkungsgrad des Rades genannt werden.

§. 103.

Wirkung des Wassers durch seine Geschwindigkeit (Action). Es sei $ABCDH$ in Fig. 272 eine aus mehreren ebenen Stücken zusammengesetzte Schaufel, gegen welche in A in der Richtung

Fig. 272.



AE ein Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit $AE = c_e$ trifft. Zieht man durch E eine Parallele EG zu dem ersten Schaufelstück AB, so schneidet diese Parallele auf der Bewegungsrichtung AA_4 der Schaufel eine Strecke AG ab, welche als die Geschwindigkeit v der Schaufel angenommen werden muß, wenn das Wasser einen Stoß bei seinem Eintritte in das Rad nicht ausüben soll. Dies vorausgesetzt, also $v = AG$ angenommen, bewegt sich das Wasser ungestört in seiner anfänglichen Richtung AE so lange, bis es den Eckpunkt B der gebrochenen Schaufel erreicht. Dies ist in der Stellung $A_1B_1H_1$ der Schaufel der Fall, und in dieser Stellung findet in B_1 ein Stoß des betrachteten Wassertheiles statt, welcher genau wie in §. 101 zu beurtheilen ist. Zerlegt man zu dem Ende die Geschwindigkeit $B_1E_1 = AE = c_e$ in die Componente $B_1G_1 = AG = v$ und in G_1E_1, so wird von der letzteren G_1E_1 die zur neuen Schaufelrichtung BC

normale Componente $L_1E_1 = c_{s_1}$ durch den Stoß vernichtet, während die mit BC parallele Componente G_1L_1 die relative Geschwindigkeit w_1 des Wassers auf BC darstellt. Die absolute Geschwindigkeit des Wassers im Raume ist also durch $c_1 = B_1L_1$ dargestellt. In dieser letzteren Richtung bewegt sich nun der Wassertropfen so lange, bis er in der nächstfolgenden Ecke C anlangt, was in der Schaufelstellung $A_2B_2C_2H_2$ eintritt. Hier findet wiederum ein analoger Vorgang, wie in B_1 statt, und man findet wieder die durch den Stoß vernichtete Geschwindigkeit c_{s_2} in L_2E_2, wenn man $C_2E_2 = B_1L_1 = c_1$, sowie $C_2G_2 = AG = v$ macht und die Gerade G_2E_2 in zwei Componenten parallel und senkrecht zu dem Schaufelstücke C_2D_2 zerlegt. In G_2L_2 erhält man dadurch die nunmehrige relative Geschwindigkeit w_2 und in C_2L_2 die absolute Geschwindigkeit des Wassers, während dasselbe auf dem Theile CD der Schaufel sich bewegt. Ganz derselbe Vorgang findet endlich in dem Eckpunkte D statt, sobald die Schaufel in die Lage $A_3B_3C_3D_3H_3$ gekommen ist, und man findet durch dieselbe Construction die vernichtete Stoßgeschwindigkeit c_{s_3} in L_3E_3, die relative Geschwindigkeit w_3 in G_3L_3 und die absolute Geschwindigkeit c_3 in D_3L_3. Mit dieser letzteren Geschwindigkeit $c_3 = c_a = D_3L_3$ strömt das Wasser aus dem Rade in den freien Raum von dem Punkte H_4 aus, welchen das Ende der Schaufel in der Lage A_4H_4 erreicht.

Durch die gebrochene Form der Schaufel ist die absolute Eintrittsgeschwindigkeit $c_e = AE$ des Wassers daher auf die absolute Austrittgeschwindigkeit $c_a = D_3L_3$ ermäßigt, und es ist in jedem Bruchpunkte B_1, C_2, D_3 des absoluten Wasserweges eine gewisse lebendige Kraft durch den Stoß vernichtet, welche für jedes Kilogramm Wasser den Betrag $\frac{{c_s}^2}{2g}$ hat, während ein anderer Arbeitsbetrag an das Rad abgegeben worden ist, welcher sich nach §. 101 (1) zu

$$L = \frac{2\,c_s v \sin\beta}{2g}$$

berechnet, wenn β den jedesmaligen Winkel des den Stoß aufnehmenden Schaufelstückes mit der Bewegungsrichtung der Schaufel bedeutet. Denkt man sich nun die gebrochene Form der Schaufel dadurch in eine stetig gekrümmte übergehend, daß man die Längen der einzelnen ebenen Schaufelelemente unendlich klein, ihre Anzahl unendlich groß voraussetzt, so werden die Geschwindigkeiten c_s unendlich klein und es ist aus dem Vorstehenden ersichtlich, daß die Stoßverluste $\frac{{c_s}^2}{2g}$ als unendlich kleine Größen zweiter Ordnung gegen die übertragenen Arbeiten

$$\partial L = \frac{2\,c_s v \sin\beta}{2g}$$

verschwinden, während die Summe der letzteren einen endlichen Werth annimmt, welcher durch

$$L = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}$$

für jedes Kilogramm Wasser gefunden wird. Man kann sich vorstellen, daß die Stoßwirkung nunmehr zu einer ununterbrochenen geworden ist, d. h. daß das Wasser gegen die gekrümmte Schaufel einen stetigen Druck ausübt. Hierauf beruht die Wirkung des Wassers in allen Turbinen.

Man ersieht aus der Fig. 272 auch das Folgende. Die relative Geschwindigkeit des Wassers, welche bei dem Eintritte desselben in das Rad, entlang dem ersten Schaufelelemente AB, durch die Länge $GE = w_e$ dargestellt ist, wird durch die Stoßwirkung in B_1 auf die Größe $G_1 L_1 = w_1$ herabgemindert, für welche Größe man aus dem rechtwinkeligen Dreiecke $G_1 E_1 L_1$ die Gleichung hat:

$$w_1^2 = w_e^2 - c_{s_1}^2.$$

Bei dem darauf folgenden Stoße in C_2 wird die ralative Geschwindigkeit $w_1 = G_2 E_2$ wiederum und zwar auf den Betrag $w_2 = G_2 L_2$ herabgezogen, wofür ebenso

$$w_2^2 = w_1^2 - c_{s_2}^2 = w_e^2 - c_{s_1}^2 - c_{s_2}^2$$

gilt. Endlich erhält man nach dem letzten Stoße in D_3 eine relative Austrittsgeschwindigkeit $w_3 = w_a = G_3 L_3$, für welche man

$$w_a^2 = w_2^2 - c_{s_3}^2 = w_e^2 - c_{s_1}^2 - c_{s_2}^2 - c_{s_3}^2$$

hat. Hieraus folgt, daß die relative Geschwindigkeit des Wassers bei dem Durchgange durch das Rad nur durch die mit der Stoßwirkung verbundenen Effectverluste verringert wird, daß dagegen die Größe der an die Schaufel übertragenen Arbeit L ganz ohne Einfluß auf die Veränderung der relativen Geschwindigkeit des Wassers ist. Wenn man daher durch Ueberführung der gebrochenen Schaufel in eine stetig gekrümmte die Stoßverluste $\frac{c_s^2}{2g}$ beseitigt, so muß die relative Geschwindigkeit w unverändert bleiben, d. h. man hat $w_e = w_a$.

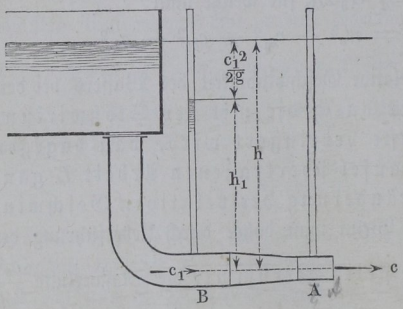
Dieses letztere für die Beurtheilung der Turbinen wichtige Gesetz gilt selbstverständlich nur unter der Voraussetzung, daß auf das Wasser während seiner Bewegung durch das Rad nicht noch äußere Kräfte einwirken. Ist letzteres der Fall, so wird durch diese Kräfte natürlich eine Verzögerung oder Beschleunigung der relativen Wassergeschwindigkeit hervorgerufen werden, je nach dem Sinne dieser Kräfte. In welcher Art man diese äußeren Kräfte,

die immer vorhanden sind, in Rechnung zu stellen hat, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Aus dem Vorhergegangenen dürfte sich zur Genüge erklären, in welcher Weise das Wasser die vermöge seiner Geschwindigkeit c_e ihm innewohnende lebendige Kraft zum größten Theile in Form von mechanischer Arbeit an das Rad überträgt oder, wie man kurz zu sagen pflegt, *seine Geschwindigkeit in Arbeit umsetzt*. Diese Art der Wirkung des Wassers vermöge seiner *Geschwindigkeit* nennt man wohl seine *Druckwirkung* oder *Actionswirkung*, im Gegensatze zu derjenigen Kraftäußerung, welche das Wasser vermöge der ihm etwa innewohnenden *hydraulischen Pressung* zu äußern vermag, und welche Wirkung man wohl mit dem Namen *Reactionswirkung* belegt. Die letztere Bezeichnung, statt deren man auch den Namen *Ueberdruckwirkung* vorgeschlagen hat, möge hier beibehalten werden, da sie einmal eingebürgert ist, und es mögen in dem vorgedachten Sinne in dem Folgenden die Bezeichnungen *Actions-* und *Reactionswirkung*, *Actions-* und *Reactionsturbinen* ꝛc. verstanden werden.

§. 104. **Wirkung des Wassers durch seine Pressung (Reaction).** Bisher wurde immer vorausgesetzt, daß das Wasser gegen die Schaufel in einem *freien Strahle* geführt werde, d. h. in einem solchen, welcher eine innere Pressung oder einen Ueberdruck über die umgebende Luft nicht besitzt. Diese Eigenschaft hat das Wasser immer, wenn es sich aus einer Oeffnung A, Fig. 273, mit einer Geschwindigkeit c bewegt, zu deren Erzeugung die ganze vorhandene Gefällhöhe h aufgewendet werden mußte. Dagegen ist es aus Thl. I bekannt, daß in irgend einem anderen Querschnitte B, welcher größer ist als der Mündungsquerschnitt bei A, das Wasser wegen der daselbst kleineren Durchflußgeschwindigkeit c_1 eine gewisse hydraulische Pressung, d. h. einen Ueberdruck über die Atmosphäre ausübt, entsprechend der Höhe einer Wassersäule

Fig. 273.

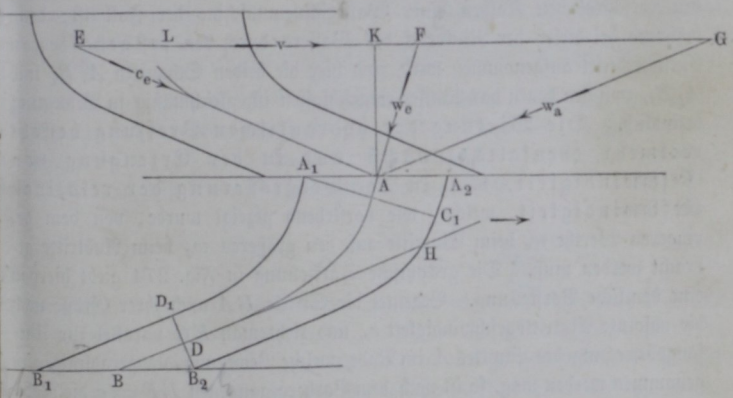


$$h_1 = h - \frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2 - c_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Diese Beziehung gilt für jede Stelle, daß die *hydraulische Pressungshöhe* h_1 *zusammen mit der Geschwindigkeitshöhe* $\frac{c_1^2}{2g}$ daselbst

gleich ist der hydrostatischen Druckhöhe h an derselben Stelle. Denkt man sich daher, daß die Mündung A dem Eintrittsquerschnitte einer Turbine entspricht, d. h. setzt man voraus, daß dieser Eintrittsquerschnitt die engste Stelle des Turbinenrades vorstellt, so wird das Wasser ohne Ueberdruck in das Rad eintreten, wie in den vorigen Paragraphen angenommen worden. Denkt man sich dagegen, daß der Eintrittsquerschnitt in das Rad etwa dem Querschnitte bei B, die Austrittsöffnung dagegen dem kleineren Querschnitte bei A entspricht, so erkennt man, daß das mit der kleineren Geschwindigkeit c_1 in die weite Einmündung eintretende Wasser einen gewissen Ueberdruck entsprechend der Wassersäulenhöhe $h_1 = h - \frac{c_1^2}{2g}$ hat, in Folge dessen das Wasser nicht mehr als freier in sich geschlossener Strahl sich bewegt, sondern dem Bestreben, nach allen Seiten hin sich auszubreiten, folgen wird, so daß alle zwischen den Schaufeln des Rades

Fig. 274.



vorhandenen Räume vollständig von Wasser erfüllt sind. Diese vollständige Erfüllung aller Radcanäle ist charakteristisch für die Reactionsturbinen, weshalb man die letzteren auch wohl als Vollturbinen gegenüber den als Strahlturbinen bezeichneten Actionsturbinen benennt, doch sollen diese Bezeichnungen hier nicht gebraucht werden, da sie bereits für andere Verhältnisse angewendet werden.

Man kann sich von dem Auftreten eines Ueberdrucks durch Fig. 274 eine Anschauung verschaffen. Es seien A_1B_1, A_2B_2 zwei Schaufeln einer Axialturbine, d. h. einer solchen, bei welcher das von oben bei A etwa in der Richtung EA eintretende Wasser das Rad in einer zur Axe parallelen Fläche durchströmt, so daß es durch die Mündung A_1A_2 ein- und durch die-

jenige $B_1 B_2$ austritt. Es sei etwa AB der mittlere Wasserfaden, so hat also die relative Bewegung des Wassers beim Eintritte die Richtung FA und beim Austritte diejenige HD tangential an diesen mittleren Wasserfaden. Der Austrittsquerschnitt bei B ist daher durch $F_a = B_2 D_1$ und der Eintrittsquerschnitt bei A durch $F_e = A_1 C_1$ dargestellt. Das mit der Geschwindigkeit w_a aus F_a austretende Wasser wird demnach den größeren Eintrittsquerschnitt F_e mit der kleineren Geschwindigkeit $w_e = \frac{F_a}{F_e} w_a$ passiren, und es muß daher ein gewisser Theil der Gefällhöhe h als hydraulische Pressung dem Wasser bei seinem Eintritte innewohnen. Diese hydraulische Pressungshöhe ist für den Betrieb des Rades keineswegs verloren, dieselbe kann vielmehr ebenso vollkommen in Arbeit umgesetzt werden, wie die Geschwindigkeit, und zwar hat man sich diese Kraftübertragung folgendermaßen zu denken.

Zunächst ist von selbst klar, daß die Wirkung dieser Pressung nicht in derjenigen Art erfolgen kann, wie dies bei der Pressung des Wassers gegen den verschieblichen Kolben einer Wassersäulenmaschine der Fall ist, denn während bei dieser der Rückdruck des Wassers durch den festgehaltenen Cylinderdeckel aufgenommen wird, sind hier die beiden Schaufeln $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$, zwischen denen das Wasser eingeschlossen ist, gleichmäßig in Bewegung befindlich. Die Wirkung der hydraulischen Pressung besteht vielmehr ebenfalls zunächst nur in der Erzeugung von Geschwindigkeit, d. h. in der Vergrößerung der relativen Geschwindigkeit, welche, wie vorstehend gezeigt wurde, von dem geringeren Werthe w_e beim Eintritte auf den größeren w_a beim Austritte gebracht werden muß. Die graphische Darstellung in Fig. 274 giebt hiervon eine deutliche Vorstellung. Bedeutet die Strecke EA auch ihrer Größe nach die absolute Eintrittsgeschwindigkeit c_e, und zieht man EG parallel zur Umfangsbewegung des Punktes A im Rade, welche Bewegung als geradlinig angenommen werden mag, so ist nach dem Vorhergegangenen $EF = v$ die Radgeschwindigkeit, welche die Schaufeln bei A erhalten müssen, wenn ein Stoß beim Eintritte vermieden werden soll, und man erhält in $FA = w_e$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers. Hierbei ist der für das Geschwindigkeitsdreieck EAF angewendete Maßstab ganz beliebig. Die Eintrittsgeschwindigkeit EA zerfällt in eine horizontale Geschwindigkeit EK und eine der Axe parallele verticale Componente KA, und es ist sogleich klar, daß das in den Canal zwischen A_1 und A_2 eintretende Wasser durch das Product

$$A_1 A_2 \,.\, KA$$

ausgedrückt werden kann. Ist nun, wie dies bei den durch zwei concentrische Cylindermäntel begrenzten Axialturbinen der Fall ist, der horizontal gemessene Austrittsquerschnitt $B_1 B_2$ gleich der Eintrittsöffnung $A_1 A_2$, so muß auch die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a eine axiale Componente haben, welche

gleich derjenigen KA beim Eintritte ist. Wenn man daher durch A eine Parallele zu der Richtung BH des letzten Schaufelelementes zieht, so stellt GA der Richtung und Größe nach die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a des Wassers vor. Es muß daher auf das Wasser während seines Durchgangs durch das Rad eine Arbeit ausgeübt werden, welche im Stande ist, die relative Geschwindigkeit von dem anfänglichen Werthe $w_e = FA$ auf den Endbetrag $w_a = GA$ zu erhöhen. Diese Arbeit wird bei den Axialturbinen zum Theil durch die Schwerkraft verrichtet, indem das Wasser um die verticale Höhe h_r des Rades zwischen der Eintrittsöffnung A_1A_2 und der Austrittsöffnung B_1B_2 niedersinkt. Wenn aber diese Fallhöhe h_r nicht ausreicht, den geforderten Arbeitsbetrag

$$\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = \frac{GA^2 - FA^2}{2g}$$

zu verrichten, so muß dem Wasser an der Eintrittsstelle A eine Pressung innewohnen, welche die Pressung an der Austrittsstelle B um den fehlenden Betrag $\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} - h_r$ übertrifft. Dieser Ueberdruck über die Pressung in B herrscht in dem Wasser an der Eintrittsstelle A, in dem sogenannten Spalte zwischen dem Rade und dem Zuleitungsapparate LA vor und wird schlechtweg als Spaltenüberdruck h_{sp} bezeichnet. Man erkennt aus dieser Darstellung, daß hier eine Gefällhöhe von der Größe

$$h_{sp} + h_r = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_\varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

dadurch in Arbeit verwandelt worden ist, daß diese Höhe auf das Wasser während seines Verweilens im Rade beschleunigend wirkte, und man kann daher diesen Theil der vorhandenen ganzen Gefällhöhe, welcher in der Folge mit dem Namen des Reactionsgefälles belegt und mit h_ϱ bezeichnet werden soll, als ein innerhalb des Rades wirkendes Gefälle ansehen, im Gegensatze zu demjenigen Theile des Gefälles, welches außerhalb des Rades vor dem Eintritte des Wassers auf letzteres wirkte, um demselben die Eintrittsgeschwindigkeit c_e zu ertheilen. Wenn man diesen letzteren Theil des Gefälles mit $h_e = \frac{c_e^2}{2g}$ bezeichnet und von allen Nebenhindernissen absieht, so hat man natürlich $h_e + h_\varrho = h$.

Bei den Radialturbinen, bei denen das Wasser in horizontaler Ebene durch das Rad strömt, findet während dieser Bewegung eine Arbeitsleistung der Schwerkraft nicht statt, dagegen wird wegen des veränderlichen Abstandes von der Drehaxe eine bestimmte positive oder negative Arbeit durch die Centrifugalkraft ausgeübt, und es gilt hierfür dann die Bedingung, daß diese

Centrifugalarbeit zusammen mit der durch die hydraulische Pressung verrichteten den Werth $\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$ haben muß. Ein Näheres hierüber wird bei den betreffenden Turbinen selbst angeführt werden. Nachdem im Vorhergehenden die Wirkung des Wassers in den Turbinen ihrem Wesen nach erläutert worden, soll zunächst eine Beschreibung der Einrichtung der hauptsächlichsten Turbinenconstructionen folgen und hierauf deren nähere Berechnung vorgenommen werden.

§. 105. **Tangentialräder.** Die Tangentialräder gehören zu den Radialturbinen, d. h. zu denjenigen, bei welchen das Wasser bei dem Durchgange durch das Rad außer seiner Umdrehungsbewegung mit dem letzteren eine Bewegung in einer zur Umdrehungsaxe senkrechten Ebene erhält, in Folge deren der Axenabstand eines Wassertheilchens sich vergrößert oder verkleinert, je nachdem das Wasser von innen nach außen oder umgekehrt durch das Rad geführt wird. Danach unterscheidet man innere und äußere Radialturbinen, je nachdem die Zuleitung des Wassers in dem inneren oder äußeren Umfange des ringförmigen Rades erfolgt. Da die Axen der Turbinen meistens vertical stehen, so bewegt sich das Wasser hiernach in horizontaler Ebene durch das Rad, so daß während dieser Bewegung eine Arbeitsleistung durch die Schwerkraft nicht hervorgebracht wird. Doch ist die verticale Stellung der Axe keineswegs unerläßlich, man hat vielmehr, wenn auch in selteneren Fällen, diese Turbinen auch mit horizontalen Axen ausgeführt, und es werden in dem Folgenden solche Räder angeführt werden. Man könnte in gewissem Sinne schon das im vorigen Capitel besprochene Poncelet'sche Wasserrad zu dieser Gattung von Turbinen rechnen, da auch bei diesem die Wirkung des Wassers nicht durch Stoß, sondern hauptsächlich durch Druck erfolgt.

Bei allen Radialturbinen ist der Einfluß der Centrifugalkraft von Bedeutung, welchem jedes Wassertheilchen in Folge der Umdrehung mit der Axe unterworfen ist. Diese Centrifugalkraft bringt nach dem im Thl. I darüber Angeführten bekanntlich nur dann eine mechanische Arbeitsleistung hervor, wenn der in einem rotirenden Canale sich bewegende Körper während dieser Bewegung seinen Axenabstand r ändert. Es wurde in Thl. I gezeigt, daß die hierdurch hervorgerufene mechanische Arbeit für jede Gewichtseinheit durch die Größe

$$C = \omega^2 \frac{r_a^2 - r_e^2}{2g} = \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} \quad \ldots\ldots (1)$$

dargestellt ist, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit der Axe, r_e den Eintritts- und r_a den Austrittshalbmesser, also $v_e = r_e\omega$ und $v_a = r_a\omega$ die Umfangsgeschwindigkeit der Eintritts- bezw. Austrittsöffnung bezeichnet. Diese

mechanische Arbeit C ist positiv und bewirkt eine Beschleunigung des Wassers bei inneren Radialturbinen, bei welchen $v_a > v_e$ ist, während bei den von außen beaufschlagten Turbinen wegen des negativen Werthes von C durch die Centrifugalkraft eine Verzögerung des Wassers bewirkt wird.

Mit dem Namen Tangentialräder belegt man nun diejenigen Radialturbinen, bei denen das Wasser nur auf einem gewissen Theile des Eintrittsumfangs zugeführt wird. In Fig. 275 und Fig. 276 sind zwei solcher Räder und zwar ein inneres (Fig. 275) und ein äußeres (Fig. 276) dargestellt.

Das um die verticale Axe C drehbare Rad besteht aus zwei ringförmigen gußeisernen Kränzen, welche mit einander durch eine Anzahl von blechernen

Fig. 275.

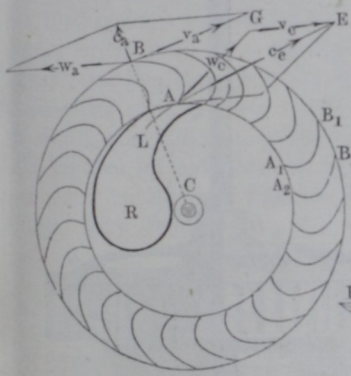
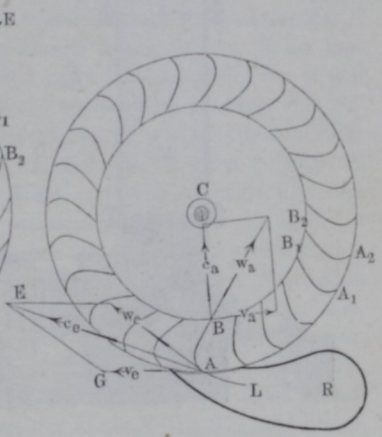


Fig. 276.



oder gegossenen stetig gekrümmten Schaufeln, wie $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ ... vereinigt sind. Die Zuführung des Wassers aus dem vertical einfallenden Rohre R geschieht durch ein geeignet geformtes Mundstück L, aus welchem durch eingesetzte Leitschaufeln das Wasser in einem oder mehreren Strahlen so in das Rad geführt wird, daß diese Strahlen mit dem Umfange der Eintrittsöffnung einen bestimmten Winkel α bilden. Wenn nun dem Eintrittsumfange eine solche Geschwindigkeit v_e ertheilt wird, daß der Stoß vermieden wird, worüber nach dem Vorigen das Geschwindigkeitspolygon $A\,G\,E$ ohne weitere Erklärung Aufschluß giebt, und wenn ferner die Anordnung so getroffen wird, daß die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_a des Wassers senkrecht auf der Austrittsöffnung steht, d. h. radial gerichtet ist, so ist den im §. 102 für Turbinen gestellten Anforderungen genügt, und das Wasser kommt in dem Rade ohne Stoß zur Wirkung.

Diese Räder eignen sich wegen der kleinen Ausflußöffnung nur für die Nutzbarmachung von geringen Wassermengen bei hohen Gefällen, unter welchen Umständen die Irings auf dem ganzen Umfange voll beaufschlagten

Fig. 277.

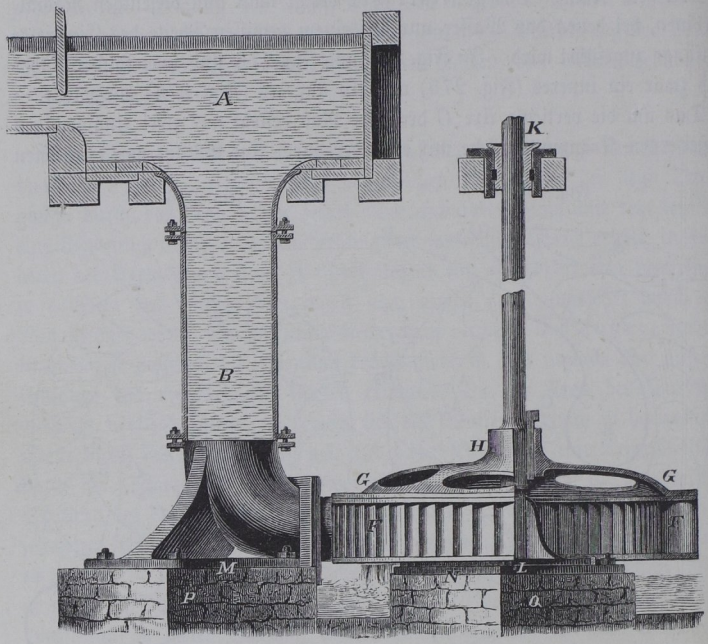
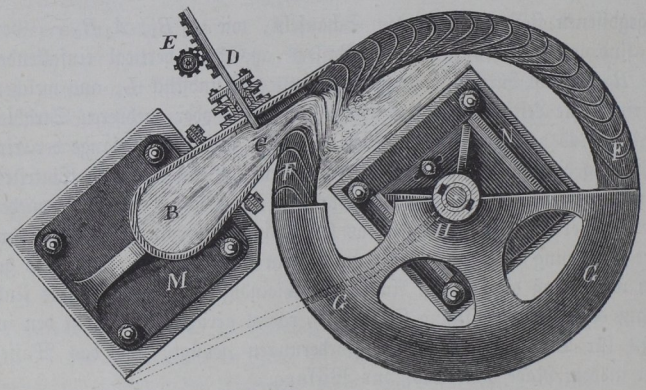


Fig. 278.

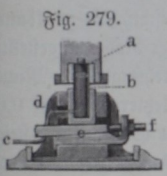


Räder zu winzigen Durchmessern und zu bedeutenden Umdrehungszahlen führen würden.

Die Tangentialräder mit äußerer Beaufschlagung sind zuerst von dem Ingenieur Zuppinger in der Maschinenfabrik von Escher Wyß u. Co. in Zürich construirt worden. Die erste Idee hierzu hat aber schon Poncelet (1826) gehabt, s. dessen Cours de mécanique appliquée aux machines, deutsch von Schnuse, unter dem Titel: Lehrbuch der Anwendung der Mechanik. Bd. II, §. 150.

Die Fig. 277 und Fig. 278 führen ein Tangentialrad im Auf- und Grundrisse vor Augen. Es ist hier A der Einfallkasten, B die Einfallröhre und C der aus drei Canälen bestehende Leitschaufelapparat, durch welchen das Wasser nahe tangential auf das Rad geführt wird. Zum Reguliren des Wasserzuflusses dient ein Schieber D, welcher durch ein gezahntes Rad E gestellt werden kann. Bei der abgebildeten Schieberstellung ist ein Leitschaufelcanal ganz abgeschlossen, es wird daher hier das Wasser nur in zwei Canälen auf das Rad geführt. Das aus 60 Schaufeln bestehende Rad FF ist mittelst eines Tellers GG und des Muffes H mit der stehenden Welle KL desselben fest verbunden; die letztere läuft oben in einem Halslager K und unten mittelst einer stählernen Pfanne auf einem ebenfalls stählernen Stifte, dessen Gestelle in Fig. 279 besonders abgebildet ist. Es ist hier a die in der stehenden Welle fest eingeschraubte Pfanne, b der im Gestelle sitzende Stift, cd ein Rohr, durch welches Oel nach den Reibungsflächen geführt wird, und e ein durch Schrauben f zu stellender Keil, womit sich der Stift nach Bedürfniß heben oder senken läßt. Die Einfallröhre und das Radgestelle ruhen mittelst eiserner Lagerplatten M und N (Fig. 277) auf steinernen Pfeilern P und Q. Diese in $^1/_{30}$ der natürlichen Größe abgebildete Maschine benutzt ein (in der Figur verkürztes) Gefälle von 6,17 m, und ein Aufschlagquantum von 0,2 cbm pr. Secunde, und hat bei 65 Umdrehungen pr. Minute einen Wirkungsgrad von 0,72.

Fig. 279.



Wir können hier aus dem polytechnischen Centralblatte, Jahrgang 1847 und 1849, die Resultate der Versuche an zwei Paar solcher Räder mittheilen.

Das erste Räderpaar befindet sich in einer Spinnerei in Tanneberg bei Annaberg. Dasselbe hat einen Aufschlag von 7 Cubikfuß (0,216 cbm) pr. Secunde und ein Gefälle von 76 Fuß (23,2 m), der äußere Durchmesser eines jeden Rades ist 24 (0,61 m), und der innere 16 Zoll (engl.) (0,407 m), die Weite beträgt ferner nur 3 Zoll (75 mm), und die Anzahl Schaufeln ist 48. Das Wasser wird durch eine Röhre aus Kesselblech von 76 Fuß (23,2 m) Länge und 18 Zoll (0,457 m) Weite zugeleitet. Dieselbe hat einen horizontalen Auslauf, welcher auf der einen Seite nach dem einen

und auf der anderen nach dem anderen Rade führt. Vor jeder Ausmündung befindet sich eine durch eine Schraube ohne Ende stellbare Schieberschütze und ein in Fig. 278 abgebildeter Leitschaufelapparat, welcher das Wasser in drei Canälen nahe tangential in das Rad einführt. Die an einem dieser Räder von Herrn Professor Hülße angestellten Versuche gaben bei 270 Umdrehungen des Rades pr. Minute einen Wirkungsgrad von

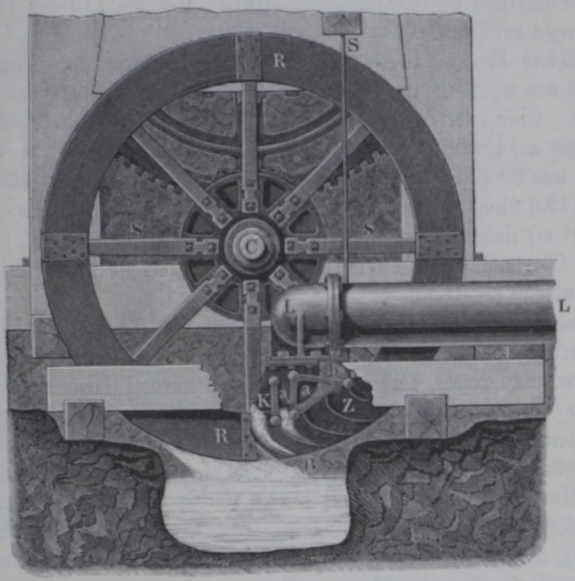
0,75 bei ganz geöffneter Schütze,
0,60 bei drei Viertel geöffneter Schütze, und
0,46 bei halb geöffneter Schütze.

Während das Räderpaar in Tanneberg zum Betriebe einer Spinnerei dient, wird dagegen ein anderes Paar Tangentialräder in Birkigt bei Tetschen zum Betriebe von Mahlgängen verwendet. Das Gefälle dieser Turbine ist nur $20^1/_4$ Fuß (engl.) (6,17 m), jedes Rad hat 75 Schaufeln, 5 Fuß (1,52 m) äußeren Durchmesser, 5 Zoll (0,127 m) Kranzbreite und $11^1/_2$ Zoll (0,293 m) Weite. Die Zuführung des Wassers durch eine Einfallröhre und durch Leitschaufelapparat ist in der Hauptsache dieselbe wie bei der Tanneberger Maschine und wie Fig. 277 vor Augen führt. Die Schützen bestehen jedoch hier aus Drosselventilen, auch sind die Mündungen der von den Leitschaufeln gebildeten drei Eintrittscanäle mit besonderen Schiebern versehen, um einen oder zwei dieser Canäle ganz verschließen zu können. Aus den vom Herrn Prof. Brückmann an einem dieser Räder angestellten Versuchen geht hervor, daß diese Maschine bei 61 Umdrehungen pr. Minute den Maximal-Wirkungsgrad 0,70 giebt, und daß der letztere nur auf 0,65 herabsinkt, wenn die Umdrehungszahl auf 50 herabgeht oder auf 70 steigt, oder wenn das Aufschlagquantum durch Absperren eines oder zweier Canäle auf die Hälfte herabgezogen wird.

§. 106. **Liegende Tangentialräder.** Das Princip der Tangentialräder läßt sich auch bei verticalen Wasserrädern in Anwendung bringen. Solche Tangentialräder mit horizontaler Axe mit innerer Beaufschlagung sind zuerst vom Herrn Kunstmeister Schwamkrug construirt worden (s. das Jahrbuch für den Berg- und Hüttenmann auf das Jahr 1850 und 1853). Die Seitenansicht u. s. w. von einem solchen Tangentialrade führt Fig. 280 vor Augen. Das Rad RR ist durch ein einseitig ansitzendes Armsystem und mit Hülfe einer Rosette u. s. w. auf der horizontalen Welle C befestigt, und letztere trägt ihre Umdrehungsbewegung mittelst Zahnräder u. s. w. auf die arbeitende Welle über. Das Wasser tritt nahe am Radtiefsten in das Rad ein und wird durch eine Röhre LL zugeführt, welche um den freien Radkranz herumläuft und sich in einer Kammer endigt, worin ein Leitschaufelapparat angebracht ist. Der letztere ist in Fig. 281 besonders

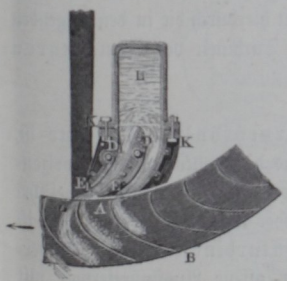
abgebildet. Man sieht hier den Durchschnitt eines Radstückes mit den Schaufeln AB, ferner in L das gekrümmte Ende der Einfallröhre, sowie

Fig. 280.



in KE die Schützenkammer. Die Ausmündung der letzteren ist durch eine Zunge in zwei Theile getheilt, und mit zwei um die Axen D, D_1 drehbaren Klappen DE, D_1E_1 ausgerüstet, wodurch die beiden Ausmündungen beliebig verengt werden können. Die Stellung dieser Klappen erfolgt durch die in Fig. 280 sichtbaren Arme aa_1, welche außerhalb der Kammer auf den Axen D, D_1 der Stellklappen befestigt und mit einander so verbunden sind, daß sie mittelst eines dritten Armes b und durch eine Zugstange ZS gemeinschaftlich sich bewegen lassen.

Fig. 281.



Die Turbinen mit liegender Welle haben vor denen mit verticaler Axe den Vorzug einer leichteren, sicheren und vor dem Zutritt des Wassers zu den Zapfen geschützteren Lage. Das Rad, an welchem vom Erbauer dynametrische Versuche angestellt worden sind, hat $7^2/_3$ Fuß (2,17 m) äußeren, 6 Fuß

(1,7 m) inneren Durchmesser, ferner 4 Zoll (94 mm) Weite und 45 Schaufeln. Das Gefälle desselben betrug $103\frac{1}{2}$ Fuß (29,3 m); das durch einen Ueberfall gemessene Aufschlagquantum 38,7 bis 133,6 Cubikfuß (0,88 bis 3,03 cbm) und der Wirkungsgrad derselben war bei 112 bis 148 Umdrehungen pr. Minute $\eta = 0{,}58$ bis 0,79.

Näheres über die Turbine s. im polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1849, Nr. 8 und 9, sowie im Jahrbuch für den sächsischen Berg- und Hüttenmann. Eine andere Turbine dieser Art, welche zum Umtriebe des Kunstgezeuges auf der Grube „Churprinz Friedrich August Erbstolln" bei Freiberg dient, und bei einem Gefälle von 145 Fuß (41 m) pr. Minute 550 Cubikfuß (12,5 cbm) Aufschlag hat und bei einer Kranzbreite von 13 Zoll (0,307 m) einen inneren Durchmesser von 8 Fuß (2,26 m) besitzt, beschreibt Herr Oberkunstmeister Schwamkrug im Jahrbuch für den Berg- und Hüttenmann für 1853.

Auch sonst hat man in neuerer Zeit mehrfach Tangentialturbinen mit innerer Beaufschlagung ausgeführt; auf der Pariser Ausstellung 1855 waren mehrere solche Räder, ganz aus Eisenblech construirt, ausgestellt.

Die Tangentialräder werden aus den im Folgenden sich ergebenden Gründen fast immer als reine Actionsturbinen, d. h. ohne Reactionswirkung ausgeführt und meist oder immer frei über dem Unterwasser hängend, also ohne Eintauchung aufgestellt. Letzteres ist bei den hohen Gefällen, für welche diese Räder Anwendung finden, immer ohne erhebliche Effectverminderung zulässig, wogegen eine Umdrehung der nicht gänzlich von dem Aufschlagwasser erfüllten Radcanäle unter Wasser zu Wirbeln und beträchtlichen Kraftverlusten führen würde.

Wenn die durch eine Radialturbine aufzunehmende Wassermenge eine größere ist, so kann man behufs Verringerung der Radabmessungen den Eintritt des Wassers in das Rad auf dem ganzen Umkreise anstatt auf einem kleinen Bogen stattfinden lassen, und man erhält hierdurch die in den folgenden Paragraphen beschriebenen vollbeaufschlagten Turbinen von Fourneyron und von Francis.

§. 107. **Fourneyron's Turbinen.** Die Fourneyron'sche Turbine ist, namentlich in ihrer neuesten Einrichtung, eins der vollkommensten horizontalen Wasserräder, wenn sie nach den Regeln der Mechanik richtig ausgeführt wird. Sie geht entweder in freier Luft oder unter Wasser, und ist entweder eine Nieder- oder eine Hochdruckturbine. Bei der Niederdruckturbine fließt das Wasser in das oben offene Ausflußreservoir mit freier Oberfläche zu, wie Fig. 282, bei einer Hochdruckturbine hingegen ist das Ausflußreservoir oben verschlossen und das Wasser wird durch eine Röhre, die sogenannte Einfallröhre, von der Seite zugeführt, wie

Fig. 282 I.

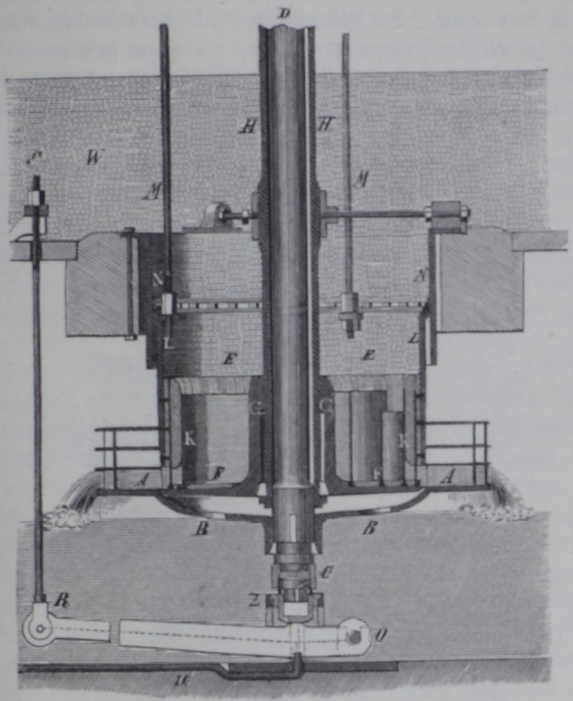


Fig. 282 II.

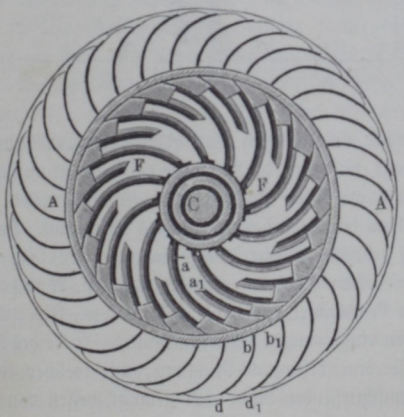
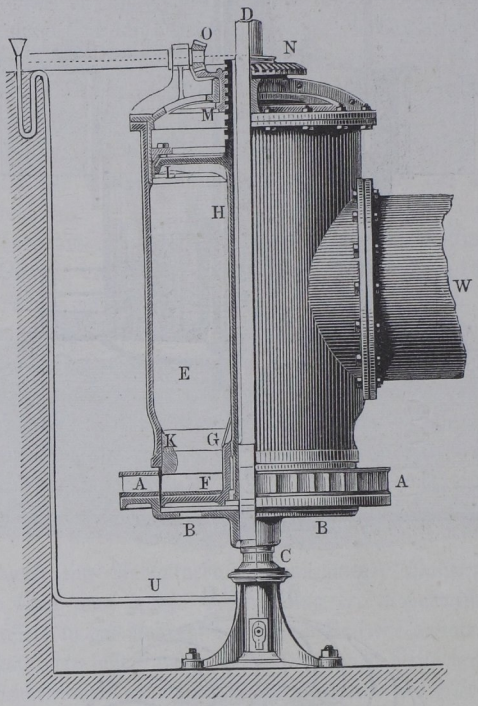


Fig. 283 zeigt. Erstere kommt natürlich bei kleinem und letztere bei großem Gefälle in Anwendung. Im Wesentlichen besteht das eigentliche Rad AA aus zwei horizontalen Kränzen von Eisen, aus einem gußeisernen Teller BB und aus einer stehenden Welle CD. Das bei W zufließende Wasser tritt zunächst in das cylindrische Reservoir EE. Damit es nicht auf den

Fig. 283.



Radteller BB drücke und dadurch eine bedeutende Erhöhung der Zapfenreibung hervorbringe, wird eine die Radwelle vollkommen umschließende Röhre GH eingesetzt, und an deren unteres Ende ein Bodenteller FF befestigt, welcher den Druck des darüberstehenden Wassers aufnimmt. Auf diesen Teller werden cylindrisch gebogene Bleche, die sogenannten Leitschaufeln, auf-, sowie zwischen die beiden Radkränze die sogenannten Radschaufeln eingesetzt. Durch die Leitschaufeln, wie ab, $a_1 b_1$ u. s. w., Fig. 282 (Grundriß), erhält das durch den ringförmigen Raum am unteren Ende des Reservoirs EE ausfließende Wasser eine bestimmte Richtung, mit welcher es auch zu dem diese Mündung umschließenden Rade AA gelangt, dessen von den Schaufeln

bd, $b_1 d_1$ u. s. w. gebildete Zellen es von innen nach außen durchläuft. Hierbei wirkt das Wasser so stark gegen die hohlen Flächen der Radschaufeln, daß dadurch das ganze Rad in entgegengesetzter Richtung umgedreht wird, während der Zufluß und Leitschaufelapparat seinen Stand behält.

Um den Ausfluß des Wassers aus dem Reservoir und dadurch den Gang des Rades zu reguliren, wird ein cylindrisches Schutzbrett $KLLK$, Fig. 282, in Anwendung gebracht, welches durch drei Stangen M, M ... gesenkt und gehoben werden kann. Damit diese Stangen recht gleichmäßig wirken, hat man verschiedene Mechanismen in Anwendung gebracht. Fourneyron kuppelt dieselben durch ein Räderwerk zusammen, Cadiat hingegen durch einen Kurbelapparat (s. Thl. III, 2). Die Schütze KL besteht aus einem hohlen gußeisernen Cylinder, dessen äußere Oberfläche die innere Seite des oberen Radkranzes fast berührt, weshalb beide genau abzudrehen sind. Damit kein Wasser zwischen der Schütze KL und dem festliegenden Cylinder NN hindurchgehe, wird über LL ein Lederstulp, ähnlich wie bei Pumpenkolben, eingesetzt. Endlich werden auf der Innenfläche des Schützencylinders Holz- oder Metallstücke K, K... aufgeschraubt, und diese unten gut und glatt abgerundet, damit das Wasser ohne Contraction und mit dem kleinsten Verluste an lebendiger Kraft unter denselben zum Ausflusse gelange. Bei Hochdruckturbinen gehen die Schützenstangen entweder durch Stopfbüchsen im Deckel des Ausflußreservoirs, oder es ergreifen dieselben den Schützencylinder von außen, wie z. B. bei der Turbine in St. Blasien. Nach Redtenbacher kann man endlich auch das Reguliren des Ausflußes durch Heben oder Senken des Bodentellers F, Fig. 283, bewirken. Zu diesem Zwecke läuft die Einhüllungsröhre GH oben schraubenförmig aus, und es erhält die Mutter M hierzu ein conisches Zahnrad N, das sich durch ein conisches Getriebe O in Umdrehung setzen läßt. Die Schraubenmutter M ist so gelagert, daß sie keine Verschiebung annehmen kann; es wird daher durch ihre Umdrehung ein Auf- oder Niedergehen der Röhre GH sammt Teller F herbeigeführt. Damit aber das Wasser von oben ganz abgesperrt werde, wird die Röhre GH noch mit einem Kopfteller HL versehen und dessen Umfang ebenfalls durch einen Lederstulp abgedichtet.

Turbinen von Francis. Anstatt das Wasser bei seiner Arbeitsverrichtung von innen nach außen durch das Reactionsrad laufen zu lassen, kann man dasselbe auch, wie bei den Tangentialrädern, von außen nach innen durch das Rad führen. Solche Reactionsräder mit äußerer Beaufschlagung unterscheiden sich von den Tangentialrädern nur dadurch, daß bei denselben das Wasser am ganzen äußeren Radumfange in das Rad eintritt, wogegen es bei den Tangentialrädern nur an einer Stelle in das Rad einströmt, daß folglich bei diesen Turbinen sämmtliche Radcanäle vom §. 108.

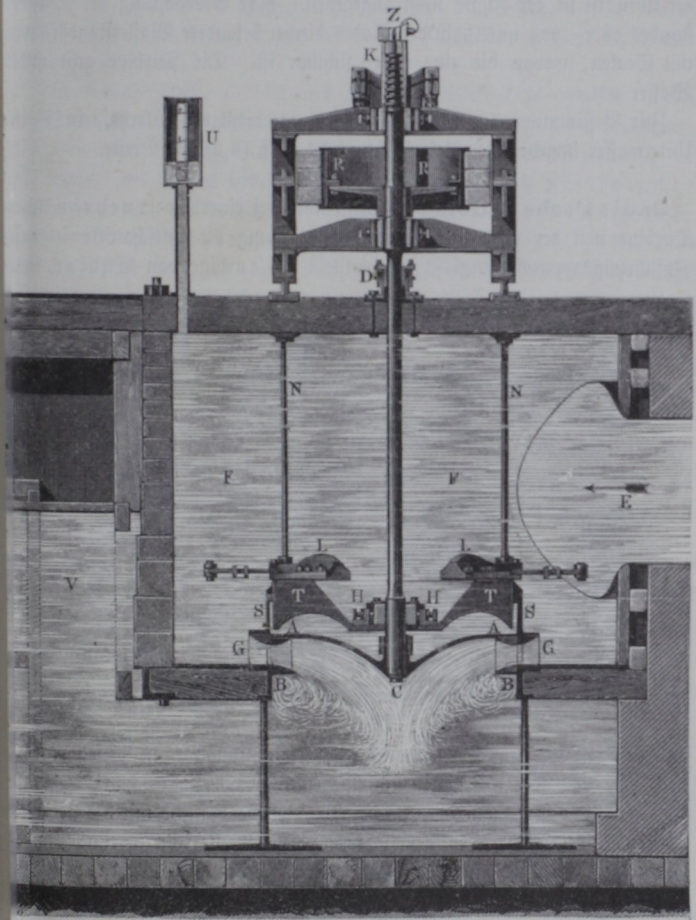
Wasser gefüllt werden, während bei den Tangentialrädern das Wasser nur in abgesonderten Partien durch die Radcanäle fließt.

Solche Reactionsräder mit äußerer Beaufschlagung sind in der neueren Zeit von dem Herrn S. B. Howd zu Genova im Staate New-York construirt worden. Diese unter dem Namen Howd oder United-State-Wheels bekannten Turbinen waren größtentheils aus Holz, zwar sehr einfach, jedoch theilweise auch fehlerhaft construirt. Diese Turbinen sind durch Herrn Francis, welcher sie centre-vent wheels nennt, wesentlich verbessert worden (s. die Lowell-Hydraulic-Experiments, by J. B. Francis). Namentlich hat derselbe statt der geraden Leitschaufeln aus Holz krumme Leitschaufeln aus Blech angewendet, sowie auch den Radschaufeln eine zweckmäßigere Gestalt gegeben. Zwei solcher Turbinen mit äußerer Beaufschlagung hat Herr Francis 1849 für die Boot-Cotton-Mills in Lowell ausgeführt, wovon jede bei einem Gefälle von 19 Fuß ein Leistungsvermögen von 230 Pferdekräften besitzt.

Den verticalen Durchschnitt eines solchen Rades führt Fig. 284 vor Augen. Es ist E das untere Ende des 8 Fuß (2,44 m) weiten und 130 Fuß (39,6 m) langen Einfallrohres, welches aus $^3/_8$ Zoll (10 mm) dicken Blechen nach Art der Dampfkessel zusammengenietet ist. Dieses Rohr mündet seitwärts in den oben geschlossenen Rad- oder Schützenkasten FF, dessen Deckel noch 6 bis 7 Fuß (1,8 bis 2,2 m) unter der Oberfläche des Oberwasserspiegels liegt. Der Radteller ACA hat eine glockenförmige Gestalt und ist von unten an die Welle CD geschoben und mit derselben durch eine Schraube C fest verbunden. Der äußere Raddurchmesser ist 9,3 Fuß (2,83 m), der innere 7,9 Fuß (2,41 m), ferner die innere Radweite $AB =$ 1,23 Fuß (0,375 m) und die äußere $=$ 1 Fuß (0,305 m); es nimmt also diese Weite von außen nach innen zu, während bei dem Leitschaufelapparat GG das Gegentheil statt hat. Die Anzahl der Rad- und Leitschaufeln ist $= 40$, und die Dicke derselben mißt $^2/_8$ und $^3/_8$ Zoll (6 bis 10 mm). Der kürzeste Abstand zwischen je zwei Radschaufeln beträgt 0,138 Fuß (0,042 m), und der zwischen je zwei Leitschaufeln, $= 0{,}147$ Fuß (0,045 m). Die schmiedeeiserne Welle CDK geht bei D durch eine Stopfbüchse im Decke des Radkastens, und ihr oberes Ende K ist mit einer Reihe ringförmiger Vorsprünge versehen, womit es in gleichgestalteten ringförmigen Vertiefungen im Lagergehäuse ruht. Durch diese zweckmäßige Aufhängungsweise mittelst eines Kammzapfens (s. Thl. III, 1) wird das enorme Gewicht der armirten Welle von 15 200 Pfund, auf eine Auflagerungsfläche von 331 Quadratzoll vertheilt, so daß jeder Quadratzoll derselben nur noch mit 46 Pfund belastet ist (etwa gleich 0,035 kg pro 1 qmm). Die Transmission der Kraft des Rades erfolgt durch ein unterhalb des Lagergehäuses auf der Welle CI sitzendes Zahnrad, an dessen Stelle jedoch in der Figur die aus §. 23 be

kannte und zur Ausmittelung der Leistungsfähigkeit des Rades dienende Bremsscheibe RR gezeichnet ist. Am äußersten Ende der Welle ist noch ein Zählapparat Z, welcher beim Vornehmen einer Kraftmessung die Beendi-

Fig. 284.



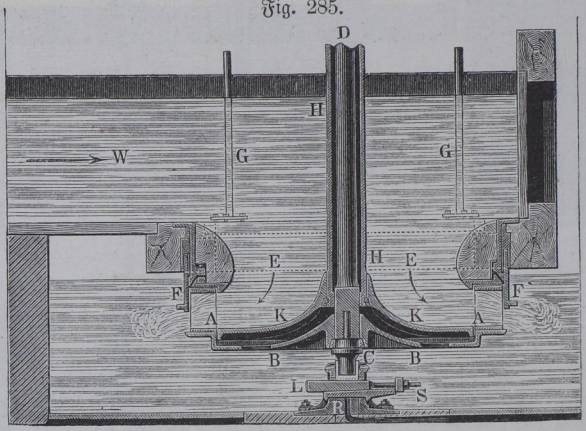
zung einer gewissen Anzahl von Umdrehungen durch einen Glockenschlag anzeigt, angebracht. Uebrigens ruht die Welle in drei Halslagern, wovon das unterste HH auf dem Teller TT sitzt, womit der Radteller vor dem Drucke des darüberstehenden Wassers geschützt wird. Dieser Schutzteller ist mittelst

der Arme L, L an vier Säulen N, N befestigt. Die ringförmige Schütze SS bewegt sich in einem zwischen dem Rade und dem Leitschaufelapparat frei gelassenen Spielraume, und schließt oben mittelst Lederliderung an den genau abgedrehten Umfang des Schutztellers TT an. Der Bewegungsmechanismus derselben ist in der Figur nicht angegeben. Zur Beobachtung des Wasserstandes ober- und unterhalb des Rades dienen besondere Wasserstandsröhren mit Scalen, wovon die eine in U sichtbar ist. Die Turbine geht unter Wasser um.

Zur Bestimmung der Aufschlagwassermenge dient ein unterhalb in V im Unterwasser angebrachter Ueberfall von 14 Fuß (4,26 m) Breite.

§. 109. **Cadiat'sche Turbine.** Wenn man bei einer Fourneyron'schen Turbine von der oben beschriebenen Einrichtung die Leitschaufeln in dem Zuführungsapparate wegläßt, so entsteht die Turbine von Cadiat, von

Fig. 285.



welcher Fig. 285 eine Darstellung giebt. Eigenthümlich ist diesen Rädern noch eine das Rad von außen umschließende kreisförmige Schütze. AA ist das eigentliche Rad und BB die Schale, welche dasselbe mit der stehenden Welle CD verbindet. Der Spurzapfen C dieser Welle ruht in einer Pfanne, welche wir weiter unten näher kennen lernen werden. EE ist das Reservoir mit kreisförmigem Querschnitte, das oben mit dem Zuleitungscanale W in fester Verbindung ist und unten unmittelbar über dem oberen Radkranze ausmündet. Damit das bei W zufließende, im Reservoir niedersinkende und auf dem Wege EA dem Rade zufließende Wasser so wenig wie möglich in dieser Bewegung gestört werde und keine Contraction erleide, erweitert sich das Reservoir EE sowohl auf- als auch abwärts allmälig, wie aus der

Figur deutlich zu ersehen ist. Der Ausfluß des Wassers wird durch eine das Rad von außen umgebende kreisförmige Schütze FF regulirt. Das Ziehen oder Senken derselben erfolgt durch vier Stangen mittels eines besonderen Mechanismus, dessen nähere Einrichtung aus der Figur nicht zu ersehen ist. Damit das Wasser nicht zwischen der Schütze und der Gefäßwand durchdringen kann, ist ein die innere Fläche der Schütze berührender Lederring eingesetzt.

Die stehende Welle CD ist noch mit einer Röhre HH umgeben, welche den Teller KK trägt, der von dem inneren Umfange des unteren Radkranzes umgeben wird, so daß das Wasser nach unten abgesperrt ist und nicht auf die Schale des Rades drückt. Diese Einrichtung (nach Redtenbacher) weicht von der, welche Cadiat angewendet hat, ab, ist aber genau dieselbe wie bei den Fourneyron'schen Turbinen. Cadiat läßt den Teller mit der Röhre ganz weg, und hebt den Druck des Wassers auf die Schale B durch einen Gegendruck von unten auf, indem er noch ein zweites Reservoir anbringt, welches die untere Fläche des Rades A fast berührt, und mit dem Druckwasser GH in Communication gesetzt wird. Jedenfalls ist diese Einrichtung weniger zweckmäßig als die Fourneyron'sche, um so mehr, da es nicht möglich ist, den Austritt des in diesem Reservoir völlig hydrostatisch drückenden Wassers durch den wenn auch noch so engen ringförmigen Spalt zwischen dem Rade und dem Reservoir zu verhindern. Die hier abgebildete Turbine geht, wie man sieht, unter Wasser.

Anmerkung. Eine vollständige und genaue Beschreibung einer Cadiat'schen Turbine ohne Bodenteller und mit Druckwasser unter dem Radteller liefert M. Armengaud d. Aelt. im zweiten Bande seiner Publication industrielle.

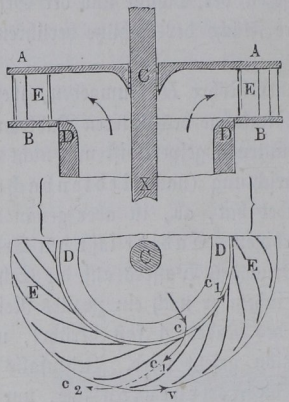
Da hier dem Wasser durch Leitschaufeln eine besondere Richtung nicht ertheilt wird, so muß man annehmen, daß das in dem Rohre EE niedersinkende Wasser beim Austritte durch den Cylindermantel A sich gleichmäßig nach allen Seiten radial ausbreitet. Dieser radialen Eintrittsrichtung entsprechend, hat man auch hier die Umdrehungsgeschwindigkeit v_e des Eintrittsumfanges und die Neigung β des ersten Schaufelelements so zu wählen, daß der in §. 102 gegebenen Bedingung des stoßfreien Eintritts genügt wird, und die dort unter (1) und (2) angeführten Gleichungen gehen mit $\alpha = 90^0$ über in:

$$\frac{v_e}{c_e} = cotg\,\beta \text{ und } \frac{w_e}{c_e} = \frac{1}{\sin\beta}.$$

Dagegen ist bei diesen Rädern ohne Leitschaufeln die Erfüllung der Bedingung eines normalen Austritts mit einer Kraftabgabe an das Rad unvereinbar, wie aus den späteren Ermittelungen sich ergiebt, und wie sich schon daraus schließen läßt, daß bei einer radialen Ein-

führung und einer radialen Ausführung des Wassers der absolute Wasserweg durch irgend eine S-förmig geschwungene Linie dargestellt werden muß, welche in den beiden durch den Wendepunkt getrennten Zweigen nach den entgegengesetzten Seiten concav ist. Bei allen Rädern ohne Leitschaufeln tritt vielmehr das Wasser in gegen die Austrittsöffnung schräger Richtung aus dem Rade, welcher Umstand nach dem in §. 102 Gesagten als eine principielle Unvollkommenheit dieser Räder angesehen werden muß. In Folge dessen ist denn auch der Wirkungsgrad der Turbinen ohne Leitschaufeln ein geringer, und die Cadiat'schen Turbinen haben sich deshalb nicht in die Praxis einführen können, trotzdem durch den Wegfall der Leitschaufeln eine gewisse Vereinfachung der Construction erreichbar ist. In diesen Turbinen wirkt das Wasser immer vermöge seiner Pressung, so daß diese Räder stets als Reactionsturbinen auftreten, wie aus den späteren Ermittelungen folgt.

Fig. 286.



Die für die Cadiat'schen Turbinen angestellten Betrachtungen gelten vollständig auch für die Combes'schen Reactionsräder, welche nach Fig. 286 ebenfalls innere Radialturbinen ohne Leitschaufeln sind, denen das Wasser aber zum Unterschiede von den Cadiat'schen Rädern von unten durch das Rohr DD zugeführt wird.

Anmerkung. Räder von solcher Aufstellung, wie die Combes'schen, d. h. mit Wasserzuführung von unten, sind auch in Deutschland verschiedentlich ausgeführt worden, so z. B. von Wedding in Sagan und insbesondere von Nagel. Diese Räder sind aber mit Leitschaufeln versehen und müssen daher als umgekehrte Fourneyronturbinen angesehen werden. Es gehört hierher auch die Turbine von Laurent und Deckherr, s. Armengaud's Publication industr. Vol. 6.

§. 110. **Schottische Turbinen.** Zu den Radialturbinen ohne Leitschaufeln sind auch die unter dem Namen der schottischen oder Whitelaw'schen Turbinen bekannten Räder zu rechnen. Diese Turbinen können als auf dem Princip des bekannten Segner'schen Wasserrades beruhend angesehen werden, von dessen Wirkungsweise man sich durch die Fig. 287 und Fig. 288 eine Vorstellung machen kann.

Setzt man ein Ausflußgefäß HRF, Fig. 287, auf einen Wagen, so treibt die Reaction des Wassers, d. h. der Druck P auf die der Mündung F gegen-

überliegende Rückwand des Gefäßes dasselbe in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Richtung fort, und verbindet man ein Ausflußgefäß ABF, Fig. 288, mit einer stehenden Welle CD, so wird diese durch die Reaction P des ausfließenden Wassers ebenfalls in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Richtung umgedreht. Ersetzt man das unten abfließende Wasser

Fig. 287.

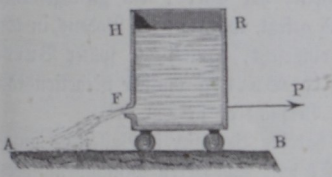
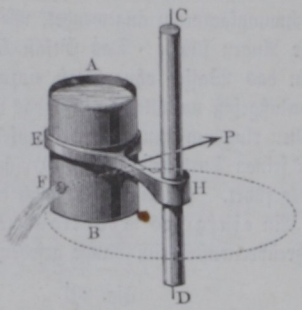


Fig. 288.



von oben durch anderes, so wird auf diese Weise eine stetige Umdrehung erzeugt. Die Vorrichtung, welche dieserart entsteht, heißt ein Reactionsrad, in Deutschland gewöhnlich ein Segner'sches Wasserrad, in England auch Barkers mill. Die hier angedeutete Rückwirkung des Wassers ist die Veranlassung gewesen, bei den Turbinen überhaupt von einer Reactionswirkung zu sprechen. Die hydraulische Pressung nämlich, welche, wie früher angegeben, eine beschleunigende Wirkung auf das ausfließende

Fig. 289.

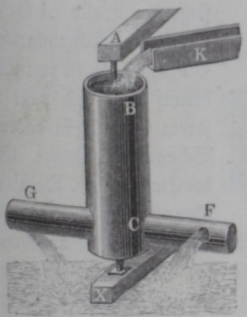
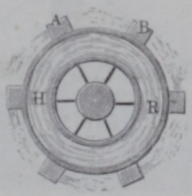


Fig. 290.



Wasser äußert, übt hierbei einen dem Beschleunigungsdrucke genau gleichen entgegengesetzten Rückdruck auf die hohle Schaufelfläche aus.

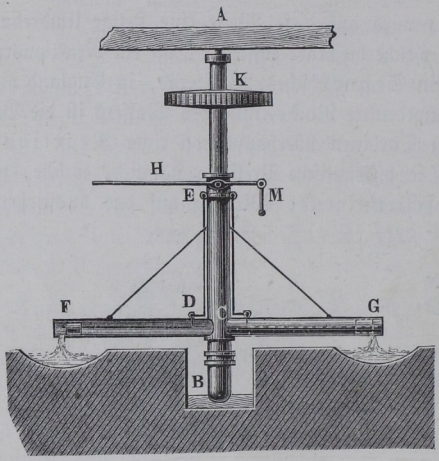
Das einfachste Rad dieser Art ist in Fig. 289 abgebildet. Dasselbe besteht aus einer Röhre BC, deren Axe durch eine feststehende Welle AX gebildet wird, und aus zwei Röhren (Schwungröhren) CF und CG mit Seitenmündungen F und G. Das durch diese Mündungen abfließende Wasser

wird durch anderes, oben durch ein Gerinne K zugeführtes Wasser ersetzt. Bei Anwendung an Mahlmühlen wird der Läufer oder obere Mühlstein auf AX unmittelbar aufgesetzt; bei anderen Anwendungen kann aber die Bewegung mittelst eines auf AX aufzusetzenden Zahn- oder Riemenrades fortgepflanzt werden.

Man hat auch Reactionsräder mit mehreren Schwungröhren oder Schwungkammern angewendet, wie z. B. Fig. 290 (a. v. S.) im Grundrisse vor Augen führt. Das Gefäß HR ist entweder cylindrisch oder conisch. Um das Wasser ohne Stoß einzuführen, hat Euler ein gleichgeformtes Zuflußgefäß unmittelbar über das Rad gesetzt, und statt des Bodens in demselben ringsum geneigte Leitschaufeln eingesetzt, ähnlich wie später Burdin bei seinen Turbinen (s. §. 100); auch hat Burdin ähnliche Reactionsräder ausgeführt. Hierhin gehört auch das Versuchsrad in Thl. I.

Ein einfaches Reactionsrad hat der Verfasser in Vallendar unweit Ehrenbreitenstein im Gange gesehen. Es war vom Herrn Maschineninspector Althans construirt, und diente als Umtriebsmaschine für zwei Lohmahlgänge. Die Einrichtung dieses Rades ist aus Fig. 291 zu ersehen. Das Wasser wird durch eine Einfallröhre zugeführt, welche bei B unterhalb des Rades vertical aufwärts gebogen ist. Die stehende Welle AC mit ihren beiden Schwungröhren CF und CG ist von unten herauf hohl und paßt mit ihrem Ende B in das eine Schnauze bildende Ende der Einfallröhre. Damit sich aber diese Welle drehen könne, ohne Wasser durchzulassen, ist in B eine Stopfbüchse angebracht. Die rectangulären Seitenmündungen F und G sind durch Schieber zu verschließen und letztere wieder sind durch Stangen und Winkelhebel (D) mit einer die Welle umfassenden Hülse E verbunden, welche durch einen Hebel HM gehoben oder gesenkt werden kann. Oben sitzt das Rad K zur Transmission der Bewegung. Das durch die 0,23 m weite Einfallröhre zugeführte Wasser tritt bei B in die Steigröhre und bei C in die Schwungröhren, und kommt nun bei F und G zum Ausflusse. Diese Einrichtung gewährt den

Fig. 291.



Vortheil, daß das ganze Gewicht der umlaufenden Maschine vom Wasser getragen werden und folglich zu einer Reibung an der Basis keine Gelegenheit geben kann. Ist G das Gewicht der Maschine, h die Druckhöhe und $2r$ die Weite der Steigröhre, so hat man für den Fall:

$$\pi r^2 h\gamma = G,$$

und hiernach den erforderlichen Röhrenhalbmesser

$$r = \sqrt{\frac{G}{\pi h\gamma}}$$

anzuwenden, um diesen Gleichgewichtszustand herbeizuführen.

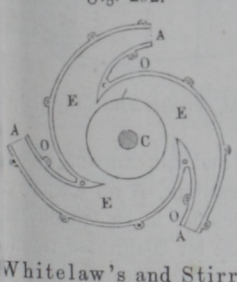
Das Aufschlagquantum betrug 18 Cubikfuß (0,556 cbm) pro Minute und das Gefälle 94 Fuß (29,5 m), folglich die disponible Leistung 1861 Fußpfund (124 mkg). Die Länge einer Schwungröhre maß $12^1/_2$ Fuß (3,92 m), und die Umdrehungszahl pro Minute war beim Arbeiten = 30, folglich die Umfangsgeschwindigkeit = 39,3 Fuß (12,35 m).

Anmerkung 1. Die erste Beschreibung eines Reactionsrades, als eine Erfindung Barker's, findet man in Desaguliers Course of experimental-philosophy, Vol. II, London 1745. Ausführlich über die Theorie und vortheilhafteste Construction dieser Räder handelt Euler in den Memoiren der Berliner Akademie 1750, 1754.

Anmerkung 2. Die Wirkungsgrade der älteren Reactionsräder waren außerordentlich klein. Schon Nordwall findet einen solchen nur $^1/_3$ von dem eines oberschlächtigen Rades. Schitko (s. dessen Beiträge zur Bergbaukunde u. s. w. Wien 1833) fand an einem solchen Rade den höchsten Wirkungsgrad 0,15, also ebenfalls sehr gering.

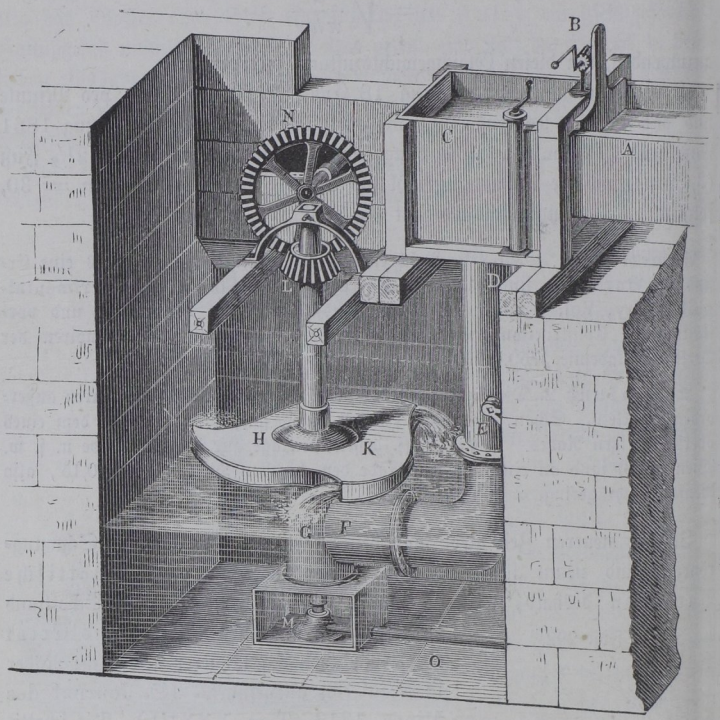
In der neueren Zeit giebt man den Reactionsrädern krumme Schwungröhren und nennt sie gewöhnlich Whitelaw'sche oder Schottische Turbinen deshalb, weil sie von Whitelaw mehrfach in Schottland ausgeführt worden sind. Manouri d'Ectot hat jedoch schon vor längerer Zeit solche Räder in Frankreich ausgeführt. (S. Journal des Mines, 1813, Tom. XXXIII.) Die schottischen, von Whitelaw und Stirrat construirten Turbinen weichen von dem Reactionsrade Manouri's im Wesentlichen nicht ab. (S. Dingler's polytechn. Journal, Band 88, und polytechn. Centralblatt, Band II. 1843, vorzüglich aber die Schrift: Description of Whitelaw's and Stirrat's Patent Watermill, 2. Edit. London and Birmingham 1843.) Eine besondere Einrichtung der Whitelaw'schen Turbinen besteht darin, daß man die Ausflußmündung des Wassers durch

Fig. 292.



eine bewegliche Seitenwand erweitern oder verengern und dadurch den Ausfluß selbst reguliren kann. Ein horizontaler Durchschnitt einer solchen Turbine ist in Fig. 292 (a. v. S.) abgebildet. Diese Turbine besteht aus drei Schwungröhren, das Wasser tritt bei E in diese ein und bei A aus denselben aus. OA ist die um O drehbare, einen Theil der inneren Seitenwand bildende Klappe zum Reguliren des Ausflusses. Die Stellung dieser Klappe während

Fig. 293.



des Ganges läßt sich durch einen ähnlichen Apparat, wie bei dem in Fig. 291 abgebildeten Rade, bewirken.

Die ganze Zusammenstellung einer Whitelaw'schen Turbine ist aus Fig. 293 zu ersehen. A ist das Wasserzuleitungsgerinne, B ein Schutzbrett und C das Einfallreservoir, aus welchem das Wasser in die Einfallröhre DEF läuft. E ist eine Drehklappe, durch welche der Wasserdruck regulirt werden kann. Bei F tritt das Wasser in den feststehenden Cylinder G und von da in das darüber befindliche Rad HK, das auf der stehenden Welle LM festsitzt. Die Reaction des durch drei Radmündungen aus-

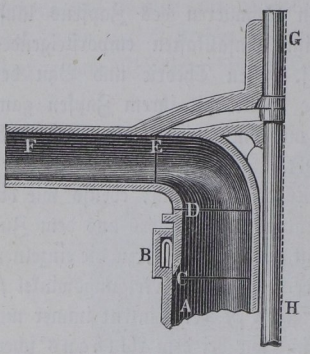
strömenden Wassers treibt das Rad mit der Welle in umgekehrter Richtung um, und diese Bewegung wird durch die Zahnräder L und N zunächst auf eine horizontale Welle übertragen u. s. w. Das Rad, die Welle, die Einfallröhren u. s. w. sind von Gußeisen; die Pfanne des Zapfens M aber erhält ein Futter von Messing. Das Oel zum Schmieren des Zapfens läuft durch ein bis über den Wasserspiegel im Einfallkasten emporsteigendes Rohr O zu. Nach Redtenbacher (s. dessen Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren) kann man die Welle mit ihrem Zapfen ganz vom Wasser absperren, wenn man beide mit einem bis an die obere Deckplatte des Rades reichenden Gehäuse umgiebt.

Diese letztgedachten Whitelaw'schen Räder lassen sich, ebenso wie die Cadiat'schen, so ausführen, daß der Eintritt des Wassers aus dem Zuführungsrohre in das Rad ohne Stoß erfolgt, wenn man hierzu die einzelnen Schwungröhren wie in Fig. 292 unter dem geeigneten Neigungswinkel β gegen den Eintrittsumfang anschließt. Dagegen ist der Eintritt immer mit einem gewissen Stoßverluste verbunden, wenn, wie bei dem Althans'schen Rade, Fig. 291, die Schwungröhren radial von dem Einführungsrohre ausgehen. Dieser Verlust ist indessen bei dem letztgedachten Rade wegen der kleinen Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in der Mitte zugeführt wird, und bei der ebenfalls geringen Umdrehungsgeschwindigkeit daselbst nur klein. Dagegen gilt für alle diese Räder die für die Cadiat'schen schon gemachte Bemerkung, daß eine normale, d. h. eine radiale Abfuhr des Wassers nicht erreichbar ist, wie die weiter unten folgende Theorie ergeben wird.

Bei den schottischen Turbinen pflegt die Austrittsöffnung des Rades immer viel kleiner zu sein, als die Eintrittsöffnung, so daß demnach die relative Austrittsgeschwindigkeit beträchtlich größer werden muß, als die relative Eintrittsgeschwindigkeit. Dies zu erzielen, wird das Wasser immer eine erhebliche Pressung beim Eintritte haben, und hieraus erkennt man die Nothwendigkeit, einen möglichst dichten Abschluß des Spaltes oder Spielraumes zwischen dem festen Zuführungsrohre und dem schnell rotirenden Radteller herzustellen. Bei einem weniger dichten Abschlusse fließt nämlich in Folge der starken Pressung durch den Zwischenraum sehr viel Wasser ungenützt aus, eine Bemerkung, die übrigens für alle Reactionsturbinen ohne Ausnahme gilt, indem bei denselben der Spalt einen um so größeren Wasserverlust veranlaßt, je größer der Ueberdruck daselbst ist. Diesen dichten Schluß zu erzielen, ohne damit eine zu beträchtliche Stopfbüchsenreibung herbeizuführen, bildet eine Hauptschwierigkeit, welche der größeren Verbreitung der schottischen Turbinen im Wege gestanden hat. Denn wenn auch, wie schon bemerkt, die Ausnutzung der Wasserkraft wegen des fehlenden Leitschaufelapparates hier eine mangelhafte genannt werden muß, so spricht doch die

einfache Einrichtung und leichte Ausführbarkeit des Rades sehr für dessen Anwendung in allen solchen Fällen, wo bei sehr bedeutenden Gefällen und geringen Wassermengen die wohlfeile Erstellung eines Motors in erster Linie maßgebend ist, selbst auf die Gefahr eines geringeren Wirkungsgrades hin.

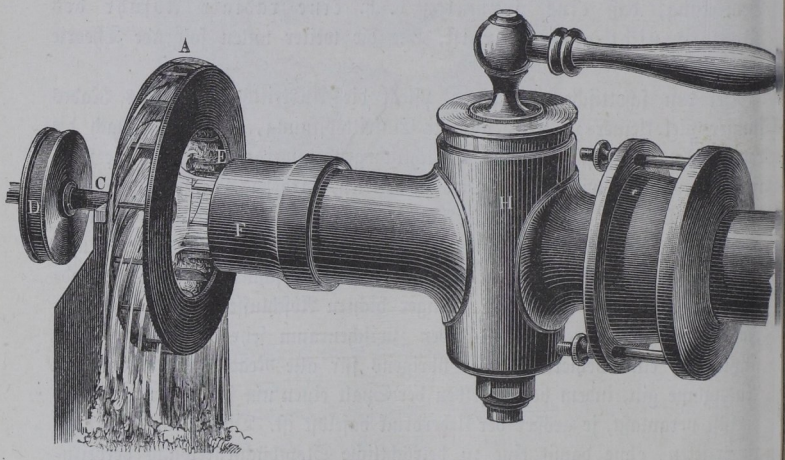
Fig. 294.



Anmerkung. Redtenbacher bewirkt den wasserdichten Abschluß zwischen dem Zuflußreservoir AB, Fig. 294, und dem Rade DEF durch einen beweglichen Messingring CD, der vom Wasser durch seinen Druck so stark an die untere Ringfläche D des Rades angedrückt wird, daß das Wasser an dieser Stelle nicht durchdringen kann. Die Berührungsflächen bei D sind natürlich ganz eben abzuschleifen. Der Ring selbst ist durch einen mit Metall gesteiften Lederstulp B gedichtet.

Für sehr hohe Gefälle und geringe Wassermengen hat man wohl auch in neuerer Zeit Turbinchen ohne Leitschaufeln in Anwendung gebracht, denen das Wasser in der Mitte als ein freier Strahl, also ohne Ueberdruck zugeführt wird, wie Fig. 295 erkennen läßt. Das Wasser wirkt hier nur vermöge seiner Geschwindigkeit, also ohne Reaction, und man wird, um den Stoß beim Eintritte möglichst aufzuheben, nicht nur die Schaufeln unter dem bestimmten Winkel β gegen den Umfang zu neigen haben, sondern auch gut

Fig. 295.



thun, dem Radteller anstatt einer ebenen Scheibenform diejenige eines conoidischen Körpers zu geben, ähnlich wie diese Form etwa bei den Schwartzkopff'schen Kreiselpumpen gewählt ist (s. Thl. III, 2). Alsdann bilden diese Rädchen, welche übrigens nur einen geringen Wirkungsgrad geben und höchstens für sehr geringe Leistungen ihrer Einfachheit wegen Anwendung finden dürften, einen Uebergang zwischen den Radialturbinen und den nunmehr näher zu betrachtenden Axialturbinen.

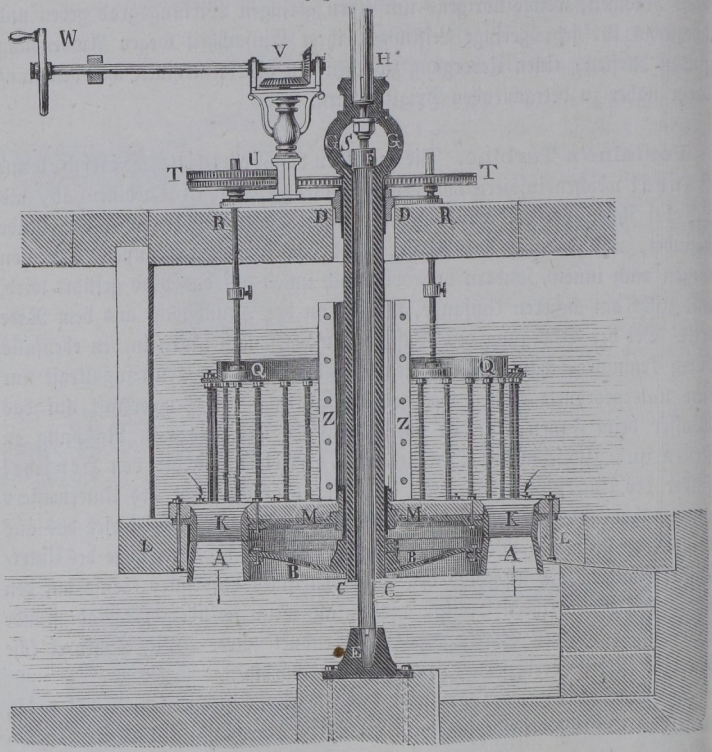
§. 111.

Fontaine's Turbine. Die Turbinen von Fontaine, Henschel und Jonval weichen insofern von den Fourneyron'schen Turbinen ab, als sich bei ihnen der Leitschaufelapparat nicht neben, sondern über dem Rade befindet, und dadurch das Wasser nicht von innen nach außen oder von außen nach innen, sondern von oben nach unten auf das Rad geführt wird, und nicht am äußeren Umfange, sondern an der Grundfläche aus dem Rade tritt. Bei der Bewegung des Wassers von oben nach unten in den ebenfalls durch krumme Schaufeln gebildeten Canälen spielt die Centrifugalkraft nur eine untergeordnete Rolle, wogegen die Wirkung der Schwerkraft auf das Wasser beim Fallen desselben durch die Höhe des Rades in Rechnung zu stellen ist. Zwischen der Turbine von Fontaine und der von Henschel findet der Unterschied statt, daß bei jener die Oberfläche des Unterwassers unmittelbar unter oder über dem Rade steht, daß dagegen bei dieser das aus dem Rade strömende Wasser eine Wassersäule über der Oberfläche des Unterwassers bildet, die in Folge des atmosphärischen Luftdruckes ebenso auf den Gang des Rades ihren Einfluß ausübt, als wenn sie über dem Rade stünde und auch wohl als Sauggefälle bezeichnet wird. Die Jonval'sche Turbine ist eine verbesserte Henschel'sche Turbine.

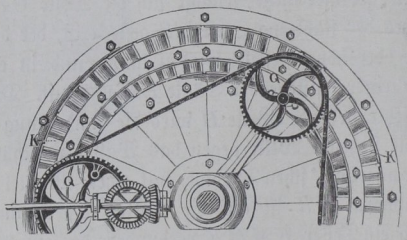
Die Einrichtung einer Fontaine'schen Turbine ist aus Fig. 296 (I. u. II., a. f. S.), welche dieselbe in einem verticalen Durchschnitte und im Grundrisse vorstellt, zu ersehen. AA ist das Rad, BB der Radteller, welcher statt der Radarme das Rad mit der hohlen Welle $CCDD$ fest verbindet. Damit der Zapfen nicht unter Wasser gehe, endigt sich die Welle CD in einem Auge GG, durch welches der stählerne Stift FS gesteckt ist, der durch die Schraubenmutter S tiefer oder höher gestellt werden kann, und in einer stählernen Pfanne im Kopfe F einer feststehenden Säule EF umläuft. Durch eine über dem Auge G eingesetzte stehende Welle H wird die Umdrehung des Rades fortgepflanzt. Um die stehende Welle gegen das Wasser zu schützen, wird sie, wie bei einer Fourneyron'schen Turbine, mit einem Mantel ZZ umgeben. Der Leitschaufelapparat KK ist auf die Balken L, L aufgeschraubt und mit ihm ist auch ein Teller $KMMK$ verbunden, der ein cylindrisches Metalllager MM enthält, durch das, in Gemeinschaft mit einem höher stehenden Lager DD, die Turbinewelle CD während ihrer Umdrehung

in sicherem Stande erhalten wird. Die Gestalt einer Leitschaufel N und einer Radschaufel O ist aus III. zu ersehen. Zum Reguliren des Auf-

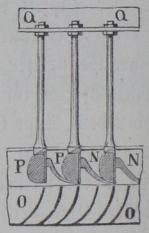
Fig. 296 I.



II.



III.

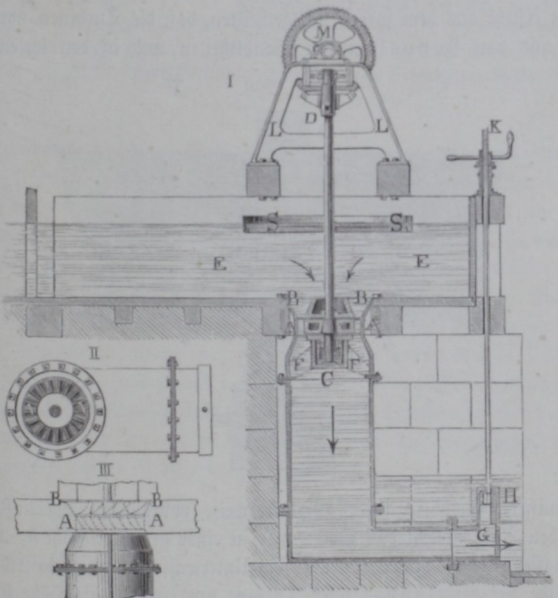


schlages dient ein Schützenapparat, welcher aus so vielen einzelnen Schützen $P, P \ldots$ besteht, als das Rad Leitschaufeln $N, N \ldots$ hat. Diese Schützen

sind mit abgerundeten Holzstücken bekleidet und laufen in Nuthen, welche in die cylindrischen Mäntel des Leitschaufelapparates eingelassen sind. Die Schützenstangen PQ, PQ... sind durch einen eisernen Ring QQ fest mit einander verbunden, der durch drei Zugstangen QR, QR... gehoben oder gesenkt werden kann. Zu diesem Zwecke werden die Enden R, R... dieser Stangen schraubenförmig zugeschnitten und Zahnräder T, T... aufgesetzt, deren Naben Schraubenmuttern bilden und deren Umfänge durch eine Kette ohne Ende mit einander verbunden sind. Wird nun mit Hülfe einer Kurbel W und vermittelst eines Räderwerkes UV das eine Rad T in Umdrehung gesetzt, so laufen die übrigen Räder gleichmäßig mit um, und es werden dadurch auch alle drei Zugstangen gleichmäßig angezogen oder niedergelassen. Hinsichtlich der sonst zum Reguliren der Turbinen angewendeten Mittel sei auf das weiter unten darüber Angegebene verwiesen.

Jonval's Turbine. Ansichten einer Jonval'schen Turbine sind §. 112.
unter Fig. 297 enthalten. Man nennt diese Turbinen wohl auch doppelt-

Fig. 297.

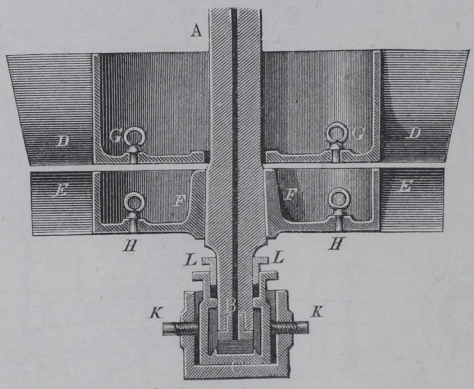


wirkende, weil bei ihnen das Wasser durch Druck und Zug (Saugen) zugleich wirkt. AA ist das ebenfalls durch einen Teller mit der

stehenden Welle CD verbundene Rad, BB der darüberstehende, in das Aufschlaggerinne EE conisch einmündende Leitschaufelapparat. Das Zapfenlager ruht in einem Gehäuse C, welches durch die Träger FF unterstützt und festgehalten wird. Die Lage der Leit- und Radschaufeln, sowie einen Theil des Aeußeren von der Röhre, in welcher das Rad eingeschlossen ist, führen II. und III. vor Augen. Um die Oberfläche des Oberwassers ruhig zu erhalten, wird ein hölzerner Schwimmer SS aufgelegt, und um den Gang des Rades zu reguliren, wird eine Schütze G in Anwendung gebracht, welche sich durch eine Kurbel und Schraube höher oder tiefer stellen läßt. Je nachdem die Schütze höher oder tiefer steht, fließt natürlich auch mehr oder weniger Betriebswasser in das Unterwasser H ab, kann also auch das Rad mehr oder weniger Arbeit verrichten. Der Ständer LL trägt das Lager für den oberen Zapfen der Welle CD und das Lager einer liegenden Welle, auf welche die Umdrehung des Rades mittelst eines conischen Räderwerkes M zunächst übertragen wird. Bei kleinen Rädern kann das Reservoir, in welchem das Rad eingeschlossen ist, aus gußeisernen Röhren zusammengesetzt werden, bei größeren Rädern hingegen pflegt man es aus Quadern aufzumauern.

Man ersieht aus dem soeben Mitgetheilten, daß die Turbinen von Fontaine und von Jonval in den Haupttheilen und in den wesentlichsten

Fig. 298.



Verhältnissen, sowie in ihrer Wirkungsweise vollkommen übereinstimmen. Bei beiden Rädern steht das Oberwasser in einer gewissen Höhe h_o über der Eintrittsstelle in das Rad; was aber das Unterwasser anlangt, so steht dessen Oberfläche bei der Jonval'schen Turbine um eine gewisse Höhe h_u unter dem Rade, während sie bei der Fontaine'schen Turbine bis zum Rade reicht, oder sogar über dem Rade steht. In Beziehung auf das Reguliren des

Ganges beider Turbinen muß noch bemerkt werden, daß die Fontaine'sche Turbine mit einer inneren, dagegen die Jonval'sche mit einer äußeren Schütze ausgerüstet, daß also insofern jene mit einer Fourneyron'schen und diese mit einer Cadiat'schen Turbine zu vergleichen ist.

Die Henschel'schen oder Jonval'schen Turbinen sind in der neueren Zeit vielfach und mit sehr gutem Erfolge angewendet worden. Der verticale Durchschnitt eines einfachen Rades dieser Art ist in Fig. 298 abgebildet. Die Welle AB ist längs ihrer Axe durchbohrt, um den Berührungsflächen zwischen dem Zapfen B und der Spurplatte C Oel zuführen zu können. Es ist DD der Leitschaufelapparat (das Leitrad) und $EEFF$ das eigentliche Rad (Laufrad); die Bodenteller GG und HH sind mit Spunden G und H versehen, wodurch die Unreinigkeiten, wie Sand, Schmand u. s. w., von Zeit zu Zeit abgelassen werden können. Wie der Zapfen durch Schrauben KK centrirt und durch eine Stopfbüchse vor dem Zutritt des Wassers geschützt werden kann, ist aus der Figur deutlich zu erkennen.

Anmerkung. Mit Recht rügt Herr Professor Rühlmann in der Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieurvereins Bd. I, und zwar im „Beitrag zur Geschichte der horizontalen Wasserräder", daß die sogenannte Jonval'sche oder Köchlin'sche Turbine keine Jonval'sche, sondern eine Erfindung des Herrn Oberbergrath Henschel in Cassel ist. Herr Henschel hat schon 1837 eine solche Turbine entworfen und 1841 in einer Steinschleiferei zu Holzminden aufgestellt. Herr Sectionsrath Rittinger nennt die Räder Rohrturbinen.

Schraubenturbine. Die Schraubenturbine kann man als eine §. 113.
Henschel'sche oder Fontaine'sche Turbine auffassen, bei welcher die Leitschaufeln weggelassen und die Radschaufeln durch zwei bis vier sehr lange, rings um die Welle geführte Schraubenflächen gebildet sind. Den verticalen Durchschnitt einer solchen Turbine führt Fig. 299 (a. f. S.) vor Augen. Diese von Plataret erbaute Turbine arbeitet in einer Spinnerei zu St. Maur bei Paris. Das gußeiserne Rad A besteht im Wesentlichen aus zwei schraubenförmigen Schaufeln, welche auf einem über die Turbinenwelle CD wegzuschiebenden Rohre sitzen, und von denen jede eine volle Umwindung hat. Die Höhe dieses Rades ist 0,52 m, der äußere Durchmesser 1,04 m und der innere oder der der Hülse 0,25 m, folglich der Neigungswinkel der Schraubengänge gegen den Umfang außen durch

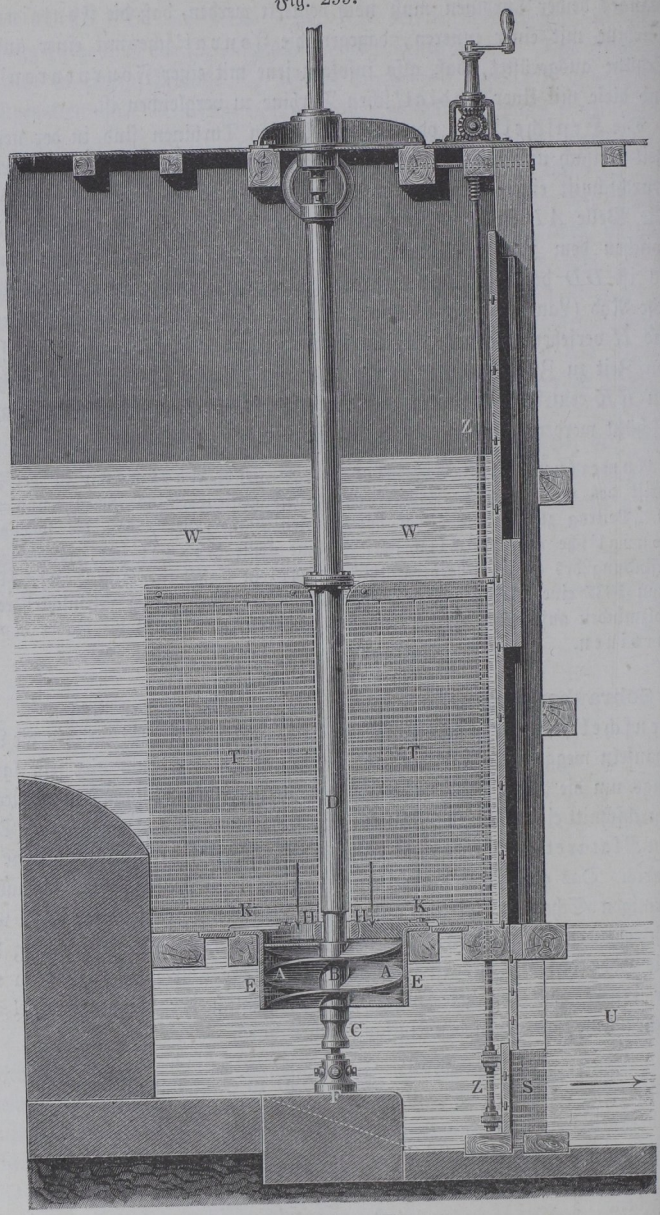
$$tg\,\beta_a = \frac{0{,}52}{\pi \,.\, 1{,}04} = 0{,}1590 \text{ zu } \beta_a = 9^0\,2'$$

und innen durch

$$tg\,\beta_i = \frac{0{,}52}{\pi \,.\, 0{,}25} = 0{,}6622 \text{ zu } \beta_i = 33^0\,31'$$

gegeben.

Fig. 299.



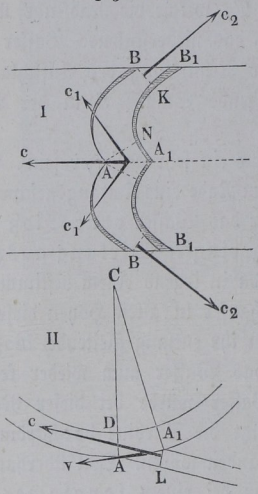
Der Querschnitt jedes der beiden Radcanäle berechnet sich nach Abzug der Eisenstärke auf 0,14 qm. Das Rad bewegt sich in einem gut ausgebohrten gußeisernen Mantel EE mit 1 mm Spielraum. Die Turbinenwelle CD ist, wie die der Fontaine'schen Turbine, Fig. 296, aufgehangen und dreht sich um eine cylindrische Säule, welche auf dem Ständer F ruht. Das Halslager H der Welle wird durch ein dreiarmiges Kreuz getragen. Durch die in die Radstube eingehängten Holzthüren T, welche die Radstube über dem Rade in zwei Abtheilungen theilen, wird das niedersinkende Wasser an einer wirbelnden Bewegung verhindert. Zur Regulirung des Aufschlages dient die durch die Zugstangen Z zu bewegende Schütze S in der Abflußrinne.

Der Wirkungsgrad dieser Turbine kann nur ein sehr geringer sein, wie die folgende Betrachtung lehrt. Wollte man dem Rade eine Umfangsgeschwindigkeit $v = c\cot g\,\beta$ ertheilen, so würde zwar das Wasser ohne Stoß in das Rad eintreten, aber auch, ohne die geringste Wirkung auszuüben, durch das Rad hindurchströmen; denn da in irgend einem bestimmten Cylinderdurchschnitte die schraubenförmige Schaufel in allen Höhen dieselbe Neigung beibehält, so äußert sie auf das an ihr entlang gleitende Wasser keinen ablenkenden Einfluß aus, weswegen das Wasser auch wieder keine Arbeit an das Rad abgeben kann. Das Wasser würde bei dieser Radgeschwindigkeit ungehindert und daher ungenützt die Turbine durchströmen, ebenso als wenn die Schaufeln gar nicht vorhanden wären. Soll überhaupt ein Effect ausgeübt werden, so kann dies nur bei einem langsameren Gange des Rades in Folge des Stoßes geschehen, welcher dann beim Eintritte des Wassers auftritt. Mit dieser ersten Stoßwirkung hört aber dann auch jede fernere Einwirkung auf, wegen der Form der Schaufelflächen, welche, wie erwähnt, eine Ablenkung des Wassers nicht veranlassen. Die Wirkung dieser auf den ersten Blick nicht ganz unvortheilhaft erscheinenden Turbine ist daher die eines recht unzweckmäßigen Stoßrades.

Schiele's und Thomson's Turbinen. Zwei eigenthümliche, in neuerer Zeit bekannt gewordene Turbinen mögen hier noch angeführt werden, diejenigen nämlich von Schiele und von Thomson, von welchen die letztere als äußere Radialturbine aufzufassen ist, während die Turbine von Schiele gewissermaßen als eine Verbindung zweier Axialturbinen angesehen werden kann, denen das Wasser in der Mitte der Radhöhe zugeführt wird, um in der Axenrichtung nach beiden Seiten hin das Rad zu durchströmen. Eigenthümlich ist beiden Turbinen die Zuführung des Wassers am äußeren Umfange durch ein spiralförmiges Gehäuse, welches das Wasser bei der Thomson'schen Turbine direct, bei derjenigen von Schiele durch einen äußeren Leitschaufelapparat dem Rade zuführt. §. 114.

Von der Wirkungsweise des Wassers in der Turbine von Schiele erhält man durch Fig. 300 eine Anschauung. Wenn ein Wasserstrahl in A nahezu tangential gegen den mittleren Umfang eines Cylinders trifft, welcher nach beiden Seiten hin mit Schaufeln BA, B_1A_1... besetzt und durch ein Gehäuse von geeigneter Form umschlossen ist, so wird das mit der Geschwindigkeit c in A ankommende Wasser nach beiden Seiten mit den Geschwindigkeitscomponenten c_1 entlang den Schaufeln hinströmen, um bei B an den Stirnflächen des Cylinders zum Ausflusse zu gelangen. Der hierbei gegen die Schaufeln AB ausgeübte Druck veranlaßt daher die Umdrehung der Radaxe.

Fig. 300.

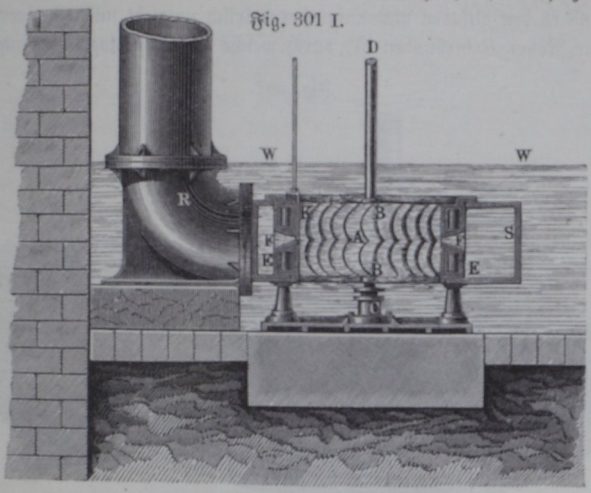


In den Figg. 301 I und II sind der verticale und der horizontale Durchschnitt einer Schiele'schen Turbine abgebildet. Das eigentliche Rad BAB sitzt auf der Welle CD und ist von einem Gehäuse EE umgeben, dessen Mitte den kreisförmigen und mit Leitschaufeln versehenen Zutrittscanal FF enthält. Dieses Gehäuse ist wieder von einem spiralförmigen Einlaufe SS umgeben, welcher sich unmittelbar an die Einfallröhre, durch welche das Aufschlagwasser zugeführt wird, anschließt. Das letztere wird durch die Zuleitungscanäle F, F... in die Mitte A des Rades geführt, läuft von da in zwei Strömen längs der Schaufeln AB, AB hin, und kommt an den beiden Grundflächen des Rades zum Ausfluß unter dem Wasser WW. Um den Zufluß des Aufschlages zu reguliren, sind noch Schieber wie K an den Ausmündungen der Einläufe angebracht, wodurch sich dieselben verschließen lassen. Da das Wasser in entgegengesetzten Richtungen an den Radcanälen hinläuft, so übt es keinen Axendruck auf das Rad aus, und da ohnedies das Rad hohl gegossen wird, daß es beinahe im Wasser schwimmt, so fällt bei diesen Rädern die Zapfenwirkung außerordentlich klein aus. Man läßt diese Turbinen auch durch Saugröhren wirken, auch läßt man sie wohl um eine horizontale Axe laufen. S. Dingler's Journal Bd. 164, 1862.

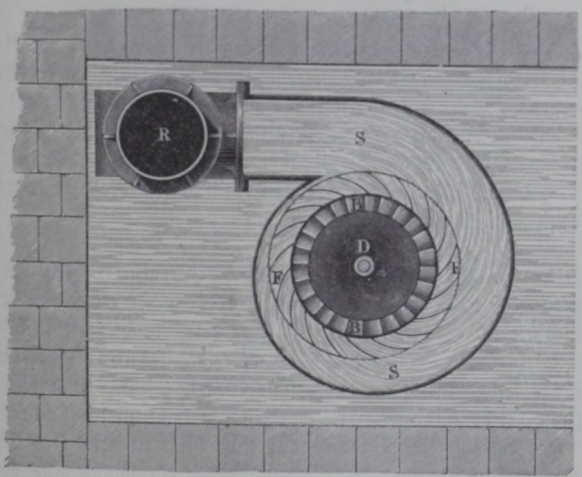
Während bei den Reactionsturbinen von Fourneyron, Fontaine, Francis u. s. w. das Aufschlagwasser so langsam zufließt, daß man die lebendige Kraft desselben ganz außer Acht lassen kann, wird das Wasser bei dem Cafe-Water-Wheel von Thomson mit einer Geschwindigkeit zugeführt, welche der Umdrehungsgeschwindigkeit desselben ganz oder nahe gleichkommt.

Ein solches Rad ist, zum Theil aufgedeckt, in Fig. 302 (a. f. S.) monodimetrisch abgebildet. Das Rad AA besteht aus radialen Schaufeln, welche zwischen

Fig. 301 I.



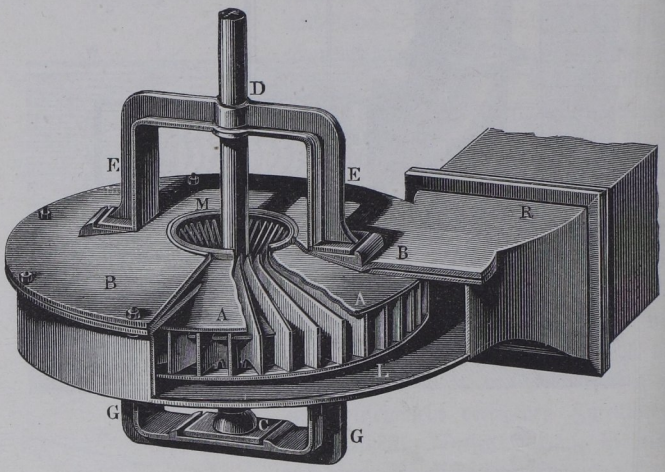
II.



conischen Kränzen sitzen und von außen nach innen an Höhe zunehmen. Die Welle CD ruht in einem Gestelle $EEGG$, welches mit einem Gehäuse BB

fest verbunden ist, wodurch das ganze Rad umgeben wird. Dieses Gehäuse schließt sich ziemlich wasserdicht an die inneren Radmündungen M, M an, während es den äußeren Radumfang excentrisch umgiebt und an einer Seite mit der Röhre R verbunden ist, durch welche das Aufschlagwasser zugeführt

Fig. 302.



wird. In Folge der excentrischen Umschließung des Rades durch das Gehäuse entsteht ein ringförmiger Canal L, welcher an der Einmündung der Einfallröhre die größte Weite hat und sich mit allmälig abnehmender Weite rings um das Rad herumzieht. In diesem Canale bewegt sich das Wasser mit einer Geschwindigkeit, welche die Umfangsgeschwindigkeit des Rades wenig übertrifft. Die Wirkungsweise des Wassers in diesem Rade ist wie die in den äußeren Radialturbinen zu beurtheilen.

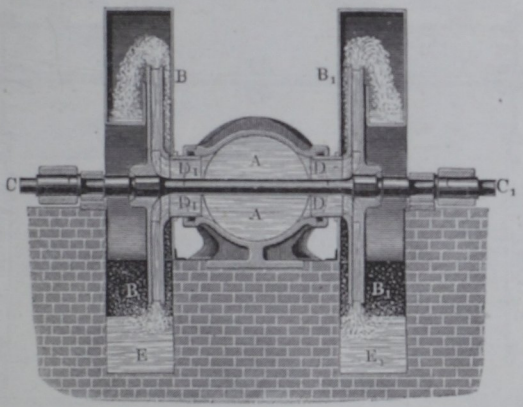
§. 115. **Turbinen mit horizontaler Axe.** In neuerer Zeit hat man auch angefangen, verticale Wasserräder nach den Principien der Reactionsturbinen zu erbauen, jedoch ist über deren Nützlichkeit noch wenig Bestimmtes bekannt. Namentlich hat man die Jonval'schen und die Whitelaw'schen Räder auf horizontale Wellen gesetzt. Daß diese Aufstellung nur bei hohem Gefälle von Vortheil sein kann, ist leicht zu ermessen, da nur hier ein unvermeidlicher Gefällverlust beim Austritte des Wassers aus dem Rade zu übersehen ist. Jedenfalls hat ein solches Rad vor den Turbinen den Vorzug, daß es leichter, sicherer und gegen den Zutritt des Wassers geschützter gelagert werden kann, als eine gewöhnliche Turbine. Nach Jonval und Redtenbacher kann man mit Vortheil zwei Räder

einander gegenüber auf eine und dieselbe horizontale Welle setzen, weil dadurch jeder Wasserdruck in der Richtung der Radaxe aufgehoben wird, ohne auf die Zapfen zu wirken.

Die Einrichtung einer verticalen Doppelturbine mit gesonderten Schwungröhren nach Redtenbacher führt Fig. 303 vor Augen. AA ist die zur Seite einmündende Einfallröhre, BB das eine und $B_1 B_1$ das andere Rad, CC_1 die horizontale Radwelle, ferner sind DD und $D_1 D_1$ die Liderungsringe, endlich sind E und E_1 die Abzugsgräben. Man kann sich leicht denken, wie auf gleiche Weise eine Combes'sche oder Fourneyron'sche Turbine aufzustellen ist. Dieselbe bekommt noch einen Leitschaufelapparat vor jedem Rade und fällt natürlich unter denselben Verhältnissen viel kleiner aus.

Nach demselben Principe kann man auch eine Verbindung von zwei Jonval'schen Turbinen mit gemeinschaftlicher horizontaler Welle herstellen.

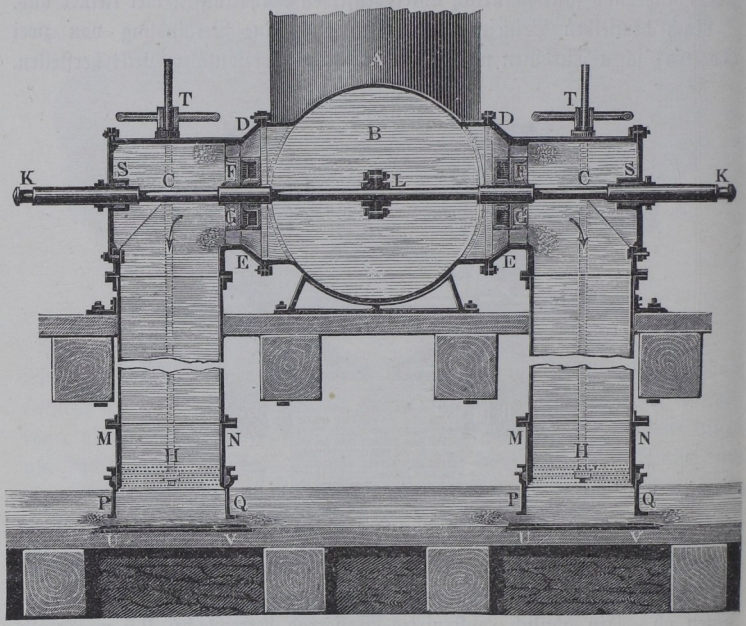
Fig. 303.



Beide einander gegenüberstehende Räder werden aus einem gemeinschaftlichen Reservoir gespeist, führen aber das Wasser in getrennten Abfallröhren nach unten ab. Ein ähnlich construirtes Wasserrad betreibt bei 9,5 m Gefälle mit 180 cbm Aufschlag pro Minute eine Baumwollenspinnerei zu West-Springfield im Staate Massachusetts; es hat 1 m Durchmesser und macht im normalen Gange 220 Umdrehungen pro Minute, wobei es einen Wirkungsgrad von 0,65 giebt. Nach dem „American Franklin-Journal" sollen in dem genannten Staate mehrere solcher Turbinen von 15 bis 140 Pferdekräften bei Gefällen von 3 bis 8 m zum Betriebe an Spinnereien, Papiermühlen, Walzwerken u. s. w. mit Vortheil arbeiten (s. auch das polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850, Lieferung 9, oder the Civil Eng. and Arch. Journ. 1850, Febr., Seite 68).

Aehnliche Doppelturbinen sind von Herrn Roschkoff, Oberstlieutenant im Kaiserl. Russ. Bergingenieurcorps zu Katharinenburg, construirt worden. Den verticalen Längendurchschnitt einer solchen Turbine zeigt Fig. 304. Die Einfallröhre A mündet in das liegende Reservoir B ein, an dieses schließen sich zu beiden Seiten die Turbinengehäuse DES, DES an, und letztere endigen sich in den verticalen Saugröhren HUV, HUV. Das den Turbinengehäusen durch die Einfallröhre zugeleitete Aufschlagwasser wird mittelst der Leitschaufelapparate DE, DE auf die Räder FG, FG geführt und fließt nach vollbrachter Wirkung durch die Saugröhren ab in das

Fig. 304.



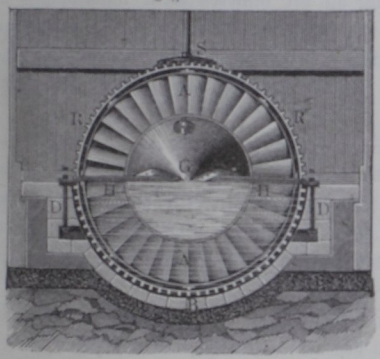
Unterwasser. Zum Reguliren dieses Abflusses dient der mittelst eines Schraubenrades T und durch Zugstangen zu hebende oder zu senkende Schützenring PQ. Die Turbinenwelle KLK, welche die Räder FG, FG trägt, tritt mittelst der Stopfbüchsen S, S aus den Turbinengehäusen heraus, nimmt außen die Vorgelegsräder auf und ruht in deren Nähe auf festen Lagern. Uebrigens möchte es zweckmäßig sein, diese Welle auch auf ein Lager innerhalb des Reservoirs zu legen. Diese Turbine hat vor den anderen Turbinen mit horizontaler Axe den großen Vorzug, daß sie das Gefälle an

allen Punkten der Radumfänge gleichmäßig benutzt (s. den „Civilingenieur", Bd. III, 1857).

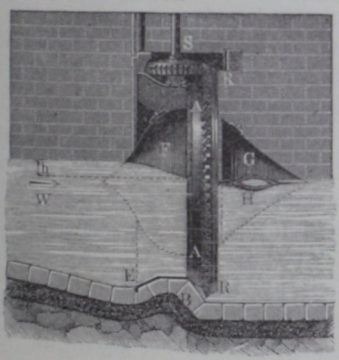
Das Schraubenrad. Von der Schraubenturbine ist das Schraubenrad wesentlich verschieden. Dieses Rad ist im Wesentlichen eine Burdin'sche Turbine mit horizontaler Axe, ohne Leitschaufeln und mit theilweiser Beaufschlagung (s. §. 100). Es unterscheidet sich dasselbe jedoch insofern noch von den Burdin'schen Turbinen, als ihm Wasser durch den Aufschlagcanal, und zwar in der Richtung seiner Axe, unmittelbar zugeführt wird. Die Einrichtung eines solchen Schraubenrades ist aus Fig. 305 I u. II zu ersehen. Es stellt hier I die hintere Ansicht und II den verticalen Längendurchschnitt der ganzen Maschine vor.

§. 116

Fig. 305 I.



II.



Das eigentliche Rad AA ist, wie das einer gewöhnlichen Fontaine'schen Turbine mit schraubenförmigen Schaufeln construirt; es hängt dasselbe in einem steinernen Einbau DBD, von welchem es längs der unteren Hälfte seines Umfanges concentrisch umgeben wird. Um das Aufschlagwasser W dem Rade in der erforderlichen Richtung zuzuführen, wird nicht allein das Gerinne vor dem Einbau von einem nach dem Rade sich allmälig zusammenziehenden Blechmantel E umgeben, sondern auch noch ein birnförmiger Blechmantel F eingesetzt, welcher mit seiner Basis gegen den inneren ungeschaufelten Theil des Rades und mit seiner Spitze dem Wasserstrome entgegengerichtet ist. Damit ferner das Wasser nach seiner Wirkung im Rade, ohne einen Wirbel zu bilden, in das Unterwasser ausfließen könne, ist auch hinter dem Rade ein kegelförmiger Blechmantel G angebracht. Beide

Mäntel F und G stehen durch Querarme H, H mit linsenförmigen Querschnitten mit den Seitenmauern D, D des Gerinnes in fester Verbindung, und dienen zugleich der horizontalen Welle des Rades zur Lagerung. Damit der Austrittswinkel δ des Wassers möglichst herabgezogen werden könne, haben die Radcanäle eine von vorn nach hinten allmälig zunehmende Weite, und folglich die beiden Radkränze eine entsprechend conische Gestalt erhalten. Zur Fortpflanzung der Umdrehungskraft dient das conische Zahnrad RR, welches den äußeren Radkranz nahe an der hinteren Seite umgiebt und in das Getriebe S einer stehenden Transmissionswelle eingreift. Wie leicht zu ermessen ist, eignet sich ein solches Schraubenrad besonders zur Zugutemachung einer Wasserkraft mit kleinem Gefälle und großem Aufschlagquantum.

Da hier beim Austritt des Wassers aus dem Rade ein Ausfluß unter Wasser statt hat, so ist hierbei die wirksame Druck- oder Geschwindigkeitshöhe für alle durch das Rad strömenden Wassertheile eine und dieselbe, nämlich das Gefälle oder der Abstand h zwischen dem Ober- und Unterwasserspiegel, und folglich auch die Wirkung des Wassers an allen Stellen des Rades eine und dieselbe.

Da die Tiefe des Wassers auf die Wirkungsweise des Wassers im Rade keinen Einfluß hat, so kann dieses Rad bei einem höheren Wasserstande eben so gut arbeiten als bei einem niedrigeren, und es läßt sich folglich dasselbe statt der gewöhnlichen unterschlächtigen Räder dann sehr gut verwenden, wenn der Wasserstand im Gerinne ein sehr variabler ist.

Ein solches Wasserrad hat Herr Girard zum Betriebe einer Chocoladenfabrik zu Noisiel (sur Marne) construirt, und zwar für ein mittleres Gefälle von 0,5 m und einen Aufschlag von circa 3 cbm pro Secunde (siehe die Schrift „Nouveau Récepteur hydraulique, dit Roue Hélice à axe horizontal, ou Turbine sans directrices, par Girard“, Paris 1855).

§. 117. **Theorie der Axialturbinen.** Um die Wirkung des Wassers in den Turbinen durch Rechnung zu verfolgen, sei zunächst eine Axialturbine vorausgesetzt, deren Rad die Höhe h_r, Fig. 306, habe und mit der Austrittsfläche um die Höhe h_u der Unterwassersäule über dem Wasserspiegel U im Abzugsgraben aufgestellt sein soll, während die Höhe zwischen der Radeintrittsöffnung A und dem Oberwasserspiegel O durch h_o gegeben sei. Man hat daher für das ganze Gefälle h der Turbine die Gleichung

$$h = h_o + h_r + h_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Wenn die Turbine ganz oder theilweise unter das Unterwasser getaucht ist, wie in Fig. 296 bei der Fontaine'schen Anordnung, so ist h_u negativ in Rechnung zu stellen, dann ist also

$$h = h_o + h_r - h_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15^a),$$

und wenn die Turbine ganz frei über dem Wasser ausgießt, so geht die Höhe h_u ganz verloren und als das zur Verwendung kommende Gefälle hat man

$$h = h_o + h_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15^b)$$

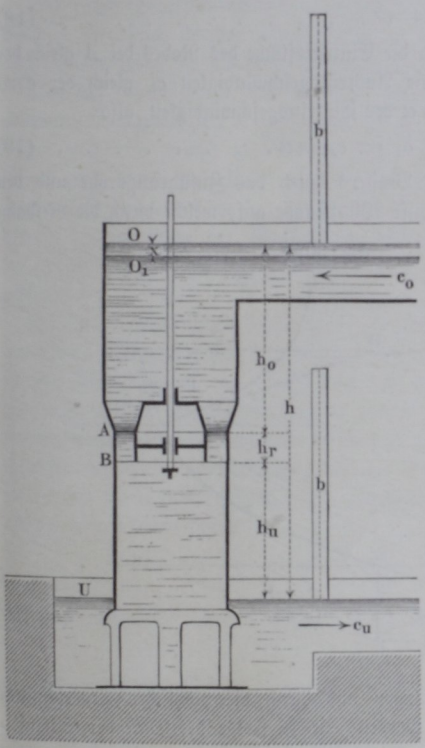
anzusehen.

Es möge ferner das Rad aus zwei concentrischen Cylindermänteln von den Halbmessern r_i innen und r_a außen gebildet werden, und für die folgende Betrachtung der mittlere cylindrische Durchschnitt vom Halbmesser

$$r_m = \frac{r_i + r_a}{2}$$

zu Grunde gelegt werden.

Fig. 306.



Diesen Cylindermantel ebensowohl wie den zugehörigen des Leitrades denkt man sich auf eine Ebene abgewickelt, und es seien LA und AE, Fig. 307 (a. f. S.), die solchergestalt erhaltenen Durchschnitte mit einer Leit- und bezw. mit einer Radschaufel, welche beide vor der Hand als von unendlich geringer Dicke gedacht werden mögen. Die oben vertical beginnende Leitschaufel führt das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit unter dem Winkel $\alpha = BAA_1$ gegen die Radfläche dem Rade zu, und es möge mit c_e diese absolute Eintrittsgeschwindigkeit BA bezeichnet sein. Ferner soll $\beta = DAA_1$ den Neigungswinkel des ersten Radschaufelelementes gegen die Eintrittsöffnung vorstellen, während $\delta = FEE_1$ dieselbe Bedeutung für das letzte Schaufelelement hat. Die Radgeschwindigkeit, welche hier im Eintritts- und Austrittsumfange von gleicher Größe ist, sei v, und mit w sollen die relativen Geschwindigkeiten des Wassers entlang der Schaufel bezeichnet werden, so zwar, daß w_e die relative Eintritts-

geschwindigkeit DA in A und w_a die relative Austrittsgeschwindigkeit EF in E bezeichnet. Wenn den in §. 102 für alle Turbinen entwickelten Grundbedingungen des stoßfreien Eintritts und des normalen Austritts genügt sein soll, so hat man die Beziehungen

$$c_e = v \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)} = w_e \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

$$w_e = v \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)} = c_e \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

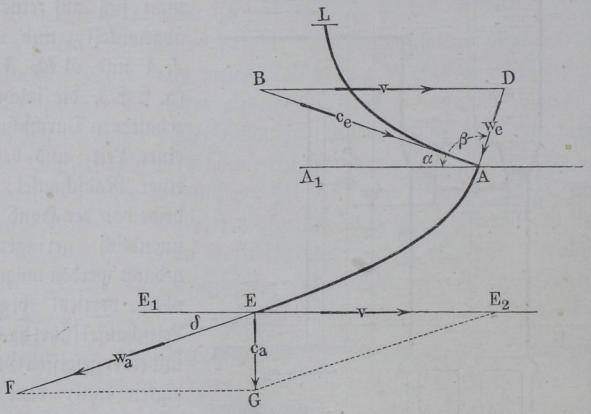
$$w_a^2 = c_a^2 + v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

Ferner hat man noch, da die Eintrittsfläche des Rades bei A gleich der Austrittsfläche bei E ist, die Austrittsgeschwindigkeit c_a gleich der axial gerichteten Componente $c_e \sin \alpha$ der Eintrittsgeschwindigkeit, also

$$c_a = c_e \sin \alpha \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Bei dem Durchgange des Wassers durch das Zuführungsrohr und den Leitschaufelapparat treten gewisse Widerstände auf, welche durch die Reibung

Fig. 307.



des Wassers an den Wandungen und durch die plötzlichen Querschnittsveränderungen hervorgerufen worden, die in Folge der Dicke der Schaufelbleche nicht zu vermeiden sind. Diese Widerstände, welche weiter unten näher ins Auge gefaßt werden sollen, vernichten einen gewissen Theil der Gefällhöhe und es möge der Verlust an Gefälle, welchen das Wasser auf seinem Wege vom Oberwasserspiegel bis nach seinem Austritte aus dem Leitapparat erleidet, mit z_o bezeichnet sein. In gleicher Weise bedeute z_r die Verlusthöhe, welche dem Durchgange des Wassers durch das Rad entspricht, und endlich soll z_u die in dem Abführungsrohre des Wassers von der Aus-

trittsöffnung des Rades bis zum Unterwasser auftretende Verlusthöhe bezeichnen. Im Ganzen wird daher durch diese schädlichen Widerstände ein Betrag an Gefällhöhe

$$z = z_o + z_r + z_u \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

der Wirkung des Wassers entzogen, so daß als die wirksame Gefällhöhe nur der Rest

$$h_w = h - z \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

verbleibt.

Von diesen Widerstandshöhen z_o, z_r und z_u fällt z_u ganz weg, wenn die Turbine frei über Wasser arbeitet und z_u wird als gering zu vernachlässigen sein, wenn die Turbine in das Unterwasser getaucht ist.

Das dem Rade durch den Spalt zwischen Leit- und Laufrad mit der absoluten Geschwindigkeit c_e zufließende Wasser wird neben dieser Geschwindigkeit auch eine gewisse hydraulische Pressung besitzen, deren absoluter Werth (d. h. unter Berücksichtigung des atmosphärischen Druckes) durch eine Wassersäule von der Höhe h_{pe} ausgedrückt sein soll, und in gleicher Weise bedeute h_{pa} die Höhe der Wassersäule, welche der hydraulischen Pressung des bei E mit der absoluten Geschwindigkeit c_a austretenden Wassers zugehört.

Um diese hydraulischen Pressungen zu bestimmen, kann man Folgendes bemerken. Wenn, wie hier vorausgesetzt worden, die Gefällhöhen h_o und h_u in Fig. 306 während des Stillstandes der Turbine gemessen wurden, für welchen Fall die Wasserspiegel O und U in Ruhe befindlich als horizontale Ebenen angenommen werden dürfen, so wird beim Ingangsetzen der Turbine der obere Wasserspiegel sich um eine gewisse Höhe $OO_1 = x$ senken, wie solche zur Erzeugung der Zuflußgeschwindigkeit c_o im Obergraben nöthig ist und daher durch

$$x = \frac{{c_o}^2}{2g}$$

sich ausdrückt. Die über A stehende Wassersäule beträgt daher nur noch

$$O_1 A = h_o - x.$$

Die gesammte hydrostatische Druckhöhe in A ist daher durch

$$b + h_o - x = 10{,}34 + h_o - \frac{{c_o}^2}{2g}$$

gegeben, unter $b = 10{,}34$ m die Wasserbarometerhöhe verstanden. Da nun die hydraulische Druckhöhe (s. Thl. I) an irgend einer Stelle wie A gleich der hydrostatischen Druckhöhe daselbst, vermindert um die Differenz der Geschwindigkeitshöhen an dieser (A) und an der Zuflußstelle (O_1) ist, so hat man unter Berücksichtigung der durch die Reibung vernichteten Druckhöhe z_o die gesuchte Pressungshöhe:

$$h_{pe} = b + h_o - x - \frac{c_e^2 - c_o^2}{2g} - z_o = b + h_o - z_o - \frac{c_e^2}{2g} \quad (22)$$

also unabhängig von der Zuflußgeschwindigkeit des Wassers im Obergraben.

Ebenso wird bei der Inbetriebsetzung der Turbine das Wasser im Untergraben U eine gewisse Geschwindigkeit c_u annehmen, und da für die freie Wasseroberfläche daselbst die hydraulische Pressung einfach gleich der atmosphärischen, der hydrostatische Druck aber gleich $h_u + h_{pa}$ ist, so findet man nach dem oben angegebenen Gesetze über die hydraulischen Pressungen und unter Berücksichtigung des Reibungsverlustes z_u aus

$$b = h_u + h_{pa} - \frac{c_u^2 - c_a^2}{2g} - z_u,$$

die gesuchte Pressungshöhe gegen die Austrittsfläche des Rades:

$$h_{pa} = b - h_u + z_u + \frac{c_u^2 - c_a^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Nimmt man die Abflußgeschwindigkeit des Wassers im Untergraben c_u gleich der Austrittsgeschwindigkeit c_a aus dem Rade an, so wird einfacher

$$h_{pa} = b - h_u + z_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23^a)$$

Diese der Wirklichkeit meist entsprechende Annahme soll im Folgenden immer gemacht werden*).

Nunmehr kann man leicht die Gleichung aufstellen, welche dem Durchgange des Wassers durch das Rad entspricht. Das mit der relativen Geschwindigkeit $w_e = DA$ seinen Weg durch das Rad beginnende Wasser hat beim Verlassen des Rades die relative Geschwindigkeit $w_a = EF$ erlangt. Die hierzu erforderliche Beschleunigung muß (vergl. §. 104) durch die während dieser Bewegung auf das Wasser gewirkt habenden Kräfte erzeugt sein. Als eine solche Kraft ist hier zunächst die Schwerkraft anzusehen, welche auf das Wasser während seines Fallens durch die Radhöhe h_r wirkt, also für jedes Kilogramm Wasser die Arbeit h_r Meterkilogramm leistet. Dagegen hat man die Nebenhindernisse des Wassers im Rade entsprechend einer Widerstandshöhe z_r in Abzug zu bringen, so daß als wirkender Ueberschuß der Schwerkraft nur die Höhe $h_r - z_r$ verbleibt. Wenn, wie es im Allgemeinen der Fall sein wird, dieses Gefälle oder diese Arbeit $h_r - z_r$ nicht ausreicht, um die Geschwindigkeit w_e auf diejenige w_a zu erhöhen, also den

*) Im Obigen ist das Steigen des Unterwassers beim Inbetriebsetzen der Turbine außer Acht gelassen; wollte man dasselbe berücksichtigen und gleich y setzen, so ginge die Gleichung (23a) über in

$$h_{pa} = b - h_u + z_u + y.$$

hierzu erforderlichen Betrag $\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$ nicht erreicht, so kann die Bewegung des Wassers nur dadurch erfolgen, daß die Pressung h_{pe} an der Eintrittsseite diejenige h_{pa} an der Austrittsmündung um einen solchen Betrag übersteigt, daß die Beziehung

$$h_{pe} - h_{pa} + h_r - z_r = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} \quad \ldots \quad (24)$$

zutrifft, und diese Gleichung gilt allgemein für den Durchgang des Wassers durch das Rad bei Axialturbinen.

Setzt man hierin für h_{pe} und h_{pa} die in (22) und (23ª) angegebenen Werthe ein, so erhält man unter Berücksichtigung von (15) und (20)

$$h - z - \frac{c_e^2}{2g} = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g},$$

oder wenn man nach (21) für $h - z$ das wirksame Gefälle h_w einführt:

$$h_w = \frac{c_e^2}{2g} + \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_c + h_\rho \quad \ldots \quad (25)$$

Das wirksame Gefälle h_w zerfällt hiernach in zwei Theile:

$$\frac{c_e^2}{2g} = h_c \text{ und } \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_\rho,$$

von denen der erste Theil h_c zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit c_e verwendet wird, während h_ρ zur Vergrößerung der relativen Geschwindigkeit des Wassers im Rade dient. Dieser letztere Theil, welcher vollständig an das Rad in Form von mechanischer Arbeit abgegeben wird, entspricht daher demjenigen Betrage des Gefälles, welches durch Reaction nutzbar gemacht wird. Von dem ersteren Theile h_c geht indessen ein Betrag für die Nutzwirkung des Rades dadurch verloren, daß dem Wasser eine gewisse zur Herausführung aus dem Rade erforderliche Geschwindigkeit verbleibt, welche bei den Axialturbinen durch $c_a = c_e \sin\alpha$ bestimmt ist, so daß nur der Rest

$$\frac{c_e^2 - c_a^2}{2g} = c_e^2 \frac{1 - \sin^2\alpha}{2g} = \frac{c_e^2 \cos^2\alpha}{2g} = h_a \quad \ldots \quad (26)$$

für das Rad nutzbar gemacht wird. Es möge diese Gefällhöhe h_a als Actionsgefälle zum Unterschiede von dem Reactionsgefälle $h_\rho = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$ bezeichnet werden.

Hiernach hat man die von jeder Gewichtseinheit Wasser an das Rad abgegebene nutzbare Arbeit zu

$$L = \frac{c_e^2 \cos^2 \alpha}{2g} + \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_a + h_\rho = h_n \quad \ldots \quad (27)$$

wenn mit h_n das Nutzgefälle bezeichnet wird, welches in Wirklichkeit in nützliche mechanische Arbeit verwandelt worden ist.

Es bestimmt sich sonach der hydraulische Wirkungsgrad der Turbine zu

$$\eta_h = \frac{h_n}{h} = \frac{c_e^2 \cos \alpha^2 + w_a^2 - w_e^2}{c_e^2 + w_a^2 - w_e^2 + 2gz} \quad \ldots \quad (28)$$

wenn unter dem hydraulischen Wirkungsgrade hier derjenige verstanden wird, welcher sich unter Vernachlässigung der Zapfenreibungen, des Luftwiderstandes ꝛc. ergiebt. Welchen Einfluß diese Nebenhindernisse haben, soll später besonders besprochen werden.

Wären gar keine Reibungshindernisse des Wassers vorhanden, wäre also $h_w = h$, so würde der Wirkungsgrad, wie schon früher angegeben, wegen der Abflußgeschwindigkeit $c_a = c_e \sin \alpha$, doch nicht gleich Eins sein können, man hätte vielmehr dann den ideellen Wirkungsgrad

$$\eta_i = \frac{h_n}{h_w} = \frac{c_e^2 \cos^2 \alpha + w_a^2 - w_e^2}{c_e^2 + w_a^2 - w_e^2} \quad \ldots \quad (29)$$

Wenn man das Verhältniß der durch Reaction oder Pressung nutzbar gemachten Gefällhöhe h_ρ zu der ganzen überhaupt in Nutzarbeit verwandelten Gefällhöhe h_n als das Reactionsverhältniß ε bezeichnet, so hat man nach dem Vorstehenden

$$\varepsilon = \frac{h_\rho}{h_n} = \frac{w_a^2 - w_e^2}{c_e^2 \cos \alpha + w_a^2 - w_e^2} \quad \ldots \quad (30)$$

welcher Ausdruck dazu dienen kann, für jede Turbine zu ermitteln, wie viel Procent der übertragenen Arbeit durch Pressung und wie viel durch Geschwindigkeit nutzbar gemacht sind.

Um auch für die Geschwindigkeit v des Rades einen Ausdruck zu erhalten, hat man nur nöthig, in der Gleichung (25) für c_e, w_a und w_e aus (16), (17) und (18) die Werthe durch v ausgedrückt einzuführen. Hierdurch erhält man:

$$2gh_w = c_e^2 + w_a^2 - w_e^2 = v^2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 (\beta - \alpha)}$$
$$+ v^2 \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2 (\beta - \alpha)} \sin^2 \alpha + v^2 - v^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 (\beta - \alpha)}$$
$$= v^2 \left(1 + \frac{\sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 (\beta - \alpha)}\right),$$

woraus die Radgeschwindigkeit

$$v = \sin(\beta - \alpha) \sqrt{\frac{2\,g\,h_w}{\sin^2(\beta-\alpha) + \sin^2\beta - \sin^2\alpha\cos^2\beta}} \quad \ldots \quad (31)$$

und daher nach (16) die Eintrittsgeschwindigkeit

$$c_e = \sin\beta \sqrt{\frac{2\,g\,h_w}{\sin^2(\beta-\alpha) + \sin^2\beta - \sin^2\alpha\cos^2\beta}} \quad \ldots \quad (32)$$

folgt.

Führt man auch in (25) für w_a^2 und w_e^2 die Werthe

$$w_a^2 = c_a^2 + v^2 = c_e^2 \sin^2\alpha + c_e^2 \frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta}$$

und

$$w_e^2 = c_e^2 \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}$$

ein, so erhält man die Reactionsdruckhöhe

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2\,g} = \frac{c_e^2}{2\,g} \frac{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha\cos^2\beta}{\sin^2\beta} \quad \ldots \quad (33)$$

Dieser Werth wird zu Null, d. h. die Turbine arbeitet nur durch Action für

$$\sin^2(\beta-\alpha) = \sin^2\alpha\cos^2\beta$$

oder für

$$\sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha = \sin\alpha\cos\beta,$$

d. h. für

$$\sin\beta\cos\alpha = 2\cos\beta\sin\alpha$$

oder für

$$\operatorname{cotg}\alpha = 2\operatorname{cotg}\beta;\ \operatorname{tg}\alpha = {}^1/_2 \operatorname{tg}\beta \quad \ldots \quad (34)^*)$$

Nimmt man ferner $\beta = 90^0$ an, d. h. läßt man die Radschaufeln senkrecht zur Eintrittsebene beginnen, so erhält man aus (33)

$$h_\rho = \frac{c_e\cos^2\alpha}{2\,g},$$

und eine Vergleichung mit (26) ergiebt für diesen Fall

$$h_\rho = h_\alpha,$$

d. h. ein Reactionsverhältniß $\varepsilon = {}^1/_2$.

*) Wenn in einzelnen Theorien, z. B. auch in der Redtenbacher'schen als Kennzeichen einer reinen Druckwirkung abweichend von (34) die Bedingung gefunden wird $\alpha = {}^1/_2\beta$, so rührt dies daher, daß diese Theorien nicht von der Grundbedingung des normalen Wasseraustritts ausgehen, sondern zur Vereinfachung der Rechnung die willkürliche Annahme machen, es solle $w_a = v$ sein. Der Austritt erfolgt unter dieser Voraussetzung schräg gegen die Radöffnung, also nicht in der zweckmäßigsten Art.

Auch wenn man $\alpha = 90^0$ setzen würde, d. h. wenn man den Fall einer Axialturbine ohne Leitschaufeln wie die Schraubenturbine, Fig. 299, voraussetzt, erhält man aus (33) $h_\rho = 0$. Für diesen Fall ergiebt sich aber auch die Nutzwirkung $h_n = 0$, wie man aus (27) erkennt. Dieser Ausdruck nimmt, wenn man darin für h_ρ den Werth aus Gleichung (33) einführt, eine bemerkenswerth einfache Form an, es wird nämlich damit

$$h_n = \frac{c_e^2}{2g} \frac{\cos^2\alpha \sin^2\beta + \sin^2(\beta - \alpha) - \sin^2\alpha \cos^2\beta}{\sin^2\beta}$$

$$= \frac{c_e^2}{2g} \frac{2\cos\alpha}{\sin\beta} (\cos\alpha \sin\beta - \sin\alpha \cos\beta) = \frac{2 c_e \cos\alpha}{2g} c_e \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta}$$

$$= \frac{2 c_e \cos\alpha . v}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Dieser Werth wird mit $\alpha = 90^0$ für die Schraubenturbine gleich Null, natürlich immer vorausgesetzt, daß der Bedingung des normalen Austritts und des stoßfreien Eintritts genügt ist, was bei der Schraubenturbine nur möglich ist, wenn der Neigungswinkel der Schaufelflächen überall oder doch wenigstens beim Eintritt und beim Austritt derselbe ist. Diese Gründe rechtfertigen das in §. 113 über die Unzweckmäßigkeit der Schraubenturbine Gesagte, welche Turbine, wenn wirksam, nur durch den Stoß des Wassers betrieben werden kann.

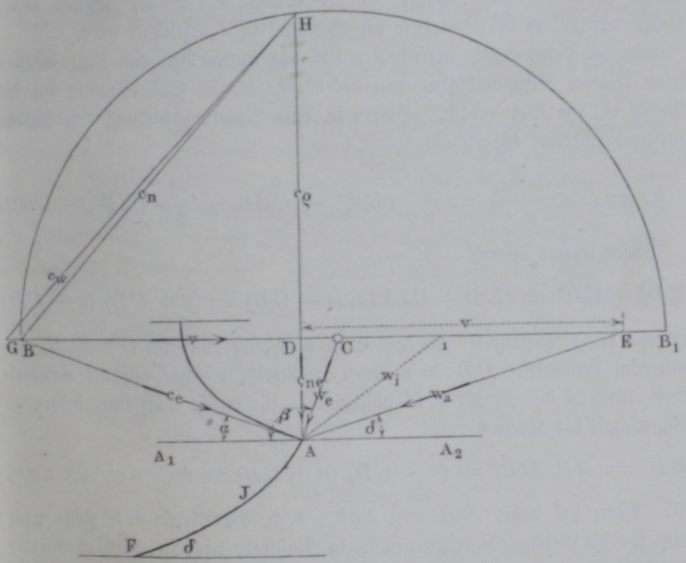
§. 118. **Graphische Ermittelung.** Man kann sich von der Wirkungsweise des Wassers in den Turbinen ein recht deutliches Bild durch eine leicht auszuführende graphische Darstellung verschaffen, durch welche nicht nur die Vorgänge anschaulicher werden, als durch die vorstehend ausgeführte Rechnung, sondern welche auch diese Rechnung ganz zu ersetzen im Stande ist. In der Statik haben die graphischen Ermittelungsmethoden neben den rechnerischen bekanntlich eine weite Verbreitung erlangt und dieselben sind in der ersten Abtheilung dieses Theiles eingehend berücksichtigt. Für die Dynamik*) und insbesondere für die Hydraulik hat man, so viel bekannt geworden, diese Methoden noch nicht in nennenswerther Weise verwendet, insbesondere haben alle bisher bekannt gewordenen Turbinentheorien den Weg der Rechnung befolgt und die graphische Methode verschmäht. Diese letztere gestattet nun aber gerade für die Turbinen, durch die Verzeichnung eines einfachen Diagramms, des Geschwindigkeitspolygons, einen ebenso anschaulichen Einblick in die Geschwindigkeitsverhältnisse ꝛc. zu erlangen, wie ihn in der Statik das so fruchtbar zu verwendende Kräftepolygon in Hinsicht auf die Kräfte gewährt. Eine derartige zeichnerische Fest-

*) Hier möge die Schrift von Pröll angeführt werden: „Versuch einer graphischen Dynamik."

stellung der Verhältnisse dürfte gerade für die Turbinen besonders empfehlenswerth sein, da hier der ausführende Ingenieur bei der Bestimmung der geeigneten Schaufelform, des absoluten Wasserweges ꝛc. doch immer genaue Zeichnungen entwerfen muß.

Es sei zur Verzeichnung des Geschwindigkeitspolygons für eine Axialturbine $A_1 A A_2$, Fig. 308, die Richtung, in welcher der Anfangspunkt A der Schaufel sich bewegt, und es treffe daselbst das Wasser mit einer Geschwindigkeit c_e ein, deren Richtung und Größe nach einem beliebigen

Fig. 308.



Maßstabe durch die Strecke BA dargestellt sein möge. Hat das erste Schaufelelement die Richtung AC, und zieht man durch B eine Gerade BE parallel zur Radbewegung $A_1 A_2$, so ist nach dem Vorstehenden ohne weitere Erklärung ersichtlich, daß nach dem für die Geschwindigkeiten gewählten Maßstabe $BC = v$ die Radumfangsgeschwindigkeit und $CA = w_e$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers vorstellt. Auch findet man, daß die nach der Richtung der Radaxe genommene Componente c_{ne} der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser normal zu der Radebene eintritt, durch DA gegeben ist, wenn HDA senkrecht zu $A_1 A_2$ gezogen wird. Da, abgesehen von der Dicke der Schaufeln, welche auch hier zunächst vernachlässigt werden soll, der zur Axe senkrechte Querschnitt des cylindrischen Rades

überall derselbe ist, so muß auch diese axiale Geschwindigkeit überall den gleichen Betrag DA haben, es ist also auch die normale Austrittsgeschwindigkeit an der unteren Fläche bei F durch $c_{na} = DA$ gegeben. Hieraus folgt nun sogleich, daß die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a erhalten wird, wenn man die Strecke $BC = v$ von D aus als DE anträgt und E mit A verbindet. Man erhält dann in EA die Größe und Richtung der relativen Austrittsgeschwindigkeit w_a und in $EAA_2 = \delta$ den Winkel, unter welchem das letzte Schaufelelement in F gegen den Radumfang zu neigen ist. Es bedarf kaum der Bemerkung, daß die relative Geschwindigkeit w_i in irgend einem Punkte J der Schaufel in der Strecke $iA = w_i$ erhalten wird, welche parallel zu der Tangente der Schaufel in J gezeichnet wird.

Aus der Figur ersieht man ferner, daß das in das Rad eintretende Wasser seine relative Geschwindigkeit von der Größe $w_e = CA$ allmälig auf die Größe $w_a = EA$ erhöht. Hierzu ist eine Reactionswirkung erforderlich, entsprechend einer Gefällhöhe

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = \frac{1}{2g}(EA^2 - CA^2) = \frac{1}{2g}(ED^2 - CD^2).$$

Dieser letztere Werth

$$ED^2 - CD^2 = (ED + CD)(ED - CD) = (v + CD)(v - CD)$$

ist nun leicht construirt. Zu dem Ende beschreibt man um C durch B, also mit dem Halbmesser $CB = v$ einen Halbkreis, welcher auf der Verticallinie durch A die Strecke DH abschneidet, für welche nach einer bekannten Eigenschaft des Kreises

$$DH^2 = DB.DB_1 = (v - CD)(v + CD) = w_a^2 - w_e^2 = 2gh_\rho$$

ist. Man hat daher $DH = \sqrt{2gh_\rho}$, d. h. die Strecke DH stellt nach dem für die Geschwindigkeiten gewählten Maßstabe diejenige Geschwindigkeit vor, welche zu dem Reactionsgefälle h_ρ gehört. Es möge diese Geschwindigkeit der Kürze wegen schlechtweg als die Reactionsgeschwindigkeit c_ρ bezeichnet werden.

Die ganze Wirkungsfähigkeit des bei A in das Rad tretenden Wassers setzt sich nun zusammen aus der Geschwindigkeitshöhe $h_c = \frac{c_e^2}{2g} = \frac{BA^2}{2g}$ und dem Reactionsgefälle $h_\rho = \frac{c_\rho^2}{2g} = \frac{HD^2}{2g}$. Wenn man daher $DG = AB = c_e$ anträgt, so erhält man in

$$HG = \sqrt{c_e^2 + c_\rho^2} = \sqrt{2g(h_c + h_\rho)} = \sqrt{2gh_w} = c_w$$

diejenige Geschwindigkeit, welche dem wirksamen Gefälle h_w (nach Abzug

der Reibungsverluste z vom ganzen Gefälle h) entspricht, und welche etwa als die wirksame Geschwindigkeit c_w bezeichnet werden kann.

Endlich wird als nutzbare Leistung auf das Rad außer dem Reactionsgefälle h_ρ von der Geschwindigkeit $c_e = BA$ nur diejenige lebendige Kraft übertragen, welche der horizontalen Componente BD entspricht, während die Componente $DA = c_{ne} = c_{na}$ dem Rade entzogen wird. Hieraus folgt also weiter, daß die gerade Verbindungslinie

$$HB = \sqrt{BD^2 + HD^2} = \sqrt{c_e^2 \cos^2\alpha + c_\rho^2} = \sqrt{2gh_n} = c_n$$

die dem nutzbar gemachten Gefälle $h_n = \frac{c_e^2 \cos^2\alpha}{2g} + h_\rho$ zugehörige Geschwindigkeit c_n darstellt, welche kurzweg als nutzbare Geschwindigkeit bezeichnet werden möge.

Das in Fig. 308 gezeichnete Geschwindigkeitspolygon giebt sonach über alle Verhältnisse der Axialturbinen ohne Weiteres Auskunft, und man kann auch leicht die im vorigen Paragraphen auf dem Wege der Rechnung gefundenen Formeln direct aus der Figur ablesen. So folgen z. B. die Gleichungen (16) und (17), (19) und (26) aus dem Dreiecke BAC und diejenige (18) aus dem Dreiecke EAD. Ebenso findet man (25) aus dem Dreiecke GDH, sowie (27) und (35) aus demjenigen BDH. Auch die Gleichungen (31) und (32) findet man leicht aus der Figur, aus welcher

$$\begin{aligned} GH^2 = c_w^2 = BA^2 + DH^2 &= c_e^2 + v^2 - w_e^2 \cos^2\beta \\ &= v^2 \frac{\sin^2\beta}{\sin^2(\beta-\alpha)} + v^2 - v^2 \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta-\alpha)} \cos^2\beta \\ &= v^2 \frac{\sin^2(\beta-\alpha) + \sin^2\beta - \sin^2\alpha \cos^2\beta}{\sin^2(\beta-\alpha)} \end{aligned}$$

folgt u. s. w.

Auch auf alle sonstigen Fragen giebt die Figur Antwort. Läßt man z. B. das erste Schaufelelement senkrecht zum Radumfange beginnen, nimmt also $\beta = 90^0$, so rückt der Punkt C nach D, Fig. 309 (a. f. S.), und man erhält

$$c_\rho = DH = BD = h_\alpha,$$

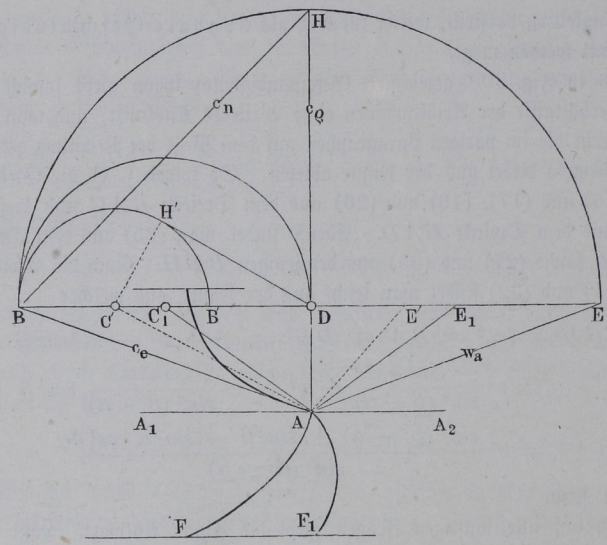
also das Reactionsverhältniß

$$E = \frac{c_\rho^2}{c_n^2} = \frac{1}{2}.$$

Dieses Verhältniß wird zu Null mit DH, also wenn der betreffende Kreis durch D hindurchgeht, d. h. wenn der Punkt C_1 in die Mitte zwischen B und D fällt, oder wenn die Gleichung (34) $\cot g\,\alpha = 2\cot g\,\beta$ erfüllt ist. Die Richtungen BA, C_1A und E_1A entsprechen also einer reinen

Druckturbine. Wollte man BC noch kleiner als $\frac{1}{2} BD$ annehmen, also die Richtungen BA, $C'A$ und $E'A$ für die Schaufelenden zu Grunde legen, so würde die Eintrittsgeschwindigkeit $w_e = C'A$ größer als die relative Austrittsgeschwindigkeit $w_a = E'A$ ausfallen, die Reactionsdruckhöhe $\frac{w_a^2 - w_e^2}{29} = h_\rho$ fiele dann negativ aus, d. h. es wäre für diesen Fall an der Eintrittsseite des Rades nicht nur kein Ueberdruck der Pressung über diejenige der Austrittsseite erforderlich, sondern die Pressung wäre sogar

Fig. 309.



an der Eintrittsseite um die Höhe h_ρ kleiner als an der Austrittsseite. Es würde daher eine saugende Wirkung auf das Wasser beim Eintritte ausgeübt werden, ein Zustand, welcher für Turbinen nicht eintreten darf, wohl aber für Centrifugalpumpen Bedeutung hat. Man erhält übrigens, wie man aus der Figur sogleich erkennt, für diesen Fall die Größe der (negativen) Reactionsdruckhöhe vermittelst der Tangente DH' von D an den um C' mit $C'B = v'$ beschriebenen Kreis, da nach einer bekannten Eigenschaft des Kreises

$$DH'^2 = DB.B'D = (C'D + v')(C'D - v') = C'D^2 - E'D^2 = C'A^2 - E'A^2$$

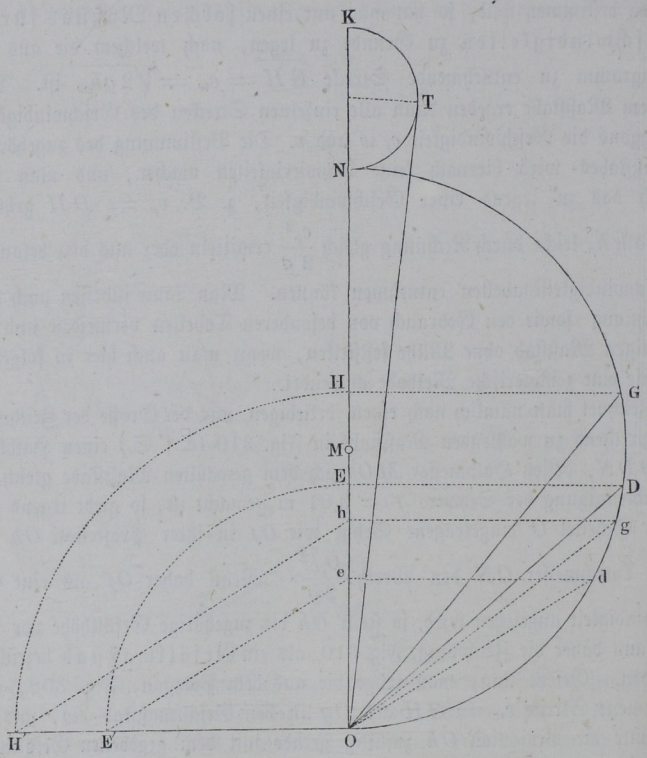
ist.

Das in Fig. 308 gezeichnete Diagramm ist nach einem ganz beliebigen Maßstabe gezeichnet, dasselbe gilt daher auch für alle beliebigen Geschwindigkeiten, also auch für alle möglichen Gefälle, vorausgesetzt natürlich, daß die bestimmenden Elemente der betrachteten Turbine, d. h. die Winkel α, β und δ dieselben bleiben. Die einzelnen Strecken des Geschwindigkeitspolygons geben sonach in ihren Längen die verhältnißmäßigen Geschwindigkeiten an. Wenn man daher für ein bestimmt vorliegendes wirksames Gefälle $h_w = h - z$ die wirklichen Geschwindigkeiten bestimmen will, so hat man nur einen solchen Maßstab für die Geschwindigkeiten zu Grunde zu legen, nach welchem die aus dem Diagramm zu entnehmende Strecke $GH = c_w = \sqrt{2gh_w}$ ist. Nach diesem Maßstabe ergeben dann alle einzelnen Strecken des Geschwindigkeitspolygons die Geschwindigkeit c, w und v. Die Bestimmung des zugehörigen Maßstabes wird hiernach keine Schwierigkeiten machen, und man wird auch das zu irgend einer Geschwindigkeit, z. B. $c_\rho = DH$ gehörige Gefälle h_ρ leicht durch Rechnung gleich $\frac{c_\rho^2}{2g}$ ermitteln oder aus den bekannten Geschwindigkeitstabellen entnehmen können. Man kann indessen auch diese Rechnung sowie den Gebrauch von besonderen Tabellen vermeiden und den richtigen Maßstab ohne Mühe feststellen, wenn man auch hier in folgender Weise eine zeichnerische Methode anwendet.

Zeichnet man nämlich nach einem beliebigen, nur der Größe der Zeichnung entsprechend zu wählenden Maßstabe in Fig. 310 (a. f. S.) einen Halbkreis $MODN$, dessen Halbmesser MO nach dem gewählten Maßstabe gleich der Beschleunigung der Schwere $g = 9{,}81$ m gemacht ist, so giebt irgend eine vom Scheitel O eingetragene Sehne wie Of in ihrer Projection Oh auf den Durchmesser ON den Werth $\frac{Of^2}{2g}$. Wenn daher Of als eine Geschwindigkeit angesehen wird, so stellt Oh die zugehörige Gefällhöhe vor und es kann daher die Zeichnung, Fig. 310, als ein Gefällmaßstab bezeichnet werden. Gesetzt nun, man trüge die aus dem Polygon, Fig. 308, entnommene Strecke $c_w = GH$ als Og in den Gefällmaßstab ein, und es stimmte die Projection Oh zufällig gerade mit dem gegebenen Gefälle h_w überein, so würden sämmtliche Strecken des Geschwindigkeitspolygons nach diesem Gefällmaßstabe direct die betreffenden Geschwindigkeiten und zugehörigen Gefälle ergeben. Da nun diese Uebereinstimmung der Ordinate Oh mit h_w im Allgemeinen nicht stattfinden wird, so hat man nur die Gefälle in dem Verhältnisse $\frac{Oh}{h_w}$ und die Geschwindigkeiten in dem Verhältniß $\sqrt{\frac{Oh}{h_w}}$ zu reduciren, was im Gefällmaßstabe in folgender Weise geschehen

kann. Trägt man das gegebene wirksame Gefälle $h_w = OH$ auf, so ist $OG = c_w$ die wirksame Geschwindigkeit. Um nun irgend eine andere, z. B. die Reactionsgeschwindigkeit c_ρ zu finden, für welche das Geschwindigkeitspolygon, Fig. 308, die Strecke DH liefert, trägt man diese Strecke als Sehne Od im Gefällmaßstabe ein, macht $OH' = OH = h_w$ und zieht durch e mit der Verbindungsline hH' eine Parallele eE', welche in OE'

Fig. 310.



das Reactionsgefälle h_ρ und in $OD = c_\rho$ die zugehörige Reactionsgeschwindigkeit ergiebt, sobald man $OE = OE' = h_\rho$ einträgt. In derselben Weise kann man jede andere Geschwindigkeit, z. B. diejenige v des Radumfanges leicht finden. Wenn hierbei das Gefälle h_w größer als $2g = 19{,}62$ m, etwa gleich OK ausfällt, so ändert sich die Construction nur in der Art, daß man über NK einen Halbkreis beschreibt, dessen von O

aus gezogene Tangente OT dann die zugehörige Geschwindigkeit c_w ergiebt, denn man hat bekanntlich für diesen Kreis:

$$OT^2 = ON . OK = 2gh_w.$$

Wenn man den Gefällmaßstab, Fig. 310, nicht zu klein wählt, so findet man auf diese Weise alle gesuchten Elemente mit einer für die Ausführung genügenden Genauigkeit. Es wird dazu schon ein Maßstab der Zeichnung genügen, bei welcher das größte Gefälle h_w in der Zeichnung etwa eine Länge von 0,1 bis 0,2 m erhält, d. h. also, man wird bei Gefällen von 1 bis 2 m etwa einen Maßstab von $^1/_5$ bis $^1/_{10}$ und bei Gefällen von 20 m einen solchen von etwa $^1/_{100}$ annehmen können. Es leuchtet auch ein, daß man für kleinere Gefälle nicht den vollen Halbkreis ODN zu zeichnen nöthig hat, vielmehr von diesem Kreise nur den zur Verwendung kommenden Bogen aufzutragen braucht, natürlich mit einem Halbmesser MO, welcher nach dem zu Grunde gelegten Maßstabe die Beschleunigung der Schwere $g = 9{,}81$ m darstellt.

Die vorstehend gefundene Eigenthümlichkeit der Turbinen, vermöge deren bei einer bestimmten Construction, d. h. bei bestimmter Größe der Winkel α und β, also auch δ je zwei Geschwindigkeiten c, v oder w zu einander immer in demselben Verhältnisse stehen, wie groß auch das wirksame Gefälle h_w sein mag, gestattet eine einfache Berechnung der Turbinen, indem man für die vorliegende Construction die Verhältnißzahlen der einzelnen Geschwindigkeiten feststellt. Man gelangt hierzu durch sehr einfache Formeln, wenn man von einer normalen Eintrittsgeschwindigkeit c_{ne} des Wassers in die Radöffnung gleich der Einheit (1 m) ausgeht. Für diese Annahme erhält man nach der Fig. 308 unmittelbar die einzelnen Geschwindigkeiten, für welche die oben gewählte Bezeichnung jedoch mit Verwendung deutscher Lettern beibehalten werden soll. Die Fig. 308 giebt für $DA = c_{ne} = 1$:

$$\mathfrak{c}_e = BA = \frac{1}{\sin\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

$$\mathfrak{w}_e = CA = \frac{1}{\sin\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

$$\mathfrak{v} = BC = \operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

$$\mathfrak{w}_a = EA = \sqrt{1 + (\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

$$\operatorname{cotg}\delta = \operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta = \mathfrak{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

$$\mathfrak{c}_\rho = HD = \sqrt{(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)^2 - \operatorname{cotg}^2\beta}$$

$$= \sqrt{\operatorname{cotg}\alpha\,(\operatorname{cotg}\alpha - 2\operatorname{cotg}\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41)$$

$$\mathfrak{c}_u = HB = \sqrt{2\operatorname{cotg}\alpha\,(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

$$\mathfrak{c}_w = HG = \sqrt{1 + 2\operatorname{cotg}\alpha\,(\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)} \quad . \quad (43)$$

Vermittelst dieser Formeln kann man für jede Turbine, für welche die bestimmenden Elemente α und β gegeben sind oder angenommen werden, die Verhältnißzahlen der Geschwindigkeiten bestimmen, und man erhält für ein bestimmtes wirksames Gefälle h_w die thatsächlichen Geschwindigkeiten c, v und w einfach durch Multiplication jener Verhältnißzahlen aus (36) bis (43) mit dem Werthe $\frac{\sqrt{2\,g\,h_w}}{c_w} = \frac{c_w}{c_w}$. Diese Rechnung soll weiter unten an einem Beispiele näher erläutert werden.

§. 119. **Theorie der Radialturbinen.** In ganz ähnlicher Weise sind nun auch die Verhältnisse der Radialturbinen zu untersuchen. Es mögen im Allgemeinen die für Axialturbinen zu Grunde gelegten Bedeutungen von h, c, w, r und v beibehalten werden, und es ist hierüber nur das Folgende zu bemerken. Da hier die mittlere Radebene horizontal gelegt vorausgesetzt wird, so ist $h_r = 0$ anzunehmen und man hat daher hier das ganze Gefälle

$$h = h_o + h_u \quad \ldots \ldots \ldots \quad (44)$$

wenn h_o und h_u von der mittleren Radebene bis zum Ober- und bezw. Unterwasserspiegel gemessen werden.

In der Regel arbeiten die inneren (Fourneyron'schen) Turbinen nicht mit einer Unterwassersäule, indem man dieselben entweder ganz im Unterwasser gehen läßt, für welchen Fall $h = h_o - h_u$ wird, oder indem man sie frei über dem Unterwasser ausgießen läßt, wofür man unter dem Gefälle h die Höhe vom Oberwasserspiegel bis zur mittleren Radebene annehmen kann. Die äußeren Radialturbinen (Francis'schen) dagegen läßt man öfter mit einem Sauggefälle arbeiten, und es soll daher der Allgemeinheit wegen ein solches vorausgesetzt werden. Mit $h_r = 0$ fällt natürlich auch die Wirkung der Schwerkraft auf das Wasser bei seinem Durchgange durch das Rad weg.

Da hier der Halbmesser des Radumfanges, an welchem der Wassereintritt erfolgt, r_e eine andere Größe hat, als der Austrittshalbmesser r_a, so sind natürlich auch die Umfangsgeschwindigkeiten v_e und v_a dieser Stellen in demselben Verhältnisse verschieden, und man hat

$$\frac{v_e}{v_a} = \frac{r_e}{r_a} = \nu \quad \ldots \ldots \ldots \quad (45)$$

wenn mit ν das Halbmesserverhältniß $\frac{r_e}{r_a}$ bezeichnet wird.

Setzt man ferner für die folgenden Untersuchungen parallele Radkränze voraus, ist also die lichte Weite der Eintrittsöffnung gleich derjenigen der Austrittsmündung, so sind die normal zu diesen Flächen genommenen oder

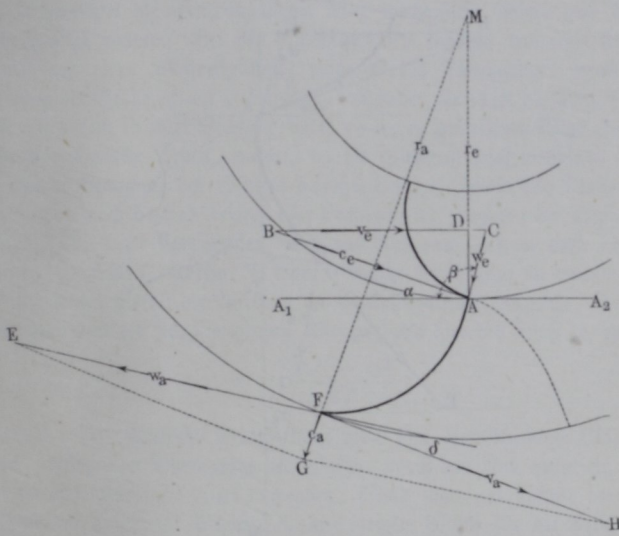
radialen Geschwindigkeitscomponenten beim Eintritte c_{ne} und beim Austritte c_{na} im umgekehrten Verhältnisse der Halbmesser stehend, d. h. man hat

$$r_e c_{ne} = r_a c_{na} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Hierbei ist wieder stillschweigend eine verschwindende Dicke der Schaufelbleche vorausgesetzt, indem der Einfluß der wirklichen Schaufelstärken später besonders untersucht werden soll.

Unter Beibehaltung der Bezeichnungen α für die Neigung des letzten Leitschaufelelementes, β für die des ersten und δ für die des letzten Rad-

Fig. 311.



schaufelelementes gegen den betreffenden Umfang gilt nun offenbar nach den Fig. 311 und 312 (a. f. S.) die Gleichung

$$DA = c_{ne} = c_e \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

und da wegen der Bedingung des normalen Austritts $c_a = c_{na}$ zu setzen ist, so folgt die absolute Austrittsgeschwindigkeit

$$FG = c_a = \frac{r_e}{r_a} c_e \sin \alpha = v c_e \sin \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

Die Bedingung des stoßfreien Eintritts gilt für die Radialturbinen ebenso wie für die Axialturbinen und man hat daher hier die entsprechenden Bedingungsgleichungen:

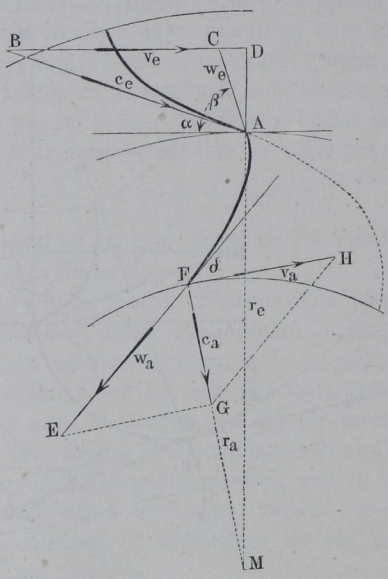
$$c_e = v_e \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha)} = w_e \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

$$w_e = v_e \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)} = c_e \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad \ldots \ldots \quad (17)$$

und wegen des normalen Austritts mit Rücksicht auf (45) und (48)

$$w_a^2 = c_a^2 + v_a^2 = \nu^2 c_e^2 \sin^2 \alpha + \frac{1}{\nu^2} v_e^2 \quad \ldots \quad (49)$$

Fig. 312.



Für die Pressungshöhen h_{pe} beim Eintritte in das Rad und h_{pa} beim Austritte aus demselben gelten genau die in §. 117 gemachten Bemerkungen, und man hat daher hier wie dort:

$$h_{pe} = \mathfrak{b} + h_o - z_o - \frac{c_e^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

und

$$h_{pa} = \mathfrak{b} - h_u + z_u + \frac{c_u^2 - c_a^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (23)$$

beziehungsweise

$$h_{pa} = \mathfrak{b} - h_u + z_u \quad \ldots \ldots \quad (23^a)$$

wenn wieder vorausgesetzt wird, daß die Geschwindigkeit c_u im Untergraben mit der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_a aus dem Rade übereinstimmt.

Auf das durch das Rad gehende Wasser wirkt nun außer der Ueberdruckhöhe $h_{pe} - h_{pa}$, um welche die Pressung im Eintrittsquerschnitte oder Spalte diejenige an der Austrittsöffnung überwiegt, und außer der Reibung an den Schaufeln (z_r) hier noch die Centrifugalbeschleunigung, welche in Folge der Drehung des Rades hervorgerufen wird. Diese radial nach außen auf das Wasser wirkende Centrifugalkraft ist zwar auch bei den Axialturbinen vorhanden; da hier aber der im Sinne dieser Kraft von einem Wassertheilchen zurückgelegte Weg wegen der constanten Axenentfernung gleich Null ist, so verrichtet die Centrifugalkraft keine mechanische Arbeit und konnte vernachlässigt werden. Bei den Radialturbinen dagegen verändert sich der Axenabstand eines Wassertheilchens während des Durchganges durch das Rad von der Größe r_e auf diejenige r_a und daher verrichtet die Centrifugalkraft auf diesem in ihrer Richtung durch $r_a - r_e$ gemessenen Wege eine bestimmte mechanische Arbeit, welche, da die Fliehkraft nach auswärts wirkt, die relative Bewegung des Wassers *beschleunigt*, sobald das Wasser sich von *innen* nach *außen* bewegt (Fourneyron), dagegen die Bewegung *verzögert*, wenn das Wasser durch das Rad von *außen* nach *innen* passirt. In Thl. I, Abschn. V, Cap. 3 wurde der Betrag an mechanischer Arbeit, welcher hierbei der Wirkung der Centrifugalkraft entspricht, für jede Gewichtseinheit des sich bewegenden Körpers, also hier des Wassers, zu

$$C = \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$$

ermittelt. Mit Rücksicht hierauf kann man nun die Gleichung (24) des §. 117, welche dem Durchgange des Wassers durch das Rad entspricht, auch für die Radialturbinen direct anwenden, sobald man nur anstatt der dort auftretenden Arbeit der Schwere h_r hier obigen Werth für die Arbeit der Centrifugalkraft C einführt, denn es lassen sich hier genau dieselben Betrachtungen über die Veränderung der relativen Geschwindigkeit während dieses Durchganges anstellen wie dort. Man erhält daher hier:

$$h_{pe} - h_{pa} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} - z_r = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} \quad \cdots \quad (50)$$

welche *Gleichung allgemein für den Durchgang des Wassers durch das Rad bei allen Radialturbinen gilt.*

Führt man für h_{pe} und h_{pa} die Werthe aus (22) und (23ª) ein, und setzt wieder

$$h_o + h_u - (z_o + z_u + z_r) = h - z = h_w,$$

so folgt

$$h_w = \frac{c_e^2}{2g} + \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} - \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} = h_c + h_\rho \quad . \quad . \quad (51)$$

wenn wieder mit $h_c = \frac{c_e^2}{2g}$ die zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit c_e erforderliche Gefällhöhe und mit $h_\rho = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} - \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$ die Reactionsdruckhöhe bezeichnet wird, welche erforderlich ist, um die relative Geschwindigkeit w_e auf diejenige w_a zu bringen. Diese Gefällhöhe h_ρ bestimmt sich durch Einführung der Werthe für v und w aus (16), (17) und (49) zu:

$$\begin{aligned} h_\rho &= \frac{1}{2g}\left[\nu^2 c_e^2 \sin^2\alpha + \frac{1}{\nu^2} c_e^2 \frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta} - c_e^2 \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}\right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\nu^2} c_e^2 \frac{\sin^2(\beta-\alpha)}{\sin^2\beta} + c_e^2 \frac{\sin^2(\beta-\alpha]}{\sin^2\beta}\right] \\ &= \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta}{\sin^2\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52) \end{aligned}$$

Man erhält daher eine reine Druckturbine für $h_\rho = 0$, wenn

$$\sin^2(\beta - \alpha) = \sin^2\alpha (1 - \nu^2 \sin^2\beta)$$

ist, d. h. für

$$\begin{aligned} \sin^2\beta \cos^2\alpha - 2 \sin\beta \cos\alpha \cos\beta \sin\alpha + \cos^2\beta \sin^2\alpha \\ = \sin^2\alpha - \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta \end{aligned}$$

oder

$$\sin^2\beta (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \sin\beta \cos\beta \sin 2\alpha - \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta,$$

woraus, da $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ ist,

$$\cos 2\alpha + \nu^2 \sin^2\alpha = \sin 2\alpha \operatorname{cotg}\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

als Bedingung für reine Actionswirkung folgt.

Ferner erhält man für die wirksame Gefällhöhe $h_w = h_c + h_\rho$ die Beziehung

$$\begin{aligned} h_w &= \frac{c_e^2}{2g} + \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta}{\sin^2\beta} \\ &= \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + (1 + \nu^2 \sin^2\alpha) \sin^2\beta}{\sin^2\beta} \quad (54) \end{aligned}$$

woraus

$$c_e = \sin\beta \sqrt{\frac{2gh_w}{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + (1 + \nu^2 \sin^2\alpha)\sin^2\beta}} \quad (55)$$

und

$$v_e = \sin(\beta-\alpha) \sqrt{\frac{2gh_w}{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + (1 + \nu^2 \sin^2\alpha)\sin^2\beta}} \quad (56)$$

folgt. In gleicher Weise hat man für die nutzbare Gefällhöhe, da hier von dem Wasser die lebendige Kraft

$$\frac{r_e^2}{r_a^2}\, c_e^2 \sin^2\alpha = \nu^2 c_e^2 \sin^2\alpha$$

aus dem Rade mitgeführt wird:

$$h_n = h_w - \nu^2 \frac{c_e^2}{2g} \sin^2\alpha = \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2(\beta-\alpha) - \sin^2\alpha + \sin^2\beta + \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta - \nu^2 \sin^2\alpha \sin^2\beta}{\sin^2\beta}$$

$$= \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2\beta \cos^2\alpha - 2\sin\beta\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha + \cos^2\beta\sin^2\alpha - \sin^2\alpha + \sin^2\beta}{\sin^2\beta}$$

$$= \frac{2c_e^2\cos\alpha}{2g} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = \frac{c_e \cos\alpha \,.\, v_e}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

welche Gleichung mit der gleichbezeichneten in §. 117 für Axialturbinen entwickelten übereinstimmt. Die Größe des Nutzgefälles und daher auch der Wirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{h_n}{h}$$

ist somit von dem Verhältniß der Halbmesser ganz unabhängig und durch dieselbe Formel ausgedrückt, welche für Axialturbinen gefunden wurde.

Mit $\nu = \frac{r_e}{r_a} = 1$ und $h_r = 0$ gehen die vorstehend für Radialturbinen ermittelten Ausdrücke selbstverständlich in die entsprechenden im §. 117 für Axialturbinen gefundenen über.

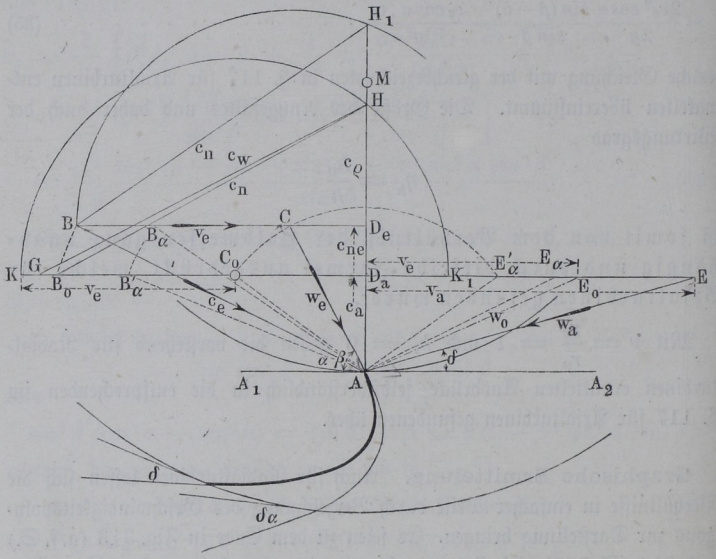
Graphische Ermittelung. Auch für Radialturbinen lassen sich die §. 120.
Verhältnisse in einfacher Weise durch Verzeichnung des Geschwindigkeitspolygons zur Darstellung bringen. Es seien zu dem Ende in Fig. 313 (a. f. S.) und 314 (S. 397) diese Polygone für eine innere und bezw. für eine äußere Radialturbine gezeichnet. In beiden Figuren stelle BA nach einem beliebigen Maßstabe die Eintrittsgeschwindigkeit c_e vor, mit welcher das Wasser unter dem Winkel α gegen den Eintrittsumfang vom Halbmesser r_e trifft, während CA die unter dem Winkel β gegen diesen Radumfang geneigte Richtung des ersten Radschaufelelementes sein möge. Zieht man wieder durch B eine Parallele BD_e zum Radumfange A_1A, so erhält man in $BC = v_e$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades an der Eintrittsstelle und in $CA = w_e$ die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seine Bewegung längs der Schaufel beginnt. Ebenso ist die auf dem Radius MA abgeschnittene Strecke $D_eA = c_{ne}$ die normal zur Eintrittsöffnung gerichtete Componente, mit welcher das Wasser das Rad in radialer Richtung zu durchströmen anfängt. Diese radiale Componente bleibt hier nicht constant, wie bei den

Axialturbinen, dieselbe verändert sich vielmehr in dem umgekehrten Verhältnisse der cylindrischen Querschnitte des Rades, so daß sie beim Austritte aus dem Rade den Betrag

$$c_{na} = \frac{r_e}{r_a} c_{ne} = \nu c_{ne}$$

hat, wenn die Kränze des Rades zu einander parallel, also die lichten Weiten überall von derselben Größe angenommen werden. Wegen des normalen

Fig. 313.



Austritts muß diese Geschwindigkeit c_{na} übereinstimmen mit der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_a des Wassers, so daß man also

$$c_a = \nu c_{ne} = \frac{r_e}{r_a} D_e A$$

hat. Trägt man diese leicht abzugreifende oder zu construirende Geschwindigkeit als $D_a A = c_a$ ab, so erhält man hierin die radiale Componente der relativen Austrittsgeschwindigkeit w_a, deren tangentiale Componente wegen des normalen Austritts gleich der Radgeschwindigkeit am Austrittsumfange

$$v_a = \frac{r_a}{r_e} v_e = \frac{1}{\nu} v_e = \frac{r_a}{r_e} BC$$

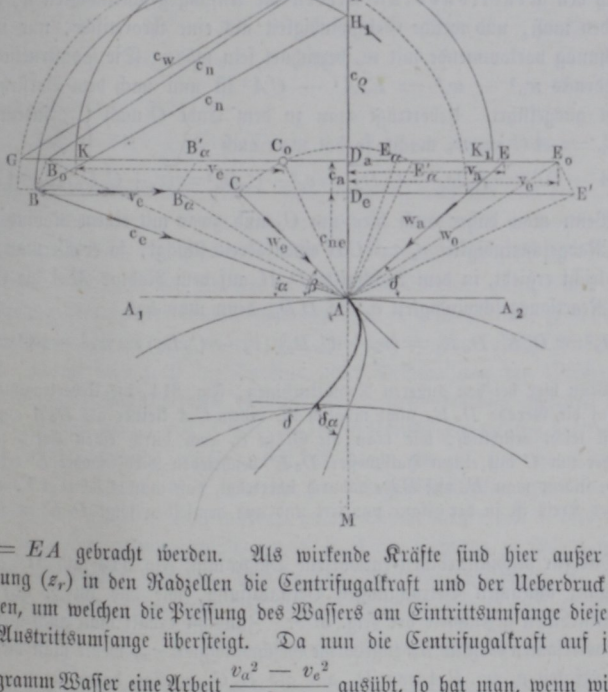
sein muß. Wenn man daher

$$D_a E = v_a = \frac{r_a}{r_e} BC$$

macht, so giebt die gerade Verbindungslinie EA den Winkel $EAA_2 = \delta$ an, unter welchem das letzte Element der Radschaufel den Austrittsumfang zu schneiden hat.

Die relative Geschwindigkeit des Wassers muß also durch die auf das Wasser wirkenden Kräfte von dem Anfangsbetrage $w_e = CA$ auf den Endwerth

Fig. 314.



$w_a = EA$ gebracht werden. Als wirkende Kräfte sind hier außer der Reibung (z_r) in den Radzellen die Centrifugalkraft und der Ueberdruck anzusehen, um welchen die Pressung des Wassers am Eintrittsumfange diejenige am Austrittsumfange übersteigt. Da nun die Centrifugalkraft auf jedes Kilogramm Wasser eine Arbeit $\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$ ausübt, so hat man, wenn wieder die Reibungshöhe z_r von vornherein von dem ganzen Gefälle abgezogen wird, also auch hier das wirksame Gefälle

$$h_w = h - z_o - z_r - z_u = h - z$$

gesetzt wird, für die Bestimmung der Reactionsdruckhöhe den Werth

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} - \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$$

zu construiren. Da nun $w_a^2 = c_a^2 + v_a^2$ ist, so geht dieser Ausdruck über in

$$h_\rho = \frac{c_a^2 + v_e^2 - w_e^2}{2g}.$$

Trägt man daher die Eintrittsgeschwindigkeit $v_e = BC$ von D_a aus als die Strecke $D_a E_o$ an, so hat man

$$E_o A^2 = c_a^2 + v_e^2 = w_o^2,$$

d. h. die Strecke $E_o A = w_o$ stellt diejenige Geschwindigkeit vor, auf welche durch den Reactionsdruck allein die Anfangsgeschwindigkeit w_e erhöht werden muß, und welche Geschwindigkeit als eine theoretische, nur in der Rechnung vorkommende mit w_o bezeichnet sein möge. Die Construction des Ausdrucks $w_o^2 - w_e^2 = E_o A^2 - CA^2$ ist nun nach dem Vorstehenden leicht ausgeführt. Ueberträgt man zu dem Ende C nach C_o, indem man $AC_o = AC = w_e$ macht, so hat man auch

$$E_o A^2 - CA^2 = E_o D_a^2 - C_o D_a^2 = v_e^2 - C_o D_a^2 = (v_e + C_o D_a)(v_e - C_o D_a).$$

Wenn man daher auch hier um C_o und zwar mit einem Radius gleich der Radgeschwindigkeit $v_e = CB$ einen Kreis schlägt, so erhält man, wie sich leicht ergiebt, in dem Abschnitte $D_a H$ auf dem Radius MA die Größe der Reactionsgeschwindigkeit $c_\rho = HD_a$, denn man hat

$$HD_a^2 = D_a K . D_a K_1 = (v_e + C_o D_a)(v_e - C_o D_a) = w_o^2 - w_e^2 = c_\rho^2$$

Wenn hier bei den äußeren Radialturbinen, Fig. 314, die Uebertragung von C auf die Gerade $D_a E_o$ nicht möglich ist, indem CA kleiner als $D_a A$ ausfällt, so ist leicht ersichtlich, wie man die Größe c_ρ auch durch einen Kreis erhält, welcher um C mit einem Halbmesser $D_e E'$ beschrieben wird, wobei E' erhalten wird, indem man E_o auf BD_e dadurch überträgt, daß man $AE' = AE_o$ macht. Dieser Kreis ist in der Figur punktirt und aus demselben folgt $D_e H' = D_a H$.

Das für Radialturbinen entworfene Diagramm, Fig. 313 und 314, giebt zu ganz ähnlichen Betrachtungen Veranlassung, wie das im §. 117 für Axialturbinen gezeichnete der Fig. 309. Zunächst erhält man auch hier die dem wirksamen Gefälle h_w zugehörige Geschwindigkeit c_w, wenn man die Geschwindigkeit $c_e = BA$ von D_a aus als $D_a G$ anträgt, dann ist

$$HG^2 = c_e^2 + c_\rho^2 = c_w^2.$$

Um auch das nutzbare Gefälle $h_n = h_w - \frac{c_a^2}{2g}$ zu ermitteln, hat man nur B nach B_o zu übertragen, indem man $AB_o = AB$ macht, dann hat man c_n in HB_o gefunden, denn es ist

$HB_o^2 = B_oD_a^2 + D_aH^2 = B_oA^2 - D_aA^2 + D_aH^2 = c_e^2 - c_a^2 + c_p^2 = 2g(h_a + h_p)$,

wenn wieder $h_a = \frac{1}{2g} B_oD_a^2$ das durch Action auf das Rad übertragene Gefälle bedeutet.

Es läßt sich auch aus der Figur leicht die im vorigen Paragraphen durch Rechnung festgestellte Thatsache erkennen, daß die Größe der Nutzwirkung h_n unabhängig von dem Verhältnisse $\nu = \frac{r_e}{r_a}$ der Halbmesser sein muß.

Man hat nämlich nach dem Vorstehenden für die dem nützlichen Gefälle h_n zugehörige Geschwindigkeit c_n:

$$\begin{aligned} c_n^2 &= c_e^2 - c_a^2 + c_p^2 = BD_e^2 + c_{ne}^2 - c_a^2 + w_o^2 - w_e^2 \\ &= BD_e^2 + c_{ne}^2 - c_a^2 + c_a^2 + v_e^2 - (CD_e^2 + c_{ne}^2) \\ &= (v_e + CD_e)^2 + v_e^2 - CD_e^2. \end{aligned}$$

Dies ausgerechnet giebt

$$c_n^2 = 2v_e^2 + 2v_eCD_e = 2v_eBD_e = 2v_ec_e\cos\alpha,$$

wie bei den Axialturbinen. Man kann daher c_n auch wie dort direct construiren, indem man um C mit $CB = v_e$ einen Kreisbogen beschreibt, dann erhält man in BH_1 ebenfalls die Größe der Nutzgeschwindigkeit c_n.

Wenn die Wirkung des Wassers in einer Radialturbine ganz ohne Reaction nur vermöge der Eintrittsgeschwindigkeit c_e geschehen soll, so hat man in der Figur den Strecken $w_e = CA$ und $w_o = E_oA$ gleiche Größe zu geben. Wenn man z. B. die Turbine unter Beibehaltung des Winkels β für das erste Schaufelelement zu einer reinen Actionsturbine gestalten will, so zeichnet man um A mit $AC = w_e$ einen Kreisbogen, welcher die Gerade D_aE in E_a' schneiden möge. AE_a' ist dann als w_o' für die Actionsturbine zu betrachten, d. h. man hat die Radgeschwindigkeit des Eintrittsumfangs in $D_aE_a' = v_e$ gefunden, welche Strecke daher von C aus rückwärts nach CB_a anzutragen ist, um in B_aA die Richtung zu finden, unter welcher das Wasser aus dem Leitrade dem Laufrade zuzuführen ist. Um auch die Neigung δ des letzten Schaufelelements zu finden, hat man nur $D_aE_a = \frac{r_a}{r_e} D_aE_a' = \frac{v_e}{\nu}$ abzutragen, wodurch man in E_aAA_2 den Winkel δ_a erhält, unter welchem das Schaufelende gegen den Austrittsumfang zu neigen ist. Der Maßstab für das Diagramm ist dann so zu wählen, daß die Eintrittsgeschwindigkeit $c_e = B_aA$ die zu dem wirksamen Gefälle h_w zugehörige Geschwindigkeit c_w bedeutet, und als nutzbare Geschwindigkeit gilt die Strecke $B_a'D_a$, wenn man $AB_a' = AB_a$ macht u. s. w.

Auch für die Radialturbinen lassen sich die Verhältnißzahlen für die Geschwindigkeiten direct aus der Figur angeben, wenn man die normale Eintrittsgeschwindigkeit $c_{ne} = 1$ annimmt, und es gelten hinsichtlich der Verwendung dieser Verhältnißzahlen die nämlichen Bemerkungen, welche oben für Axialturbinen gemacht wurden. Man erhält mit $D_e A = c_{ne} = 1$:

$$c_{na} = c_u = D_a A = \frac{r_e}{r_a} = \nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

$$c_e = BA = \frac{1}{\sin \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

$$w_e = CA = \frac{1}{\sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

$$v_e = BC = \operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

$$v_a = D_a E = \frac{\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta}{\nu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

$$w_a = EA = \sqrt{\nu^2 + \left(\frac{\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta}{\nu}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

$$\operatorname{cotg} \delta = \frac{\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta}{\nu^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

$$c_\rho = HD_a = \sqrt{\nu^2 + (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta)^2 - \frac{1}{\sin^2 \beta}} \quad . \quad (64)$$

$$c_u = HB_o = H_1 B = \sqrt{2 \operatorname{cotg} \alpha \, (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta)} \quad . \quad . \quad (65)$$

$$c_w = HG = \sqrt{1 + 2 \operatorname{cotg} \alpha \, (\operatorname{cotg} \alpha - \operatorname{cotg} \beta)} \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

§. 121. **Turbinen ohne Leitschaufeln.** Bei den Turbinen ohne Leitschaufeln, also bei den Cadiat'schen und bei den schottischen, hat man den Winkel α, unter welchem das Wasser gegen den Umfang des Rades zugeführt wird, gleich 90^0 anzunehmen. Führt man diesen Werth in die Gleichung (35) des §. 119 ein, so erhält man das nutzbare Gefälle $h_n = 0$. Es folgt hieraus, daß man von allen Turbinen ohne Leitschaufelapparat eine Wirkung des Wassers auf das Rad nicht erlangen kann, wenn man für dieselben die Bedingungen des stoßfreien Eintritts und des normalen Austritts festhält, für welche jene Gleichung entwickelt worden ist. Man wird, wenn überhaupt das Wasser auf das Rad eine Wirkung äußern soll, von jenen Bedingungen entweder die eine oder die andere oder beide fallen lassen müssen. Dies geschieht auch in der That bei allen derartigen Rädern, und es ist daraus schon von vornherein zu ersehen, daß dieselben nicht in der möglichst vortheilhaften Weise arbeiten können, ihre Anwendung daher

nur etwa in besonderen Fällen gerechtfertigt erscheinen kann, wenn die Rücksicht auf Einfachheit der Construction diejenige einer möglichst ökonomischen Kraftausnutzung überwiegt. Das Letztere kann unter Umständen namentlich in Bezug auf die schottischen Turbinen stattfinden, während man Cadiat'sche Turbinen nicht mehr ausführt.

In den Theorien über diese Räder wird mehrfach die Behauptung gefunden, daß eine möglichst vollkommene Leistung derselben nur bei einer unendlich großen Umfangsgeschwindigkeit zu erzielen, daher ein um so größerer Wirkungsgrad zu erwarten sei, je größer die Radgeschwindigkeit gewählt wird, eine Ansicht, die auf der Annahme beruht, man müsse zu einer möglichst vollkommenen Leistung die Neigung δ des letzten Schaufelelementes gegen den Radumfang gleich Null und $w_a = v_a$ machen, Voraussetzungen, die mit der Herausführung des Wassers aus dem Rade, also überhaupt mit jedem Turbinenbetriebe unvereinbar sind. In welcher Beziehung die Geschwindigkeit dieser Räder zu ihrer Leistung steht, wird sich leicht aus dem Vorstehenden ergeben und insbesondere durch das Geschwindigkeitspolygon anschaulich werden. Nimmt man zunächst an, eine Turbine ohne Leitschaufeln sei den Bedingungen des §. 102 gemäß in regelrechter Weise ausgeführt, so daß das radial einströmende Wasser dem Rade ohne Stoß zugeführt und aus demselben normal, d. h. also radial abgeführt werde. Bezeichnet dann wieder c_e die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers, so findet man die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades mit $\alpha = 90^0$ aus (16) in §. 119 zu:

$$v_e = c_e \frac{\sin(\beta - 90^0)}{\sin\beta} = c_e \operatorname{cotg}\beta,$$

damit das Wasser ohne Stoß eintritt. Fragt man nach der Größe der Reactionshöhe h_ρ, so erhält man nach (52):

$$h_\rho = \frac{c_e^2}{2g} \frac{\sin^2(\beta - 90^0) - \sin^2 90^0 + \nu^2 \sin^2 90^0 \sin^2\beta}{\sin^2\beta}$$
$$= \frac{c_e^2}{2g} \frac{\cos^2\beta - 1 + \nu^2 \sin^2\beta}{\sin^2\beta} = \frac{c_e^2}{2g}(\nu^2 - 1).$$

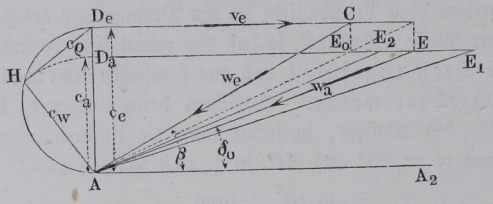
Dieser Werth ist, da es sich hier um innere Beaufschlagung handelt, also $\nu = \frac{r_e}{r_a}$ kleiner als die Einheit ist, immer negativ, und man findet daher, daß eine solche Turbine, für welche vorstehend schon der Nutzeffect gleich Null ermittelt wurde, mit einem negativen Reactionsgefälle arbeiten würde, d. h. daß die hydraulische Pressung an der Eintrittsstelle oder im Spalte um die Größe $h = (1 - \nu^2)\frac{c_e^2}{2g}$ kleiner sein würde als

die Pressung am Austrittsumfange; es würde also eine solche Turbine, wenn sie in freier Luft ausgösse, im Spalte eine saugende Wirkung ausüben. Dieser Zusammenhang tritt auch aus dem Diagramme, Fig. 315, deutlich hervor. Ist hierin nämlich durch $D_e A$ die absolute Eintrittsgeschwindigkeit c_e und durch $D_e C = v_e$ die Radgeschwindigkeit am inneren Umfange dargestellt, so hat man in $A_2 A C = \beta$ die Neigung des ersten Schaufelelements gegen den Umfang und in $CA = w_e$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit. Macht man nun

$$D_a A = \frac{r_e}{r_a} D_e A = c_a, \text{ und } D_a E = \frac{r_a}{r_e} D_e C = \frac{1}{\nu} v_e,$$

so stellt $EA = w_a$ die relative Austrittsgeschwindigkeit und $EAA_2 = \delta_0$ den Neigungswinkel des letzten Schaufelelements gegen den Austrittsumfang dar. Die erforderliche Reactionsdruckhöhe muß nun nach dem vorhergehenden Paragraphen genügen, um die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w_e = CA$

Fig. 315.



auf den Betrag einer Geschwindigkeit w_o zu bringen, welche man zu $w_o = E_o A$ erhält, sobald man $D_a E_o = v_e = D_e C$ macht. Offenbar ist nun

$$E_o A^2 - CA^2 = D_a A^2 - D_e A^2 = c_a^2 - c_e^2 = (\nu^2 - 1)\, c_e^2$$

eine negative Größe, welche man construirt, indem man in dem über $D_e A$ gezeichneten Halbkreise $AH = AD_a$ als Sehne einträgt. Man erhält dann in $D_e H = c_\rho$ die Reactionsgeschwindigkeit, um deren zugehörige Gefällhöhe die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$ zu vermindern ist (wegen des negativen Werthes von h_ρ), um die wirksame Gefällhöhe h_w zu erhalten. Man erkennt daher aus der Figur, daß das wirksame Gefälle h_w dazu dient, die Geschwindigkeit $HA = D_a A = c_a$ zu erzeugen, also vollständig verloren geht, da das Wasser mit dieser Geschwindigkeit c_a das Rad verläßt. Im Spalt würde, wenn eine solche Turbine überhaupt ausgeführt würde, die Geschwindigkeit des Wassers noch größer sein als $c_a = \sqrt{2gh_w}$ und zwar in Folge der eben betrachteten saugenden Wirkung.

Die vorstehende Untersuchung lehrt, daß eine solche Turbine, d. h. eine Turbine ohne Leitschaufeln mit stoßfreiem Eintritt und mit normalem Austritt des Wassers unmöglich ist, und man erkennt leicht die Bedingung für diesen Grenzzustand, in welchem die Wirkung des Wassers zu Null wird. Bezeichnet man nämlich mit δ_0 den Neigungswinkel EAA_2 des letzten Schaufelelements gegen den Radumfang, so wird die Leistung gleich Null, sobald die äußere Radgeschwindigkeit den Werth

$$v_a = c_a \operatorname{cotg} \delta_0 = \sqrt{2gh_w} \cdot \operatorname{cotg} \delta_0$$

annimmt, oder sobald

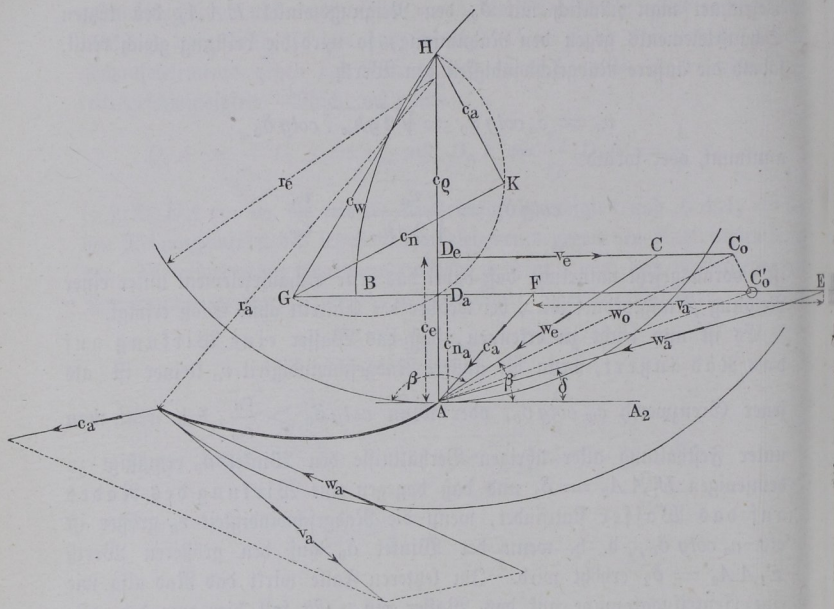
$$\operatorname{cotg} \delta_0 = \frac{v_a}{\sqrt{2gh_w}} = \frac{v_a}{c_w}$$

ist, vorausgesetzt natürlich, daß dabei das erste Schaufelelement unter einer Neigung β angeordnet wird, bei welcher der Eintritt ohne Stoß erfolgt.

Es ist nun leicht zu erkennen, daß das Wasser eine Wirkung auf das Rad äußert, wenn die äußere Radgeschwindigkeit v_a kleiner ist als jener Grenzwerth $c_w \operatorname{cotg} \delta_0$, oder wenn $\operatorname{cotg} \delta_0 > \frac{v_a}{c_w}$, d. h. wenn man unter Festhaltung aller übrigen Verhältnisse den Winkel δ_0 ermäßigt zu demjenigen $E_1AA_2 = \delta_1$ und daß dagegen eine Wirkung des Rades auf das Wasser stattfindet, wenn die Radgeschwindigkeit v_a größer ist als $c_a \operatorname{cotg} \delta_0$, d. h. wenn der Winkel δ_0 auf den größeren Werth $E_2AA_2 = \delta_2$ erhöht wird. Im letzteren Falle wirkt das Rad also wie eine Centrifugalpumpe auf das Wasser ein. Es soll hier nur der erste Fall untersucht werden, in welchem der Winkel δ kleiner ist als derjenige $\delta_0 = arc\ cotg \frac{v_a}{c_w}$. Ist in Fig. 316 (a. f. S.) wieder $D_eA = c_e$ die radiale Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers, $v_e = D_eC$ die innere Umfangsgeschwindigkeit des Rades und stellt daher bei der Neigung β des ersten Schaufelelements gegen den Umfang $CA = w_e$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers vor, so hat man wieder wie vorher die radial gerichtete Componente der Austrittsgeschwindigkeit $c_{na} = \frac{r_e}{r_a} c_e = D_aA$. Hieraus erhält man die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a in EA, wenn man durch D_a eine Parallele zu AA_2 bis zum Schnitte E mit der Richtung des letzten Schaufelelementes zieht. Es sei ferner $FE = v_a = \frac{r_a}{r_e} v_e = \frac{v_e}{\nu}$ die äußere Radgeschwindigkeit, welche nach der Voraussetzung kleiner als D_aE ist, so findet man in $FA = c_a$ die absolute Austrittsgeschwindigkeit, mit welcher das Wasser nunmehr in schräger Richtung aus dem Rade tritt.

Die Reactionsdruckhöhe muß jetzt von solcher Größe h_ρ sein, daß sie zusammen mit der Arbeit der Centrifugalkraft $\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$ die relative Eintritts-

Fig. 316.



geschwindigkeit $w_e = CA$ auf den Werth $w_a = EA$ erhebt. Man hat daher hier die Gleichung

$$h_\rho + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$$

woraus, da $w_e^2 = c_e^2 + v_e^2$ ist

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - (v_a^2 + c_e^2)}{2g} \quad \ldots\ldots\ (67)$$

folgt.

Macht man daher noch $D_e C_0 = v_a = \frac{v_e}{v}$, so ist

$$C_0 A^2 = v_a^2 + c_e^2 = w_0^2,$$

und man erhält die Reactionsdruckhöhe

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_0^2}{2g} = \frac{EA^2 - C_0 A^2}{2g}.$$

Dieser Werth von h_ρ ist leicht nach dem Vorangegangenen zu construiren; wenn man C_0 nach C_0' überträgt und um C_0' einen Kreis mit dem Halbmesser $C_0'B = ED_a$ zeichnet, dann findet sich in $D_aH = c_\rho$ die zu dem Reactionsgefälle gehörige Reactionsgeschwindigkeit c_ρ.

Will man einen analytischen Ausdruck für h_ρ haben, so setzt man in obige Gleichung (67) für h_ρ:

$$w_a = \nu \frac{c_e}{\sin \delta} \text{ und } v_a = \frac{1}{\nu} c_e \operatorname{cotg} \beta,$$

wodurch man

$$h_\rho = \frac{c_e}{2g} \left(\frac{\nu^2}{\sin^2 \delta} - \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2} - 1 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

erhält.

Hieraus folgt nun einfach das wirksame Gefälle

$$h_w = \frac{c_e^2}{2g} + h_\rho = \frac{c_e}{2g} \left(\frac{\nu^2}{\sin^2 \delta} - \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

für welches man in der Figur die zugehörige Geschwindigkeit $c_w = \sqrt{2gh_w}$ in HG erhält, sobald man $D_aG = D_eA = c_e$ anträgt und GH zieht. Man erhält aus (69) auch die Eintrittsgeschwindigkeit:

$$c_e = \sqrt{\frac{2gh_w}{\frac{\nu^2}{\sin^2 \delta} - \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

und hieraus leicht die Radgeschwindigkeiten

$$v_e = c_e \operatorname{cotg} \beta \text{ und } v_a = \frac{1}{\nu} c_e \operatorname{cotg} \beta.$$

Für die absolute Austrittsgeschwindigkeit $c_a = FA$ hat man noch

$$c_a^2 = D_aA^2 + (D_aE - FE)^2 = \nu^2 c_e^2 + \left(\nu c_e \operatorname{cotg} \delta - \frac{1}{\nu} c_e \operatorname{cotg} \beta \right)^2$$

$$= c_e^2 \left(\frac{\nu^2}{\sin^2 \delta} + \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2} - 2 \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \delta \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

Da nun diese Geschwindigkeit dem Rade verloren geht, so hat man das nutzbar gemachte Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{c_a^2}{2g} = \frac{c_e^2}{2g} 2 \left(\operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \delta - \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2} \right) \quad . \quad . \quad (72)$$

Dieser Werth wird übereinstimmend mit dem Vorangegangenen zu Null für eine normale Abführung des Wassers, d. h. für

$$\operatorname{cotg} \delta = \frac{v_a}{\nu c_e} = \frac{c_e \operatorname{cotg} \beta}{\nu^2 c_e} = \frac{\operatorname{cotg} \beta}{\nu^2}.$$

Will man auch aus der Figur den Werth für das Nutzgefälle entnehmen, so hat man in den über HG als Durchmesser gezeichneten Kreis die Strecke FA als Sehne gleich HK einzutragen und findet in $GK = c_n$ die Nutzgeschwindigkeit, zu welcher der Gefällmaßstab das nutzbare Gefälle h_n liefert.

Man könnte auch aus (72) und (69) den Ausdruck für den ideellen Wirkungsgrad

$$\eta_i = \frac{h_n}{h_w}$$

bilden und untersuchen, für welchen Werth von δ bei einem bestimmten Werthe von β oder umgekehrt der Wirkungsgrad zu einem Maximum wird, doch soll diese Rechnung hier nicht angestellt werden, da die hier betrachtete Turbinenart, wie schon zuvor bemerkt, für die Technik nur geringe Bedeutung hat.

Die vorstehenden Ermittelungen gelten nur für die nach dem Cadiat'schen System gebauten Räder, bei welchen das Wasser am ganzen äußeren Umfange austritt und daher das Verhältniß der Ein- und Austrittsöffnungen mit demjenigen der betreffenden Halbmesser übereinstimmt. Dieses Verhältniß

$$\nu = \frac{r_e}{r_a} = \frac{F_e}{F_a}$$

pflegt bei diesen Rädern etwa $^3/_4$ bis $^4/_5$ zu sein.

§. 122. **Schottische Turbinen.** Für die schottischen Turbinen ändert sich die Untersuchung nur insofern, als bei denselben das Halbmesserverhältniß $\nu = \frac{r_e}{r_a}$, welches hier etwa zwischen $^1/_3$ und $^1/_4$ gewählt wird, nicht mit dem Verhältnisse der Eintritts- und Austrittsöffnungen übereinstimmt. Meistens ist hier die äußere Radöffnung F_a (im Umfange gemessen) kleiner als die innere F_e, und man hat daher allgemein

$$\frac{F_e}{F_a} = \chi$$

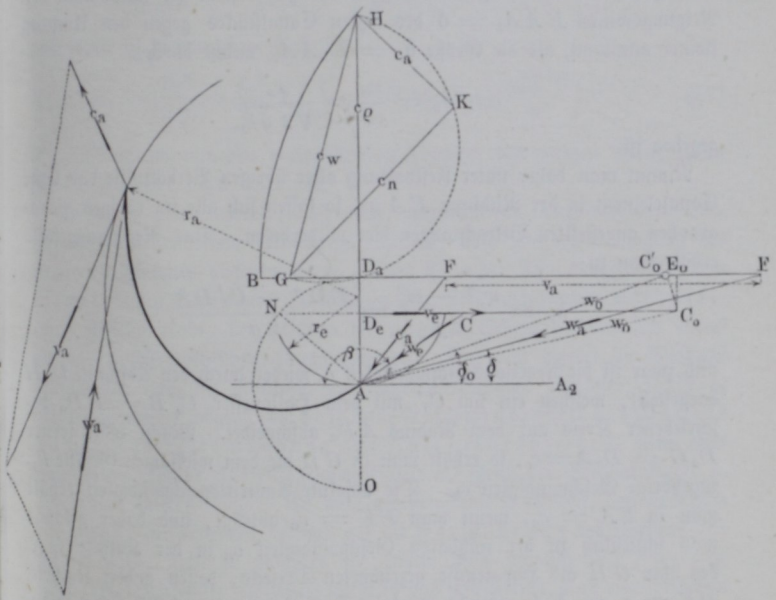
zu setzen, wobei χ etwa zwischen 1,5 und 2 zu liegen pflegt. Demgemäß hat man auch die radiale Componente der Austrittsgeschwindigkeit

$$c_{na} = \chi c_e$$

größer als die Eintrittsgeschwindigkeit. Auch hier gilt die Bemerkung, daß die Wirkung gleich Null wird, wenn das Wasser ohne Stoß eintritt und normal herausgeführt wird. Nur würde für diesen Fall die Reactionshöhe nicht negativ ausfallen, wie bei den Turbinen des vorigen Paragraphen, sondern einen Ueberdruck bedeuten, wie das Diagramm,

Fig. 317, ohne Weiteres ergiebt. Wäre hierbei das letzte Element der Radcanäle in die Richtung AE_0 gestellt, so daß $D_aE_0 = v_a$ die äußere Umfangsgeschwindigkeit ist, während wieder $D_eA = c_e$ die Eintrittsgeschwindigkeit und $D_aA = \chi c_e$ die radiale Componente der Austrittsgeschwindigkeit bedeuten, so wäre die relative Eintrittsgeschwindigkeit von

Fig. 317.



$w_e = CA$ auf $w_a = E_0A$ zu steigern. Hierzu wäre, da durch die Centrifugalkraft allein eine Beschleunigung von $w_e = CA$ auf $w_0 = C_0A$ hervorgerufen wird, eine Reactionsdruckhöhe erforderlich:

$$h_\rho = \frac{1}{2g}(E_0A^2 - C_0A^2) = \frac{D_aA^2 - D_eA^2}{2g} = \frac{c_e^2}{2g}(\chi^2 - 1).$$

Diese Größe ist positiv und bedeutet also einen Ueberdruck an der Eintrittsstelle über die Austrittsstelle; man hätte daher

$$h_w = h_\rho + \frac{c_e^2}{2g} = \chi^2 \frac{c_e^2}{2g} = \frac{D_aA^2}{2g}$$

zu setzen, wie in der Figur durch die leicht verständliche Construction D_aNO ersichtlich gemacht ist, in welcher

$$D_e N^2 = D_e D_a . D_e O = D_a A^2 - D_e A^2 = c_e^2 (\chi^2 - 1) = c_\rho^2.$$

ist, so daß $NA^2 = c_\rho^2 + c_e^2 = c_w^2$ folgt. Daß hierbei der Wirkungsgrad gleich Null ist, zeigt die Figur ebenfalls, denn die ganze, von dem wirksamen Gefälle h_w erzeugte Geschwindigkeit $D_a A$ wird von dem Wasser aus dem Rade mit herausgenommen.

Es gelten daher hier die im vorigen Paragraphen gemachten Betrachtungen, wonach auf eine Wirkung des Wassers nur zu rechnen ist, wenn man den Neigungswinkel $EAA_2 = \delta$ des letzten Canalstückes gegen den Umfang kleiner annimmt, als die Größe $\delta_0 = E_0 A A_2$, welche durch

$$cotg\ \delta_0 = \frac{v_a}{c_w} = \frac{v_a}{\sqrt{2\ g h_w}}$$

gegeben ist.

Nimmt man daher unter Festhaltung aller übrigen Verhältnisse das letzte Canalelement in der Richtung EA an, so lassen sich alle im vorigen Paragraphen angestellten Betrachtungen hier wiederholen. Das Reactionsgefälle erhält man zu:

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_0^2}{2g} = \frac{E D_a^2 - C_0' D_a^2}{2g},$$

und zwar ist die Reactionsgeschwindigkeit c_ρ wieder durch den Abschnitt $D_a H$ dargestellt, welchen ein um C_0' mit dem Halbmesser $C_0' B = E D_a$ beschriebener Kreis auf dem Radius $A D_a$ abschneidet. Macht man ferner $D_a G = D_e A = c_e$, so erhält man in GH die dem wirksamen Gefälle h_w zugehörige Geschwindigkeit c_w. Die absolute Austrittsgeschwindigkeit erhält man in $FA = c_a$, wenn man $EF = v_a$ abträgt, und daher gelangt man schließlich zu der nutzbaren Geschwindigkeit c_n in der Kathete GK des über GH als Hypotenuse gezeichneten Dreiecks, dessen andere Kathete $HK = c_a = FA$ gemacht wurde. Die Reactionsdruckhöhe findet man hier zu:

$$h_\rho = \frac{w_a^2 - w_0^2}{2g} = \frac{c_e^2}{2g}\left(\frac{\chi^2}{sin^2\delta} - \frac{cotg^2\beta}{\nu^2} - 1\right) \quad . \quad . \quad (73)$$

und die wirksame Gefällhöhe:

$$h_w = \frac{c_e^2}{2g} + h_\rho = \frac{c_e^2}{2g}\left(\frac{\chi^2}{sin^2\delta} - \frac{cotg^2\beta}{\nu^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Hieraus erhält man daher die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers:

$$c_e = \sqrt{\frac{2\ g h_w}{\frac{\chi^2}{sin^2\delta} - \frac{cotg^2\beta}{\nu^2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

und die Radgeschwindigkeiten:

$$v_e = c_e \operatorname{cotg} \beta \text{ und } v_a = \frac{1}{\nu} c_e \operatorname{cotg} \beta.$$

Ebenso hat man für die absolute Austrittsgeschwindigkeit $c_a = FA$:

$$c_a^2 = D_a A^2 + (D_a E - FE)^2 = \chi^2 c_e^2 + \left(\chi c_e \operatorname{cotg} \delta - \frac{1}{\nu} c_e \operatorname{cotg} \beta\right)^2$$

$$= c_e^2 \left(\frac{\chi^2}{\sin^2 \delta} + \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2} - 2 \frac{\chi}{\nu} \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \delta\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

und somit ist das nutzbare Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{c_a^2}{2g} = \frac{c_e^2}{2g} 2 \left(\frac{\chi}{\nu} \operatorname{cotg} \beta \operatorname{cotg} \delta - \frac{\operatorname{cotg}^2 \beta}{\nu^2}\right) . \quad . \quad . \quad (77)$$

übereinstimmend mit den entsprechenden Formeln des vorigen Paragraphen für die Cadiat'schen Turbinen.

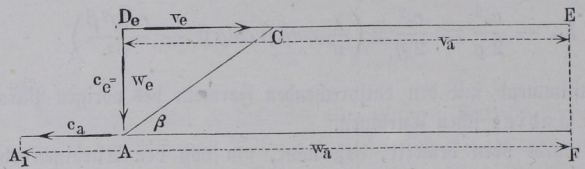
Es wurde oben bemerkt, daß man, um von den Turbinen ohne Leitschaufeln überhaupt eine Leistung zu erhalten, auch von der Bedingung des stoßfreien Eintritts abgehen könne. Dies ist in der That der Fall bei dem Segner'schen Wasserrade und dem in Fig. 291 angegebenen Althans'schen Reactionsrade, bei welchem die einzelnen Schwungröhren sich radial an das mittlere Zuführungsrohr ansetzen. Da man hierbei die Ausflußmündungen nach der Richtung des äußeren Umfangs anordnet, so ist es hierbei allerdings möglich, die absolute Geschwindigkeit des Wassers an der Austrittsmündung auf Null herabzuziehen, wenn man nämlich die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a gleich der Geschwindigkeit v_a des Rades daselbst macht. Es muß indessen bemerkt werden, daß auch hier ein gewisser Gefällverlust, welcher auf die Fortführung des Wassers verwendet wird, nicht zu umgehen ist, indem man nämlich diese Räder frei über dem Unterwasser aufstellen muß, so daß das Wasser nach dem Verlassen des Rades von einer gewissen geringen Höhe herunterfällt, wodurch ihm wieder die zum Abfließen im Untergraben nöthige Geschwindigkeit ertheilt wird. Außerdem würden auch solche Räder wenig vortheilhaft, nämlich nur so wie gewöhnliche Stoßräder wirken, wenn man sie so anordnen wollte, daß das Wasser seine ganze Geschwindigkeit im Rade einbüßt, wie die folgende Betrachtung zeigt.

Es sei $D_e A = c_e$, Fig. 318 (a. f. S.), wieder die radiale Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad, dessen Umfangsgeschwindigkeit am innern Umfange durch $D_e C = v_e$ dargestellt sein soll. Wegen der radialen Anfügung der Radcanäle findet hier beim Eintritte des Wassers ein Stoß statt, in Folge dessen eine der Geschwindigkeit v_e entsprechende Wirkungsfähigkeit verloren geht; es wird daher hierdurch das wirksame Gefälle h_w beim Eintritte in das Rad um die Größe des Stoßgefälles

$$h_{st} = \frac{v_e^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (78)$$

verringert. Man hat sonach in diesem Falle den Rest $h_w - h_{st}$ gleich der Summe $\frac{c_e^2}{2g} + h_\rho$ zu setzen. Um h_ρ zu bestimmen, sei $D_e E = v_a = \frac{v_e}{v}$ die äußere Umfangsgeschwindigkeit, und der Voraussetzung nach angenommen, daß die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a tangential an den Umfang und

Fig. 318.



gleich v_a angeordnet werde. Man hat dann $FA = w_a = v_a = ED_e$, und findet die Reactionshöhe h_ρ nun wieder mit Rücksicht darauf, daß dieselbe im Verein mit der Centrifugalkraft die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w_e = D_e A$ auf die relative Austrittsgeschwindigkeit $w_a = FA = v_a$ erhöhen muß. Dies führt zu der Gleichung

$$h_\rho + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = \frac{v_a^2 - c_e^2}{2g}$$

woraus

$$h_\rho = \frac{v_e^2 - c_e^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (79)$$

folgt. Die Reaction h_ρ ist daher gleich Null für $v_e = c_e$ und positiv oder negativ, jenachdem $v_e \gtrless c_e$ ist. Man findet nun aus

$$h_w - h_{st} = \frac{c_e^2}{2g} + h_\rho = \frac{v_e^2}{2g}$$

die Beziehung

$$h_w = \frac{v_e^2}{2g} + h_{st} = 2\,\frac{v_e^2}{2g}. \quad \ldots \ldots \quad (80)$$

oder

$$v_e = {}^1/_2 \sqrt{2gh_w} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (81)$$

Das Rad muß daher in diesem Falle eine innere Umfangsgeschwindigkeit haben, welche halb so groß ist, wie die zum wirksamen Gefälle h_w gehörige Endgeschwindigkeit, und der Eintrittsquerschnitt F_e (im Umfange gemessen) muß zu dem Austrittsquerschnitte F_a (in radialer

Richtung gemessen) in dem Verhältnisse stehen $\frac{F_e}{F_a} = \chi$, welches durch die Gleichung

$$w_a = \chi c_e = v_a = \frac{v_e}{\nu} = \frac{c_e \, cotg \, \beta}{\nu}$$

zu

$$\chi = \frac{cotg \, \beta}{\nu} = \frac{r_a}{r_e} \, cotg \, \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

bestimmt wird, wenn man mit β den Winkel $D_e CA$ bezeichnet, dessen Tangente das Verhältniß $\frac{c_e}{v_e}$ angiebt. Das nutzbar gemachte Gefälle h_n findet man hier, da das Wasser absolut todt aus dem Rade heraustritt, also der Verlust allein in demjenigen des Stoßes beim Eintritte beruht, zu

$$h_n = h_w - h_{st} = \frac{v_e^2}{2g} = {}^1/_2 \, h_w \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (83)$$

woraus man erkennt, daß der Wirkungsgrad eines solchen Rades höchstens demjenigen eines Stoßrades von der vortheilhaftesten Wirkung gleichgesetzt werden kann.

Man kann indessen den Effect dieser Räder dadurch erhöhen, daß man dem Wasser beim Heraustreten aus dem Rade noch eine gewisse absolute Geschwindigkeit beläßt, indem hierdurch das Reactionsgefälle vergrößert, daher die Eintrittsgeschwindigkeit c_e und mit dieser der Stoßverlust $\frac{v_e^2}{2g} = \frac{c_e^2 \, cotg^2 \, \beta}{2g}$ herabgezogen wird.

Es möge, um diesen Fall zu untersuchen, etwa angenommen werden, die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a sei durch Verengung der Austrittsöffnung F_a auf einen Werth gebracht, welcher größer als $v_a = FA$ sei, und welcher in der Figur durch $FA_1 = w_a$ dargestellt sein mag. Das Wasser nimmt dann aus dem Rade die absolute Geschwindigkeit $c_a = w_a - v_a = AA_1$ heraus, und man findet das Reactionsgefälle nunmehr aus

$$2gh_\rho + v_a^2 - v_e^2 = w_a^2 - c_e^2 = c_a^2 + 2 \, c_a v_a + v_a^2 - c_e^2$$

zu

$$h_\rho = \frac{c_a^2 + 2 \, c_a v_a + v_e^2 - c_e^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (84)$$

Daraus folgt weiter

$$h_w - h_{st} = \frac{c_e^2}{2g} + h_\rho = \frac{c_a^2 + 2 \, c_a v_a + v_e^2}{2g}$$

oder, für h_{st} seinen Werth $\frac{v_e^2}{2g}$ eingesetzt

$$h_w = \frac{c_a^2 + 2\,c_a v_a + 2\,v_e^2}{2\,g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (85)$$

Endlich erhält man das nutzbar gemachte Gefälle h_n, wenn man von dem wirksamen Gefälle h_w nicht nur den Stoßverlust $\frac{v_e^2}{2\,g}$, sondern auch die dem Wasser verbleibende Wirkungsfähigkeit $\frac{c_a^2}{2\,g}$ abzieht, so daß man zu

$$h_n = \frac{2\,c_a v_a + v_e^2}{2\,g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (86)$$

gelangt, und der Wirkungsgrad durch

$$\eta_i = \frac{2\,c_a v_a + v_e^2}{c_a^2 + 2\,c_a v_a + 2\,v_e^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (87)$$

gefunden wird.

Um diejenige Größe der absoluten Austrittsgeschwindigkeit zu ermitteln, für welche der Wirkungsgrad η_i seinen größten Werth annimmt, erhält man durch Differentiiren des Ausdrucks (87) nach c_a die Gleichung:

$$(c_a^2 + 2\,c_a v_a + 2\,v_e^2)\,2\,v_a - (2\,c_a v_a + v_e^2)\,(2\,c_a + 2\,v_a) = 0,$$

woraus

$$c_a^2 v_a + c_a v_e^2 = v_e^2 v_a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (88)$$

folgt.

Hieraus bestimmt sich mit $v_e = \nu v_a$:

$$c_a = -\frac{\nu^2}{2}\,v_a \pm v_a \sqrt{\nu^2 + \frac{\nu^2}{4}} = v_a\left(-\frac{\nu^2}{2} \pm \frac{\nu}{2}\sqrt{5}\right).$$

Beispielsweise erhält man mit

$$\nu = \frac{r_e}{r_a} = 1/5$$

die vortheilhafteste Ausflußgeschwindigkeit

$$c_a = v_a\,(-0{,}02 + 0{,}1\,\sqrt{5}) = 0{,}204\,v_a = rot\ 0{,}2\,v_a,$$

womit der ideelle Wirkungsgrad nach (87) zu

$$\eta_i = \frac{2\,.\,0{,}2 + 0{,}04}{0{,}04 + 2\,.\,0{,}2 + 0{,}08} = \frac{0{,}44}{0{,}52} = 0{,}846$$

sich berechnen würde.

§. 123. **Einfluss der Schaufeldicken bei den Reactionsturbinen.** Bisher ist immer die Dicke der Schaufeln als verschwindend klein außer Acht gelassen; da aber in der Ausführung die Schaufeln eine gewisse, durch die Größe des Rades und das Material bedingte Stärke haben müssen, so

wird hierdurch eine gewisse Verengung der Canäle herbeigeführt, deren Einfluß auf die Wirkung des Wassers näher untersucht werden soll. Wenn die Schaufeln aus Blech dargestellt werden, so kann ihre Dicke, welche dann etwa zwischen 6 und 15 mm liegen wird, geringer gehalten werden, als wenn man die Schaufeln durch den Guß herstellt, in welchem Falle man nicht gut unter 10 mm herabgehen kann, bei großen Rädern aber auch wohl Schaufelstärken bis zu 25 mm wählen wird. Nach Redtenbacher*) soll man die Dicke d der Schaufeln zu

$$d = 0{,}025\, r$$

annehmen, unter r den mittleren Halbmesser des Rades verstanden, und zwar soll man zu den Schaufeln Eisenblech oder Gußeisen verwenden, je nachdem r kleiner oder größer als 0,4 m ist, wonach die Stärkengrenze zwischen beiden Materialien durch 10 mm gegeben sein würde. Im Allgemeinen wird man die Schaufeln der Radialturbinen, da sie zwischen zwei Kränze eingesetzt sind, geringer annehmen dürfen, als die für Axialturbinen, bei denen die Schaufeln meist nur mit dem inneren Kranze verbunden sind und frei nach außen vorragen (s. Fig. 298). Man giebt daher für Radialturbinen wohl die Regel, die Schaufeldicke

$$d = 0{,}015\, r$$

zu wählen.

Der Einfluß der Schaufeldicken wird ferner in demselben Verhältnisse wachsen, in welchem die Anzahl der Schaufeln größer gewählt wird, und man ersieht hieraus, daß es gerathen sein wird, diese Anzahl nicht übermäßig groß zu wählen, sowie daß es hierfür gewisse praktische Grenzen geben wird, bei denen der Vortheil, welchen die bessere Führung des Wassers durch eine größere Anzahl von Canälen gewährt, aufgewogen wird durch die vermehrten Widerstände der Schaufeln. Die Anzahl der Radschaufeln wird etwa zwischen 24 und 36 schwanken, während man dem Leitrade meist nur ungefähr $^2/_3$ so viel giebt.

Es möge im Folgenden mit s die Anzahl der Schaufeln und zwar mit s_l diejenige des Leitapparates und mit s_r die des Rades bezeichnet werden, dann hat man die Schaufeltheilung, d. h. den im Umfange gemessenen Bogen für irgend eine Stelle

$$t = \frac{2\pi r}{s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (89)$$

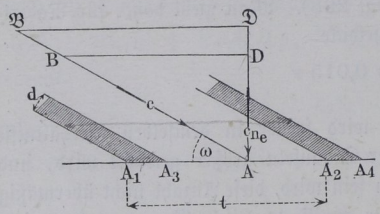
wenn r den Halbmesser des Umfanges an dieser Stelle bedeutet. Diese Theilung soll ebenfalls durch t_l für das Leitrad und t_r für das Laufrad unterschieden werden, und zwar bezeichnen t_{le} und t_{la} die Theilungen am

*) Theorie u. Bau der Turbinen v. Redtenbacher, 1860.

Eintritts- und bezw. am Austrittsumfange des Leitapparates, während mit t_{re} und t_{ra} die Theilungen am Eintritts- und Austrittsumfange des Rades gemeint sein sollen. Bei den Axialturbinen ist $t_{le} = t_{la} = t_l$ und $t_{re} = t_{ra} = t_r$, während sich bei den Radialturbinen natürlich die Theilungen an zwei verschiedenen Stellen desselben Rades wie die Halbmesser dieser Stellen verhalten. Mit d seien endlich die Dicken der Schaufeln bezeichnet, und es möge der Allgemeinheit wegen ebenfalls d_l für die Leitschaufeln verschieden angenommen werden von der Dicke d_r der Radschaufeln.

Denkt man sich nun an irgend einer Stelle eines der beiden Räder einen cylindrischen Schnitt concentrisch zur Radaxe geführt, und diese Schnittfläche zu einer Ebene gestreckt, und sei $A_1 A_2 = A$, Fig. 319, die Theilung an dieser Stelle, d. h. die Entfernung zwischen den beiden Schaufeln $A_1 A_3$ und $A_2 A_4$, deren Neigungswinkel gegen den Umfang $A_1 A_4$ durch ω gegeben sein mag. Unter diesem Winkel ω in der Richtung BA soll ein den Raum zwischen den Schaufeln vollständig erfüllender Wasserstrahl sich bewegen, und es möge durch $BA = c$ diejenige Geschwindigkeit dargestellt sein, mit welcher das den Canal passirende Wasser sich bewegen würde, wenn die Schaufeln durch ihre Dicke eine Verengung nicht bewirkten, wie dies in den vorhergehenden Paragraphen immer vorausgesetzt wurde. Zieht man dann AD senkrecht zu $A_1 A_4$ und BD parallel mit $A_1 A_4$, so erhält man in

Fig. 319.



$$DA = c \sin \omega = c_{ne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

die normal zu dem Querschnitte $A_1 A_4$ gerichtete Componente der Wassergeschwindigkeit, und man kann daher das durch den Canal strömende Wasser durch

$$Q = A_1 A_2 \,.\, b \,.\, c_{ne} = tb \,.\, c_{ne}$$

ausdrücken, wenn b die zu der Ebene der Zeichnung senkrechte Dimension des Canals ist, oder man hat für einen Canal von der Breite Eins, welcher hier immer vorausgesetzt werden soll,

$$Q = t \,.\, c_{ne}.$$

Durch die Schaufelstärke d wird nun die Oeffnung des Canals um die Größe $A_1 A_3 = \frac{d}{\sin \omega}$, also im Verhältnisse

$$\frac{A_3 A_2}{A_1 A_2} = \frac{t - \frac{d}{\sin\omega}}{t} = 1 - \frac{d}{t \sin\omega} = \frac{t \sin\omega - d}{t \sin\omega} = \frac{1}{\mu} \cdot \quad (91)$$

vermindert, wenn man das Verhältniß

$$\frac{t \sin\omega}{t \sin\omega - d} = \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

setzt. In Folge dessen muß die in Betracht gezogene Wassermenge Q durch diesen verengten Querschnitt $A_3 A_2$ mit einer Geschwindigkeit strömen, deren normale Componente durch

$$\mathfrak{D}A = \frac{A_1 A_2}{A_3 A_2} DA = \mu c_{ne} = c'_{ne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

dargestellt ist, wenn man $\mathfrak{D}A = \frac{A_1 A_2}{A_3 A_2} DA$ macht. Zieht man durch $\mathfrak{D}$ eine Parallele zu $A_1 A_4$, so erhält man natürlich in

$$\mathfrak{B}A = \mu c = c' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Canal an der gedachten Stelle durchströmt.

Eine Verengung durch die Schaufeln findet nun in der That dort nicht statt, wo die Schaufeln fehlen, d. h. im Spalte zwischen Leitapparat und Laufrad, sowie unmittelbar vor dem Eintritte des Wassers in das Leitrad und unmittelbar nach dem Austritte des Wassers aus dem Rade. Man erkennt hieraus, daß das Wasser auf seinem Wege durch die Turbine in Folge der viermaligen plötzlichen Querschnittsveränderung auch viermal einer plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung und daher jedesmal einem Verluste an lebendiger Kraft unterworfen ist, für welchen die jedesmalige Veränderung der Geschwindigkeit maßgebend ist. Es gilt dies natürlich nur unter der Voraussetzung, daß das Wasser die ihm dargebotenen Querschnitte stets auszufüllen bestrebt ist, d. h. daß es mit Reaction arbeitet, was zunächst hier immer vorausgesetzt werden soll, indem das Verhalten des Wassers bei den reinen Actionsturbinen später besonders besprochen werden wird.

Die gedachten vier Verluste an lebendiger Kraft oder Gefälle, welche das Wasser beim Eintritte in den Leitapparat, beim Austritte aus demselben in den erweiterten Spalt, beim Eintritte aus diesem in das Rad und endlich beim Austritte aus dem Rade in das Abführungsgerinne erleidet, sind sämmtlich durch dieselbe Formel

$$z_s = \frac{(c' - c)^2}{2g} = \frac{1}{2g} c^2 (\mu - 1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

ausgedrückt, wenn man nur für μ den für die betreffende Stelle geltenden

Werth einsetzt, den die Formel (92) dafür giebt. Für den Leitapparat hat man darin für t und d die Werthe t_l und d_l und für ω die Winkel 90^0 an der Eintrittsstelle und α an der Austrittsstelle einzuführen, während für das Laufrad die Größen t_r und d_r, sowie die Winkel β und δ gelten.

Zur Erleichterung der Rechnung kann man für die gebräuchlichsten Verhältnisse der Schaufeldicke d zu der Schaufeltheilung t eine Tabelle der Werthe von $(\mu - 1)$ folgendermaßen berechnen. Mit Rücksicht auf (92) hat man

$$\mu - 1 = \frac{t \sin \omega}{t \sin \omega - d} - 1 = \frac{d}{t \sin \omega - d} = \frac{\frac{d}{t}}{\sin \omega - \frac{d}{t}} \quad (96)$$

Um die Grenzwerthe von $\frac{d}{t}$ zu ermitteln, nehme man als geringste Schaufelzahl 12 und als größte 36 an, für welche Fälle die Theilung t bei einem mittleren Halbmesser r zu

$$\frac{2\pi}{12} r = 0{,}52\, r \text{ und } \frac{2\pi}{36} r = 0{,}17\, r$$

folgt. Setzt man ebenfalls die Schaufeldicken zwischen den Grenzen

$$d = 0{,}025\, r \text{ und } d = 0{,}015\, d$$

fest, so kann man die Werthe von $\frac{d}{t}$ als zwischen

$$\frac{0{,}025}{0{,}52} = 0{,}048 = rot\ \frac{1}{20}$$

und zwischen

$$\frac{0{,}015}{0{,}17} = 0{,}089 = rot\ \frac{1}{12}$$

liegend annehmen, da man bei der größeren Schaufelzahl 36, welche bei größeren Turbinen gewählt werden dürfte, für die Schaufeldicke den kleineren Werth $0{,}015\, r$ annehmen wird, während man andererseits für kleinere Räder geringe Schaufelzahlen und Dicken wählen wird, welche dem Werthe $d = 0{,}025\, r$ nahe liegen. Demgemäß ist für verschiedene Verhältnisse $\frac{d}{t}$ zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{1}{25}$ und für verschiedene Neigungswinkel ω zwischen 15^0 und 90^0 die folgende Tabelle der Werthe von

$$\mu - 1 = \frac{\frac{d}{t}}{\sin \omega - \frac{d}{t}}$$

berechnet, deren man sich bei numerischen Rechnungen bedienen kann, indem die für Zwischenwerthe von $\frac{d}{t}$ und ω geltenden Beträge daraus leicht durch Interpolation zu finden sind.

Tabelle der Werthe von $\mu - 1 = \dfrac{\frac{d}{t}}{\sin\omega - \frac{d}{t}}$.

$\omega =$	15^0	20^0	25^0	30^0	40^0	60^0	90^0
$\frac{d}{t} = 1/10$ . . .	0,628	0,413	0,310	0,25	0,184	0,130	0,111
$\frac{d}{t} = 1/12$ . . .	0,473	0,321	0,245	0,20	0,148	0,107	0,091
$\frac{d}{t} = 1/15$ . . .	0,347	0,242	0,187	0,154	0,116	0,083	0,072
$\frac{d}{t} = 1/20$ . . .	0,240	0,172	0,134	0,111	0,081	0,061	0,053
$\frac{d}{t} = 1/25$ . . .	0,182	0,131	0,105	0,087	0,066	0,048	0,042

Es kann bemerkt werden, daß man wohl durch geeignete Abrundung oder Zuschärfung der Schaufelenden die Querschnittsveränderung durch die Schaufelstärken zu einer mehr allmäligen gestalten und daher die Verluste an lebendiger Kraft etwas mildern kann, doch wird hierdurch eine vollständige Beseitigung dieser Effectverluste nicht möglich sein, auch ist zu bedenken, daß durch die gedachten Zuschärfungen die Winkel α, β und δ geändert werden, und daher hierdurch die Bedingungen des stoßfreien Eintritts nicht mehr in aller Schärfe zutreffen. Es wird daher gerathen sein, die vier gedachten Verluste an Gefälle in Rechnung zu bringen, welche ihrer Aufeinanderfolge nach mit

$z_{s_1}\ z_{s_2}$ für das Leitrad,
$z_{s_3}\ z_{s_4}$ für das Laufrad,

und zusammen mit

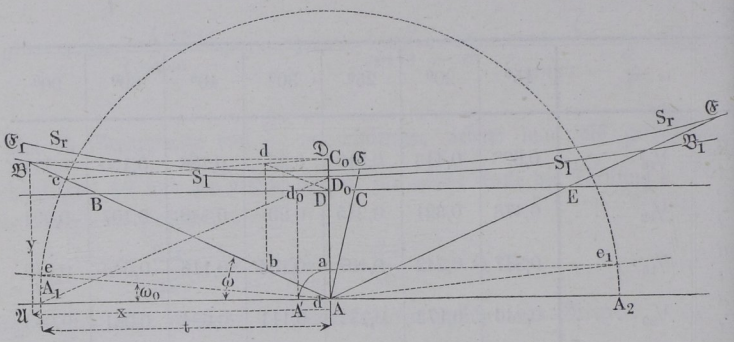
$$z_s = z_{s_1} + z_{s_2} + z_{s_3} + z_{s_4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (97)$$

bezeichnet werden mögen.

Man kann die betreffenden Geschwindigkeiten, wie sie in Folge der Schaufeldicken erzeugt werden, auch leicht construiren. Es sei $DA = c_{ne}$,

Fig. 320, wieder die Geschwindigkeit des Wassers, mit welcher dasselbe durch den unverengten Querschnitt $A_1 A_2$ strömt, und es seien mit $AA_1 = t$ und $AA' = d$ Kreisbögen um A gezeichnet. Für irgend eine Schaufelneigung $BAA_1 = \omega$ erhält man dann mittelst der durch D gezogenen Parallelen zu $A_1 A_2$ in $BA = \frac{c_{ne}}{\sin \omega} = c$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in dieser Richtung einen nicht durch Schaufeln verengten

Fig. 320.



Raum, also den Spalt durchströmt. Zieht man nun durch a ebenfalls eine Parallele ab zu $A_1 A_2$, so ist $bA = \frac{d}{\sin \omega}$ und $bc = t - \frac{d}{\sin \omega}$, daher die normale Geschwindigkeit c'_{ne} senkrecht zu $A_1 A_2$ für diese Neigung in $\mathfrak{D}A = c'_{ne}$ erhalten wird, wenn man $\mathfrak{D}A = \frac{cA}{cb} DA$ construirt. Hierzu zieht man durch D die Gerade Dd parallel zu der Schaufelneigung AB und durch b parallel zu AD, dann schneidet die Verbindungslinie cd in $\mathfrak{D}$ von A aus die gesuchte Normalgeschwindigkeit

$$\mathfrak{D}A = \frac{cA}{cb} db = \frac{t}{t - \frac{d}{\sin \omega}} c_{ne} = \mu c_{ne} = c'_{ne}$$

ab. Zieht man noch durch $\mathfrak{D}$ eine Parallele mit $A_1 A_2$, so erhält man in $\mathfrak{B}A = \frac{c'_{ne}}{\sin \omega} = \mu c = c'$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Canal an derjenigen Stelle durchströmt, an welcher derselbe unter dem Winkel ω gegen die Umfangsfläche geneigt ist. Für $\omega = 90^0$, also für die Anfangsstücke der Leitschaufeln, welche man bei axialen Turbinen vertical und bei inneren Radialturbinen radial endigen läßt, erhält man die Ge-

schwindigkeit c_n' in $D_0 A$, wenn man durch A' eine Parallele mit DA und durch D eine Parallele mit $A_1 A_2$ zieht und A_1 mit d_0 verbindet.

Verlängert man ferner ab bis zum Durchschnitt e mit dem Kreisbogen $A_1 c$, so erhält man in eA diejenige Richtung der Schaufel, bei welcher eine vollständige Versperrung der Oeffnung durch die Schaufeldicke stattfinden würde, und für welche die Construction natürlich zu einer unendlich großen Geschwindigkeit führen müßte. Der Werth dieses Neigungswinkels ω_0, von welchem man selbstredend möglichst entfernt bleiben muß, ist nach der Figur durch $\sin \omega_0 = \frac{d}{t}$ gegeben, und würde beispielweise bei 24 Schaufeln, also einer Theilung $t = \frac{2\pi r}{24}$ und einer Stärke $d = 0{,}020\, r$ durch

$$\sin \omega_0 = \frac{0{,}02 \,.\, 24}{2 \,.\, \pi} = 0{,}0764 \text{ zu } \omega_0 = 4^1/_2{}^0$$

gegeben sein.

Denkt man sich die hier für die beliebige Neigung BA angegebene Construction für alle möglichen Neigungswinkel zwischen ω_0 und $180^0 - \omega_0$, also für alle Richtungen zwischen eA und $e_1 A$ in gleicher Art durchgeführt, so legen alle so erhaltenen Punkte $\mathfrak{B}$ eine gewisse Curve $\mathfrak{B} D_0 B_1$ fest, welche die Eigenschaft besitzt, daß jeder von A aus an dieselbe gezogene Fahrstrahl wie $A\mathfrak{B}$ in seiner Länge die Geschwindigkeit des Wassers in dieser Richtung darstellt, welches den unverengten Querschnitt daselbst mit der dazu normalen Geschwindigkeit $DA = c_n$ durchströmen würde. Diese Curve, welche leicht als eine Hyperbel*) zu erkennen ist, deren eine Hauptaxe mit $A\mathfrak{D}$ zusammenfällt und deren Asymptoten mit Ae und Ae_1 parallel sind, ändert sich sowohl mit der Theilung t, also dem Halbmesser r und der Schaufelzahl s, als auch mit der Schaufeldicke d. Für Axialturbinen hat man daher für irgend einen Cylinderschnitt im Abstand r eine

*) Daß die Curve $\mathfrak{B} A B_1$ eine Hyperbel ist, folgt aus der Figur, nach welcher

$$\mathfrak{B}\mathfrak{A} = y = \mathfrak{D}A = \frac{cA}{cb}\, DA = \frac{t}{t - \frac{d}{\sin\omega}}\, c_{ne} = \frac{t}{t - \frac{d}{y}\sqrt{x^2 + y^2}}\, c_{ne}$$

ist, wenn man

$$\frac{1}{\sin\omega} = \frac{\mathfrak{B}A}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$$

setzt. Hieraus erhält man

$$yt - d\sqrt{x^2 + y^2} = t c_{ne}$$

oder

$$x^2 d^2 - y^2 (t^2 - d^2) + 2\, y c_{ne} t = t^2 c_{ne}{}^2$$

die Gleichung einer Hyperbel.

solche Curve S_l für das Leitrad, welche für alle Querschnitte, also den Eintrittsquerschnitt wie für den Austrittsquerschnitt des Leitrades gilt, während dem Laufrade in diesem Cylinderschnitte eine andere, gleichfalls für alle Querschnitte gültige Hyperbel S_r entspricht. Nur wenn die Schaufelzahlen s_l und s_r übereinstimmen, und auch die Schaufeldicken d_l und d_r gleich sind, gilt eine und dieselbe Schaufelcurve für alle Querschnitte durch das Leit- und Laufrad, natürlich immer nur für den der Axe concentrischen cylindrischen Umfang vom Halbmesser r, für welchen die zu Grunde gelegte Theilung t verstanden ist.

Bei den Radialturbinen dagegen sind die den Eintritts- und Austrittsstellen des Leit- wie Laufrades zugehörigen Hyperbeln S_{le} und S_{la}, S_{re} und S_{ra} immer von einander verschieden, und nur bei gleicher Schaufelzahl und Stärke darf man die Hyperbel S_{la} für den Austritt aus dem Leitrade mit derjenigen S_{re} für den Eintritt in das Laufrad als übereinstimmend ansehen, da die beiden zugehörigen Halbmesser sich nur um die immer sehr geringe Breite des Spaltes unterscheiden.

Nach dem Vorhergehenden erhält man nun aus der Figur ein deutliches Bild von dem Vorgange beim Passiren des Wassers durch die Canäle des Leit- und Laufrades. Es sei, Fig. 320, in $\mathfrak{B}D_0\mathfrak{B}_1$ die dem Leitrade einer Axialturbine zugehörige Hyperbel S_l in vorgedachter Weise gezeichnet, und ebenso soll $\mathfrak{E}C_0\mathfrak{E}_1$ diese Curve S_r für die Stärken der Laufradschaufeln sein. Die normale Durchgangsgeschwindigkeit c_n durch den Spalt ist durch DA dargestellt, und ebenso groß ist wegen der Gleichheit der Oeffnungen auch die verticale Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser oberhalb im Zuführungsrohre an den Anfängen der Leitschaufeln ankommt, ebenso wie diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser unmittelbar nach dem Verlassen des Rades in dem durch Schaufeln nicht mehr verengten Abführungsrohre fortströmt. Beim Eintreten des Wassers in das Leitrad wird daher die Geschwindigkeit plötzlich von dem Betrage $c_n = DA$ auf denjenigen D_0A erhöht, und es findet ein Verlust an Gefälle statt:

$$h_{s_1} = \frac{D_0 D^2}{2g} = \frac{{c_n}^2}{2g}(\mu_1 - 1)^2.$$

Hierauf wird die Geschwindigkeit von dem Betrage $D_0A = c'_n$ durch die stetige Krümmung der Leitschaufeln ohne Verluste (wenn von den Reibungswiderständen hier zunächst abgesehen wird) in die Geschwindigkeit $c'_e = \mathfrak{B}A$ übergeführt, welche der Richtung BA des letzten Leitschaufelelements entspricht. In dem Augenblicke, in welchem das Wasser aus den Leitcanälen austritt, um in den Spalt zu gelangen, wird die Geschwindigkeit $c'_e = \mathfrak{B}A$ sofort auf den Betrag $c_e = BA$ verringert, welche dem durch

Schaufeln nicht verengten Raume im Spalte entspricht. Mit dieser plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung ist wiederum ein Verlust an Gefälle

$$h_{s_2} = \frac{\mathfrak{B}B^2}{2g} = \frac{(c_e' - c_e)^2}{3g} = \frac{c_e^2}{2g}(\mu_2 - 1)^2$$

verknüpft, wenn $c_e = BA$ wie in den früheren Paragraphen die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher das Wasser dem Rade durch den Spalt in der Richtung BA zufließt.

Hat nun das erste Radschaufelelement die Richtung CA, so hat man nach dem Früheren dem Eintrittsumfange die Geschwindigkeit $v_e = BC$ zu geben, und das Wasser würde seinen Lauf durch das Rad mit der relativen Geschwindigkeit $w_e = CA$ längs der Schaufel beginnen, wenn die Radschaufeln unendlich dünn wären. Wegen der Dicke derselben aber ist diese Anfangsgeschwindigkeit durch $\mathfrak{C}A = w_e'$ dargestellt, es muß also unmittelbar nach dem Eintritte des Wassers in das Rad die Geschwindigkeit des ersteren von $CA = w_e$ auf $\mathfrak{C}A = w_e'$ erhöht werden, wodurch ein dritter Stoßverlust

$$h_{s_3} = \frac{\mathfrak{C}C^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g}(\mu_3 - 1)^2$$

entsteht.

Durch die Wirkung des Reactionsgefälles wird nun die anfängliche relative Geschwindigkeit erhöht, und zwar kommt das Wasser, wenn EA die Richtung des letzten Schaufelelements angiebt, mit einer Geschwindigkeit $w_a' = \mathfrak{E}A$ an der Radmündung an, welche durch den Fahrstrahl von A bis an die Hyperbel S_r gegeben ist. In dem Momente jedoch, in welchem das Wasser das Rad verläßt, um in den nicht mehr durch Schaufeldicken verengten Raum des Abführungsgerinnes einzutreten, wird die Geschwindigkeit wieder auf die Größe $EA = w_a$ verringert, so daß, da die Componente DE dieser relativen Geschwindigkeit gleich der Radgeschwindigkeit v_a gemacht wurde, das Wasser mit der absoluten Geschwindigkeit $c_a = DA$ das Rad verläßt. Mit dieser letzten Geschwindigkeitsveränderung ist ein vierter Verlust an Gefällhöhe

$$h_{s_4} = \frac{\mathfrak{E}E^2}{2g} = \frac{w_a^2}{2g}(\mu_4 - 1)^2$$

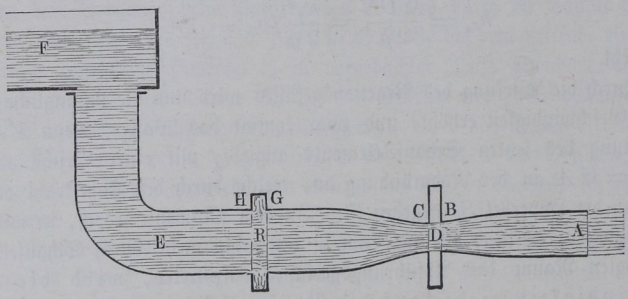
verbunden.

Aus der vorstehenden Darlegung erkennt man, daß der Einfluß der Schaufelstärken in der Vernichtung eines gewissen Theils vom gesammten Gefälle h erkannt werden muß, und daß vorzugsweise hierdurch, sowie durch die in dem Folgenden noch zu betrachtenden Reibungswiderstände das vorhandene Gefälle h um eine gewisse oben mit z bezeichnete Höhe verkleinert und auf den Betrag des wirksamen Gefälles $h_w = h - z$ herabgezogen

wird. Dagegen sind die Schaufeldicken und Schaufelzahlen ohne Einfluß auf die Größe des durch Reaction wirksam gemachten Theils von dem wirksamen Gefälle h_w, denn die Betrachtung ergab, daß auch unter Berücksichtigung der Schaufelstärken das Wasser aus dem Spalte mit einer Geschwindigkeit $c_e = BA$ in das Rad tritt, und daß ferner die relative Geschwindigkeit durch das Reactionsgefälle von der Größe $w_e = CA$ auf diejenige $w_a = EA$ gebracht werden muß, genau so, wie die frühere Untersuchung unter Vernachlässigung der Schaufelstärken auch ergab. Diese Stärken haben daher auch auf das gegenseitige Verhältniß der Größen c_e, v, w_e und w_a keinen Einfluß, wohl aber werden durch die Schaufeldicken, weil ein Theil des Gefälles vernichtet wird, diese Geschwindigkeiten sämmtlich in einem gewissen für alle gleichen Verhältnisse verkleinert.

§. 124. **Einfluss der Schaufeldicken bei den Druckturbinen.** In etwas anderer Weise ist der Einfluß der Schaufeldicken bei den Rädern zu

Fig. 321.



beurtheilen, welche ohne Reaction arbeiten, weil bei denselben wegen des mangelnden Ueberdruckes das Wasser beim Durchgange durch den Spalt kein Bestreben zeigt, die ihm hier gebotene Erweiterung auszufüllen, ebenso wie auch das Wasser beim Austreten aus dem Rade ein solches Bestreben nicht zeigen wird, so lange wenigstens nicht, als das Rad frei über Wasser ausgießt. Wenn aber eine Actionsturbine unter Wasser geht, so sind die Verhältnisse wegen des in die leeren Räume der Canäle eintretenden Unterwassers derart verwickelt, daß eine Untersuchung nicht möglich ist, auch ist dann wohl nicht anzunehmen, daß die Turbine eine reine Druckturbine bleibt, vielmehr wird durch die Widerstände, welche das rücktretende Unterwasser den vorbeipassirenden Wasserstrahlen entgegensetzt, jedenfalls ein gewisser Ueberdruck in dem Spalte veranlaßt werden, um diese Widerstände zu überwinden.

Das verschiedene Verhalten, welches das Wasser beim Durchgange durch den Spalt von Reactionsrädern und reinen Druckturbinen zeigt, kann man sich etwa durch Fig. 321 veranschaulichen. Wenn hier aus dem Gefäße F durch die Röhre EDA Wasser bei A zum Abflusse in die Atmosphäre gelangt, so wird an der engsten Stelle CB das Wasser einen Ueberdruck über den atmosphärischen nicht besitzen und man kann daselbst das Rohr durch einen Sägenschnitt trennen, ohne daß das Wasser heraustritt. Dagegen wird an einer weiteren Stelle, wie bei G und H, wegen der geringeren Geschwindigkeit ein gewisser Ueberdruck vorhanden sein. Wollte man auch hier zwischen H und G durch einen Sägenschnitt das Rohr trennen, so würde durch denselben das Wasser mit einer dem Ueberdrucke entsprechenden Geschwindigkeit ausspritzen. Denkt man sich nun die Stellen zwischen B und C sowie G und H, anstatt sie zu durchschneiden, nur erweitert, so wird die Erweiterung R von dem Wasser vollständig erfüllt sein, wie der Spalt einer Reactionsturbine, während durch den erweiterten Raum D das Wasser in einem geschlossenen Strahle passirt, dessen Geschwindigkeit gar nicht von den Dimensionen der Erweiterung abhängt. In diesem Zustande befindet sich das Wasser beim Durchgange durch den Spalt einer reinen Druckturbine.

Für den Leitschaufelapparat, welcher auch bei den Druckturbinen immer vollständig gefüllte Canäle hat, gelten daher auch dieselben Betrachtungen, welche im vorhergehenden Paragraphen darüber angestellt sind. Insbesondere ist auch der Verlust an Gefälle h_{v_1}, welchen das Wasser beim Eintritte in den Leitapparat erfährt, hier ganz wie bei den Reactionsturbinen zu beurtheilen. Nur in Betreff des Austritts aus dem Leitrade findet hier ein abweichendes Verhalten statt. Es könnte nämlich die für das Leitrad nach Angabe des vorigen Paragraphen gezeichnete Hyperbel S_l durch den in der Richtung des letzten Schaufelelements gezogenen Fahrstrahl (BA in Fig. 320) die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers nur in dem Falle angeben, wenn die vorhandene Austrittsöffnung nicht durch die Dicken der fast unmittelbar davor stehenden Radschaufeln versperrt würde. Eine derartige Versperrung ist auch in der That bei einer solchen Stellung des Laufrades nicht vorhanden, in welcher die Radschaufelenden durch die Enden der Leitschaufeln gedeckt sind, so daß in einem solchen Augenblicke thatsächlich das Wasser mit der durch die gedachte Hyperbel S_l angegebenen Geschwindigkeit austritt. Während des größten Theils der Zeit jedoch wird jede Radschaufel eine Versperrung der Leitradcanäle bewirken und die Folge dieser Versperrung muß die sein, daß das Wasser durch den verengten Raum mit einer größeren Geschwindigkeit strömt, als unmittelbar dahinter in dem Querschnitte, wo die Versperrung noch nicht stattgefunden hat. Bezeichnet man etwa mit σ das Verhältniß des unversperrten Querschnitts F_0

eines Canals zu dem durch die Radschaufeln versperrten Querschnitte F_σ, setzt also

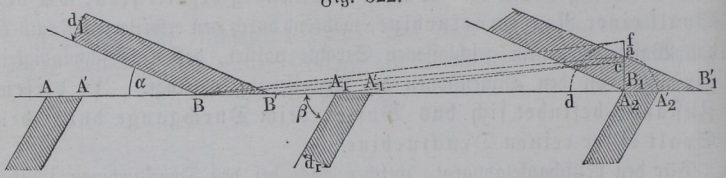
$$\frac{F_0}{F_\sigma} = \sigma \quad \ldots \ldots \ldots \quad (98)$$

so wird die Geschwindigkeit c_l, mit welcher das Wasser am Ende des Leitcanals anlangt, plötzlich in die größere Geschwindigkeit σc_l verwandelt und es entsteht hierdurch ein Verlust an Gefälle

$$z_{s_2} = \frac{c_l^2}{2g}(\sigma - 1)^2 \quad \ldots \ldots \quad (99)$$

Es handelt sich also zunächst darum, den Werth dieses Versperrungscoefficienten $\sigma = \frac{F_0}{F_\sigma}$ zu ermitteln. Sind B und B_1, Fig. 322, zwei Leitradschaufeln von der Dicke d_l und A, A_1 und A_2 einige Laufradschaufeln

Fig. 322.



von der Dicke d_r, so hat man, unter α und β die betreffenden Neigungswinkel verstanden, die freie, im Umfange gemessene Lichtweite eines Leitcanals

$$B'B_1 = t_l - \frac{d_l}{\sin\alpha} = l,$$

wogegen die versperrende Breite einer Laufradschaufel durch

$$A_1 A'_1 = \frac{d_r}{\sin\beta}$$

gegeben ist. Würden sämmtliche s_r Radschaufeln bei ihrer Bewegung stets unter freien Oeffnungen der s_l Leitradcanäle stehen, so würde die ganze Oeffnung des Leitrades

$$F_l = s_l . l = s_l \left(t_l - \frac{d_l}{\sin\alpha}\right)$$

um den Betrag

$$s_r . A_1 A'_1 = s_r \frac{d_r}{\sin\beta}$$

versperrt werden. Dies ist nun aber nicht der Fall, denn jede Laufradschaufel versperrt in Wirklichkeit nur dann einen Leitcanal, wenn sie an der lichten Mündung

$$B'B_1 = l = t_l - \frac{d_l}{\sin\alpha}$$

vorübergeht, während eine Versperrung nicht stattfindet, wenn die Schaufel unter einer Leitradschaufel $BB' = \frac{d_l}{\sin \alpha}$ sich bewegt. Jede Radschaufel versperrt daher innerhalb einer beliebigen Zeit T nur während der Dauer

$$\frac{l}{t_l} T = \frac{B'B_1}{BB_1} T = \frac{t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha}}{t_l} T,$$

und man hat, da es sich hier um einen durchschnittlichen Mittelwerth handelt, daher anzunehmen, daß jede Schaufel nur mit dem $\frac{l}{t_l}$-fachen der Breite AA' die Versperrung bewirkt. Man erhält demnach die versperrte Oeffnung des Rades

$$F_\sigma = F_l - s_r \frac{d_r}{\sin \beta} \frac{l}{t_l} = s_l \left(t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha} \right) - s_r \frac{d_r}{\sin \beta} \left(\frac{t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha}}{t_l} \right)$$

und es wird durchschnittlich jeder einzelne von den s_l Leitradcanälen um die Größe

$$\frac{s_r}{s_l} \frac{d_r}{\sin \beta} \frac{t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha}}{t_l} \quad \ldots \ldots \quad (100)$$

versperrt. Da nun $t_l = \frac{2 \pi r}{s_l}$ ist, so kann man auch schreiben:

$$F_\sigma = 2 \pi r - s_l \frac{d_l}{\sin \alpha} - s_r \frac{d_r}{\sin \beta} \left(1 - \frac{s_l d_l}{2 \pi r \sin \alpha} \right).$$

Man erhält daher den gesuchten Versperrungscoefficienten

$$\sigma = \frac{F_0}{F_\sigma} = \frac{2 \pi r - s_l \frac{d_l}{\sin \alpha}}{2 \pi r - s_l \frac{d_l}{\sin \alpha} - s_r \frac{d_r}{\sin \beta} \left(1 - \frac{s_l d_l}{2 \pi r \sin \alpha} \right)} \quad (101)$$

Einfacher als durch Rechnung findet man die Größe der Versperrung durch Construction. Trägt man nämlich in B_1 die Strecke

$$B_1 a = A_2 A_2' = \frac{d_r}{\sin \beta}$$

an, zieht Ba und durch B' eine Parallele $B'c$ mit Ba, so findet man in

$$B_1 c = \frac{B'B_1}{BB_1} A_2 A_2' = \frac{t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha}}{t_l} \frac{d_r}{\sin \beta}$$

die Versperrung, welcher jeder Leitcanal im Mittel ausgesetzt sein würde, wenn die Anzahl der Leitradschaufeln s_l gleich derjenigen s_r der Radschaufeln sein würde. Da dies nicht der Fall ist, so hat man noch die Strecke $B_1 c$ mit dem Verhältniß $\frac{s_r}{s_l} = \frac{t_l}{t_r}$ zu multipliciren, wozu man einfach A_1 mit c verbindet und durch B eine Parallele mit der Verbindenden $A_1 c$ zieht, welche in f die für jeden Leitcanal in Rechnung zu stellende Versperrung

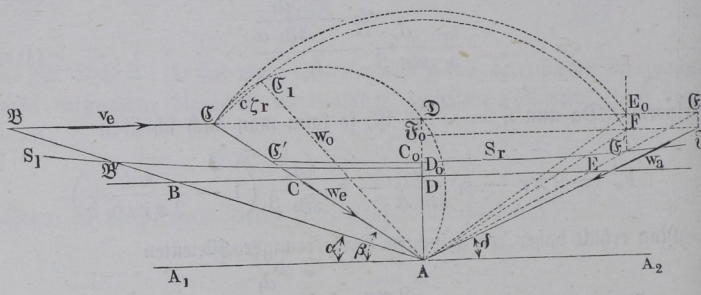
$$B_1 f = \frac{s_r}{s_l} \frac{t_l - \frac{d_l}{\sin \alpha}}{t_l} \frac{d_r}{\sin \beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\text{s. } 100)$$

ergiebt. Man hat daher, wenn man noch $B_1 d = B_1 f$ macht, den Versperrungscoefficienten σ durch das Verhältniß

$$\frac{B' B_1}{B' d} = \sigma$$

gefunden.

Fig. 323.



Wenn nun wieder DA, Fig. 323, die normale Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in den Leitschaufelapparat bedeutet und $D_0 \mathfrak{B}'$ stellt die den Schaufeldicken des Leitrades zugehörige Hyperbel S_l vor, so kommt das Wasser an der in der Richtung BA geneigten Ausmündung mit einer Geschwindigkeit $c_l = \mathfrak{B}' A$ an. Diese Geschwindigkeit wird nach dem soeben Gesagten im Augenblicke des Austritts plötzlich wegen der Versperrung durch die Radschaufeln auf den Betrag σc_l erhöht, welcher nach dem Vorstehenden leicht zu construiren ist und etwa durch $\mathfrak{B} A$ dargestellt sein mag. Durch die Versperrung wird daher ein Gefällverlust herbeigeführt, welcher durch

$$z_{s_2} = \frac{(\sigma - 1)^2}{2g} c_l^2 = \frac{\mathfrak{B}' \mathfrak{B}^2}{2g}$$

gegeben ist. Man hat nun diese vergrößerte Geschwindigkeit $\sigma c_l = \mathfrak{B}A$ als die Eintrittsgeschwindigkeit c_e anzusehen, mit welcher das Wasser in das Rad gelangt. Die Geschwindigkeit des Eintrittsumfanges ist daher durch $\mathfrak{B}\mathfrak{C} = v_e$ gegeben, wenn $\mathfrak{C}A$ die Richtung des ersten Schaufelelements ist, und $\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ parallel A_1A_2 gezogen wird. In $\mathfrak{C}A$ hat man dann die relative Eintrittsgeschwindigkeit w_e. Da das Wasser ohne Ueberdruck eintritt, so wirkt auf die Geschwindigkeitsveränderung nur die Arbeit der Centrifugalkraft $\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$, und somit muß der Werth

$$\frac{w_a^2}{2g} - \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g}$$

gleich der unveränderten Größe $\frac{w_e^2}{2g}$ sein.

Beschreibt man daher mit $A\mathfrak{C} = w_e$ einen Kreisbogen um A, so schneidet derselbe eine im Abstande $\mathfrak{D}E_0 = \mathfrak{B}\mathfrak{C} = v_e$ von $A\mathfrak{D}$ mit dieser parallel gezogene Gerade in einem Punkte E_0, welcher in E_0A die Größe w_0 ergiebt. Wenn man daher noch auf der Geraden $\mathfrak{D}E_0$ die Strecke $\mathfrak{D}\mathfrak{E} = v_a = \frac{r_a}{r_e}\mathfrak{B}\mathfrak{C}$ abträgt, so erhält man in $\mathfrak{E}AA_2 = \delta$ den Winkel, unter welchem das Ende der Radschaufel gegen den Austrittsumfang zu neigen ist. In welcher Art die Reibung des Wassers in den Radschaufeln, durch welche eine Verkleinerung der Geschwindigkeit w_e veranlaßt wird, auf den Winkel δ von Einfluß ist und zu einer entsprechenden Correctur von δ nöthigt, wird in §. 126 angegeben.

Man ersieht hieraus, daß bei den Actionsturbinen in Folge der Schaufeldicken nur eine zweimalige Geschwindigkeitsveränderung und zwar jedesmal eine Vergrößerung stattfindet, nämlich beim Eintritte in den Leitapparat im Betrage D_0D, und beim Austritte aus demselben um die Größe $\mathfrak{B}'\mathfrak{B}$. Diese beiden Veränderungen bringen die Effectverluste

$$h_{s_1} = \frac{D_0D^2}{2g} \text{ und } h_{s_2} = \frac{\mathfrak{B}'\mathfrak{B}^2}{2g}$$

hervor. Dagegen treten die beiden Geschwindigkeitsveränderungen, welche bei Reactionsturbinen den Eintritt in das Rad und den Austritt aus demselben begleiten, bei den Actionsturbinen nicht auf, und deswegen fallen bei ihnen auch die beiden Verluste h_{s_3} und h_{s_4} fort. Von diesem Verhalten überzeugt man sich leicht aus der Figur, wenn man noch die den Stärken der Radschaufeln zugehörige Hyperbel $\mathfrak{E}'C_0\mathfrak{E}'$ zeichnet, deren Fahrstrahlen die gleichgerichteten Geschwindigkeiten unter der Annahme vollständig erfüllter Radcanäle angeben. Man erkennt, daß sowohl die wirkliche Eintrittsgeschwindigkeit $\mathfrak{C}A = w_e$ als auch die Austrittsgeschwindigkeit

$\mathfrak{E}A = w_a$ jede größer ist, als der betreffende Fahrstrahl $\mathfrak{E}'A$ und $\mathfrak{E}'A$, dessen Größe die Geschwindigkeit nur zu haben brauchte, wenn der Radcanal gänzlich erfüllt wäre. Man folgert hieraus daher weiter, daß der durch einen Radcanal passirende Strahl von dem ersteren an jeder Stelle nur einen gewissen Theil des Querschnitts einnehmen wird, welcher sich zum daselbst vorhandenen Querschnitte verhält wie der betreffende Fahrstrahl an die Hyperbel zu der wirklichen relativen Geschwindigkeit an dieser Stelle. Beim Eintritte in das Rad sind daher dessen Canäle nur in dem Verhältnisse $\frac{\mathfrak{E}'A}{\mathfrak{E}A}$ und beim Austritte nur in dem Verhältnisse $\frac{\mathfrak{E}'A}{\mathfrak{E}A}$ erfüllt, ein Verhalten, welches bei der Verzeichnung der sogenannten Rückschaufeln (s. weiter unten) zu beachten ist.

§. 125. **Bewegungswiderstände des Wassers.** Bei der Bewegung des Wassers durch die Zuführungsröhre, den Leitschaufelapparat, die Radcanäle und das Abführungsrohr findet das Wasser gewisse Reibungswiderstände, welche zu ihrer Ueberwindung einen entsprechenden Theil des Gefälles erfordern, der für die Wirksamkeit des Wassers von vornherein in Abzug gebracht werden muß. Diese Widerstände entstehen hauptsächlich durch die Reibung des Wassers an den Röhren- und Canalwänden, sowie aus den Krümmungen des Wasserweges in den Schaufeln, und man hat diese Hindernisse nach den in Thl. I, Abschn. VII angegebenen Regeln zu bestimmen. Alle diese Widerstände sind abhängig von der Geschwindigkeit c, mit welcher das Wasser durch die betreffenden Räume sich bewegt, und zwar sind sie direct proportional mit dem Quadrate dieser Geschwindigkeit, d. h. also mit der zugehörigen Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$. Außerdem ist nach Thl. I der Reibungswiderstand in Röhren dem Verhältniß $\frac{l}{d}$ der Länge zum Durchmesser proportional, während der durch Krümmungen hervorgerufene Widerstand vornehmlich von dem Verhältniß $\frac{a}{r}$ abhängig ist, in welchem die halbe lichte Weite a zu dem Krümmungshalbmesser r des Canals steht. Hieraus erkennt man, wie wichtig es ist, bei jeder Krümmung den Halbmesser r derselben thunlichst groß anzunehmen. Nach den an der angezeigten Stelle angegebenen Formeln und Tabellen kann man nun in jedem Falle den Coefficienten ξ bestimmen, welcher die durch den Widerstand in dem betreffenden Theile verloren gehende Gefällhöhe $\xi \frac{c^2}{2g}$ ergiebt. Als die hierbei in Betracht kommende Geschwindigkeit c gilt bei allen ruhenden Leitungen, also bei dem Zu- und Abführungsrohre, sowie bei den Leitrad-

zellen die absolute Geschwindigkeit des Wassers, während der Widerstand, dem das Wasser beim Durchgange durch die Radcanäle begegnet, von der relativen Geschwindigkeit des Wassers in diesen Canälen abhängt, weil offenbar nur diese relative Bewegung eine Verschiebung der Wassertheilchen an einander und an den Canalwandungen zur Folge hat, wogegen die Umdrehungsbewegung des Wassers zugleich mit der Schaufel auf diese Verschiebungen ganz ohne Einfluß ist.

Auf die einzelnen Reibungswiderstände eingehend, ist zunächst zu bemerken, daß die in der Zuleitungsröhre auftretenden Widerstände wegen der meist geringen Geschwindigkeit daselbst in der Regel nur klein sein werden, und daß ein Gleiches von den Reibungswiderständen im Abflußrohre gesagt werden kann. Die letzteren fallen natürlich ganz weg, wenn die Turbine in oder unmittelbar über dem Unterwasser arbeitet und eine Unterwassersäule gar nicht vorhanden ist. Ebenso wird man bei gewöhnlichen Niederdruckturbinen mit geringem Gefälle, denen das Wasser aus einem offenen Gerinne direct zufließt, den Widerstand in der Zuleitung als unbeträchtlich außer Acht lassen dürfen. Nur bei Rohrturbinen mit einem höheren Gefälle repräsentirt dieser Widerstand an sich eine bemerkliche Größe, welche aber in Anbetracht der dann großen Gefällhöhe wiederum auf den Wirkungsgrad nur geringen Einfluß ausübt. Nimmt man beispielsweise in der Zuleitungsröhre eine Geschwindigkeit $c_0 = 1$ m an, wofür nach Thl. I der Coefficient ξ den Werth 0,024 hat, so beträgt für je 1 m Gefälle, also auch 1 m Länge der Zuführungsröhre und bei einem Durchmesser derselben von etwa 0,5 m die Verlusthöhe nur

$$\xi \frac{l}{d} \frac{c_0^2}{2g} = 0{,}024 \frac{1}{0{,}5} \frac{1}{2 \cdot 9{,}81} = 0{,}0025 \text{ m},$$

oder nur $^1/_4$ Proc. der ganzen Gefällhöhe. Dagegen sind die Widerstände des Wassers beim Durchgange durch die Zellen des Leitrades und Laufrades erheblich größer, weil hier die Geschwindigkeit des Wassers meist beträchtlich ist. Diese Canäle haben einen rechteckigen Querschnitt, dessen mittlere Weite senkrecht zur Schaufelcurve gleich a und dessen Breite gleich b sein mag, wobei diese Breite radial bei den Axialturbinen und axial bei den Radialturbinen zu messen ist. Ist ferner l die Länge der Mittellinie eines solchen Radcanals, so kann man den Reibungswiderstand in einem solchen wie den einer Röhre nach der obigen Formel bestimmen, wenn man darin für $\frac{1}{d}$ den Werth (s. Thl. I)

$$\frac{1}{4} \frac{\pi d}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{1}{4} \frac{\text{Umfang}}{\text{Inhalt}} = \frac{2\,(a+b)}{4\,ab} = \frac{a+b}{2\,ab}$$

setzt. Das Verhältniß $\frac{a}{b}$ schwankt bei den verschiedenen Turbinenausführungen etwa zwischen den Werthen $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{4}$, während die Länge eines Canals l je nach den Neigungswinkeln zwischen $4\,a$ und $8\,a$ zu liegen pflegt. Wenn man nun für den Coefficienten ξ, der allgemein durch die empirische Formel

$$\xi = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{c}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

dargestellt ist, welcher also beispielsweise für $c = 3$ m zu 0,0199 und für $c = 15$ m zu 0,0168 sich berechnet, für Turbinen einen mittleren Werth von 0,018 einführt, so kann man für den Reibungscoefficienten

$$\varphi = 0{,}018\,\frac{a+b}{2\,ab}\,l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

die folgende Tabelle berechnen.

Tabelle der Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}018\,\frac{a+b}{2\,ab}\,l$.

$l =$	$4\,a$	$5\,a$	$6\,a$	$8\,a$	$8\,a$ Actionsturbinen
$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$	0,054	0,068	0,081	0,108	0,072
$\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$	0,048	0,060	0,072	0,096	0,060
$\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$	0,045	0,056	0,068	0,090	0,054
im Mittel	0,05	0,06	0,075	0,10	0,06

Hierbei kann bemerkt werden, daß die großen Längen der Canäle der fünften Spalte ($l = 8\,a$) vornehmlich bei den Actionsturbinen mit sackförmigen Schaufeln vorkommen, bei denen der Reibungswiderstand deswegen kleiner ist, weil bei ihnen der Wasserstrahl die convexe Wandfläche gar nicht berührt. Mit Rücksicht hierauf hat man

$$\varphi = \xi\,\frac{2\,a+b}{4\,ab}\,l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (104)$$

und erhält durch diese Formel die in der sechsten Spalte angeführten für Actionsturbinen und für $l = 8\,a$ geltenden Werthe. Nach dieser Tabelle

wird man daher im Durchschnitt einen Reibungscoefficienten φ zwischen 0,05 und 0,08 für den Durchgang des Wassers durch die Leitzellen sowie die Radcanäle annehmen dürfen.

Da der Durchgang des Wassers durch die Canäle mit veränderlicher Geschwindigkeit geschieht, so wird man in dem allgemeinen Ausdrucke für die Widerstandshöhe $\varphi \frac{c^2}{2g}$, welche durch die Reibung aufgezehrt wird, für c einen mittleren Werth zwischen der kleinsten Geschwindigkeit c_1 und der größten c_2 in Rechnung zu stellen haben. Meistens wird man, wenn diese Geschwindigkeiten nicht gar zu sehr von einander abweichen, für c das arithmetische Mittel $\frac{c_1 + c_2}{2}$ annehmen und den Reibungsverlust gleich $\varphi \frac{1}{2g} \left(\frac{c_1 + c_2}{2}\right)^2$ setzen können, bei größerer Verschiedenheit dagegen wird man durch den Ausdruck

$$\varphi \frac{1}{2g} \frac{c_1^2 + c_2^2}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (105)$$

eine größere Annäherung an den wahren Werth erhalten. Die hierin für c_1 und c_2 einzuführenden Werthe sind nach dem Vorstehenden leicht zu finden. Wenn wieder c_{ne} die normale Durchflußgeschwindigkeit durch den Spalt bedeutet, dessen Halbmesser r_e ist und r_o stellt den Halbmesser des Kreises vor, in welchem die Leitschaufeln beginnen, so ist die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in den Leitapparat durch $c_1 = \frac{r_e}{r_o} c_{ne}$ und die Austrittsgeschwindigkeit aus demselben durch $c_2 = \frac{c_{ne}}{\sin \alpha}$ gegeben, wenn man den Einfluß der Schaufelstärken unbeachtet läßt. Will man die letzteren indessen berücksichtigen und hat man für den Eintritts- und Austrittsumfang des Leitapparats die den Schaufelstärken entsprechenden Werthe μ_{le} und μ_{la} nach §. 124 bestimmt, so hat man genauer die gedachten Geschwindigkeiten

$$c_2 = \mu_{le} \frac{r_e}{r_o} c_{ne} \text{ und } c_1 = \mu_{la} \frac{c_{ne}}{\sin \alpha},$$

so daß man, wenn φ_l den für die Leitschaufeln anzunehmenden Reibungscoefficienten bedeutet, die Reibung des Leitrades zu

$$z_{\zeta l} = \varphi_l \frac{\mu_{la}^2 \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \mu_{le}^2 \frac{r_e^2}{r_o^2}}{2} \frac{c_{ne}^2}{2g}$$

$$= \varphi_l \frac{\mu_{la}^2 + \left(\mu_{le} \frac{r_e}{r_o} \sin \alpha\right)^2}{2} \frac{c_e^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (106)$$

findet, wenn c_e die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad bedeutet, deren Größe nach den §§. 117 und 119 festgestellt ist. In gleicher Art erhält man den Reibungswiderstand für die Radzellen, wenn man die relative Eintrittsgeschwindigkeit $w'_e = \mu_{re} w_e$ für c_2 und die relative Austrittsgeschwindigkeit $w'_a = \mu_{ra} w_a$ für c_1 einführt. Da man, wenn r_a den Austrittshalbmesser, β den Neigungswinkel des ersten und δ denjenigen des letzten Schaufelelements bedeutet,

$$r_e w_e \sin\beta = r_a w_a \sin\delta$$

hat, also

$$w_a = \frac{r_e}{r_a} \frac{\sin\beta}{\sin\delta}$$

ist, so erhält man die Widerstandshöhe für die Radzellen:

$$z_{\zeta r} = \varphi_r \frac{\mu_{ra}{}^2 \frac{r_e{}^2}{r_a{}^2} \frac{\sin^2\beta}{\sin^2\delta} + \mu_{re}{}^2}{2} \frac{{w_e}^2}{2g}$$

$$= \varphi_r \frac{\left(\mu_{ra}\, \nu \frac{\sin\beta}{\sin\delta}\right)^2 + \mu_{re}{}^2}{2} \left(\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)^2 \frac{{c_e}^2}{2g} \quad \ldots \quad (107)$$

Diese Gleichungen können dazu dienen, die Reibungswiderstände des Wassers beim Durchgange durch die Canäle zu bestimmen, nachdem man c_e festgestellt hat, was mit Hülfe der Gleichungen (32) in §. 117 und (55) in §. 119 geschieht.

Um auch auf graphischem Wege die Reibungswiderstände zu ermitteln, hat man nur die betreffende mittlere Geschwindigkeit zwischen $\mu_{le} \frac{r_e}{r_a} c_n$ und $\mu_{la} c_e$ für das Leitrad und zwischen $\mu_{re} w_e$ und $\mu_{ra} w_a$ für das Laufrad mit den Werthen $\sqrt{\varphi_l}$ und bezw. $\sqrt{\varphi_r}$ zu multipliciren, und zu den hierdurch erhaltenen Strecken aus dem Gefällmaßstabe die zugehörigen Gefälle zu entnehmen. Der Werth von $\sqrt{\varphi}$ wird, der Größe von φ zwischen 0,05 und 0,08 entsprechend, zwischen 0,22 und 0,28 zu wählen sein. In welcher Art diese Ermittelung geschehen kann, wird aus dem folgenden Paragraphen sich ergeben.

§. 126. **Der hydraulische Wirkungsgrad.** Nachdem in den vorhergehenden Paragraphen die Verluste an Gefälle ermittelt worden sind, denen das Wasser in Folge der Schaufeldicken und wegen der Reibung an den Canalwandungen unterworfen ist, läßt sich nunmehr die von dem Wasser zu erwartende Leistung feststellen. Es soll hier zunächst noch von den Widerständen der Zapfenreibung und den durch die Kraftübertragung durch Zahnräder oder Riemen veranlaßten Hindernissen abgesehen werden, indem diese

Widerstände später besprochen werden sollen. Vielmehr mögen nur die im Vorstehenden betrachteten hydraulischen Widerstände ins Auge gefaßt werden, und dem entsprechend soll unter dem hydraulischen Wirkungsgrade η_h das Verhältniß der von dem Wasser auf das Turbinenrad übertragenen mechanischen Arbeit zu der absoluten Leistungsfähigkeit verstanden werden, welche dem Wasser vermöge des vorhandenen Gefälles h innewohnt. Wie aus dem Früheren folgt, ist dieser Wirkungsgrad gegeben durch

$$\eta_h = \frac{h_n}{h} = \frac{h_w - \frac{c_a^2}{2g}}{h} = \frac{h - z - \frac{c_a^2}{2g}}{h} \quad \cdots \quad (108)$$

worin c_a die dem Wasser bei seinem Austritte aus dem Rade noch verbleibende absolute Geschwindigkeit bedeutet. Unter z ist die durch die gedachten Nebenhindernisse aufgezehrte Gefällhöhe verstanden, welche in den vorstehenden Rechnungen immer von vornherein in Abzug gebracht wurde, so daß für die Verhältnisse der Turbine nicht mit dem ganzen vorhandenen Gefälle h, sondern nur mit dem in der That zur Wirkung kommenden wirksamen Gefälle $h_w = h - z$ gerechnet wurde. Nun war zwar von vornherein die Größe dieses Gefällverlustes z noch nicht bekannt, und es mußte für diese Größe eine gewisse erfahrungsmäßige Voraussetzung gemacht werden, etwa diejenige, daß diese Verlusthöhe 15 bis 20 Proc. der vorhandenen Gefällhöhe betrage, so daß man als wirksame Gefällhöhe h_w gleich $0{,}85\,h$ bis $0{,}80\,h$ in die Rechnung zu setzen hatte. Durch diese allerdings in gewissem Grade willkürliche Annahme wird indessen, wie sich sogleich ergeben wird, der Werth der Rechnungsresultate durchaus nicht beeinträchtigt, wohl aber die Ausführung der Rechnung ungemein erleichtert und die Form der zu Grunde gelegten Gleichungen vereinfacht.

Es möge nämlich für die Turbine, welche nach dem Vorangegangenen für eine angenommene wirksame Gefällhöhe h_w etwa gleich $0{,}8\,h$ berechnet worden ist, nunmehr die genaue Ermittelung der Reibungswiderstände vorgenommen werden, wozu die drei vorhergehenden Paragraphen die Anleitung geben. Es seien alsdann alle diese Gefällverluste, welche durch die Schaufeldicken und die Reibungen im Zu- und Abführungsrohre, sowie im Leit- und Laufrade entstehen, zu einer resultirenden Verlusthöhe addirt. Gesetzt nun, diese Verlusthöhe ergebe einen Werth, welcher zufällig gerade mit dem von vornherein für z angenommenen übereinstimmt, also bei der erwähnten Annahme gleich $0{,}2\,h$ ist, so können alle durch die Rechnung ermittelten Resultate direct als endgültige angesehen werden. Wenn aber, wie es gewöhnlich der Fall sein wird, diese Uebereinstimmung zwischen dem angenommenen und dem berechneten Werthe nicht stattfindet, so hat man nur nöthig, schließ-

lich eine einfache Reduction der erhaltenen Resultate vorzunehmen. Gesetzt, man hat für die Rechnung $h_w = 0{,}8\,h$, also $z = 0{,}2\,h$ angenommen, und findet nachher durch die genaue Bestimmung $z = 0{,}15\,h$, so schließt man einfach daraus, daß die berechneten Resultate genaue Gültigkeit haben für eine Turbine mit dem Gefälle $0{,}8\,h + 0{,}15\,h = 0{,}95\,h$. Da nun aber das wirkliche Gefälle h ist, so hat man nur alle berechneten Gefällhöhen mit dem Coefficienten $\frac{1}{0{,}95} = 1{,}053$, also alle Geschwindigkeiten mit der Verhältnißzahl $\sqrt{1{,}053} = 1{,}026$ zu multipliciren, um die richtigen, dem Gefälle h entsprechenden Werthe zu erhalten.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens geht daraus hervor, daß eine und dieselbe Turbine, welche für irgend ein Gefälle h_1 richtig, d. h. den Grundbedingungen des §. 102 gemäß entworfen ist, auch für jedes andere Gefälle h_2 richtig bleibt, vorausgesetzt nur, daß die Radgeschwindigkeit in dem Verhältnisse $\sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$ geändert werde, und es ändern sich alsdann sämmtliche Geschwindigkeiten in diesem nämlichen Verhältnisse $\sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$.

Diese hier angegebene Methode der Berechnung umgeht die unbehülflichen und complicirten Formeln, zu welchen man gelangt, wenn man, wie dies in einzelnen Theorien wohl geschieht, alle Widerstände als Functionen einer Geschwindigkeit, etwa der Radgeschwindigkeit v ausdrückt, und dann einen Ausdruck entwickelt, welcher die directe Berechnung von v aus dem Gefälle h gestattet. Die analytischen Schwierigkeiten dieses Verfahrens sind so groß, daß bisher alle Theorien darauf verzichtet haben, die schädlichen Widerstände, wie sie durch Reibungen und Schaufeldicken erzeugt werden, genau in Rechnung zu stellen, vielmehr hat man sich fast immer damit begnügt, diese Widerstände im Ganzen durch gewisse erfahrungsmäßige Coefficienten festzustellen. Es geht aus dem Vorstehenden indessen hervor, daß es gar keinen Schwierigkeiten unterliegt, die gedachten Widerstände sämmtlich in ihren genauen Werthen, soweit hierbei von Genauigkeit die Rede sein kann, in Rechnung zu stellen, wenn man von dem vorstehend angegebenen Gesetze der Verhältnißmäßigkeit der Geschwindigkeiten einer Turbine für **alle** Gefälle Gebrauch macht. Es ist hierbei auch ganz gleichgültig, wie groß man anfänglich den Werth von h_w annimmt, und man kann sämmtliche Rechnungen noch dadurch vereinfachen, daß man, wie oben bereits angeführt wurde, vor der Hand irgend eine Geschwindigkeit, etwa c_n gleich 1 m annimmt, in vorgedachter Art daraus die sämmtlichen Geschwindigkeiten

und also auch das hierfür erforderliche totale Gefälle $\mathfrak{h} = \frac{c^2}{2g}$ ermittelt und dann alle berechneten Geschwindigkeiten mit dem Verhältniß $\sqrt{\frac{h}{\mathfrak{h}}}$ multiplicirt, um für das gegebene Gefälle h die Verhältnisse zu erhalten.

Um die Widerstandshöhe $z = z_0 + z_r + z_u$ festzustellen, hat man nach den vorhergehenden Paragraphen jeden der einzelnen Werthe z_0 für das Zuleitungsrohr und den Leitapparat, z_r für das Laufrad und z_u für das Abführungsrohr, wenn die Turbine mit Sauggefälle arbeitet, einzeln zu bestimmen. Bezeichnet φ_0 den Reibungscoefficienten $\xi \frac{l}{d}$ für das Zuführungsrohr und c_0 die Wassergeschwindigkeit in demselben, ist ferner φ_l der Widerstandscoefficient für den Leitapparat (s. Tabelle in §. 125) und c_{ne} die normale Durchgangsgeschwindigkeit des Wassers durch den Spalt, so hat man die durch Reibung verloren gehenden Gefällhöhen

1. im Zuführungsrohre

$$z_{01} = \varphi_0 \frac{c_0^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (109)$$

2. im Leitapparate nach (106)

$$z_{02} = \varphi_l \frac{\frac{\mu_{la}^2}{\sin^2 \alpha} + \mu_{le}^2 \frac{r_e^2}{r_a^2}}{2} \frac{c_{ne}^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (110)$$

Ferner geht wegen der Verengung durch die Leitschaufeln an Druckhöhe verloren

3. beim Eintritt in den Leitapparat nach (95)

$$z_{s_1} = (\mu_{le} - 1)^2 \frac{c_{ne}^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (111)$$

und

4. beim Austritte aus dem Leitrade in den Spalt

$$z_{s_2} = (\mu_{la} - 1)^2 \frac{c_e^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (112)$$

wenn μ_{le} und μ_{la} die Verengungscoefficienten für den Eintritt in das Leitrad und den Austritt aus demselben bezeichnen, welche Werthe aus der Tabelle in §. 123 entnommen werden können.

Ebenso hat man für das Laufrad mit dem Reibungscoefficienten φ_r und den Verengungsverhältnissen μ_{re} und μ_{ra} die verlorenen Gefällhöhen:

1. durch Reibung im Rade

$$z_{\zeta r} = \varphi_r \frac{\left(\mu_{ra} \frac{r_e}{r_a} \frac{\sin \beta}{\sin \delta}\right)^2 + \mu_{re}{}^2}{2} \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \frac{c_e{}^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad (113)$$

2. durch die Schaufeldicken beim Eintritte

$$z_{s_3} = (\mu_{re} - 1)^2 \frac{w_e{}^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (114)$$

und

3. beim Austritte

$$z_{s_4} = (\mu_{ra} - 1)^2 \frac{w_a{}^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115)$$

Endlich ist für das Abführungsrohr mit der Geschwindigkeit c_{na} und dem Reibungscoefficienten φ_u der Verlust an Gefällhöhe

$$z_u = \varphi_u \frac{c_{na}{}^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Durch Summirung der vorstehenden Größen erhält man

$$z = z_{01} + z_{02} + z_{s_1} + z_{s_2} + z_{\zeta r} + z_{s_3} + z_{s_4} + z_u \quad (117)$$

Eine Zusammenfassung dieser Werthe in einen Ausdruck soll aus den vorerwähnten Gründen hier nicht vorgenommen werden.

Man muß bemerken, daß für Actionsturbinen die Werthe z_{s_3} und z_{s_4} in Wegfall kommen, und daß ferner anstatt z_{s_2} der durch den Versperrungscoefficienten σ (s. §. 124) gegebene Verlust

$$z_{s_2} = (\sigma - 1)^2 \frac{c'_e{}^2}{2\,g} = (\sigma - 1)^2 \mu_{la}{}^2 \frac{c_e{}^2}{2\,g} \quad . \quad . \quad (118)$$

anzunehmen ist. Auch hat man bei der Bestimmung von φ_r darauf Rücksicht zu nehmen, daß die Radcanäle nicht gänzlich erfüllt sind, daher die Reibung nur an drei Wandungen der Canäle stattfindet (s. d. Tabelle im §. 125).

Auch von dem Betrage und der Größe der Nebenhindernisse und damit von dem Einflusse derselben auf den hydraulischen Wirkungsgrad giebt das Geschwindigkeitspolygon ein anschauliches Bild, wie sich aus dem Folgenden ergiebt.

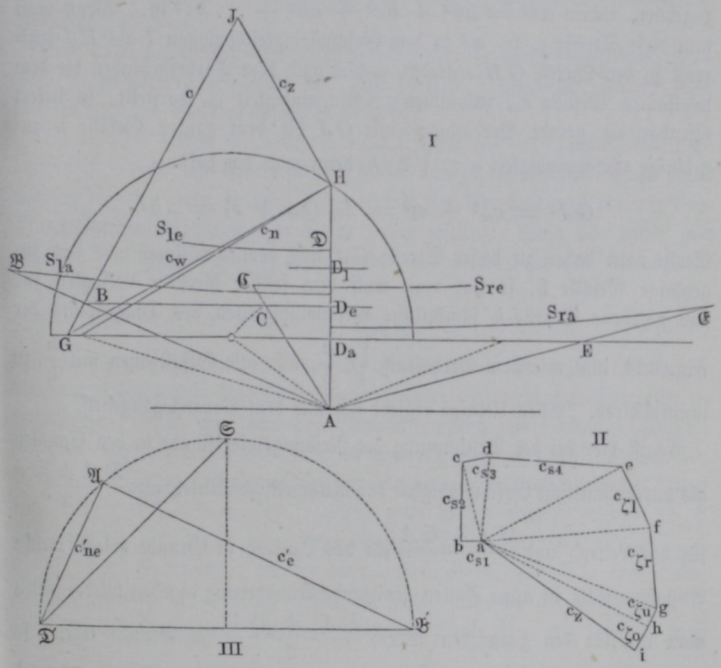
Es sei in Fig. 324 das Geschwindigkeitspolygon für eine innere Radialturbine in der oben angegebenen Weise gezeichnet, und es sollen wieder durch BA, CA und EA die Richtungen der Schaufelenden angegeben sein. Ferner stelle $D_eA = c_{ne}$ die normale Geschwindigkeitscomponente des Wassers beim Durchgange durch den Spalt vor, so hat man in $D_lA = \frac{r_e}{r_0} D_eA$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Leitrad eintritt und in $D_aA = \frac{r_e}{r_a} D_eA$ die normale Austrittsgeschwindigkeit. Denkt man sich

nun die der Dicke der Leit- und Laufradschaufeln für den Eintritt wie Austritt entsprechenden Hyperbeln S_{le}, S_{la}, S_{re} und S_{ra} entworfen, so hat man nach dem Vorstehenden die verloren gehenden Geschwindigkeiten:

$$c_{s_1} = \mathfrak{D}D_l,\ c_{s_2} = \mathfrak{B}B,\ c_{s_3} = \mathfrak{C}C \text{ und } c_{s_4} = \mathfrak{E}E.$$

Bestimmt man ferner nach §. 125 die Coefficienten für die Reibungen $\sqrt{\varphi}$, welche für das Zu- und Abführungsrohr, $\sqrt{\varphi_0}$ und $\sqrt{\varphi_u}$, nur sehr gering

Fig. 324.



sein werden, während man für die Radcanäle nach dem Obigen etwa 0,25 annehmen kann, so hat man die den Reibungsverlusten entsprechenden Geschwindigkeiten zu

$$c_{\zeta 0} = \sqrt{\varphi_0} \cdot D_l A,\ c_{\zeta u} = \sqrt{\varphi_u} \cdot D_a A,$$

$$c_{\zeta l} = \sqrt{\varphi_l}\,\frac{\mathfrak{B}A + \mathfrak{D}A}{2} \text{ und } c_{\zeta r} = \sqrt{\varphi_r}\,\frac{\mathfrak{C}A + \mathfrak{E}A}{2}.$$

Diese Größen sind sämmtlich leicht mit dem Zirkel abzugreifen, und man kann dieselben nun durch eine Reihe von einander gezeichneten rechtwinkligen

Dreiecken zusammensetzen, um die Geschwindigkeit c_z zu erhalten, welche dem resultirenden Gefällverluste z entspricht. In Fig. 325 II ist diese Summirung angegeben; es ist hierbei $ab = c_{s_1} = \mathfrak{D}D_1$ gemacht, darauf senkrecht $bc = c_{s_2} = \mathfrak{B}B$ angetragen, dann senkrecht zu der Hypotenuse ac die Strecke $cd = c_{s_3} = \mathfrak{C}C$ angefügt und ad gezogen, weiter auf ad senkrecht $de = c_{s_4} = \mathfrak{E}E$ gemacht u. s. f. Auf diese Weise erhält man, wie leicht zu ersehen, in der Schlußlinie ai die Geschwindigkeit c_z, welche der Summe aller einzelnen Widerstandshöhen zugehört, indem $ai^2 = ab^2 + bc^2 + cd^2 + \ldots hi^2$ ist. Wenn man nun diese Strecke $c_z = ai$ in dem Geschwindigkeitspolygon I als HJ senkrecht zu der Strecke GH aufträgt, welche nach dem Vorhergehenden die dem wirksamen Gefälle h_w zukommende Geschwindigkeit c_w darstellt, so liefert offenbar die gerade Verbindungslinie GJ die dem ganzen Gefälle h zugehörige Geschwindigkeit $c = \sqrt{2gh}$, denn man hat dafür

$$GJ^2 = c_w^2 + c_z^2 = 2g\,(h_w + z) = 2gh.$$

Sucht man daher zu dieser Strecke GJ aus dem Gefällmaßstabe das zugehörige Gefälle $\mathfrak{h}$, so hat man nach dem früher hierüber Gesagten für das gegebene Gefälle h sämmtliche Geschwindigkeiten des Diagramms der Fig. 324 nur mit dem Verhältniß $\sqrt{\frac{h}{\mathfrak{h}}}$, also alle Gefällhöhen mit $\frac{h}{\mathfrak{h}}$ zu multipliciren. Alles Uebrige ergiebt sich aus dem Vorangegangenen.

Es ist hier bei der Bestimmung der Reibungswiderstände in den Canälen als durchschnittliche Geschwindigkeit das arithmetische Mittel, also $\frac{\mathfrak{D}A + \mathfrak{B}A}{2}$ für das Leitrad und $\frac{\mathfrak{C}A + \mathfrak{E}A}{2}$ für das Laufrad zu Grunde gelegt, welche Annahme wohl in allen Fällen genügende Annäherung ergeben wird. Will man indessen den genaueren Werth $\frac{\mathfrak{D}A^2 + \mathfrak{B}A^2}{2}$ zu Grunde legen, so zeichnet man in III aus $\mathfrak{D}A$ und $\mathfrak{B}A$ das rechtwinklige Dreieck $\mathfrak{D}'\mathfrak{A}\mathfrak{B}'$, und beschreibt über $\mathfrak{D}'\mathfrak{B}'$ den Halbkreis, dessen Scheitel $\mathfrak{S}$ offenbar in $\mathfrak{D}'\mathfrak{S}$ die gesuchte mittlere Geschwindigkeit ergiebt, denn man hat $\mathfrak{D}'\mathfrak{S}^2 = \frac{\mathfrak{D}'\mathfrak{A}^2 + \mathfrak{B}'\mathfrak{A}^2}{2}$.

Der in vorstehend angegebener Art ermittelte hydraulische Wirkungsgrad ist noch um eine gewisse Größe zu verkleinern, welche dem Verluste Rechnung trägt, der durch den Ausfluß des Wassers durch den Spalt entsteht. Da dieses Wasser sich der Wirkung auf das Turbinenrad entzieht, so wird offenbar der hydraulische Wirkungsgrad in dem Verhältnisse

$$\frac{Q - \Delta Q}{Q} = 1 - \frac{\Delta Q}{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

kleiner sein müssen, als der oben gefundene Werth, wenn Q das in einer beliebigen Zeit überhaupt aufgeschlagene Wasser und ΔQ den Verlust durch den Spalt bedeutet. Dieser Verlust ist um so kleiner, je kleiner der Spaltzwischenraum und je kleiner der Ueberdruck des Wassers an der Eintrittsseite über die Pressung an der Austrittsseite ist, daher wird dieser Verlust unter gleichen Verhältnissen um so größer ausfallen, je größer das Reactionsgefälle der Turbine ist.

Eine näherungsweise Bestimmung dieses ungenützt durchfließenden Wassers wird in jedem einzelnen Falle nach den in Thl. I gegebenen Regeln über den Ausfluß des Wassers geschehen können.

Da bei den reinen Actionsturbinen ein Ueberdruck im Spalte nicht vorhanden ist, welcher die Ueberwindung des Reibungswiderstandes in den Radcanälen bewirken kann, so wird dieser letztere eine Verringerung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w_e zur Folge haben müssen. Man hat daher mit Rücksicht auf diese Reibung nicht mehr $w_a = w_0$, sondern es gilt die Gleichung

$$w_e^2 - c_{\zeta r}^2 + v_a^2 - v_e^2 = w_a^2 \text{ oder } w_e^2 - c_{\zeta r}^2 = w_0^2 \quad . \quad . \quad (120)$$

Demgemäß hat man auch bei den Druckturbinen die im §. 124 bestimmte Neigung δ des letzten Radschaufelelements einer entsprechenden Correctur zu unterwerfen, wenn man von der Grundbedingung des normalen Wasseraustritts nicht abweichen will. Wenn man nämlich in Fig. 323 über der Strecke $\mathfrak{C}A = w_e$ als Hypotenuse ein rechtwinkliges Dreieck zeichnet, dessen eine Kathete $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1 = c_{\zeta r}$ ist, so erhält man in der anderen Kathete $\mathfrak{C}_1 A$ das Maß für die Größe w_o. Beschreibt man daher mit dieser Länge $\mathfrak{C}_1 A = w_o$ einen Kreisbogen, welcher die im Abstande v_e von $A\mathfrak{D}$ mit dieser parallel gezogene Gerade in F schneidet, so hat man auf der durch F senkrecht zu $A\mathfrak{D}$ gezogenen Geraden $F\mathfrak{F}_0$ den Punkt $\mathfrak{F}$ so zu wählen, daß $\mathfrak{F}_0\mathfrak{F} = v_a = \frac{r_a}{r_e}\,\mathfrak{F}_0 F$ ist, um in $A\mathfrak{F}$ die Neigung δ des letzten Schaufelelements zu erhalten. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction ergiebt sich leicht aus dem Vorangegangenen.

Schaufelprofile. In Bezug auf die den Turbinenschaufeln zu gebende Form liefern die vorstehenden Untersuchungen nur bestimmte Größen für die Neigungswinkel, welche das erste und das letzte Schaufelelement mit den bezüglichen Umfängen zu bilden haben. Ueber den Verlauf des Schaufelprofils zwischen den beiden Enden ist nicht mehr bekannt, als daß dieses Profil durch eine stetige Curve ohne Ecken oder Knicke gebildet werden §. 127.

muß, um jede Stoßwirkung zu vermeiden. Von welcher Art diese Curve sein müsse, darüber würde sich nur dann eine sichere Angabe machen lassen, wenn es möglich wäre, die inneren Widerstände des Wassers während seiner Bewegung zwischen den Schaufeln durch Rechnung festzustellen, und insbesondere den Einfluß der Schaufelform auf diese Widerstände zu verfolgen. Diejenige Schaufelform müßte alsdann als die vortheilhafteste gelten, für welche die gedachten Widerstände die möglich kleinsten sein würden. Wären solche Widerstände *überhaupt nicht vorhanden*, so würde *jede stetige Linie*, welche an ihren Endpunkten die verlangten Neigungen hat, dem Zwecke gleich gut dienen.

Bei der mangelhaften Kenntniß, welche man zur Zeit von der Art und Größe der gedachten Widerstände hat, muß man von vornherein darauf verzichten, auf dem Wege der Rechnung das vortheilhafteste Schaufelprofil festzustellen, man muß sich vielmehr damit begnügen, bei der Bestimmung der Schaufelform dem praktischen Gefühle zu folgen. Es ist zwar von verschiedenen Autoren versucht worden, durch theoretische Betrachtungen den geometrischen Charakter der als die vortheilhafteste anzusehenden Profilform festzustellen, doch beruhen diese Untersuchungen immer auf gewissen willkürlich gemachten Voraussetzungen hinsichtlich der Bewegung des Wassers. Denselben kann schon darum kein besonderer Werth beigemessen werden, weil erfahrungsmäßig die Widerstände der in geeigneter Art empirisch festgestellten Schaufeln so klein ausfallen, daß der Vortheil nur sehr geringfügig sein könnte, welchen man durch die umständliche Ermittelung einer solchen theoretischen Form erreichen würde.

Nur gewisse Grundsätze lassen sich leicht angeben, nach denen man bei der Wahl der Schaufelform passend verfahren wird. Da nämlich die Reibungswiderstände des Wassers in einem Rohre, wie ein Turbinencanal es ist, direct mit der Länge dieses Rohrs wachsen, so wird es sich empfehlen, diese Canäle *so kurz wie möglich* zu machen. Wäre dieser Umstand allein maßgebend, so hätte man die Schaufeln in ihrer größten Erstreckung im Innern geradlinig zu bilden, indem man nur die Endstücke durch kurze Krümmungen in die geforderten Richtungen überzuführen hätte. Eine solche Form, welche wohl niemals gewählt wird, müßte eben wegen jener scharfen Krümmungen sehr schlecht genannt werden, denn abgesehen davon, daß durch diese stark gekrümmten Schaufeltheile das Wasser nur in sehr unvollkommener Art geleitet werden kann, würden daselbst auch Krümmungswiderstände von erheblichen Beträgen auftreten, denn aus Thl. I ist bekannt, daß der Krümmungswiderstand in gebogenen Röhren mit abnehmendem Krümmungshalbmesser sehr schnell zunimmt.

Man wird deshalb bei der Feststellung der Schaufelform eine Curve zu wählen haben, welche aus der Richtung des einen Endstückes in solcher Weise

in diejenige des anderen Endes übergeht, daß dabei kleine Krümmungshalbmesser überall möglichst vermieden werden. Der letzteren Bedingung wird man nun wohl am einfachsten dadurch genügen, daß man die Krümmungshalbmesser der Curve in allen Punkten gleich groß wählt, d. h. also, daß man das Schaufelprofil nach einem Kreisbogen gestaltet. Diese Annahme wird denn auch vielfach in der Praxis gemacht, und zwar wendet man meistens, wenigstens für die Leitschaufeln, einen einzigen Kreisbogen an, während man für die Radschaufeln, namentlich die von Radialturbinen, häufig auch eine Verbindung von zwei tangential in einander übergehenden Kreisbogen wählt. Letzteres pflegt man zu thun, wenn die Verwendung eines einzigen Kreisbogens zu großen Längen der Canäle führen würde, und zwar wird man in solchem Falle gut thun, den kleineren Halbmesser demjenigen Schaufeltheile zu geben, in welchem die Wassergeschwindigkeit noch klein ist und umgekehrt.

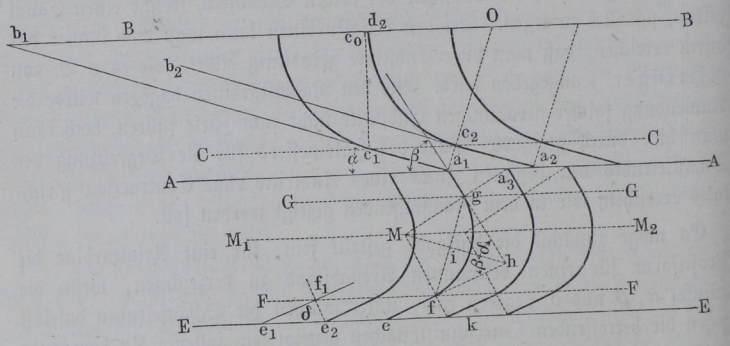
Damit das Wasser möglichst ohne Contraction aus den Turbinencanälen austritt, ist es gerathen, die Endstücke der beiden Schaufeln, welche einen Canal bilden, parallel zu legen. Bei den Axialturbinen kann man dies immer dadurch erreichen, daß man diese Endstücke geradlinig bildet, wie es z. B. von Rittinger*) angegeben wird. Bei den Radialturbinen dagegen würde die Anwendung solcher geradlinigen Endstücke nicht zum Ziele führen, doch kann man hier durch geeignete Wahl des Halbmessers für die Begrenzung des Schaufelendes den besagten Zweck eines Austritts ohne Contraction gleichfalls erreichen, wie in dem Nachfolgenden gezeigt werden soll.

Es möge zunächst die Aufgabe gestellt sein, für eine Axialturbine die Profilform für einen bestimmten Axenabstand zu verzeichnen, wenn die Winkel α, β und δ gegeben sind, unter welchen die Schaufelenden daselbst gegen die betreffenden Querschnittsflächen geneigt sein sollen. Zu dem Ende sei der in diesem Axenabstande r gedachte Cylinderschnitt der Turbine zu einer Ebene gestreckt und in Fig. 325 (a. f. S.) durch die rechteckigen Streifen AB (für das Leitrad) und AE (für das Laufrad) dargestellt. Ist $a_1 a_2$ die Schaufeltheilung t_l für das Leitrad, so legt man durch diese Punkte die Geraden $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ unter der Neigung α gegen den Spalt AA. Zieht man alsdann durch a_1 eine Gerade $a_1 c_2 O$ senkrecht zu $a_2 b_2$, so erhält man in O den Mittelpunkt für einen Kreisbogen $c_2 d_2$, welcher den oberen Theil des Schaufelprofils für das Leitrad begrenzt, während $c_2 a_2$ das untere geradlinige Ende vorstellt. Aus der Figur ergiebt sich unmittebar, daß das Wasser aus den Canälen, welche entstehen, wenn alle Leitschaufeln in gleicher Art geformt werden, in der Richtung $c_1 a_1$ ohne Contraction austritt.

*) Theorie und Bau der Rohrturbinen von Peter Rittinger, Prag, 1861.

In ähnlicher Art sind die Profile für die Radschaufeln zu zeichnen. Ist hierfür $a_1 a_3 = e_1 e_2 = t_r$ die Schaufeltheilung, so legt man durch a_1 die Gerade $a_1 g$ unter dem Neigungswinkel β gegen AA, sowie durch e_1 diejenige $e_1 f_1$ unter dem Neigungswinkel δ gegen EE. Die von a_3 auf $a_1 g$ und von e_2 auf $e_1 f_1$ gezeichneten Senkrechten geben dann die beiden Punkte g und f_1 so, daß die hindurchgelegten Horizontalen GG und FF zwischen sich die kreisförmigen Schaufeltheile enthalten müssen. Es handelt sich daher nur darum, einen Kreis zu zeichnen, welcher GG unter dem Winkel β und FF unter demjenigen δ schneidet. Der Mittelpunkt M für den sich an $a_1 g$ anschließenden Kreis liegt auf der Verlängerung der Senkrechten $a_3 g$, und man findet einen zweiten Punkt dieses Kreises in f, wenn man an die Richtung $a_1 g h$ in g die Gerade gf unter einem Winkel $hgf = 90^0 - \frac{\beta + \delta}{2}$ anträgt. Die in der Mitte i von gf auf dieser errichtete Senkrechte liefert

Fig. 325.



daher den gesuchten Mittelpunkt M für den Kreisbogen zwischen $a_1 g$ und fe. Daß dieser Kreis in f den Winkel δ mit der Geraden FF bildet, geht aus der bekannten Eigenschaft des Kreises hervor, wonach

$$hfg = hgf = {}^1/_2\, gMf,$$

folglich nach der Construction

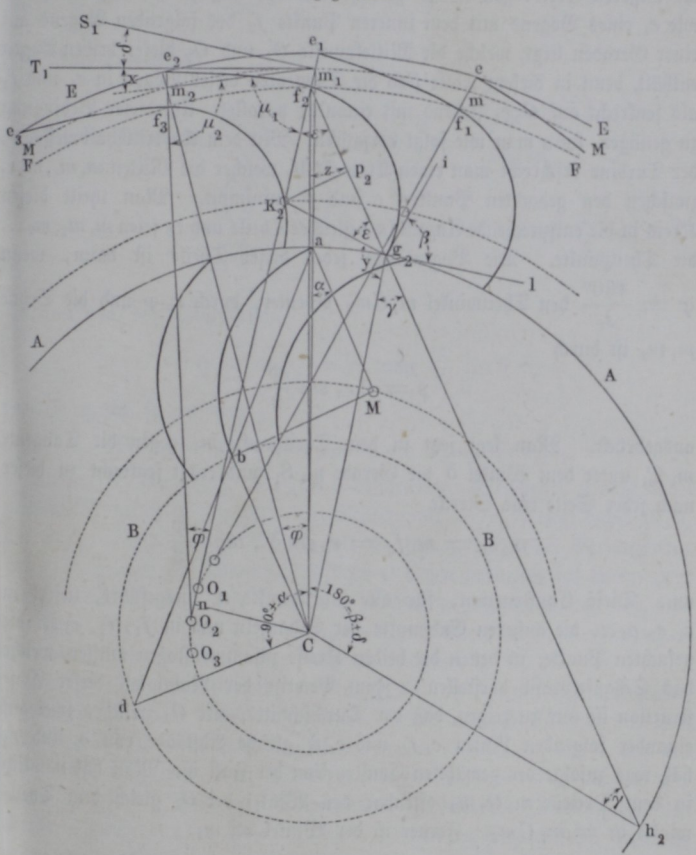
$$gMf = 180^0 - (\beta + \delta) \text{ und } ghf = \beta + \delta$$

ist. Daraus ergiebt sich dann für die Tangente fe die Neigung $fek = \delta$. Die Mittelpunkte für alle übrigen Schaufelkreise liegen natürlich auf der durch M mit AA parallelen Geraden $M_1 M_2$.

Will man, wie dies zuweilen als passend angegeben wird, die Leitschaufeln nach einem Parabelbogen formen, so findet man den Scheitel desselben für die Schaufel $a_1 c_1$ auf BB bekanntlich in der Mitte zwischen b_1 und der

Projection c_0 des Punktes c_1 auf BB, wonach die Verzeichnung der Parabel leicht geschehen kann. Auch für die Radschaufeln wird öfter, z. B. von Fink, die Parabel als geeignete Profilform empfohlen, die Construction derselben wird keine Schwierigkeiten darbieten, und soll hier nicht weiter angeführt werden.

Fig. 326.



Um auch die Feststellung der Schaufelprofile für Radialturbinen zu besprechen, sei hier etwa eine innere (Fourneyron'sche) Turbine vorausgesetzt, deren innerer und äußerer Umfang in Fig. 326 durch AA und EE dargestellt sein mögen. Wollte man hier jede Radschaufel durch einen einzigen Kreisbogen begrenzen, welcher den Kreis A unter dem Winkel β und den-

jenigen E unter dem Winkel δ schneidet, so würden die Endstücke der Schaufeln das Wasser in convergirenden Richtungen ausführen, womit eine schädliche Contraction verbunden sein würde. Dieser Uebelstand läßt sich dadurch umgehen, daß man jede Schaufel aus zwei Kreisbogen ef und fg zusammensetzt, welche bei f tangential in einander übergehen. Hierbei müssen die äußeren Kreisbogen ef so gewählt werden, daß je ein äußerer Punkt wie e_1 eines Bogens mit dem inneren Punkte f_2 des folgenden Bogens auf einer Geraden liegt, welche die Mittelpunkte O_1 und O_2 dieser beiden Bogen enthält, denn in diesem Falle sind die Tangenten dieser Bogen in e_1 und f_2 als senkrecht auf $O_2 e_1$ stehend mit einander parallel. Um dieser Bedingung zu genügen, kann man wie folgt verfahren. Mit dem Austrittshalbmesser r_a der Turbine beschreibt man einen Kreis MM, welcher die Mitten $m, m_1, m_2 \ldots$ zwischen den gedachten Punkten e und f aufnimmt. Man theilt diesen Kreis in die entsprechende Anzahl (s_r) gleicher Theile und es seien $m, m_1, m_2 \ldots$ die Theilpunkte. Die Bogenlänge jedes dieser Theile ist dann, wenn $\varphi = \frac{360^0}{s_r}$ den Theilwinkel $m_1 C m_2$ bedeutet, durch $r_a \varphi$ und die Sehne $m_1 m_2$ ist durch

$$s = 2 r_a \sin \frac{\varphi}{2}$$

ausgedrückt. Man legt jetzt in dem Theilpunkte m_1 gegen die Tangente $m_1 T_1$ unter dem Winkel δ die Gerade $m_1 S_1$ und trägt senkrecht zu dieser nach jeder Seite eine Strecke

$$m_1 e_1 = m_1 f_2 = r_a \sin \delta \,.\, tang \frac{\varphi}{2}$$

an. Diese Construction, für alle Theilpunkte m ausgeführt, liefert in $e_1, e_2, e_3 \ldots$ die äußeren Endpunkte der Schaufeln und in $f_1, f_2, f_3 \ldots$ die gesuchten Punkte, in denen die beiden Kreise zusammenstoßen müssen, welche das Schaufelprofil darstellen. Zum Beweise der Richtigkeit dieser Construction ist nur zu zeigen, daß der Durchschnittspunkt O_2 zwischen zwei auf einander folgenden Linien $e_1 f_2$ und $e_2 f_3$ gleiche Abstände von e_2 und f_2 hat, was zufolge der gewählten Construction der Fall ist. Man hat nämlich in dem Dreiecke $m_1 O_2 m_2$ offenbar den Winkel bei O_2 gleich dem Theilwinkel $\varphi = m_1 C m_2$. Ferner ist der Winkel bei m_1:

$$\mu_1 = 90^0 - (x + \delta) = 90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right).$$

und daher der Winkel bei m_2:

$$\mu_2 = 180^0 - \mu_1 - \varphi = 90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right).$$

Folglich hat man

$$O_2 m_1 = m_1 m_2 \frac{\sin \mu_2}{\sin \varphi} = 2 r_a \sin \frac{\varphi}{2} \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right)}{\sin \varphi}$$
$$= r_a \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right)}{\cos \frac{\varphi}{2}} = r_a \cos \delta + r_a \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} \sin \delta,$$

und ebenso ergiebt sich

$$O_2 m_2 = m_1 m_2 \frac{\sin \mu_1}{\sin \varphi} = 2 r_a \sin \frac{\varphi}{2} \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right)}{\sin \varphi}$$
$$= r_a \frac{\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right)}{\cos \frac{\varphi}{2}} = r_a \cos \delta - r_a \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} \sin \delta.$$

Da nun nach der Construction

$$m_1 f_2 = m_2 e_2 = r_a \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} \sin \delta$$

gemacht wurde, so hat man

$$O_2 m_1 - m_1 f_2 = r_a \cos \delta = O_2 m_2 + m_2 e_2.$$

Ein um O_2 mit $O_2 f_2 = r_a \cos \delta$ beschriebener Kreisbogen nimmt daher auch den Punkt e_2 in sich auf. Der Mittelpunkt für $e_1 f_1$ liegt daher in O_1 auf $O_2 f_2$, ebenso wie der Mittelpunkt O_3 für $e_3 f_3$ auf der Verlängerung von $e_2 O_2$ gelegen ist; sämmtliche Punkte O liegen natürlich auf einem zu C concentrischen Kreise. Die vorstehende Rechnung zeigt übrigens, daß man den Halbmesser $O_2 f_2 = O_2 e_2 = r_a \cos \delta$ auch direct in $m_1 n$ erhält, wenn man den Halbmesser $m_1 C = r_a$ auf die Richtung $m_1 O_2$ projicirt.

Die Zeichnung des zweiten, sich in f_2 an den ersten Kreis anfügenden Bogens $f_2 g_2$ ist nun leicht auszuführen. Damit dieser Kreisbogen den Umfang AA bei g_2 unter dem Winkel β schneide, zieht man von C aus den Halbmesser $C h_2$ unter dem Winkel $f_2 C h_2 = 180 - \beta + \delta$ und verbindet f_2 mit h_2. Der zweite Schnittpunkt g_2 dieser Verbindenden mit dem Kreise A giebt dann den Punkt g_2, durch welchen der Schaufelkreis hindurchgehen muß. Wenn man daher in der Mitte p_2 von $f_2 g_2$ ein Loth errichtet, so schneidet dasselbe die Gerade $f_2 O_2$ in dem gesuchten Mittelpunkte K_2 für den Kreis $f_2 g_2$.

Die Richtigkeit dieser Construction ergiebt sich wie folgt. In dem Dreiecke $C g_2 h_2$ sind wegen der gleichen Schenkel die Winkel bei g_2 und h_2 gleich groß, sie mögen mit γ bezeichnet werden. Aus demselben Grunde sind in

dem Dreiecke $K_2 f_2 g_2$ die Winkel ε bei f_2 und g_2 von gleicher Größe. Man hat daher den Winkel

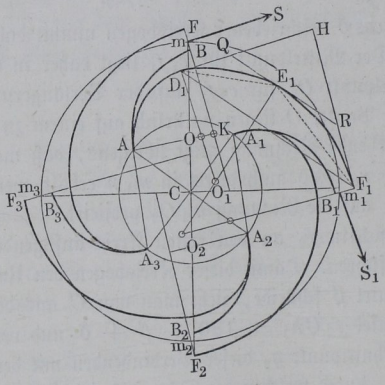
$$y = K_2 g_2 C = 180^0 - \gamma - \varepsilon = 180^0 - \gamma - z - \delta,$$

da der Winkel $K_2 f_2 g_2 = \varepsilon$ aus den beiden Theilen $C f_2 g_2 = z$ und $K_2 f_2 C$ besteht, welcher letztere hinreichend genau gleich $K_2 m_1 C = \delta$ gesetzt werden kann. Setzt man nun für $180^0 - \gamma - z$ den dritten Dreieckswinkel $f_2 C h_2 = 180^0 - \beta + \delta$, so folgt der Winkel der Radien $y = K_2 g_2 C = 180^0 - \beta$ und somit bilden die Tangenten in g_2 den Winkel $i g_2 l = \beta$. Daß die Mittelpunkte K sämmtlich auf einem zu C concentrischen Kreise gelegen sind, ist von selbst klar.

Die Leitschaufeln, welche den Kreis AA unter dem Winkel α schneiden und etwa in dem Kreise BB radial beginnen sollen, werden nach einem Kreisbogen ab profilirt, dessen Mittelpunkt M man erhält, wenn in dem beliebigen Punkte a den Winkel $CaM = \alpha$ an den Radius anträgt, ferner $aCd = 90^0 + \alpha$ macht und a mit d verbindet. Der gesuchte Kreis muß dann durch a und b gehen und seinen Mittelpunkt auf aM haben. Der Beweis hierfür ist wie oben zu führen.

Die Schwungröhren der schottischen Turbinen bestimmt man häufig so*), daß die Mittellinie jedes Canals eine archimedische Spirale ist, zu deren beiden Seiten die halben von außen nach innen allmälig zunehmenden Canalweiten aufgetragen werden. Man kann aber auch hier die Canalwandungen in folgender Art durch Kreisbogen begrenzen.

Fig. 327.



Es mögen m, m_1, m_2, m_3, Fig. 327, die Mitten der Ausflußöffnungen der Canäle sein, so zieht man durch m eine Gerade mS unter dem Winkel δ gegen den Umfang in m, und trägt rechtwinkelig zu mS die halbe normale Weite gleich $mB = mF$ auf. Bestimmt man alsdann ebenso, wie vorstehend für die Fourneyron'sche Turbine gezeigt wurde, auf der Verlängerung von FB den Mittelpunkt K so, daß ein mit KB beschriebener Kreisbogen BA den Eintrittsumfang

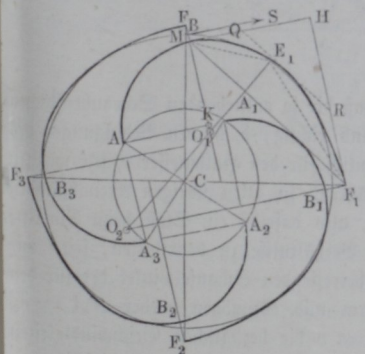
*) Siehe Redtenbacher, Theorie und Bau der Turbinen.

in A unter dem Winkel β schneidet, so kann AB als Begrenzung der inneren Canalwand dienen.

Für die äußere Wand $AD_1E_1F_1$ eines Canals verwendet man drei Kreisbogen um die Mittelpunkte O, O_1 und O_2. Von diesen Mittelpunkten kann zunächst O beliebig auf AK gewählt werden, alsdann schneidet der mit OA beschriebene Bogen AD_1 die Eintrittsöffnung in A ebenfalls unter dem Winkel β. Um die beiden anderen Mittelpunkte O_1 für D_1E_1 und O_2 für E_1F_1 zu finden, verbindet man D_1 mit F_1, errichtet in D_1 und F_1 die Normallinien D_1H senkrecht zu OD_1 und F_1H senkrecht zu B_1F_1 und halbirt in dem Dreiecke D_1F_1H die Winkel an der Basis D_1F_1 durch die Linie D_1E_1 und F_1E_1. Der Schnittpunkt E_1 dieser Halbirenden ist dann der Vereinigungspunkt der beiden noch zu zeichnenden Kreisbogen D_1E_1 und E_1F_1, für welche man die Mittelpunkte O_1 und O_2 auf der durch E_1 senkrecht zu D_1F_1 oder QR gezogenen Geraden $E_1O_1O_2$ erhält. Es ist nämlich leicht ersichtlich, daß wegen der Halbirung der Winkel bei D_1 und F_1 die Dreiecke $O_1D_1E_1$ und $O_2E_1F_1$ gleichschenklige sein müssen, also $O_1D_1 = O_1E_1$ und $O_2E_1 = O_2F_1$ ist.

Da hierbei der Mittelpunkt O willkürlich zwischen A und K gewählt werden konnte, so darf man auch O mit K zusammenfallen lassen. Unter dieser Voraussetzung fällt der Theil AD_1 der Außenwand eines Canals mit der Innenwand AB des vorhergehenden Canals zusammen, so daß die Canäle sich ohne Zwischenräume an einander anschließen. Die Bestimmung der Mittelpunkte O_1 und O_2 für die beiden äußeren Kreisbogen geschieht in derselben Weise und ist aus Fig. 328 ohne weitere Erläuterung klar.

Fig. 328.

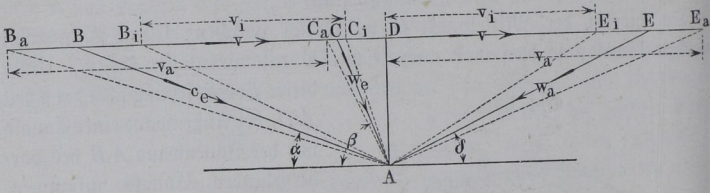


Die Dicke der Schaufeln pflegt man für gewöhnlich durchgehends gleich groß anzunehmen, eine Abweichung hiervon zeigen die sogenannten Rückschaufeln, welche unter gewissen Verhältnissen Anwendung finden und über welche weiter unten ein Näheres angegeben wird.

Die Schaufelflächen der Axialturbinen. Während die Schaufeln §. 128.
der Radialturbinen die Gestalt von normalen mit der Radaxe parallelen Cylinderflächen erhalten, deren Grundlinien die im vorhergehenden Paragraphen

bestimmten Profile sind, hat man den Schaufeln der Axialturbinen die Gestalt windschiefer Flächen zu geben. Bisher hat man fast allgemein diese Schaufeln als normale Schraubenflächen in folgender Weise ausgebildet. Es sei eine Axialturbine mit zwei parallelen cylindrischen Kränzen von den Halbmessern r_i und r_a vorausgesetzt, und man denke sich zwischen denselben, in einem Abstande r von der Axe einen Cylinderschnitt durch die Turbine gelegt, welcher zu einer Ebene gestreckt werde und für welchen nach Anleitung des vorhergegangenen Paragraphen die Profilform für die Leit- und Radschaufeln entworfen werde. Denkt man sich alsdann diesen Schnitt wieder auf den betreffenden Cylindermantel gewickelt, so kann die nunmehr auf diesem letzteren befindliche Profilform als die Basis zur Erzeugung einer gewissen normalen Schraubenfläche dienen, nach welcher dann die Schaufeln geformt werden. Zur Erzeugung dieser Schraubenfläche denkt man sich entlang der Profilcurve eine erzeugende Gerade so bewegt, daß dieselbe immer durch das gedachte Profil hindurchgeht, und dabei stets die Radaxe normal

Fig. 329.



schneidet. Es ist leicht zu ersehen, daß die so entstehenden Schraubenflächen nur für einen bestimmten Axenabstand richtig, d. h. den Bedingungen des §. 102 entsprechend sein können, nämlich für den Halbmesser r, für welchen die Profilformen entworfen sind, während in allen übrigen Axenabständen diesen Bedingungen nicht genügt ist, also daselbst ein Stoß beim Eintritte des Wassers stattfindet. Um diese Verhältnisse zu beurtheilen, seien wie bisher α, β und δ, Fig. 329, die betreffenden Schaufelwinkel der für den Axenabstand r gezeichneten Profilform und es mögen wieder $BA = c_e$, $CA = w_e$, $EA = w_a$ und $BC = v$ die bezüglichen Geschwindigkeiten darstellen. Ist ebenso h_n das nutzbar gemachte Gefälle, so ist nach (35)

$$h_n = \frac{2\,v\,.\,c_e \cos\alpha}{2\,g} = 2\,\frac{BC\,.\,BD}{2\,g}.$$

Wenn nun die Schaufeln in der gebräuchlichen Weise als Schraubenflächen ausgeführt werden, so sind, wie leicht zu ersehen, die betreffenden Neigungswinkel in irgend einem anderen Axenabstande nr dadurch bestimmt, daß die Cotangenten dieser Winkel gleich den n fachen Cotangenten von α, β

und δ sind. Ist z. B. der innere Halbmesser der Turbine $r_i = n_i \,.\, r$, und man macht

$$DB_i = n_i \,.\, DB,\; DC_i = n_i \,.\, DC;\; DE_i = n_i \,.\, DE,$$

so erhält man in $B_i A$, $C_i A$ und $E_i A$ die Richtungen der Schaufelenden für den inneren Cylinder. In derselben Weise stellen $B_a A$, $C_a A$ und $E_a A$ diese Richtungen im äußeren Cylindermantel vom Halbmesser $r_a = n_a r$ vor, wenn

$$DB_a = n_a \,.\, DB,\; DC_a = n_a \,.\, DC \text{ und } DE_a = n_a \,.\, DE$$

gemacht ist.

Da nun die Radgeschwindigkeiten innen und außen ebenfalls

$$v_i = n_i \,.\, v = n_i \,.\, BC \text{ und } v_a = n_a \,.\, v = n_a \,.\, BC$$

sind, und diese Größen der Construction zufolge in der Figur durch

$$B_i C_i = DE_i = n_i \,.\, v$$

und

$$B_a C_a = DE_a = n_a \,.\, v$$

dargestellt werden, so folgt hieraus, daß zwar die Schaufelneigungen innen wie außen den Bedingungen des stoßfreien Eintritts und des normalen Austritts genügen, aber nicht für das wirklich vorhandene Nutzgefälle h_n. Das Diagramm $A B_i C_i E_i$ für den inneren Cylinder hat nämlich nur für ein Nutzgefälle

$$h_{ni} = 2\,\frac{B_i C_i \,.\, B_i D}{2\,g} = n_i^2 h_n$$

Gültigkeit, ebenso wie dem Diagramm $A B_a C_a E_a$ des äußeren Cylinders ein Nutzgefälle

$$h_{na} = 2\,\frac{B_a C_a \,.\, B_a D}{2\,g} = n_a^2 h_n$$

zugehört. Da das wirklich vorhandene und dem mittleren Profile zu Grunde gelegte Nutzgefälle h_n aber größer ist als h_{ni} und kleiner als h_{na}, so geht hieraus hervor, daß das Wasser im inneren Cylinder mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als $B_i A$, und im äußeren Cylinder mit einer Geschwindigkeit kleiner als $B_a A$ eintreten wird, und daß in Folge dessen an beiden Stellen Stoßwirkungen unvermeidlich sind. Es ersieht sich auch aus Vorstehendem, daß im inneren Theile das schneller bewegte Wasser gegen die concave Schaufelfläche stößt, während außen die schneller bewegte Schaufel mit ihrer convexen Rückfläche auf das Wasser wirkt, nach Art der Schaufel einer Centrifugalpumpe. In jedem Falle ist aber mit dieser Stoßwirkung ein Verlust an mechanischer Arbeit verbunden, und zwar treten solche Verluste nicht nur im innersten und äußersten Cylindermantel, sondern in allen

Abständen ein mit alleiniger Ausnahme des dem Profil $ABCE$ zu Grunde gelegten Abstandes r. Dieser Verlust wächst natürlich von dem mittleren Abstande r nach beiden Seiten hin in dem Maße, als der Halbmesser von r abweicht.

Legt man das für Axialturbinen vielfach angewandte Verhältniß der Halbmesser $\frac{r_i}{r_a} = 3/4$ zu Grunde, und entwirft das Diagramm $ABCE$ für einen mittleren Halbmesser $r = \frac{r_i + r_a}{2}$, so hat man $n_i = \frac{6}{7}$ und $n_a = \frac{8}{7}$. Die Neigungswinkel innen und außen würden daher nur richtig sein, wenn das Nutzgefälle beziehungsweise

$$\frac{36}{49} h_n = 0{,}73\, h_n \text{ und } \frac{64}{49} h_n = 1{,}31\, h_n$$

betragen würde.

Wenn man die in Folge dieser Unrichtigkeit der Schaufelform eintretenden Arbeitsverluste näher untersucht, was graphisch sehr einfach geschehen kann, hier aber nicht durchgeführt werden soll, so findet man, daß der Verlust nicht gerade erheblich ist und sich durchschnittlich nur auf einige Procent beziffert. Dies mag denn auch wohl der Grund sein, warum man bisher fast ganz allgemein die oben erläuterte Schraubenform für die Schaufeln der Axialturbinen gewählt hat. Soviel bekannt, hat v. Reiche*) zuerst zum Ersatz dieser schraubenförmigen Schaufeln eine correcte Form angegeben, welche für jeden Axenabstand den Bedingungen des stoßfreien Eintritts und des normalen Austritts genügt. Diese Schaufelform, deren praktische Ausführung nicht mit größeren Schwierigkeiten verbunden ist, als die der bisher gebräuchlichen Schraubenform, erscheint noch wegen einiger anderen Vorzüge vor der letztgenannten sehr empfehlenswerth, wie sich aus dem Folgenden ergiebt. Man kann diese Schaufelfläche auf dem Wege der Rechnung, wie es von dem genannten Autor geschieht, feststellen, indem man die Gleichung (35)

$$h_n = \frac{v \,.\, c_e \cos \alpha}{g}$$

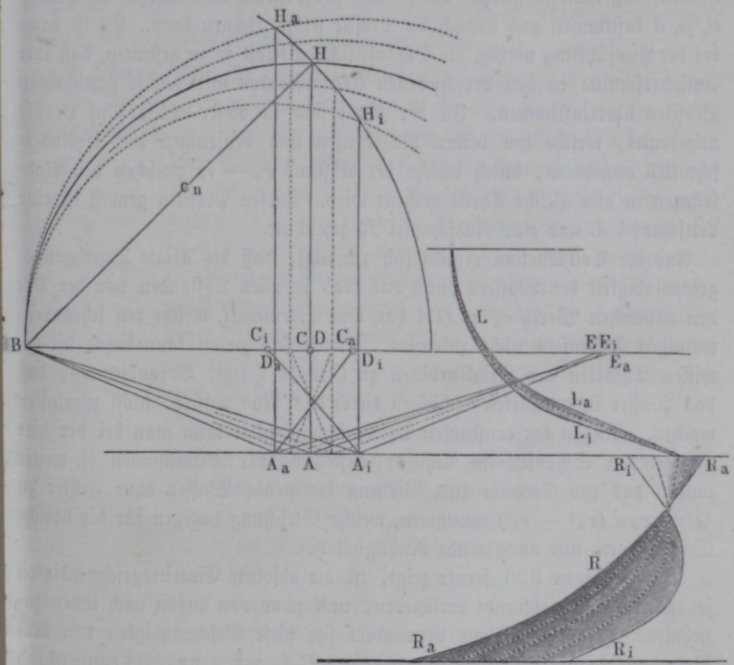
benutzt, in welche man für eine Anzahl verschiedener Abstände r die betreffenden Umfangsgeschwindigkeiten v einführt und dafür das zugehörige $c_e \cos \alpha$ berechnet. Daraus ergeben sich denn für diese verschiedenen Halbmesser r die Winkel α, β und δ, welche die Verzeichnung ebenso vieler Pro-

*) Siehe die Gesetze des Turbinenbaues von H. v. Reiche. 1877.

file der Schaufelfläche gestatten. Einfacher als die Rechnung führt indeß das graphische Verfahren wie folgt zum Ziele:

Es seien wieder BA, DA, EA, Fig. 330, die in bekannter Art bestimmten Richtungen der Schaufelenden einer Axialturbine für einen beliebigen, etwa den mittleren Cylinderschnitt vom Halbmesser r. Hierbei ist in der Figur der Winkel β des ersten Radschaufelelements gleich 90^0 angenommen, eine Voraussetzung, die indessen auf den Gang der Construction

Fig. 330.



ohne Einfluß ist. Nun stellt bekanntlich DA die axiale Einführungsgeschwindigkeit $c_{ne} = c_a$ und BH die nutzbar gemachte Geschwindigkeit

$$c_n = \sqrt{2\,g\,h_n} = \sqrt{2\,g\,h_w - {c_a}^2}$$

vor. Stellt man nun die Bedingung, daß die axiale Durchgangsgeschwindigkeit in allen Abständen denselben Werth $c_a = DA$ haben soll, so ist auch die Nutzgeschwindigkeit c_n für alle Abstände von derselben Größe BH. Hieraus ergiebt sich sogleich die folgende Construction. Man beschreibt um

B mit $BH = c_n$ einen Kreisbogen $H_i H H_a$, und durch B mit $v_i = C_i B$ einen Kreis, welcher jenen in H_i schneidet. Zieht man dann durch H_i die Verticale, so erhält man für den inneren Mantel in BA_i die Neigung des letzten Leitschaufelelements, in $C_i A_i$ diejenige für den Anfang der Radschaufel, und in $E_i A_i$ für das Ende der letzteren, wenn man $D_i E_i = B C_i$ anträgt. In derselben Weise geben BA_a, $C_a A_a$ und $E_a A_a$ die Schaufelrichtungen im äußeren Mantel, wenn man mit $v_a = C_a A$ um C_a einen Kreis zeichnet, $H_a A_a$ vertical zieht und $D_a E_a = B C_a = v_a$ macht. Es ist klar, daß man in gleicher Weise noch für beliebig viele Profile die Winkel α, β, δ bestimmen und danach die Profile selbst zeichnen kann. Es ist dann bei der Ausführung nöthig, die Schaufelflächen selbst so zu gestalten, daß ihre Cylinderschnitte in den verschiedenen Axenabständen mit den so gezeichneten Profilen übereinstimmen. In der Figur sind in dieser Weise fünf Profile angedeutet, welche den beiden Radkränzen und denjenigen drei Cylinderschnitten angehören, durch welche der Abstand $r_a - r_i$ zwischen den Radkränzen in vier gleiche Theile getheilt wird. Diesen Profilen gemäß ist eine Leitschaufel L und eine Radschaufel R gezeichnet.

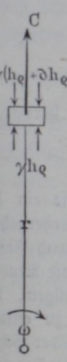
Aus der Construction ergiebt sich zunächst, daß die axiale Durchgangsgeschwindigkeit des Wassers durch das Rad in allen Abständen von der Axe den nämlichen Werth $c_a = DA$ hat, eine Eigenschaft, welche den schraubenförmigen Schaufeln nicht zukommt. Für diese letzteren kann daher die gewissen Theorien der Axialturbinen zu Grunde gelegte Voraussetzung, daß das Wasser in parallelen Schichten durch das Rad passire, nicht zugelassen werden. Wegen der constanten Axialgeschwindigkeit kann man bei der hier angegebenen Schaufelform behufs Feststellung der Dimensionen (s. weiter unten) das pro Secunde zur Wirkung kommende Wasser ohne Fehler zu $Q = c_a \pi (r_a^2 - r_i^2)$ annehmen, welche Gleichung dagegen für die übliche Schaufelform nur annähernde Richtigkeit hat.

Wie die Figur 330 ferner zeigt, ist die absolute Eintrittsgeschwindigkeit je nach dem Axenabstande verschieden, und zwar von außen nach innen zunehmend. Nach der Figur vermindert sich diese Geschwindigkeit von dem Betrage BA_i im Innern bis zu demjenigen BA_a außen, und dem entsprechend nehmen natürlich die Pressungshöhen von innen nach außen stetig zu. Die Figur zeigt, daß die Reactionsgeschwindigkeit innen den Werth $D_i H_i$ und außen denjenigen $D_a H_a$ hat, so daß also das Reactionsgefälle in dem Verhältnisse $D_i H_i^2 : D_a H_a^2$ veränderlich ist. Man ersieht hieraus, daß man bei einer solchen Axialturbine eigentlich nur von einem mittleren Reactionsverhältnisse und von einem mittleren Spaltenüberdrucke sprechen kann, da diese Größen mit dem Axenabstande veränderlich sind. Eine Veränderlichkeit der hydraulischen Pressung von innen nach außen, wenn auch nach einem anderen Gesetze, findet auch bei den gewöhn-

lichen schraubenförmigen Schaufeln statt. Man könnte, wenn dies Interesse hätte, auch leicht die Neigungswinkel α und β so bestimmen, daß für alle Abstände die Pressungshöhe dieselbe wäre, dann hätte man in der Figur eine constante Reactionsgeschwindigkeit DH festzuhalten, womit natürlich auch die Eintrittsgeschwindigkeit c_e wegen der Beziehung $c_e^2 + c_\rho^2 = c_w^2$ einen constanten Werth annehmen müßte; dann würde aber die axiale Durchgangsgeschwindigkeit c_a veränderlich ausfallen. Es entstände auf diese Weise eine Schaufelfläche für constante Reaction, während man die vorstehend erörterte v. Reiche'sche Fläche die Schaufelform für constante Axialgeschwindigkeit nennen kann.

Die Schaufelfläche für constante Axialgeschwindigkeit hat noch einen besonderen Vorzug, auf welchen auch schon v. Reiche hingewiesen hat, denjenigen nämlich, daß bei ihrer Anwendung die einzelnen Wassertheilchen keine Tendenz haben, in Folge der Centrifugalkraft sich von der Axe zu entfernen. Es läßt sich nämlich leicht nachweisen, daß der durch die Centrifugalbeschleunigung auf jedes Wassertheilchen ausgeübte Druck nach außen gerade im Gleichgewichte gehalten wird durch den Ueberschuß, um welchen nach dem oben Gesagten die auf die äußere Fläche dieses Wassers wirkende Pressung diejenige überwiegt, welcher das Wassertheilchen von innen ausgesetzt ist. Hiervon kann man sich durch folgende Rechnung überzeugen.

Fig. 331.



Man betrachte ein prismatisches Wassertheilchen im Abstande r von der Axe, von der Grundfläche Eins und der Höhe ∂r, Fig. 331, also von dem Gewichte $\gamma \partial r$, wenn unter γ das specifische Gewicht des Wassers verstanden wird. Ferner sei für dieses Wassertheilchen die Eintrittsgeschwindigkeit gleich c_e, daher die horizontale Componente $c_e \cos\alpha$. Da nun das Wassertheilchen diesen Weg $c_e \cos\alpha$ pro Secunde nicht geradlinig, sondern in einem Cylindermantel vom Krümmungshalbmesser r zurückzulegen gezwungen ist, so entsteht eine Centrifugalkraft, welche bekanntlich durch

$$C = \frac{\gamma \partial r}{g} \frac{(c_e \cos\alpha)^2}{r}$$

ausgedrückt ist. Nun hat man der Gleichung (35) zufolge:

$$c_n^2 = 2\, v\, .\, c_e \cos\alpha,$$

daher

$$c_e \cos\alpha = \frac{c_n^2}{2\, v} = \frac{c_n^2}{2\, r\, \omega},$$

unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades verstanden; folglich wird hiermit die Centrifugalkraft

$$C = \frac{\gamma}{g} \frac{{c_n}^4}{4 r^3 \omega^2} \partial r.$$

Bezeichnet nun h_ρ die Pressungshöhe im Abstande r, für welche man bekanntlich

$$h_\rho = \frac{{c_\rho}^2}{2g} = \frac{{c_n}^2 - {c_e}^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{1}{2g} \left({c_n}^2 - \frac{{c_n}^4}{4 r^2 \omega^2} \right)$$

hat, so erhält man den Zuwachs dieser Druckhöhe für den Abstand $r + \partial r$ durch Differentiation nach r, wodurch, mit Rücksicht darauf, daß c_n constant ist,

$$\partial h_\rho = \frac{1}{2g} \frac{2 {c_n}^4}{4 r^3 \omega^2} \partial r = \frac{1}{g} \frac{{c_n}^4}{4 r^3 \omega^2}$$

erhalten wird. Diese Höhe bringt einen überschüssigen Druck

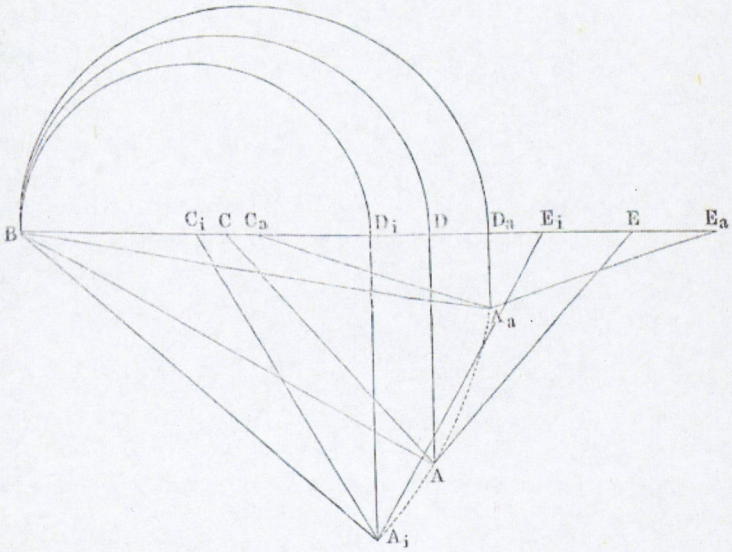
$$\gamma \partial h_\rho = \frac{\gamma}{g} \frac{{c_n}^4}{4 r^3 \omega^2}$$

von gleicher Größe mit der oben berechneten Centrifugalkraft C hervor, wie oben behauptet wurde.

Anmerkung. Die Schaufelfläche für constante Reaction dürfte ein besonderes Interesse für die reinen Druckturbinen haben, denn aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß weder die gewöhnliche Schraubenform, noch die durch Fig. 330 dargestellte Fläche der Bedingung entspricht, für alle Arenabstände die Reactionsdruckhöhe zu Null werden zu lassen. Um dieser Bedingung zu genügen, würde man die Schaufelflächen in der in Fig. 332 angegebenen Weise zu entwerfen haben. Wenn hier durch BA, CA und EA wieder die Richtungen der Schaufelenden in dem mittleren Cylinderschnitte einer Axialturbine dargestellt sind, welche als reine Druckturbine ohne Reaction arbeitet, da $BC = \frac{1}{2} BD$ angenommen wurde, so ist hier die Eintrittsgeschwindigkeit durch $c_e = c_w = BA$ ausgedrückt. Dieselbe Eintrittsgeschwindigkeit muß auch für alle übrigen Arenabstände gelten, wenn überall die Reactionsdruckhöhe gleich Null sein soll. Man erhält demzufolge die Neigungen der Schaufeln für den inneren Cylinder, wenn man mit dessen Umfangsgeschwindigkeit $v_i = BC_i$ einen Halbkreis um C_i zeichnet, und durch D_i eine Verticallinie bis zu dem um B mit dem Halbmesser $c_e = BA$ beschriebenen Kreise zieht, und dann $D_i E_i = BC_i = v_i$ macht. In derselben Weise liefert der mit $v_a = BC_a$ beschriebene Kreis in BA_a, $C_a A_a$ und $E_a A_a$ die Richtungen für die Schaufelenden im äußeren Cylindermantel. Die Zeichnung läßt erkennen, daß die axiale Durchgangsgeschwindigkeit hierbei sehr veränderlich ist, indem dieselbe von dem kleinen Werthe $D_a A_a$ außen bis auf den viel größeren Betrag $D_i A_i$ innen zunimmt, und daß mit so großen Durchgangsgeschwindigkeiten, wie sie hierbei auftreten, große Arbeitsverluste verknüpft sein müssen. Eine Schaufelform von der hier angegebenen Art wird daher für Axialturbinen mit cylindrischen Kränzen nicht vortheilhaft sein, dagegen kann durch

eine coniſche Form der Radkränze der Austrittsquerſchnitt des Rades derart vergrößert werden, daß hierdurch die Austrittsgeſchwindigkeit des Waſſers aus dem

Fig. 332.



Rade genügend klein wird. Dieſe Anordnung coniſcher Radkränze iſt inſonderheit bei den Girard'ſchen Turbinen gebräuchlich, worüber das Nähere weiter unten angegeben werden ſoll.

Wahl der Conſtructionsverhältniſſe. Beim Entwurfe einer §. 130.
Turbine wird immer das totale Gefälle h und das in der Zeiteinheit zur Wirkung kommende Waſſerquantum Q bekannt ſein, ſei es, daß letzteres direct gegeben oder zur Erzielung einer erforderten Leiſtung von N Pferdekräften durch die Formel

$$\eta Q = \frac{75\,N}{1000\,h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (121)$$

berechnet wird, worin η den vorläufig erfahrungsmäßig anzunehmenden effectiven Wirkungsgrad der ganzen Turbinenanlage bedeutet.

Die Aufgabe, für Q Cubikmeter Waſſer pro Secunde bei einem Gefälle von h Metern eine Turbine zu conſtruiren, kann nun, auch wenn man hinſichtlich der Bauart, d. h. ob Axial- oder Radialturbine, Entſcheidung getroffen hat, noch in ſehr mannichfaltiger Art gelöſt werden.

Wie aus den vorſtehenden Ermittelungen ſich ergeben hat, ſind namentlich die Winkel α und β, unter welchen die Enden der Leit- und die Anfänge

der Radſchaufeln gegen den Umfang geneigt ſind, die für die Wirkungsweiſe der Turbine beſtimmenden Elemente, und durch Annahme dieſer beiden Winkel iſt eine Turbine in ihren weſentlichen Verhältniſſen vollkommen beſtimmt, wenn man von den nebenſächlichen Größen, wie Schaufeldicken und Schaufelzahlen ꝛc. abſieht. Es werden denn auch vielfach in den Turbinentheorien in Betreff der Auswahl dieſer Winkel gewiſſe Regeln empfohlen, wonach man paſſend die Größe von α und β bemeſſen möge. Ein ſolches Verfahren erſcheint nicht gerade ſehr zweckmäßig, weil nämlich die Kenntniß dieſer Winkel von vornherein noch kein klares Urtheil über die ganze Wirkungsweiſe der Turbine, namentlich alſo über die Geſchwindigkeit, Größe und den Wirkungsgrad des Rades gewährt. Ein ſolches Urtheil kann vielmehr erſt durch eine ausgeführte Rechnung oder Conſtruction erreicht werden, welche dann möglicher Weiſe zu der Wahrnehmung führt, daß die angenommenen Winkel nicht günſtig gewählt waren, und eine Wiederholung dieſes probirenden Verfahrens vorgenommen werden muß.

Es erſcheint daher angemeſſen, von vornherein anſtatt der Winkel α und β ſolche Größen durch paſſende Annahmen feſtzuſtellen, welche für die ganze Anlage von beſonderer praktiſcher Bedeutung ſind.

Eine ſolche Größe iſt zunächſt die normale Ausflußgeſchwindigkeit c_a des Waſſers aus dem Rade, denn es iſt mit dieſer Größe auch ſogleich die Austrittsfläche des Rades

$$F_a = \frac{Q}{c_a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

gegeben, wodurch die Größenverhältniſſe des Rades beſtimmt ſind. Die Wahl von c_a nun wird niemals Schwierigkeiten unterworfen ſein, denn da die zu dieſer Geſchwindigkeit gehörige Gefällhöhe $\frac{c_a^2}{2g}$ verloren geht, ſo iſt es geboten, c_a möglichſt klein zu wählen. Da nun aber andererſeits eine Verkleinerung von c_a eine Vergrößerung der Radabmeſſungen, alſo auch der Zapfenreibungen, Luft- und Waſſerwiderſtände, des Gewichtes und der Anlagekoſten im Gefolge hat, ſo wird man, wie ſchon früher angegeben, c_a nicht unter eine gewiſſe praktiſch vortheilhafteſte Größe verringern. Eine ſehr häufige Annahme in dieſer Beziehung iſt diejenige

$$c_a = {}^1/_4\, c = {}^1/_4 \sqrt{2gh},$$

d. h. gleich $^1/_4$ von der zu dem ganzen Gefälle h gehörigen Endgeſchwindigkeit anzunehmen, in welchem Falle der mit c_a verbundene Verluſt

$${}^1/_{16}\, h = 0{,}625\, h = 0{\cdot}0625\, h$$

iſt, alſo $6^1/_4$ Proc. des ganzen Gefälles beträgt. Von dieſem Werthe wird man auch bei den verſchiedenſten Gefällen und Waſſermengen nur wenig

abweichen, und es erſcheint angezeigt, die Grenzen des Verluſtes $\frac{c_a^2}{2g}$ etwa zwiſchen 5 Proc. für größere und 8 Proc. für kleinere Gefälle zu ſetzen, ſo daß man c_a zwiſchen

$$\sqrt{0{,}05}\,.\,c = 0{,}22\sqrt{2gh}$$

für größere Gefälle und

$$\sqrt{0{,}08}\,.\,c = 0{,}28\sqrt{2gh}$$

für kleinere Gefälle feſtzuſetzen hätte.

Hat man c_a angenommen, ſo ergiebt ſich, wenn man zunächſt in Betreff der Verluſthöhe z, welche durch Waſſerreibung und Stöße in Folge der Schaufeldicken verloren geht, eine vorläufige Annahme macht, alſo das wirkſame Gefälle

$$h_w = h - z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

ſetzt, auch das nutzbare Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{c_a^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

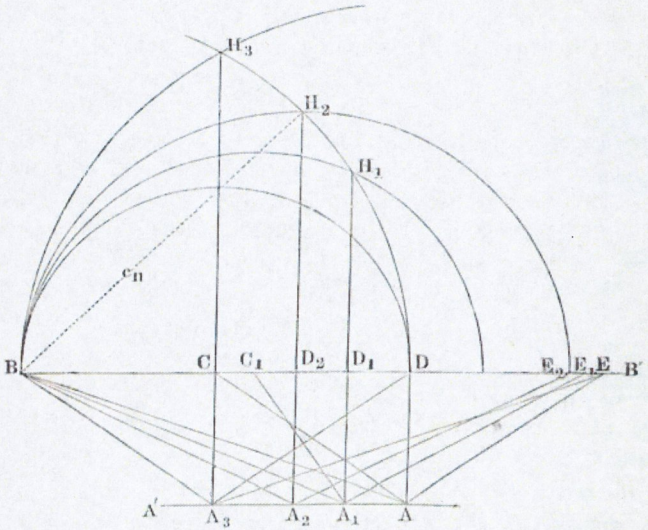
Die Größe von z wird allerdings nach dem Vorſtehenden für verſchiedene Conſtructionen etwas ſchwanken, aber meiſtens bei regelrechter Anordnung zwiſchen $0{,}10\,h$ und $0{,}15\,h$ angenommen werden dürfen. Macht man alſo vorbehaltlich einer nachherigen Correctur eine demgemäße Annahme, ſo können h_w und auch h_n als gegeben angeſehen werden.

Zur Verzeichnung der Turbine hat man nun außer c_a noch ein zweites Element willkürlich anzunehmen, und zwar kann als ſolches zweckmäßig entweder die Umfangsgeſchwindigkeit v des Rades oder das Reactionsverhältniß $\varepsilon = \frac{h_\rho}{h_n}$ gewählt werden, je nachdem die Umſtände eine Annahme nach der einen oder anderen Richtung gerathen erſcheinen laſſen. Bei größeren Gefällen z. B. kann es wünſchenswerth ſein, die Radgeſchwindigkeit thunlichſt klein zu machen, um nicht zu große Umdrehungszahlen und kraftraubende Transmiſſionen zu erhalten; unter anderen Umſtänden wieder mag man mit Rückſicht auf Beſchränkung des Waſſerverluſtes durch den Spalt einen beſtimmten Spaltenüberdruck, alſo eine gewiſſe Reactionshöhe wünſchen. In letzterer Hinſicht ſind namentlich die Verhältniſſe maßgebend, welche bei einer partiellen Beaufſchlagung der Turbinen zu beachten ſind, wie aus den weiter unten folgenden Bemerkungen hervorgehen wird.

Welche der beiden Größen v und ε man aber auch vorſchreiben möge, immer giebt das Turbinendiagramm einfach Aufſchluß über die Abhängigkeit derſelben von einander und die Größe der zugehörigen Winkel α, β und δ,

wie dies an dem Diagramm einer Axialturbine, Fig. 333, gezeigt werden ſoll. Zieht man hier im Abſtande $DA = c_a$ von einander die beiden Horizontalen BB' und AA', und beſchreibt um den beliebigen Punkt B der erſteren einen Kreis DH_1H_2 mit einem Halbmeſſer gleich der nutzbaren Geſchwindigkeit $BD = c_n$, ſo iſt zunächſt erſichtlich, daß die kleinſt-

Fig. 333.



mögliche Geſchwindigkeit, mit welcher bei dieſem Nutzgefälle eine Turbine umlaufen kann, durch

$$BC = {}^1/_2\, BD = {}^1/_2\, c_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (123)$$

gegeben iſt. Dieſe Turbine arbeitet dann ganz ohne Reaction und die Geſchwindigkeiten und Winkel ſind durch

$$BA = c_e;\ CA = w_e \text{ und } EA = w_a = w_e$$

gegeben.

Nimmt man die Radgeſchwindigkeit größer an, ſetzt z. B. $v_1 = BC_1$, ſo liefert der Kreis um C_1 und durch B in H_1D_1 die Größe der Reactionsgeſchwindigkeit, und man hat nunmehr die Geſchwindigkeiten und Winkel durch BA_1, C_1A_1 und E_1A_1 gefunden, wenn $D_1E_1 = BC_1$ gemacht wird. Zieht man BH_2 unter 45^0 gegen BB', ſo erhält man in gleicher Weiſe in BA_2, D_2A_2 und E_2A_2 die Geſchwindigkeiten für eine Turbine, deren Winkel $\beta = 90^0$ iſt, d. h. deren Radſchaufeln ſenkrecht zum Umfange beginnen. Das Reactionsverhältniß dieſer Turbine iſt

$$\varepsilon = \frac{h_p}{h_n} = \frac{H_2 D_2^2}{B H_2^2} = \frac{1}{2}.$$

Wollte man die Radgeschwindigkeit gleich $c_n = BD$ annehmen, so würde der um D beschriebene Halbkreis BH_3E_3 die Schaufelrichtungen und Geschwindigkeiten in BA_3, DA_3 und EA_3 liefern u. s. w.

Diese Betrachtung lehrt, daß für ein bestimmtes Nutzgefälle die reinen Actionsturbinen die kleinste Umfangsgeschwindigkeit und die größte Wassereintrittsgeschwindigkeit c_e haben, und daß mit zunehmender Reactionswirkung die Umfangsgeschwindigkeit wächst und die Eintrittsgeschwindigkeit abnimmt.

Da die Reibungshindernisse des Wassers mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsen, so geht hieraus auch hervor, daß diese Widerstände bei der Actionsturbine nicht den kleinsten Werth annehmen werden, daß dies vielmehr bei einer gewissen Größe der Reactionswirkung erst eintreten wird, und daß darüber hinaus wieder eine Zunahme dieser Widerstände wegen der vergrößerten relativen Geschwindigkeit w_a sich einstellt. Wollte man die Reibungswiderstände im Leitrade zu $\xi \frac{c_e^2}{2g}$ und im Laufrade zu $\xi \frac{w_a^2}{2g}$ annehmen, so ließe sich leicht beweisen, daß der Turbine $A_2 B D_2 E_2$ mit rechtwinkelig beginnenden Radschaufeln die geringste Reibung zukommt, weil unter allen Turbinen für diese der Werth

$$c_e^2 + w_a^2 = BA_2^2 + E_2 A_2^2$$

ein Kleinstes wird. Aus diesem Grunde wird häufig empfohlen, den Winkel β für Turbinen genau oder annähernd gleich 90^0 zu setzen, während andererseits, z. B. von Redtenbacher, für β ein kleinerer Werth von etwa 60^0 empfohlen wird.

Es mögen noch zum Schlusse dieser Betrachtung die unter den gemachten Voraussetzungen $c_a = 0{,}25\sqrt{2gh}$ und $z = 0{,}12\,h$, also

$$c_n = \sqrt{2g(h - 0{,}25^2 h - 0{,}12\,h)} = \sqrt{2g \,.\, 0{,}8175\,h} = 0{,}904\,c$$

aus Fig. 333 sich ergebenden Winkel α und β bestimmt werden. Man findet z. B. für die Actionsturbine $ABCE$ diese Größen durch:

$$tang\,\alpha = \frac{0{,}25}{0{,}904};\quad \alpha = 15^0\,27'$$

$$tang\,\beta = tang\,\delta = \frac{0{,}25}{0{,}5\,.\,0{,}904};\quad \beta = \delta = 28^0\,57'.$$

In gleicher Weise erhält man für die Turbine $A_2 B D_2 E_2$ mit einem Reactionsverhältnisse gleich $\frac{1}{2}$:

$$tang\,\alpha = tang\,\delta = \frac{0{,}25}{0{,}707\,.\,0{,}904};\quad \alpha = \delta = 21^0\,22'\text{ und }\beta = 90^0$$

und ebenso für $A_3\,B\,D\,E_3$ mit $v = c_e$:

$$tang\,\alpha = \frac{0{,}25}{0{,}5\,.\,0{,}904};\quad \alpha = 28^0\,57',\ \beta = 151^0\,3'\text{ und }\delta = 15^0\,27'.$$

In ähnlicher Weise, wie hier für Axialturbinen geschehen, kann man auch an das Diagramm für Radialturbinen entsprechende Betrachtungen knüpfen, doch soll hier davon Abstand genommen werden. Es mögen vielmehr nur noch einige empirische Regeln angeführt werden, nach welchen erfahrungsmäßig das Verhältniß der einzelnen Abmessungen der Turbinen zu einander passend bestimmt werden kann.

Für das Verhältniß des inneren Halbmessers r_i zum äußeren r_a bei Axialturbinen giebt Redtenbacher als passend den Werth $\frac{r_i}{r_a} = {}^2/_3$ an, wonach der mittlere Halbmesser sich zu

$$r = \frac{r_i + r_a}{2} = {}^5/_4\,r_i = {}^5/_6\,r_a$$

und die radiale Zwischenweite der Kränze zu

$$b = r_a - r_i = {}^1/_2\,r_i = {}^1/_3\,r_a = {}^2/_5\,r$$

berechnet. Dieses Verhältniß pflegt man indessen nur zu wählen, wenn man bei großen Wassermengen den äußeren Halbmesser möglichst klein halten will, während man für kleinere Wassermengen die radiale Breite geringer, die Halbmesser also weniger verschieden macht, und wohl das Verhältniß

$$\frac{r_i}{r_a} = {}^3/_4;\ r = {}^7/_6\,r_i = {}^7/_8\,r_a;\ b = {}^2/_7\,r$$

und selbst

$$\frac{r_i}{r_a} = {}^4/_5;\ r = {}^9/_8\,r_i = {}^9/_{10}\,r_a;\ b = {}^2/_9\,r$$

anwendet.

Die axial gemessene Höhe des Leitrades sowie des Laufrades pflegt man meist zwischen $0{,}5\,r$ bis $0{,}6\,r$ anzunehmen, obwohl man auch hiervon den Verhältnissen entsprechend abweicht und für größere Räder verhältnißmäßig geringere Höhen und umgekehrt wählt. Man hat hierbei natürlich darauf zu achten, daß zwar die Leitung des Wassers in den Canälen eine sichere sei, daß aber auch sowohl starke Krümmungen als auch große Längen der Canäle möglichst vermieden werden. Das Leitrad wird des besseren Wassereintritts wegen sehr häufig entweder nur im äußeren oder auch im inneren Kranze conisch gebildet, so daß dadurch der Eintrittsquerschnitt vergrößert wird. In welcher Weise

man bei gewissen Turbinen (Girard) auch eine Erweiterung der Radaustrittsöffnung durch conische Radkränze erzielt, wird weiter unten besprochen werden. In Betreff der Schaufelzahlen wurden bereits in §. 123 nähere Angaben gemacht und sei nur noch bemerkt, daß man bei der Bestimmung dieser Zahlen, welche etwa zwischen 12 und 36 schwanken, insbesondere darauf zu achten hat, die lichte normale Weite der Canäle an den engsten Stellen nicht unter eine gewisse Größe von etwa 25 mm abnehmen zu lassen, weil sonst gar leicht eine Versetzung dieser Canäle durch Laub, Holzstückchen ꝛc. eintreten kann. Die Stärke der Schaufeln wurde ebenfalls in §. 123 zu etwa $0{,}015\,r$ bis $0{,}020\,r$ angegeben. Den Zwischenraum zwischen Leitrad und Laufrad wird man, besonders bei Reactionsturbinen, so klein wie möglich zu machen suchen, und dabei wesentlich von der Größe des Rades, der Genauigkeit der Ausführung und der Sicherheit der Fundirung abhängig sein. Man wird diesen Zwischenraum mit Rücksicht auf den eintretenden Verschleiß des Spurlagers wohl kaum geringer als 3 mm annehmen können, nach Redtenbacher soll derselbe sogar gleich $0{,}02\,r$ gemacht werden.

Auch bei den Fourneyron'schen und Francis'schen Turbinen pflegt man das Verhältniß der Halbmesser $\frac{r_i}{r_a}$ zwischen $^2/_3$ und $^4/_5$ anzunehmen; die von Fourneyron selbst construirten Turbinen zeigen gewöhnlich das Verhältniß 0,66 bis 0,7 und 24 bis 30 Leitschaufeln bei 30 bis 36 Radschaufeln. Die Höhe dieser Räder richtet sich nach der Wassermenge und zwar pflegt man dieselbe je nach den Umständen 2- bis 5mal so groß zu wählen, als die normale lichte Weite der Leitcanäle an deren Mündung ist.

Bei den Cadiat'schen Rädern ist in der Regel das Verhältniß der Halbmesser $\frac{r_a}{r_i} = 1{,}15$ bis $1{,}30$, während man bei schottischen Turbinen den Austrittshalbmesser drei- bis viermal so groß zu machen pflegt, wie denjenigen der Eintrittsöffnung. Im Uebrigen muß hinsichtlich der constructiven Details auf die Veröffentlichungen praktisch ausgeführter Turbinen, sowie auf die Handbücher der Maschinenconstructionslehre verwiesen werden.

Es mögen nunmehr zur Erläuterung des bisher Angeführten einige Beispiele berechnet werden.

Beispiele. 1. Axialturbine. Eine Henschelturbine für 3 m Gefälle §. 130.
und 0,3 cbm Aufschlagwasser pro Secunde soll so gebaut werden, daß die Umfangsgeschwindigkeit des äußeren Umfangs 5 m und die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers 1,8 m beträgt.

Nimmt man vorläufig einen Gefällverlust in Folge der hydraulischen Nebenhindernisse von $z = 0{,}4$ m an, so hat man das nutzbare Gefälle

$$h_n = h - z - \frac{c_a^2}{2g} = 3 - 0{,}4 - \frac{1{,}8^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}435 \text{ m},$$

wozu eine Geschwindigkeit gehört von

$$c_n = \sqrt{2gh_n} = 4{,}429\sqrt{2{,}435} = 6{,}910 \text{ m}.$$

Man hat daher zunächst nach (35) für den äußeren Umfang

$$c_e \cos\alpha = \frac{2gh_n}{2v} = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}435}{2 \cdot 5} = 4{,}777 \text{ m}.$$

Da nun $c_e \cos\alpha = c_a \operatorname{cotg}\alpha$ ist, so folgt

$$\operatorname{cotg}\alpha = \frac{4{,}777}{1{,}8} = 2{,}654, \quad \alpha = 20^0\,39',$$

und folglich ist auch wegen $v = c_a (\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{cotg}\beta)$ vergl. (38):

$$\operatorname{cotg}\beta = \frac{4{,}777 - 5}{1{,}8} = -0{,}1239; \quad \beta = 97^0\,4'.$$

Für den Winkel δ hat man

$$\operatorname{cotg}\delta = \frac{v}{c_a} = \frac{5}{1{,}8} = 2{,}778; \quad \delta = 19^0\,48'.$$

Die Geschwindigkeiten des Wassers erhält man demgemäß zu

$$c_e = \frac{c_a}{\sin\alpha} = \frac{1{,}8}{0{,}3527} = 5{,}104 \text{ m}$$

$$w_e = \frac{c_a}{\sin\beta} = \frac{1{,}8}{0{,}9924} = 1{,}814 \text{ m}$$

$$w_a = \frac{c_a}{\sin\delta} = \frac{1{,}8}{0{,}3387} = 5{,}314 \text{ m}.$$

Die Größe der Reactionsgeschwindigkeit c_ρ ergiebt sich zu

$$c_\rho = \sqrt{{c_n}^2 - (c_e \cos\alpha)^2} = \sqrt{6{,}910^2 - 4{,}777^2} = 4{,}993 \text{ m}$$

entsprechend einem Reactionsgefälle von

$$h_\rho = \frac{4{,}993^2}{2 \cdot 9{,}81} = 1{,}271 \text{ m},$$

so daß man das Reactionsverhältniß zu

$$\varepsilon = \frac{1{,}271}{2{,}435} = 0{,}522$$

setzen kann. Diese Größen gelten für den äußeren Umfang vom Halbmesser r_a; setzt man den inneren Halbmesser $r_i = {}^4/_5\, r_a$ voraus, so ist daselbst die Umfangsgeschwindigkeit $v_i = {}^4/_5\, v = 4$ m, während die Ge-

schwindigkeit im mittleren Abstande $r = \frac{r_i + r_a}{2} = 0{,}9\, r_a$ zu 4,5 m anzunehmen ist. Mit diesen Werthen $v_i = 4$ m und $v_m = 4{,}5$ m erhält man in derselben Weise wie für den äußeren Umfang die Werthe für den inneren Umfang

$$c_e \cos\alpha = 5{,}971 \text{ m}$$
$$\alpha = 16^0\,47',\ \beta = 42^0\,24',\ \delta = 24^0\,14'$$
$$c_e = 6{,}234 \text{ m},\ w_e = 2{,}670 \text{ m},\ w_a = 4{,}385 \text{ m}$$
$$c_p = 3{,}478 \text{ m},\ h_p = 0{,}616 \text{ m},\ \varepsilon = 0{,}253$$

und für den mittleren Halbmesser:

$$c_e \cos\alpha = 5{,}308 \text{ m}$$
$$\alpha = 18^0\,44',\ \beta = 65^0\,49',\ \delta = 21^0\,48'$$
$$c_e = 5{,}605 \text{ m},\ w_e = 1{,}973 \text{ m},\ w_a = 4{,}847 \text{ m}$$
$$c_p = 4{,}424 \text{ m},\ h_p = 0{,}998 \text{ m},\ \varepsilon = 0{,}410.$$

Zur Bestimmung der Halbmesser hat man

$$Q = \pi\,(r_a^2 - r_i^2)\, c_a,$$

denn da c_a die normale Aus- oder Eintrittsgeschwindigkeit an den durch Schaufeln nicht verengten Stellen (Spalt) bedeutet, so hat man auf die Schaufeldicken hierbei nicht zu rücksichtigen. Man erhält daher mit $r_i = 0{,}8\, r_a$ aus

$$0{,}3 = 3{,}1415\, r_a^2\,(1 - 0{,}8^2)\,1{,}8 = 2{,}036\, r_a^2$$

den äußeren Radius

$$r_a = \sqrt{\frac{0{,}3}{2{,}036}} = 0{,}384 \text{ m},$$

und daher den inneren Halbmesser

$$r_i = 0{,}8\, r_a = 0{,}307 \text{ m}.$$

Das Rad vollführt sonach pro Minute $\frac{60 \,.\, 5}{2 \,.\, 3{,}1415 \,.\, 0{,}384} = 124{,}3$ Umdrehungen.

Die Höhe jedes Rades wird man passend zu 0,180 m annehmen können. Giebt man dem Laufrade 24 Schaufeln, so beträgt die Theilung in dem mittleren Schnitte

$$s = \frac{2 \,.\, 3{,}1415}{24} \,.\, \frac{0{,}384 + 0{,}307}{2} = 0{,}091 \text{ m},$$

daher die lichte Weite eines Canals an der Ausmündung, welche in der

Mitte unter dem Winkel $\delta = 21^0\,48'$ gegen den Umfang geneigt ist, bei einer Schaufeldicke von $d = 7$ mm

$$e = t \,.\, sin\ 21^0\,48' - d = 91\,.\,0{,}372 - 7 = 26{,}9 \text{ mm}.$$

Für das Leitrad kann man etwa 16 Schaufeln annehmen. Die oben ermittelten Geschwindigkeiten c_e, w_e und w_a können dazu dienen, mit Hülfe der Formeln der §§. 123 bis 125 die einzelnen Widerstände genauer zu berechnen; diese Rechnung soll hier nicht vorgenommen werden. Es wurden indeß diese Widerstände in der oben angegebenen Art aus einem im Maßstabe $^1/_{20}$ gezeichneten Diagramme entnommen, und zwar wurde hierbei ein Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}08$, also $\sqrt{\varphi} = 0{,}28$ vorausgesetzt, und für die Schaufeln des Leitrades das Verhältniß $\frac{d}{t} = \frac{1}{20}$, für die des Laufrades $\frac{d}{t} = \frac{1}{12}$ zu Grunde gelegt. Die Summirung aller einzelnen Verlustgeschwindigkeiten ergab hierbei im Diagramm für den inneren Halbmesser für die Verlustgeschwindigkeit c_z eine Strecke von 132 mm gleich einer Geschwindigkeit von 2,64 m, welche einer Gefällhöhe von 0,355 m entspricht. Dieser Werth liegt dem von vornherein angenommenen $z = 0{,}40$ m nahe genug, um eine Wiederholung der Rechnung unnöthig zu machen, und man kann folglich den hydraulischen Wirkungsgrad der Turbine

$$\eta_h = \frac{h_n}{h} = \frac{2{,}435}{3} = 0{,}812$$

und daher die zu erwartende Leistung zu

$$\eta_h Q \gamma h = 0{,}812\,.\,0{,}3\,.\,1000\,.\,3 = 730{,}8 \text{ Meterkilogr.} = 9{,}75 \text{ Pferdekraft}$$

veranschlagen. Hiervon wird noch ein gewisser Betrag durch die Zapfenreibung aufgezehrt, dessen Bestimmung weiter unten gezeigt werden soll.

2. Fourneyronturbine. Für ein Gefälle $h = 2{,}5$ m und ein Aufschlagquantum $Q = 1$ cbm pro Secunde soll eine Fourneyron'sche Turbine mit parallelen Kränzen entworfen werden, für welche das Verhältniß $\nu = \frac{r_e}{r_a} = {}^3/_4$ zu Grunde gelegt und die Winkel $\alpha = 24^0$ und $\beta = 80^0$ angenommen werden sollen.

Nimmt man zunächst zur Festsetzung der Verhältnisse eine normale Eintrittsgeschwindigkeit $c_{ne} = 1$ m an, so erhält man durch die Formeln (57) bis (66):

$$c_{na} = 0{,}75\text{ m},\ c_e = \frac{1}{\sin 24^0} = 2{,}459\text{ m}$$

$$w_e = \frac{1}{\sin 80^0} = 1{,}015\text{ m}$$

$$v_e = \operatorname{cotg} 24^0 - \operatorname{cotg} 80^0 = 2{,}070\text{ m}$$

$$v_a = {}^4/_3\, v_e = 2{,}760\text{ m}$$

$$h_p = \frac{c_p}{2g} = \frac{1}{2g}\,(0{,}75^2 + v_e^2 - w_e^2) = 0{,}195$$

$$h_n = \frac{c_n^2}{2g} = \frac{1}{2g}\,2\operatorname{cotg} 24^0\, v_e = 0{,}474$$

$$h_w = \frac{c_w^2}{2g} = \frac{1}{2g}\,(0{,}75^2 + 2\operatorname{cotg} 24^0\, v_e) = 0{,}503$$

$$w_a = \sqrt{0{,}75^2 + v_a^2} = 2{,}860.$$

$$\operatorname{cotg}\delta = \frac{v_e}{0{,}75^2} = 3{,}680;\ \delta = 15^0\,12'.$$

Setzt man nun voraus, daß durch die Reibungswiderstände ein Gefällverlust von $z = 0{,}14\,h = 0{,}35$ m entstehe, das wirksame Gefälle daher zu $h_w = 2{,}5 - 0{,}35 = 2{,}15$ m sich stellt, so hat man die vorstehend berechneten Gefälle mit $\frac{2{,}15}{0{,}503} = 4{,}274$ und die Geschwindigkeiten mit $\sqrt{4{,}274} = 2{,}067$ zu multipliciren. Man erhält dann

$$c_{ne} = 2{,}067\text{ m},\ c_{na} = 1{,}550\text{ m},$$

ferner die Eintrittsgeschwindigkeiten des Wassers

$$c_e = 5{,}083\text{ m}$$

und die Radgeschwindigkeiten

$$v_e = 4{,}279\text{ m und } v_a = 5{,}705\text{ m}.$$

Ebenso erhält man das Nutzgefälle

$$h_n = 4{,}274\,.\,0{,}474 = 2{,}026\text{ m},$$

so daß der hydraulische Wirkungsgrad $\eta_h = \frac{2{,}026}{2{,}5} = 0{,}810$ folgt. Das Reactionsgefälle berechnet sich zu

$$h_p = 4{,}274\,.\,0{,}195 = 0{,}833\text{ m},$$

so daß von der ausgeübten Nutzwirkung $\frac{0{,}833}{2{,}026} = 0{,}411$ oder ca. 41 Procent durch Reaction nutzbar gemacht werden.

Um die Dimensionen des Rades zu bestimmen, sei die axial gerichtete Höhe desselben zwischen den beiden Kränzen etwa

$$b = 0{,}3\, r_a = 0{,}4\, r_i$$

gesetzt. Alsdann findet man den äußeren Halbmesser r_a aus

$$Q = 2\pi r_a b c_{na} = 2 \,.\, 3{,}1415 \,.\, 0{,}3\, r_a^2 \,.\, 1{,}55 = 1 \text{ cbm},$$

woraus

$$r_a = \sqrt{\frac{1}{2{,}9216}} = 0{,}585 \text{ m}$$

folgt; der innere Halbmesser ist dabei $r_e = 0{,}439$ m und die lichte Höhe zwischen den Kränzen 0,175 m.

Die Umdrehungszahl des Rades erhält man zu $\frac{60 \,.\, 5{,}705}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 0{,}585} = 93{,}1$ pr. Minute und die zu erwartende Leistung ergiebt sich, abgesehen von der Zapfenreibung und dem Wasserverluste durch den Spalt zu

$$N = \eta_h \frac{Q h \gamma}{75} = \frac{0{,}810 \,.\, 1 \,.\, 2{,}5 \,.\, 1000}{75} = 27 \text{ Pferdekraft}.$$

Nimmt man für das Leitrad 20 und für das Laufrad 24 Schaufeln von 7 mm Dicke an, so ergiebt sich die lichte normale Weite der Leitradausmündungen zu

$$\frac{2 \,.\, \pi \,.\, 439}{20} \sin 24 - 7 = 56 - 7 = 49 \text{ mm},$$

gleich $\frac{49}{175} = 0{,}28$ der lichten Radhöhe. Desgleichen berechnet sich die lichte normale Weite der Radcanäle am äußeren Umfange zu

$$\frac{2 \,.\, \pi \,.\, 585}{24} \sin 15^0\, 12' - 7 = 40 - 7 = 33 \text{ mm}.$$

Wenn man diesen Schaufelzahlen und Stärken entsprechend durch das bekannte Diagramm die Stoßgeschwindigkeiten und mit einem Reibungscoefficienten von 0,05 die Reibungsverluste ermittelt, so erhält man folgende Gefällhöhen für die Reibung:

$$z_{\zeta l} = 0{,}091 \text{ m}; \; z_{\zeta r} = 0{,}089 \text{ m},$$

und für die Stoßverluste wegen der Schaufeldicken:

$$z_{s1} = 0{,}012 \text{ m}, \; z_{s2} = 0{,}057 \text{ m im Leitrade},$$
$$z_{s3} = 0{,}017 \text{ m}, \; z_{s4} = 0{,}162 \text{ m im Laufrade}.$$

Die Summe aller dieser Gefällverluste beträgt 0,428 m, also mehr als von vornherein für z (0,35 m) angenommen wurde. Man erkennt aus den vorstehenden Zahlen, daß hauptsächlich der Verlust an Geschwindigkeit beim Austritte des Wassers aus dem Rade ($z_{s4} = 0{,}162$ m) diesen großen Verlust bedingt, was durch den kleinen Werth von δ ($15^0\, 12'$) sich erklärt.

Man kann durch Zuschärfung beziehungsweise Verdünnung der Schaufelbleche diesen Verlust herabziehen, und erhält z. B., wenn die Schaufelbleche an den Ausmündungen des Rades bis auf 5 mm verjüngt werden, den Verlust $z_{s4} = 0{,}086$ m, so daß unter dieser Voraussetzung die ganze Verlusthöhe sich zu $z = 0{,}352$ m herausstellt, welcher Werth mit dem oben angenommenen hinreichend übereinstimmt.

Man erkennt übrigens aus dem oben gefundenen geringen Werthe von $z_{s3} = 0{,}017$ m, welcher dem Eintritte in das Laufrad entspricht, daß die gewöhnlich beliebte Zuschärfung der Anfänge der Radschaufeln nur wenig Vortheil gewähren kann, und vielmehr eine Verdünnung der Schaufelbleche nach den Ausmündungen hin angezeigt erscheint.

3. Francis'sche Turbine. Es möge die Aufgabe vorliegen, für ein Gefälle von $h = 4$ m und ein Wasserquantum $Q = 0{,}5$ cbm pr. Secunde eine äußere Radialturbine zu construiren, welche das Wasser mit einer normalen Austrittsgeschwindigkeit von $c_{na} = 2{,}2$ m entläßt und zur möglichsten Verminderung des Wasserverlustes durch den Spalt mit einem Reactionsverhältnisse arbeitet, welches den Werth 0,10 nicht übersteigt. Das Verhältniß der Halbmesser sei zu $\frac{r_e}{r_a} = r = {}^4/_3$ vorausgesetzt.

Nimmt man hier die Widerstandshöhe $z = 0{,}5$ m, also das wirksame Gefälle zu $h_w = h - z = 3{,}5$ m an, so hat man der Voraussetzung gemäß das nutzbare Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{{c_{na}}^2}{2\,g} = 3{,}5 - 0{,}051 \,.\, 2{,}2^2 = 3{,}253 \text{ m}.$$

Der gestellten Bedingung gemäß ist

$$h_\rho = 0{,}1\, h_n = 0{,}325 \text{ m},$$

und da nach (51)

$$h_w = h_c + h_\rho$$

ist, so hat man die zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit c_e verwendete Geschwindigkeitshöhe

$$h_c = h_w - h_\rho = 3{,}5 - 0{,}325 = 3{,}175 \text{ m},$$

woraus die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers

$$c_e = \sqrt{2\,g\,h_c} = 4{,}429\,\sqrt{3{,}175} = 7{,}892 \text{ m}$$

folgt. Da nun die radiale Componente der Eintrittsgeschwindigkeit

$$c_{ne} = \frac{c_{na}}{\nu} = {}^3/_4\, 2{,}2 = 1{,}65 \text{ m}$$

ist, so hat man deren horizontale Componente

$$c_e \cos\alpha = \sqrt{{c_e}^2 - {c_{ne}}^2} = \sqrt{7{,}892^2 - 1{,}65^2} = 7{,}718 \text{ m},$$

und daher aus (35) die Geschwindigkeit v_e des Eintrittsumfanges

$$v_e = g\,\frac{h_n}{c_e \cos\alpha} = 9{,}81\,\frac{3{,}253}{7{,}718} = 4{,}135\text{ m}$$

und diejenige des inneren Umfanges

$$v_a = 0{,}75\,.\,4{,}135 = 3{,}101\text{ m}.$$

Man hat nunmehr für den Winkel α der Leitschaufeln

$$\sin\alpha = \frac{c_{ne}}{c_e} = \frac{1{,}65}{7{,}892} = 0{,}2091;\ \alpha = 12^0\,4'$$

und für den Anfang der Radschaufeln

$$cotg\,\beta = \frac{c_e\cos\alpha - v_e}{c_{ne}} = \frac{7{,}718 - 4{,}135}{1{,}65} = 2{,}172;\ \beta = 24^0\,44'.$$

Ebenso folgt die Neigung δ des letzten Schaufelelements gegen den inneren Radumfang aus

$$cotg\,\delta = \frac{v_a}{c_{na}} = \frac{3{,}101}{2{,}2} = 1{,}409 \text{ zu } \delta = 35^0\,21'.$$

Will man behufs der Berechnung der Reibungswiderstände die relativen Geschwindigkeiten kennen, so hat man

$$w_e = \frac{c_{ne}}{\sin\beta} = \frac{1{,}65}{0{,}4183} = 3{,}944\text{ m}$$

und

$$w_a = \frac{c_{na}}{\sin\delta} = \frac{2{,}2}{0{,}5786} = 3{,}802\text{ m}.$$

Die relative Austrittsgeschwindigkeit wird hier also trotz der Reactionswirkung kleiner, als die relative Eintrittsgeschwindigkeit, was dem Einflusse der Centrifugalkraft zuzuschreiben ist.

Nimmt man die lichte Höhe zwischen den Kränzen hier zu $b = 0{,}25\,r_e$ an, so erhält man den Eintrittshalbmesser aus

$$Q = 0{,}5\text{ cbm} = 2\pi\,.\,r_e^2\,.\,0{,}25\,c_{ne} = 6{,}283\,.\,0{,}25\,.\,1{,}65\,.\,r_e^2 = 2{,}5917\,r_e^2$$

zu

$$r_e = \sqrt{0{,}1929} = 0{,}439\text{ m},$$

daher den inneren Halbmesser

$$r_a = {}^3/_4\,r_e = 0{,}329\text{ m}.$$

und die lichte Radhöhe $b = 0{,}110$ m.

Das Rad macht pr. Minute $\frac{60\,.\,4{,}135}{2\,.\,\pi\,.\,0{,}439} = 90$ Umdrehungen. Der hydraulische Wirkungsgrad bestimmt sich zu

$$\eta_h = \frac{h_n}{h} = \frac{3{,}253}{4} = 0{,}813$$

und die zu erwartende Leistung, abgesehen von dem Wasserverluste durch den Spalt und die Zapfenreibung berechnet sich zu

$$N = \frac{0{,}813 \,.\, 0{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 4}{75} = 21{,}7 \text{ Pferdekraft.}$$

Bestimmt man durch das Diagramm in bekannter Weise die Widerstände des Wassers, so findet sich, daß hier der Stoßverlust, welcher dem Austritte des Wassers aus dem Leitrade entspricht, wegen des kleinen Winkels α sehr bedeutend ausfällt, weswegen es bei den äußeren Radialturbinen angezeigt erscheint, die Enden der Leitschaufeln möglichst zuzuschärfen.

Es möge für die vorliegende Turbine auch der Wasserverlust durch den Spalt bestimmt werden. Derselbe ist außer von dem Querschnitte der dem Wasser dargebotenen Oeffnungen wesentlich abhängig von der Größe des Ueberdruckes, um welchen die Pressung im Innern des Spalts größer ist, als außerhalb. Es ist leicht zu ersehen, daß dieser Ueberdruck im Spalte um die Widerstandshöhe z_r, welche den Nebenhindernissen beim Durchgange durch das Rad entspricht, größer sein muß, als die Reactionsdruckhöhe h_ρ, indem dieser Ueberdruck genügen muß, um neben der Reactionswirkung auch noch die schädlichen Widerstände beim Durchgange durch das Rad zu überwinden.

Diese Widerstände entstehen aus den Geschwindigkeitsverlusten c_{s3} und c_{s4} beim Eintritte in das Rad und beim Austritte aus demselben, und aus der Reibung in den Radcanälen. Die Gefällverluste, welche diesen drei Widerständen entsprechen, und welche nach den Formeln der §§. 123 bis 125 leicht berechnet werden können, wurden graphisch aus dem Diagramm bestimmt. Hierbei ergaben sich bei Annahme einer Schaufeldicke $d = 7$ mm und bei 24 Radschaufeln, sowie bei einem Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}062$, die Werthe $z_{s3} = 0{,}026$ m, $z_{s4} = 0{,}021$ m, $z_{\zeta r} = 0{,}066$ m, also zusammen $z_r = 0{,}113$ m. Daher entspricht der Spaltenüberdruck einer Wassersäule von

$$h_{sp} = h_\rho + z_r = 0{,}325 + 0{,}113 = 0{,}438 \text{ m.}$$

Als Oeffnung hat man nun hier den ringförmigen Schlitz zwischen den unteren Radkränzen vom Halbmesser $r_e = 0{,}439$ m und einer Breite anzusehen, welche jedenfalls nicht unter 3 mm wird betragen können. Unter Annahme dieser geringsten Weite ergiebt sich daher die Durchgangsöffnung

$$2\pi \,.\, 0{,}439 \,.\, 0{,}003 = 0{,}0083 \text{ qm.}$$

Setzt man nun einen Ausflußcoefficienten für Oeffnungen in dünner Wand

von etwa 0,6 voraus, so bestimmt sich das pr. Secunde ungenützt durch den Spalt fließende Wasser zu

$$\Delta Q = 0{,}6 \,.\, 0{,}0083 \sqrt{2g \,.\, 0{,}438} = 0{,}00498 \,.\, 2{,}931 = 0{,}0146 \text{ cbm.}$$

Dies repräsentirt also im Vergleich mit dem vorhandenen Aufschlagquantum von 0,5 cbm einen procentischen Verlust von $\frac{0{,}0146}{0{,}5} = 0{,}029$ gleich circa 3 Proc., und man hätte daher den oben gefundenen Werth des hydraulischen Wirkungsgrades von 0,813 in dem Verhältniß $\frac{0{,}4854}{0{,}5} = 0{,}97$ zu reduciren, so daß dann $\eta_h = 0{,}97 \,.\, 0{,}813 = 0{,}789$ folgt. Man erkennt hieraus, wie die Größe dieses Wasserverlustes unter sonst gleichen Verhältnissen wesentlich mit der Reactionswirkung steigt. Würde die vorstehende Turbine z. B. mit einem Reactionsverhältnisse $\varepsilon = {}^1/_2$ arbeiten, so wäre $h_\rho = {}^1/_2 h_n = 1{,}627$ m und der Spaltenüberdruck $h_{sp} = 1{,}627 + 0{,}113 = 1{,}740$ m, wodurch der Wasserverlust im Verhältniß $\sqrt{\frac{1{,}740}{0{,}438}} = 2$ mal größer, also etwa gleich 6 Proc. ausfallen würde. Dagegen fällt bei einer reinen Actionsturbine dieser Verlust ganz fort, da hier ein Spaltenüberdruck nicht vorhanden ist.

4. Tangentialrad. Es soll für ein Gefälle von 12 m und ein Wasserquantum $Q = 0{,}10$ cbm ein Tangentialrad entworfen werden, welchem das Wasser unter einem Neigungswinkel $\alpha = 12^0$ gegen den äußeren Umfang zugeführt wird.

Da man Tangentialräder aus später zu erkennenden Gründen ohne Reaction arbeiten läßt, so ist $h_\rho = 0$ anzunehmen, weshalb hierdurch und durch den Winkel α die Turbine vollständig bestimmt ist. Legt man für die Halbmesser hier ein Verhältniß $\nu = \frac{r_e}{r_a} = {}^5/_4$ zu Grunde, so erhält man den Winkel β aus Gleichung (53) durch

$$cotg\,\beta = \frac{cos\,2\alpha + \nu^2\, sin^2\alpha}{sin\,2\alpha} = \frac{0{,}9136 + 1{,}25^2 \,.\, 0{,}2079^2}{0{,}4067}$$

$$= 2{,}412;\ \beta = 22^0\,31'.$$

Um die Geschwindigkeiten zu bestimmen, hat man hier die Austrittsgeschwindigkeit $c_e = \sqrt{2g\,(h - z_o - z_l)}$, wenn z_l die Widerstandshöhe im Leitapparate und z_o diejenige im Zuführungsrohre sind, während, wie schon in §. 126 angeführt wurde, die Widerstände z_r im Rade hier auf Kosten der relativen Geschwindigkeit w_e überwunden werden müssen. Nimmt man etwa $z_o + z_l = 0{,}09\,h$ und $z_r = 0{,}06\,h$ an, so erhält man die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Leitrade

$$c_e = 4{,}429\sqrt{0{,}91\,.\,12} = 14{,}638\text{ m}$$

und daher folgt nach (16)

$$v_e = c_e\,\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = 14{,}638\,.\,\frac{\sin 10^0\,31'}{\sin 22^0\,31'} = 6{,}976$$

und

$$w_e = c_e\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 14{,}638\,.\,\frac{\sin 12^0}{\sin 22^0\,31'} = 7{,}946\text{ m}.$$

Die Geschwindigkeit am inneren Umfange ist

$$v_a = {}^4/_5\,.\,6{,}976 = 5{,}581\text{ m}.$$

Da durch die Reibungswiderstände beim Durchgange durch die Radcanäle etwa eine Geschwindigkeit gleich $c_{\zeta r} = 0{,}25\,w_e = 2$ m verloren geht, so behält die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a nach (120) den Werth

$$w_a = \sqrt{w_e^2 - c_{\zeta r}^2 + v_a^2 - v_e^2} = \sqrt{7{,}946^2 - 4 + 5{,}581^2 - 6{,}976^2}$$
$$= 6{,}452\text{ m}.$$

Soll das Wasser nun radial austreten, so hat man dem letzten Schaufelelemente des Rades gegen den inneren Umfang eine Neigung δ zu geben, welche durch

$$\cos\delta = \frac{v_a}{w_a} = \frac{5{,}581}{6{,}452} = 0{,}8650,$$

zu $\delta = 30^0\,7'$ gegeben ist.

Es muß bemerkt werden, daß bei solchen von außen beaufschlagten Tangentialrädern immer noch zu untersuchen ist, ob der im Innern vorhandene Austrittsquerschnitt des Rades mit Rücksicht auf die Schaufeldicken genügt, um das unter der Voraussetzung reiner Actionswirkung aus dem Einlaßapparate austretende Wasserquantum auch wirklich hindurch zu lassen. Die radiale Austrittsgeschwindigkeit ist durch $w_a \sin\delta$, in dem vorliegenden Falle durch $6{,}452\,.\,\sin 30^0\,7' = 3{,}237$ m gegeben, während die radiale Eintrittsgeschwindigkeit durch $c_e \sin\alpha = 14{,}638\,\sin 12^0 = 3{,}043$ m ausgedrückt ist. Da nun die Halbmesser und bei parallelen Radkränzen auch die Oeffnungen $F_a : F_e$ wie 4 zu 5 sich verhalten, so ist leicht zu erkennen, daß, wenn durch die Schaufeldicken eine Versperrung des Einlaufs nicht stattfände, die oben gefundene radiale Austrittsgeschwindigkeit von 3,237 m zu klein sein würde, da die radiale Eintrittsgeschwindigkeit $c_{ne} = 3{,}043$ m eine radiale Austrittsgeschwindigkeit von $\nu\,.\,c_{ne} = 1{,}25\,.\,3{,}043 = 3{,}804$ m erfordern würde. Nun wird zwar, wie in §. 124 bemerkt wurde, wegen der Versperrung des Einlaufs durch die Radschaufeln eine vollständige Ausfüllung der Radcanäle beim Eintritte nicht stattfinden, immerhin aber hat man zu untersuchen, ob der Austrittsquerschnitt die genügende Größe hat. Wenn das letztere nicht der Fall ist, so hat man entweder die Weite zwischen

den Kränzen am Austrittsumfange entsprechend zu vergrößern, wie dies bei den Girard'schen Turbinen (s. unten) geschieht, oder man muß, wenn dies nicht geschehen soll, auf den normalen Austritt verzichten, indem man den Winkel δ so bestimmt, daß die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a eine radiale Componente hat, wie sie durch die Querschnittsverhältnisse gefordert wird.

Um den Durchmesser des Tangentialrades zu bestimmen, kann man noch eine gewisse willkürliche Annahme, z. B. eine solche über die Umdrehungszahl des Rades, machen. Es möge im vorliegenden Falle etwa die Bedingung gestellt sein, daß das Rad in jeder Minute 120 Umdrehungen machen soll, so bestimmt sich der äußere Halbmesser r_e durch

$$2\pi r_e \,.\, 120 = 60\,.\,v_e = 60\,.\,6{,}976 = 418{,}56 \text{ m}$$

zu $r_e = 0{,}555$ m und der innere Halbmesser zu

$$r_a = 0{,}8\,.\,0{,}555 = 0{,}444 \text{ m},$$

daher die Kranzbreite zu 0,111 m.

Nimmt man nun an, der in zwei diametral gegenüber angeordneten Mundstücken bestehende Einlauf erstrecke sich auf $^1/_8$ des äußeren Umfanges, so beträgt die peripherische Länge jedes Mundstückes $^1/_{16}\, 2\pi r_e = 0{,}218$ m. Sind in jedem Einlaufe zwei Leitschaufeln von 6 mm Dicke angebracht, so wird durch dieselben die lichte Breite des Mundstückes um

$$\frac{2\,.\,0{,}006}{\sin 12^0} = 0{,}058 \text{ m}$$

beschränkt, so daß im Umfange gemessen eine Breite von 0,218 — 0,058 = 0,160 m verbleibt. Von dieser Oeffnung wird nun noch ein gewisser Theil durch die vorübergehenden Radschaufeln versperrt, und zwar kann man bei 40 Radschaufeln annehmen, daß durchschnittlich $^{40}/_{16} = 2{,}5$ vor einem Mundstücke stehen, daher von dessen lichter Oeffnung

$$\frac{2{,}5\,.\,0{,}006}{\sin 22^0\,31'} = 0{,}040 \text{ m}$$

versperren. Sonach verbleibt als peripherische lichte Oeffnung jedes Einlaufs 0,160 — 0,040 = 0,120 m, durch welche Oeffnung das Wasser mit einer radialen Geschwindigkeit $c_e \sin\alpha = 14{,}638\,.\sin 12^0 = 3{,}043$ m hindurchtritt. Um daher die axiale Breite b der Einläufe und des Rades zu erhalten, setzt man

$$Q = 0{,}1 \text{ cbm} = 2\,.\,0{,}120\, b\,.\,3{,}043,$$

woraus

$$b = 0{,}137 \text{ m}$$

folgt. Das Wasser, welches mit $c_e = 14{,}638$ m Geschwindigkeit durch den

Spalt tritt, hat unmittelbar vor dem Austritte wegen der Versperrung durch die Radschaufeln eine Geschwindigkeit von nur

$$\frac{0{,}120}{0{,}160}\,14{,}638 = 10{,}978 \text{ m},$$

so daß in Folge der plötzlichen Geschwindigkeitsänderung eine Gefällhöhe

$$z_{sp} = \frac{(14{,}638 - 10{,}978)^2}{2\,g} = 0{,}051\,.\,13{,}396 = 0{,}683 \text{ m}$$

verloren geht, welcher Verlust sich indessen durch geeignete Zuschärfung der Anfänge der Radschaufeln entsprechend herabziehen läßt.

Da die im Anfange gemessene freie Oeffnung für 2,5 Schaufeln des Rades außen

$$^1/_{16}\,2\,\pi\,.\,0{,}555 - {}^5/_2\,\frac{0{,}006}{\sin 22^0\,31'} = 0{,}218 - 0{,}040 = 0{,}178 \text{ m}$$

beträgt, so ergiebt sich, daß das in das Rad eintretende Wasser den Querschnitt der Radcanäle nur in dem Verhältnisse

$$\frac{0{,}120}{0{,}178} = 0{,}67 \text{ oder zu nahe } {}^2/_3$$

erfüllt.

Ebenso findet man den lichten Austrittsquerschnitt für $^1/_{16}$ des Rades zu

$$^1/_{16}\,2\,\pi\,.\,0{,}444 - {}^5/_2\,\frac{0{,}006}{\sin 30^0\,7'} = 0{,}174 - 0{,}030 = 0{,}144 \text{ m}.$$

Demnach würde dieser Austrittsquerschnitt, wenn er gänzlich vom Wasser erfüllt sein sollte, mit einer Radialgeschwindigkeit von nur

$$\frac{0{,}120}{0{,}144}\,3{,}043 = 2{,}536 \text{ m}$$

durchflossen werden müssen. Da nun aber oben gefunden wurde, daß die radiale Ausflußgeschwindigkeit

$$w_a \sin 30^0\,7' = 3{,}237 \text{ m}$$

beträgt, so erkennt man hieraus, daß auch die Austrittsöffnung der Canäle trotz des geringeren Halbmessers noch nicht vollständig, sondern nur im Verhältniß

$$\frac{2{,}536}{3{,}237} = 0{,}79,$$

also noch nicht zu $^4/_5$ gefüllt sein wird.

Der Wirkungsgrad des Tangentialrades würde sich nun mit obigen Verlusten, nämlich $0{,}09\,h = 1{,}08$ m im Zuführungsrohre und Leitapparate $z_{sp} = 0{,}683$ m im Spalte, ferner

$$z_r = \frac{c_{\zeta r}^2}{2g} = \frac{4}{2g} = 0{,}204 \text{ m}$$

in den Radcanälen und wegen der Austrittsgeschwindigkeit

$$\frac{3{,}237^2}{2g} = 0{,}534 \text{ m}$$

zu

$$\eta_h = \frac{12 - 1{,}08 - 0{,}683 - 0{,}204 - 0{,}534}{12} = \frac{9{,}499}{12} = 0{,}791$$

und die Leistung zu

$$N = \frac{0{,}791 \,.\, 0{,}1 \,.\, 1000 \,.\, 12}{75} = 12{,}66 \text{ Pferdekraft}$$

stellen, wenn nicht ein bedeutendes Wasserquantum durch den Spaltzwischenraum verspritzte. Diesen erfahrungsmäßig beträchtlichen Verlust muß man sich aus den kräftigen Stoßwirkungen erklären, welche das mit der großen Geschwindigkeit von 14,638 m ausströmende Wasser gegen die Schaufelenden ausübt, da ein Spaltenüberdruck, welcher das Wasser heraustreiben könnte, hier nicht vorhanden ist.

5. Schottische Turbine. Die im vorhergehenden Beispiele zu Grunde gelegte Wasserkraft von $Q = 0{,}1$ cbm und $h = 12$ m Gefälle soll durch eine schottische Turbine ausgenutzt werden, deren äußere Umfangsgeschwindigkeit 12 m betragen und welcher das Wasser im Innern mit 1,5 m Geschwindigkeit zufließen soll.

Es sei hier ein Halbmesserverhältniß $\nu = \frac{r_e}{r_a} = {}^1/_3$ und ein Verhältniß der peripherisch gemessenen Oeffnungen $\chi = \frac{F_e}{F_a} = 1{,}5$ vorausgesetzt. Alsdann hat man die Radgeschwindigkeit des Eintrittsumfanges

$$v_e = \nu v_a = {}^{12}/_3 = 4 \text{ m}$$

und erhält daher zur Vermeidung des Stoßes beim Eintritte den Anfangswinkel β durch

$$cotg\, \beta = \frac{v_e}{c_e} = \frac{4}{1{,}5} = 2{,}6667; \text{ zu } \beta = 159^0\, 26'.$$

Nimmt man die hydraulischen Nebenhindernisse des Wassers in der Zuleitungsröhre, dem Einführungsapparate und dem Rade zu

$$z = 0{,}12\, h = 1{,}44 \text{ m}$$

an, so verbleibt als wirksames Gefälle

$$h_w = 12 - 1{,}44 = 10{,}56 \text{ m},$$

und man erhält aus (74) den Winkel δ, unter welchem das letzte Element der Radcanäle gegen den Umfang zu neigen ist. Man hat hiernach nämlich:

$$\frac{\chi^2}{\sin^2\delta} = \frac{2gh_w}{c_e^2} + \frac{cotg^2\beta}{\nu^2} = \frac{2.9{,}81.10{,}56}{2{,}25} + \frac{2{,}6667^2}{1/9} = 156{,}0832,$$

woraus

$$\sin\delta = \frac{1{,}5}{\sqrt{156{,}083}} = 0{,}1201;\ \delta = 6^0\,54'$$

folgt. Das Reactionsgefälle hat man gleich

$$h_\rho = h_w - \frac{c_e^2}{2g} = 10{,}56 - 0{,}115 = 10{,}445\ \text{m},$$

und die absolute Austrittsgeschwindigkeit nach (76) zu

$$c_a = c_e\sqrt{\frac{\chi^2}{\sin^2\delta} + \frac{cotg^2\beta}{\nu^2} - 2\,\frac{\chi}{\nu}\,cotg\,\beta\,cotg\,\delta}$$

$$= 1{,}5\sqrt{156{,}083 + 64 - 2\,\frac{1{,}5}{1/3}\,2{,}6667.8{,}2635}$$

$$= 1{,}5\sqrt{21{,}758} = 7{,}0\ \text{m}.$$

Demgemäß ist das nutzbar gemachte Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{c_a^2}{2g} = 10{,}56 - 0{,}051.7^2 = 10{,}56 - 2{,}499 = 8{,}061\ \text{m}$$

und daher der hydraulische Wirkungsgrad, von Wasserverlusten abgesehen, nur

$$\eta_h = \frac{8{,}061}{12} = 0{,}672.$$

Um die Durchmesser zu bestimmen, nehme man für das Zuführungsrohr eine Wassergeschwindigkeit von 1 m an, so ist dessen Querschnitt

$$\pi r_o^2 = 0{,}1\ \text{qm},$$

also der Halbmesser $r_o = 0{,}179$ m. Nimmt man daher den inneren Halbmesser des Rades zu $r_e = 0{,}2$ m an, so findet man die axiale Höhe b der Canäle aus

$$Q = 0{,}1 = 2\pi r_e b\,.\,c_e = 1{,}885\,b$$

zu

$$b = \frac{0{,}1}{1{,}885} = 0{,}053\ \text{m}.$$

Die Länge der Eintrittsöffnung beträgt, da das Wasser auf dem ganzen inneren Umfange eintritt, $2\pi r_e = 1{,}257$ m, daher die peripherische Länge aller Ausflußmündungen zusammen $^2/_3\,.\,1{,}257 = 0{,}838$ m. Vertheilt man dieselbe auf drei Canäle, so erhält man für jeden derselben eine im

Umfange gemessene Oeffnung von $^1/_3 . 0{,}838 = 0{,}279$ m, und sonach hat man die lichte Normalweite jeder Oeffnung gleich:

$$0{,}279 \; . \; sin \; 6^0 54' = 0{,}034 \text{ m}.$$

Der äußere Radhalbmesser ist

$$r_a = \nu r_e = 3 . 0{,}2 = 0{,}6 \text{ m},$$

und daher die Umdrehungszahl der Turbine pr. Minute

$$\frac{60 . 12}{2 \pi . 0{,}6} = 190{,}7.$$

Die Leistung würde sich mit dem oben berechneten Wirkungsgrade zu

$$N = \frac{0{,}672 . 0{,}1 . 1000 . 12}{75} = 10{,}75 \text{ Pferdekraft}$$

ergeben. Hiervon geht aber ein beträchtlicher Theil noch durch die Reibung an der Dichtungsfläche zwischen dem Einlaufe und dem Rade verloren, denn die bedeutende Größe des Reactionsgefälles ($h_\rho = 10{,}445$ m) erfordert, daß man an dieser Stelle eine sorgfältige Dichtung vorzunehmen hat, wenn sich nicht ein sehr beträchtlicher Wasserverlust durch den Spalt einstellen soll.

Wenn man anstatt einer schottischen Turbine ein Althans'sches Reactionsrad nach Art der Fig. 291 mit radial angesetzten Schwungröhren anwenden will, so sei etwa $\nu = \frac{r_e}{r_a} = {}^1/_5$ vorausgesetzt und angenommen, daß das Wasser die Schwungröhren mit einer absoluten Geschwindigkeit c_a verlasse, welche gleich der halben Umlaufsgeschwindigkeit v_a am äußeren Umfange ist. Hiernach, und mit $v_e = {}^1/_5 v_a$ erhält man dann, wenn wieder $h_w = h - 0{,}12 h = 10{,}56$ m gesetzt wird, nach (85):

$$2 . 9{,}81 . 10{,}56 = {}^1/_4 v_a^2 + 2 . {}^1/_2 v_a^2 + 2 . {}^1/_{25} v_a^2 = 1{,}33 \, v_a^2,$$

woraus die äußere Umfangsgeschwindigkeit

$$v_a = \sqrt{\frac{2 . 9{,}81 . 10{,}56}{1{,}33}} = 12{,}48 \text{ m},$$

also

$$c_a = 6{,}24 \text{ m} \text{ und } v_e = 2{,}49 \text{ m}$$

folgt. Das Rad würde also bei einem Halbmesser der Schwungröhren $r_a = 1$ m pr. Minute

$$\frac{60 . 12{,}48}{2 . 3{,}1415} = 119 \text{ Umdrehungen}$$

machen.

Das nutzbare Gefälle erhält man dann nach (86) zu

$$h_n = \frac{2 c_a v_a + v_e^2}{2 g} = \frac{2 . 6{,}24 . 12{,}48 + 2{,}49^2}{2 . 9{,}81} = 8{,}254 \text{ m},$$

so daß der Wirkungsgrad sich zu

$$\eta_h = \frac{h_n}{h} = \frac{8{,}254}{12} = 0{,}688$$

stellt.

6. Cadiat'sche Turbine. Es mögen schließlich noch die Verhältnisse einer Cadiat'schen Turbine bestimmt werden, welche für dasselbe Gefälle $h = 2{,}5$ m und dasselbe Wasserquantum $Q = 1$ cbm construirt ist, wie die im Beispiel 2 berechnete Fourneyron'sche Turbine.

Das Verhältniß der Halbmesser möge zu $\nu = \frac{r_e}{r_a} = {}^4/_5$ angenommen werden, und es soll die radiale Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers $c_{ne} = 2{,}5$ m betragen. Setzt man hier die Reibungswiderstände wegen des Fortfalls der Leitschaufeln zu nur $0{,}10\,h = 0{,}25$ m voraus, so hat man $h_w = 2{,}25$ m in Rechnung zu stellen.

Nimmt man den Winkel $\beta = 150^0$ an, so ergiebt sich die Radgeschwindigkeit innen zu

$$v_e = c_e \operatorname{cotg}\beta = 2{,}5 \,.\, 1{,}732 = 4{,}330 \text{ m}$$

und außen zu

$$v_a = {}^5/_4 \,.\, 4{,}330 = 5{,}413 \text{ m}.$$

Den Winkel δ des letzten Schaufelelements erhält man aus (69)

$$\frac{v^2}{\sin^2\delta} = \frac{2\,g h_w}{{c_e}^2} + \frac{\operatorname{cotg}^2\beta}{\nu^2} = \frac{2\,.\,9{,}81\,.\,2{,}25}{2{,}5^2} + \frac{1{,}732^2}{0{,}8^2}$$
$$= 7{,}0632 + 4{,}6875 = 11{,}7507,$$

wodurch

$$\sin\delta = \sqrt{\frac{0{,}64}{11{,}7507}} = 0{,}2334 \text{ und } \delta = 13^0\,30'$$

folgt.

Man hat ferner das Reactionsgefälle

$$h_p = h_w - \frac{{c_e}^2}{2\,g} = 2{,}25 - 0{,}051\,.\,2{,}5^2 = 2{,}25 - 0{,}319 = 1{,}931 \text{ m}$$

und die absolute Austrittsgeschwindigkeit nach (71):

$$c_a = c_e \sqrt{\frac{\nu^2}{\sin^2\delta} + \frac{\operatorname{cotg}^2\beta}{\nu^2} - 2\operatorname{cotg}\beta\operatorname{cotg}\delta}$$
$$= 2{,}5\sqrt{11{,}7507 + 4{,}6875 - 14{,}4290} = 3{,}545 \text{ m}.$$

Es ist sonach das nutzbare Gefälle

$$h_n = h_w - \frac{{c_a}^2}{2\,g} = 2{,}25 - 0{,}051\,.\,3{,}545^2 = 1{,}610 \text{ m},$$

und daher der hydraulische Wirkungsgrad

$$\eta_h = \frac{1{,}610}{2{,}5} = 0{,}644.$$

Nimmt man die axiale Höhe des Rades $b = 0{,}4\, r_e$, so findet man den inneren Halbmesser r_e aus

$$Q = 1 \text{ cbm} = 2\,\pi r_e \,.\, 0{,}4\, r_e \,.\, 2{,}5 = 6{,}283\, r_e^2,$$

also

$$r_e = \sqrt{\frac{1}{6{,}283}} = 0{,}399 = 0{,}400 \text{ m},$$

den äußeren Halbmesser $r_a = 1{,}25\, r_e = 0{,}500$ m und die lichte Weite zwischen den Kränzen $b = 0{,}4\, r_e = 0{,}160$ m. Die Umdrehungszahl pr. Minute folgt zu

$$n = \frac{60 \,.\, 5{,}413}{2\,\pi \,.\, 0{,}500} = 103{,}4$$

und die Leistung, abgesehen von den Wasserverlusten und der Zapfenreibung:

$$N = 0{,}644\, \frac{1000 \,.\, 2{,}5}{75} = 21{,}5 \text{ Pferdekraft}$$

gegenüber 27 Pferdekraft der Fourneyron'schen Turbine unter Nr. 2.

§. 131. **Regulirung der Turbinen.** Jede Turbine ist mit einer Vorrichtung zur Regelung des Zuflusses zu versehen, nicht nur wegen der wechselnden Wassermengen, welche in verschiedenen Jahreszeiten zufließen, sondern auch mit Rücksicht auf die veränderliche Arbeitsleistung der von der Turbine zu betreibenden Arbeitsmaschinen. Zu dieser Regulirung die im Zuleitungs- oder Abflußrohre vorhandene Absperrvorrichtung zu benutzen, welche behufs der Inbetriebsetzung und der gänzlichen Abstellung der Turbine selbstredend angebracht sein muß, erscheint zwar am einfachsten, ist aber durchaus verwerflich, insofern eine derartige Regulirung stets mit ganz erheblicher Kraftvergeudung verbunden ist. Hiervon überzeugt man sich leicht durch folgende Betrachtung. Man nehme an, einer Turbine, welche im normalmäßigen Betriebe Q cbm Wasser in der Zeiteinheit durchgehen läßt, werde ein geringeres Quantum $\varkappa Q$ dadurch zugeführt, daß eine Schütze oder Drosselklappe im Zuführungsrohre theilweise verschlossen wird, während die Querschnitte des Leit- und Laufrades unverändert bleiben. Diese geringere Wassermenge $\varkappa Q$ wird dann durch die Leitcanäle nur mit einer kleineren Geschwindigkeit $\varkappa c$ fließen, wenn c die Geschwindigkeit im normalmäßigen Betriebszustande ist, zu welcher Geschwindigkeit ein Gefälle von $\frac{\varkappa^2 c^2}{2\,g} = \varkappa^2 h$ erforderlich ist. Die erwähnte Verringerung der Wassermenge von Q auf $\varkappa Q$ ist also nur erreichbar gewesen durch eine gleichzeitige Verkleinerung des

wirksamen Gefälles h auf den Betrag $\varkappa^2 h$, und es läßt sich daher nunmehr von der Wassermenge $\varkappa Q$ nur ein Effect $\varkappa^3 Qh$ erwarten. Wäre z. B. $\varkappa = 1/2$, so würde die Leistungsfähigkeit der halben Wassermenge nicht die Hälfte, sondern nur den achten Theil von derjenigen Q im normalmäßigen Betriebe betragen. Durch den Widerstand, welchen die Klappe der Bewegung des Wassers entgegensetzt, ist ein großer Theil des Gefälles vernichtet, so daß man eine derartige Regulirungsvorrichtung nicht unpassend als „Krafttödter“ *) bezeichnet hat. Die Wirkung ist genau ebenso unvollkommen, wenn man die Regulirung durch Verengung des Abflußquerschnitts, etwa mittelst der bei der Cadiat'schen Turbine, Fig. 285, beschriebenen Ringschütze, bewirkt. Durch theilweises Schließen derselben wird der Widerstand des abfließenden Wassers und damit der Gegendruck auf die Austrittsfläche erhöht, wodurch eben so gut ein entsprechendes Gefälle vernichtet wird, wie durch eine Verengung in der Zuleitung.

Diese Mittel, d. h. also Schützen, Klappen oder sonstige Abschlußmittel in der Zu- oder Ableitung des Wassers können daher nicht als regulirende, sondern nur als Abstellvorrichtungen betrachtet werden, die das Anlassen und Außerbetriebsetzen ermöglichen, und welche während des Betriebes der Turbine stets vollständig geöffnet werden müssen, wie gering auch die Wassermenge sein mag, welche auf die Turbine geschlagen wird.

Zur Regulirung des Wassers werden nur solche Mittel zweckmäßig verwendet werden können, welche auch bei verminderter Wassermenge den Coefficienten des Wirkungsgrades möglichst unverändert erhalten, denn es ist natürlich gerade bei geringem Wasserzufluß eine möglichst ökonomische Verwendung geboten. In dieser Beziehung zeichnen sich die ober- und mittelschlächtigen Räder vor den Turbinen wesentlich aus, indem bekanntlich bei jenen Zellenrädern mit einer tieferen Schützenstellung, also geringeren Beaufschlagung, der Füllungsgrad kleiner und daher der Wirkungsgrad größer wird. Bei den Turbinen dagegen ist das Gegentheil der Fall, mit einer geringeren Beaufschlagung sinkt der procentische Wirkungsgrad, wie die Erfahrung bisher überall bestätigt hat, und wie man auch aus allgemeinen Betrachtungen schließen kann. Die Anordnung eines guten Regulirungsapparats ist daher auch bei den Turbinen viel schwieriger, als bei den verticalen Wasserrädern, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird.

Die gute Wirkung einer vorhandenen Turbine hängt, wie aus den früheren Ermittelungen überall sich ergab, wesentlich von dem richtigen Verhältnisse der Wassergeschwindigkeit c_e zu der Radgeschwindigkeit v ab. Da nun die letztere in fast allen Fällen der Technik unveränderlich denselben Werth be-

*) S. d. Artikel von Hänel, Ztschr. d. V. d. Ing. 1861.

halten muß, so geht daraus hervor, daß man bei jeder Regulirung dafür wird sorgen müssen, auch die Eintrittsgeschwindigkeit c_e des Wassers auf demselben für den Betrieb vortheilhaftesten Betrage zu erhalten, gleichviel, ob man eine große oder kleine Wassermenge aufschlägt. Aus dieser Betrachtung folgt daher unmittelbar, daß eine zweckmäßige Regulirung der Turbinen nur durch Aenderung in dem Querschnitte der Zuleitungscanäle und unter Innehaltung der normalmäßigen Eintrittsgeschwindigkeit c_e geschehen kann. Hierauf beruhen denn auch alle die mancherlei Einrichtungen, welche zu dem vorliegenden Zwecke erdacht worden sind.

Eine Veränderung des Querschnitts der Leitcanäle läßt sich nun wesentlich in zweifacher Art bewirken, entweder durch den gänzlichen Abschluß einzelner oder durch die gleichmäßige Verengung aller Canäle. Diese beiden Methoden sind auch in der Praxis vielfach zur Anwendung gekommen, und beide entsprechen innerhalb gewisser Grenzen, wenn auch nicht vollkommen, so doch annähernd dem beabsichtigten Zwecke einer Regulirung ohne wesentliche Verringerung des Wirkungsgrades in dem Falle, wo die Turbine ohne Reaction, also als reine Druckturbine arbeitet. Bei allen Reactionsturbinen dagegen nimmt erfahrungsmäßig der Wirkungsgrad sehr schnell ab, sobald man eine Verkleinerung des Querschnitts der Leitcanäle vornimmt, und den Querschnitt des Laufrades unverändert läßt.

Von diesem verschiedenen Verhalten der Druckturbinen und der Reactionsräder kann man sich folgendermaßen Rechenschaft geben. Gesetzt, eine Turbine arbeite gänzlich ohne Reaction, so tritt das Wasser aus den Leitzellen mit einer Geschwindigkeit $c_e = \sqrt{2\,g h_w}$, welche dem ganzen wirksamen Gefälle entspricht, und in jeder Radzelle strömt, wie früher gezeigt worden, das Wasser in einem geschlossenen Strahle an der concaven Schaufelfläche entlang, ohne die Zelle gänzlich auszufüllen. Der Zwischenraum zwischen diesem Wasserstrahle und der convexen Zellenwand ist hierbei mit Luft erfüllt, denn es muß vorausgesetzt werden, daß das Rad in freier Luft umgeht, da die Druckturbinen beim Tauchen unter Wasser erfahrungsmäßig immer eine geringe Leistung geben, wenn sie nicht mit Rückschaufeln versehen sind, wovon in einem folgenden Paragraphen die Rede sein soll. Denkt man nun für eine solche Druckturbine sämmtliche Leitcanäle durch Schützen in einem gewissen Verhältnisse verengt, so werden zwar durch diese Verengungen neue Bewegungshindernisse veranlaßt, wodurch das wirksame Gefälle verringert wird; wenn man aber von diesen durch zweckmäßige Abrundung thunlichst klein zu machenden Nebenhindernissen absieht, so wird das Wasser auch jetzt noch mit derselben, dem ganzen wirksamen Gefälle entsprechenden Geschwindigkeit c_e, also ohne Stoß, in das Rad treten und durch dasselbe ebenso als geschlossener Wasserstrahl an der concaven

Schaufelfläche entlang strömen, wie bei der vollen Beaufschlagung. Alle einzelnen Geschwindigkeiten sind im Wesentlichen dieselben geblieben, und der einzige Unterschied besteht in der verminderten Dicke der passirenden Wasserstrahlen. Es erklärt sich sonach die in der Praxis stets beobachtete Erscheinung, daß solche Turbinen bei der gedachten verringerten Beaufschlagung einen Wirkungsgrad geben, welcher meist nur wenige Procente kleiner ist als derjenige des vollen Betriebes.

In ähnlicher Art erkennt man, daß auch die andere Art der Regulirung durch gänzlichen Abschluß einzelner Leitzellen den Wirkungsgrad der Druckturbinen nur unwesentlich beeinflussen kann. Durch ein solches Verschließen eines Theils der Leitcanäle wird nämlich aus der Vollturbine nunmehr eine Partialturbine, ähnlich dem Tangentialrade. Die einzelnen durch die Leitzellen strömenden Wasserkörper behalten jetzt dieselbe Dicke wie bei voller Beaufschlagung, aber sie treten in geringerer Anzahl auf. Die Radzellen erhalten nunmehr nicht ununterbrochen Wasser, sondern es findet für jede Radzelle immer eine Unterbrechung der Wasserzuführung statt, sobald diese Zelle einem geschlossenen Leitcanale gegenüber tritt. Es läßt sich erwarten, daß durch diese regelmäßig wiederkehrende Unterbrechung der einzelnen Strahlen gewisse Nebenhindernisse entstehen, und so erklärt es sich, warum bei dieser Art der Regulirung der Wirkungsgrad bei partieller Beaufschlagung zwar etwas geringer und zwar um so geringer ausfällt, je größer die Anzahl der geschlossenen Zellen zu derjenigen der geöffneten ist, aber diese Abnahme ist keineswegs eine derartig erhebliche, wie sie eintreten müßte, wenn die ganze Wirkungsweise des Wassers plötzlich eine unrichtige geworden wäre. Für diese Art der Regulirung ist es nicht gleichgültig, in welcher Aufeinanderfolge die geschlossenen und die offenen Canäle angeordnet werden. Es läßt sich leicht einsehen, daß die Nebenhindernisse um so größer ausfallen müssen, je häufiger die gedachten Unterbrechungen vorkommen, und daß z. B. bei einem Verschluß der Hälfte aller Leitcanäle diejenige Anordnung die unvortheilhafteste sein müßte, der zufolge regelmäßig ein offener mit einem geschlossenen Canale abwechselte. Andererseits würde aber der Abschluß aller Canäle des einen halben Umfanges aus dem Grunde nicht empfehlenswerth sein, weil dann wegen der einseitigen Beaufschlagung die Turbinenaxe einem starken Seitendrucke ausgesetzt sein würde. Man pflegt deshalb die betreffenden unten näher zu besprechenden Apparate meist so einzurichten, daß die Verschließung von Leitzellen stets an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen erfolgt. Hierbei erhält jede Radschaufel während eines Umganges zweimal Aufschlagwasser beim Passiren der geöffneten Zellen des Leitrades.

Ganz anders sind die Verhältnisse bei den Reactionsturbinen. Man hat bei diesen nach dem Früheren die Wirkung des Reactionsgefälles in der Beschleunigung zu erkennen, welche dem in das Rad einge-

tretenen Wasser durch die hinter ihm wirkende Pressung ertheilt wird. Diese Pressung wirkt auf das Wasser in den Radzellen offenbar von der Eintrittsseite her, d. h. von dem Oberwasser aus durch den Leitapparat hindurch, und es kann daher eine solche Wirkung an den Stellen nicht ausgeübt werden, wo durch den Schluß der Leitzellen das Oberwasser abgesperrt ist. Es dürfte hieraus folgen, daß bei den Reactionsturbinen überhaupt eine partielle Beaufschlagung niemals eine zweckentsprechende sein kann, denn die Pressung, welche auf das in die Radzellen getretene Wasser ausgeübt wird, verschwindet, sobald eine solche Zelle gegen einen abgeschlossenen Leitcanal tritt.

Auch eine Regulirung durch Verengung der Leitcanäle kann bei den Reactionsturbinen nicht zweckmäßig genannt werden, wie folgende Betrachtung zeigt. Gesetzt, eine Reactionsturbine arbeite bei dem wirksamen Gefälle h_w im normalmäßigen Zustande mit dem Reactionsgefälle h_ρ, so daß die Eintrittsgeschwindigkeit durch $c_e = \sqrt{2g(h_w - h_\rho)}$ dargestellt ist, und es möge dafür v die Radgeschwindigkeit sein, während mit w_e und w_a wieder die relativen Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten gemeint sein sollen. Man hat dann also bei Axialturbinen, welche hier der Einfachheit wegen vorausgesetzt werden mögen, $\frac{{w_a}^2 - {w_e}^2}{2g} = h_\rho$. Geht nun im normalen Betriebe die Wassermenge Q in der Zeiteinheit durch die Turbine, und verringert man dieses Durchflußquantum durch Verengung der Leitcanäle auf den Betrag $\varkappa Q$, so sind die relativen Geschwindigkeiten nunmehr nur $\varkappa w_e$ und $\varkappa w_a$, und es ist daher nur noch ein Reactionsgefälle $h_\rho' = \varkappa^2 h_\rho$ erforderlich, so daß die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers durch die verengte Oeffnung nunmehr

$$c_e' = \sqrt{2g\,(h_w - h_\rho')} = \sqrt{2g\,(h_w - \varkappa^2 h_\rho)}$$

beträgt. Diese Geschwindigkeit ist größer als $c_e = \sqrt{2g\,(h_w - h_\rho)}$, und da die Umlaufsgeschwindigkeit v des Rades ihren Werth beibehalten hat, so müssen sich Stöße beim Eintritte des Wassers in das Rad einstellen, welche die ganze Wirkung wesentlich stören. Auch stellt sich bei größerer Verengung der Zuleitungscanäle durch die plötzliche Erweiterung unmittelbar hinter der Schütze ein erheblicher Gefällverlust ein, und es pflegt in der Regel bei einer gewissen Verengung der Leitcanäle die vollständige Ausfüllung der Radzellen aufzuhören, indem das Wasser vermöge der größeren Geschwindigkeit, mit welcher es die verengten Schützöffnungen durchströmt, in Form geschlossener Strahlen an den concaven Flächen der Radschaufeln entlang schießt. Aus der Reactionsturbine ist in diesem Falle ein Actionsrad geworden, das zwar, wie aus dem Vorstehenden hervorgeht, sehr unvollkommen arbeiten muß, aber unter Umständen, wie die Versuche mehrfach

gezeigt haben, doch noch einen höheren Wirkungsgrad geben kann, als dasselbe Rad in dem kurz zuvor beobachteten Zustande, wo wegen der weniger tiefen Schützenstellung die Reactionswirkung noch vorhanden war.

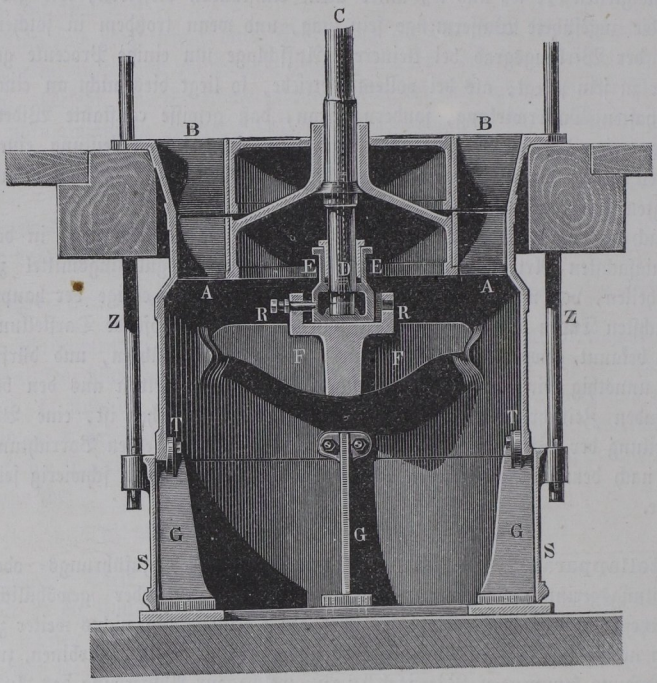
Die vorhergegangenen Betrachtungen sagen ohne Weiteres auch, in welcher Weise eine correcte Regulirung der Reactionsturbinen vorzunehmen ist. Zunächst kann diese Regulirung nur durch Verengung aller, niemals durch partiellen Verschluß einzelner Leitcanäle geschehen, und ferner muß diese Verengung sich nicht nur auf die Leitcanäle, sondern in gleicher Weise auch auf die Radzellen erstrecken. Wird dieser letzteren Bedingung genügt, so bleiben die Geschwindigkeiten c_e, w_e und w_a unter allen Umständen dieselben, wie groß auch die zugeführte Wassermenge sein mag, und wenn trotzdem in solchem Falle der Wirkungsgrad bei kleinerem Aufschlage um einige Procente geringer zu sein pflegt, als bei vollem Betriebe, so liegt dies nicht an einer fehlerhaften Wasserwirkung, sondern daran, daß gewisse constante Widerstände, wie Zapfenreibung ꝛc., natürlich von der kleineren Leistung einen höheren Procentsatz verzehren, als von der größeren Leistung der voll beaufschlagten Turbine.

Nach den vorstehenden Bemerkungen hat man die verschiedenen, in der mannigfachsten Art zur Ausführung gekommenen Regulirungsmittel zu beurtheilen, von welchen im folgenden Paragraphen nur einige der hauptsächlichsten Typen besprochen werden sollen. Eine erschöpfende Darstellung aller bekannt gewordenen Mittel würde hier zu weit führen, und dürfte auch unnöthig sein, da die mechanische Einrichtung derselben aus den betreffenden Zeitschriften und Constructionslehren zu ersehen ist, eine Beurtheilung der Wirkungsweise und des Werthes einer einzelnen Vorrichtung aber nach dem Vorstehenden in jedem besonderen Falle nicht schwierig sein dürfte.

Stellapparate. Die zum gänzlichen Abschluß des Zuführungs- oder Ableitungsgerinnes dienenden Vorrichtungen sind entweder gewöhnliche Schützen oder auch wohl Klappen, über deren Einrichtung nichts weiter zu sagen nöthig ist. Die in einzelnen Fällen, namentlich bei Rohrturbinen, zur Anwendung kommenden Ringschützen, welche zur Absperrung des Austrittscanals dienen, sind ebenfalls bereits erwähnt und gelegentlich der Cadiat'schen Turbine (§. 109) beschrieben. Eine solche Ringschütze, wie sie bei einer Henschel'schen Turbine zum Abschluß der Mündung des Abfallrohres angewandt wird, zeigt Fig. 334 (a. f. S.). Hier wird die ringförmige Oeffnung des auf den vier Füßen G ruhenden Abflußrohres durch einen cylindrischen Schieber S verschlossen, welcher mit seiner Innenfläche sich möglichst dicht an den abgedrehten Rand T des Abflußrohres anlegt und §. 132.

durch drei oder vier Zugstangen Z von oben bewegt werden kann. Diese Stangen sind oberhalb meist durch einen Räder-, Ketten- oder Kurbelmechanismus (s. Thl. III, 1) derart mit einander verbunden, daß durch die Umdrehung einer Handkurbel alle Stangen Z in gleicher Weise bewegt werden. Daß solche Schützen zur Regulirung des Aufschlagwassers ungeeignet sind, wurde schon erwähnt, doch sind sie namentlich bei hohen Abflußröhren sehr dienlich, um beim Anhalten der Turbine das Abfließen der unter dem Rade hängenden Saugwassersäule zu verhüten. Auch bieten sie ein bequemes

Fig. 334.



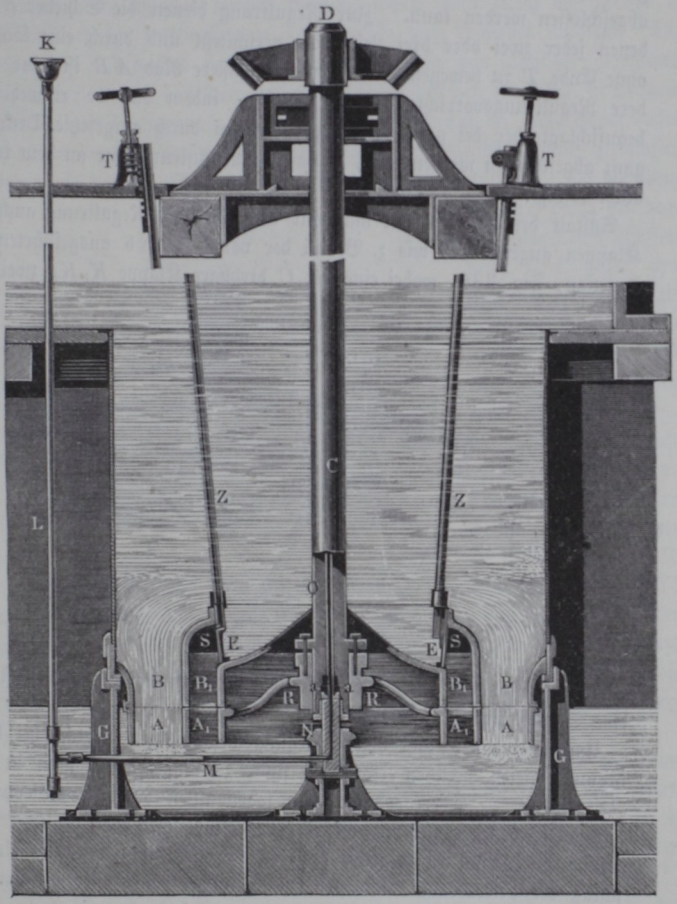
Mittel dar, um erforderlichenfalls ein schnelles Anhalten der Turbine zu bewirken, wenn eine Einrichtung vorgesehen ist, den Schützenring S von dem Hebeapparate zu lösen, so daß er frei niederfallen kann.

Die Mittel, welche dazu dienen, die einzelnen Leitcanäle abzuschließen, bestehen ebenfalls meistens aus Schützen, Schiebern oder Klappen. Die Art, wie solche Schützen für die einzelnen Canäle angeordnet werden können, ist aus dem Vorstehenden, z. B. aus den Figuren 282 und 296 ersichtlich, während die Anwendung von Klappen bei der Schwamkrug'schen

Turbine, Fig. 280 und Fig. 281, und von Schiebern bei dem Tangentialrade, Fig. 278, erwähnt wurde.

Die einzelnen Schützen für die verschiedenen Canäle werden entweder, wie bei der Fourneyron'schen Turbine, Fig. 282, mit einander fest vereinigt,

Fig. 335.

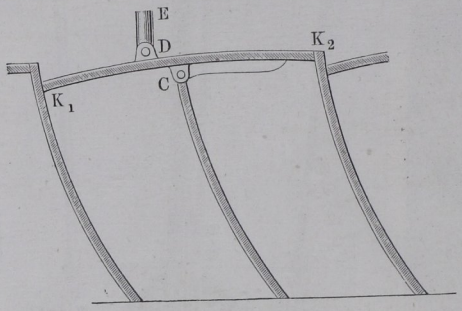


so daß sämmtliche Canäle gleichzeitig verengt und geschlossen werden, oder aber man kann jeden einzelnen Schieber, welcher etwa über 1, 2 oder 3 Leitcanäle weggreift, selbständig bewegen und pflegt dann die Regulirung so vorzunehmen, daß einzelne Canäle vollständig geschlossen werden. Eine

derartige Anordnung ist durch Fig. 335 (a. v. S.) veranschaulicht. Hier ist die Henschel'sche Turbine durch in das Laufrad wie Leitrad eingesetzte Zwischenkränze nach Art der Etagenräder in zwei Abtheilungen AB u. A_1B_1 getheilt, von denen jede als eine besondere Turbine für sich beaufschlagt und abgeschlossen werden kann. Zur Regulirung dienen die Schieber S, von denen jeder zwei oder drei Leitcanäle verschließt und durch eine Schraube ohne Ende T zu bewegen ist. Für das äußere Rad AB ist eine besondere Regulirungsvorrichtung nicht nöthig, indem dasselbe entweder voll beaufschlagt oder bei geringeren Wassermengen durch aufgesetzte Deckplatten ganz abgeschlossen werden kann, so daß die Regulirung nur an dem inneren Rade erfolgt.

Anstatt der Schieber hat man für diese Art der Regulirung auch wohl Klappen angewendet, wie z. B. bei der von Girard ausgeführten Construction, Fig. 336, wobei eine um C drehbare Klappe K_1K_2 zwei neben

Fig. 336.

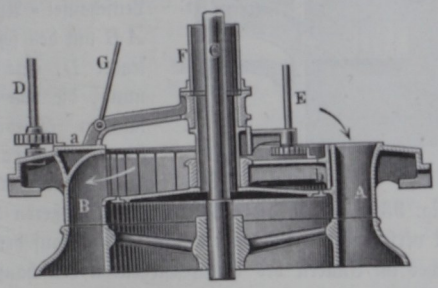


einander befindliche Leitcanäle verschließt oder öffnet, je nachdem sie durch eine Schubstange DE bewegt wird.

Um die große Anzahl von Bewegungsmechanismen, welche bei der Anordnung vieler Schützen erforderlich sind, zu umgehen, ist man in neuerer Zeit vielfach zu der Anordnung von sogenannten Rundschiebern übergegangen, d. h. Schiebern von ebener, cylindrischer oder conischer Gestalt, welche concentrisch zur Radaxe angebracht, durch ihre Drehung einen Abschluß der Leitradcanäle bewirken. Ein solcher Rundschieber nimmt dabei den halben Umkreis ein, so daß er bei entsprechender Stellung auch die Hälfte aller Leitcanäle verdeckt. Damit er aber für die geöffnete Stellung keinen Leitcanal verschließe, müssen, wie sich leicht ergiebt, die Leitcanalmündungen in zwei verschiedenen Umdrehungsflächen ausmünden und zwei verschiedene halbrunde Schieber verwendet werden. Aus dem Beispiele, Fig. 337, wird dies am besten klar werden. Diese Figur stellt einen Rund-

schieber für eine Axialturbine vor, bei welcher die eine Hälfte A der Leitcanäle die übliche verticale Richtung hat, während die andere Hälfte B in ähnlicher Weise nach innen gebogen ist, wie die inneren Leitzellen der Fig. 335. Man erkennt hieraus, wie die Canäle A durch die ebene, einen Halbring einnehmende Schieberplatte a und die Canäle B durch den halbcylindrischen Schieber b abgeschlossen werden können, sobald man durch die Wellen D oder E und die entsprechenden Zahngetriebe diese Schieber umdreht. Die Schieber a und b sind in der Figur unabhängig von einander gezeichnet, doch hindert nichts, dieselben aus einem Stücke bestehen zu lassen, in welchem Falle nur ein Bewegungsapparat erforderlich ist. Bei der Umdrehung dieses Schiebers werden immer diametral gegenüber liegende Canäle geschlossen werden, so daß ein Seitendruck gegen die Axe nicht auftritt. Da die ebene Platte a durch den darauf ausgeübten Wasserdruck stark gegen ihre Unterlage gepreßt wird, so würde hierdurch eine starke Reibung und schwierige Bewegung veranlaßt werden, wenn der Schieber a nicht durch einige Spannstangen G entlastet wäre, welche oberhalb an dem die Turbinenwelle C umgebenden Schutzrohre angreifen, das gleichzeitig den Rundschiebern a und b zur Drehaxe dient. Eine solche Entlastung ist für den cylindrischen Schieber unnöthig, da hierbei der Wasserdruck gegen die Innenfläche dieses Cylinders durch die Nabe auf das besagte Schutzrohr F übertragen wird, woselbst die Reibung wegen des geringeren Hebelarms die Bewegung weniger stark erschwert.

Fig. 337.

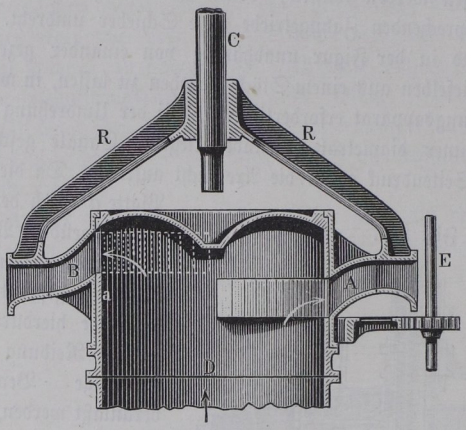


Man könnte auch den Schieber b zu einem ebenen, außerhalb von demjenigen a gestalten, wenn man die Canäle B anstatt nach innen, nach außen ziehen und in horizontaler Ebene austreten lassen wollte, ebenso wie man den Schiebern und ihren Sitzflächen auch die Gestalt von Kegelmänteln geben könnte. Solche Anordnungen sind u. a. von Bernhard Lehmann*) in einem Artikel über Turbinen angegeben. Dieser Arbeit sind außer der Fig. 337 die beiden folgenden Figuren entnommen, welche Rundschützen für Radialturbinen, nach denselben Grundsätzen ausgeführt, darstellen.

*) Ztschr. d. V. d. Ing. 1871.

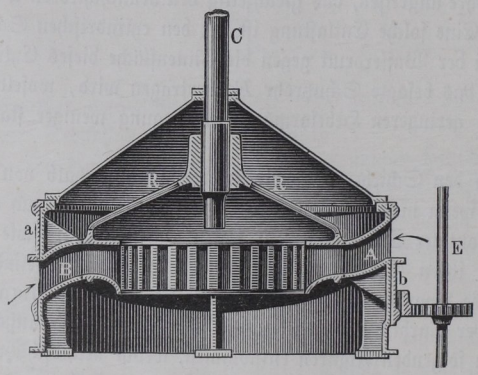
In Fig. 338 ist R das Rad einer von innen beaufschlagten Radialturbine, welcher das Wasser durch die Leitcanäle A und B zugeführt wird, von denen A nach unten, B nach oben gezogen ist. D ist ein fest auf das Zuleitungsrohr geschraubter, außen abgedrehter Cylinder mit zwei entsprechenden mit A und B correspondirenden halbringförmigen Schlitzen. Hierbei erfolgt die Regulirung des Eintrittsquerschnitts durch Umdrehung des Leitschaufel-Apparates AB um den festen Cylinder D, eine Anordnung, die von den bekannten Turbinenconstructeuren Nagel & Kämp herrührt.

Fig. 338.



Hiernach ist die Fig. 339, welche die Schützung einer äußeren Radialturbine vorstellt, leicht verständlich. Auch hier bedeutet R das auf der Axe C befindliche Rad, welches im Innern des hier feststehenden Leitschaufelapparates AB umläuft. Die Canäle des letzteren, welche zur Hälfte nach oben, zur Hälfte nach unten abgebogen sind, werden durch den cylindrischen, mit zwei halbringförmigen Schlitzen versehenen Schieber ab abgeschlossen.

Fig. 339.



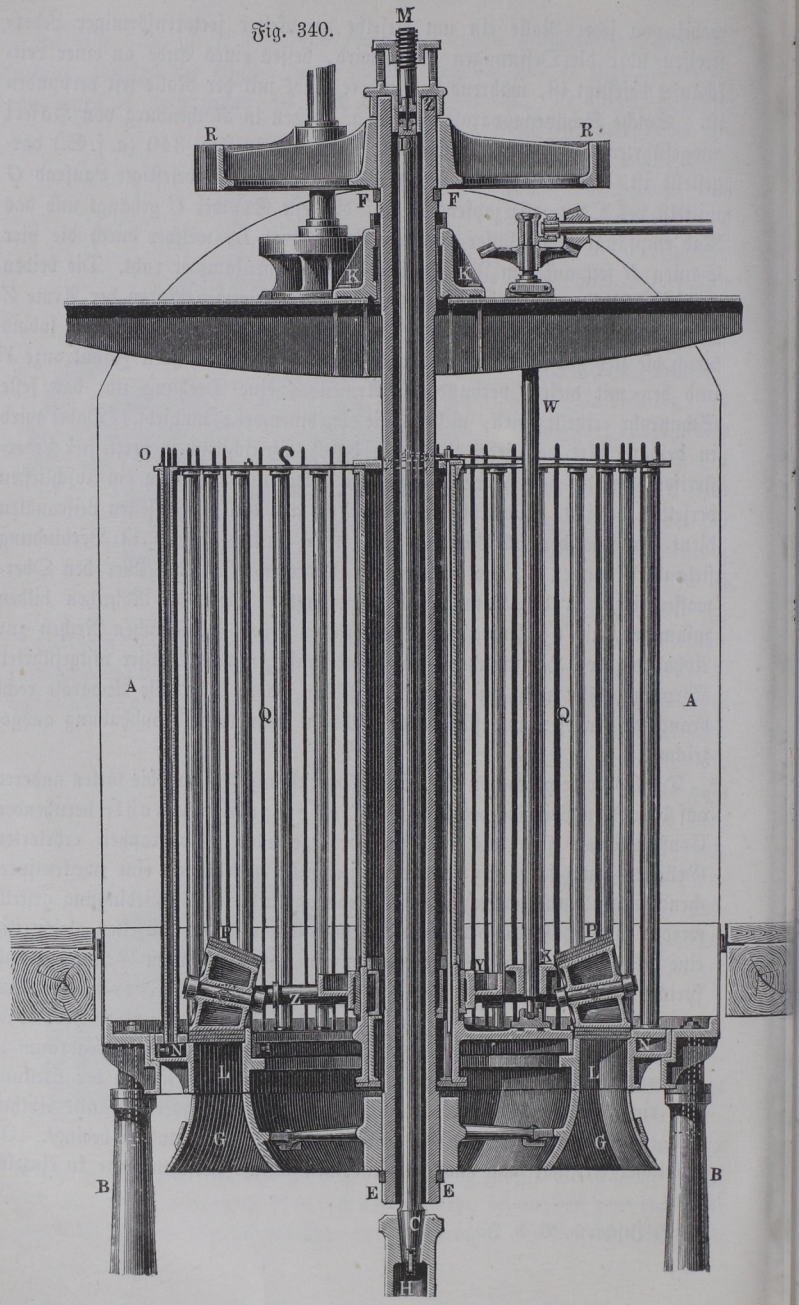
Für geringeren Wasserdruck hat man die Rundschieber, welche leicht durch vom Wasser mitgeführte Unreinigkeiten versetzt werden und bei nicht gehöriger Entlastung großer Reibung ausgesetzt sind, durch die sogenannten Rollschützen ersetzt, bei welchen zwei diametral gegenüber liegende Rollen sich über den Oeffnungen des Leitrades bewegen,

wobei von jeder Rolle ein um dieselbe gewickelter sectorenförmiger Lederstreifen über die Oeffnungen gelegt wird, dessen eines Ende an einer Leitschaufel befestigt ist, während das andere Ende mit der Rolle fest verbunden ist. Solche Schützenapparate sind u. a. an den in Rothenburg von Hänel ausgeführten Turbinen*) angebracht, deren eine in Fig. 340 (a. f. S.) dargestellt ist. Hier ist das auf der hohlen Welle EF befestigte Laufrad G mittelst des Oberwasserzapfens D auf die feste Spindel C gehängt und das Rad empfängt das Wasser aus dem Leitapparat L, welcher durch die vier Säulen B fest auf dem Fundamente der Turbinenkammer ruht. Die beiden conischen Rollen P, deren Zapfen in den gabelförmigen Enden der Arme Z angebracht sind, wälzen sich auf der Ebene der Leitcanalmündungen ab, sobald durch die stehende Welle W und das Zahnrad X dem halben Zahnkranze Y und den mit diesem verbundenen Armen Z eine Drehung um das feste Schutzrohr ertheilt wird, welches die Turbinenwelle umgiebt. Dabei wird in besagter Art von jeder Rolle ein durch Eisenschienchen versteifter Lederstreifen über die betreffenden Oeffnungen gelegt und hierdurch ein Abschließen derselben bewirkt. Zur Abführung der Luft aus den geschlossenen Leitcanälen dient für jede der 32 Leitzellen eine kleine mit der Zelle in Verbindung stehende Kammer N, von welcher ein Röhrchen NN_1 bis über den Oberwasserspiegel in der Kammer A emporragt. Diese 32 Röhrchen bilden zusammen mit 64 senkrechten Eisenstäbchen einen cylindrischen Rechen zur Abhaltung von Holzstückchen, Laub und sonstigen vom Wasser mitgeführten Körpern. Für nicht zu große Druckhöhen haben sich diese Apparate recht brauchbar erwiesen und sich durch leicht zu bewirkende Handhabung ausgezeichnet.

Die bisher besprochenen Regulirungsvorrichtungen, sowie die vielen anderen auf demselben Principe des Abschlusses einzelner Canäle beruhenden Constructionen sind aus den im vorhergehenden Paragraphen erörterten Gründen nur für Druckräder geeignet, während an eine zweckentsprechende Regulirungsvorrichtung für Reactionsturbinen die Bedingung gestellt werden muß, daß mit der Querschnittsveränderung der Leitzellen gleichzeitig eine solche der Laufradcanäle vorgenommen werde. Diesem Grundsatze entspricht schon die von Fourneyron bei seinen Etagenrädern, Fig. 282, angewandte Construction, bei welcher zwischen dem oberen und unteren Radkranze noch einzelne Zwischenkränze befindlich sind, wodurch der Radraum in mehrere, in der Figur drei, Abtheilungen getheilt wird. Je nach der Stellung der ringförmigen Schütze kann man nun eine oder zwei oder alle Abtheilungen arbeiten lassen, wie es das vorhandene Wasserquantum bedingt. In ähnlicher Art hat man auch Axialturbinen durch Zwischenkränze in einzelne

*) Ztschr. d. V. d. Ing., 1861.

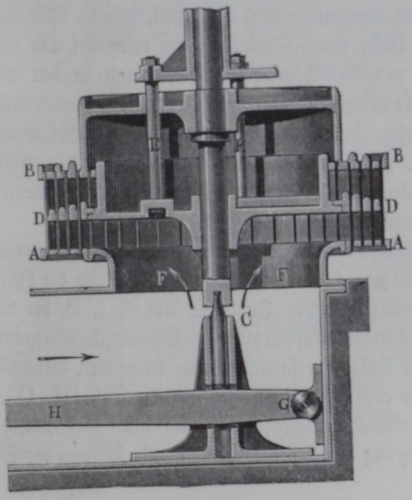
Fig. 340.



Abtheilungen getheilt, wofür ein Beispiel bereits in Fig. 335 angeführt wurde.

Diese Anordnung entspricht aber nur dann den an eine zweckmäßige Regulirung zu stellenden Anforderungen, wenn man durch die Schütze die einzelnen Abtheilungen gänzlich schließt oder öffnet, indem die theilweise Oeffnung einer Abtheilung offenbar für diese letztere die im vorigen Paragraphen angeführten Nachtheile im Gefolge haben muß. Wenn man nun etwa die Anordnung so trifft, daß die von den einzelnen Abtheilungen geschluckten Wassermengen ungleich sind, z. B. bei den zwei Abtheilungen der Fig. 335 sich wie 1 zu 2 verhalten, so hat man Gelegenheit, mit $^1/_3$, $^2/_3$ oder $^3/_3$ der größten Wassermenge Q zu arbeiten, nicht aber mit Aufschlagquanten, welche zwischen diesen Grenzen gelegen sind. Um nun in dieser Beziehung eine vollkommenere, für alle Wassermengen zweckmäßige Schützung zu ermöglichen, hat man mehrfach für Radialturbinen Apparate ersonnen, welche durch eine bewegliche Zwischenwand eine beliebige Veränderung der Zellenräume, sowohl für das Laufrad wie für das Leitrad ermöglichen. Für Axialturbinen hat man derartige Constructionen nicht ausführen können.

Fig. 341.



Eine solche Regulirungsvorrichtung für eine Turbine ohne Leitschaufeln ist die von Combes angegebene, in Fig. 341 dargestellte. Hier befindet sich zwischen den beiden Radkränzen A und B ein Teller D, der sich durch Stangen E vermittelst eines einfachen Mechanismus jederzeit, auch während des Ganges der Maschine, heben und senken läßt, und welcher immer so gestellt wird, daß das von unten bei F zuströmende Wasser bei seinem Ausflusse den Raum AD vollständig ausfüllt. Natürlich ist der Teller D, welcher sich an der Drehung der Axe betheiligt, mit den entsprechenden Schlitzen zum Durchgange der Schaufeln versehen.

Auch Turbinen mit Leitschaufeln sind in dieser Weise ausgeführt worden.

So ist z. B. bei der Construction von Nagel & Kämp*) für innere Radialturbinen mit Wasserzuführung von unten, ähnlich wie bei der Combes'schen Construction der obigen Fig. 341, eine zwischen den Radkränzen bewegliche ringförmige Scheibe mit Schlitzen zum Durchgange der Radschaufeln angebracht, welche durch einen Hebelmechanismus vertical verstellt werden kann. Gleichzeitig ist der Leitschaufelapparat in der zu einer cylindrischen Führung gestalteten Zuleitungskammer verschieblich gemacht und mit dem gedachten Hebelapparate verbunden. Auf diese Weise wird immer die Höhe der Leitradzellen mit derjenigen der Radzellen übereinstimmend verändert.

Ebenso ist eine derartige Regulirung für äußere Radialturbinen von Zeidler**) ausgeführt, bei welcher ebenfalls durch eine vertical bewegliche Zwischenkrone die Höhe der Laufradzellen verändert werden kann, wobei gleichzeitig eine Ringschütze mit angesetzten in die Leitzellen passenden Holzklötzen an der Verstellung theilnimmt, so daß die lichte Durchflußhöhe der Leitzellen stets gleich der Höhe der Radcanäle ausfällt.

Alle diese letztgedachten Vorrichtungen leiden an dem Uebelstande einer complicirten Construction, in Folge deren sie leicht zu Störungen des Betriebs Veranlassung geben, namentlich wird behauptet, daß die Verschiebbarkeit der Zwischenkronen gar leicht durch Schlammtheile erschwert und selbst aufgehoben werde, welche von dem Wasser mitgeführt und in den nicht vom Wasser durchströmten Canaltheilen abgelagert werden. Auch dürften die vielen Spalträume, welche durch die schlitzförmigen Durchbrechungen der Zwischenkrone entstehen, zu nicht unerheblichen Wasserverlusten führen, da das Wasser in diesen Turbinen wegen der Reactionswirkung immer unter einer mehr oder weniger großen Pressung steht.

Man hat auch mehrfach versucht, die vorgedachten Stellvorrichtungen selbstthätig wirkend zu machen, indem man auf das Hebezeug die Hülse eines Centrifugalregulators einwirken ließ. In dieser Art ist z. B. bei dem oben angeführten Zeidler'schen Stellapparate ein Schwungkugelregulator angebracht, dessen Hülse in Folge der fallenden oder steigenden Bewegung aus ihrer mittleren Lage ein conisches Wechselgetriebe (s. Thl. III, 1) einrückt, durch dessen Bewegung eine Schraubenspindel nach links oder rechts umgedreht wird, die zur Bewegung eines Hebels und zur Verstellung des Schützenapparates dient.

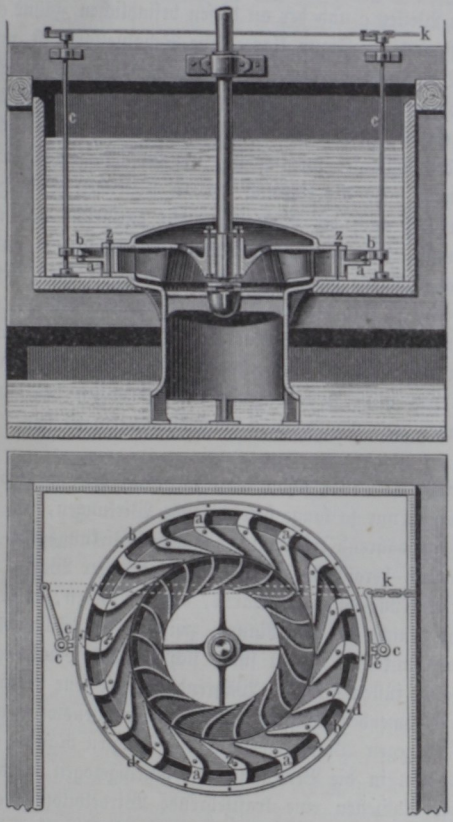
Ein eigenthümlicher und sinnreicher Regulator zur selbstthätigen Bewegung des Stellzeuges ist von Nagel & Kämp für eine innere Radialturbine angegeben. Derselbe besteht im Wesentlichen aus einem das Laufrad concentrisch umgebenden Flügelrade mit ebenen und radial gestellten Schaufeln.

*) Siehe Meißner: Die hydraulischen Motoren auf der Wiener Weltausstellung in Uhland's praktischem Maschinenconstructeur, 1874 u. a. a. O.

**) Ztschr. d. V. d. Ing., 1876.

Beim regelrechten Gange der Turbine, wenn das Wasser normal zur Radöffnung, also radial ausströmt, wirkt dasselbe nicht auf die Flügel ein, während bei größerer oder kleinerer Umdrehungsgeschwindigkeit das schräg austretende Wasser das besagte Flügelrad entweder in der einen oder anderen Richtung

Fig. 342.



umdreht, so daß durch diese Drehung des Flügelrades das betreffende Stellzeug bewegt und das Aufschlagquantum beziehungsweise verringert oder vergrößert werden kann.

Zum Schluß möge hier noch einer Regulirungsvorrichtung gedacht werden, welche die Verengung der Leitcanäle durch eine Verkleinerung des Eintrittswinkels α bewirkt, und welche von Fink für äußere Radialturbinen mehrfach angewendet worden ist. Aus Fig. 342, welche eine solche

Turbine*) im Grundrisse und Verticalschnitte darstellt, ist ersichtlich, daß die Leitschaufeln um Zapfen z drehbar gemacht sind, und daß alle Schaufeln gleichzeitig um einen bestimmten Winkelbetrag gedreht werden, sobald der Ring b in geringem Maße gedreht wird, indem dieser Ring mittelst der Stifte d gegen die Arme a der Schaufeln sich lehnt. In welcher Weise die Drehung dieses Ringes durch den Zug an der Kette k vermittelst der beiden verticalen Wellen c und der an diesen befindlichen Zähne e ermöglicht werden kann, ist aus der Figur klar. Die Schaufelform ist mit Rücksicht auf möglichste Verminderung der Contraction gewählt und die Axen z sind so angeordnet worden, daß der Wasserdruck den Arm a gegen den Stift d zu drücken bestrebt ist, während beim Eintritte eines fremden Körpers ein Zurückklappen der Schaufel möglich ist, um Beschädigungen thunlichst zu verhüten. Obwohl diese Vorrichtung der zu stellenden Bedingung gleichzeitiger Veränderung auch der Radzellen nicht entspricht und auch berücksichtigt werden muß, daß bei verändertem Eintrittswinkel α und constanter Umdrehungsgeschwindigkeit den Bedingungen des regelrechten Betriebes nicht mehr genügt wird, so sind die angegebenen Versuchsresultate doch nicht ungünstig zu nennen. Danach verändert sich nämlich der Wirkungsgrad um 8 Proc., wenn das mittlere Wasserquantum um $^1/_3$ vergrößert oder vermindert wird. Für nicht zu bedeutende Veränderungen des Auffschlagquantums scheint daher diese Construction empfehlenswerth zu sein.

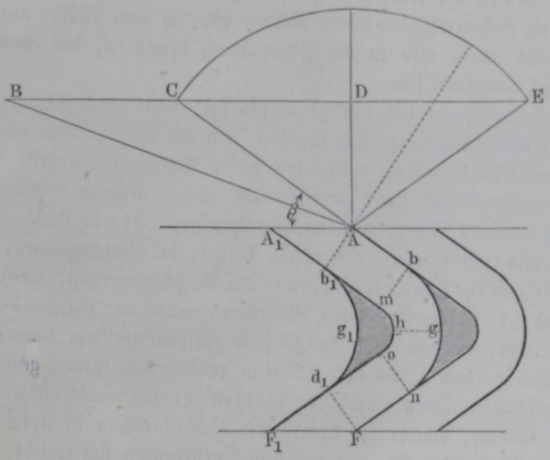
§. 133. **Rückschaufeln.** Wie schon oben mehrfach erwähnt worden, geben reine Druckturbinen nur so lange befriedigende Wirkungen, als sie frei über Wasser ausgießen, während erfahrungsmäßig der Wirkungsgrad einer solchen Turbine beträchtlich herabsinkt, sobald das Rad unter Wasser .ht. Man kann sich diese Wirkung dadurch erklären, daß die todten, d. h. vom durchfließenden Wasser nicht erfüllten Räume zwischen den Schaufeln, die beim Ueberwassergange mit Luft erfüllt sind, sich bei der Tauchung des Rades mit todtem Wasser füllen müssen. Während nun die jene Räume erfüllende Luft den vorbeiströmenden Wasserstrahlen keine nennenswerthen Hindernisse darbietet, wird dagegen Wasser, welches jene besagten Räume erfüllt, nicht still stehen, sondern in die Bewegung mit hineingezogen werden, wodurch im Innern der Radzellen eine kraftzehrende Wirbelbildung eintritt, und überhaupt eine Störung in der beabsichtigten Wirkung des Wassers veranlaßt wird.

Von der Gestalt und Größe der gedachten todten Räume kann man sich leicht eine Anschauung verschaffen, wenn man in Fig. 343 zu dem bekannten Geschwindigkeitspolygon $ABCE$ einer Druckturbine einige Radschaufel-

*) Ztschr. d. V. d. Ing., 1864.

profile, wie AgF und A_1g_1F zeichnet. Da für Druckturbinen der Winkel β kleiner als 90^0 ist, so werden die Schaufeln immer eine sackförmige Gestalt, d. h. sie werden einen sogenannten Busen g haben, wo die Tangente der Schaufel parallel mit der Richtung der Radaxe ausfällt. Wenn das Wasser bei A mit einer relativen Geschwindigkeit $w_e = CA$ eintritt, so behält, wenn von der Reibung in den Radzellen abgesehen wird, diese Geschwindigkeit in allen Punkten der Schaufel dieselbe Größe w_e. Will man daher für einen Wasserstrahl, der etwa bei A den ganzen Raum AA_1 zwischen zwei Schaufeln einnimmt, den beanspruchten Raum zeichnen, so hat man nur in beliebig vielen Punkten A, b, g, n, F einer Schaufel die Größe $Ab_1 = AA_1 \sin\beta$ als $Ab_1 = bm = gh = no = Fd_1$ senkrecht zum

Fig. 343.



Schaufelprofile aufzutragen, wodurch man in $A_1b_1mod_1F_1$ die innere Begrenzung des passirenden Strahls erhält. Hieraus erkennt man, daß die zwischen dem Strahle und der Schaufel $A_1b_1g_1d_1F_1$ verbleibende, in der Figur schraffirte Fläche den besagten todten Raum darstellt.

Da man nun häufig genöthigt ist, das Turbinenrad ganz im Wasser umlaufen zu lassen, so namentlich, wenn das Unterwasser zu verschiedenen Zeiten sehr veränderliche Höhe hat, oder in allen den Fällen, wo die Turbine mit einer Unterwassersäule arbeitet, so scheint von vornherein für solche Fälle die Aufstellung von reinen Actionsturbinen als unvortheilhaft ausgeschlossen, und hierfür die alleinige Anwendung von Reactionsturbinen geboten zu sein. Letzteres dürfte wohl auch in den meisten derjenigen Fälle empfehlenswerth sein, in welchen das der Turbine zufließende Aufschlag-

quantum wesentlichen Aenderungen nicht unterworfen ist. Andererseits jedoch bieten nach den vorhergehenden Paragraphen gerade die Druckturbinen so große Bequemlichkeit in der Regulirung des Wasserzutritts gegenüber den Schwierigkeiten der Regulirung von Reactionsrädern, daß es sehr erwünscht sein muß, in solchen Fällen, wo die Wassermenge sehr veränderlich ist, Druckturbinen anzuwenden. Solche Betrachtungen haben denn auch dazu geführt, Mittel aufzusuchen, durch welche die vorgedachten Uebelstände der Druckturbinen beseitigt und dieselben eben so gut zum Arbeiten unter Wasser befähigt werden, wie die Reactionsturbinen. Ein solches Mittel, welches zuerst von Hänel bei den in Fig. 340 dargestellten Rothenburger Turbinen mit großem Vortheile angewendet worden ist, besteht in der Anbringung von sogenannten Rückschaufeln, d. h. von Schaufelblechen, welche im Innern der Radzellen von solcher Form angebracht werden, daß durch sie die mehrerwähnten todten Räume gänzlich vom Wasser abgesperrt werden. Es würde also in der Figur durch $b_1 m h o d_1$ das Profil der Rückschaufel dargestellt sein.

Diese Schaufelform hat sich gleich bei der ersten durch Fig. 340 dargestellten Ausführung vorzüglich bewährt, wie die ausführlichen und sorgfältigen Versuche beweisen, welche mit diesen Turbinen angestellt und an unten verzeichneter Stelle*) veröffentlicht sind. Danach ergaben diese Turbinen, welche 1,374 m mittleren Durchmesser, 0,314 m Höhe, 32 Leitschaufeln und eben so viel Radschaufeln hatten, bei Eintauchungen, welche zwischen 0 und 0,47 m betrugen, und bei Auffchlagmengen, die zwischen 0,164 und 0,761 cbm schwankten, Nutzeffecte, welche nur zwischen 0,70 und 0,64 variirten, trotzdem auch das Gefälle entsprechend dem veränderlichen Stauwasser zwischen 1,226 und 1,956 m veränderlich war. Seither sind diese Rückschaufeln, welche auch von Rittinger angewandt und empfohlen wurden, vielfach, sowohl bei Axial- wie Radialturbinen in Aufnahme gekommen. Man wird sie, wie aus dem Vorstehenden sich ergiebt, nur in solchen Fällen anwenden, wo das Auffchlagwasser sehr veränderlich ist und das Rad im Wasser umgehen muß. Für Reactionsturbinen hat man natürlich gar keine Veranlassung, Rückschaufeln anzuwenden, eben so wenig wie für Tangentialräder, welche man immer frei über Wasser ausgießen läßt.

Aus dem Vorstehenden wird genügend deutlich sein, wie man mit Hülfe des Geschwindigkeitspolygons der Fig. 343 in jedem Falle die Form der Rückschaufeln feststellen kann, wobei nur bemerkt werden möge, daß in Folge der Reibung des Wassers in den Radzellen die relative Austrittsgeschwindigkeit w_a in Wirklichkeit etwas kleiner sein wird, als die relative Eintritts-

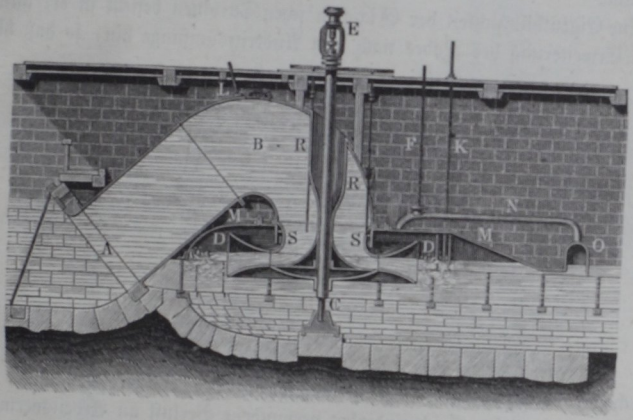
*) Ztschr. d. V. d. Ing., 1861.

geschwindigkeit w_e, so daß der Winkel δ noch einer kleinen Correctur bedarf, wie bereits in §. 126 erwähnt wurde.

Die Schaufelflächen hat man, da diese Turbinen ohne Reaction arbeiten, nicht nach der Fig. 330 als Flächen gleicher Axialgeschwindigkeit, sondern nach Fig. 332 als Flächen constanter Reaction (Null) zu entwerfen.

Girard'sche Turbinen. Denselben Zweck, welchen Hänel durch die Rückschaufeln verfolgt, nämlich die Actionsturbinen zur Arbeit unter Wasser dadurch zu befähigen, daß dem Unterwasser der Eintritt in die mehrerwähnten todten Räume verwehrt wird, hat Girard in einer anderen Weise erreicht. Derselbe hat nämlich die Turbine mit einem luftdichten, §. 134.

Fig. 344.



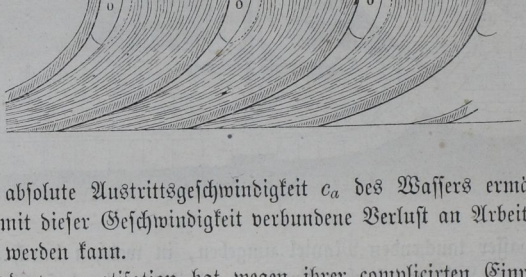
ins Unterwasser tauchenden Mantel umgeben, in welchen durch eine Compressionspumpe Luft von solcher Pressung gedrückt wird, daß hierdurch der Wasserspiegel bis zur Höhe der Ausflußmündungen gesenkt wird, das Rad sonach in Luft umgeht.

Die Einrichtung einer solchen Turbine mit sogenannter „Hydropneumatisation" ist aus Fig. 344 zu ersehen. Bei dem hier abgebildeten Rade ist bei einem Aufschlag von 3 bis 5 cbm pr. Secunde und einem Gefälle zwischen 0,45 und 0,60 m der Durchmesser gleich 3,5 m und die Umdrehungszahl gleich 20 pr. Minute. Diese Turbine ist von Girard für eine Spinnerei zu Eindhoven in Holland construirt. Damit das Wasser ungehindert in das Rad eintreten kann, mußte es dem Ausflußbehälter durch ein krummes Rohr AB nach Art eines Hebers zugeführt werden. Das mit seiner Welle in E aufgehangene Turbinenrad D ist von

einem Mantel M umschlossen, in welchen durch die Röhre F die Luft von einer Compressionspumpe gedrückt wird, welche ihre Bewegung von der Turbine selbst erhält, während durch eine zweite Röhre K eine Abführung der überflüssig eingepreßten Luft bewirkt wird, so daß der Wasserspiegel in dem Mantel immer einen bestimmten Stand behält. In einer Glocke O sammelt sich die von dem Wasser mitgeführte Luft, um durch eine Röhre N wieder in den Radstubenraum M zurückzutreten. Die Einrichtung, Aufhängung und Bewegung der Schütze S ist die gewöhnliche. Das Rohr R, welches die Turbinenwelle umschließt, hat einen länglichen Querschnitt erhalten, um dem Wasser möglichst wenig Widerstände zu bieten. Eine kleine Luftpumpe dient zur Entfernung der sich im Scheitel des Mantels ansammelnden Luft durch die Röhre L, sowie zum Ansaugen des Wassers beim Anlassen der Turbine.

Eine Eigenthümlichkeit der Girard'schen Turbinen besteht in der allmäligen Erweiterung des Rades nach dem Austrittsumfange hin, so daß hier-

Fig. 345.

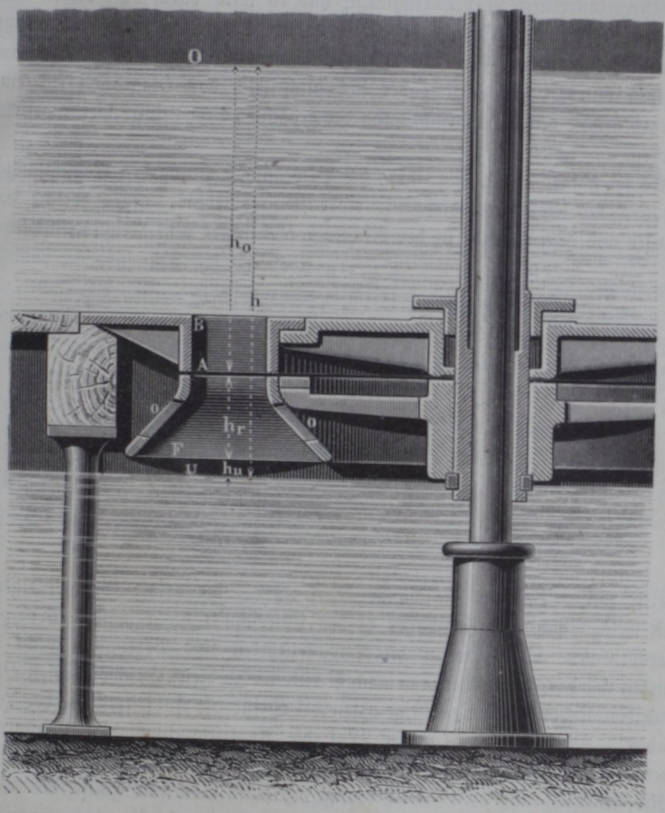


durch die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_a des Wassers ermäßigt, und somit der mit dieser Geschwindigkeit verbundene Verlust an Arbeitsvermögen verringert werden kann.

Die Hydropneumatisation hat wegen ihrer complicirten Einrichtung in der Praxis keine weitere Verbreitung erlangen können, dagegen sind die nach dem Girard'schen Princip mit einer Erweiterung des Rades nach dem Auslaufe hin construirten Turbinen vielfach in Anwendung gekommen. Bei diesen nach dem Erfinder benannten Girardturbinen sind ferner die Radkränze nach Fig. 345 mit Oeffnungen o versehen, welche die äußere Atmosphäre mit den Zellenräumen des Rades in Verbindung setzen, so daß in den letzteren weder eine Verdünnung noch eine Verdichtung der Luft möglich ist. Einen Querschnitt durch das Leitrad AB und das Laufrad F einer Girardturbine zeigt Fig. 346, aus welcher auch ersichtlich ist, daß das Rad in freier Luft umgeht, indem sein unterer Rand F um eine gewisse kleine Größe $h_u = 0{,}05$ bis $0{,}10$ m über dem Unterwasserspiegel U ge-

legen ist. Diese Höhe h_u geht natürlich für die Wirkung des Rades verloren. Man ersieht aus dem Vorstehenden auch, daß die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser bei diesen Turbinen das Leitrad bei A verläßt, nicht von dem ganzen Gefälle $h = h_o + h_r + h_u$, sondern nur von demjeni-

Fig. 346.



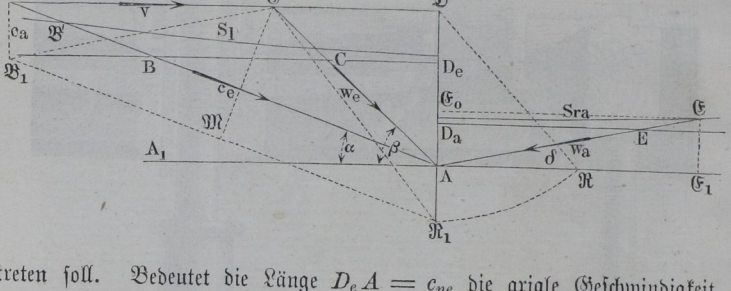
gen h_o abhängig ist, insofern nämlich in dem Spalte A, ebenso wie im Oberwasserspiegel O die atmosphärische Pressung vorherrscht. Das Gefälle h_r, welches der Radhöhe entspricht, kommt dagegen erst im Rade selbst zur Wirkung, indem dasselbe außer zur Ueberwindung der Reibungswiderstände im Rade auch dazu dient, die relative Geschwindigkeit des Wassers zu vergrößern, so daß die Beziehung gilt:

$$\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_r - z_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

unter z_r die Widerstandshöhe der Radschaufeln verstanden. Dieser Umstand, sowie die durch die Erweiterung des Rades bewirkte Verkleinerung der axialen Durchgangsgeschwindigkeit sind bei der Berechnung und Zeichnung der Girardturbinen zu berücksichtigen, und es wird durch diese beiden Umstände noch eine entsprechende Modification des Diagramms veranlaßt, welches bisher immer für reine Actionsturbinen mit parallelen Kränzen angegeben wurde. Es möge daher schließlich noch das Diagramm für eine Girardturbine unter Berücksichtigung der gedachten Verhältnisse hier angeführt werden.

Es sei wieder $A_1 A$, Fig. 347, die Bewegungsrichtung des Radumfanges für den mittleren Cylinderschnitt einer Girardturbine, gegen welche das Wasser aus dem Leitrade in der Richtung BA unter dem Neigungswinkel α

Fig. 347.



treten soll. Bedeutet die Länge $D_e A = c_{ne}$ die axiale Geschwindigkeit, mit welcher das Auffchlagwaffer Q den Querschnitt des Leitrades im Spalt durchströmen würde, wenn die Schaufelstärken eine Verengung nicht bewirken würden, so zeichnet man nach §. 123 die zu dieser Geschwindigkeit $D_e A$ und den Schaufeldicken gehörige Hyperbel S_1 für die Austrittsfläche des Leitrades. Man würde dann in $B'A$ die Austrittsgeschwindigkeit erhalten, wenn die Schaufeldicken des Laufrades nicht eine Versperrung bewirkten. Mit Rücksicht auf diese Versperrung bestimmt man mit Hülfe des Versperrungscoefficienten σ nach §. 124 die effective Größe der Eintrittsgeschwindigkeit, welche in dem Diagramm in der Richtung BA als die Strecke $BA = c_e$ aufgetragen werde. Diese Eintrittsgeschwindigkeit hat man

$$c_e = \sqrt{2g\,(h_o - z_o)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (125)$$

zu setzen, unter z_o die Widerstandshöhe verstanden, welche durch die Reibung im Zuführungsrohre und Leitapparate, sowie durch die plötzliche Geschwin-

digkeitsänderung von $\mathfrak{B}'A$ auf $\mathfrak{B}A$ zufolge der Versperrung aufgezehrt wird. Man wird nicht weit fehlgreifen, wenn man $z_o = 0{,}10\,h$ bis $0{,}12\,h$ in Rechnung setzt.

Um nun die Winkel β und δ für das erste und letzte Radschaufelelement und die Radgeschwindigkeit zu bestimmen, kann man Folgendes bemerken. Ist b_e die radiale lichte Weite des Rades am Eintrittsquerschnitte und b_a dieselbe Größe für die Austrittsfläche, so hat man für diese beiden Flächen, ohne Rücksicht auf die Schaufeldicken,

$$\frac{\pi r^2 b_e}{\pi r^2 b_a} = \frac{b_e}{b_a}.$$

Wenn man daher $D_a A = \frac{b_e}{b_a} D_e A$ anträgt, so würde in $D_a A$ die axiale Austrittsgeschwindigkeit unter der Voraussetzung unendlich dünner Schaufeln erhalten werden, und bei der Richtung AE des letzten Schaufelelementes wäre EA die relative Austrittsgeschwindigkeit. Wegen der Schaufelstärken aber erhält man die thatsächliche Austrittsgeschwindigkeit zu $w_a = \mathfrak{E}A$ in dem Fahrstrahle an diejenige Hyperbel S_{ra}, welche dem Austrittsumfange des Laufrades entspricht.

Ist nun ferner $\mathfrak{C}A$ die Richtung des ersten Elementes der Radschaufel, so hat man in $\mathfrak{B}\mathfrak{C} = v$ die Radgeschwindigkeit und in $\mathfrak{C}A = w_e$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit. Damit nun die Neigungswinkel β und δ die richtigen seien, muß erstens $\mathfrak{E}_0\mathfrak{E} = \mathfrak{B}\mathfrak{C} = v$ sein wegen des normalen Austritts, und zweitens nach dem Vorangeschickten die Gleichung gelten

$$w_a^2 = w_e^2 + 2g\,(h_r - z_r) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich daher, daß, wenn man die Geschwindigkeit $\sqrt{2g\,(h_r - z_r)}$ als $A\mathfrak{R}$ aufträgt, dann $\mathfrak{D}\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{D}\mathfrak{R}$ macht, und endlich die axiale Componente $\mathfrak{E}\mathfrak{E}_1$ gleich $\mathfrak{B}\mathfrak{B}_1$ vertical aufträgt, die beiden Strecken $\mathfrak{C}\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{C}\mathfrak{R}_1$ gleich groß sein müssen, denn es ist offenbar dann nach der Construction:

$$\mathfrak{C}\mathfrak{B}_1^2 = v^2 + c_a^2 = w_a^2 = A\mathfrak{E}^2$$

und

$$\mathfrak{C}\mathfrak{R}_1^2 = \mathfrak{C}\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{D}\mathfrak{R}_1^2 = \mathfrak{C}\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{D}A^2 + A\mathfrak{R}^2 = w_e^2 + 2g(h_r - z_r).$$

Es handelt sich also nur darum, den Punkt $\mathfrak{B}_1$ zu ermitteln, da $\mathfrak{R}_1$ sich aus h_r und z_r, wie angegeben, leicht construiren läßt und dann auf $\mathfrak{B}\mathfrak{D}$ den Punkt $\mathfrak{C}$ so zu bestimmen, daß $\mathfrak{C}\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{C}\mathfrak{R}_1$ wird, wozu man einfach in der Mitte von $\mathfrak{B}_1\mathfrak{R}_1$ auf dieser Geraden das Loth $\mathfrak{M}\mathfrak{C}$ zu errichten hat. Der Punkt $\mathfrak{B}_1$ aber ist leicht annähernd zu bestimmen, denn die Strecke $\mathfrak{E}\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{B}\mathfrak{B}_1$ ist nur wenig größer als die bekannte Strecke $D_a A$; man kann daher dem entsprechend $\mathfrak{E}\mathfrak{E}_1$ ziemlich sicher schätzungsweise annehmen und wird kaum jemals einer Wiederholung der Construction bedürfen.

Bei der hier angegebenen Construction füllt der Wasserstrahl beim Austritte aus dem Rade den Querschnitt vollständig aus, wie es zu möglichster Verminderung von c_a gefordert werden muß. Im Innern des Rades dagegen löst sich der Strahl von der convexen Fläche der Schaufel vollständig ab, und man sieht, daß der Strahl beim Eintritte in das Rad nur eine im Umfange gemessene Breite gleich $\frac{CA}{\mathfrak{C}A}\, t_r$ einnimmt, wenn t_r die Größe der Schaufeltheilung bedeutet.

Die dem Rade entzogene Geschwindigkeit ist $\mathfrak{C}E_1 = c_a$, und daher geht durch dieselbe und durch das Freihängen des Rades ein Gefälle $\frac{{c_a}^2}{2\,g} + h_u$ verloren.

Will man auch hier die Schaufeln nicht als Schraubenflächen, sondern in correcter Weise bestimmen, so hat man nach §. 128 eine Schaufelfläche mit constanter Reaction $(h_r - z_r)$ zu entwerfen. Zu einer solchen Fläche wird man am einfachsten dadurch gelangen, daß man für verschiedene Abstände von der Axe in ähnlicher Art, wie hier für den mittleren Abstand r geschehen, die Winkel α, β und δ ermittelt.

§. 135. **Benutzung der Austrittsgeschwindigkeit.** Um den Verlust an mechanischer Arbeit, welcher mit der dem austretenden Wasser nothwendig innewohnenden Austrittsgeschwindigkeit c_a verbunden ist, thunlichst zu vermindern, sind verschiedene Anordnungen getroffen worden, welche entweder den Zweck haben, diese Austrittsgeschwindigkeit selbst möglichst zu verringern oder denjenigen, die Wirkungsfähigkeit des austretenden Wassers zur Ausübung einer Arbeit in einem besonderen Rade zu verwenden.

In der erstgedachten Hinsicht hat man das Rad nach dem Austrittsumfange hin öfter erweitert, um durch den so erhaltenen größeren Querschnitt die nöthige Austrittsgeschwindigkeit zu verkleinern. Bei dieser Anordnung, welche insbesondere bei den Girard'schen Turbinen allgemein gefunden wird, werden natürlich die Abmessungen des Rades und damit die Nebenhindernisse der Zapfenreibung, sowie des Luft- und Wasserwiderstandes größer, auch darf bei Reactionsturbinen die Erweiterung nur eine sehr allmälige sein, weil sonst die Gefahr nahe liegt, daß der volle Ausfluß verloren geht.

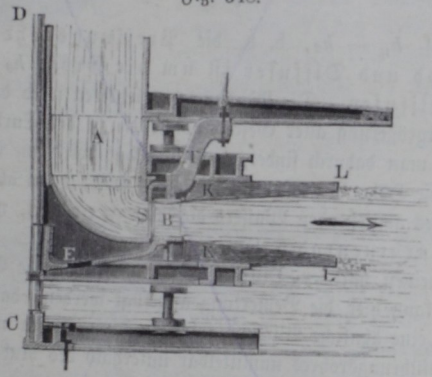
Eine andere, dem gleichen Zwecke einer Vergrößerung des Austrittsquerschnitts für das abgehende Wasser dienende Vorrichtung, welche mit dem genannten Uebelstande nicht behaftet ist, bildet der Boyden'sche Diffuser. Derselbe besteht in einem festliegenden, das Rad einer inneren Radialturbine B, Fig. 348, von außen umgebenden ringförmigen Raume KL, dessen innere Oeffnung mit der Austrittsöffnung des Rades B übereinstimmt, während seine Kränze sich nach außen hin allmälig erweitern. Ist r

der innere und R der äußere Halbmesser des Diffusers, und ist dessen Erweiterung von der Radweite b auf die äußere $B = LL$ eine derartig allmälige, daß ein Abreißen des Wassers nicht zu befürchten ist, dasselbe vielmehr den Diffuser gänzlich erfüllt, so wird offenbar das Wasser, welches aus dem Rade mit der Geschwindigkeit c_a austritt, den Diffuser mit einer Geschwindigkeit

$$\frac{2\pi r.b}{2\pi R.B}\,c_a = \frac{rb}{RB}\,c_a = \vartheta\,c_a$$

verlassen, wenn mit $\vartheta = \frac{rb}{RB}$ das Verhältniß des Eintritts- und Austrittsquerschnitts bezeichnet wird. Die hierdurch verloren gehende Arbeit beträgt

Fig. 348.



also für jedes Kilogramm Wasser $\vartheta^2\,\frac{c_a^2}{2g}$, während ohne den Diffuser die Arbeit $\frac{c_a^2}{2g}$ verloren geht, so daß der durch den Apparat erzielte Gewinn zu $(1-\vartheta^2)\,\frac{c_a^2}{2g}$ sich berechnet, wovon allerdings die in dem Diffuser selbst auftretenden Reibungswiderstände einen Theil verzehren.

Wäre z. B. $R = 2r$ und $B = {}^4/_3\,b$, so würde der Gewinn

$$\left[1-\left(\frac{1}{2}\,\frac{3}{4}\right)^2\right]\frac{c_a^2}{2g} = \left(1-\frac{9}{64}\right)\frac{c_a^2}{2g} = 0{,}86\,\frac{c_a^2}{2g} = h_\theta$$

betragen. Wenn man daher für die Turbine etwa $\frac{c_a^2}{2g} = 0{,}06\,h$ angenommen hätte, so würde durch den Diffuser $h_\theta = 0{,}06\,.\,0{,}86\,h = 0{,}052\,h$ also über 5 Proc. an Gefälle erspart werden, wovon indessen für die Reibung des Wassers im Diffuser selbst ein Theil abzuziehen wäre.

Man hat sich die Wirkung des Diffusers auf die Turbine so zu denken, daß durch denselben der Gegendruck auf die Ausmündung des Rades um eine der Höhe h_θ entsprechende Größe vermindert, also der wirksame Druck des Oberwassers um ebenso viel vermehrt wird, was unmittelbar aus dem für die Größe des hydraulischen Druckes geltenden mehrfach angezogenen Gesetze (13) folgt. Bezeichnet man nämlich mit x die Wassersäulenhöhe, welche der Pressung in der Mitte zwischen Radmündung und Diffuser entspricht, so ist, da die Pressung auf die Mitte der Ausmündung des Diffusers durch eine Wassersäule $10{,}336\text{ m} + h_u = b + h_u$ gemessen wird, nach jenem Gesetze:

$$b + h_u = x + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{\vartheta^2 c_a^2}{2g} = x + h_\theta,$$

also $x = b + h_u - h_\theta$, d. h. die Pressungshöhe im Spalt zwischen Rad und Diffuser ist um die Größe h_θ kleiner als ohne den Diffuser. Die Wirkung des letzteren wird daher auch rückwärts eine Vergrößerung aller Geschwindigkeiten in der Turbine zur Folge haben, welche man dadurch findet, daß man das wirksame Gefälle h_w der Turbine um die Höhe h_θ größer in Rechnung stellt, dann aber als die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers diejenige c_a einführt, mit welcher das Wasser das Turbinenrad verläßt.

Im Allgemeinen hat der Diffuser keine nennenswerthe Verbreitung gefunden, doch kann hier die Bemerkung angefügt werden, daß man bei den Axialturbinen eine ähnliche Wirkung erlangen kann, wenn man den Querschnitt des Abführungsrohres unmittelbar unterhalb des Rades nicht plötzlich erweitert, wie dies meist geschieht, sondern wenn man, etwa durch einen kegelförmigen Einsatz in der Mitte dafür sorgt, daß die Geschwindigkeit c_a des aus dem Rade abfließenden Wassers möglichst allmälig in die kleinere Geschwindigkeit übergeführt wird, welche das Wasser in dem Abflußrohre annimmt. Es würde sich dadurch in einfacher Art meistens noch eine Ersparniß von 2 bis 3 Proc. der Arbeitsleistung erreichen lassen.

Bei den Turbinen ohne Leitschaufeln besitzt nach den Erörterungen in den §§. 121 und 122 das abfließende Wasser noch eine beträchtliche Geschwindigkeit, insbesondere, wenn das verwendete Gefälle ein großes ist. Um den hiermit verbundenen Verlust an mechanischer Arbeit möglichst zu ermäßigen, hat man wohl auch versucht, das aus der Turbine tretende Wasser zum Umtriebe eines zweiten Rades zu verwenden. Eine derartige Construction hat der Oberbergrath Althans in einer Lohmühle*) zu Vallendar bei Ehrenbreitstein ausgeführt. Die wesentliche Einrichtung derselben ist aus

*) Innerösterreichisches Gewerbeblatt, 1843.

Fig. 349 zu ersehen. Darin stellt EA die gewöhnliche schottische Turbine für ein Gefälle von circa 38 m vor, während das größere Schaufelrad B durch das aus den Schwungröhren A ausfließende Wasser bewegt wird. Da beide Räder nach entgegengesetzten Richtungen umlaufen, so sind sie durch ein besonderes Räderwerk mit einander zu verbinden. Da das größere Rad hierbei vermöge seiner Masse nach Art eines Schwungrades wirkt, so wird hierdurch ein gleichförmigerer Gang erzielt.

Fig. 349.

In welcher Weise die Wirkung des austretenden Wassers zur Bewegung eines Regulators für die Schützvorrichtung von Nagel und Kämp verwendet worden ist, wurde bereits in §. 132 angeführt. Mehrere Axialturbinen unter einander derart anzubringen, daß das abfließende Wasser des oberen Rades dem unteren zufließt, hat v. Reiche in seinem Werke über Turbinen vorgeschlagen, wofür er den Namen „mehrspaltige Turbinen“ gewählt hat.

Die Turbinenwelle. §. 136. Die Wellen der Turbinen werden immer aus Eisen gefertigt und zwar aus Schmiedeeisen, wenn die Welle massiv ist und aus Gußeisen bei hohler Gestalt, wie solche bei der Aufhängung durch Fontaine'sche Ueberwasserzapfen erforderlich ist. Diese Wellen werden durch die auf sie wirkenden Kräfte wesentlich auf Torsion beansprucht, da bei einer vollen Beaufschlagung des Turbinenrades ein einseitiger Druck auf die Welle nicht entsteht, und da man einen solchen auch bei einer partiellen Beaufschlagung dadurch vermeidet, daß man den Wassereintritt an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen stattfinden läßt. Ein Seitendruck wird allerdings auf die Welle an der Stelle ausgeübt, an welcher die Kraft durch Räder oder Riemen an die Transmissionswelle abgegeben wird, doch kommt dieser Druck bei den meisten Anordnungen unmittelbar neben dem oberen Halslager der Turbinenwelle, also an einem so geringen Hebelarme zur Wirkung, daß die hierdurch erzeugte Anstrengung des Materials auf Biegung meist nicht bedeutend ist. Es genügt daher für die gewöhnlichen Fälle, die Welle lediglich nach den Formeln für die Torsionsfestigkeit zu berechnen, und zwar hat man hierbei, da wegen der verhältnißmäßig geringen Länge der Turbinenwelle deren Verdrehungswinkel nur klein ist, aus Thl. III, 1, die Festigkeitsformel

$$Pa = 716\,200\,\frac{N}{n} = t\,\frac{W}{e} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (126)$$

anzuwenden, worin Pa das verdrehende Moment in Millimeterkilogrammen entsprechend N Pferdekräften und n Umdrehungen, W das polare Trägheitsmoment des Wellenquerschnitts und t die höchstens zulässige Schubspannung in den äußersten Fasern bedeutet, deren Abstand von der Axe durch e ausgedrückt ist. Für den kreisförmigen Querschnitt vom Durchmesser d hat man bekanntlich

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi d^3}{16}$$

und für den ringförmigen Querschnitt der hohlen Wellen vom äußeren Durchmesser D und inneren Durchmesser d

$$\frac{W}{e} = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 D} = \frac{\pi}{16} D^3 (1 - v^4)$$

zu setzen, wenn $v = \frac{d}{D}$ das Durchmesserverhältniß bedeutet.

Nimmt man die höchstens zulässige Schubspannung mit Redtenbacher pr. Quadratmillimeter zu

$$t = 2{,}11 \text{ kg für Schmiedeeisen}$$

und

$$t = 0{,}89 \text{ kg für Gußeisen}$$

an, so erhält man aus (126):

$$716\,200 \frac{N}{n} = 2{,}11 \frac{\pi d^3}{16}$$

den Durchmesser für schmiedeeiserne Wellen

$$d = 120 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ mm} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (127)$$

und ebenso aus

$$716\,200 \frac{N}{n} = 0{,}89 \frac{\pi}{16} D^3 (1 - v^4)$$

für gußeiserne hohle Wellen den äußeren Durchmesser:

$$D = 160 \sqrt[3]{\frac{N}{n (1 - v^4)}} \text{ mm} \quad \ldots \ldots \quad (128)$$

Setzt man hierin noch als passendes Verhältniß $v = \frac{d}{D} = \frac{2}{3}$, so erhält man damit:

$$D = 172 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ mm} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (128^a)$$

Die nach den vorstehenden Formeln berechneten Durchmesser hat man natürlich für die dünnsten Stellen zwischen dem Turbinen- und dem Trans-

missionsrade in Anwendung zu bringen, es muß also auch der unterhalb des letzteren angeordnete Halszapfen diese Stärke bekommen, und es sind für die Nabensitze entsprechende Verstärkungen anzuordnen. Wenn das Transmissionsrad auf der Turbinenaxe unterhalb des oberen Zapfens, also zwischen diesem und dem Turbinenrade angebracht ist, so hat man den oberen Zapfen als Stirnzapfen mit Rücksicht auf seine Bruchfestigkeit nach Thl. III, 1, zu berechnen.

Der Spurzapfen der Turbinenwelle hat außer dem Eigengewichte der Welle nebst Laufrad und Transmissionsrad auch noch den Wasserdruck aufzunehmen, welchem das Laufrad unterworfen ist. Dieser Druck bestimmt sich für den Zustand des Betriebes aus der Reactionsdruckhöhe h_ρ. Für eine reine Druckturbine, für welche $h_\rho = 0$ ist, fällt daher für den Zustand des Betriebs der Wasserdruck ganz fort. Als die gedrückte Grundfläche kann man bei den Axialturbinen den horizontalen Querschnitt $\pi (r_a^2 - r_i^2)$ annehmen.

Bei den Radialturbinen wird der Wasserdruck meistens durch einen festliegenden Teller aufgenommen, so daß die Axe einem Wasserdrucke nur durch das Gewicht des im Rade befindlichen Wassers ausgesetzt ist. Wenn jedoch ein solcher fester Bodenteller nicht vorhanden wäre, so hätte man bei den Radialturbinen als gedrückte Fläche die durch den Eintrittsumfang umschlossene Kreisfläche πr_e^2 anzusehen. Die Bestimmung des auf den Spurzapfen entfallenden Druckes wird hiernach in keinem Falle Schwierigkeiten machen. Daß die im Wasser befindlichen Theile einem Auftriebe gleich dem Gewichte des verdrängten Wassers unterworfen sind, würde bei einer genauen Druckermittelung zu berücksichtigen sein.

Die Stärke des Spurzapfens macht man gewöhnlich gleich $^2/_3$ bis $^3/_4\, d$, und zwar läßt man sich hierbei von der Rücksicht leiten, den Druck pr. Flächeneinheit der Auflagerfläche nicht über ein gewisses Maß steigen zu lassen, damit der Verschleiß der Pfannenlager und des Zapfens möglichst gering ausfällt. Es gelten hierfür die in Thl. III, 1, in Betreff der Spurzapfen gemachten Bemerkungen. Man findet hiernach den Zapfendurchmesser für eine wirksame Belastung P der Turbinenwelle durch

$$d = \sqrt{\frac{4P}{\pi p}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{P}{p}} \text{ mm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129)$$

wenn p die pr. Quadratmillimeter Zapfenfläche zulässige Pressung bedeutet.

Nach Reuleaux kann man, unter n die Umdrehungszahl pr. Minute verstanden,

$$d = 0{,}17 \sqrt{Pn} \text{ mm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129^a)$$

setzen, welcher Formel die Annahme

$$p = \frac{44{,}2}{n} \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129^b)$$

zu Grunde liegt. Demnach ergiebt sich die schon in Thl. III, 1, angeführte kleine Tabelle:

n	50	100	150	300	600	1000	Umdrehungen pro Minute
$p =$	0,88	0,44	0,29	0,15	0,075	0,044	Kilogramm pro 1 qmm

Beispiel. Wenn eine Turbine bei 90 Umdrehungen pro Minute 40 Pferdekraft nutzbar macht, so ist die Stärke der schmiedeeisernen Welle zu

$$d = 120 \sqrt[3]{\frac{40}{90}} = 91{,}6 \text{ mm} = rot\ 92 \text{ mm}$$

anzunehmen. Dagegen erhält man bei Aufhängung der Turbine auf einen Ueberwasserzapfen den äußeren Durchmesser der hohlen gußeisernen Welle unter Zugrundelegung eines Verhältnisses der Durchmesser $\nu = \frac{d}{D} = \frac{2}{3}$:

$$D = 172 \sqrt[3]{\frac{40}{90}} = 131 \text{ mm},$$

so daß der innere Durchmesser $d_2 = \frac{2}{3} 131 = 87$ mm folgt. Die erforderliche Zapfenstärke ergiebt sich, wenn die Belastung der Axe zu $P = 2500$ kg angenommen wird, nach Reuleaux zu

$$d = 0{,}17 \sqrt{2500 \,.\, 90} = 80 \text{ mm},$$

so daß auf jeden Quadratmillimeter des Zapfenquerschnitts eine Belastung von $\frac{2500}{\pi \,.\, 40^2} = 0{,}49$ kg entfällt.

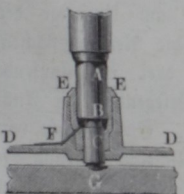
§. 137. **Zapfenlager der Turbinen.** Eine besondere Sorgfalt erfordert die Anordnung des Zapfenlagers für den Spurzapfen einer Turbine, da bei der meist großen Umdrehungszahl und der bedeutenden Belastung der Axe eine große Reibungsarbeit zu überwinden ist und ein schnelles Abführen des Zapfens eintritt, wenn nicht für dessen gute Oelung und sorgfältige Lagerung gesorgt wird. Wenn der Spurzapfen am unteren Ende der Axe angebracht wird, das Spurlager also ganz im Wasser befindlich ist, so wird hierdurch nicht nur die Zugänglichkeit, Beaufsichtigung und Schmierung des Zapfens sehr erschwert, sondern es können auch leicht Beschädigungen der Zapfenoberfläche durch von dem Wasser mitgeführten scharfen Sand veranlaßt werden. Diese Uebelstände haben zu sehr verschiedenen Constructionen der Zapfenlager Anlaß gegeben, und zwar hat man sich entweder bemüht, den Zutritt des Wassers zu dem Unterzapfen zu verhindern, oder man hat den Zapfen oberhalb des Rades angebracht und das Turbinenrad mittelst einer hohlen Welle aufgehängt. Diese letztere Anordnung sogenannter Ueberwasserzapfen, welche zwar mit dem Uebelstande größerer Reibung der hohlen Welle

und größerer Kosten der Ausführung verbunden ist, hat sich wegen ihrer sonstigen Vorzüge in der neueren Zeit mehr und mehr eingeführt.

Den unter Wasser aufgestellten Spurzapfen hat man behufs der guten Erhaltung das zum Schmieren dienende Oel in ununterbrochenem Flusse zuzuführen, und nur bei kleinen Drucken und mäßigen Geschwindigkeiten genügt ein einfaches Baden des Zapfens in Oel. Wenn, wie dies für kleinere Turbinen wohl zulässig ist, die Lagerpfannen aus Pockholz gemacht werden, so kann die Schmierung des Zapfens mit Wasser geschehen, welches durch ein Röhrchen aus dem Oberwasser, also unter Druck, dem Zapfen zugeführt wird. Die Spurzapfen der Turbinen müssen ferner mit Vorrichtungen zum Heben und Senken der Axe versehen werden, um bei eintretender Abnutzung der Zapfen und der Pfannen das Turbinenrad genau gegen das Leitrad einstellen, also bei Axialturbinen die Weite des Spaltraums reguliren zu können.

Außer in dem Spurlager muß natürlich die Turbinenwelle noch in einem oder mehreren Halslagern geführt werden, welche Lager man in der Regel mit Centrirvorkehrungen versieht, um die Turbinenaxe genau vertical einzustellen. Diese Halslager unterscheiden sich nicht wesentlich von den in Thl. III, 1, besprochenen, weswegen dieserhalb auf jene Stelle verwiesen werden kann, und es sollen im Folgenden nur die hauptsächlich angewandten Constructionen der Spurzapfen und ihrer Lager besprochen werden.

Fig. 350.



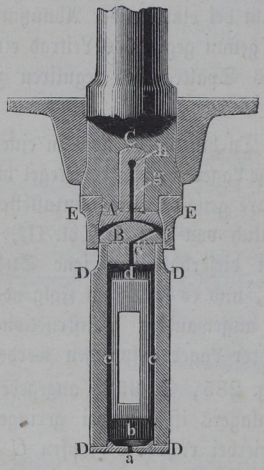
Die einfache, in Fig. 285, S. 352, angegebene Anordnung des Zapfenlagers ist nur bei geringem Drucke anwendbar. Hierbei ruht der Zapfen C in einer Pfanne von Rothguß, die innerhalb eines auf der Radstubensohle aufgeschraubten Ständers mit Hülfe der Stellkeile LS gehoben und gesenkt werden kann. Das Oel wird dem Zapfen durch ein Rohr R zugeführt, welches neben den Stellkeilen durch den Boden der Spurpfanne geht und dessen freies Ende bis über den Oberwasserspiegel emportritt.

Die Einrichtung eines Zapfens nach Cadiat führt Fig. 350 vor Augen. Der Fuß A der stehenden Welle enthält den gehärteten Stahlzapfen B, der durch eine Schraube oder einen Keil fest mit A verbunden ist. Dieser Zapfen ruht auf dem gleichfalls gehärteten Stifte C, welcher mittelst des Hebels oder Stellkeils G gehoben werden kann. DE ist das auf der Sohle fest aufsitzende gußeiserne Lagergehäuse, in welches das messingene Lagerfutter EE eingesetzt ist, das der Welle zur seitlichen Führung dient und den Zutritt des Wassers zum Zapfen verhindern soll. Durch das Rohr F wird das Oel in den Zwischenraum zwischen B und E geführt.

In wirksamer Weise wird der Zutritt des Wassers durch eine besondere Stopfbüchse verhindert, wie dies bei der in Fig. 334 abgebildeten Turbine (nach Reichenbach in Augsburg) geschieht, bei welcher auch durch die Schrauben R eine Centrirung des Lagers ermöglicht ist.

In Fig. 351 ist der von Fourneyron bei der in Fig. 282 gezeichneten Turbine angewendete Zapfen dargestellt. Der mit der Welle C fest verbundene Zapfen A aus hartem Stahl ist hierbei des sicheren Standes wegen nach einem Kugelsegment ausgehöhlt und ruht auf der nach derselben Form gewölbten Kopffläche der Stahlunterlage B, welche in dem cylindrischen Gehäuse D festsitzt. Das letztere ist in einem ausgebohrten gußeisernen Gehäuse Z, Fig. 282, mittelst eines Hebels OR verschieblich, der bei R durch eine Zugstange und Schraube S gestellt werden kann und durch einen Schlitz des Gehäuses D hindurchgeht. Das durch das Rohr U zugeführte Oel tritt bei a in den hohlen Raum b und von da aus durch die Canäle c in den Raum d. Von hier fließt es durch drei unten senkrecht beginnende, oben schräg ausmündende Canäle ef am Umfange des Stahllagers zwischen die Reibungsflächen, woselbst ihm durch drei radiallaufende Furchen hinreichend Gelegenheit zur Ausbreitung gegeben wird. Endlich geht von der Mitte dieser Flächen eine Bohrung gh in die Welle hinein, durch welche das Oel nach außen abfließen kann, indem es durch den hydrostatischen Druck in dem Zuführungsrohre in Circulation erhalten wird.

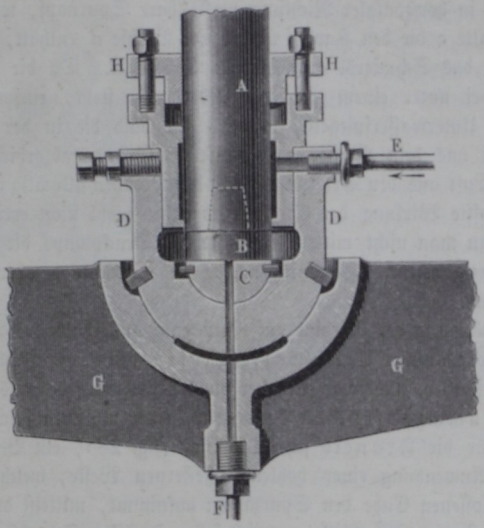
Fig. 351.



Um ein Klemmen des Zapfens bei einer durch Setzen des Fundaments oder Ungenauigkeit der Aufstellung veranlaßten Schrägstellung der Axe möglichst zu vermeiden, construirt man die Spurlager nach Fig. 352, welche dem Redtenbacher'schen Werke über Turbinen entnommen ist, auch in der Weise, daß der Spurnapf D unten halbkugelförmig gebildet ist und in dem ebenso ausgedrehten Querstege G seine Lagerung findet. Die Turbinenwelle A ist hierbei mit dem Spurzapfen B versehen, welcher auf der gleichfalls halbkugelig gelagerten Spurplatte C aufruht. Eine Stopfbüchse H verhindert den Zutritt des Wassers zu den Zapfenflächen, welchen das Oel durch das Röhrchen E zugeführt wird, so daß es in den Furchen zwischen A und H und durch Querrinnen in der Zapfenfläche nach dem Abflußröhrchen F gelangt. Dieses Lager ist für kleinere Turbinen und in solchen Fällen sehr zweck-

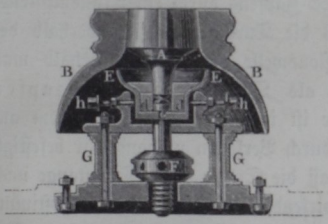
mäßig, in denen auf eine sehr sichere Fundirung nicht gerechnet werden kann, während man bei großen Turbinen den einfacheren festen Spurlagern den

Fig. 352.



Vorzug giebt, und durch besonders exacte Ausführung und solide Unterstützung einer Abweichung der Turbinenwelle von der lothrechten Lage möglichst vorbeugt. Die Beweglichkeit des Spurlagers hat man, anstatt durch ein Kugelgelenk, auch dadurch zu erreichen gesucht, daß man, wie in Fig. 335, die Spurplatte um zwei sich rechtwinkelig kreuzende Cylindergelenke beweglich macht, auch hat man zu dem gleichen Zwecke das Spurlager vermittelst der Hoock'schen Klaue aufgehängt, für welche beiden Anordnungen in dem Werke von Redtenbacher ebenfalls Beispiele angegeben sind.

Fig. 353.



Um das Wasser von dem Turbinenzapfen abzuhalten, hat man anstatt der Stopfbüchse auch wohl nach Laurent den Druck der Luft benutzt, wie aus Fig. 353 ersichtlich ist, welche ein Lager mit der sogenannten atmosphärischen Schmierung darstellt. Das Wesentliche dieser Anordnung besteht darin, daß am Fuße der Turbinenwelle *A* eine Taucher-

glocke *B* angebracht ist, welche den Zapfen umgiebt, so daß die in der Glocke abgefangene Luft den Zutritt des Wassers zu der Spurplatte *c* verhindert. Der durch die Schraubenspindel *F* in verticaler und durch die Centrirschrauben *h* in horizontaler Richtung verstellbare Spurnapf, welcher außer der Spurplatte *c* die den Zapfen umgebende Büchse *d* enthält, endigt nach oben in die das Schmieröl aufnehmende Schale *E*. Da die Luft in der Glocke hierbei unter einem gewissen Ueberdrucke steht, entsprechend dem Stande des Unterwasserspiegels, so wird gar bald die in der Glocke enthaltene Luft aus dem Wasser aus demselben Grunde absorbirt sein, aus welchem die Luft aus den Druckwindkesseln der Pumpen allmälig verschwindet, und die gehoffte Wirkung der Glocke wird daher wohl nicht erreicht werden können, wenn man nicht mittelst einer kleinen Druckpumpe die Luft in der Glocke *B* stetig ersetzt. Hierdurch würde die Einrichtung aber sehr complicirt werden.

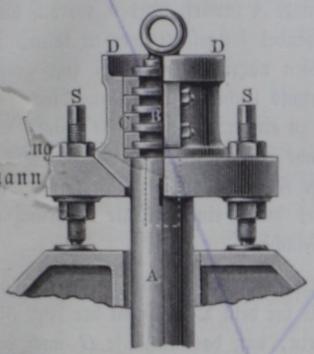
Die Aufhängung der Turbine auf einen ganz außerhalb des Wassers angeordneten sogenannten Ueberwasserzapfen kann hauptsächlich in zweifacher Art geschehen, und zwar entweder durch Anordnung des aus Thl. III, 1, bekannten Kammzapfens bei Verwendung einer massiven schmiedeeisernen Welle, wofür die Francis'sche Turbine, Fig. 284, ein Beispiel giebt, oder durch Anwendung einer hohlen gußeisernen Welle, welche in ihrem oberen geschlossenen Ende den Spurzapfen aufnimmt, mittelst dessen sie sich auf eine im Innern der Welle centrisch fest aufgestellte Tragstange stützt, welche Anordnung ebenfalls aus den Figuren 296 und 340 ersichtlich ist. In Betreff der beiden letztgedachten Beispiele findet noch der Unterschied statt, daß in Fig. 340 der Spurzapfen das obere Ende der Turbinenwelle bildet, welche ihre Kraft unterhalb dieses Zapfens durch ein Transmissionsrad fortpflanzt, während in Fig. 296 die Turbinenaxe sich oberhalb des Spurzapfens noch zu einer Transmissionswelle verlängert, weshalb man diese beiden Zapfenanordnungen wohl als Ober- und Mittelzapfen unterscheidet. Die mittlere Tragstange ist in beiden Fällen in einem auf dem Fundamente verankerten Ständer durch Verkeilen unwandelbar befestigt, und es bedarf kaum der Bemerkung, daß die Stärke dieser Tragstange nach den Regeln der zusammengesetzt rückwirkenden Elasticität derart bestimmt werden muß, daß sie einer Biegung durch die auf ihren Kopf drückende Belastung des Spurlagers nicht unterworfen ist.

Durch die folgenden Figuren 354 bis 356 sind die Anordnungen eines Francis'schen Kammzapfens, Fig. 354, eines Fontaine'schen Oberzapfens, Fig. 355, und eines eben solchen Mittelzapfens, Fig. 356, nach den von B. Lehmann*) angegebenen Zeichnungen dargestellt.

*) Ztschr. d. V. deut. Ing., 1871.

Aus Fig. 354 ersieht man, wie eine besondere, mit ringförmigen Bunden versehene Kammzapfenspindel B mit der Turbinenaxe A fest verkeilt ist und die in die Büchse D eingeschlossenen Ringfutter C aus Bronze den Druck der Bundringe aufnehmen. Die auf das Gestell G sich stützenden Schrauben S ermöglichen eine entsprechende Verstellung des Spurlagers. Die Anzahl und Breite der Bundringe richtet sich selbstredend nach der Größe der Belastung, und es muß in dieser Hinsicht auf Thl. III, 1, verwiesen werden. Die Zapfenreibung der Kammzapfen verzehrt natürlich wegen des größern Halbmessers der Reibungsfläche einen größern Arbeitsbetrag als die Reibung der gewöhnlichen Spurzapfen.

Fig. 354.



In Fig. 355 stellt A die hohle gußeiserne Turbinenaxe und T die im Innern derselben fest aufgestellte schmiedeiserne Tragstange vor, deren Kopf eine Bronzebüchse trägt, in welcher die Stahlspur c gelagert ist. Ein

Fig. 355.

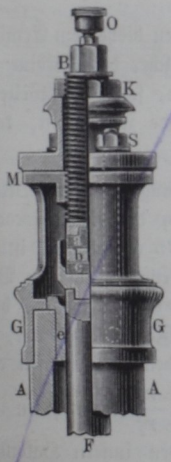
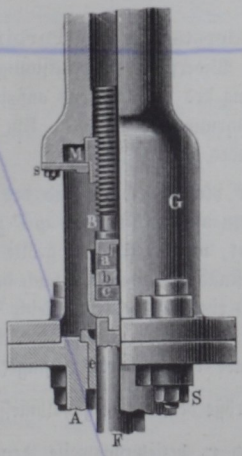


Fig. 356.



auf die Welle A gesteckter und durch mehrere Schrauben S befestigter Aufsatz G enthält die Schraubenspindel B, welche durch die schmiedeiserne

Mutter M hindurchtritt und am untern Ende die Stahlplatte a trägt. Zwischen a und c ist die Bronzeplatte b lose eingelegt. Da die in den Aufsatz G eingelegte Mutter M an der Drehung verhindert ist, so kann durch ein Umdrehen der Schraubenspindel B an deren sechskantigem Kopfe eine Hebung oder Senkung der Turbinenaxe A bewirkt werden, worauf durch Anziehen der Contremutter K die Spindel festgestellt werden kann, um einem unbeabsichtigten selbstthätigen Lösen vorzubeugen. Bei sehr großen Turbinenanlagen hat man auch wohl behufs leichterer Einstellung die Mutter M der Schraube drehbar gemacht und zu einem Schneckenrade gestaltet, in dessen Umfang eine Schraube ohne Ende eingreift. Die Messingbüchse e gewährt der Turbinenwelle eine seitliche Führung an der Tragstange, und aus dem Oelbehälter O fließt das Oel durch eine centrale Bohrung der Spindel B zwischen die sich reibenden Flächen.

Der in Fig. 356 dargestellte Mittelzapfen, dessen einzelne Theile durch dieselben Buchstaben bezeichnet sind wie bei dem Oberzapfen der Fig. 355, unterscheidet sich von letzterem nur darin, daß das Gehäuse G nach oben fortgesetzt ist, um darin eine Verlängerung der Welle festkeilen zu können, und daß hierbei behufs der Einstellung die Mutter M gedreht wird, während die Schraubenspindel B mittelst einer eingehobelten Nuth und eines in G angebrachten Stiftes an der Drehung verhindert wird. Das selbstthätige Lösen der Mutter wird nach geschehener Einstellung durch die Scheibe s verhindert.

§. 138. **Widerstände der Turbinenaxe.** In den bisherigen Ermittelungen ist der Widerstand unberücksichtigt geblieben, welcher der Turbine durch die Reibung des Spurzapfens auf seiner Spurplatte, sowie der Welle in ihren Halsführungen erwächst. Um diese Widerstände zu schätzen, kann man Folgendes bemerken.

Der Reibungswiderstand des Spurzapfens hängt von der Belastung P derselben ab und ist gleich φP zu setzen, wenn φ den Reibungscoefficienten bedeutet, welcher für gut geölte Zapfen zu 0,075 anzunehmen ist. Diesen Widerstand hat man sich nach den in Thl. I hierüber gemachten Bemerkungen an einem Hebelarme gleich $^2/_3\, r$ wirksam zu denken, wenn r den Halbmesser der kreisförmigen Querschnittsfläche des Zapfens bedeutet, während bei einer ringförmigen Auflagerfläche, wie sie den Kammzapfen entspricht, die Größe des Reibungshalbmessers zu $\frac{2}{3}\,\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$ anzunehmen ist, wenn r_1 und r_2 beziehungsweise den äußern und den innern Halbmesser der Auflagerfläche vorstellen. Hiernach ist die zur Ueberwindung der Spurzapfenreibung bei n Umdrehungen pr. Minute erforderliche mechanische Arbeit gleich

$$L_s = \frac{2}{3}\,\pi\, d\,\varphi\, P\,\frac{n}{60}$$ Meterkilogramm pr. Secunde . . . (130)

zu setzen, worin d den Durchmesser der Reibungsfläche in Metern bedeutet.

Außer dieser Reibung an der Stützfläche des Spurzapfens finden noch Widerstände in den Halslagern und etwaigen Stopfbüchsen statt, durch welche die Welle geführt wird. Diese Reibungswiderstände sind nicht wohl durch die Rechnung festzustellen, da sie wesentlich von der Größe der Kraft abhängen, mit welcher diese Führungen gegen die Welle gepreßt werden, und man kann daher diese Widerstände nur auf Grund von praktischen Erfahrungen und Versuchen schätzen. Durch zahlreiche Versuche hat B. Lehmann den Widerstand der gesammten Axenreibung, d. h. derjenigen am Spurzapfen und in den Halslagern ermittelt, und kommt zu dem Schlusse, daß man zur Bestimmung dieser Gesammtreibung einen Coefficienten $\varphi = 0{,}1$ zu Grunde legen könne. Mit diesem Reibungscoefficienten sind dann von dem Genannten umfangreiche Tabellen für Turbinen verschiedener Systeme ausgerechnet und an unten angezeigter Stelle*) veröffentlicht. Danach hat sich die Größe der Reibungen an dem Spurzapfen und an dem Wellenumfange zwischen 0,8 und 3,4 Proc. der absoluten Wasserkraft bei voll beaufschlagten Turbinen ergeben, und zwar liegt dieser Werth bei Axialturbinen zwischen 1,4 und 3,4 Proc. und bei Radialturbinen zwischen 0,8 und 1,7 Proc. der absoluten Wasserkraft, ist also bei den Radialturbinen nur etwa halb so groß wie bei den Axialturbinen. Dies dürfte sich aus dem geringern Wasserdrucke, welchem die Radialturbinen ausgesetzt sind, erklären. Für eine nur theilweise Beaufschlagung repräsentirt die Reibung natürlich einen höhern Procentsatz der absoluten Wasserkraft.

Die gedachten Versuche wurden in der Art angestellt, daß um das Abtriebsrad der Turbine eine Schnur gelegt und so weit belastet wurde, bis die Turbine in langsame Umdrehung gerieth. Der auf diese Weise gefundene Widerstand repräsentirt daher die Axenreibungen der Turbine im Zustande des Leerlaufes. Für den Zustand des Betriebes treten zu diesen Widerständen indessen noch erhebliche Hindernisse, welche erstens aus dem Widerstande des schnell umlaufenden Turbinenrades im Wasser oder in der Luft entstehen, und welche zweitens durch die Uebertragung der Kraft von der Turbinenaxe auf die betreffende Transmissionswelle hervorgerufen werden. Diese letztere Uebertragung erzeugt nämlich in den meisten Fällen einen beträchtlichen Seitendruck auf das obere Halslager der Turbine, welcher einen Arbeitsverlust im Gefolge hat, der besonders bei den Fontaine'schen Oberwasserzapfen wegen des größern Halbmessers der hohlen Turbinenwelle ins Gewicht fällt. Nur in den in der Wirklichkeit seltenen Fällen, wo die

*) Ztschr. d. V. d. Ing., 1879.

Uebertragung der Kraft von der Turbinenaxe aus gleichmäßig auf zwei oder mehrere dazu symmetrisch gestellte Wellen erfolgt, wie dies z. B. in Mahlmühlen zuweilen vorkommt, fällt beim vollen Betriebe der gedachte Seitendruck und mit ihm eine besondere Reibungsarbeit fort. Außerdem stellt sich aber noch bei der Uebertragung durch Zahnräder ein Widerstand ein, welcher ebenfalls von der Leistung des Turbinenrades in Abzug gebracht werden muß, wenn es sich darum handelt, die effective Leistung der Turbine, d. h. diejenige Leistung zu bestimmen, welche von dem Motor an das zu betreibende Werk thatsächlich abgegeben wird.

Es kann bemerkt werden, daß die letztgedachten von dem gewöhnlichen Betriebe der Turbine unzertrennlichen Widerstände nicht auftreten, wenn die Turbinenwelle behufs der Kraftermittelung gebremst wird, und daß also eine derartige Messung einen Arbeitsbetrag liefern muß, welcher um den Betrag jener Widerstände größer ist, als die thatsächlich von der Turbine an das zu betreibende Werk abgegebene Leistung. Man hat daher, wenn man von dem Wirkungsgrade einer Turbine spricht, in jedem Falle klar zu stellen, in welcher Weise man denselben verstehen will.

Was nun diese, durch die Kraftübertragung veranlaßten Arbeitsverluste anbetrifft, so lassen sich dieselben mit einer für die Praxis genügenden Sicherheit ermitteln, indem man die in Thl. III, 1, dafür angegebenen Regeln anwendet. Bezeichnet wie bisher N die Leistung in Pferdekräften, welche von der Turbine bei n Umdrehungen pr. Minuten ausgeübt wird, beträgt also die Leistung $L = 75\,N$ mkg, und ist R der Halbmesser in Metern des auf der Turbinenaxe befindlichen Zahnrades, von welchem der Abtrieb auf die Transmissionswelle erfolgt, so bestimmt sich die am Umfange dieses Rades wirksame Kraft K aus

$$K\,\frac{2\,\pi R n}{60} = L = 75\,N$$

zu

$$K = \frac{60}{2\,\pi R}\,\frac{L}{n} = 716\,\frac{N}{n\,R}.$$

Da nun das Zahnrad wohl in allen Fällen dicht neben dem obern Halslager der Turbinenaxe angebracht ist, so darf man für die Berechnung des Reibungswiderstandes annehmen, daß das gedachte Lager den Druck P unmittelbar aufnimmt, und man verliert daher durch die Reibung in dem Halslager vom Durchmesser d in jeder Secunde den Arbeitsbetrag

$$L_1 = \varphi_1 K \pi d\,\frac{n}{60} = \varphi_1\,\frac{d}{2\,R}\,L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

es geht also durch die gedachte Zapfenreibung der $\varphi_1\,\frac{d}{2\,R}$fache Betrag der ganzen Leistung verloren. Ein anderer Arbeitsverlust findet in Folge der

Zahnreibung zwischen den Rädern statt. Man kann nach Thl. III, 1, den hierdurch entstehenden Widerstand am Umfange des Rades zu

$$\varphi_2 \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) K^*)$$

setzen, wenn z_1 und z_2 die Zähnezahlen der beiden Räder vorstellen und φ_2 den zugehörigen Reibungscoefficienten bedeutet. Die hierdurch verloren gehende Arbeit bestimmt sich daher zu

$$L_2 = \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) K\, 2\pi R \frac{n}{60} = \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) L \quad (132)$$

so daß durch die Kraftübertragung im Ganzen die Arbeit

$$L_l + L_z = \left[\varphi_1 \frac{d}{2R} + \varphi_2 \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)\right] L \ . \ . \ . \quad (133)$$

verloren geht.

Wenn der Abtrieb durch Riemen erfolgt, so fällt die Zahnreibung fort, dagegen tritt ein vergrößerter Lagerdruck auf. Bezeichnet nämlich S_1 die Spannung des ziehenden und S_2 die Spannung des gezogenen Riemens, so hat man nach dem in Thl. III, 1, über den Riemenbetrieb Angeführten:

$$S_1 = \frac{e^{\varphi\gamma}}{e^{\varphi\gamma} - 1} K \quad \text{und} \quad S_2 = \frac{1}{e^{\varphi\gamma} - 1} K,$$

unter γ den umspannten Bogen, φ den Reibungscoefficienten zwischen Riemen und Scheibe, und unter e die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems verstanden. Der von beiden Riemen auf die Axe ausgeübte Druck berechnet sich daher zu

$$S_1 + S_2 = \frac{e^{\varphi\gamma} + 1}{e^{\varphi\gamma} - 1} K,$$

und somit erwächst durch den Riemenbetrieb ein Arbeitsverlust

$$L_l = \varphi \frac{e^{\varphi\gamma} + 1}{e^{\varphi\gamma} - 1} K \pi d \frac{n}{60} = \varphi \frac{e^{\varphi\gamma} + 1}{e^{\varphi\gamma} - 1} \frac{d}{2R} L \ . \ . \quad (131^a)$$

Beispiel. Für die im vorigen Paragraphen berechnete Turbinenaxe ergiebt sich nach (130) der Verlust durch die Spurzapfenreibung bei einer Belastung $P = 2500$ kg, einem Zapfendurchmesser von 0,080 m und einem Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ zu:

$$L_s = \frac{2}{3}\, 0{,}080\, \pi\, 0{,}1\, .\, 2500\, .\, \frac{90}{60} = 62{,}8 \text{ mkg},$$

oder in Procenten der Gesammtleistung $L = 40\, .\, 75$ mkg:

$$L_s = \frac{62{,}8}{40\, .\, 75} = 0{,}021\, L.$$

*) Für conische Räder und rechtwinkelig gekreuzte Axen hat man zu setzen: $\varphi_2 \pi \sqrt{\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}}\, K.$

Setzt man für das Zahnrad einen Durchmesser gleich 1 m, also $R = 0{,}5$ m voraus, so bestimmt sich die Halslagerreibung bei Anwendung einer schmiedeisernen Axe von 92 mm Stärke, wenn man hierfür $\varphi_1 = 0{,}08$ annimmt, zu

$$L_l = 0{,}08 \frac{0{,}092}{2 \,.\, 0{,}5} L = 0{,}0074\, L = 22{,}2 \text{ mkg},$$

dagegen für eine hohle Welle von 131 mm Stärke zu

$$L_l' = 0{,}08 \frac{0{,}131}{2 \,.\, 0{,}5} L = 0{,}0105\, L = 31{,}5 \text{ mkg}.$$

Nimmt man noch gleiche Räder mit je 60 Zähnen an, und setzt passend hierfür $\varphi_2 \pi = 1/3$, so erhält man den Verlust wegen der Zahnreibung

$$L_z = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60}\right) L = 0{,}011\, L = 33{,}5 \text{ mkg}.$$

Soll dagegen der Abtrieb durch einen Riemen von einer 1,5 m großen Scheibe geschehen, und legt man der Rechnung einen umspannten Bogen gleich der halben Peripherie π und einen Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}28$ zu Grunde, so ist nach der Tabelle in Thl. III, 1, $e^{\varphi\gamma} = 2{,}41$, daher

$$\frac{e^{\varphi\gamma} + 1}{e^{\varphi\gamma} - 1} = \frac{3{,}41}{1{,}41} = 2{,}42,$$

folglich erhält man in diesem Falle die Halslagerreibung für die schmiedeiserne Welle zu

$$L_l = 0{,}08 \,.\, 2{,}42 \frac{0{,}092}{1{,}5} L = 0{,}012\, L = 36 \text{ mkg}$$

und für die gußeiserne Axe

$$L_l' = 0{,}08 \,.\, 2{,}42 \frac{0{,}131}{1{,}5} L = 0{,}017\, L = 51 \text{ mkg}.$$

Demnach würde sich die gesammte Reibungsarbeit L_f wie folgt berechnen.

Für Zahnradbetrieb bei einer schmiedeisernen massiven Welle:

$$L_f = (0{,}021 + 0{,}007 + 0{,}011)\, L = 0{,}039\, L$$

bei einer gußeisernen hohlen Welle:

$$L_f = (0{,}021 + 0{,}010 + 0{,}011)\, L = 0{,}042\, L$$

und für Riemenbetrieb bei einer schmiedeisernen massiven Welle:

$$L_f = (0{,}021 + 0{,}012)\, L = 0{,}033\, L,$$

bei einer gußeisernen hohlen Welle:

$$L_f = (0{,}021 + 0{,}017)\, L = 0{,}038\, L.$$

Demgemäß kann man den Widerstand der Axe zu 3 bis 4 Proc. der von dem Turbinenrade ausgeübten Leistung annehmen, wovon etwa 2 Proc. auf die Zapfenreibungen beim Leergange entfallen.

Die von verschiedenen Autoren über die Reibungswiderstände gemachten Angaben schwanken um die hier ermittelten Werthe herum. So folgert Rittinger diese Widerstände aus genauen Versuchen zu 4 bis 5 Proc. des Nutzeffectes, während Fink diese Reibungen inclusive des Spaltverlustes zu $3\frac{3}{4}$ Proc. bei Axialturbinen und die Reibung allein bei Radialturbinen zu 2 Proc. des Nutzeffectes veranschlagt.

Was den Verlust durch den Widerstand anbetrifft, welchen die Luft oder das Wasser der Umdrehung des Turbinenrades entgegensetzt, so kann derselbe nur schätzungsweise bestimmt werden, und in dieser Beziehung haben verschiedene Schriftsteller, z. B. Werner und v. Reiche die von G. Schmidt gemachte Annahme adoptirt, wonach dieser Widerstand zusammen mit der Reibung der Axe im Spur- und Halslager etwa 7 Proc. der Nutzleistungen beträgt, und zwar sollen hiervon 4 bis 5 Proc. auf die Axenreibungen und der Rest von 2 bis 3 Proc. auf den besagten Luft- oder Wasserwiderstand gerechnet werden. Legt man diesen Werth von 7 Proc. zu Grunde, so erhält man den effectiven Wirkungsgrad η der Turbinenanlage zu

$$\eta = 0{,}93\,\eta_h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

wenn η_h den in den vorstehenden Paragraphen ermittelten hydraulischen Wirkungsgrad unter Berücksichtigung des Spaltverlustes bedeutet. Die von der Turbine zu erwartende nutzbare Leistung bestimmt sich daher zu

$$L = \eta Q h \gamma$$

oder

$$N = \eta Q h \frac{1000}{75} = 13{,}33\,\eta Q h \text{ Pferdekräfte} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (135)$$

In welcher Weise man die Widerstände der Axe und Zahnräder auf graphischem Wege durch Verzeichnung eines einfachen Diagramms bestimmen kann, ist in Thl. III, 1, Anhang, näher erläutert.

Versuche an Turbinen. Versuche über die Leistung der Turbinen sind in ziemlich großer Zahl gemacht worden. Wenn in Folge dieser Versuche zuweilen Wirkungsgrade von 0,85 bis 0,95 gefunden sein sollen, so sind derartige Angaben mit großer Vorsicht aufzunehmen, da sich mit ziemlicher Sicherheit die Unmöglichkeit so hoher Nutzeffecte nachweisen läßt. In den meisten Fällen dürfte der Grund dieser anscheinend günstigen Ergebnisse in der Unsicherheit der Wassermessung zu suchen sein, auf welcher dieselben beruhen, indem selbstredend mit einer Aufschlagmenge, welche thatsächlich größer ist, als die der Rechnung zu Grunde gelegte, der aus der letzteren sich ergebende Wirkungsgrad größer ausfallen muß, als er in Wirklichkeit ist. Diejenigen wenigen Versuche, bei welchen man, wie bei den von Rittinger*) angestellten, eine directe Messung des Wassers durch Auffangen desselben in geaichten Gefäßen vornehmen konnte, haben niemals so hohe Nutzeffectscoefficienten ergeben. In den meisten Fällen jedoch muß die Bestimmung der durch die Turbine gegangenen Wassermengen indirect durch Geschwindigkeitsmesser wie Schwimmer, Woltmann'sche Flügel ꝛc., oder durch Ueberfälle, also vermittelst der Rechnung, vorgenommen werden, mit welchen Bestimmungsmethoden immer eine größere oder geringere Unsicherheit verbunden ist. Daß der Wirkungsgrad jene Größe nicht erreichen kann, davon überzeugt man sich durch folgende Betrachtungen. Da dem Ausflusse des §. 139.

*) Rittinger, Theorie und Bau der Rohrturbinen.

Wassers durch die vollkommenste Mündung ein Geschwindigkeitscoefficient $\varphi = 0{,}975$ (s. Thl. I) zukommt, so findet schon bei der Einführung des Wassers ein Arbeitsverlust von wenigstens

$$\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{c_e^2}{2g} = 0{,}052 \frac{c_e^2}{2g}$$

statt, welcher bei reinen Druckturbinen, für welche näherungsweise $c_e = \sqrt{2gh}$ ist, einen Verlust von etwa 5 Proc. der ganzen Gefällhöhe, und bei Turbinen mit dem Reactionsverhältnisse $^1/_2$ einen solchen von circa 2,5 Proc. darstellt. Nimmt man ferner die Länge der Radcanäle nur gleich der dreifachen Weite derselben und die durchschnittliche relative Geschwindigkeit $w = {}^2/_3 c_e$ an, so beträgt der Reibungsverlust im Laufrade nach Thl. I:

$$0{,}019 \,.\, 3 \frac{w^2}{2g} = 0{,}025 \frac{c_e^2}{2g},$$

also etwa 3 Proc. der ganzen Wirkungsfähigkeit für Druckturbinen und 1,5 Proc. für die angenommenen Reactionsturbinen. Setzt man ferner einen Verlust an Arbeitsvermögen wegen der Austrittsgeschwindigkeit des Wassers von nur 5 Proc. der absoluten Leistung voraus, und nimmt den Krümmungswiderstand zu nur 1 Proc., den Widerstand des Stoßes wegen der Schaufeldicken zu 2 Proc. und die Axenreibung ebenfalls nur zu 2 Proc. an, so erhält man, wenn der Wasserverlust durch den Spalt für Actionsturbinen ganz vernachlässigt und der für Reactionsturbinen zu 2 Proc. angeschlagen wird, die sämmtlichen Verluste:

für Druckturbinen zu . $5 + 3 + 1 + 2 + 5 + 2 = 18$ Proc.

und

für Reactionsturbinen zu $2{,}5 + 1{,}5 + 1 + 2 + 5 + 2 + 2 = 16$ Proc.

Danach ließe sich von reinen Druckturbinen höchstens ein Wirkungsgrad von 0,82 und von Reactionsturbinen ein solcher von 0,84 erwarten, wenn man von allen sonstigen Widerständen, wie denjenigen im Zuführungsrohre und Leitapparate, von dem Widerstande der Luft und des Wassers u. s. w. absehen wollte. Mit Rücksicht auf vorstehende Zahlen muß man eine Turbine als eine vorzügliche ansehen, wenn deren Wirkungsgrad zwischen 0,75 und 0,80 gelegen ist, wie auch die Versuche von so ausgezeichneten unparteiischen Experimentatoren wie Morin, Brückmann, Zeuner ꝛc. höchstens solche Werthe für den Wirkungsgrad ergeben haben.

Morin berichtet über die Ergebnisse seiner Versuche in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris, 1838. Zunächst handelt er von den Versuchen, welche er an einer Fourneyron'schen Turbine zu Moussay angestellt hat. Dieses Rad hatte 0,85 m äußern Durchmesser, 0,11 m Höhe, 7,5 m Gefälle und 0,738 cbm Aufschlagwasser pr. Secunde, machte also eine Wasserkraft von

73,8 Pferdekräften zu Gute. Das allgemeine Ergebniß dieser Versuche war: das Rad mochte mehr oder weniger unter Wasser gehen, es gab bei 180 bis 190 Umdrehungen pr. Minute die größte Nutzleistung von 69 Proc. des ganzen Arbeitsvermögens. War die Umdrehungszahl circa 50 Proc. kleiner oder größer, so sank übrigens dieser Wirkungsgrad nur um 7 bis 8 Proc. Hierbei war die Schütze fast vollständig aufgezogen, wurde aber dieselbe bis zur halben Radhöhe niedergelassen, so fiel der Wirkungsgrad um 8 Proc. Bei einem Gange in freier Luft würde dieses Fallen gewiß noch größer gewesen sein.

Nächstdem theilt Morin in der genannten Abhandlung die Resultate seiner ausgedehnten Versuche an einer Turbine in Mühlbach mit. Das Rad derselben hatte 2 m äußern Durchmesser und $^1/_3$ m Höhe; sein Gefälle betrug $3^1/_2$ bis $3^3/_4$ m, und sein Aufschlag $2^1/_2$ cbm pr. Secunde; es nahm also eine disponible Wasserkraft von 117 bis 125 Pferdekräften auf. Bei 50 bis 60 Umgängen pr. Minute und bei dem stärksten Schützenzuge gab es die größte Nutzleistung von 78, die jedoch, weil Morin bei der Wassermessung einen zu kleinen Ausflußcoefficienten angenommen hat, vielleicht nur 75 Proc. zu setzen ist. Dieser große Wirkungsgrad verminderte sich auch um 2 bis 4 Proc., wenn die Umdrehungszahl 40 Proc. größer oder kleiner war als die angegebene. Es änderte sich der Wirkungsgrad nicht, wenn das Rad wenig oder tief (1 m) unter Wasser ging. Ebenso trat keine ansehnliche Veränderung des Wirkungsgrades ein, wenn sich der Aufschlag im Verhältnisse 3 : 5 veränderte. Auch verminderte sich der Wirkungsgrad mit der Höhe des Schützenstandes, so daß z. B. bei 0,5 m Schützenzug und bei der vortheilhaftesten Umdrehungszahl (58) der Wirkungsgrad nur 0,373 ausfiel. Uebrigens stellte Morin noch besondere Versuche über das Verhältniß $\frac{v}{\sqrt{2gh}}$ an und fand, ganz der Theorie entsprechend, daß dieses Verhältniß mit v (wegen Einflusses der Centrifugalkraft) wächst, dagegen abnimmt, wenn der Schützenstand ein größerer wird.

Redtenbacher theilt in seiner Schrift „Ueber die Theorie und den Bau der Turbinen und Ventilatoren“ noch die Resultate der an einer Fourneyron'schen Turbine zu Siebenen in der Schweiz angestellten Versuche mit. Diese Turbine hatte folgende Dimensionen und Verhältnisse: $r_c = 0{,}938$ m, $r_a = 1{,}128$ m; $h = 1$ m; die Radhöhe $b = 0{,}254$ m; $Q = 0{,}3$ cbm; $\alpha = 12^0$, $\beta = 45^0$, $\delta = 10^0$ u. s. w. Die Hauptergebnisse der Versuche mit diesem Rade waren folgende: Beim Schützenzuge $e = 0{,}1$ m war die vortheilhafteste Umdrehungszahl 17,5 und der entsprechende größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}464$; war der Schützenzug $e = 0{,}2$ m, so trat der größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}646$ bei 21,1 Umdrehungen pr.

Minute ein; und betrug der Schützenzug $e = 0{,}245$ m, so fiel, bei 20,6 Umdrehungen, der Maximalwirkungsgrad nur 0,640 aus. Diese verhältnißmäßig sehr kleinen Wirkungsgrade mißt Redtenbacher wohl mit Recht der zu großen Krümmung der Radschaufeln bei. Uebrigens ging die Turbine in freier Luft um.

Außer anderen interessanten Folgerungen, welche Redtenbacher aus den Wirkungen und den Verhältnissen der bekannten Fourneyron'schen Turbinen zieht, möge besonders die hervorgehoben werden, daß ein solches Rad bei der Maximalleistung und bei völlig aufgezogener Schütze halb so viel Umdrehungen macht, als wenn es ganz leer, d. i. ohne Arbeit zu verrichten, umläuft.

Die Versuche, welche Combes an seinen Reactionsrädern mit und ohne Leitschaufelapparat angestellt hat, führen ebenfalls auf kleinere Wirkungsgrade. An einem Modellrade ohne Leitschaufeln von 0,14 m äußerem Durchmesser und mit 25 Schaufeln betrug im günstigsten Falle, bei 335 Umdrehungen pr. Minute, 0,48 m Gefälle und 285 Liter Aufschlag pr. Minute, der Wirkungsgrad nur 0,511. Bei einem Modellrade von derselben Größe, mit 20 Leitschaufeln und 30 Radschaufeln und mit den Winkelgrößen $\alpha = 30^0$, $\beta = 90^0$ hat sich höchstens, und zwar bei 0,81 m Druckhöhe, 199 Umdrehungen pr. Minute und 372 Liter Aufschlag pr. Minute, der Wirkungsgrad $\eta = 0{,}566$ herausgestellt. An einem Rade im Großen, welches zur Bewegung von Pumpen in Paris diente, wurde der Wirkungsgrad ebenfalls nur 0,53 gefunden. Dieses Rad hatte einen äußern Durchmesser von 0,97 m, eine Höhe von 0,16 m, ein Gefälle von 0,91 bis 1,83 m und einen Aufschlag zwischen 400 und 85 Liter pr. Secunde. Die Zahl der Radschaufeln betrug 36, während die Leitschaufeln ganz fehlten und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute war bei der Maximalleistung von 117,75 mkg gleich 75.

Ausführliche Versuche mit zwei Fourneyron'schen Turbinen sind auch noch von Morris in Delaware angestellt worden. S. Journal of the Franklin Institute. Dec. 1843, auch polytechn. Centralblatt 1844, Heft X. Das erste der beiden Versuchsräder hatte $4^2/_3$ Fuß (1,465 m) äußern Durchmesser und 8 Zoll (0,209 m) Höhe, sein Gefälle betrug circa 6 Fuß (1,88 m) und sein Aufschlag im Mittel 1700 Cubikfuß (52,5 cbm) pr. Minute. Der größte Wirkungsgrad von 0,7 stellte sich bei dem größten Schützenzuge von 6 Zoll (0,157 m) und bei 52 Umdrehungen oder einer innern Radgeschwindigkeit $v_1 = 0{,}46\sqrt{2gh}$ heraus. Uebrigens aber war für $v_1 = 0{,}5\sqrt{2gh}$ bis $0{,}9\sqrt{2gh}$, η nur zwischen den Grenzen 0,64 und 0,70 veränderlich. Das zweite Rad hatte 4 Fuß 5 Zoll (1,303 m) äußern Durchmesser, 6 Zoll (0,157 m) Höhe, circa $4^1/_2$ Fuß (1,413 m) Gefälle und

14 Cubikfuß (0,433 cbm) Aufschlag pr. Secunde. Es ging unter Wasser und gab bei $4^1/_2$ Zoll (0,118 m) Schützenzug folgende Leistungen. War $v_1 = 25$ bis 30 Proc. von $\sqrt{2gh}$, so ergab sich $\eta = 0{,}63$; war $v_1 = 40$ bis 50 Proc. von $\sqrt{2gh}$, so stellt sich $\eta = 0{,}71$ heraus, bei

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}45 \text{ oder } n = 49,$$

bekam man die Maximalleistung, nämlich $\eta = 0{,}75$, bei

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}5 \text{ bis } 0{,}7, \text{ fiel } \eta = 0{,}60 \text{ aus.}$$

Anmerkung. Andere Versuche mit einer Etagenturbine sind von Morozeau angestellt worden. Dieselben gaben einen mittlern Wirkungsgrad von 0,6. Siehe polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1848, oder Bulletin de Mulhouse, 1846, Nr. 101. Auch sind vom Herrn Capitän M. Ordinaire de Lacolange Versuche an einer Fourneyron'schen Turbine angestellt worden. S. „Civilingenieur", Bd. III. 1857. Herr Lacolange hat diese Versuche in einer besondern Schrift veröffentlicht unter dem Titel: Théorie de la turbine Fourneyron d'après M. Weisbach etc., suivie d'expériences etc. Bordeaux 1856.

Ueber die Leistungen der Turbinen von Fontaine und von Jonval hat man sehr zuverlässige Versuche angestellt (s. Comptes rendus de l'Académie des Sciences à Paris, Bd. XXII und XXIII, 1846, oder polytechn. Centralblatt, Bd. VIII, 1846). Versuche mit der Fontaine'schen Turbine sind auch schon früher von den Civilingenieuren Alcan und Grouvelle ausgeführt worden (s. Bulletin de la Société d'encouragement, Bd. XLIV oder polytechn. Centralblatt, Bd. VI). Diese Versuche führen darauf, daß auch bei den Fontaine'schen Turbinen (wie bei den Fourneyron'schen) der größte Wirkungsgrad bei dem höchsten Schützenstande eintritt, und daß die Leistung bei veränderter Druckhöhe weniger abnimmt als bei verändertem Aufschlagquantum. Die Turbine zu Vadeney bei Chalons sur Marne, deren Leistung von Alcan und Grouvelle ermittelt wurde, hatte 1,6 m äußern Durchmesser und 0,12 m Höhe, das Gefälle derselben betrug circa 1,7 m, ihr Aufschlagquantum 420 Liter und ihre Nutzleistung circa 8 Pferdekräfte. Als Hauptresultat dieser Versuche hat sich herausgestellt, daß bei einer Umdrehungszahl n von 30 bis 50 der mittlere Wirkungsgrad 0,67 war. Eine, allerdings schon mehrere Jahre im Gange befindliche Fourneyron'sche Turbine gab fast unter denselben Verhältnissen η nur $= 0{,}60$.

Morin stellte seine Versuche an einer in der Pulvermühle zu Bouchet befindlichen Turbine an. Das Versuchsrad hatte 1,2 m mittlern Durchmesser und 0,25 m Weite, es war mit 24 Leit- und 48 Radschaufeln aus-

gerüstet und hatte circa $1^1/_2$ m Gefälle bei 0,25 cbm Aufschlag. Es wurden an demselben Versuche bei 2, 3 und 4 cm Schützenzug angestellt und folgende Hauptresultate erlangt. War die Schütze ganz aufgezogen und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute = 45, so fiel der Wirkungsgrad am größten, und zwar 0,69 bis 0,70 aus, bei niedrigeren Schützenstellungen aber, wo der Aufschlag um $^1/_4$ kleiner war, ergab sich $\eta = 0{,}57$. Der Wirkungsgrad veränderte sich mit der Geschwindigkeit des Rades nur wenig; denn bei 35 Umdrehungen war er noch 0,64 und bei 55 noch 0,66. Es hat sich überhaupt und namentlich auch noch bei einigen mit 1 m Gefälle angestellten Versuchen ergeben, daß die Abweichung von der vortheilhaftesten Geschwindigkeit $^1/_4$ derselben betragen kann, ohne daß der Wirkungsgrad über 4 bis 6 Proc. kleiner wird. Ueberdies ergab sich, daß die größte Kraft, bei welcher das Rad anfing, unregelmäßig zu gehen, beinahe $1^1/_2$ mal so groß war, als die bei der Maximalleistung ausgeübte Kraft. Bei den Versuchen ging das Rad wenige Centimeter unter Wasser. Aus diesen Resultaten läßt sich entnehmen, daß die Turbine von Fontaine den vorzüglichsten hydraulischen Kraftmaschinen beizuzählen ist.

Die Versuche über die Leistungen der Jonval'schen Turbinen sind nicht minder günstig ausgefallen, als die der Fontaine'schen Turbinen. Die Patentinhaber der Jonval'schen Turbine, Andrée Köchlin u. Comp., haben die Ergebnisse der Versuche an zwei Rädern aus ihrer Werkstatt im Bulletin de la Société industr. de Mulhouse, 1845 (s. Dingler's polytechn. Journal, Bd. 94, 1844) bekannt gemacht; wir theilen hiervon jedoch nur Folgendes mit. Eine Turbine von 0,95 m Durchmesser, 0,20 m Höhe, welche sich 0,80 m unter dem Spiegel des Oberwassers befand, übrigens aber ein Gefälle von 1,7 m und einen Aufschlag von 550 Litern pr. Secunde benutzte, gab bei 73 bis 95 Umdrehungen pr. Minute 0,75 bis 0,90 Wirkungsgrade. Mit Recht hält Morin diese Werthe für zu groß, und glaubt an denselben wegen einer unrichtigen Bestimmung der Aufschlagmengen Correctionen anbringen zu müssen, welche dieselben auf 0,63 bis 0,71 zurückführen.

Morin selbst machte Versuche an einer Turbine von 0,810 m äußerem Durchmesser, 0,120 m innerer Weite und 18 Schaufeln, welche bei 1,7 m Gefälle mit 200 bis 300 Liter Aufschlag pr. Secunde arbeitete. Im Ganzen gelangte Morin zu folgenden Resultaten: im Normalzustande, bei ungehindertem Ein- und Austritte des Wassers, war die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute circa 90 und der Wirkungsgrad 0,72. Wurden Verengungsstücke auf das Rad aufgesetzt, so fiel der Wirkungsgrad nur dann viel kleiner (0,63) aus, wenn dieselben den Querschnitt der Eintrittsmündungen in das Rad bedeutend verengten. Der Wirkungsgrad veränderte sich nicht ansehnlich, wenn die Geschwindigkeit um $^1/_4$ größer oder kleiner

war, als bei dem Normalumgange des Rades. Durch das Tieferstellen der Schütze wurde der Wirkungsgrad ansehnlich kleiner, woraus folgt, daß dieselbe ein sehr unvollkommener Regulator des Rades ist. Wurde z. B. durch die Schütze der Querschnitt des abfließenden Wassers auf 0,4 des Werthes beim Normalzustande zurückgeführt, so ergab sich η höchstens $= 0{,}625$.

Auch Redtenbacher theilt einige Versuche an einer Jonval'schen Turbine mit und findet den höchsten Wirkungsgrad bei völlig geöffneter Schütze und ohne Bedeckung des Rades durch Blechsectoren zu 0,62. Zugleich hat er, wie bei den Fourneyron'schen Turbinen, gefunden, daß das Rad leer ungefähr zweimal so viel Umdrehungen macht, als im Normalzustande bei Verrichtung der Maximalleistung.

Ausgedehnte Versuche über die Wirkung dreier Köchlin-Jonval'schen Turbinen sind von den Herren Hülsse, Bornemann und Brückmann in Vereinigung mit dem Verfasser in der Fischer'schen Papierfabrik zu Bautzen angestellt und von Herrn Brückmann im polytechn. Centralblatt, 1849, Lieferung Nr. 17, beschrieben worden.

Das größere dieser Räder hatte einen äußern Durchmesser von 1,4 m und eine Radweite von $\frac{1}{6} \cdot 1{,}4 = 0{,}233$ m; sein Kranz lag ungefähr 2,3 m unter dem Oberwasserspiegel, während das ganze Gefälle im Mittel 4,28 m betrug. Die Anzahl der Radschaufeln war 18, und die der Leitschaufeln 24. Die Versuche mit einem unmittelbar auf die Turbinenwelle aufgesetzten Bremsdynamometer gaben bei dem Aufschlag von 0,672 cbm pr. Secunde und bei 80 bis 100 Umdrehungen pr. Minute, eine Leistung von circa 2115 mkg, welche dem Wirkungsgrade 0,745 entspricht. Da die Reibung des 850 kg schweren Rades auf der Basis des 8,98 cm starken Zapfens noch 234 mkg Arbeit verzehrte, so ist die Leistung des Wassers im Rade 2349 mkg, während das Arbeitsvermögen des Wassers $672 \cdot 4{,}28 = 2876$ mkg betrug, und daher der hydraulische Wirkungsgrad des Rades:

$$\eta_2 = \frac{2349}{2876} = 0{,}815.$$

Das mittlere Rad hatte 0,963 m äußern und $\frac{2}{3} \cdot 0{,}963 = 0{,}642$ m innern Durchmesser, und die Schaufelzahl desselben betrug 18, dagegen die des Leitschaufelapparates 20. Die dynamometrischen Versuche an diesem Rade gaben bei einem Gefälle von 4,42 m, einem Aufschlag von 0,370 cbm pr. Secunde und bei einer Umdrehungszahl von 115 bis 145 eine effective Leistung von 1289 mkg, daher hiernach einen Wirkungsgrad von $\frac{1289}{1635} = 0{,}8$, der nach Hinzurechnung der Reibung des 493 kg schweren Rades auf der 7,62 cm breiten Zapfenbasis, einem hydraulischen Wirkungsgrade von 0,82 entspricht.

Das kleine Rad endlich hatte 0,612 m äußern und 0,393 m innern Durchmesser, und seine Schaufelanzahl betrug, wie die des Zuleitungsapparates, nur 12. Es lag dasselbe nur 1,4 m unter dem Oberwasserspiegel, während das ganze Gefälle 4,513 m maß. Bei 0,197 cbm Aufschlag pr. Secunde und einer Umdrehungszahl von 180 bis 220 pr. Minute gab dieses Rad noch den Wirkungsgrad 0,70, welcher durch Hinzurechnen der Reibung des 229 kg schweren Rades an der Basis seines 6,35 cm dicken Zapfens einen hydraulischen Wirkungsgrad von 0,715 liefert.

Nicht minder günstig sind die Ergebnisse der dynamometrischen Versuche ausgefallen, welche Herr Brückmann an einer Köchlin-Jonval'schen Turbine in der Spinnerei des Herrn Mattausch zu Franzensthal in Böhmen angestellt, und welche derselbe ebenfalls im polytechn. Centralblatt, und zwar im Jahrgang 1849, Lieferung 22, veröffentlicht hat. Diese Maschine ist, wie auch die vorigen, aus der Fabrik von Escher, Wyß und Comp. in Zürich hervorgegangen. Das Rad hatte 20 Schaufeln, einen äußern Durchmesser von 4 Fuß $6\frac{1}{2}$ Zoll engl. (1,385 m) und einen Schaufelkranz von 9 Zoll (0,229 m) Höhe und $9\frac{1}{4}$ Zoll (0,235 m) Breite. Der sich nach oben etwas erweiternde Leitschaufelapparat hatte nur 15 Schaufeln und seine Höhe betrug ebenfalls 9 Zoll. Die Kranzfläche des Rades lag 1,4 m unter dem Oberwasserspiegel, das ganze Gefälle betrug 3 bis 3,1 m und der Aufschlag 0,966 bis 1,22 cbm pr. Secunde. Statt einer Regulirungsklappe war eine bei den Versuchen stets offene Perspectivschütze am Fuße der Saugröhre angebracht, außerdem waren auch noch Deckel vorhanden, wodurch mehrere Einmündungen des Leitschaufelapparates sich schließen ließen. Die Versuche des Herrn Brückmann haben auf Folgendes geführt. Bei völlig geöffnetem Leitschaufelapparat und 81 bis 91 Umdrehungen des Rades pr. Minute war die Leistung dieser Turbine 38 Pferdekräfte, welchen der Wirkungsgrad 0,78 entspricht; waren aber drei von den 15 Leitschaufelcanälen bedeckt, so sank der Wirkungsgrad auf 0,75, und waren fünf dieser Canäle bedeckt, so fiel der Wirkungsgrad gar auf 0,65.

Gründliche dynamometrische Versuche an einer Fontaine'schen Turbine mit zwei Abtheilungen, hervorgegangen aus der rühmlichst bekannten Fabrik von Escher, Wyß und Comp. in Zürich, sind 1852 von den Herren Professoren Hülße und Brückmann angestellt worden. Die geprüfte Turbine war eine Umtriebsmaschine in der Papierfabrik des Herrn Grimm ꝛc. zu Doberschau bei Bautzen. Das Gefälle derselben betrug $16\frac{1}{2}$ Fuß engl. (5,029 m) und das normale Aufschlagquantum $16\frac{3}{4}$ Cubikfuß (0,474 cbm) pr. Secunde. Das Aufschlagwasser trat aus dem Aufschlaggraben zuerst in einen Einfallkasten von ungefähr 2,15 m Seitenlänge und 2,5 m Tiefe, und von da in ein Einfallrohr aus Eisenblech von 1,42 m Weite; das letztere führte es in den unten anstoßenden, aus zwei concentrischen Schaufel-

kränzen bestehenden Leitschaufelapparat, und aus diesem strömte es in einer schrägen Richtung in das unmittelbar darunter stehende zweitheilige Turbinenrad. Der Unterwasserspiegel schwankte zwischen dem Niveau der obern und dem der untern Grundfläche des Leitschaufelapparates; es ist folglich diese Maschine eine unter Wasser gehende Fontaine'sche Turbine. Der mittlere Durchmesser der äußern Radabtheilung betrug 3 Fuß $10^1/_4$ Zoll (1,175 m) und die Weite derselben 2,9 Zoll (74 mm), ferner maß der mittlere Durchmesser der innern Radabtheilung 3 Fuß 0,85 Zoll (0,936 m) und die Weite derselben 4 Zoll (0,102 mm). Die Höhe des Rades betrug $6^1/_2$ Zoll (0,165 mm), der Abstand des Rades vom Leitschaufelapparate $^1/_4$ Zoll (6 mm) und die Dicke des gußeisernen Zwischenkranzes $1^1/_4$ Zoll (32 mm). Die Höhe der Leitschaufelringe maß 6,1 Zoll (0,155 m), die obere Weite des äußern Ringes $4^1/_4$ Zoll (0,108 m), und die untere $5^3/_4$ Zoll (0,146 m). Die Anzahl der Schaufeln des Rades und des Leitschaufelapparates war 24. Die Regulirung der Beaufschlagung der Maschine konnte in der Art erfolgen, daß

1. beide Radabtheilungen vollständig geöffnet,
2. nur die äußere Radabtheilung vollständig geöffnet,
3. die äußere vollständig geöffnet und die innere Abtheilung theilweise geschlossen blieb.

Zum Verschließen des innern Leitschaufelringes dienten eiserne Deckel in Gestalt von Ringstücken. Je zwei dieser Deckel lagen einander gegenüber, und deckten entweder je eine, je zwei, je drei oder je vier Zellen des Leitschaufelapparates.

Die Turbinenwelle hatte einen Durchmesser von 6 Zoll (0,154 m) und ein Gewicht von 1482 Pfund Zollgewicht; sie enthielt unten eine messingene Spurplatte, womit sie auf einem oben abgerundeten feststehenden Gußstahlzapfen von $3^1/_2$ Zoll (88 mm) Durchmesser lief.

Die Umdrehungskraft wurde durch ein Bremsdynamometer von $6^1/_3$ Fuß (1,930 m) Armlänge, und die Aufschlagmenge durch einen Ueberfall von 8 Fuß (2,438 m) Breite gemessen. Die Ergebnisse der an dieser Turbine angestellten Versuche sind, kurz zusammengefaßt, folgende:

1. Bei Beaufschlagung der äußern Radabtheilung war das mittlere Gefälle:

$$h = 4{,}93 \text{ m},$$

das mittlere Aufschlagquantum:

$$Q = 0{,}255 \text{ cm},$$

die Umdrehungszahl pr. Minute:

$$n = 60 \text{ bis } 82$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}573 \text{ bis } 0{,}613.$$

2. Bei vollständiger Beaufschlagung von beiden Radabtheilungen war

$h = 4{,}45$ m, $Q = 0{,}485$ cbm,
$n = 76$, $\eta = 0{,}652$,
$n = 103$, $\eta = 0{,}755$,
$n = 119$, $\eta = 0{,}713$.

3. Beim Verschluß von der Hälfte (12 Zellen) des innern Leitschaufelapparates:

$h = 4{,}51$ m, $Q = 0{,}359$ cbm,
$n = 69{,}5$, $\eta = 0{,}649$,
$n = 86$, $\eta = 0{,}677$,
$n = 100{,}3$, $\eta = 0{,}657$.

4. Beim Verschluß von Dreiviertel (18 Zellen) des innern Leitschaufelapparates:

$h = 4{,}57$ m, $Q = 0{,}300$ cbm,
$n = 57$ bis $87\frac{1}{2}$, $\eta = 0{,}576$ bis $0{,}640$.

Wie auch aus theoretischen Gründen folgt, ist der Wirkungsgrad der Turbine bei vollständiger Beaufschlagung beider Radabtheilungen ein Maximum, und es fällt derselbe um so kleiner aus, je mehr Zellen des innern Leitschaufelapparates bedeckt sind (s. polytechnisches Centralblatt, Jahrgang 1852, Lieferung 14).

Versuche über die Fontaine'schen Turbinen mit Hydropneumatisation u. s. w. nach Girard, sind an einem solchen Rade in der Papierfabrik zu Egreville von den Herren Girard, Dufay, Callon u. s. w. im Jahre 1851 angestellt worden (s. Comptes rendus etc. de l'Académie des Sciences à Paris, Bd. 33). Diesen Versuchen zufolge hat eine solche Turbine bei einem Gefälle $h = 1{,}65$ bis $1{,}69$ m, einem Aufschlagquantum $Q = 1{,}75$ bis $2{,}22$ cbm pr. Secunde, einer Umdrehungszahl $n = 20$ bis 24 und einer Nutzleistung von 27 bis 38 Pferdekräften einen Wirkungsgrad von 0,69 bis 0,76. Spätere Versuche an einer solchen Turbine in der Spinnerei zu Haudrecy, wo $h = 1{,}66$ bis $1{,}78$ m, $Q = 0{,}54$ bis $1{,}09$ cbm und $n = 23$ bis 27 war, gaben $\eta = 0{,}70$ bis $0{,}84$, oder im Mittel $\eta = 0{,}75$ (s. Le Génie industrielle, Mars 1855).

Versuche, welche im Conservatoire des arts et métiers zu Paris mit einer kleinen Turbine derselben Art angestellt worden sind, haben auf den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}61$ bis $0{,}76$ geführt (s. Le Génie industrielle, Bd. XII, 1856).

Ueber neuere Versuche an Girard-Turbinen kann eine Abhandlung von Hänel*) nachgelesen werden, wonach die von Zeuner an zwei solchen

*) Civil-Ingenieur, 1878, Heft 2 u. 3, und Ztschr. d. V. d. Ing., 1879, Heft 4.

Vergleichung der Turbinen mit anderen Wasserrädern. §. 141.

Wir haben nun noch die Vorzüge und Mängel der Turbinen gegen die verticalen Wasserräder aufzuzählen und gegen einander abzuwägen.

Die Turbinen besitzen zuerst insofern einen großen Vorzug vor den verticalen Wasserrädern, als sie sich fast bei allen Gefällen von 0,3 bis 150 m anwenden lassen, während die verticalen Wasserräder höchstens eine Wasserkraft von etwa 16 m Gefälle aufzunehmen vermögen, da sie sonst zu groß ausfallen und zu schwierig auszuführen sind. Allerdings sind aber bei verschiedenen Gefällen die Wirkungsgrade der Turbinen verschieden, namentlich fallen dieselben bei kleinen Rädern und hohen Gefällen kleiner aus als bei mittleren und kleinen Gefällen, weil hier die Nebenhindernisse verhältnißmäßig größer sind als bei größeren Rädern mit mittleren Gefällen. Auf der andern Seite läßt sich bei hohen Gefällen von 6 bis 15 m von oberschlächtigen Wasserrädern ein Wirkungsgrad erzielen, der von Turbinen nicht erlangt werden kann. Nur bei mittleren Gefällen von 3 bis 6 m kann man von beiden Rädern eine und dieselbe Leistung erwarten; sind aber die Gefälle klein, so geben die Turbinen in jedem Falle eine größere Nutzleistung, als die an deren Stelle gesetzten unterschlächtigen Wasserräder. Die Ponceleträder sind höchstens bei Gefällen von 1 bis 2 m den Turbinen an die Seite zu stellen. Die Turbinen haben vor den verticalen Wasserrädern noch den großen Vorzug, daß sie bei verschiedenen Gefällen fast mit gleichem Wirkungsgrade arbeiten, und daß sie besonders durch Stauwasser in ihrem Gange nicht gestört werden, da sie unter Wasser fast mit demselben Vortheil, ja in gewissen Fällen noch mit mehr Nutzen arbeiten, als in freier Luft. Verticale Wasserräder verlieren zwar stets an ihrem Wirkungsgrade, wenn sich ihr Gefälle verändert, jedoch nur dann beträchtlich, wenn die Gefälle selbst klein sind, oder gar ein Waten des Rades im Wasser eintritt. Auf der andern Seite verursachen aber Veränderungen im Aufschlagquantum bei verticalen Wasserrädern weit weniger Arbeitsverlust, als bei den horizontalen Wasserrädern. Dieses Verhältniß gereicht den ersteren Rädern in ökonomisch-hydraulischer Beziehung zum großen Vortheile. Um die Leistung eines vorher im Normalgange befindlichen verticalen Wasserrades, zumal eines solchen, in welchem das Wasser hauptsächlich durch den Druck wirkt, nach Bedürfniß zu erhöhen, kann man auf dasselbe eine größere Wassermenge aufschlagen, und um die Leistung eines solchen Rades zu vermindern, braucht man nur demselben weniger Wasser zu geben; in beiden Fällen wird der Wirkungsgrad nicht namhaft kleiner oder größer. Ganz anders ist aber das Verhältniß in diesem Falle bei einer Reactionsturbine. Der vortheilhafteste Gang einer solchen findet bei völlig geöffneter Schütze und also auch bei dem größten Aufschlagquantum statt; wenn nun ein kleineres Arbeitsquantum gefordert, daher auch ein kleineres Wasserquantum

verbraucht und zu diesem Zwecke die Schütze tiefer gestellt wird, so vermindert man, wie schon in §. 131 angeführt wurde, die Leistung nur zum Theil durch Verminderung des Aufschlages, zum Theil aber durch Tödten der lebendigen Kraft des Wassers oder durch Schwächen des Wasserdruckes, und zieht dadurch den Wirkungsgrad herab. Dieses Krafttödten ist mit dem Bremsen oder Hemmen eines Wagens zu vergleichen, welches beim Bergabfahren, wo ein Ueberschuß an lebendiger Kraft vorhanden ist, vorgenommen wird. Während man also bei einem verticalen Wasserrade durch Niederlassen der Schütze nur alles überflüssige Wasser vom Rade absperrt und dieses nach Befinden noch zu anderen Zwecken gebrauchen kann, wird bei den Reactionsturbinen dadurch nur ein Theil des überflüssigen Wassers abgesperrt, das Arbeitsvermögen des andern Theiles aber im Rade theilweise vernichtet.

Dieses Verhalten und die Schwierigkeit, für Reactionsturbinen eine geeignete Schützenvorrichtung zu construiren, welche frei von dem gedachten Uebelstande ist, haben vielfach zu der Regel geführt, „man solle Turbinen nicht anwenden, wo das Wasserquantum sehr veränderlich ist“. Diese Vorschrift kann aber aus den in §. 131 erörterten Gründen nur für Reactionsräder gelten, dagegen ist bei den Druckturbinen, wenn dieselben nicht unter Wasser gehen, und daher die Radcanäle vom durchfließenden Wasser nicht ausgefüllt werden, dieses Leistungsverhältniß günstiger; da hier bei jeder Schützenstellung das Wasser ohne einen Wirbel zu bilden durch die Radcanäle strömt. In der That hat man auch in der neueren Zeit viele vorzügliche Turbinen ausgeführt, in denen das Wasser vornehmlich durch Action wirkt, insbesondere solche nach dem Girard'schen System oder solche, die mit Rückschaufeln versehen sind und deren Wirkungsgrad bei partieller Beaufschlagung nur unbedeutend kleiner ausfällt als bei voller Eröffnung.

In Hinsicht auf Veränderlichkeit in der Umdrehungsgeschwindigkeit findet eine große Differenz zwischen den horizontalen und verticalen Wasserrädern nicht statt, bei beiden kann sich die Normalgeschwindigkeit ungefähr um den vierten Theil ihres Werthes vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Leistung sich bedeutend vermindert. Was aber die Größe dieser Geschwindigkeit selbst anlangt, so stellt sich allerdings ein großer Unterschied heraus. Mit Ausnahme der unterschlächtigen Räder und namentlich der Ponceleträder gehen alle verticalen Wasserräder meist nur mit Umdrehungsgeschwindigkeiten von 1,2 bis 3 m um, die Turbinen hingegen haben vom Gefälle abhängige, sehr verschiedene und meist weit größere Umlaufsgeschwindigkeiten. Aus diesem Grunde und da überdies noch die Turbinen kleinere Halbmesser haben als die verticalen Wasserräder, machen sie denn auch in der Regel viel mehr Umdrehungen als diese Räder. Je nachdem nun die Arbeitsmaschine eine große oder eine kleine Umdrehungszahl, d. i. einen schnellen oder einen langsamen Gang erfordert, wird sich daher auch eine Turbine oder ein verticales

Wasserrad mehr zu ihrer Bewegung eignen. Da es nach dem in Thl. III, 1, über Transmissionen Angeführten vortheilhaft ist, die Hauptbetriebswellen von Fabriken schnell laufen und etwa 100 bis 150 Umdrehungen pr. Minute machen zu lassen, so kann dieser Umstand in sehr vielen Fällen zu Gunsten der Turbinen angeführt werden, welche meist wegen ihrer größern Umdrehungszahl keine oder nur wenig Zwischentransmissionen erforderlich machen. Dagegen zwingen die verticalen Räder, welche meist nur 4 bis 8 Umdrehungen pr. Minute machen, zur Anwendung schwerfälliger Zahnradvorgelege, deren Reibungswiderstände meistens den Mehrbetrag an Arbeit reichlich aufzehren, welchen man etwa durch einen um einige Procente höhern Wirkungsgrad des verticalen Wasserrades erreicht.

Ist die Last einer Maschine veränderlich, wie z. B. bei einem Hammerwerke oder Walzwerke u. s. w., so ist die Anwendung eines verticalen Rades ebenfalls vorzuziehen, denn dasselbe wirkt durch seine größere Masse, obgleich es langsamer umläuft, mehr als Regulator als eine Turbine, bei deren Anwendung nicht selten noch ein Schwungrad zur Ausgleichung der veränderlichen Bewegung nöthig ist. Bei constanter Last ist aber den Turbinen ein Vorzug in dieser Beziehung einzuräumen, weil verticale Wasserräder, namentlich wenn sie von Holz sind, oft ein sogenanntes schweres Viertel haben, d. h. gleiche Theile ihres Umfanges nicht gleich schwer sind.

In ökonomischer Beziehung sind die Turbinen den verticalen Wasserrädern wenigstens an die Seite zu stellen, bei hohen Gefällen aber und selbst bei mittleren Gefällen und einem großen Aufschlagquantum, sind dieselben sogar wegen ihrer Wohlfeilheit den verticalen Rädern vorzuziehen. Selbst in Hinsicht der Dauerhaftigkeit ist den Turbinen der Vorzug vor den verticalen Wasserrädern einzuräumen.

Die Größe der durch ein Rad nutzbar zu machenden Leistung liegt bei den Turbinen ebenfalls zwischen viel weiteren Grenzen, als bei den verticalen Wasserrädern. Während man durch ein solches wohl kaum jemals mehr als 100 Pferdekraft ausgeübt hat, ist in Wiebe's Skizzenheft, Heft 111, ein Beispiel angeführt, woselbst zwei Turbinen von je 500 Pferdekraft aufgestellt sind, während andererseits die in Fig. 295 dargestellten Strahlturbinen als wahre Liliputrädchen zur Ausübung selbst der kleinsten Leistungen geeignet sind.

Schließlich ist nicht außer Acht zu lassen, daß Turbinen ein reines Wasser zu ihrer Beaufschlagung erfordern, und daß deren Leistung durch zugeführten Sand, Schlamm, Moos, Kräuter, Blätter, Eisstücke, Baumzweige u. s. w. außerordentlich herabgezogen werden kann, was bei den verticalen Wasserrädern nicht zu befürchten ist. Endlich kommt noch in Betracht, daß die Turbinen, und namentlich die Leitschaufelturbinen, schwieriger zu construiren sind, als die verticalen Wasserräder, und daß Abweichungen von den mathe-

matischen Regeln ihrer Construction bei den Turbinen von viel nachtheiligeren Folgen sind, als bei den verticalen Wasserrädern. Deshalb sind denn auch früher so viele Turbinenanlagen mißlungen, und es haben die Turbinen noch nicht diejenige Verbreitung erhalten, die sie verdienen.

Schlußanmerkung. Die Turbinenliteratur hat erst in der neueren Zeit eine größere Ausdehnung erhalten. Da wir im Laufe des Vortrages schon eine große Anzahl von Abhandlungen angeführt haben, so wollen wir im Folgenden nur die vorzüglichsten, namentlich aber die Originalschriften über Reactionsturbinen aufführen. Die erste Abhandlung über die Fourneyron'sche Turbine findet sich im Bulletin de la Société d'encouragement, Jahrgang 1834, deutsch in Dingler's polytechnischem Journal, Bd. LIII. Nach dieser Zeit hat Morin Versuche angestellt und deren Ergebnisse in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris 1838, bekannt gemacht, und es erschien auch die erste gründliche Theorie dieser Räder von Poncelet in den Comptes rendus des séances de l'Acad. de Paris, unter dem Titel: Théorie des effets mécaniques de la Turbine-Fourneyron, Paris 1838. In der zweiten Ausgabe von d'Aubuisson's Hydraulik sind diese Räder kurz und ohne besondere Ansichten abgehandelt. Das Werk von Combes: Recherches théoretiques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux, Paris 1843, ist zwar keineswegs umfassend, jedoch insofern sehr beachtungswerth, als man hier zum ersten Male die hydraulischen Nebenhinderniße bei der Entwickelung berücksichtigt findet, was Poncelet und auch Redtenbacher nicht gethan haben. Das Werk von dem zuletzt genannten Schriftsteller: Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren, Mannheim 1844, ist vorzüglich nach Poncelet's Theorie bearbeitet, übrigens aber die vollständigste und vorzüglichste Schrift über diesen Gegenstand. Ueber die neueren Turbinen giebt es noch folgende beachtungswerthe Abhandlungen: Rapport sur un Mémoire de M. M. A. Koechlin, concernant une nouvelle turbine (Jonval) construite dans leurs ateliers, par Poncelet, Piobert et Morin, ferner: Note sur la théorie de la turbine de Koechlin, par Morin, und Note sur l'application de la théorie du mouvement des fluides aux expériences de M. Marozeau, par Morin, im XXII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc. Einen Auszug hiervon findet man im polytechnischen Centralblatte, Bd. VIII, 1846. Ferner: Expériences et note sur la turbine de M. Fontaine-Baron, par Morin im XXIII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc.; deutsch im Auszuge ebenfalls im polytechnischen Centralblatte, Bd. VIII. In Betreff der Jonval'schen und Fontaine'schen Turbinen ist auch noch nachzusehen im Bulletin de la société d'encouragement, Jahrgang 43 und 44, Paris 1844 und 1845. Gute Zeichnungen nebst Beschreibung der Turbinen von Cadiat, Callon, Fourneyron und Gentilhomme findet man auch in Armengaud's Publication industrielle. Wegen Porro's Turbine ist nachzusehen im polytechnischen Centralblatte, Bd. VII, 1846. Die Einrichtung einer Nagel'schen Turbine lernt man aus Dingler's Journal, Bd. XCV, und die einer Passot'schen Turbine aus demselben Journale, Bd. XCIV, kennen. Bourgeois' Schraubenrad (franz. turbine-hélice) ist eine Turbine mit schraubenförmigen Canälen (s. polytechnisches Centralblatt, Bd. I, 1847). Ebenso ist Plataret's

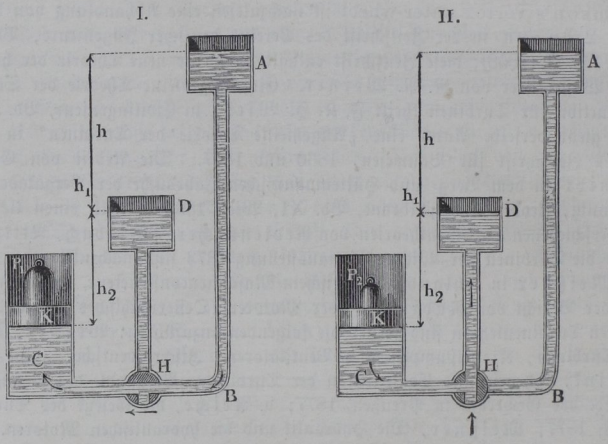
Schraubenturbine zu St. Maur bei Paris im polytechnischen Centralblatte, 1849, beschrieben. Eigenthümlich sind die Turbinen von Thomson, nämlich das Patent Case Water Wheel und das Patent Suction Wheel. Beide Räder werden beschrieben im Mechanics Magazine, Januar 1851. Von den Turbinen von Girard u. s. w. handelt Le Génie industrielle, par Armengaud Frères, Tome XII und Tome XIII, 1856 und 1857. Siehe auch das Notizblatt des Architekten- und Ingenieurvereins zu Hannover, Bd. III, 1853. Die Theorie der Fourneyron'schen Turbinen mit äußerer Beaufschlagung behandelt Herr Prof. Zeuner in Bd. II des Civilingenieurs. Graphische Tabellen über die wichtigsten Constructionselemente der Turbinen werden von Bornemann in Bd. IV des Civilingenieurs mitgetheilt. Die Turbinen von Francis u. s. w. behandelt die Schrift: Lowell Hydraulic Experiments etc. by James Francis, Boston 1855. Die Schrift über „die Turbinen oder horizontalen Wasserräder von Harzer, Weimar 1851" ist in der Hauptsache eine Copie von der ersten Auflage des vorliegenden Werkes. Eine neuere Schrift ist Peter Rittinger's Theorie und Bau der Rohrturbinen, Prag 1861 und 1865. Eigenthümlich behandelt sind die Turbinen in Rankine's Manual of the Steam-Engine and other Prime Movers, London and Glasgow 1859. Ueber die Turbinen der Londoner Industrieausstellung 1862, insbesondere über Thomson's vortex water-wheel ist nachzulesen eine Abhandlung von Bernhard Lehmann in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VII, 1863, Bd. II (1858); diese Zeitschrift enthält auch eine neue Theorie der horizontalen Wasserräder von R. R. Werner. Eine allgemeine Theorie der Schaufelconstruction für Turbinen theilt F. K. H. Wiebe in Civilingenieur, Bd. 5, mit. Auch giebt derselbe Autor eine „Allgemeine Theorie der Turbinen" in Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, 1866 und 1867. Die Arbeit von Gustav Schmidt in dem Berg- und Hüttenmännischen Jahrbuche der Bergakademie zu Schemnitz, Leoben und Pribram, Bd. XI, Wien 1862, enthält einen Ueberblick der verschiedenen Turbinentheorien von Redtenbacher, Weisbach, Rittinger. Ueber die Turbinen der Wiener Weltausstellung 1873 sind nachzulesen der Artikel von Meißner in Uhland's Praktischem Maschinenconstructeur, Jahrgang 1874 und der Bericht von Radinger über Motoren (Oesterreichischer Bericht). Von neueren Turbinenlehren sind ferner die folgenden anzuführen: Werner, Theorie der Turbinen, Kreiselpumpen und Ventilatoren, Ztschr. deutscher Ing., 1869; C. Fink, Theorie und Construction der Turbinen, Verhandl. des Vereins zur Beförd. des Gewerbfl. in Preußen, 1877; v. Reiche, die Gesetze des Turbinenbaues, 1877; Meißner, Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. Eine klare Uebersicht enthält auch der Artikel „Turbinen" von Grove in Prechtl's Technologischer Encyklopädie, Supplement. Der Arbeiten von B. Lehmann über Turbinen in der Ztschr. deutscher Ing., 1879 und 1881, ist schon oben mehrfach gedacht. Ein Aufsatz im Jahrgang 1879 derselben Zeitschrift von Fliegner: „Versuche zur Theorie der Reactionsturbinen" enthält werthvolles Versuchsmaterial. Ausführliche Literaturangaben über Turbinen finden sich in Rühlmann's Allgemeiner Maschinenlehre, Bd. 1.

Viertes Capitel.

Von den Wassersäulenmaschinen.

§. 142. **Wassersäulenmaschinen.** Wassersäulenmaschinen (s. §. 54) werden durch den Druck des in ganz oder nahe aufrecht stehenden Röhren befindlichen Wassers des sogenannten Kraftwassers in Betrieb gesetzt. Die Bewegung derselben ist aber meistens keine rotirende, wie bei den Wasserrädern, sondern eine geradlinig wiederkehrende. Insbesondere gilt dies für die in Bergwerken zum Zwecke der Wasserhebung aufgestellten Wassersäulenmaschinen. In der neueren Zeit hat man jedoch mehrfach auch

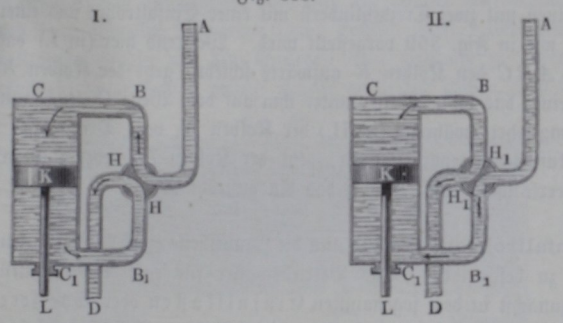
Fig. 357.



rotirende Wassersäulenmaschinen ausgeführt, in denen die Pressung des Wassers gegen Kolben in ähnlicher Art zur Umdrehung einer Welle benutzt wird, wie dies bei den Dampfmaschinen mit dem Dampfdruck geschieht. Es mögen zunächst hier die Wassersäulenmaschinen mit geradlinig wiederkehrender Bewegung besprochen werden. Die Haupttheile einer Wassersäulenmaschine sind, wie aus Fig. 357 I. und II. zu ersehen ist, folgende. *A* ist der Sammelkasten für das Wasser, der sogenannte Einfallkasten, *AB* die Einfallröhre, *C* ist der Stiefel oder Treibcylinder, in welchem das Wasser zur Wirkung gelangt, indem es den belasteten Treibkolben *K* emportreibt, und *HD* ist die Austrageröhre. In dem Commu-

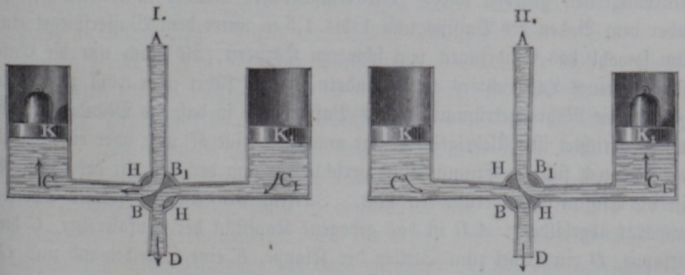
nicationsrohre BC, welches die Einfallröhre mit dem Treibcylinder verbindet, ist die sogenannte Steuerung angebracht, welche hier in einem T-förmig durchbohrten Hahne besteht und dazu dient, die Verbindung des Treibcylinders abwechselnd mit der Einfallröhre oder der Austrageröhre herzustellen und bezw. aufzuheben. Im ersten Falle treibt das Wasser den Kolben mit seiner Last P_1 empor, und im zweiten Falle fließt das von der

Fig. 358.



Einfallröhre abgeschlossene und unter dem Treibkolben befindliche Wasser durch den Hahn zurück und durch das Ausgußrohr HD aus, während der belastete Kolben wieder niedergeht. Man hat einfachwirkende und doppeltwirkende, sowie auch einstiefelige und zweistiefelige Wassersäulenmaschinen. Bei der einfachwirkenden Wassersäulenmaschine, welche Fig. 357 vor Augen führt, wird der Kolben vom Wasser nur nach der einen Richtung fortgetrieben, den entgegengesetzten Weg

Fig. 359.



hingegen durchläuft er vermöge seines Eigengewichtes oder einer auf ihn wirkenden Belastung P_2. Bei der doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine hingegen erfolgt sowohl der Auf- als auch der Niedergang des Kolbens durch die Kraft des Wassers. Die Einrichtung einer solchen Maschine giebt Fig. 358 I. und II. an. Man ersieht aus dieser Figur, wie

einmal (I.) das Kraftwasser den Weg ABC einschlägt, den Kolben K niedertreibt und dabei das abgeschlossene Wasser auf dem Wege $C_1 B_1 D$ abfließt, und wie das zweite Mal (II.) das Kraftwasser auf dem Wege $AB_1 C_1$ zum Cylinder gelangt, den Kolben K emportreibt und das über ihm befindliche Wasser auf dem Wege CBD entweicht.

Die bisher behandelten Wassersäulenmaschinen sind *eincylindrige* oder haben nur einen Treibcylinder; man hat aber auch *zweicylindrige* oder Maschinen mit zwei Treibcylindern mit einer Einfallröhre und einer Steuerung, wie in Fig. 359 vorgestellt wird. Während hier (in I.) das Druckwasser ABC den Kolben K aufwärts schiebt, geht der Kolben K_1 nieder und bringt das todte Wasser unter ihm auf dem Wege $C_1 B_1 D$ zum Abfluß und umgekehrt, während (in II.) der Kolben K_1 vom Druckwasser $AB_1 C_1$ zum Aufsteigen genöthigt wird, geht der Kolben K nieder und drückt das abgesperrte todte Wasser durch das Ausgußrohr D fort.

§. 143. **Einfallröhren.** Es sind nun die Haupttheile einer Wassersäulenmaschine näher zu beschreiben. Das Betriebswasser für eine Wassersäulenmaschine wird zunächst in dem sogenannten *Einfallkasten* oder *Speisereservoir* gesammelt. Es ist sehr zweckmäßig, dieses Bassin möglichst groß herzustellen, damit sich darin das Wasser mehr abklären und beruhigen kann und keine großen Veränderungen in dem Niveau des Wasserspiegels eintreten können. Uebrigens ist es noch nöthig, Rechen und Gitter zum Abhalten fremdartiger Körper, wie Holz, Blätter u. s. w., in dieses Reservoir einzusetzen, und nach Befinden, wenn das Wasser unrein ist, Scheidewände in demselben so anzubringen, daß das Wasser eine schlangenförmige Bewegung auf- und abwärts anzunehmen genöthigt und ihm mehrfache Gelegenheit zum Absetzen seiner Unreinigkeiten gegeben wird. Die Einfallröhre mündet mindestens 0,5 m über dem Boden des Bassins und 1 bis 1,5 m unter dem Wasserspiegel ein, um sowohl das Eindringen von schweren Körpern, als auch um die Entstehung eines Lufttrichters zu verhindern. Auch führt man wohl zu diesem Zwecke die Röhre gekrümmt in das Bassin ein, so daß die Mündung nach unten gerichtet ist. Uebrigens bringt man noch eine Klappe oder ein Ventil an, wodurch sich die Einmündung verschließen und der Eintritt des Wassers in die Einfallröhre verhindern läßt. In Fig. 360 ist ein solcher Speiseapparat abgebildet. AB ist das gebogene Kopfstück der Einfallröhre, C die Klappe, D ein Hebel zum Stellen der Klappe, F eine Scheidewand und G sind zwei Gitter zum Abhalten schwimmender Körper.

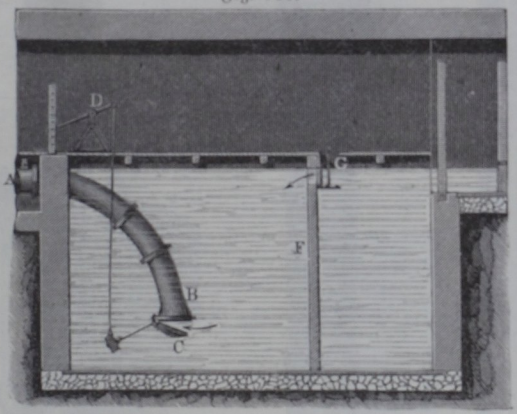
Was nun die Einfallröhren anlangt, so bestehen dieselben in der Regel aus Gußeisen, erhalten eine Länge von 2 bis 2,5 m und eine Weite von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ der Weite des Treibcylinders. Die Stärke der Röhrenwände beträgt 20 bis 30 mm, die kleinere Stärke giebt man den oberen, die

größere den unteren Einfallröhren. Am sichersten ist aber die Stärke δ durch die Formel

$$\delta = 0{,}0025\, p d_1 + 20 \text{ mm}$$

zu bestimmen, worin d_1 die innere Weite in Millimetern und p den Wasserdruck in Atmosphären (zu 10,34 m Wassersäulenhöhe) bezeichnet. Die Formel in Thl. I giebt für bloße Röhrenleitungen kleinere Stärken, diese sind aber hier deshalb nicht anwendbar, weil hier das Wasser mit veränderlicher Kraft und beim schnellen Absperren sogar stoßend wirkt. Uebrigens sind die Einfallröhren einzeln vor dem Einsetzen einer Prüfung zu unterziehen. Man verschließt die Röhre zu diesem Zwecke an beiden Enden, füllt dieselbe

Fig. 360.



mit Wasser und setzt dieses durch eine engere Röhre mit einer kleinen Druckpumpe in Verbindung. Durch wiederholtes Kolbenspiel dieser Pumpe wird nun ein Druck erzeugt, der den Wasserdruck, welchen die Röhren künftig auszuhalten haben, mehrfach (4- bis 5 mal) übertrifft. Wenn die Röhren bei dieser Prüfung kein Wasser durchlassen, so sind sie in Gebrauch zu nehmen. Viele von diesen Röhren halten diese erste Probe nicht aus, sind aber dessenungeachtet vielleicht noch brauchbar, weil sich später ihre Porosität durch Bildung von Rost verliert, was durch eine zweite Probe, mehrere Wochen später, zu ermitteln ist. Bei der unten näher beschriebenen Wassersäulenmaschine zu Huelgoat hat man gesottenes Leinöl zur hydrostatischen Probe verwendet und dadurch den Röhren einen innern Firnißüberzug gegeben, welcher sie überdies noch vor den chemischen Wirkungen des Wassers schützt.

Für die Wassersäulenmaschine, welche bei der Brandt'schen Drehbohrmaschine zur Verwendung kommt, hat man gewalzte Röhren aus Schmied-

eisen angewandt. Diese Röhren, welche in lichten Weiten bis zu etwa 0,2 m und mit Wandstärken von 2 bis 10 mm neuerdings in vorzüglicher Beschaffenheit durch Walzen erzeugt werden, halten mit Sicherheit Druck von 100 Atmosphären und darüber aus. Bei der Brandt'schen Maschine wird beispielsweise das Wasser von 200 Atmosphären Pressung durch Röhren von 49 mm lichter Weite und 4 mm Wandstärke zugeführt.

Die Einfallröhren werden mit einander entweder durch einfache Muffen oder durch Flanschen und Schrauben (s. §. 49) verbunden. Zwischen

Fig. 361.

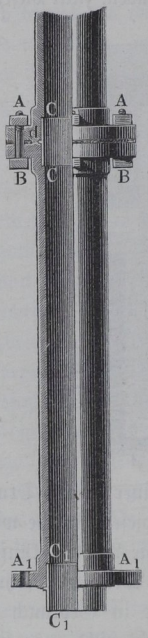


Fig. 362.

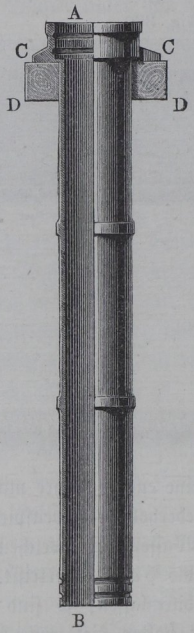
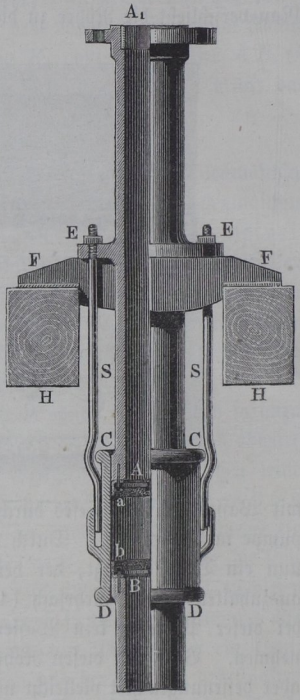


Fig. 363.



je zwei Flanschen kommt eine Scheibe von Blei oder Kitt zu liegen, welche durch die Schrauben in den Flanschen stark zusammengedrückt wird. Des genauen Anschließens wegen gießt man das Blei gleich flüssig in den Zwischenraum zwischen je zwei Flanschen, in deren Stirnflächen noch ringförmige Rinnen ausgespart sind, die das flüssige Blei ebenfalls ausfüllt. Den Kitt verfertigt man aus Kalkmehl, Leinölfirniß und zerhacktem Hanf. In dem Innern der Röhren werden die Wechsel sehr oft noch durch Büchsen aus Kupferblech, ähnlich wie die Büchsen bei Holzröhren, abgedichtet. Eine Röhren-

verbindung mit Flanschen und Büchsen ist in Fig. 361 theils von außen, theils im Durchschnitt abgebildet. Die Verbindung der Flanschen AA und BB durch Schrauben AB, AB ist im Wesentlichen dieselbe wie bei gewöhnlichen Röhrenleitungen, §. 49; die Büchse CC hat in der Mitte ihrer Außenfläche einen Rand d, welcher in den Wechsel der verbundenen Röhren zu liegen kommt.

Eine einfache Röhre mit Muffe zeigt Fig. 362. Zur Erzielung einer vollständigen Abdichtung durch Blei u. s. w. sind sowohl in der Muffe A als auch am äußern Umfange des untern Röhrenendes B ringförmige Rinnen angebracht. Zur Vertheilung des Gewichtes der Einfallröhre sind einzelne Röhren, im Abstande von circa 15 m, mit Nasen oder Rändern C, C versehen, womit sie auf Einstriche D, D zu liegen kommen.

Außer diesen festen Röhrenverbindungen hat man auch noch eine lösbare Muffenverbindung nöthig, damit sich die ganze Einfallröhre ohne Nachtheil setzen, sowie beim Temperaturwechsel ausdehnen oder zusammenziehen kann (s. die Compensationsröhre, Fig. 158, §. 49). Bei der in Fig. 363 abgebildeten lösbaren Röhrenverbindung sind die etwa 0,3 m von einander

Fig. 364.

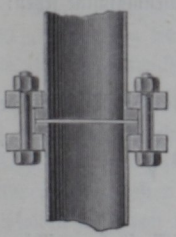
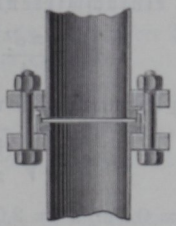


Fig. 365.



abstehenden Röhrenenden A, B an ihren Stirnflächen mit je einem Lederstulp a, b bedeckt und von einem ausgebohrten Muff $CCDD$ umgeben. Die obere Röhre AA_1 enthält in der Mitte die Lagerscheibe EE, welche auf den von den Einstrichen H, H unterstützten gußeisernen Trägern F, F ruht und woran die den Muff tragenden Stangen S, S befestigt sind.

Die Verbindung der schmiedeisernen Röhren geschieht immer durch Flanschen und Schrauben und die Dichtung in der Regel durch eine zwischen die Flanschen gelegte Scheibe von Leder, Blei oder Kupfer. Dabei werden die angeschweißten Flanschen entweder nach Fig. 364 stumpf gegen einander gelegt oder nach Fig. 365 mit in einander passenden Bundringen versehen.

Treibcylinder. Der Stiefel oder Treibcylinder besteht entweder aus Gußeisen oder wegen der größern Politurfähigkeit sowie zur §. 144.

Vermeidung des Rostens aus Bronze. Um nicht viel Spiele (pr. Minute drei bis sechs) und eben dadurch weniger Arbeitsverlust zu erhalten, macht man den Treibcylinder mehr lang als weit, so daß der Kolbenhub s in demselben $2^1/_2$- bis 6 mal so groß ausfällt als der Kolbendurchmesser d. Die mittlere Geschwindigkeit v des Kolbens macht man ungefähr nur 0,3 m, damit die mittlere Geschwindigkeit v_1 des Wassers in den Einfallröhren und daher auch die hydraulischen Hindernisse in denselben nicht zu groß ausfallen. Rathsam ist es, mit der letzten Geschwindigkeit noch nicht die Grenze von 3 m zu überschreiten, zweckmäßiger aber, dieselbe nur bis 2 m zu steigern. Nehmen wir $v = 0{,}3$ m und $v_1 = 2$ m an, so erhalten wir für das Verhältniß der Einfallröhrenweite d_1 zur Cylinderweite d, da das Wasserquantum $= \frac{\pi d^2 v}{4} = \frac{\pi d_1^2 v_1}{4}$ ist,

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{v}{v_1}} = \sqrt{\frac{0{,}3}{2}} = 0{,}387,$$

also circa 0,4.

Ist das Aufschlag- oder Speisewasserquantum pr. Secunde $= Q$ cbm, so läßt sich für eine doppeltwirkende, oder für eine zweicylindrige einfachwirkende Wassersäulenmaschine setzen:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v,$$

und hiernach bestimmt sich die nöthige Weite des Treibcylinders:

$$d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi v}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

also für $v = 0{,}3$ m, $d = 2{,}06 \sqrt{Q}$ m.

Für eine eincylindrige einfachwirkende Wassersäulenmaschine ist

$$Q = {}^1/_2 \frac{\pi d^2}{4} v,$$

und daher:

$$d = 1{,}60 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

also für $v = 0{,}3$ m, $d = 2{,}92 \sqrt{Q}$ m zu nehmen.

Hat man nun den Kolbenhub $l = 2^1/_2\, d$ bis $6\, d$ angenommen, so bestimmt sich die Zeit eines einfachen Ganges (Auf- und Niederganges) durch die Formel:

$$t = \frac{l}{v},$$

also für $v = 0{,}3$ m:

$$t = 3{,}33\,l \text{ Secunden},$$

und hiernach die Anzahl der einfachen Gänge pr. Minute:

$$n_1 = \frac{60''}{t} = \frac{60\,v}{l},$$

also für $v = 0{,}3$ m, $n_1 = \frac{60}{3{,}33\,l} = \frac{18}{l}$, und die Anzahl der Spiele:

$$n = \frac{n_1}{2} = \frac{30\,v}{l},$$

oder für $v = 0{,}3$ m, $n = \frac{9}{l}$.

Uebrigens ist es zweckmäßiger, bei einer einfachwirkenden eincylindrigen Wassersäulenmaschine den Aufgang etwas langsamer und dafür den Niedergang etwas schneller als mit der mittlern Geschwindigkeit vor sich gehen zu lassen, weil die hydraulischen Hindernisse beim Aufgange größer sind als beim Rückgange.

Der Treibcylinder ist innerlich genau auszubohren und auszuschleifen, damit sich der Kolben in ihm leicht und vollkommen abschließend auf und nieder bewegen kann. Die Wandstärke macht man wegen des allmäligen Abschleifens, verhältnißmäßig sehr groß; bei den bestehenden Maschinen ist sie 50 bis 80 mm; indessen hängt sie jedenfalls auch von der Druckhöhe und Cylinderweite ab, und ist schicklicher durch die Formel

$$\delta = 0{,}0025\,pd + 32\,\text{mm}$$

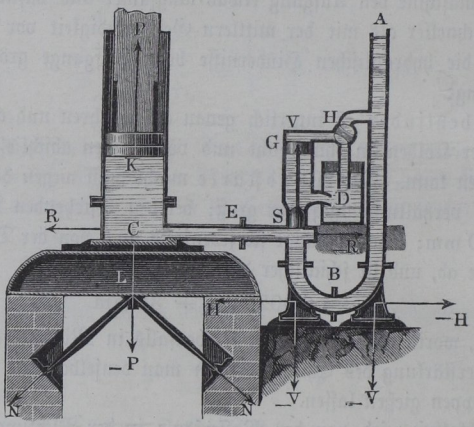
zu berechnen, worin der Durchmesser d ebenfalls in Millimetern zu nehmen ist. Zur Verstärkung des Cylinders kann man denselben mit einigen ringförmigen Rippen gießen lassen.

Der Treibkolben wird von der Wassersäule in der Richtung der Kolbenbewegung mit einer Kraft P gedrückt, welche sich messen läßt durch das Gewicht $Fh\gamma$ einer Wassersäule, deren Grundfläche F die Kolbenfläche und deren Höhe die senkrechte Tiefe h dieser Fläche unter dem Wasserspiegel im Einfallreservoir ist; und eine gleich große Kraft $(-P)$ in entgegengesetzter Richtung übt diese Wassersäule auf den Boden des Treibcylinders selbst aus. In der Regel beträgt diese Höhe h 100 m und darüber, es ist also auch diese Kraft des Wassers sehr beträchtlich und daher nöthig, dem Treibcylinder eine starke Unterstützung zu geben. Da diese Maschinen größtentheils nur zum Wasserheben aus Gruben angewendet werden, so kommen sie in Schächte zu stehen und können daher nicht unmittelbar auf festes Gestein oder Grundmauerung gesetzt werden, sondern es ist nöthig, dieselben durch Gewölbe oder Träger aus Eisen oder starke Balken aus Eichenholz zu unterstützen. Bei einigen Maschinen hat man die Cylinder unmittelbar auf gußeiserne Bogen gestellt.

Bei der in Fig. 366 skizzirten Wassersäulenmaschine wird der Treibcylinder von einem Paar eiserner Balken L, welche in der Mitte von gußeisernen Streben unterstützt sind, getragen. Die Kraft $-P$ wird dann zum Theil von diesen Streben aufgenommen, welche in Folge dessen die schräg abwärts gerichteten Schubkräfte N, N gegen die Unterstützungsmauern, und mittelst dieser wieder gegen das feste Gestein ausüben.

Ebenso übt auch die Einfallröhre einen ihrem Querschnitte F_e proportional wachsenden Druck $(-V)$ nach unten aus, welcher eine besondere Unterstützung von unten nöthig macht. Außerdem hat der Treibcylinder noch eine Horizontal- oder Seitenkraft $R = F_e h\gamma$ auszuhalten, welche mit dem Querschnitte F_c des Verbindungsrohres CS wächst, sowie die Einfall-

Fig. 366.

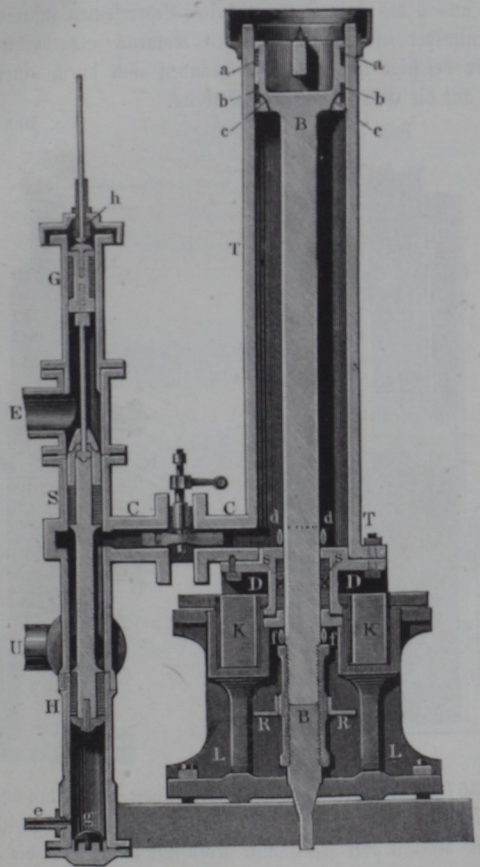


röhre eine mit ihrem Querschnitte F_e proportional wachsende Seitenkraft $(-H) = F_e h\gamma$. Diesen Kräften halten die gleichen Gegenkräfte $(-R)$ und H in dem Communicationsrohre BS das Gleichgewicht, so daß zwar die Maschine im Ganzen keinen Druck zur Seite ausübt, dagegen aber ein Bestreben zum Zerbersten in horizontalen Richtungen besitzt, welchem durch die Röhrenschlösser E und B, sowie durch die unterstützenden Sohlplatten entgegenzuwirken ist. Bei der Einrichtung der abgebildeten Maschine hat das gekröpfte Verbindungsrohr BS auch noch einen Verticaldruck $(-V)$ auszuhalten, weshalb es erforderlich ist, auch dieses Rohr mit einem auf einer festen Basis stehenden Fuße zu versehen.

§. 145. **Treibkolben.** Der Treibkolben, welcher die Kraft des Wassers unmittelbar aufnimmt, besteht im Wesentlichsten aus einem außen abgedrehten und in den Treibcylinder einpassenden Cylinder. Um den vollkommenen

Abschluß zu bewirken, ohne ein bedeutendes Hinderniß in der Bewegung zu erhalten, wird die sogenannte Liderung (eigentlich wohl Lederung) angewendet, und dieselbe kann nun entweder an dem Kolben oder an dem Cylinder festsitzen. Im ersten Falle besteht der Kolben aus einem niedrigen Cylinder, der nur $^1/_5$- bis $^1/_2$mal so hoch als dick ist, im zweiten Falle

Fig. 367.



bildet er aber einen mit dem Stiefel gleich langen Cylinder, und erhält dann gewöhnlich den Namen Mönchskolben oder Bramahkolben, auch Plungerkolben. Die Liderung der Treibkolben besteht in der Regel aus Lederriemen oder Lederstulpen, seltener aus Lederscheiben oder aus Metallringen; sie muß immer im Verhältniß des Wasserdruckes

an die innere Cylinder- oder äußere Kolbenfläche anschließen, damit sie einerseits kein Wasser durchläßt und andererseits auch keine zu große Reibung veranlaßt. Aus diesem Grunde sind denn auch die autoclaven oder hydrostatischen Liderungen, bei denen das Leder oder der ablidernde Körper durch das Wasser selbst an die abgeschliffene Fläche angedrückt wird, die vorzüglichsten. In der Regel näht oder nietet man einen solchen Liderungskranz aus 3 bis 4 in Fett getränkten Lederriemen zusammen, und legt ihn nun entweder in am Umfang des Kolbens ausgedrehte ringförmige Rinnen oder befestigt ihn mittelst Schrauben und durch einen Metallring umgestülpt auf die Grundfläche des Kolbens.

Fig. 368.

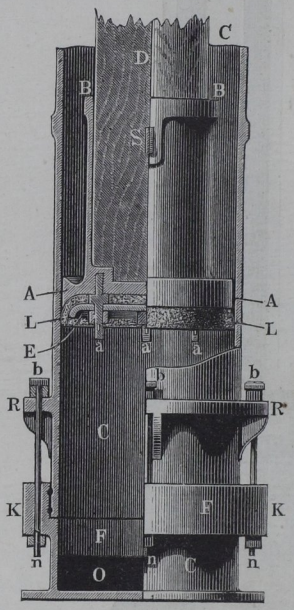
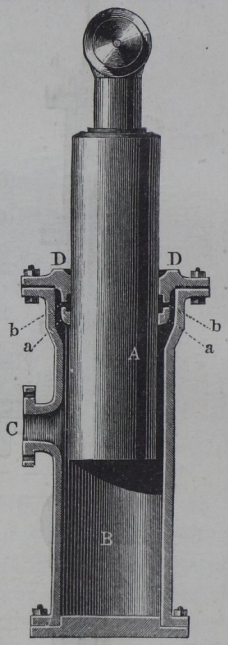


Fig. 369.



In Fig. 367 (a. v. S.) ist ein Treibkolben (von einer Clausthaler Wassersäulenmaschine) mit eingelegten Liderungskränzen abgebildet. *A* ist der eigentliche Kolben oder sogenannte Kolbenstock und *BB* die mit ihm ein Ganzes bildende Kolbenstange, ferner sind *aa* und *bb* die Liderungskränze und *cc* die feinen Bohrungen, durch welche der innere Umfang des untern Lederkranzes mit dem Druckwasser in Verbindung gesetzt wird.

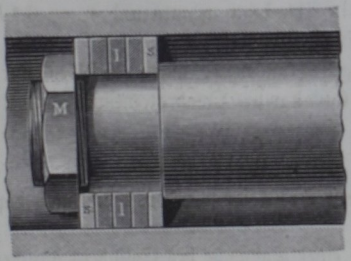
Die Stulpliderung des Treibkolbens an einer Freiberger Wassersäulenmaschine ist in Fig. 368 abgebildet. Es ist hier *AABB* der gußeiserne

Kolbenstock, welcher den Fuß D der hölzernen Kolbenstange umgiebt und damit durch den Splint S befestigt wird. Die Fußplatte AA dieses Kolbenstockes wird vom Lederstulp LL und dieser wieder von einem eisernen Teller E bedeckt. Sowohl die Fußplatte als auch der Teller sind am Rande gewölbt, um dem Stulpe als Lagerflächen dienen zu können. Vier Schraubenbolzen a, a... dienen dazu, den Teller auf den Stulp aufzudrücken und ihn mit der Fußplatte des Kolbenstockes zu befestigen.

Aus der Figur ist noch zu entnehmen, wie der Treibcylinder CC mit seinem Fußstücke F durch eine Muffe KK und durch Schraubenbolzen bn, bn... verbunden ist. Dieses Fußstück bildet zugleich einen Theil des bei O einmündenden Communicationsrohres.

Ein Bramahkolben läßt sich ebenfalls hydrostatisch ablidern, wie aus Fig. 369 zu ersehen ist. Hier ist A der Kolben, B der Cylinder, C das Communicationsrohr, DD die aufgeschraubte Liderungsbüchse, aa der Liderungsring und bb sind Bohrungen für die hydrostatische Liderung. Jedenfalls ist diese Liderung in einer besondern Büchse leichter herzustellen und leichter zu unterhalten, als die Liderung, welche mit dem Kolben in fester Verbindung steht. Auch empfiehlt sich die Anwendung dieser ungeliderten Kolben noch dadurch, daß es leichter ist, einen Cylinder richtig rund ab- als auszudrehen. Ein besonderer Vortheil dieser Einrichtung erwächst endlich noch daraus, daß es hier möglich ist, durch Auswechselung des Kolbens und der Liderungsbüchse die Kraft der ganzen Maschine nach Bedürfniß zu verstärken oder überhaupt zu verändern.

Fig. 370.



In Fig. 370 ist der Kolben der Brandt'schen Maschine gezeichnet, bei welchem der dichte Abschluß durch die drei Lederscheiben l bewirkt wird, welche mittelst der Kolbenscheiben s durch die Schraubenmutter M zusammengepreßt werden.

Kolbenstange und Stopfbüchse. Die Treibkolbenstange §. 146.
ist von dem Treibkolben aus entweder nach der Mündung oder nach dem Boden (oder Deckel) des Cylinders gerichtet. Im erstern Falle bedarf sie keiner besondern Bearbeitung und kann daher auch von Holz sein, wie aus der Zeichnung in Fig. 368 zu ersehen ist; im zweiten Falle hingegen muß sie durch eine Stopfbüchse gehen, deshalb rund abgedreht werden und

kann nur aus Eisen oder Kanonenmetall bestehen. Die Stärke einer solchen Stange ist nach der Theorie der absoluten Festigkeit zu bestimmen.

Ist d der Treibkolbendurchmesser in Centimetern und p der Wasserdruck in Kilogrammen auf jeden Quadratcentimeter des Kolbens, so hat man die Kraft desselben:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} p \text{ kg},$$

ist nun aber d_2 die Stärke der Kolbenstange und s die höchstens zulässige Materialspannung derselben, so hat dieselbe das Tragvermögen:

$$P = \frac{\pi d_2^2}{4} s;$$

man erhält daher durch Gleichsetzen beider Kräfte die nöthige Kolbenstangenstärke

$$d_2 = d \sqrt{\frac{p}{s}}.$$

Hierzu ist s aus der Tabelle in Thl. I zu nehmen und $p = 0{,}1\,h$ kg zu setzen, wenn h die Druckhöhe in Metern bedeutet.

Für schmiedeiserne Kolbenstangen kann man, wenn dieselben nur auf Zug beansprucht werden, $s = 600$ kg pr. Quadratcentimeter setzen und erhält hiermit:

$$d_2 = 0{,}041\, d \sqrt{p} = 0{,}0129\, d \sqrt{h}.$$

Stangen, welche die Kraft mittelst Druck fortpflanzen, macht man doppelt so stark (vergl. Thl. I).

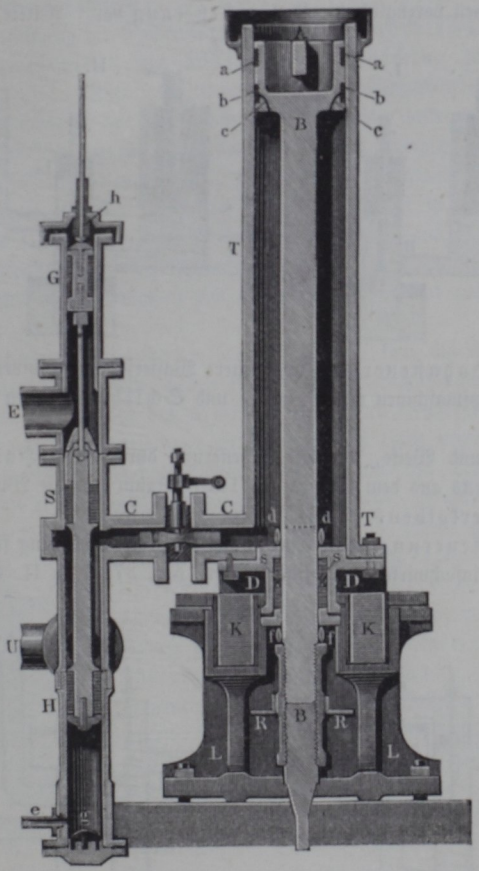
Die Stopfbüchse ist ein auf einer Endfläche des Cylinders aufsitzendes Gehäuse, welches mit Lederscheiben oder Hanfzöpfen so ausgefüttert ist, daß sich die hindurchgehende Kolbenstange leicht bewegen läßt, ohne Wasser oder nach Befinden Dampf, Luft u. s. w. hindurch zu lassen. Bei den Wassersäulenmaschinen ist die Stopfbüchse in der Regel mit Lederscheiben abgelidert, weswegen man sie auch Lederbüchse nennt. Man ersieht aus Fig. 371 in BB die Kolbenstange, DD die Stopfbüchse, deren Liderung durch einen Deckel ff zusammengepreßt wird. Zuweilen bringt man zwischen die Lederscheiben noch einen metallenen Ring mit entsprechenden Schmierrinnen an wie ss. Geht die Kolbenstange durch den Deckel der Stopfbüchse, so erhält der Deckel der Stopfbüchse eine Vertiefung zur Aufnahme der Schmiere, geht sie aber durch die Fußplatte des Cylinders, so muß man die Schmiere künstlich zupressen.

Bei der Clausthaler Maschine hat man auch Schmierpressen angewendet, welche mittelst eines kleinen Kolbens, der durch ein Gewicht niedergedrückt wird, die Schmiere durch eine feine Röhre dem erwähnten

Messingring mit X-förmigem Querschnitt im Innern der Liderung zupressen.

Die Schmiere besteht aus 6 Thln. Schweinefett, 5 Thln. Talg und 1 Thl. Baumöl, besser aber in reinem Olivenöl oder Ochsenklauenöl.

Fig. 371.

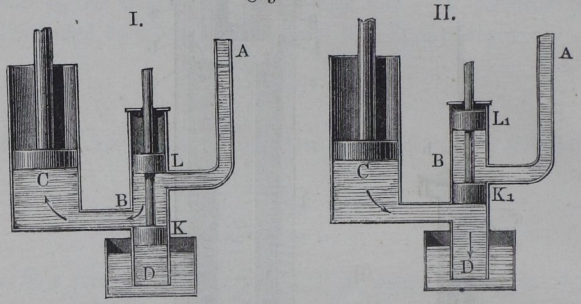


Steuerung. Die Steuerung ist einer der wichtigsten Theile einer §. 147.
Wassersäulenmaschine, durch sie wird diese Maschine erst in den Stand gesetzt, ihre Arbeit ohne Unterbrechung zu verrichten. Sie besteht im Wesentlichen aus zwei Hauptvorrichtungen, wovon die eine das abwechselnde Zulassen und Abführen des Kraft- und Betriebswassers zum und vom Treibcylinder unmittel-

bar bewirkt, die andere aber dazu dient, die erste Vorrichtung mit der eigentlichen Kraftmaschine (mit der Treibkolbenstange) zu verbinden, so daß zu ihrer Bewegung eine fremde Hülfe nicht nöthig ist. Wir können recht gut jene Vorrichtung die innere, diese aber die äußere Steuerung nennen.

Was die innere Steuerung anlangt, so kommt davon bei den Wassersäulenmaschinen vorzüglich die Kolbensteuerung vor. Aeltere Maschinen

Fig. 372.

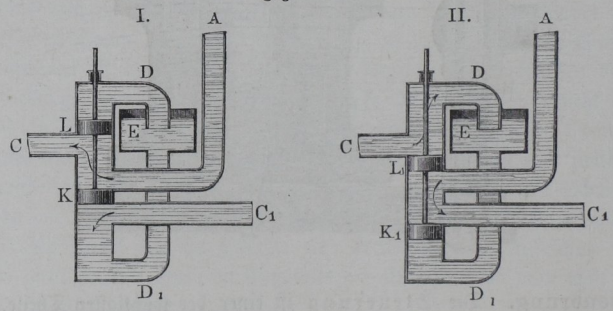


haben eine Hahnsteuerung und neuere Wassersäulenmaschinen sind auch wie die Dampfmaschinen mit Ventil- und Schiebersteuerungen ausgerüstet.

Die Art und Weise, wie die Umsteuerung durch einen Hahn bewirkt wird, ist bereits aus dem Obigen (§. 142) bekannt und die Wirkungsweise eines Steuerkolbens ist aus Folgendem zu ersehen.

Kolbensteuerung. Die Einrichtung der Kolbensteuerung für eine eincylindrige, einfachwirkende Maschine führt Fig. 372 I. u. II. vor Augen.

Fig. 373.



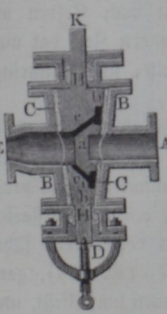
Es ist hier *A* die Einfallröhre, *C* der Treibcylinder, *B* der den Steuerkolben einschließende Steuercylinder, *D* das Ausgußrohr, sowie *K* der Steuerkolben und *L* der sogenannte Gegenkolben, welcher nur dazu dient, durch Erzeugung eines Gegendruckes eine leichtere Bewegung des

Steuerkolbens oder der Steuerkolbenstange zu bewirken. Bei der tiefern Stellung (I.) des Steuerkolbens K ist der Treibcylinder mit der Einfallröhre in Verbindung gesetzt, es kann daher der Treibkolben emporsteigen, bei der höhern Stellung (II.) hingegen sperrt der Steuerkolben K_1 das Kraftwasser ab, es kann daher der Treibkolben nur das unter ihm befindliche Wasser bei D zum Austritte nöthigen.

Die Einrichtung der Kolbensteuerung für eine doppeltwirkende oder für eine zweicylindrige Wassersäulenmaschine läßt sich aus Fig. 373 I. u. II. ersehen. Es ist auch hier A die Einfallröhre, sowie C das Communicationsrohr mit dem einen und C_1 mit dem andern Treibcylinder, ferner D der Ausguß für den ersten und D_1 der Ausguß für den zweiten Cylinder. Man sieht nun aus I., wie bei der obern Stellung des Steuerkolbens das Kraftwasser mit C in Verbindung gesetzt ist, und das todte Wasser aus C_1 durch D_1 nach E abfließen kann, und aus II., wie bei der tiefern Kolbenstellung das Kraftwasser nach C_1 treten und das abgesperrte Wasser unter dem Treibkolben von C nach D fließen und entweichen kann.

Steuerhahn. Der Hahn oder die Piepe kam als Regulator oder Umsteuerungsapparat noch bei den alten Wassersäulenmaschinen zu Bleiberg in Kärnthen und bei den von Schitko construirten Wassersäulenmaschinen zu Schemnitz in Ungarn vor. Er hat die Form eines abgekürzten Kegels und sitzt in einem gleichgestalteten Gehäuse; um ihn leicht drehen zu können, läuft er in schwächere cylindrische Enden aus, die von Stopfbüchsen umgeben werden. Wegen des starken Abführens setzt man ein hartmetallenes Futter in das Hahngehäuse, das sich leicht auswechseln läßt. In Fig. 374 ist HH der Hahn, BB sein Gehäuse und CC dessen Futter, ferner K der Kopf, an dem die Umdrehungskraft angreift, und D eine Schraube, um den Hahn in seinem Gehäuse nach Bedürfniß zu heben oder zu senken. Die Bohrungen oder Wege des Hahnes sind verschieden, namentlich bei einfachwirkenden einstiefeligen Maschinen anders als bei doppeltwirkenden einstiefeligen oder einfachwirkenden zweicylindrigen Maschinen, wie wir auch schon oben gesehen haben. §. 148.

Fig. 374.



Aendert sich die Bewegungsrichtung des Kraftwassers im Hahne um 90 Grad, so wird der Hahn durch dieses Wasser mit einer Kraft in diagonaler Richtung gegen sein Gehäuse gepreßt, welche bei einer großen Druckhöhe und einem nicht unbedeutenden Querschnitte der Hahnbohrung eine große Reibung und ein starkes Abführen hervorbringt; dieses nachtheilige Verhältniß hat aber Schitko bei seinen Elidirungshähnen, wie Fig. 374 vorstellt, be-

seitigt, er hat nämlich, der Hauptbohrung a entgegengesetzt, noch zwei Ausschnitte b und b_1 im Hahne angebracht, und diese durch feine Löcher c und c_1 mit jener verbunden, so daß sich in ihnen ein Gegendruck bildet, der bei richtiger Größe der Ausschnitte dem Diagonaldrucke in der Hauptbohrung das Gleichgewicht hält.

Zur Verminderung des Abführens oder wenigstens zur Beseitigung des ungleichförmigen Abführens, trägt es ferner noch bei, wenn man den Hahn nicht bloß um 90° hin- und zurückdreht, sondern wenn man denselben immer in derselben Richtung im Kreise herumführt, weil dadurch nach und nach alle Theile im Umfange des Hahnes mit allen Theilen der innern Mantelfläche in Berührung kommen. Die Hähne sind zuerst vom Herrn Bergrath Brendel angewendet worden und finden sich auch bei den Freiberger, von Herrn Brendel construirten Wassersäulenmaschinen vor. Die näheren Verhältnisse der Brendel'schen Steuerung werden wir aber weiter unten näher kennen lernen.

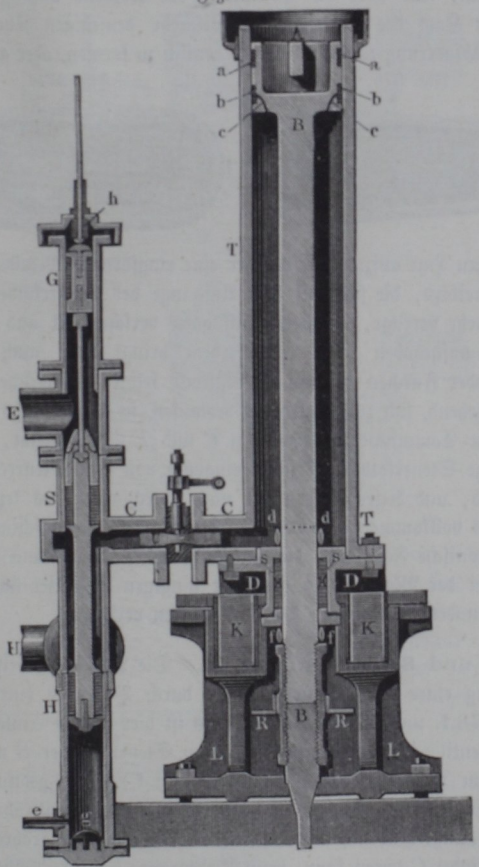
§. 149. **Steuerkolben.** Was nun die Kolbensteuerung anlangt, so wendet man bei derselben meist Kolben mit Packwerk von über einander liegenden Lederscheiben an, ähnlich wie wir oben (§. 146) bei der Liderung der Stopfbüchsen angegeben haben. Bei der Maschine zu Huelgoat ging der aus Kanonenmetall bestehende Steuerkolben anfangs 7 Jahre ohne Liderung, er wurde aber, da er sich um 1 mm abgeschliffen hatte, während der Anwesenheit des Verfassers (1839) durch einen neuen ersetzt, der mit einem aus 24 zusammengepreßten Lederscheiben bestehenden, 0,13 m hohen, vollkommen abgedrehten Packwerk versehen war. Reichenbach hat auch Kolben mit einem zinnernen Liderringe angewendet, und in der neuern Zeit hat man bei den bayerischen Maschinen eine vereinigte Lederstulp- und Zinnringliderung vortheilhaft gefunden.

Wenn am Ende des Treibkolbenspieles der Steuerkolben S, Fig. 375, emporsteigt und die Wassersäule allmälig vom Cylinder TT absperrt, also das Wasser in seiner Bewegung auf dem Wege EC gehemmt wird, so preßt es den Steuerkolben einseitig, und es giebt dadurch zu einem sehr starken Abführen des Steuerkolbens Veranlassung; um dies zu verhindern, führt man das Ende des Communicationsrohres CD, Fig. 376 (S. 554), ganz um den Steuercylinder S herum, so daß es diesen vollkommen umschließt, und das Wasser von allen Seiten her auf den auf- oder niedersteigenden Kolben drückt. Jedenfalls leidet bei dieser Einrichtung die Liderung noch etwas, weil sie sich hier beim Durchgange durch CD ausdehnen kann und bei dem höhern oder tiefern Kolbenstande wieder zusammengedrückt wird, und deshalb ist denn die Zu- und Abführung des Wassers aus dem Steuercylinder in den Treibcylinder durch Löcher, wie Fig. 377 im horizontalen Durchschnitte

vor Augen führt, in dieser Beziehung noch besser, obwohl in anderer Beziehung wieder ein Nachtheil nämlich dem durchfließenden Wasser ein größeres hydraulisches Hinderniß erwächst.

Von Wichtigkeit auf den Gang einer Wassersäulenmaschine ist noch die Form des Steuerkolbens S, Fig. 375. Es darf nämlich die Verbindung

Fig. 375.



zwischen C und E nicht plötzlich aufgehoben und dadurch die Bewegung der Wassersäule in der Einfallröhrentour nicht momentan vernichtet werden, weil sonst eine bedeutende Erschütterung in der Maschine, die sich auch durch ein starkes Geräusch kundgiebt, entsteht, welche nicht selten das Zersprengen der Röhren oder das Ausgehen derselben in den Schlössern zur Folge gehabt

hat. Um diesen Stoß oder den sogenannten Widder des Wassers zu beseitigen, ist es daher nöthig, das Absperren des Kraftwassers allmälig vor sich gehen lassen. Dies ist aber nur durch eine langsame Bewegung und durch eine besondere Form des Steuerkolbens zu bewirken. Von den Mitteln, eine langsame Steuerkolbenbewegung hervorzubringen, kann erst in der Folge die Rede sein, was aber die Gestaltung des Kolbens anlangt, so ist es nöthig, den Kopf des letztern, oder vielmehr denjenigen Theil desselben, welcher die Absperrung zunächst bewirkt, conisch zu formen, oder auf denselben

Fig. 376.

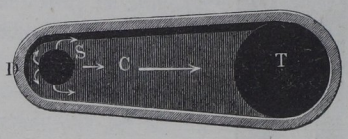
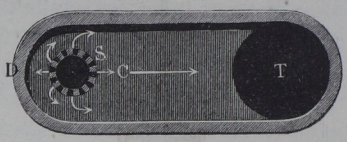


Fig. 377.



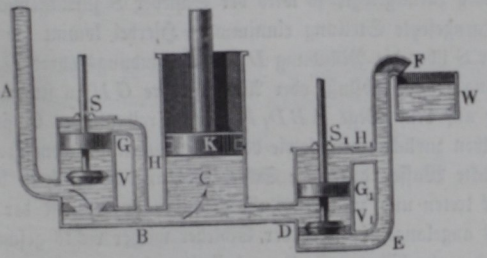
einen conischen Hut aufzusetzen, welcher eine ringförmige Mündung zwischen C und E freiläßt, die sich mit dem Aufgange des Steuerkolbens allmälig mehr und mehr verengt, bis sie endlich ganz verschwindet und dadurch die Verbindung aufgehoben wird. Außerdem bringt man auch wohl noch Einschnitte oder Furchen in dem Kolbenstocke selbst an, welche, von oben nach unten gehend, sich zuletzt allmälig verlaufen, so daß anfangs noch immer eine schwache Communication zwischen C und E übrig bleibt, wenn auch der eigentliche Steuerkolbenstock schon ringsum von dem Steuercylinder umschlossen wird, und dieser Kolben erst nach Durchlaufen des letzten Theiles seines Weges vollkommen absperrt. Bei der Wassersäulenmaschine zu Clausthal ist die conische Form und die Furchung des Steuerkolbens zugleich angewendet; bei der Maschine zu Huelgoat hingegen ist dieser übrigens faßförmig abgerundete Kolben mit 10 Ausschnitten versehen.

§. 150. **Ventil- und Schiebersteuerung.** Die Art und Weise, wie sich die Steuerung einer Wassersäulenmaschine durch Ventile einrichten läßt, führt Fig. 378 I. und II. vor Augen. Es ist hier V das Einlaß- und V_1 das Auslaßventil, jedes in einem besondern Steuercylinder S und S_1 enthalten. Beim Aufgange des Treibkolbens (in I.) ist V geöffnet und V_1 geschlossen, so daß das Wasser ungehindert aus der Einfallröhre A durch die Ventilöffnung hindurch und mittelst des Verbindungsrohres B nach dem Treibcylinder C treten kann; beim Niedergange des Treibkolbens (in II.) ist hingegen V geschlossen und V_1 geöffnet, so daß das Wasser aus dem Treibcylinder C durch das Verbindungsrohr D und durch die Oeffnung des Ventils V_1 hindurch nach dem Austragerohr EF strömen und in den Wasserkasten W ausfließen kann. Um die Bewegung der Ventile so viel wie möglich zu erleichtern, wendet man noch Gegenkolben G und G_1 an,

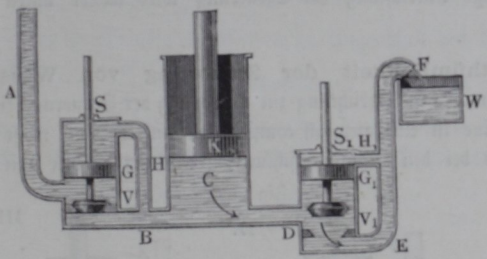
welche mit den entsprechenden Ventilen auf eine und dieselbe Stange zu sitzen kommen, und setzt den Raum über dem ersten Gegenkolben (G) durch

Fig. 378.

I.

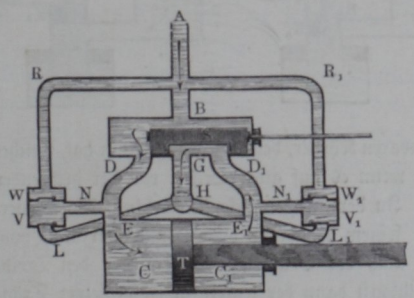


II.



ein Rohr H mit dem Verbindungsrohre B, sowie den Raum über dem zweiten Gegenkolben (G_1) durch ein Rohr H_1 mit der Austrageröhre EF in Verbindung. Ist der Querschnitt eines solchen Kolbens nahe gleich dem des mit ihm auf derselben Stange sitzenden Ventiles, so drückt dann das Wasser auf die ganze Verbindung fast eben so stark ab- als aufwärts, und es fordert daher die Bewegung derselben nur eine kleine Kraft.

Fig. 379.



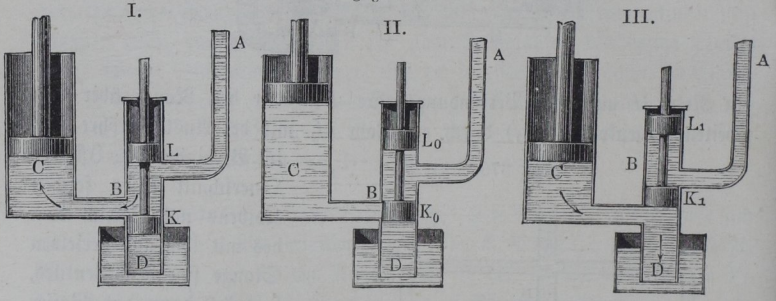
Die Wirkungsweise einer Schiebersteuerung ist aus einer in Fig. 379 abgebildeten liegenden doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine zu ersehen. Beim Hingange des Treibkolbens T fließt das Wasser aus der Einfallröhre AB bei B

in die Steuerkammer BDD_1 und von da bei D in das nach dem Treibcylinder C führende Verbindungsrohr DE, während das auf der andern Seite des Kolbens befindliche todte Wasser aus C_1 durch E_1D_1 und die Schieberhöhlung nach dem Austragerohre H entweicht. Hat der Treibkolben seinen Hinweg zurückgelegt, so wird der Schieber S zurückgeschoben, so daß er die entgegengesetzte Stellung einnimmt. Hierbei kommt die Aushöhlung im Schieber S über die Mündung D des Verbindungsrohres DE und über die Mündung G der Abfluß- oder Austragröhre GH zu stehen, so daß das Kraftwasser auf dem Wege ABD_1E_1 zum Treibcylinder C_1 gelangen und den Treibkolben zurücktreiben, sowie das vom letztern aus dem Treibcylinder C herausgedrückte Wasser durch die Schieberhöhlung hindurch in die genannte Röhre GH treten und zum Ausflusse gelangen kann. Ist der Treibkolben wieder links angelangt, so wird der Schieber wieder rechts geschoben und es beginnt bei der abgebildeten Stellung desselben ein neues Kolbenspiel.

Die übrige Einrichtung der Steuerung wird weiter unten beschrieben werden.

§. 151. **Eigenthümlichkeit der Steuerung von Wassersäulenmaschinen.** Die Vorrichtung zur Bewegung der Steuerung einer Wassersäulenmaschine ist eine ziemlich complicirte, und deshalb meist zusammengesetzter als bei den Dampfmaschinen, weil man es hier mit einem fast

Fig. 380.



incompressibeln und unausdehnbaren Körper, dem Wasser, zu thun hat, welches sogleich seinen Druck verliert, wenn es auf allen Seiten von der drückenden Wassersäule abgesperrt wird. In dem Augenblicke, in welchem der Steuerkolben K_0, Fig. 380 II., bei seinem Aufgange das Druckwasser AB vom Treibcylinder C absperrt, ist auch der Druck des Wassers auf den Treibkolben aufgehoben, und es durchläuft dann der letztere in Folge seiner Trägheit noch einen kleinen Weg, ohne daß ihm das darunter befindliche Wasser folgen kann. Es entsteht folglich hierbei unter dem Treibkolben ein luftleerer Raum, und es bleibt nur noch der Druck der Luft auf die äußere Kolben-

fläche in Wirksamkeit. Bezeichnet h die Druckhöhe des Wassers vor dem Absperren durch den Steuerkolben, ferner b die Höhe einer den Atmosphärendruck messenden Wassersäule, sowie F den Inhalt der Treibkolbenfläche und γ das specifische Gewicht (1000 kg) des Wassers, so ist die der Treibkolbenlast gleich zu setzende Kraft des Wassers vor dem Absperren:

$$P = Fh\gamma,$$

dagegen die durch den Druck der Luft auf die äußere Kolbenfläche nach dem Absperren erwachsende Vergrößerung der Kolbenlast:

$$P_1 = Fb\gamma,$$

und daher die ganze Last des Treibkolbens, wodurch derselbe nach dem Absperren des Kraftwassers in Ruhe versetzt wird:

$$P + P_1 = F(h + b)\gamma.$$

Bezeichnet nun noch $M = \frac{G}{g}$ die träge Masse des Kolbens sammt Gestänge, sowie v die Geschwindigkeit desselben im Augenblicke des Absperrens, und folglich $\frac{Mv^2}{2} = \frac{Gv^2}{2g}$ das Arbeitsvermögen der trägen Masse der Maschine, so läßt sich der Weg l_1, welchen der Treibkolben nach dem Absperren zurücklegt, bis er zur Ruhe übergeht, durch den Ausdruck

$$l_1 = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Kraft}} = \frac{G}{F(h + b)\gamma} \frac{v^2}{2g}$$

bestimmen.

Da nun v klein ist, meist nicht über 0,3 m, folglich $\frac{v^2}{2g}$ nicht über 0,0046 m beträgt, und auch das Verhältniß $\frac{G}{F(h + b)\gamma}$ meist nur eine mäßige Größe hat, so fällt der Weg l_1 des Treibkolbens während seiner verzögerten Bewegung nur sehr klein aus.

Wenn nun der Steuerkolben mit der Kraftmaschine unmittelbar in Verbindung stände und daher die Bewegung des Steuerkolbens von der des Treibkolbens abhinge, so würde dieser Kolben während der Zurücklegung seines letzten Wegtheiles l_1 nicht im Stande sein, die Umsteuerung vollständig zu beendigen, d. i. den Steuerkolben aus der Stellung K_0 (II.) in diejenige K_1 (III.) zu bringen, wobei das Auffschlagwasser durch das Austragrohr D abfließen und der Treibkolben ungehindert niedergehen kann.

Noch ungünstiger stellt sich dieses Verhältniß heraus, wenn der Treibkolben am Ende seines Rückweges durch Herabschieben des Steuerkolbens das Umsteuern bewirken soll. Wenn hierbei der Steuerkolben nach K_0 (II.) gekommen ist, so wird dem austretenden Wasser durch K_0 der Weg durch den

Steuercylinder gänzlich versperrt und folglich auch der niedergehende Treibkolben plötzlich in seiner Bewegung aufgehalten. Mit diesem fast momentanen Anhalten der trägen Massen des Treibkolbens sammt Gestänge u. s. w. ist nun nicht allein eine bedeutende und höchst nachtheilige Erschütterung der Maschine, sondern auch der Nachtheil verbunden, daß nun auch der Steuerkolben nicht weiter abwärts bewegt wird und folglich die ganze Arbeitsverrichtung ihr Ende erreicht hat.

Diese Unzulänglichkeiten kommen übrigens nicht allein bei der Kolbensteuerung, sondern auch bei allen übrigen Steuerungen in ähnlicher Art vor. Es ist daher nöthig, dieselben durch besondere mechanische Hülfsmittel zu beseitigen.

§. 152. **Hülfsmittel einer regelmässigen Steuerung.** Die mechanischen Hülfsmittel zur Herstellung einer regelmäßigen Steuerung der Wassersäulenmaschinen sind verschieden, je nachdem die Maschine

1. bloß eine geradlinig auf- und nieder-, oder hin- und zurückgehende Bewegung hat, oder

2. dieselbe außer ihrer ursprünglich absetzend geradlinigen Bewegung noch eine stetige Kreisbewegung besitzt, welche letztere natürlich durch besondere Zwischenmaschinen erst aus der erstern abgeleitet werden muß.

Die Umsetzung der absetzenden geradlinigen Bewegung in eine stetige Kreisbewegung ist jedoch an einer eincylindrigen einfachwirkenden Wassersäulenmaschine nicht leicht ausführbar; es gehört hierzu mindestens eine doppeltwirkende Wassersäulenmaschine. Durch zwei gekuppelte doppeltwirkende Maschinen, wovon die eine um den halben Hub vor der andern vorausgeht, wird derselbe Zweck noch vollkommener erreicht, wie dies noch ausführlicher bei den Dampfmaschinen besprochen werden wird, wo diese Art von Bewegung eine sehr häufige ist.

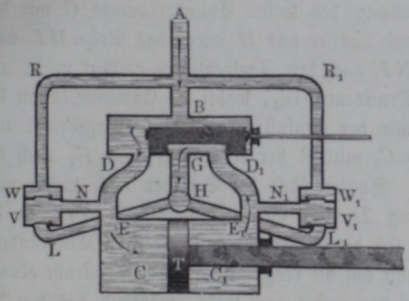
Bei diesen Wassersäulenmaschinen mit stetiger Kreisbewegung verbindet man die Steuerkolbenstange so mit dem Rotationsmechanismus, daß sie von demselben in derselben Zeit einmal auf- und nieder- oder hin- und zurückbewegt wird, während der Treibkolben ein vollständiges Spiel verrichtet. Damit hierbei der letztere in seiner Bewegung nicht unterbrochen oder gestört werde, bedient man sich folgender Hülfsmittel:

1. Man giebt dem Steuerkolben K_0 (II., Fig. 380) eine so kleine Höhe, daß er beim Durchgange durch die Einmündung des Verbindungsrohres in den Steuercylinder diese Mündung nicht ganz verschließt und folglich über oder unter K_0 eine Verbindung des Treibcylinders mit dem Steuercylinder übrig bleibt. In diesem Falle fließt während des mittlern Standes des Steuerkolbens eine kleine Wassermenge unmittelbar aus A nach D und wird folglich der Maschine Kraftwasser entzogen.

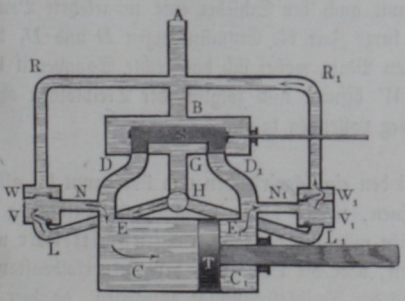
2. Man führt vom Verbindungsrohre aus eine Seitenröhre in das Austragrohr oder in das Unterwasser und verschließt deren Einmündung in das erstere durch ein sich nach innen öffnendes Ventil (Saugventil), sowie eine Seitenröhre in das Einfallrohr und versperrt deren Einmündung in das Verbindungsrohr durch ein Ventil (Steigventil), welches sich nach außen, d. i. nach diesem Seitenrohre zu, öffnet. Wenn nun der Steuerkolben K bei seinem Aufgange in die Stellung K_0 (II., Fig. 380) kommt, und folglich den Zutritt des Wassers aus A nach C verhindert, so öffnet sich das erstere der genannten Ventile und es wird hierbei so viel Wasser aus dem Austragrohre angesaugt, als nöthig ist, um den während dieser Absperrung vom Treibkolben durchlaufenen Raum auszufüllen; wenn hingegen der Steuerkolben bei seinem Niedergange in die angegebene Stellung gelangt, und folglich der Abfluß des Wassers aus C nach D verhindert wird, so öffnet sich das zweite oder Steigventil, und es wird das während dieses Verschlusses vom Treibkolben verdrängte Wasser durch dieses Ventil hindurch- und in die Einfallröhre zurückgedrängt.

Fig. 381.

I.



II.



Obgleich bei dem Eröffnen dieser Ventile die Treibkolbenkraft große Veränderungen erleidet, so erwächst jedoch daraus noch keineswegs ein Stoß, sondern nur eine entsprechende Geschwindigkeitsveränderung des Treibkolbens.

Das Spiel einer solchen Steuerung mit Saug- und Druckventil ist aus Fig. 381 I. und II. zu ersehen, welche eine doppeltwirkende liegende Wassersäulenmaschine mit Rotationsbewegung vorstellt, wobei das Steuerkolbensystem durch einen Schieber oder Schiebventil ersetzt ist. Bei der Stellung des Schiebers S in I. fließt das Aufschlagwasser aus der

Einfallröhre AB in die Schieberkammer BDD_1 und von da durch das Verbindungsrohr DE in den Treibcylinder C, und treibt dabei den Treibkolben von links nach rechts, während das Wasser, welches vorher gewirkt hat, durch das Rohr E_1D_1 in die Schieberhöhlung S und von da durch das Austragrohr GH geführt wird. Gegen Ende des Treibkolbenschubes hat sich der Schieber S (II.) so weit nach links bewegt, daß er die Einmündungen D und D_1 von beiden Verbindungsröhren in der Steuerkammer bedeckt, und folglich weder Wasser aus der Einfallröhre AB nach dem Treibcylinder, noch Wasser aus dem letztern in die Austragröhre GH gelangen kann. Bei der weitern Fortbewegung des Treibkolbens öffnet sich das linke Saugventil V, wobei eine Verbindung des linken Cylinderraumes C mit der Austragröhre H hergestellt und Wasser aus H durch das Rohr HL nach V und von da weiter durch NE nach dem Treibcylinder geführt wird; und ebenso öffnet sich das rechte Druckventil W_1, wobei die Communication des rechten Cylinderraumes C_1 mit der Einfallröhre AB hervorgebracht und der Abfluß des Wassers aus C_1 mittelst der Röhren N_1 und R_1 nach der Einfallröhre ermöglicht wird. Später rückt der Schieber noch weiter nach links, wobei die Einmündung D_1 des Verbindungsrohres E_1D_1 in die Steuerkammer frei wird und sich die Schieberhöhlung über die Einmündungen D und G stellt. Das nun auf die rechte Kolbenfläche drückende Kraftwasser schiebt den Treibkolben von rechts nach links, während das vor der linken Kolbenfläche befindliche Wasser aus C auf dem Wege $EDGH$ zum Ausflusse gelangt. Nun nimmt auch der Schieber eine umgekehrte Bewegung an und deckt auf eine kurze Zeit die Einmündungen D und D_1 der Verbindungsröhren zum zweiten Male, wobei sich das rechte Saugventil V_1, sowie das linke Druckventil W öffnet, und folglich der Treibkolben ohne weitere Störung seinen Rückweg vollenden kann.

§. 153. **Steuerungsarten.** Bei den einfachwirkenden und überhaupt bei allen denjenigen Wassersäulenmaschinen, welche bloß eine absetzende Bewegung in gerader Linie haben, ist es nicht möglich, die Steuerung unmittelbar mit der Kraftmaschine zu verbinden, oder die Bewegung der Steuerkolbenstange unmittelbar von der Bewegung der Treibkolbenstange abzuleiten, da hier in dem Augenblicke, wo der Steuerkolben oder Steuerschieber die Verbindung des Treibcylinders mit dem Steuercylinder oder der Steuerkammer aufhebt, nicht allein der Treibkolben, sondern auch der mit ihm verbundene Steuerkolben zur Ruhe kommt. Damit der Steuerkolben den übrigen Theil seines Weges zurücklegen kann, während der Treibkolben stillsteht, ist daher noch ein Zwischenapparat erforderlich, welcher auch noch dann auf den Steuerkolben wirkt, wenn der Treibkolben bereits zur Ruhe übergegangen ist. Dieser Apparat kann aber im Wesentlichen bestehen:

1. in einem Gewichte, welches von der Kolbenstange bei ihrem Aufgange mit emporgehoben und von ihr in dem Augenblicke fallen gelassen wird, wenn sie ihren Weg zurückgelegt hat, oder

2. in einer Feder, welche während der Treibkolbenbewegung gespannt und am Ende derselben losgelassen wird, oder endlich

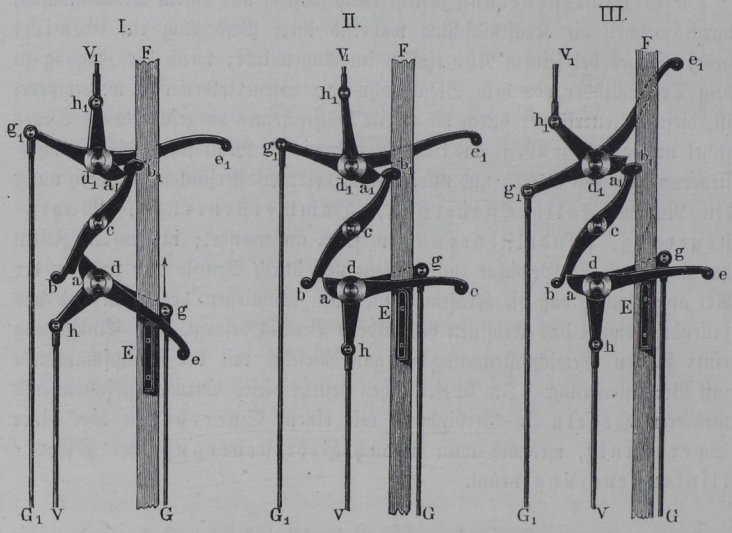
3. in einer zweiten oder Hülfswassersäulenmaschine, welche von der Kraftmaschine unmittelbar gesteuert wird, und deren Treibkolben die Steuerkolbenstange in Bewegung setzt, während der Treibkolben der Hauptmaschine seinen letzten Wegtheil durchläuft und auf eine kurze Zeit ruht. Man hat also hiernach von einander zu unterscheiden: Gewichtssteuerung, Federsteuerung und Wasserdrucksteuerung.

Die Gewichtssteuerung besteht hauptsächlich aus einem Mechanismus, durch welchen die Kraftmaschine während ihrer Bewegung ein Gewicht hebt, welches bei seinem Niederfallen im Augenblicke, wenn der Zugang zu dem Treibcylinder von dem Steuerhahn oder Steuerkolben u. s. w. versperrt ist, diesen Steuerkörper durch die zweite Hälfte seines vorgeschriebenen Weges führt und auf diese Weise das Umsteuern bewirkt. Man findet die Gewichtssteuerung bei den älteren und unvollkommeneren Wassersäulenmaschinen unter den Namen Fallbocksteuerung, Hammersteuerung, Wagensteuerung, Pendelsteuerung u. s. w. angewendet; in neueren Zeiten hat man auch die Gewichte zur Umsteuerung durch Ventile und zwar in der Art angebracht, daß die Kraftmaschine das Zuschließen des einen und das fallende Gewicht das Eröffnen des andern Ventils besorgt. Die Einrichtung einer solchen Gewichtssteuerung ist ganz dieselbe wie bei Dampfmaschinen mit Ventilsteuerung. Im Wesentlichen besteht dieses Steuerungssystem aus mehreren Hebeln in Verbindung mit einem Sperrhaken oder einer Sperrklinke, weshalb man sie auch Hebelsteuerung oder Sperrklinkensteuerung nennt.

Sperrhaken. Der wesentlichste Bestandtheil bei der Hebelsteuerung §. 154. ist die Sperrklinke; dieselbe ist nöthig, um das Verschließen der Ventile durch die Maschine unmittelbar und das Oeffnen derselben durch niederfallende Gewichte hervorbringen zu können. Wie dies möglich ist, wird aus der Beschreibung der Fig. 382 I., II. und III. (a. f. S.) erhellen. Die Sperrklinke selbst ist bcb_1; sie läßt sich um die horizontale Axe c drehen und endigt sich in Haken b und b_1. Unter derselben befindet sich eine horizontale Welle d mit einem Zahne a und mit drei Armen e, g, h, und über derselben eine solche Welle d_1 mit einem Zahne oder Dorne a_1 und drei Armen e_1, g_1 und h_1. In I. greift der Zahn a_1 in den Haken b_1, wogegen a über b steht; in II. ist der Eingriff zwischen a_1 und b_1 aufgehoben, und in III. greift der Zahn a in den Haken b und es liegt a_1 über b_1; geht in I. a nieder,

so erleidet bcb_1 eine kleine Drehung und es hakt sich, wie in II., a_1 aus b_1; geht aber in III. a_1 nieder, so erfolgt eine umgekehrte Bewegung von bcb_1 und es wird a aus b ausgehakt. Sind nun an den Armen dg und d_1g_1 beider Wellen d und d_1 Gewichte G und G_1 angehangen, so werden dieselben die Wellen in Umdrehung setzen, sobald ihre Zähne a und a_1 frei sind oder sich von den Fesseln der Sperrklinke befreit haben; und sind nun noch an den Armen dh und d_1h_1 mittelst Stangen hV und h_1V_1 u. s. w. die Steuerventile angeschlossen, so werden dieselben durch dieses Niederfallen der Gewichte geöffnet. Zur Umdrehung der Wellen d und d_1 nach den entgegengesetzten Richtungen dienen ferner die Arme oder Klauen de und d_1e_1.

Fig. 382.

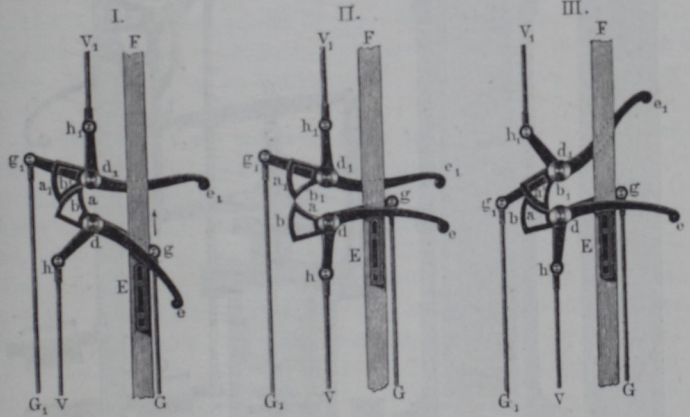


Wird de (I.) von unten nach oben geführt, so geht hV nieder, es verschließt sich folglich das Ventil V, es wird aber auch a_1 frei; es fällt nun g_1G_1 nieder und zieht dabei V_1 auf; wird hingegen d_1e_1 (III.) von oben nach unten geführt, so steigt h_1V_1, es verschließt sich also auch V_1 wieder, dagegen hakt sich a aus, es fällt G nieder und zieht dabei hV in die Höhe, und öffnet daher das mit V verbundene Ventil. Dieses Heben und Niederdrücken der Arme de und d_1e_1 wird durch eine Stange EF, die sogenannte Steuerstange, hervorgebracht, welche mit dem Treibkolben zugleich auf- und niedergeht. Zu diesem Zwecke sind auf entgegengesetzten Seiten derselben zwei Daumen oder sogenannte Knaggen E und F angeschraubt, von denen der eine (E) nahe am Ende des Kolbenaufganges die Klaue de, der

andere (F) aber nahe am Ende des Kolbenniederganges der Klaue $d_1 e_1$ ergreift und mit ſich fortnimmt.

Eine etwas vereinfachte Hebelſteuerung iſt in Fig. 383 I., II. und III. abgebildet. Es iſt hier der Sperrhaken durch zwei Kreisſectoren ab und $a_1 b_1$ erſetzt, welche einander abwechſelnd erfaſſen und freilaſſen. Uebrigens iſt dieſe Steuerung ganz wie die unten in Fig. 382 abgebildete Steuerung eingerichtet, und es ſtehen auch die gleichen Buchſtaben in beiden Figuren bei denſelben Theilen. Geht die Steuerſtange oder der Steuerbaum EF mit dem Treibkolben empor, ſo ergreift die Knagge E (I.) den Hebel de und hebt denſelben empor; dabei ſteigt auch G, dagegen wird das Ventil bei V verſchloſſen; zugleich zieht ſich aber auch b zurück und es wird b_1 frei, wie nun II. vor Augen führt. Jetzt fällt G_1 nieder, es legt ſich a_1 in a und

Fig. 383.

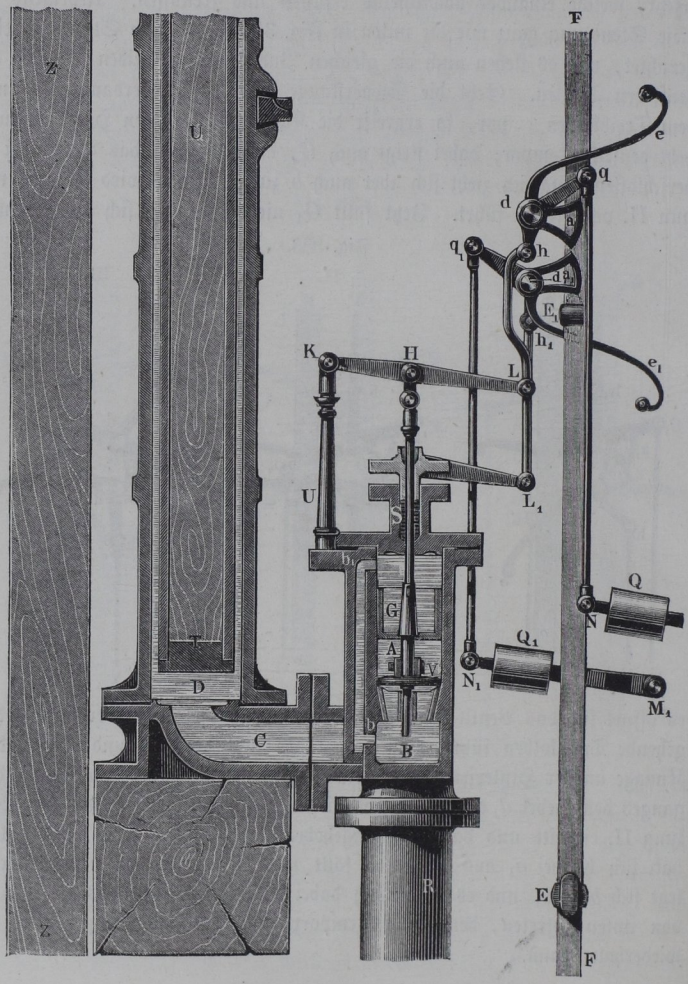


es öffnet ſich das Ventil bei V_1, wie in III. zu ſehen iſt. Der nun niedergehende Treibkolben führt auch die Stange FG abwärts und eine andere Knagge an der Hinterſeite dieſer Stange ergreift nahe am Ende des Niederganges den Hebel $d_1 e_1$ und ſchiebt dieſen nieder, ſo daß wieder die Stellung II. eintritt und dabei G_1 angehoben und V_1 geſchloſſen wird. Auch hakt ſich hierbei a_1 aus a und es fällt nun G ungehindert nieder, ferner legt ſich b in b_1 und es öffnet ſich dabei V, ſo daß nun das Kraftwaſſer von unten zutreten, den Kolben emportreiben und das vorige Spiel ſich wiederholen kann.

Wassersäulenmaschine mit Gewichtssteuerung. Die Einrichtung und Wirkungsweiſe einer Waſſerſäulenmaſchine mit Gewichtsſteuerung läßt ſich aus Fig. 384 (a. f. S.) erſehen. Dieſelbe iſt §. 155.

im Wesentlichen die Durchschnittszeichnung von einer von Harvey u. Co. zu Hayle in Cornwall für ein Gefälle von 60 m construirten Wassersäulenmaschine.

Fig. 384.



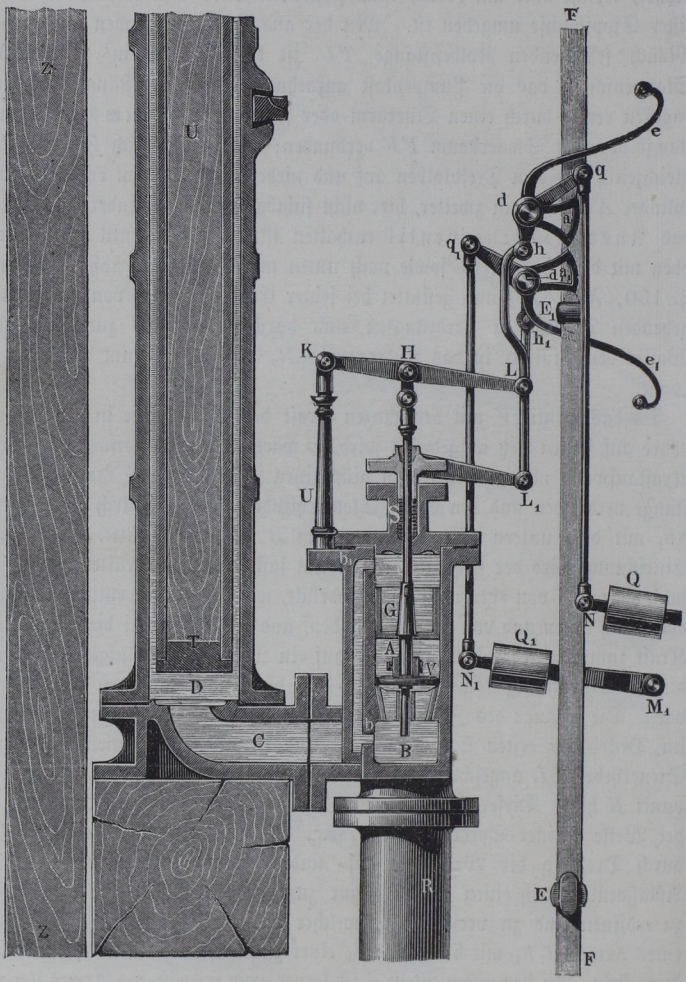
Die in der Figur nicht sichtbare Einfallröhre mündet von vorn bei A, sowie die Austragröhre von hinten bei B, und der Treibcylinder D mittelst des Verbindungsrohres C in den ersten Steuercylinder AB. Nach Er-

öffnung des Eintrittssteuerventils V tritt das Kraftwasser aus A durch die Ventilöffnung hindurch nach B, sowie von da nach C und D und treibt den Treibkolben T empor. Letzterer ist ein sogenannter Mönchskolben (s. §. 145) und besteht in einer außen abgedrehten cylindrischen Röhre, welche aber am obern, nicht sichtbaren Ende des Treibcylinders von einer Stopfbüchse umgeben ist. Mit der aus Holz bestehenden und in dem Mönch festsitzenden Kolbenstange TU ist links durch ein gewöhnliches Stangenschloß das die Pumpenlast aufnehmende Schachtgestänge ZZ, und dagegen rechts durch einen Querarm oder sogenannten Krums die Steuerstange oder der Steuerbaum FF verbunden; es gehen folglich ZZ und FF gleichzeitig mit dem Treibkolben auf und nieder. Hinter dem ersten Steuercylinder AB steht ein zweiter, hier nicht sichtbarer Steuercylinder, in welchem das Austrittssteuerventil enthalten ist. Dieses Ventil communicirt oben mit dem Canale B sowie nach unten mit der Austragröhre R (vergl. §. 150, Fig. 378) und gestattet bei seiner Eröffnung dem von dem niedergehenden Treibkolben verdrängten und durch C nach B zurückfließenden Wasser den Eintritt in das Austragrohr R, von wo es zum Ausgusse gelangt.

Da das Ventil V mit der ganzen Kraft der Wassersäule in der Einfallröhre auf seinen Sitz aufgedrückt wird, so wäre zu dessen Eröffnen ein großer Kraftaufwand nöthig, wenn man nicht einen Gegenkolben G mit der Ventilstange verbunden und den obern Steuercylinderraum SG durch einen Canal bb_1 mit dem untern Steuercylinderraum B verbunden hätte. Bei dieser Einrichtung wird der Gegenkolben G mit fast denselben Kräften von unten nach oben und von oben nach unten gedrückt, wie das Zulaßventil V resp. von oben nach unten und von unten nach oben, und folglich hierbei die erforderliche Kraft zum Aufziehen dieses Ventils auf ein Minimum zurückgeführt. Ganz dieselbe Einrichtung kommt auch bei dem hier nicht sichtbaren Ablaßventile vor. Die Stange des Zutrittsventils V geht bei S durch eine Stopfbüchse im Deckel des ersten Steuercylinders und ist bei H an einen einarmigen Steuerhebel KL angeschlossen, welcher am Kopfe einer Säule U seinen Stützpunkt K hat. Dieser Hebel ist mittelst einer Stange Lh an den Arm dh der Welle d einer Sperrklinke a (s. Fig. 383) befestigt und läßt sich folglich durch Drehung der Welle (d) auf- und niederbewegen. Ebenso ist das Ablaßventil durch einen in der Figur zum größten Theile verdeckten Hebel zu eröffnen und zu verschließen, welcher mittelst einer Stange L_1h_1 und eines Armes d_1h_1 mit der Welle d_1 einer zweiten Sperrklinke a_1 in Verbindung steht. An der ersten Welle d ist ferner noch mittelst des Armes dq und der Stange qN ein Gewicht Q aufgehangen, sowie an der Welle d_1 mittelst des Armes d_1q_1 und der Stange q_1N_1 ein um den festen Stützpunkt M_1 drehbares Gewicht Q_1. Endlich sitzen noch auf diesen Wellen die Arme

oder Steuerhebel de, d_1e_1, welche mittelst der auf dem Steuerbaum FF festsitzenden Steuerknaggen E, E_1, auf- oder abwärts bewegt werden, und dadurch die Wellen d und d_1 nach der einen Richtung bewegen, wogegen die

Fig. 385.



Gegengewichte Q und Q_1 dieselben in entgegengesetzter Richtung drehen. In dem abgebildeten Bewegungszustande der Wassersäulenmaschine ist der Treibkolben T unten angekommen; es hat die mit diesem Kolben zugleich nieder-

gehende Steuerſtange FF mittelſt der Knagge E_1 den Steuerhebel $d_1 e_1$ niedergedrückt und hierbei das Ablaßventil geſchloſſen. Ferner hat ſich die Sperrklinke a_1 aus a ausgehakt; es wird nun die Welle d durch das fallende Gewicht Q nach rechts gedreht und hierbei das Zutrittsventil V eröffnet. Das nun auf den Treibkolben T wirkende Kraftwaſſer treibt den Treibkolben ſammt den Stangen ZZ und FF empor, und wenn gegen Ende des Aufganges die Knagge E den Steuerhebel de ergreift, ſo wird dadurch das Ventil V geſchloſſen, worauf der Treibkolben zum Stillſtand gelangt, ſowie auch die Sperrklinke a aus a_1 ausgehakt wird, ſo daß nun die Welle d_1 durch das Gewicht Q_1 nach links gedreht und dadurch das Ablaßventil eröffnet werden kann. Jetzt nimmt der vom Kraftwaſſer abgeſperrte Treibkolben ſeine rückgängige Bewegung an, worauf ein neues Spiel beginnt.

Hülfswassersäulenmaschinen. Die Verhältniſſe der Steuerung durch eine Hülfswaſſerſäulenmaſchine laſſen ſich ſehr gut aus dem Grundriſſe in Fig. 386 und dem zugehörigen Durchſchnitte (Fig. 387) von der großen Waſſerſäulenmaſchine im Leopoldſchachte bei Schemnitz erſehen. Dieſe Maſchine iſt ebenfalls zweicylindrig, C iſt der eine und C_1 der andere Cylinder, E die Einfallröhre, A das Ausgußrohr, H der Steuerhahn (ſ. Fig. 374) und K ein auf dem Kopfe deſſelben feſt aufſitzender Quadrant. §. 156.

Fig. 386.

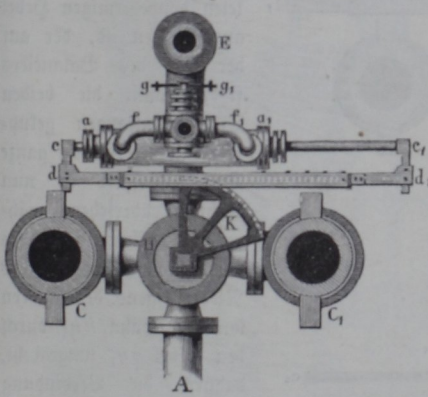
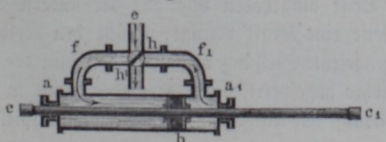


Fig. 387.



Die Hülfsſteuermaſchine beſteht aus einem horizontalen Treibcylinder aa_1, dem Treibkolben b und deſſen Kolbenſtange cc_1. Dieſe iſt durch Querarme mit der eigentlichen Steuerſtange dd_1 verbunden, ſo daß ſie mit dieſer einen rechteckigen Rahmen bildet; endlich iſt die letzte Stange mit dem quadrantförmigen Hahnſchlüſſel K durch zwei entgegengeſetzt laufende Laſchenketten ſo verbunden, daß die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens b eine Drehung des Hahnes um

90° hin und zurück hervorbringt. Die Steuerung der Hülfsmaschine erfolgt durch den horizontal liegenden Hahn hh_1 mit zwei Bohrungen wie beim Hauptsteuerhahne H. Das Druckwasser wird durch ein enges mit der Einfallröhre E verbundenes Röhrchen e nach dem Hahne hh_1, und von da durch die Verbindungsröhrchen f und f_1 bald auf die eine, bald auf die andere Fläche des Kolbens b geleitet, so daß dieser in eine hin- und hergehende Bewegung versetzt wird, indem er das seiner Bewegung entgegenstehende und von der Einfallröhre abgesperrte Steuerwasser durch die andere Hahnbohrung hindurch und von da durch ein nach unten gerichtetes Ausgußrohr zum Austritte nöthigt. Die Drehung des kleinen Hahnes hh_1 hin und zurück erfolgt durch einen doppelarmigen Schlüssel gg_1, welcher mit schwachen Ketten an einen ihm parallelen doppelarmigen Hebel angeschlossen ist, der auf der Axe des Balanciers sitzt, womit die beiden Treibkolbenstangen gekuppelt sind. Das ganze Steuerungsspiel ist nun leicht zu übersehen; während des Aufsteigens des einen Treibkolbens und des Niedersteigens des andern wird der Hahn hh_1 durch den Hebel gg_1 umgedreht, dadurch die Verbindung des Druckwassers mit dem Cylinder aa_1 auf der einen Seite aufgehoben und auf der andern Seite hergestellt, und auf diese Weise eine Kraft erzeugt, welche den Kolben b sammt Hahn H in die entgegengesetzte Stellung bringt, so daß nun der erste Treibcylinder von der Einfallröhre abgesperrt, der andere aber damit in Verbindung gesetzt wird, und hierauf das entgegengesetzte Treibkolbenspiel vor sich gehen kann.

Fig. 388.

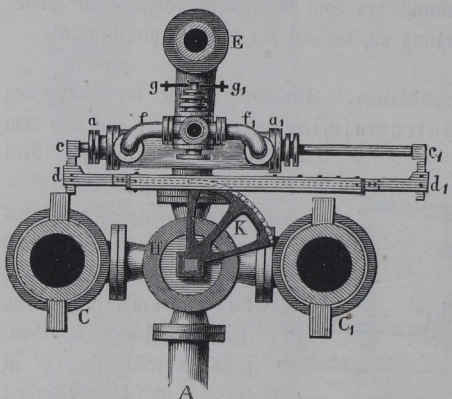
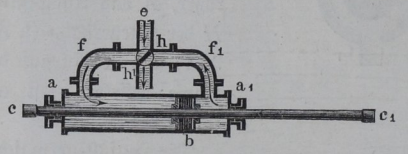


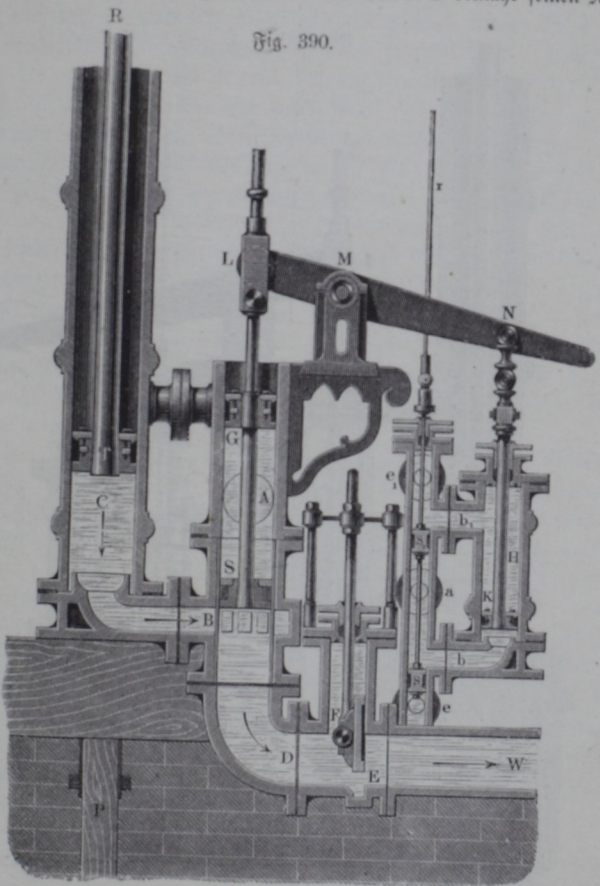
Fig. 389.



Anmerkung. Die Leopoldschachter Maschine hat das bedeutende Gefälle von 710 Fuß (224 m) (Oesterr. Maß), den Hub von 8 Fuß (2,53 m) und einen Kolbendurchmesser von nur 11 Zoll (0,290 m); jeder Kolben spielt in der Minute dreimal.

Die Umsteuerung durch eine Hülfsmaschine läßt sich auch sehr gut aus der Abbildung in Fig. 390 ersehen, welche den Durchschnitt einer von Herrn Darlington für die Alport-mines in Derbyshire construirten Wassersäulenmaschine darstellt. Diese Zeichnung führt den Stand der Maschine in dem Augenblicke vor Augen, wo der Treibkolben T beinahe seinen Nieder- §. 157.

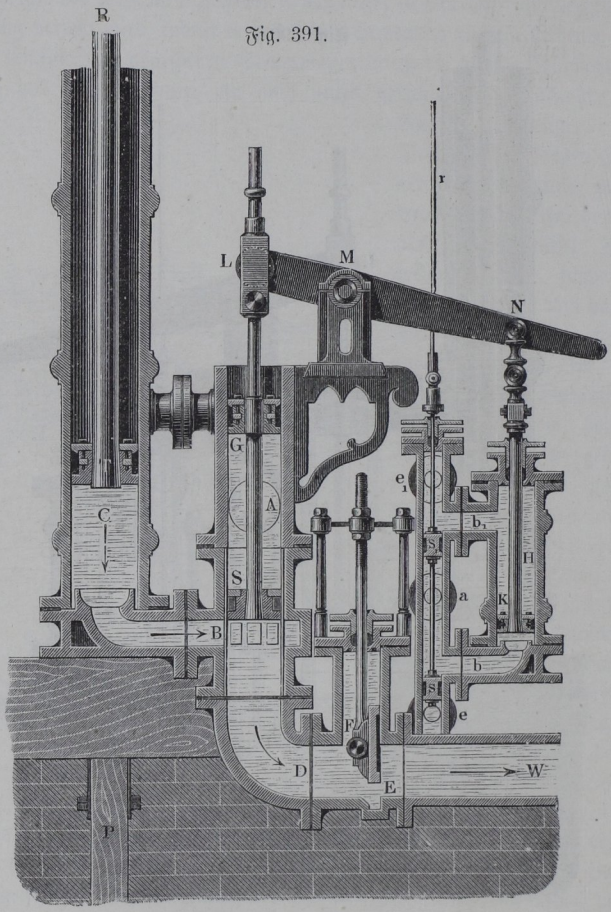
Fig. 390.



gang vollendet und die Hülfsmaschine H umgesteuert hat. Bei diesem Niedergange des Treibkolbens fließt das Wasser aus dem Treibcylinder C durch das Verbindungsrohr B in den Steuercylinder AD und von da durch das Kropfrohr D und durch die Oeffnung E unter dem Schieber F in das Unterwasser W. Die Hülfsmaschine ist eine doppeltwirkende; ihr Treib-

cylinder H steht durch die Communicationsröhren b und b_1 mit seinem Steuercylinder eae_1 in Verbindung, während letzterer durch ein Rohr bei a mit der Kraftwasserſäule und durch die Röhren bei e und e_1 mit dem Unterwasser W in Verbindung ist. Die beiden Steuerkolben s und s_1 der Hülfsmaschine sitzen auf einer Stange rs, welche mit der Treibkolbenstange RT

Fig. 391.



verbunden ist und von derselben mit auf- und niedergezogen wird. Auf diese Weise ist beim Niedergange des Treibkolbens das Kolbenpaar s, s_1 ebenfalls niedergegangen und in die in der Figur angegebene Stellung gebracht worden, wobei das Kraftwasser aus a und durch b unter den Treibkolben K der Hülfsmaschine, dagegen das todte Wasser über K durch b_1

und e_1 zum Abflusse gelangen kann. Der nun aufsteigende Treibkolben der Hülfsmaschine schiebt mittelst seiner Stange KN und durch einen um M drehbaren Hebel LMN das Steuerkolbenpaar S, G der Hauptmaschine abwärts, so daß hierbei nicht allein die Verbindung zwischen B und D aufgehoben und der niedergehende Treibkolben T zum Stillstande gebracht, sondern auch noch die Communication des Treibcylinders mit der bei A in den Steuercylinder einmündenden Kraftwassersäule hergestellt wird. Nach Beendigung des Aufganges von K und des Niederganges von GS wirkt das Wasser in der Einfallröhre mit voller Kraft auf den Treibkolben T und treibt nun diesen empor, wobei zugleich das Steuerkolbenpaar s, s_1 steigt. Kommt hierbei der Treibkolben nahe an das Ende seines Aufganges, so ist s, s_1 in seinem höchsten Stande angelangt, wobei das Kraftwasser auf dem Wege ab_1 über den Treibkolben K der Hülfsmaschine tritt und dieser Kolben zum Niedergange genöthigt wird. Hierbei wird nun das Steuerkolbenpaar SG der Hauptmaschine wieder aufgezogen, und dabei nicht allein der Zutritt des Kraftwassers zum Treibcylinder C aufgehoben und folglich der aufsteigende Treibkolben zum Stillstande gebracht, sondern auch die Verbindung mit dem Austragrohre DE hergestellt, so daß nun durch dasselbe das beim Aufgange verbrauchte Aufschlagwasser durch E in das Unterwasser W abfließen kann.

Eine kurze Beschreibung dieser Maschine nebst Abbildungen enthält die englische Uebersetzung von der ersten Auflage dieses Werkes. Hiernach besteht diese Maschine aus zwei neben einander stehenden Treibcylindern von 24 Zoll (0,609 m) Weite und 20 Fuß (6,09 m) Höhe, welche, bei einem Gefälle von 130 Fuß (39,6 m), von einer 24 Zoll weiten Einfallröhre gleichzeitig gespeist werden. Die Treibkolbenstangen von beiden Cylindern sind oben durch ein starkes, in einer Senkrechtführung laufendes Querhaupt mit einander verbunden, und das an dem letztern angehangene Pumpengestänge P (der Lastmaschine) befindet sich zwischen beiden Treibkolbenstangen, geht also auch mit diesen gleichzeitig auf und nieder. Der Steuercylinder ist 18 Zoll (0,457 m) und der Treibcylinder der Hülfsmaschine ungefähr 12 Zoll (0,305 m) weit. Der Zutritt der Kraftwassers wird durch einen ähnlichen Schieber regulirt wie der Austritt desselben.

Steuercylinder. Bei den größeren Maschinen neuerer Construction §. 158.
ist nach dem Muster der Reichenbach'schen Maschinen in Bayern der Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaschine mit dem Treibkolben der Hülfsmaschine in einer und derselben Röhre, dem sogenannten Steuercylinder, zugleich eingeschlossen, und bei einigen Maschinen verrichtet sogar der Gegenkolben zugleich die Dienste des Treibkolbens der Hülfsmaschine, wodurch allerdings eine große Vereinfachung erlangt wird. Am

einfachsten ist die in Fig. 392 abgebildete und an mehreren Maschinen in Freiberg angewendete Construction. Es ist hier S der Hauptsteuer- und G der Gegen- und Hülfstreibkolben, ferner bei C die Verbindung mit dem Haupttreibcylinder, sowie bei E die Communication mit der Einfallröhre und A die Austrittsmündung für das Kraftwasser; endlich ist bei e die Verbindung

Fig. 392.

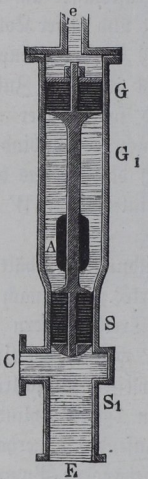
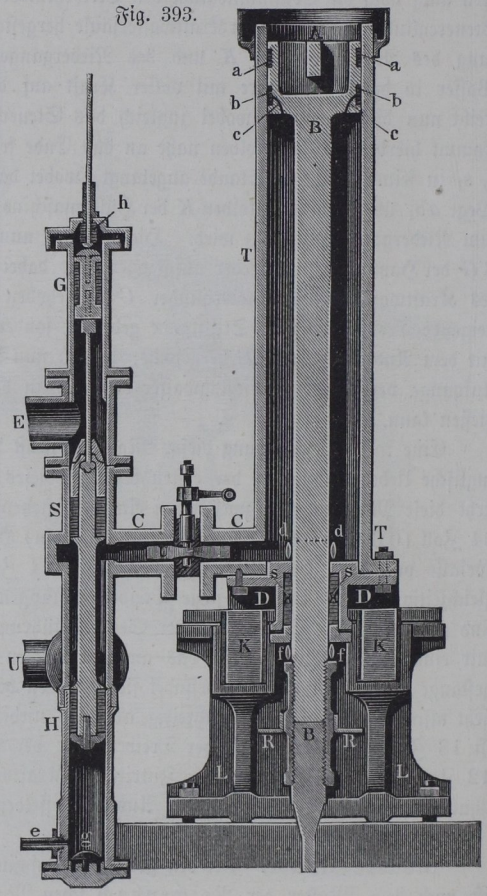


Fig. 393.



mit der Steuerung der Hülfsmaschine, welche hier in einem Hahne besteht, angedeutet. Der Kolben G ist größer als S und es geht daher die Steuerkolbenverbindung SG nieder, sobald oben bei e das Kraftwasser zugelassen wird, und umgekehrt, es steigt dieselbe in Folge der Kraft auf S empor, wenn das Kraftwasser bei e abgesperrt wird. Hierbei wird bei jedem Spiele

ein gewisses Steuerwasserquantum verbraucht und der Wirkung auf den Treibkolben entzogen, welches durch den Raum, den G bei seinem Auf- oder Niedergange durchläuft, gemessen wird, und bei dieser Construction deshalb nicht sehr klein ist, weil der Kolben G mindestens doppelt so viel Querschnitt haben muß als der Kolben S, dessen Querschnitt man doch nicht kleiner nimmt als den der Einfall- oder Communicationsröhren.

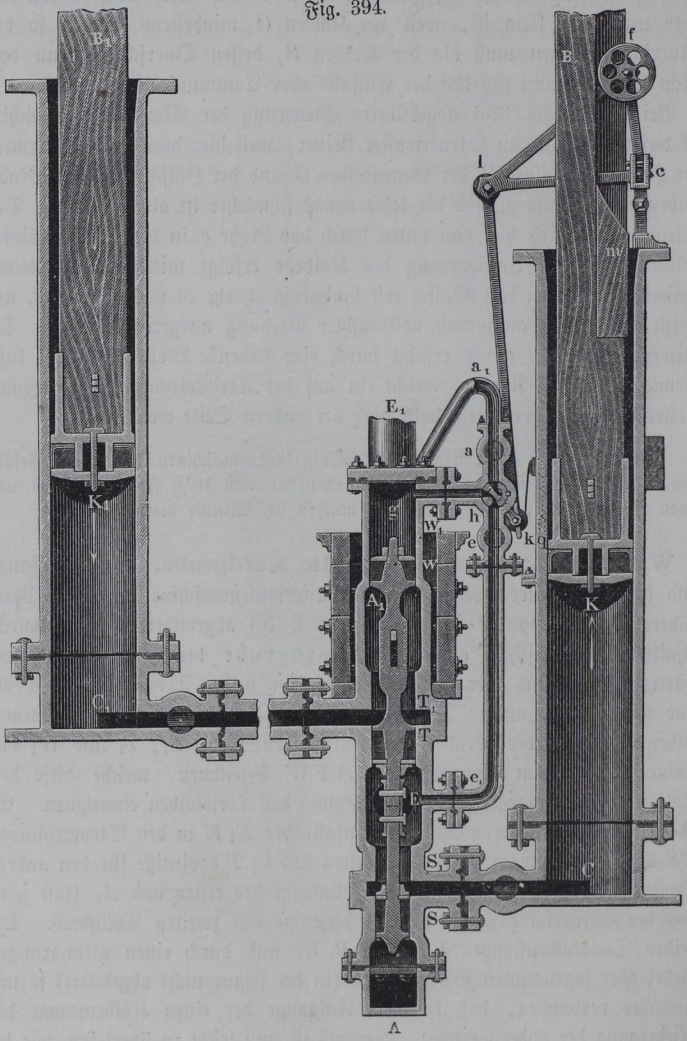
Bei der in Fig. 393 abgebildeten Steuerung der Clausthaler Maschine ist dieser Aufwand an Steuerwasser kleiner, weil hier drei Kolben, nämlich der Hauptsteuerkolben S, der Gegenkolben G und der Hülfstreib- oder Wendekolben H vorkommen, und der letzte etwas schwächer ist als der erste. Das Steuerwasser wird hier von unten durch das Rohr e in den Steuercylinder geführt, und die Umsteuerung des Kolbens erfolgt mittelst eines kleinen Hahnes, durch den das Wasser erst hindurchgeht, ehe es nach e gelangt, und durch welchen es auch nach vollbrachter Drehung ausgetragen wird. Die Bewegung dieses Hahnes erfolgt durch eine stehende Welle mit zwei knieförmig gebogenen Armen, welche ein auf der Treibkolbenstange festsitzender Teller bald nach der einen, bald nach der andern Seite wendet.

Anmerkung. Die Clausthaler Wassersäulenmaschinen haben ein Gefälle von 612 Fuß (192 m), einen Kolbendurchmesser von $16\frac{1}{2}$ Zoll (0,432 m) und einen Hub von 6 Fuß (1,884 m) und machen pr. Minute vier Spiele.

Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube. Die Einrichtung §. 159.
und der Gang einer zweicylindrigen Wassersäulenmaschine lassen sich durch nähere Betrachtung des in Fig. 394 (a. f. S.) abgebildeten Verticaldurchschnittes der Maschine auf Alte Mordgrube bei Freiberg vergegenwärtigen. Es sind hier CK und C_1K_1 die beiden Treibcylinder, K der eine und K_1 der andere Treibkolben, ferner S und T die beiden Steuerkolben, sowie W der Wende- oder Hülfskolben, wobei S_1, T_1 und W_1 diejenigen Stellen im Steuercylinder ATW bezeichnen, welche diese drei Kolben bei der entgegengesetzten Bewegung der Treibkolben einnehmen. Es ist ferner E die Einmündung der Einfallröhre E_1E in den Steuercylinder, CS das Verbindungsrohr für den ersten und C_1T dasjenige für den andern Treibcylinder, sowie A die Austragmündung des ersten und A_1 (fast ganz von der Steuerkolbenstange gedeckt) diejenige des zweiten Cylinders. Die beiden Treibkolbenstangen BK und B_1K_1 sind durch einen gleicharmigen Hebel oder sogenannten Balancier (in der Figur nicht abgebildet) so mit einander verbunden, daß bei dem Aufgange der einen Kolbenstange der Niedergang der andern erfolgt. Hiernach ist nun leicht zu übersehen, wie bei dem abgebildeten tiefern Steuerkolbenstande das Kraftwasser den Weg ES_1C einschlägt und den Kolben K emportreibt, dagegen der Kolben K_1 niedergeht, und das todte Wasser auf dem Wege $C_1T_1A_1$ zum Austritt gelangt.

Die Hülfssteuerung erfolgt durch einen schon oben (§. 148) näher beschriebenen, doppelt gebohrten Hahn h (Fig. 395), welcher in I. äußerlich

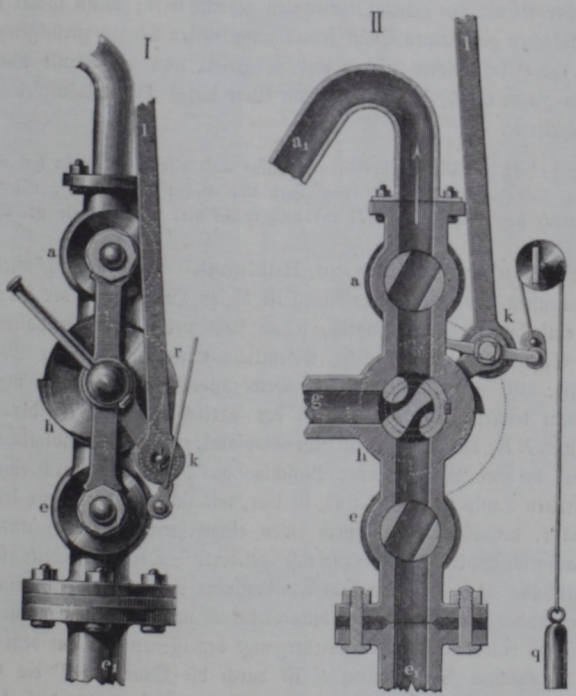
Fig. 394.



und in II. im Durchschnitt abgebildet ist. Dieser Hahn steht durch die Röhre ee_1 mit der Einfallröhre und durch die Röhre gh mit dem Steuercylinder in Verbindung. Man kann nun daraus ersehen, wie bei der einen

Stellung von h das Kraftwasser den Weg $Ee_1 ehgW$ nehmen und den Wendekolben W niederdrücken muß, und wie umgekehrt, bei der zweiten Stellung von h, das Kraftwasser von W abgesperrt wird, daher das Aufsteigen der Kolbenverbindung STW, das Zurücklaufen des Steuerwassers durch gh und der Austritt desselben durch aa_1 erfolgen kann. Damit die Steuerkolbenverbindung beim Absperren des Druckwassers von W emporsteige und beim Zulassen desselben niedergehe, ist nöthig, daß der durch

Fig. 395.



das Kraftwasser von unten gedrückte Steuerkolben T mehr Querschnitt habe als der Steuerkolben S, welcher durch das Kraftwasser von oben gedrückt wird, und daß der Wendekolben einen hinreichend großen Querschnitt habe, damit die Wasserdrücke auf W und S zusammen den entgegengesetzten Wasserdruck auf T übertreffen.

Was endlich noch die äußere Steuerung dieser Maschine anlangt, so besteht diese wesentlich aus dem mit vier Zähnen ausgerüsteten Steuerrädchen r, der Klinke rk, der Stange kl, dem Winkelhebel lcf mit seinem Frictions-

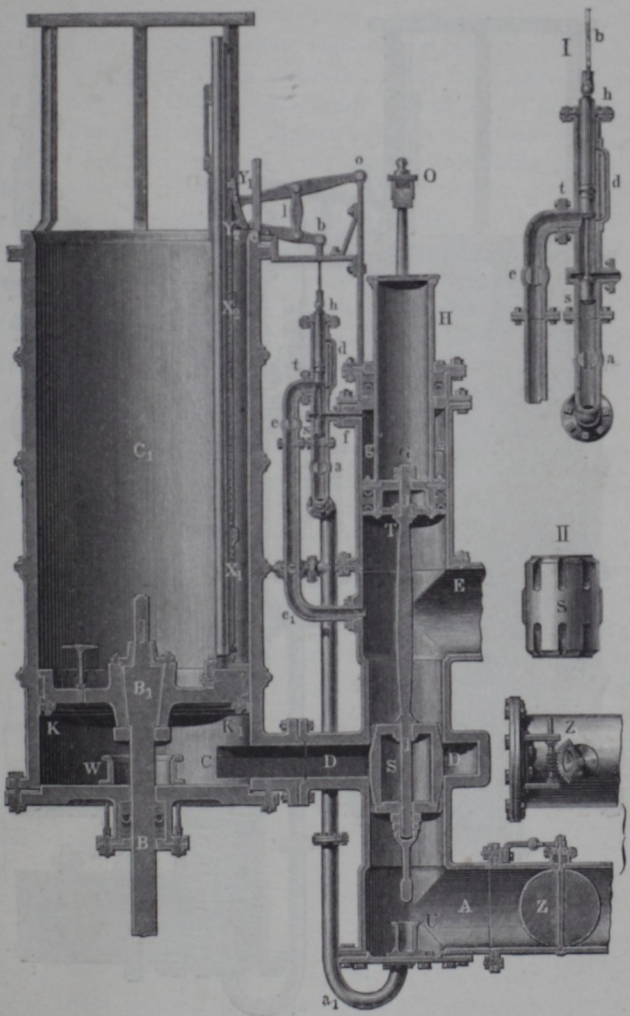
rade f und den zwei gegen einander gestellten und auf der Treibkolbenstange BK befestigten Keilen m und m_1 (der letztere hier nicht sichtbar). Die Klinke rk ist übrigens noch durch Arme mit der Axe des Hahnes verbunden, und es wird der Eingriff in die Zähne des Rädchens r durch ein kleines Gegengewicht q gesichert. Wenn der Treibkolben K nahe am Ende seines Auf- oder Niederganges gekommen ist, so schiebt sich der Keil m (oder m_1) unter das Frictionsrad, dreht dadurch den Hebel lcf um etwas, wodurch nun auch die Stange lk angezogen und das Rad sammt Hahn h mittelst der Klinke um einen Quadranten gedreht wird; wenn später wieder der Treibkolben ein kleines Stück seines umgekehrten Weges zurückgelegt hat, so fällt der Hebel wieder nieder und es gleitet nun die Klinke über den folgenden Zahn herab, den sie nahe am Ende dieses Treibkolbenspieles ebenfalls ergreift ꝛc.

Anmerkung. Die Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube hat ein Gefälle von 356 Fuß (111,8 m), einen Hub von 8 Fuß (2,512 m), eine Treibcylinderweite von $1\frac{1}{2}$ Fuß (0,471 m) und macht vier Doppelspiele pr. Minute.

§. 160. **Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.** Eine der schönsten und vollkommensten Wassersäulenmaschinen ist die zu Huelgoat in der Bretagne: sie ist einfachwirkend eincylindrig, jedoch steht neben ihr eine vollkommen gleiche Schwestermaschine. Die wesentliche Einrichtung dieser Maschine führt Fig. 396 vor Augen und ihre Bewegungsverhältnisse wird man aus Folgendem kennen lernen. CC_1 ist der Treibcylinder, KK_1 der Treibkolben und BB_1 die bei B durch eine Stopfbüchse gehende Treibkolbenstange. Während bei der Mordgrubener Maschine die Treibkolben durch einen einzigen breiten Stulp abgelidert sind, ist hier, wie sich aus der Figur leicht ersehen läßt, der Treibkolben durch einen eingesetzten Lederkranz und durch einen aufgeschraubten Stulp zugleich gelidert. Der zur Seite stehende Steuercylinder ASG ist mit dem Treibcylinder durch das Verbindungsrohr CD verbunden, die Einfallröhre mündet bei E und das Austragrohr bei A in denselben ein. Mit dem im Niedergange begriffenen und auf dem halben Wege befindlichen Steuerkolben S ist durch die Stange ST ein Gegenkolben T von größerm Durchmesser verbunden; es wird daher diese Kolbenverbindung durch das Kraftwasser emporgetrieben, so lange nicht noch eine dritte Kraft hinzutritt. Diese dritte Kraft wird dadurch hervorgebracht, daß man das Kraftwasser durch die Röhre c_1ef über den Kolben T leitet. Um aber bei dem dadurch erzeugten Niedergange der Steuerkolbenverbindung nur eine kleine Quantität von Steuerwasser nöthig zu haben, ist auf T der hohle Cylinder GH aufgesetzt, welcher bei H durch eine Stopfbüchse geht und zur Aufnahme des Steuerwassers nur den ringförmigen Zwischenraum frei läßt.

Das abwechselnde Zu- und Abführen des Kraftwassers zu und von dem hohlen Raume gg wird durch eine Hülfssteuerung bewirkt, welche der Haupt-

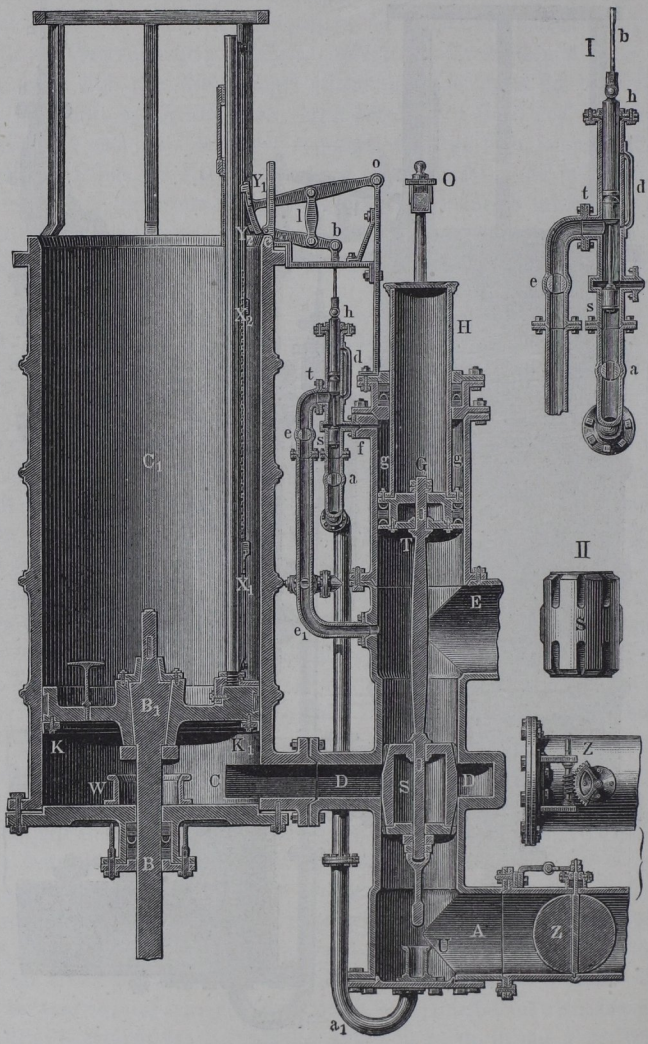
Fig. 396.



steuerung ganz ähnlich ist, und wie diese aus dem eigentlichen Steuerkolben s, dem Gegenkolben t und dem durch die Stopfbüchse h gehenden cylindrischen,

gleichsam nur eine dicke Kolbenstange bildenden Aufsatze besteht. Bei dem in der Figur ausgedrückten Stande von *sth* kann das Kraftwasser unge-

Fig. 397.



hindert den Weg *ef* nach *g* einschlagen, wird aber *sth* gehoben, so daß *s* über *f* zu stehen kommt, so wird die Communication unterbrochen und zugleich

dem den ringförmigen Raum gg ausfüllenden Steuerwasser ein Weg aa_1 eröffnet, durch welchen es beim nunmehr erfolgenden Aufgange von ST abfließen kann. Um endlich die Bewegung der Hülfssteuerkolbenverbindung sth von der Kraftmaschine selbst abzuleiten, ist auf dem Treibkolben KK_1 eine oben in einer Führung laufende runde Stange aufgesetzt und mit dieser eine zweite rectanguläre Stange verbunden, welche eine Reihe von Löchern hat, durch welche die Stiele der Däumlinge X_1 und X_2 auf den entgegengesetzten Seiten gesteckt werden. Außerdem ist aber die Stange bh an zwei um c und o drehbaren und durch l mit einander verbundenen Hebeln aufgehangen, wovon der eine in ein Cirkelstück ausläuft, das sich in zwei anderen Däumlingen oder Knöpfen Y_1 und Y_2 endigt. Nahe am Ende des Treibkolbenaufganges trifft nun X_1 auf Y_1 und es gelangt so sth in den höchsten Stand, und nahe am Ende des Treibkolbenniederganges nimmt X_2 den Knopf Y_2 mit und es wird mittelst der Hebel die Stange sth auf den tiefsten Stand zurückgeführt. Es ist nun leicht einzusehen, wie auf diese Weise die Umsteuerung durch ST und so auch ein regelmäßiges Auf- und Niedergehen von KK_1 erfolgen muß.

Wassersäulenmaschine auf der Grube Centrum. Die wesentliche Einrichtung einer vom Herrn Oberbergrath Althaus construirten Wassersäulenmaschine auf der Grube Centrum bei Eschweiler ist aus der Abbildung Fig. 398 (a. f. S.) zu ersehen. Diese Maschine hat nur 45 Fuß (14,130 m) Gefälle und ein Aufschlagsquantum von 3,278 cbm pr. Secunde. Die Einfallröhre, welche das Wasser aus einem tiefen Klärsumpfe entnimmt, ist 32 Zoll (0,837 m) weit und hat sammt einem $145\frac{1}{2}$ Fuß (45,68 m) langen horizontalen Mittelstück die Totallänge von $227\frac{1}{2}$ Fuß (71,43 m). Der Treibkolben hat einen Durchmesser von 4 Fuß (1,156 m), und macht pr. Minute sechs Spiele von 7 Fuß (2,2 m) Hub. Es ist daher die mittlere Kolbengeschwindigkeit: §. 161.

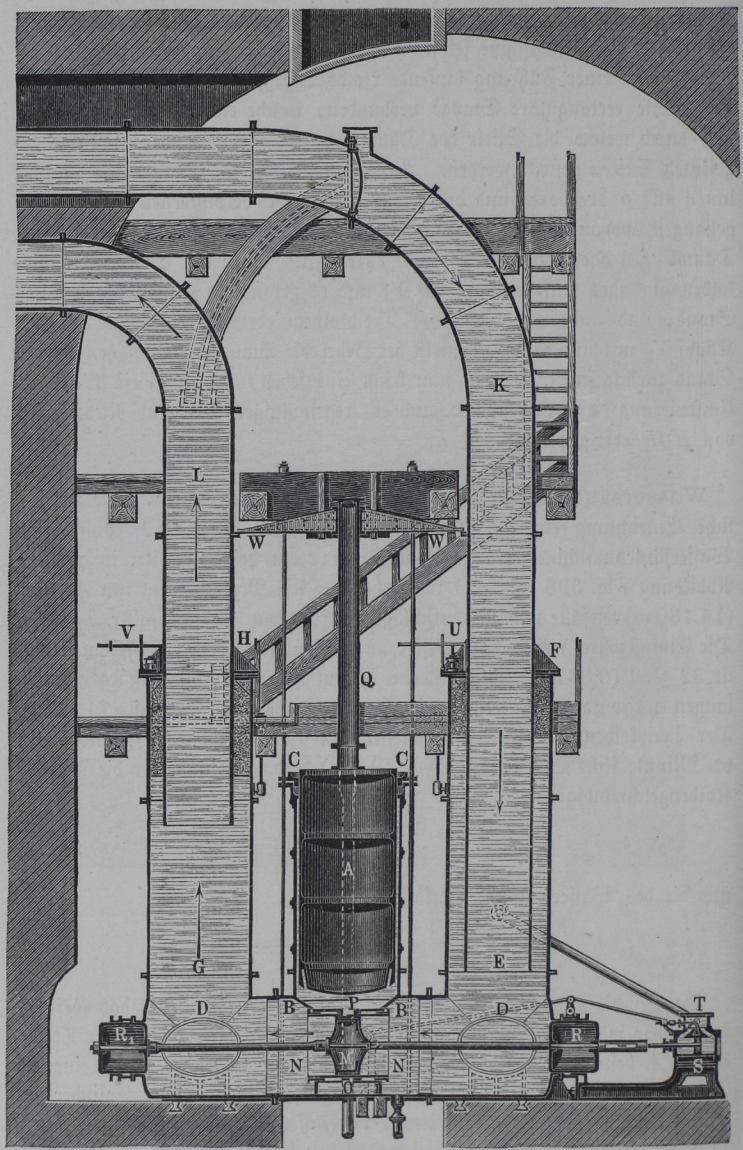
$$v = \frac{6 \,.\, 2 \,.\, 2{,}2}{60} = 0{,}44 \text{ m}$$

und die des Wassers in der Einfallröhre:

$$v_1 = \left(\frac{48}{32}\right)^2 v = \frac{9}{4}\, 0{,}44 = 1 \text{ m}.$$

Da hier die Länge der Einfallröhren fünfmal so groß ist als das Gefälle, so ist diese mäßige Wassergeschwindigkeit ganz am rechten Orte. Der Treibkolben A besteht in einem sogenannten Plunger, welcher durch eine im Treibcylinder BC sitzende Stopfbüchse abgelidert ist. Dieser Cylinder ist oben offen und steht unten auf einem 16 Fuß (5,02 m) langen und 4 Fuß (1,256 m) weiten Rohr DD, welches an den Enden fest aufruht, und zwei

Fig. 398.



andere Cylinder EF und GH von 4 Fuß (1,256 m) Weite und 12 Fuß (3,768 m) Höhe trägt, in welche einerseits die Einfallröhre KF und andererseits die $26\frac{1}{4}$ Fuß (8,242 m) hoch aufsteigende Austrageröhre HL einmündet. Beide Röhren sind mit den nöthigen Klappen versehen.

Der Steuerkolben M liegt senkrecht unter dem Treibkolben, hat bei einer Höhe von 0,288 m einen Durchmesser von 0,706 m und einen Schub von 0,419 m. Der Steuercylinder enthält einen 0,130 m breiten Gürtel von vielen vierseitigen Mündungen, durch welche er mit dem nach dem Treibcylinder führenden Verbindungsrohre OP in Verbindung steht. Die Steuerkolbenstange ist außer dem Steuerkolben noch mit zwei Gegenkolben R und R_1 von ebenfalls 0,706 m Durchmesser ausgerüstet. Zur Bewegung dieser Steuerkolbenverbindung dient eine Hülfswassersäulenmaschine ST, deren Kolben S bei einem Durchmesser von 0,235 m das Steuerkolbensystem beim Umsteuern 0,419 m hin- oder zurückschiebt. Die Steuerung dieser Hülfsmaschine besteht in einem Schieber T, welcher mittelst Hebel durch die am Gestänge angeschraubten Knaggen abwechselnd hin- und hergeschoben wird. Die Höhe der Hinterwassersäule beträgt 26 Fuß (8,164 m), daher ist die Höhe der Drucksäule bei Beginn des Kolbenaufganges gleich $14{,}130 + 8{,}164 = 22{,}294$ m, und dieselbe am Ende des Kolbenhubes gleich $22{,}294 - 2{,}2 = 20{,}094$ m, so daß das Verhältniß der Verminderung der Kolbenkraft zum mittleren Kraftwerth des ganzen Kolbenaufganges

$$\frac{2{,}2}{20{,}094 + \frac{1}{2}\,2{,}2} = 0{,}104$$

beträgt. Beim Niedergange des Kolbens ist dagegen das Verhältniß der Zunahme des Widerstandes zum mittlern Widerstande der Hinterwassersäule

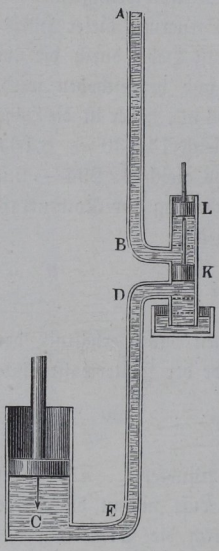
$$\frac{2{,}2}{8{,}164 - \frac{1}{2}\,2{,}2} = 0{,}311.$$

Die Röhren EF und GH dienen zugleich als Windkessel. Die durch das Wasser im obern Raume derselben abgesperrte Luft nimmt die Stöße der bewegten Wassersäulen auf, wenn dieselben durch die Steuerung abgesperrt werden; es wird daher durch dieselben ein sanfter Gang der Maschine erlangt. Die Luft, welche im Laufe der Zeit aus dem Windkessel durch die Wände entweicht, oder wegen der Absorption durch das Wasser verschwindet, wird durch eine kleine Luftpumpe von Zeit zu Zeit wieder ersetzt. Die Regulirung der Geschwindigkeit des Treibkolbens wird durch Hubstellung des Steuerkolbens bewerkstelligt. Diese Maschine dient zur Wasserhebung mittelst Pumpen, deren Kolben an das Schachtgestänge angeschlossen sind, welches von dem Treibkolben der Wassersäulenmaschine bewegt wird.

Anmerkung. Näheres über diese Maschine theilt eine Abhandlung des Herrn Bergmeisters Bauer im 4. Bde. der Zeitschr. des Vereins deutsch. Ing. mit.

§. 162. **Balancier.** Zur Regulirung des Ganges einer Wassersäulenmaschine sind noch mehrere Hülfsvorrichtungen nöthig, welche wir in Folgendem näher kennen lernen müssen. Was zunächst den Auf- und Niedergang des Treibkolbens betrifft, so wird dieser durch einen sogenannten Balancier, d. i. durch eine Vorrichtung regulirt, welche die Bewegung des Treibkolbens nach der einen Richtung hin unterstützt, und die Bewegung desselben nach der entgegengesetzten Richtung hindert, so daß das Kolbenspiel seinen regelmäßigen Fortgang hat, ohne eine bedeutende Geschwindigkeitsveränderung zu erleiden. Bei den auf beiden Seiten gleichbelasteten zweicylindrigen Maschinen besteht der Balancier, wie wir aus dem Obigen wissen, in einem gleicharmigen Hebel, welcher beide Treibkolbenstangen mit einander verbindet; hat aber die Maschine nur einen Cylinder, so ist eine fremde Kraft zum Ausgleichen nothwendig, und je nachdem nun diese Kraft in dem Gewichte eines festen Körpers oder in dem Drucke einer Wassersäule besteht, hat man es mit einem mechanischen oder mit einem hydraulischen Balancier zu thun. Da im dritten Theile dieses Werkes von diesen Vorrichtungen speciell gehandelt wird, so genügen hier folgende allgemeine Bemerkungen.

Fig. 399.



Der mechanische Balancier besteht in einem doppelarmigen Hebel, welcher auf der einen Seite mit Gewichten beschwert und auf der andern Seite mit der Kolbenstange oder dem Gestänge überhaupt so verbunden ist, daß jene Gewichte der Last des Gestänges entgegenwirken und dadurch dem Aufgange desselben zu Hülfe kommen, dagegen aber den Niedergang desselben verzögern, so daß zum Aufgange nach Befinden doppelt so viel Zeit verwendet wird als zum Niedergange. Der hydraulische Balancier hingegen besteht in einer zweiten Röhrentour, welche statt des einfachen Ausgußrohres vom Steuercylinder aus aufwärts steigt, und durch welche das todte Wasser abgeführt wird, so daß es eine Wassersäule bildet, welche dem Gewichte des Gestänges beinahe das Gleichgewicht hält, daher dasselbe mit einer gemäßigten Geschwindigkeit niedergeht. Bei der in Fig. 397 abgebildeten Maschine zu Huelgoat, sowie auch bei der Clausthaler Maschine, von welcher in Fig. 393 ein Durchschnitt abgebildet ist, sind hydraulische Balanciers angewendet, es besteht hier das Austragerohr in einer Steigröhre, welche das Wasser nach vollbrachter Wirkung auf einen Theil des ganzen Gefälles wieder emporleitet.

Wenn man den hydraulischen Balancier, die sogenannte Gegen- oder Hinterwassersäule DE zwischen dem Treibcylinder C und dem Steuercylinder KL (Fig. 399) anbringt, so wird die doppelte Rohrführung erspart.

In der mechanischen Leistung kann natürlich weder der eine noch der andere Balancier eine Steigerung hervorbringen. Das was bei dem Treibkolbenaufgange durch einen Balancier an Effect gewonnen wird, geht natürlich wieder beim Niedergange desselben verloren. Der hydraulische Balancier hat den Vortheil der größern Einfachheit, der mechanische Balancier dagegen den Vortheil, daß seine Wirksamkeit durch Zulegen von Gewichten beliebig gesteigert werden kann.

Stellhähne. Wesentlich wichtig sind noch die verschiedenen Abschließ- §. 163.
organe, nämlich Stellhähne oder nach Befinden Stellventile oder Stellschieber einer Wassersäulenmaschine, durch welche sich nicht nur der Gang der Kraftmaschine an sich, sondern auch der Gang ihrer Steuerung reguliren läßt. Alle diese Vorrichtungen wirken natürlich nur negativ, d. h. es kann durch diese nur eine Kraftstörung, nicht aber eine Kraftvermehrung hervorgebracht werden, und aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, sind diese Apparate keineswegs sehr willkommene Theile einer Wassersäulenmaschine. Die Wirkung dieser Theile besteht nämlich nur darin, der Bewegung des Wassers in einer Röhre ein Hinderniß entgegenzusetzen, so daß dieses langsamer zu gehen genöthigt wird. Um nun sowohl den Auf- als auch den Niedergang des Treibkolbens, und ebenso nicht nur den Auf-, sondern auch den Niedergang des Steuerkolbens zu reguliren oder zu mäßigen, hat man vier Hähne oder Klappen nothwendig, eine in der Einfallröhre und eine im Ausgußrohre, wie z. B. Z (Fig. 397), ferner einen Hahn in der Röhre, welche das Steuerwasser über den Hülfskolben führt, und einen solchen in der Röhre, welche das Steuerwasser von der Maschine abführt, wie z. B. e und a in den Figuren 394, 395 und 396. Wenn nun auch eine bedeutende Ueberwucht bei der Bewegung des Treib- oder Steuerkolbens nach der einen oder andern Richtung hin vorhanden ist, so läßt sich dieselbe sogleich durch Drehung des einen oder andern Stellhahnes mäßigen, da in dem Widerstande, welchen man der mit dem Kolben gleichzeitig in Bewegung befindlichen und mit diesem unzertrennlich verbundenen Wassersäule entgegensetzt, diesem Kolben zugleich mit ein Bewegungshinderniß erwächst. Geht umgekehrt der Auf- oder Niedergang des einen oder des andern Kolbens zu langsam vor sich, so kann durch Zurückdrehen des entsprechenden Hahnes eine größere Geschwindigkeit erlangt werden; jedoch hat dies bei völliger Oeffnung des Hahnes seine Grenze. Uebrigens läßt sich die Regulirung der Geschwindigkeit des Treibkolbens auch durch eine Stellung im Ausschub

des Steuerkolbens erlangen, indem durch Verminderung des erstern die Zugänge zum Treibcylinder beliebig verengt werden können.

Die Krafttödtung durch die Stellhähne oder Stellklappen, namentlich aber durch die Stellvorrichtung in der Einfallröhre oder Kraftwassersäule, welche man gewöhnlich Tagepipe zu nennen pflegt, erfolgt bei einer Wassersäulenmaschine gerade so wie die Krafttödtung durch die Schütze bei einer Reactionsturbine. Beide Maschinen stehen in dieser Hinsicht den ober- oder mittelschlächtigen Wasserrädern nach (vergl. §. 131 und 141).

Eine Wassersäulenmaschine sollte zur Erlangung des größten Wirkungsgrades immer so stark belastet sein, daß sie bei vollständigem Ausschub des Steuerkolbens ohne Stellung der Tagepipe ihren regelmäßigen Gang annimmt. Ist nun aber das Arbeitsvermögen dieser Maschine größer als das geforderte Arbeitsquantum, so muß entweder der Ueberschuß durch die Tagepipe vernichtet werden, oder man muß die Maschine mit einem kleinern Hube arbeiten lassen. Wenn das letztere Mittel anwendbar ist, so ist es allerdings das vorzüglichere, weil dasselbe durch Verminderung des Aufschlages die geforderte Verminderung in der Leistung giebt, und daher den Wirkungsgrad der Maschine nur wenig vermindert, allein dieses Mittel ist bei gegebener Last nicht immer anwendbar.

Die Veränderung des Hubes einer Wassersäulenmaschine ist durch Verstellung der Daumen oder Keile auf der Treibkolbenstange sehr leicht zu ermöglichen, und aus diesem Grunde ist auch die Stange $X_1 X_2$ (Fig. 396), welche mit dem Treibkolben auf- und niedergeht, mit einer Reihe von Löchern versehen. Je näher man die Daumen X_1 und X_2 einander bringt, desto zeitiger erfolgt natürlich auch die Umsteuerung und um so kleiner ist also auch der Treibkolbenweg.

§. 164. **Leistung der Wassersäulenmaschinen.** Es folgt nun die Theorie und Berechnung der Leistung einer Wassersäulenmaschine. Bedienen wir uns hierbei folgender Bezeichnungen. Der Inhalt der Treibkolbenfläche sei F, der Inhalt des Querschnittes der Einfallröhren F_e, ferner der Durchmesser des Treibkolbens d, der der Einfallröhren d_e und der der Austragröhre d_a, ferner sei das Gefälle, vom Wasserspiegel im Einfallkasten bis zum Wasserspiegel des Ausgußkastens gemessen, gleich h, die mittlere Druckhöhe beim Aufgange des Treibkolbens, also die senkrechte Tiefe der gedrückten Kolbenfläche unter dem Wasserspiegel im Einfallkasten, bei mittlerm Kolbenstande, gleich h_1, und die mittlere Druckhöhe beim Niedergange des Kolbens, d. i. die senkrechte Tiefe der Kolbenfläche unter der Ausgußmündung, bei mittlerm Kolbenstande, gleich h_2, noch sei l der Kolbenhub oder Weg des Treibkolbens pr. Spiel, l_e die Länge der Einfall-, l_a die der Aus-

tragröhrenaxe, v die mittlere Kolbengeschwindigkeit, v_e die mittlere Wassergeschwindigkeit in der Einfall-, sowie v_a die in der Austragröhre.

Setzen wir eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine voraus, nehmen wir an, daß sie pr. Minute n vollständige Spiele (Doppelhübe) mache und dabei im Durchschnitte pr. Secunde Q Cubikmeter Aufschlagwasser verbrauche.

Der mittlere Druck des Wassers gegen die Treibkolbenfläche F ist $P_1 = Fh_1\gamma$, folglich die geleistete Arbeit desselben pr. Spiel, ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse:

$$P_1 l = Flh_1\gamma,$$

daher pr. Minute:

$$nP_1 l = nFlh_1\gamma,$$

und endlich die mittlere Leistung pr. Secunde:

$$L_1 = \frac{n}{60} P_1 l = \frac{n}{60} Flh_1\gamma,$$

oder, da sich $\frac{nFl}{60} = Q$ setzen läßt,

$$L_1 = Qh_1\gamma.$$

Beim Rückgange des Kolbens wirkt die mittlere Kraft

$$P_2 = Fh_2\gamma$$

der Bewegung desselben entgegen, es wird also auch die Arbeit

$$P_2 l = Fh_2 l\gamma$$

consumirt, daher ist denn auch der entsprechende Arbeitsverlust pr. Secunde:

$$L_2 = Qh_2\gamma,$$

und sonach die übrigbleibende zu Gebote stehende Leistung der Maschine:

$$L = L_1 - L_2 = Q(h_1 - h_2)\gamma = Qh\gamma,$$

wie bei jeder andern hydraulischen Kraftmaschine.

Diese Formel ändert sich nicht, wenn auch der Treibkolben den Treibcylinder nicht vollkommen ausfüllt, wenn, wie z. B. bei dem Mönchskolben, ein Zwischenraum zwischen dem Kolben- und dem Cylinderumfange übrig bleibt, oder wenn der Kolben in seinem tiefsten Stande den Cylinderboden nicht berührt; ebenso bleibt die Formel dieselbe, wenn der Ausgußpunkt unter dem mittlern Kolbenstande befindlich, also h_2 negativ und $h = h_1 + h_2$ ist. Auch kommt auf die Form der Kolbenfläche nichts an; es ist stets unter F der Inhalt des Querschnitts rechtwinkelig gegen die Axe desselben zu verstehen, also

$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$

zu setzen.

Hierbei muß allerdings vorausgesetzt werden, daß beim Kolbenniedergange nur ein dem Kolbenhube l entsprechendes Wasserquantum Fl austrete, nicht aber alles im Cylinder und, nach Befinden, in der Communications- und in der Ausgußröhre befindliche Wasser. Bei Anwendung eines hydraulischen Balanciers oder eines aufsteigenden Ausgußrohres kann natürlich der letzte Fall gar nicht eintreten; anders ist es aber, wenn das Ausgußrohr abwärts gerichtet ist und unter dem tiefsten Kolbenstande ausmündet. Damit in diesem Falle das Wasser bis zum tiefsten Kolbenstande in dem Cylinder zurückbleibe und nicht durch von unten zutretende Luft verdrängt werde, ist es nöthig, einen Ausfluß unter Wasser herzustellen.

Anmerkung. Wir sehen aus dem Obigen, daß die Leistung einer Wassersäulenmaschine nur vom Totalgefälle $h = h_1 - h_2$, nicht aber von den einzelnen Druckhöhen h_1 oder h_2 des Auf- oder Niederganges abhängt, nur findet insofern eine Einschränkung statt, als bei Anwendung eines niedersteigenden Ausgußrohres die Tiefe des Unterwasserspiegels unter dem Kolbenstande noch nicht eine Atmosphärenhöhe ($b = 10{,}34$ m) betragen darf, weil die Atmosphäre durch ihren Druck auf diesen Spiegel in dem Austragrohre nur einer Wassersäule von dieser Höhe das Gleichgewicht zu halten vermag.

§. 165. **Kolbenreibung.** Unter den Nebenhindernissen einer Wassersäulenmaschine ist die Kolbenreibung eins der beträchtlichsten; dieselbe läßt sich aus dem Wasserdrucke mit Hülfe eines der bekannten Reibungscoefficienten berechnen. Ist die Liderung eine hydrostatische, so erhalten wir die Kraft, mit welcher das Wasser jedes Element f der Liderungsfläche gegen den abzuschließenden Cylindermantel drückt, für den Kolbenaufgang gleich $fh_1\gamma$, und für den Niedergang gleich $fh_2\gamma$, und daher die entsprechenden Reibungen gleich $\varphi fh_1\gamma$ und $\varphi fh_2\gamma$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Obgleich die Kräfte der einzelnen Flächenelemente sehr verschiedene Richtungen haben, so sind doch sämmtliche Reibungen unter sich, und zwar mit der Kolbenaxe, parallel, und es ist daher ihre Mittelkraft oder die Gesammtreibung des Kolbens gleich der Summe der Reibungen aller Liderungselemente, und demnach so zu bestimmen, daß man in obigen Formeln statt f die Summe aller Elemente, d. i. den Inhalt der ganzen Liderungsfläche einsetzt. Bezeichnen wir die Breite dieser Fläche, oder, wenn es zwei Liderungskränze giebt, die Breite beider zusammen, durch b, so können wir den Inhalt der Liderungsfläche durch πdb ausdrücken, und erhalten so die beiden Kolbenreibungen:

$$R_1 = \varphi\pi dbh_1\gamma \quad \text{und} \quad R_2 = \varphi\pi dbh_2\gamma.$$

Der leichtern Uebersicht wegen drückt man gewöhnlich diese Reibung sowie auch die übrigen Nebenhindernisse durch das Gewicht einer Wassersäule aus, welche den Treibkolbenquerschnitt zur Grundfläche hat, und deren Höhe

h_3 oder h_4 den Gefällverluſt ausdrückt, welcher der Kolbenreibung entſpricht. Hiernach ſetzen wir alſo:

$$R_1 = Fh_3\gamma \quad \text{und} \quad R_2 = Fh_4\gamma,$$

alſo auch

$$Fh_3 = \varphi\pi d b h_1 \quad \text{und} \quad Fh_4 = \varphi\pi d b h_2,$$

oder

$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$

eingeführt,

$$\frac{dh_3}{4} = \varphi b h_1 \quad \text{und} \quad \frac{dh_4}{4} = \varphi b h_2,$$

hiernach die den Kolbenreibungen entſprechenden Gefällverluſte:

$$h_3 = 4\varphi\frac{b}{d}h_1 \quad \text{und} \quad h_4 = 4\varphi\frac{b}{d}h_2.$$

Bringt man dieſe Höhen in Abzug, ſo erhält man für die mittlere Kraft beim Aufgange:

$$P_1 = F(h_1 - h_3)\gamma = \left(1 - 4\varphi\frac{b}{d}\right)Fh_1\gamma,$$

und den mittlern Widerſtand beim Niedergange:

$$P_2 = F(h_2 + h_4)\gamma = \left(1 + 4\varphi\frac{b}{d}\right)Fh_2\gamma,$$

daher die reſultirende mittlere Leiſtung:

$$L = \frac{n}{60}(P_1 - P_2)l = \frac{n}{60}\left((h_1 - h_2) - 4\varphi\frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right)Fl\gamma$$

$$= \left(h - 4\varphi\frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right)Q\gamma = \left[\left(1 - 4\varphi\frac{b}{d}\right)h - 8\varphi\frac{b}{d}h_2\right]Q\gamma$$

$$= \left[1 - 4\varphi\frac{b}{d}\left(1 + \frac{2h_2}{h}\right)\right]Qh\gamma.$$

Iſt die Steighöhe h_2 Null oder ſehr klein, ſo läßt ſich einfacher

$$L = \left(1 - 4\varphi\frac{b}{d}\right)Qh\gamma$$

ſetzen.

Man erſieht übrigens hieraus, daß bei einem beſtimmten Gefälle h der Arbeitsverluſt in Folge der Kolbenreibung um ſo größer ausfällt, je größer $\frac{h_2}{h}$ iſt, je tiefer alſo die Maſchine unter dem Ausgußpunkte ſteht oder je höher das Waſſer beim Austragen zurückſteigt.

Um diesen Arbeitsverlust möglichst herabzuziehen, soll man den Liderungskranz nicht unnöthig breit machen. Bei den bestehenden Maschinen liegt $\frac{b}{d}$ innerhalb der Grenzen 0,1 bis 0,2. Setzt man den Reibungscoefficienten nach Morin zu $\varphi = 0{,}25$ voraus, so erhält man $4\,\varphi\,\frac{b}{d} = 0{,}1$ bis $0{,}2$, und demnach verzehrt die Kolbenreibung je nach der Breite der Ledermanschette 10 bis 20 Proc. der vorhandenen Arbeit.

Neuere Versuche von Hick*) (s. Thl. III, 2) haben für die Reibungswiderstände der Kolben von hydraulischen Pressen kleinere Werthe ergeben. Danach ist die durch diese Reibung vernichtete Wassersäulenhöhe durch $\frac{x}{d}\,h$ ausgedrückt, worin d den Durchmesser in Millimetern, h die wirkende Druckhöhe bedeutet und x zwischen 1,009 und 2,48 liegt. Dieser Formel wird man sich bei Wassersäulenmaschinen bedienen können, welche mit so hohen Pressungen (50 bis 100 Atmosphären) arbeiten, wie sie bei hydraulischen Hebevorrichtungen üblich sind. In solchen Fällen pflegt man auch die Ledermanschetten wegen des großen Druckes, mit welchem dieselben durch das Wasser gegen die Cylinderwandung gepreßt werden, durch Stopfbüchsen zu ersetzen, bei denen man das Dichtungsmaterial mit geringerer Kraft anpressen kann.

§. 166. **Hydraulische Nebenhindernisse.** Ein anderer Arbeitsverlust der Wassersäulenmaschinen entspringt ferner aus der Reibung des Wassers in den Einfall- und Austragröhren. Nach der in Thl. I vorgetragenen Theorie ist der dieser Reibung entsprechende Druckhöhenverlust, wenn ζ den Reibungscoefficienten bezeichnet,

$$h = \zeta\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2\,g};$$

auf die Einfallröhre angewendet aber:

$$y_1 = \zeta\,\frac{l_e}{d_e}\,\frac{v_e^2}{2\,g},$$

und auf die Austrageröhre bezogen:

$$z_1 = \zeta\,\frac{l_a}{d_a}\,\frac{v_a^2}{2\,g}.$$

*) Siehe Engineer, 1. Juni 1866, sowie Verhandl. d. Vereins z. Bef. des Gewfl. 1866.

Nun ist aber das Wasserquantum pr. Secunde:

$$\frac{\pi d_e^2}{4} v_e = \frac{\pi d_a^2}{4} v_a = \frac{\pi d^2}{4} v,$$

also:

$$d_e^2 v_e = d_a^2 v_a = d^2 v$$

oder:

$$v_e = \left(\frac{d}{d_e}\right)^2 v \quad \text{und} \quad v_a = \left(\frac{d}{d_a}\right)^2 v,$$

daher lassen sich die Reibungswiderstandshöhen setzen:

$$y_1 = \xi \frac{l_e d^4}{d_e^5} \frac{v^2}{2g}$$

und

$$z_1 = \xi \frac{l_a d^4}{d_a^5} \frac{v^2}{2g},$$

und es ist bei Geschwindigkeiten (v_e oder v_a) von 1,5 bis 3 m, $\xi = 0{,}022$ bis 0,020 einzuführen.

Um diese Widerstandshöhe herabzuziehen, hat man weite Einfall- und Austragröhren anzuwenden und den Treibkolben langsam auf- und niedergehen zu lassen.

Die Bewegung des Wassers in den Röhren einer Wassersäulenmaschine ist insofern noch verschieden von der Bewegung des Wassers in einfachen Röhrenleitungen, als sich die Geschwindigkeit von jener unaufhörlich verändert, bald zu Null wird, bald zu-, bald abnimmt u. s. w., während die Geschwindigkeit in diesen immer eine und dieselbe bleibt. Aus diesem Grunde spielt denn auch bei einer Wassersäulenmaschine die Trägheit des Wassers eine größere Rolle, als bei der Bewegung des Wassers in einfachen Leitungen. Um eine Masse M in die Geschwindigkeit v zu versetzen, ist bekanntlich die mechanische Arbeit $\frac{Mv^2}{2}$ zu verrichten, um also auch der Wassersäule in der Einfallröhre eine Geschwindigkeit v_e zu ertheilen, ist, da dieselbe das Gewicht $F_e l_e \gamma$ hat, die mechanische Arbeit $F_e l_e \gamma \frac{v_e^2}{2g}$ aufzuwenden. Diese lebendige Kraft ist der Wassersäule bei jedem Spiele von Neuem zu ertheilen, da dieselbe nach jedesmaligem Abschluß des Eintrittsventils zur Ruhe kommt. Da dieser Abschluß, insbesondere bei der Anwendung einer Hülfswassersäulenmaschine ziemlich schnell kurz vor der Beendigung des Kolbenlaufs stattfindet, so wird man anzunehmen haben, daß jener Arbeitsbetrag bei jedem Spiele zum großen Theil verloren gehe.

Führen wir noch $v_e = \frac{d^2}{d_e^2} v$ und $F_e = \frac{\pi d_e^2}{4}$ ein, so erhalten wir für diese Arbeit den Ausdruck:

$$\frac{\pi d^2}{4} \frac{d^2 l_e}{d_e^2} \gamma \frac{v^2}{2g},$$

daher ist die entsprechende mittlere Kraft während des ganzen Treibkolbenweges l:

$$K = \frac{\pi d^2}{4} \frac{d^2 l_e}{d_e^2 l} \gamma \frac{v^2}{2g},$$

und der entsprechende Gefäll- oder Druckhöhenverlust:

$$y_2 = \frac{K}{F\gamma},$$

d. i.:

$$y_2 = \frac{d^2 l_e}{d_e^2 l} \frac{v^2}{2g}.$$

Ein auf gleiche Weise auszudrückender Verlust findet auch beim Rückgange des Treibkolbens statt, wo das Wasser genöthigt wird, mit der Geschwindigkeit v_a auszutreten, und die am Anfange des Kolbenweges aufzuwendende lebendige Kraft beim Ausgusse verloren geht und daher der Maschine ebenfalls entzogen wird. Der entsprechende Druckhöhenverlust ist also:

$$z_2 = \frac{d^2 l_a}{d_a^2 l} \frac{v^2}{2g}.$$

Um diese beiden Arbeitsverluste möglichst zu vermindern, ist daher nöthig, die Einfall- und Austragröhre weit und beide möglichst kurz zu machen, ferner eine kleine Kolbengeschwindigkeit und einen großen Kolbenhub in Anwendung zu bringen.

Um diese Arbeitsverluste ganz zu umgehen und auch die Stoßwirkungen zu vermeiden, zu welchen das plötzliche Absperren des Kraftwassers Veranlassung giebt, hat man am untern Ende der Einfallröhre möglichst nahe der Steuerung einen Windkessel, d. h. ein mit Luft erfülltes Gefäß eingeschaltet, wie solches bei den Pumpwerken und Feuerspritzen üblich ist. Die Wirkung eines solchen Windkessels, welche in Thl. III, 2 ausführlicher besprochen ist, besteht hier wie bei den Pumpen darin, der in Bewegung befindlichen Wassersäule im Einfallrohre auch nach der Absperrung noch fernere Bewegung zu gestatten, indem das Wasser hierbei Gelegenheit findet, in den Windkessel einzutreten. Hiermit ist natürlich eine weitere Zusammendrückung der unter dem Drucke der Einfallwassersäule stehenden Luft verbunden, und die in Folge dessen von der Luft aufgenommene mechanische Arbeit wird bei dem nächsten Kolbenaufgange wieder ausgegeben, indem das Wasser diesem vergrößerten Drucke entsprechend aus dem Windkessel wieder heraustritt, um beschleunigend auf den Kolben der Wassersäulenmaschine zu wirken. Da die Luft allmälig von dem Wasser absorbirt wird, so muß entweder für steten

Ersatz durch eine kleine Luftpumpe gesorgt oder eine Scheidung der Luft und des Wassers durch einen besondern Kolben vorgenommen werden. Bei sehr hohen Drucken ist aus diesem Grunde und wegen der mit dem Windkessel verbundenen Explosionsgefahr ein solcher überhaupt nicht anwendbar.

§. 167. **Richtungs- und Querschnittsveränderungen** in den einzelnen Röhren und Canälen einer Wassersäulenmaschine sind die weiteren Ursachen von den Arbeitsverlusten dieser Maschine. Diese Verluste lassen sich theils nach den bekannten und in Thl. I, Abschn. VII, Cap. 3 und 4 gefundenen Regeln der Hydraulik, theils mit Hülfe der Resultate besonders hierüber angestellter Versuche (s. polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1851, Lieferung 4) bestimmen.

In den Einfall- und Austragröhren befinden sich gekrümmte Kniestücke, worin gewöhnlich die Richtung des bewegten Wassers um einen Rechtwinkel abgelenkt wird. Ist r die halbe Weite der Röhre und a der Krümmungshalbmesser der Axe ihres Kropfes, so entspricht dem letztern nach Thl. I annähernd der Widerstandscoefficient:

$$\zeta_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{a}{r}\right)^{7/2},$$

und es ist nun bei der Geschwindigkeit v_e des durchströmenden Wassers der Druckhöhenverlust gleich $\zeta_1 \frac{{v_e}^2}{2g}$, also für einen Kropf in der Einfallröhre:

$$y_3 = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und für einen solchen in der Austragröhre:

$$z_3 = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 \frac{v^2}{2g}.$$

Beim Ein- und Austritt des Wassers in und aus dem Steuercylinder wird die Richtung des Wassers durch ein Knie plötzlich um einen Rechtwinkel abgelenkt, es findet daher hier nach Thl. I ein Druckhöhenverlust

$$\zeta_2 \frac{{v_e}^2}{2g} = 0{,}984 \frac{{v_e}^2}{2g},$$

also nahe gleich $\frac{{v_e}^2}{2g}$ statt; der Allgemeinheit wegen möge jedoch für den Eintritt aus der Einfallröhre in den Steuercylinder die Widerstandshöhe

$$y_4 = \zeta_2 \frac{{v_e}^2}{2g} = \zeta_2 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und für den Austritt aus dem Steuercylinder in das Austragrohr

$$z_4 = \xi_2 \frac{{v_e}^2}{2g} = \xi_2 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 \frac{v^2}{2g}$$

gesetzt werden.

Für den Uebertritt des Wassers aus dem Steuercylinder in das Verbindungsrohr läßt sich, nach den oben angeführten Versuchen, der Widerstandscoefficient $\xi_3 = 5$, und für den Uebertritt aus dem Communicationsrohre in den Steuercylinder $\xi_4 = 34{,}5$ setzen. Ist nun d_s der Durchmesser des Steuercylinders unmittelbar beim Steuerkolben, so hat man für den Uebergang des Wassers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr die Widerstandshöhe:

$$y_5 = \xi_3 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 \frac{v^2}{2g} = 5 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und umgekehrt für den Uebertritt aus diesem Rohre in den Steuercylinder:

$$z_5 = \xi_4 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 \frac{v^2}{2g} = 34{,}5 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 \frac{v^2}{2g}$$

zu setzen.

Endlich ist für den Eintritt in den Treibcylinder nach den besonders zu diesem Zwecke angestellten Versuchen $\xi_5 = 31$, und dagegen für den Austritt aus demselben $\xi_6 = 26$; folglich für jenen die verlorene Druckhöhe:

$$y_6 = \xi_5 \frac{v^2}{2g} = 31 \frac{v^2}{2g},$$

und für diesen dieselbe

$$z_6 = \xi_6 \frac{v^2}{2g} = 26 \frac{v^2}{2g}.$$

Um überhaupt die Verluste durch plötzliche Geschwindigkeitsveränderungen zu vermindern, hat man den Verbindungsröhren und dem Theile des Steuercylinders, durch welchen das Betriebswasser hin- und zurückgeht, mit der Einfall- und Austragröhre einerlei Querschnitt zu geben, oder wenigstens jene Röhren u. s. w. durch allmälige Erweiterungen mit diesen in Verbindung zu setzen.

Besondere Arbeits- oder Druckhöhenverluste werden noch durch die in Hähnen oder Ventilen bestehenden Regulirungsapparate oder Pipen herbeigeführt. Dieselben sind ebenfalls durch die Formel

$$h = \xi \frac{v^2}{2g}$$

zu bestimmen, deren Coefficienten $\xi = \xi_7, \xi_8$ vom Stellwinkel der Pipe abhängen und aus den Tabellen in Thl. I zu entnehmen sind. Hiernach ist also für den Aufgang des Treibkolbens:

$$y_7 = \zeta_7 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und für den Rückgang:

$$z_7 = \zeta_8 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 \frac{v^2}{2g}.$$

Durch Stellung der Regulirungspipe kann man dem Widerstandscoefficienten jeden beliebigen, zwischen 0 und ∞ enthaltenen Werth ertheilen, daher auch jeden Ueberschuß an Kraft tödten und die Geschwindigkeit des Auf- und Niederganges nach Willkür oder Bedürfniß mäßigen.

Leistungsformel. Wenn wir vor der Hand die Steuerung unbeachtet §. 168.
lassen, so können wir nun eine Formel zur Bestimmung der Nutzleistung einer einfach wirkenden Wassersäulenmaschine zusammensetzen. Die mittlere Kraft beim Aufgange des Kolbens ist:

$$P_1 = [h_1 - h_3 - (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7)]\, F\gamma$$
$$= [h_1 - h_3 - \Sigma(y)]\, F\gamma,$$

und die Last beim Rückgange:

$$P_2 = (h_2 + h_4 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7)\, F\gamma$$
$$= (h_2 + h_4 + \Sigma(z))\, F\gamma,$$

folglich die Leistung für ein vollständiges Kolbenspiel:

$$(P_1 - P_2)\, l = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))]\, Fl\gamma,$$

und die Leistung einer einfachwirkenden Wassersäulenmaschine pr. Secunde:

$$L = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))] \frac{n}{60} Fl\gamma$$
$$= \left(h - 4\varphi \frac{l}{d}(h_1 + h_2) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))\right) \frac{n}{60} Fl\gamma.$$

Setzen wir noch

$$\zeta \frac{l_e d^4}{d_e^5} + \frac{d^2 l_e}{d_e^2 l} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 + \zeta_3 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 + \zeta_5 + \zeta_7 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4,$$

oder

$$\left[\zeta \frac{l_e}{d_e} + \frac{d_e^2 l_e}{d^2 l} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \left(\frac{d_e}{d_s}\right)^4 + \zeta_5 \left(\frac{d_e}{d}\right)^4 + \zeta_7\right] \left(\frac{d}{d_e}\right)^4$$
$$= \varkappa_1 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4$$

und

$$\zeta \frac{l_a d^4}{d_a^5} + \frac{d^2 l_a}{d_a^2 l} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 + \zeta_4 \left(\frac{d}{d_s}\right)^4 + \zeta_6 + \zeta_8 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4,$$

oder

$$\left[\xi\frac{l_a}{d_a}+\frac{{d_a}^2 l_a}{d^2 l}+\xi_1+\xi_2+\xi_4\left(\frac{d_a}{d_s}\right)^4+\xi_6\left(\frac{d_a}{d}\right)^4+\xi_8\right]\left(\frac{d}{d_a}\right)^4=\varkappa_2\left(\frac{d}{d_a}\right)^4,$$

so können wir einfach die Leistung ausdrücken durch:

$$L=\left[h-\left(4\varphi\frac{b}{d}(h_1+h_2)+\left[\varkappa_1\left(\frac{d}{d_e}\right)^4+\varkappa_2\left(\frac{d}{d_a}\right)^4\right]\frac{v^2}{2g}\right)\right]\frac{n}{60}Fl\gamma.$$

Wegen der größern Länge der Einfallröhre fällt $\varkappa_1$ meist größer aus als $\varkappa_2$, und deshalb macht man denn auch gewöhnlich die Aufgangszeit t_1 größer als die Niedergangszeit t_2.

Setzt man die Aufgangszeit $t_1 = \nu_1 t$, sowie die Niedergangszeit $t_2 = \nu_2 t$, wobei $t = t_1 + t_2 = \frac{60''}{n}$ die Zeit eines ganzen Spieles bezeichnet, und behält man für die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Spieles $v = \frac{2l}{t} = \frac{2nl}{60''}$ bei, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit beim Aufgange

$$v_1 = \frac{l}{t_1} = \frac{l}{\nu_1 t} = \frac{1}{\nu_1}\frac{v}{2},$$

dagegen die beim Niedergange

$$v_2 = \frac{l}{t_2} = \frac{l}{\nu_2 t} = \frac{1}{\nu_2}\frac{v}{2},$$

folglich läßt sich allgemeiner die Leistung ausdrücken:

$$L=\left[h-\left(4\varphi\frac{b}{d}(h_1+h_2)+\left[\varkappa_1\left(\frac{1}{2\nu_1}\right)^2\left(\frac{d}{d_e}\right)^4+\varkappa_2\left(\frac{1}{2\nu_2}\right)^2\left(\frac{d}{d_a}\right)^4\right]\frac{v^2}{2g}\right)\right]\frac{n}{60}Fl\gamma,$$

oder $\frac{n}{60}Fl = Q$ eingesetzt:

$$L=\left[h-\left(4\varphi\frac{b}{d}(h_1+h_2)+{}^1/_4\left[\varkappa_1\left(\frac{1}{\nu_1}\right)^2\left(\frac{d}{d_e}\right)^4+\varkappa_2\left(\frac{1}{\nu_2}\right)^2\left(\frac{d}{d_a}\right)^4\right]\frac{v^2}{2g}\right)\right]Q\gamma,$$

oder $v = \frac{2Q}{F} = \frac{8Q}{\pi d^2}$ eingeführt.

$$L=\left(h-\left[4\varphi\frac{b}{d}(h_1+h_2)+\left(\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2 {d_e}^4}+\frac{\varkappa_2}{\nu_2^2 {d_a}^4}\right)\frac{1}{2g}\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2\right]\right)Q\gamma.$$

Bei einer doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine ist natürlich auch diese Arbeit doppelt.

Diese Formel führt sehr gut vor Augen, daß die Nutzleistung einer Wassersäulenmaschine um so größer ausfällt, je größer d, d_e und d_a, je weiter also sämmtliche Cylinder und Röhren sind. Um für eine bestimmte Wassersäulenmaschine mit gegebener Hubzahl das Verhältniß der Aufgangs- und Niedergangsgeschwindigkeit möglichst vortheilhaft zu wählen, hat man den Werth $\frac{\varkappa_1}{v_1^2 d_e^4} + \frac{\varkappa_2}{v_2^2 d_a^4}$ zu einem Minimum zu machen. Man erhält dafür durch Differentiation die Bedingung:

$$\frac{\varkappa_1}{v_1^3 d_e^4} = \frac{\varkappa_2}{v_2^3 d_a^4},$$

d. i.:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_a^4}{\varkappa_2 d_e^4}}.$$

Da überdies noch $v_1 + v_2 = 1$ ist, so folgt:

$$v_1 = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{\frac{\varkappa_2 d_e^4}{\varkappa_1 d_a^4}}},$$

sowie:

$$v_2 = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_a^4}{\varkappa_2 d_e^4}}}.$$

Wäre z. B. $d_a = d_e$ und $\varkappa_1 = 8\,\varkappa_2$, so würde $\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[3]{8} = 2$ betragen, also die Aufgangszeit noch einmal so groß sein müssen als die Niedergangszeit. Bei Anwendung eines an die Treibkolbenstange angeschlossenen Balanciers läßt sich dieses Verhältniß $\frac{v_1}{v_2}$ zwischen der Auf- und Niedergangszeit leicht durch Zulegen und Abnehmen von Gewichten u. s. w. herstellen. Das Reguliren der Zeiten durch die Pipen in der Einfallröhre und in der Austragröhre hingegen erfolgt stets nur auf Kosten der Nutzleistung, da diese Apparate einen durch ξ_7, ξ_8 gemessenen Kraftverlust hervorbringen, der um so größer ausfällt, je mehr diese Pipen zugedreht werden.

Ist die geforderte Arbeit kleiner als die Nutzleistung der Wassersäulenmaschine, so muß natürlich der Ueberschuß an Arbeit ebenfalls durch Stellung der Pipen vernichtet werden.

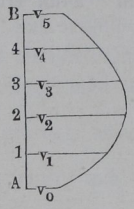
Geschwindigkeitsquadrat. Es ist ferner die Frage, welchen Werth §. 169.
man in den letzten Formeln für das mittlere Quadrat der Kolben-

geschwindigkeit einer Wassersäulenmaschine einführen soll. Ginge der Kolben ziemlich gleichförmig auf und nieder, so wäre allerdings

$$v^2 = \left(\frac{l}{t_1}\right)^2$$

zu setzen, wo l den Kolbenweg und t_1 die Zeit zum Durchlaufen desselben bezeichnet; da dies aber weder bei einfachen noch bei doppeltwirkenden Maschinen der Fall ist, so muß eine besondere Bestimmung von v^2 vorgenommen werden.

Fig. 400.



Jedenfalls wird das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit gefunden, wenn man die den gleichen Theilen des Kolbenweges $l = AB$, Fig. 400, entsprechenden Kolbengeschwindigkeiten $v_0, v_1, v_3 \ldots$ quadrirt, addirt und die Summe durch die Anzahl der Theile des Kolbenweges dividirt. Wäre nun die Bewegung des Kolbens gleichförmig beschleunigt oder gleichförmig verzögert, so würden sich die Quadrate der Geschwindigkeiten wie die durchlaufenen Räume verhalten; wäre daher die kleinste Geschwindigkeit $= 0$ und die größte $= c$, so hätte man die den Wegen

$$0, \frac{l}{n}, \frac{2\,l}{n}, \frac{3\,l}{n} \cdots$$

entsprechenden Geschwindigkeitsquadrate $v_0^2, v_1^2, v_2^2, v_3^2 \ldots$:

$$0, \frac{1}{n}\,c^2, \frac{2}{n}\,c^2, \frac{3}{n}\,c^2 \ldots,$$

folglich die Summe derselben

$$= \frac{c^2}{n}\,(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = \frac{c^2}{n}\,\frac{n^2}{2} = n\,\frac{c^2}{2},$$

endlich ihren mittlern Werth:

$$v^2 = \frac{c^2}{2};$$

oder, da $l = \frac{c\,t_1}{2}$ ist:

$$v^2 = {}^1/_2 \left(\frac{2\,l}{t_1}\right)^2 = 2\left(\frac{l}{t_1}\right)^2 = 2\,v_1^2:$$

wenn statt des Quotienten $\frac{l}{t_1}$ aus Kolbenweg l und Bewegungszeit t_1 die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_1 eingeführt wird. Diese Formel gilt natürlich auch, wenn der erste Theil des Kolbenweges gleichförmig beschleunigt und der zweite gleichförmig verzögert zurückgelegt wird.

Es ist also hier das mittlere Geschwindigkeitsquadrat v^2 doppelt so groß, als das Quadrat v_1^2 der mittlern Kolbengeschwindigkeit.

Bei einer doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine mit Kurbelmechanismus ist, wie im Artikel „Dampfmaschine“ bewiesen wird,

$$v^2 = \frac{\pi^2}{6} v_1^2 = 1{,}645\, v_1^2 = 1{,}645 \left(\frac{l}{t_1}\right)^2.$$

Führen wir hiernach in der Leistungsformel

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d} (h_1 + h_2) + {}^1/_4 \left[\varkappa_1 \left(\frac{1}{v_1}\right)^2 \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{1}{v_2}\right)^2 \left(\frac{d}{d_a}\right)^4 \right] \frac{v^2}{2g} \right] Q\gamma$$

des §. 168

$$v^2 = 2 \left(\frac{2Q}{F}\right)^2 = 2 \left(\frac{8Q}{\pi d^2}\right)^2$$

ein, so erhalten wir

$$L = \left(h - \left[4\varphi \frac{b}{d} (h_1 + h_2) + {}^1/_2 \left(\frac{\varkappa_1}{v_1^2 d_e^4} + \frac{\varkappa_2}{v_2^2 d_a^4} \right) \frac{1}{2g} \left(\frac{8Q}{\pi} \right)^2 \right] \right) Q\gamma.$$

Beispiel. Man soll für ein Gefälle $h = 100$ m und für ein Wasserquantum $Q = 0{,}03$ cbm pr. Secunde eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine anordnen, deren Treibkolben eine mittlere Geschwindigkeit $v = 0{,}3$ m erhalten soll.

Es bestimmt sich zunächst der Querschnitt des Treibcylinders zu

$$F = \frac{2Q}{v} = \frac{2 \cdot 0{,}03}{0{,}3} = 0{,}2 \text{ qm},$$

also der Durchmesser desselben zu

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 0{,}505 \text{ m}.$$

Für eine mittlere Geschwindigkeit des Wassers in den Einfall- und Austragröhren $v_e = v_a = 1{,}5$ m ergiebt sich ebenso der Querschnitt dieser Röhren zu

$$F_e = F_a = \frac{2 \cdot 0{,}03}{1{,}5} = 0{,}04 \text{ qm},$$

und der Durchmesser

$$d_e = d_a = 0{,}226 \text{ m}.$$

Läßt man zur Ausgleichung des Stangengewichtes u. s. w. das Ausgußrohr 20 m über den mittlern Kolbenstand aufsteigen, nimmt man also $h_2 = 20$ an, so ist

$$h_1 = h + h_2 = 120 \text{ m}.$$

Es mögen ferner die Axenlängen der Einfallröhre $l_e = 130$ m, und der Austragröhre $l_a = 30$ m sein.

Soll die Maschine in jeder Minute $n = 4$ Spiele oder Doppelhübe machen, so muß jeder einfache Hub die Länge

$$l = \frac{60\,v}{2\,n} = 2{,}25\text{ m}$$

erhalten. Für eine Breite der Kolbenliderung $b = 0{,}06$ m und einen Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}25$ erhält man die durch die Kolbenreibung aufgezehrte Druckhöhe zu

$$4\varphi\,\frac{b}{d}\,(h_1 + h_2) = \frac{0{,}06}{0{,}505}\,(120 + 20) = 16{,}636\text{ m},$$

daher nach Abzug der Kolbenreibung nur noch das wirksame Gefälle $100 - 16{,}636 = 83{,}364$ m verbleibt.

Zur Bestimmung der Werthe:

$$\varkappa_1 = \zeta\,\frac{l_e}{d_e} + \frac{{d_e}^2 l_e}{d^2 l} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3\left(\frac{d_e}{d_s}\right)^4 + \zeta_5\left(\frac{d_e}{d}\right)^4 + \zeta_7$$

und

$$\varkappa_2 = \zeta\,\frac{l_a}{d_a} + \frac{{d_a}^2 l_a}{d^2 l} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4\left(\frac{d_a}{d_s}\right)^4 + \zeta_6\left(\frac{d_a}{d}\right)^4 + \zeta_8$$

hat man nach Thl. I für eine Geschwindigkeit von 1,5 m den Coefficienten $\zeta = 0{,}0221$ anzunehmen. Setzt man ferner voraus, daß sowohl in der Einfall- wie in der Austragröhre eine Krümmung vorkommt, deren Radius $a = 4r$ ist, so hat man nach Thl. I den entsprechenden Widerstandscoefficienten

$$\zeta_1 = 0{,}131 + 1{,}847\left(\frac{1}{4}\right)^{7/2} = 0{,}15.$$

Nimmt man ferner an, daß die Einfall- und Austragröhre mit dem Steuercylinder durch rechtwinkelige Knieſtücke verbunden sind, so ist für jede dieser Röhren $\zeta_2 = 0{,}984$ zu setzen. Endlich soll der Querschnitt des Steuercylinders doppelt so groß als derjenige der Einfall- und der Austragröhre, also

$${d_s}^2 = 2\,{d_e}^2 = 2\,{d_a}^2$$

sein, und nach dem Vorstehenden

$$\zeta_3 = 5,\quad \zeta_4 = 34{,}5,\quad \zeta_5 = 31\quad\text{und}\quad \zeta_6 = 26$$

gesetzt werden. Die Werthe ζ_7 und ζ_8 sind gleich Null anzunehmen, wenn vorausgesetzt wird, daß beide Stellhähne vollständig geöffnet sind.

Mit diesen Werthen folgt nun:

$$\begin{aligned}\varkappa_1 &= 0{,}0221\,\frac{130}{0{,}226} + \left(\frac{0{,}226}{0{,}505}\right)^2\frac{130}{2{,}25} + 0{,}15 + 0{,}98 + 5\cdot\frac{1}{4} + 31\left(\frac{0{,}226}{0{,}505}\right)^4\\ &= 12{,}71 + 11{,}57 + 0{,}15 + 0{,}98 + 1{,}25 + 1{,}24 = 27{,}90\\ \varkappa_2 &= 0{,}0221\,\frac{30}{0{,}226} + \left(\frac{0{,}226}{0{,}505}\right)^2\frac{30}{2{,}25} + 0{,}15 + 0{,}98 + 34{,}5\cdot\frac{1}{4}\\ &\quad + 26\left(\frac{0{,}226}{0{,}505}\right)^4 = 2{,}93 + 2{,}67 + 0{,}15 + 0{,}98 + 8{,}63 + 1{,}04\\ &= 16{,}40\end{aligned}$$

und hiernach das dem vortheilhaftesten Gange entsprechende Verhältniß

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1}{\nu_2}} = \sqrt[3]{\frac{27{,}90}{16{,}40}} = 1{,}19.$$

Daher ist

$$\nu_2 = \frac{1}{1 + 1{,}19} = 0{,}457$$

und

$$\nu_1 = 1 - 0{,}457 = 0{,}543.$$

Durch Einführung dieser Werthe erhält man nun die Höhe der nutzbaren Wassersäule:

$$h - 4\,\varphi\,\frac{b}{d}\,(h_1 + h_2) - \frac{1}{2}\left(\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2} + \frac{\varkappa_2}{\nu_2^2}\right)\frac{1}{2g}\left(\frac{8\,Q}{\pi\,d_e^2}\right)^2$$

$$= 83{,}364 - \frac{1}{2}\left(\frac{27{,}90}{0{,}543^2} + \frac{16{,}40}{0{,}457^2}\right) 0{,}051\left(\frac{8\,.\,0{,}03}{3{,}14\,.\,0{,}226^2}\right)^2$$

$$= 83{,}364 - 9{,}878 = 73{,}486 \text{ m}.$$

Hiernach folgt der Wirkungsgrad der Maschine ohne Rücksicht auf die Arbeit, welche die Steuerung beansprucht: $\eta = 0{,}735$ und die Nutzleistung:

$$L = 0{,}03\,.\,1000\,.\,73{,}486 = 2204{,}6 \text{ mkg} = 29{,}4 \text{ Pferdekräfte}.$$

Die Steuerung. Von Wichtigkeit ist ferner die Berechnung der Steuerung, für welche die Verhältnisse so zu ermitteln sind, daß mit Sicherheit die beabsichtigte Bewegung der Steuerkolben unter Einfluß des auf dieselben wirkenden Wasserdruckes zu erwarten ist. Es soll im Folgenden nur die Kolbensteuerung berücksichtigt werden, da dieselbe bei allen neueren und besseren Maschinen insbesondere zur Anwendung kommt. Betrachtet man zunächst das Zweikolbensteuersystem, wie es in Fig. 401 dargestellt ist, so sind die Querschnitte der beiden Kolben S und G so zu bemessen, daß die ganze Kolbenverbindung niedergeht, sobald der Raum oberhalb G mit dem Einfallrohre in Verbindung gebracht wird, und daß andererseits ein Emporsteigen der Kolbenverbindung SG erfolgt, wenn der Raum oberhalb G mit der Austragröhre communicirt. Die untere Fläche des Steuerkolbens S steht fortwährend unter dem Drucke der Kraftwassersäule des Einfallrohres von der Höhe h_1, während die einander zugewendeten inneren Flächen beider Kolben, d. h. die obere von S und die untere von G stets unter dem Drucke der Wassersäule im Austragrohre von der Höhe h_2 stehen. Es mögen mit d_s und d_g die Durchmesser des Steuerkolbens S und beziehungsweise des Gegenkolbens G bezeichnet sein.

§. 170.

Fig. 401.

Betrachtet man zunächst den Niedergang der Kolbenverbindung, so ist hierbei jeder der beiden Kolben einem Ueberdrucke entsprechend der Wassersäule $h = h_1 - h_2$ unterworfen, indem die äußeren Kolbenflächen von dem Eintragwasser, die inneren Flächen von dem Austragwasser gedrückt werden.

Die auf die Kolbenverbindung wirkende, nach unten treibende Kraft ist daher durch

$$P_n = \frac{\pi d_g^2}{4}(h_1 - h_2)\gamma - \frac{\pi d_s^2}{4}(h_1 - h_2)\gamma = \frac{\pi}{4}(d_g^2 - d_s^2)h\gamma \quad (1)$$

gegeben. Dagegen hat man die treibende Kraft für den Aufgang, wofür nur die untere Fläche von S dem Einfallwasser ausgesetzt ist, während die anderen drei Kolbenflächen mit dem Austragrohre in Verbindung sind, daher der Kolben G beiderseits gleich starken Drucken ausgesetzt ist,

$$P_o = \frac{\pi d_s^2}{4} h\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Als die bei der Bewegung zu überwindenden Widerstände hat man die Kolbenreibungen anzusehen, während das Gewicht G der Kolbenverbindung unter Voraussetzung einer verticalen Stellung des Steuercylinders nur beim Aufgange hindernd, dagegen beim Niedergange fördernd wirkt. Die Kolbenliderung wird zwar hier nicht durch den Druck des Wassers gegen die Cylinderwandung gepreßt, wie dies bei den Manschetten der Fall ist, man wird aber doch die Reibung direct proportional der Druckhöhe h und der Berührungsfläche $\pi d b$ des Kolbens setzen dürfen, wenn b die Breite der Liderung ist; so daß man, unter φ wieder den zugehörigen Reibungscoefficienten verstanden, die Reibungswiderstände der Kolben zu $\varphi b \pi d_s h\gamma$ und $\varphi b \pi d_g h\gamma$ anzunehmen hat.

Der letztere Werth mag auch der Sicherheit wegen für den Niedergang des Gegenkolbens G vorausgesetzt werden, obwohl dieser Kolben in diesem Falle einem Ueberdrucke nicht ausgesetzt ist. Hiernach erhält man für den Niedergang die Bedingung:

$$P_n + G = \frac{\pi}{4}(d_g^2 - d_s^2)\, h\gamma + G = \varphi b \pi (d_s + d_g) h\gamma \quad . \quad (3)$$

und für den Aufgang

$$P_o - G = \frac{\pi}{4} d_s^2 h\gamma - G = \varphi b \pi (d_s + d_g)\, h\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Vernachlässigt man das Eigengewicht G, was bei großem Gefälle h angängig ist, so erhält man aus (3) und (4):

$$d_g^2 = 2 d_s^2 \quad \text{oder} \quad d_g = d_s \sqrt{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

und zwar folgt aus (3):

$$d_g - d_s = 4 \varphi b,$$

daher mit Rücksicht auf (5):

$$d_s = \frac{4 \varphi b}{\sqrt{2} - 1} = (\sqrt{2} + 1)\, 4 \varphi b = 2{,}414 \,.\, 4 \varphi b \quad . \quad . \quad (6)$$

$$d_g = d_s \sqrt{2} = 3{,}414 \,.\, 4 \varphi b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Will man indessen auf das Gewicht G Rücksicht nehmen, so erhält man durch Subtraction der Gleichung (4) von (3):

$$\frac{\pi}{4}(d_g^2 - 2d_s^2)\,h\gamma + 2G = 0,$$

woraus annähernd mit Rücksicht auf (6):

$$d_g = \sqrt{2d_s^2 - \frac{8G}{\pi h\gamma}} = d_s\sqrt{2} - \frac{4G}{\pi h\gamma d_s\sqrt{2}} = d_s\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}-1}{\varphi b\pi h\gamma\sqrt{2}}G \quad (8)$$

folgt. Die Gleichung (3) liefert unter Berücksichtigung von G:

$$d_g - d_s = 4\varphi b - \frac{4G}{\pi h\gamma(d_g + d_s)}$$

oder mit dem Werthe von d_g aus (8):

$$d_s(\sqrt{2}-1) - \frac{\sqrt{2}-1}{\varphi b\pi h\gamma\sqrt{2}}G = 4\varphi b - \frac{\sqrt{2}-1}{\pi h\gamma\varphi b(\sqrt{2}+1)}G.$$

Hieraus ergiebt sich:

$$d_s = \frac{4\varphi b}{\sqrt{2}-1} + \frac{G}{\varphi b\pi h\gamma}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)$$

$$= (\sqrt{2}+1)\,4\varphi b + \frac{G}{\varphi b\pi h\gamma}\,\frac{2-\sqrt{2}}{2} \quad \ldots\ldots (9)$$

und wegen (8):

$$d_g = (2+\sqrt{2})\,4\varphi b + \frac{G}{\varphi b\pi h\gamma}\,\frac{3\sqrt{2}-4}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

Der Sicherheit wegen macht man beide Durchmesser noch etwas größer und tödtet die überschüssige Kraft bei einem zu schnellen Steuerkolbenspiele durch die aus dem Frühern bekannten Regulirungshähne. Den Beobachtungen an bestehenden besseren Maschinen zufolge kann man $\varphi b = 0{,}025$ Fuß $= 0{,}008$ m annehmen, welche Zahl bei Zugrundelegung eines Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}25$ der Breite einer Manschettenliderung von 32 mm entsprechen würde. Um beim Durchgange des Wassers durch den Steuercylinder möglichst kleine hydraulische Widerstände zu erhalten, giebt man übrigens diesem Cylinder gern denselben Querschnitt wie den Communications- und Einfallröhren. Wenn daher die vorstehend entwickelten Formeln für d_s einen Durchmesser ergeben, welcher kleiner ist als derjenige der Einfallröhren, so kann man von vornherein darauf rechnen, daß eine überschüssige Kraft durch die Stellhähne aufzuheben sein wird.

Beispiel. Es sei für eine Wassersäulenmaschine von 100 m Gefälle das Zweikolbensteuersystem anzuordnen und möge das Gewicht der Kolben zu $G = 100$ kg im Voraus geschätzt werden. Ohne Rücksicht auf dieses Kolbengewicht hat man mit $\varphi b = 0{,}01$ nach (6) und (7):

$$d_s = 2{,}414\,.\,4\,.\,0{,}01 = 0{,}096 \text{ m}$$

und

$$d_g = 3{,}414\,.\,4\,.\,0{,}01 = 0{,}136 \text{ m}.$$

Mit Berücksichtigung des Gewichtes dagegen erhält man nach (9) und (10):

$$d_s = 2{,}414 \,.\, 4 \,.\, 0{,}01 + \frac{100}{0{,}01 \,.\, 3{,}14 \,.\, 100 \,.\, 1000} \cdot \frac{2 - 1{,}414}{2}$$

$$= 0{,}096 + 0{,}009 = 0{,}105\,\text{m}$$

und

$$d_g = (2 + 1{,}414)\ 4 \,.\, 0{,}01 + \frac{100}{0{,}01 \,.\, 3{,}14 \,.\, 100 \,.\, 1000} \cdot \frac{3 \,.\, 1{,}414 - 4}{2}$$

$$= 0{,}136 + 0{,}004 = 0{,}140\,\text{m}.$$

Man würde also mit Sicherheit auf die gewünschte Wirkung der Steuerung rechnen können, wenn man dem Steuerkolben etwa einen Durchmesser von 120 mm und dem Gegenkolben einen solchen von 160 mm geben würde. Bei diesen kleinen Kolbendurchmessern fällt allerdings der Verbrauch an Steuerwasser entsprechend gering aus, dagegen aber werden die hydraulischen Widerstände des Wassers beim Durchgange durch diesen Cylinder um so größer, je enger der letztere im Verhältniß zur Einfallröhre ist. Gesetzt, die letztere habe einen Durchmesser $d_e = 0{,}150$ m, und man gäbe dem Steuercylinder denselben Durchmesser, so hätte man dem Gegenkolben einen Durchmesser

$$d_g = d_s \sqrt{2} = 0{,}150 \,.\, 1{,}414 = 0{,}212\,\text{m}$$

zu geben und die überschüssigen Kräfte beim Auf- und Niedergange des Steuerkolbens durch die zugehörigen Stellhähne zu vernichten.

Bei dem Dreikolbensysteme ist der Gang der Berechnung im Ganzen nicht von dem vorigen verschieden, nur hat man hier den Vortheil, daß man den einen Kolbendurchmesser beliebig, z. B. den eigentlichen Steuerkolbendurchmesser so groß annehmen kann, als die Einfallröhre weit ist. Die Steuerung bei der in Fig. 394 abgebildeten zweicylinderigen Wassersäulenmaschine wird hiernach auf folgende Weise zu berechnen sein. Bezeichnen wir den Durchmesser des untern oder ersten Steuerkolbens durch d_s, den des zweiten durch d_t und den des oben aufsitzenden Gegenkolbens durch d_g, so können wir wegen des nöthigen Niederganges setzen:

$$d_s^2 - d_t^2 + d_g^2 + \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_t + d_g) \quad . \quad . \quad (11)$$

und wegen des Aufganges:

$$d_t^2 - d_s^2 - \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_t + d_g) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Aus d_s lassen sich nun mit Hülfe dieser Formeln d_t und d_g berechnen. Der Sicherheit und der hydraulischen Hindernisse wegen nimmt man aber d_t noch etwas größer an, als sich aus diesen Formeln berechnen läßt. Führt man den für d_t angenommenen Werth in die Gleichung

$$2\,(d_s^2 - d_t^2) + d_g^2 + \frac{8\,G}{\pi h \gamma} = 0$$

ein, welche sich ergiebt, wenn (12) von (11) subtrahirt wird, so erhält man den Werth des Durchmessers vom dritten Kolben:

$$d_g = \sqrt{2\,(d_t^2 - d_s^2) - \frac{8\,G}{\pi h \gamma}},$$

den man aus den eben angeführten Gründen ebenfalls sehr reichlich nimmt.

Für die Steuerung der in Fig. 396 abgebildeten Wassersäulenmaschine lassen sich folgende Formeln entwickeln. Es bezeichne h_1 die mittlere Höhe der Kraft- und h_2 die der Lastwassersäule, ferner d_s den Durchmesser des Steuerkolbens, d_g den des Gegenkolbens und d_k den Durchmesser der hohlen Kolbenstange des letztern Kolbens. Es ist dann die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_s^2\,(h_1 - h_2) + (d_g^2 - d_k^2)\,h_1 - d_g^2 h_1]\,\gamma + G,$$

und die des Aufganges:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_g^2 h_1 - (d_g^2 - d_k^2)\,h_2 - d_s^2\,(h_1 - h_2)]\,\gamma - G;$$

daher:

$$d_s^2 - \frac{h_1}{h}\,d_k^2 + \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_k) \quad . \quad . \quad (13)$$

und

$$d_g^2 - d_s^2 + \frac{h_2}{h}\,d_k^2 - \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_k) \quad (14)$$

Hat man d_s gegeben, so kann man hiernach d_g und d_k berechnen, muß aber aus bekannten Gründen für d_g einen etwas größern, sowie für d_k einen etwas kleinern Werth in Anwendung bringen. Uebrigens rechnet man leichter mit den Formeln, welche durch Addition und Subtraction von (13) und (14) entstehen:

$$d_g^2 - d_k^2 = 8\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_k) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und

$$d_g^2 + \frac{h_1 + h_2}{h}\,d_k^2 = 2\,d_s^2 + \frac{8\,G}{\pi h \gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Für die in Fig. 402 (a. f. S.) abgebildete und bereits oben im Allgemeinen kennen gelernte Steuerung einer Clausthaler Wassersäulenmaschine hat man endlich, wenn d_s den Durchmesser des Steuerkolbens, d_g den Durchmesser des obern oder Gegenkolbens und d_w den des untern oder Wendekolbens bezeichnet, die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_s^2\,(h_1 - h_2) - d_g^2 h_1]\,\gamma + G,$$

und hingegen beim Aufgange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_w^2\,(h_1 - h_2) - d_s^2\,(h_1 - h_2) + d_g^2 h_1]\,\gamma - G;$$

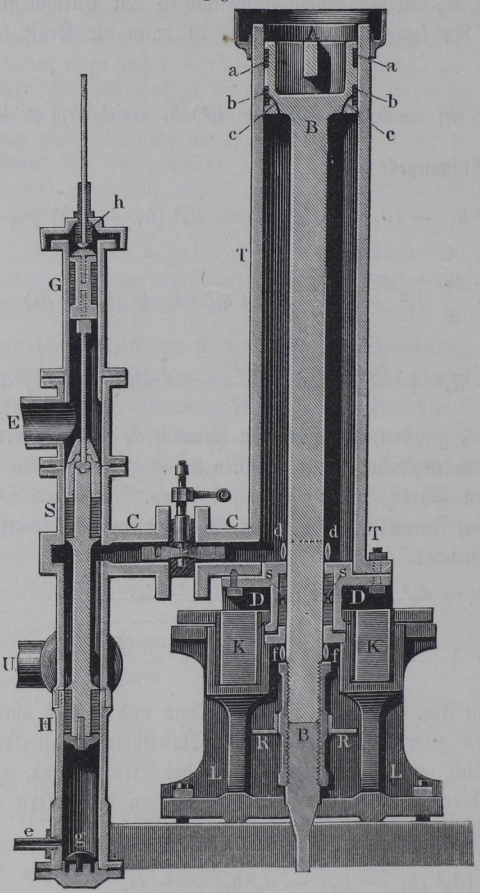
daher:

$$d_s^2 - \frac{h_1}{h} d_g^2 + \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_w) \quad . \quad . \quad (17)$$

und

$$d_w^2 - d_s^2 + \frac{h_1}{h} d_g^2 - \frac{4\,G}{\pi h \gamma} = 4\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_w) \quad (18)$$

Fig. 402.



Beispiel. Wenn bei der letztgedachten Maschine die Druckhöhen $h_1 = 216\,\text{m}$ und $h_2 = 24\,\text{m}$ betragen, ferner das Gewicht der Kolbenverbindung $G = 85\,\text{kg}$ und der Steuerkolbendurchmesser 0,160 m angenommen wird, so ergeben sich die Durchmesser der übrigen Kolben wie folgt. Es bestimmt sich aus (17) und (18) durch Addition

$$d_w^2 = 8\,\varphi b\,(d_s + d_g + d_w) = 2\,d_s^2 - 2\,\frac{h_1}{h}\,d_g^2 + \frac{8\,G}{\pi h \gamma}$$

oder mit $\varphi b = 0{,}008$:

$$d_w^2 = 8\,.\,0{,}008\,(0{,}160 + d_g + d_w) = 2\,.\,0{,}160^2 - 2\,\frac{216}{216 - 24}\,d_g^2 + \frac{8\,.\,85}{3{,}14\,.\,192\,.\,1000}.$$

Durch Ausrechnung erhält man hieraus die beiden Gleichungen:

$$d_w^2 = 0{,}064\,(0{,}160 + d_g + d_w)$$

und

$$d_w^2 = 0{,}0523 - 2{,}25\,d_g^2.$$

Die letzte Gleichung liefert mit $d_g = 0{,}1$ m $d_w^2 = 0{,}0523 - 0{,}0225 = 0{,}0298$, also $d_w = 0{,}172$ und dieser Werth für d_w in die erste Gleichung eingesetzt giebt

$$d_w^2 = 0{,}064\,(0{,}160 + 0{,}1 + 0{,}172) = 0{,}0276,$$

daher

$$d_w = 0{,}166.$$

Da diese Werthe nur wenig verschieden sind, würde man $d_g = 0{,}1$ m und $d_w = 0{,}17$ m annehmen können. In Wirklichkeit ist $d_g = 0{,}108$ m und $d_w = 0{,}142$ m, woraus geschlossen werden kann, daß hier φb noch etwas kleiner als 0,008 ausfällt.

Um genauer zu rechnen, hätte man noch den Querschnitt der Steuerkolbenstange in Betracht zu ziehen.

Steuerwasserquantum. Das Steuerwasserquantum oder das Wasser, welches zur Bewegung der Steuerkolbenverbindung verwendet wird, giebt zu einem besondern Arbeitsverluste oder zur Herabziehung des Wirkungsgrades Veranlassung, weil es dem eigentlichen Betriebswasser entzogen wird. Man soll es daher auch so viel wie möglich herabziehen und deshalb nicht nur den Gegenkolbendurchmesser d_g, sondern auch den Weg des Steuerkolbens möglichst klein machen. Dieser Weg hängt aber von der Höhe des Steuerkolbens und von der Höhe der Verbindungsröhre, und erstere wieder von der letztern ab; aus diesem Grunde hat man also die Verbindungsröhre, welche den Steuercylinder mit dem Treibcylinder verbindet, möglichst niedrig zu machen und zur Erlangung des nöthigen Querschnitts die Breite entsprechend groß anzunehmen. Deshalb ist denn auch diese Röhre gewöhnlich rechteckig im Querschnitte und hat mit dem Treibcylinder einerlei Weite d. Soll der Querschnitt dieser Röhre dem der Einfallröhre gleich sein, so hat man: §. 171.

$$a\,d = \frac{\pi\,d_e^2}{4},$$

folglich die Höhe der Verbindungsröhre

$$a = \frac{\pi\,d_e^2}{4\,d}$$

zu nehmen. Damit der Steuerkolben beim halben Hube richtig abschließe, macht man ihn dreimal so hoch als die Röhre, nimmt also dessen Höhe $a_1 = 3a$, deshalb ist der Steuerkolbenweg selbst:

$$l_s = a_1 + a = 3a + a = 4a,$$

und das pr. Spiel verbrauchte Steuerwasserquantum:

$$q_s = \frac{\pi d_g^2}{4} l_s = \pi a d_g^2.$$

Macht nun die Maschine pr. Minute n Spiele, so ist das pr. Secunde verbrauchte Steuerwasserquantum:

$$Q_s = \frac{n l_s}{60} \frac{\pi d_g^2}{4} = \frac{n a}{60} \pi d_g^2,$$

und daher der entsprechende Verlust an Leistung pr. Secunde:

$$L_s = \frac{n l_s}{60} \frac{\pi d_g^2}{4} h\gamma = \frac{l_s}{l} \left(\frac{d_g}{d}\right)^2 L.$$

Es wird also dieser Verlust um so kleiner, je größer der Treibkolbenhub l ist, je weniger Spiele also die Maschine macht.

Was endlich noch die äußere sowie die Hülfssteuerung anlangt, so ist die Kraft, welche die Bewegung derselben beansprucht, so klein, daß wir dieselbe recht gut außer Acht lassen oder uns wenigstens mit deren Abschätzung begnügen können. Ueber die hierbei vorkommende Umsetzung der Bewegung wird in Thl. III, 1, bei Besprechung der Zwischenmaschinen ausführlich gehandelt.

Beispiel. Wenn bei der im Beispiele zu §. 169 berechneten Wassersäulenmaschine ein Steuerkolben von $d_e = 0{,}226$ m Durchmesser und daher ein Gegenkolben von $0{,}226\sqrt{2} = 0{,}320$ m angewendet wird, wenn ferner die Verbindungsröhre die Höhe

$$a = \frac{\pi d_e^2}{4d} = \frac{\pi \,.\, 0{,}226^2}{4 \,.\, 0{,}505} = 0{,}080 \text{ m},$$

und deshalb der Steuerkolben die Höhe

$$a_1 = 3a = 0{,}240 \text{ m}$$

erhält, und sein Spiel den Hub

$$l_s = a_1 + a = 0{,}320 \text{ m}$$

beträgt, so hat man das Steuerwasserquantum pr. Spiel:

$$q_s = \frac{\pi}{4} 0{,}320^2 \,.\, 0{,}320 = 0{,}0257 \text{ cbm},$$

und daher den entsprechenden Arbeitsverlust pr. Secunde:

$$L_s = \frac{n}{60} q_s h\gamma = \frac{4}{60} 0{,}0257 \,.\, 100 \,.\, 1000 = 171 \text{ mkg} = 2{,}3 \text{ Pferdekräfte}.$$

Sicherlich würde man ökonomischer verfahren, wenn man einen schwächern Steuerkolben und eine niedrigere Communicationsröhre anwendete, denn wenn man auch dadurch die hydraulischen Hindernisse etwas vermehrte, so würde man doch dadurch an Leistung nicht so viel verlieren, wie durch Ersparniß an Steuerwasser gewinnen.

Erfahrungsresultate. Ueber die Leistungen der Wassersäulen- §. 172.
maschinen sind erschöpfende Versuche nicht angestellt worden. In der Regel werden diese Maschinen nur in Bergwerken zum Heben des Wassers durch Pumpen verwendet, und es erstrecken sich die gemachten Versuche nur auf die Ermittelung der Leistung von der ganzen aus der Wassersäulenmaschine und aus Pumpen bestehenden Maschine. Da nun aber über die Pumpen selbst hinreichend sichere Beobachtungen ebenfalls nicht bekannt sind, so läßt sich allerdings mit aller Sicherheit der Wirkungsgrad der Wassersäulenmaschine nicht berechnen. Dagegen ist es sehr leicht, eine angenäherte Bestimmung dieses Wirkungsgrades zu finden, wenn man die Voraussetzung macht, daß die Wirkungsgrade der Wassersäulenmaschinen und Pumpen in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen; diese Voraussetzung läßt sich aber recht gut machen, da beide Maschinen in ihrer Construction und Bewegungsweise einander sehr ähnlich sind. Gewiß rechnet man nicht zum Vortheil für die Wassersäulenmaschine und entfernt sich überhaupt nicht sehr von der Wahrheit, wenn man den Arbeitsverlust der ganzen Maschine zur Hälfte der Wassersäulen- und zur Hälfte der Pumpenmaschine beimißt. Die Rechnung hierbei ist sehr einfach. Die disponible Leistung ist:

$$L = \frac{n}{60} (Fl + F_w l_w)\, h\gamma,$$

wofern F_w den Querschnitt und l_w den Hub des Wendekolbens bezeichnet, die gewonnene Leistung aber ist $\frac{nl}{60} F_p h_p \gamma$, wenn F_p den Querschnitt der Pumpenkolben und h_p die Höhe bezeichnet, auf welche das Wasser durch die Pumpen gefördert wird. Der Arbeitsverlust ist daher:

$$L_1 = \frac{n}{60} (Fl + F_w l_w)\, h\gamma - \frac{nl}{60} F_p h_p \gamma$$
$$= \frac{n}{60} [(Fl + F_w l_w)\, h - F_p l h_p]\, \gamma,$$

und demnach der Wirkungsgrad der Wassersäulenmaschine:

$$\eta = 1 - {}^1/_2 \frac{(Fl + F_w l_w)\, h - F_p l h_p}{(Fl + F_w l_w)\, h} = {}^1/_2 + \frac{F_p l h_p}{2 (Fl + F_w l_w)\, h}$$
$$= {}^1/_2 (1 + \eta_1),$$

wenn η_1 den Wirkungsgrad der ganzen Maschine bezeichnet. Hierbei wird freilich vorausgesetzt, daß Wasserverluste nicht vorkommen; bei gutem Zustande der Maschinen sind diese auch so klein, daß man sie außer Acht lassen kann. Unter Anderm findet Herr Jordan, der Erbauer der Clausthaler Maschine, den mittlern Wasserverlust der Wassersäulenmaschine gleich $^1/_4$ und den der Pumpen gleich $2^1/_4$ Proc. Die Ausführung der Versuche ist nun dadurch zu bewirken, daß man die Regulirungsapparate in der Einfall- und Austragröhre vollständig öffnet, und die Steighöhe der Pumpen so weit erhöht, bis die Maschine regelmäßig die verlangte Anzahl von Spielen vollbringt.

Durch Versuche der Art fand Jordan an der einen der zwei Schwestermaschinen in Clausthal: bei 4 Spielen pr. Minute $\eta_1 = 0{,}6568$ und bei 3 Spielen $\eta_1 = 0{,}7055$, und es ist daher im ersten Falle

$$\eta = \frac{1{,}6568}{2} = 0{,}8284,$$

und im zweiten

$$\eta = \frac{1{,}7055}{2} = 0{,}8527,$$

folglich im Mittel

$$\eta = \frac{1{,}6811}{2} = 0{,}84$$

anzunehmen.

Wenn es nicht thunlich ist, die höchste Wirkung einer Wassersäulenmaschine durch Vergrößerung der Steighöhe des Pumpenwerks zu erlangen, so kann man auch den zur Ermittelung des Wirkungsgrades nöthigen regelmäßigen Gang durch Verminderung der Kraftwassersäule sich verschaffen; jedoch ist dieses Verfahren nur dann zulässig, wenn die Kraftreserve der Maschine nicht bedeutend und also auch die abzutragende Wassersäule nicht sehr hoch ist. In Freiberg hat man die Verminderung der Wassersäule bloß durch wirkliches Einfallen des Aufschlagwassers in die Einfallröhre bewirkt, und den eigentlichen Wasserstand in dieser durch eine an einen Faden aufgehängte Schwimmkugel gemessen. Auf diese Weise hat sich bei der Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube, wenn dieselbe pr. Minute drei Spiele machte,

$$\eta_1 = 0{,}684,$$

folglich der Wirkungsgrad der bloßen Wassersäulenmaschine

$$\eta = \frac{1{,}684}{2} = 0{,}84$$

herausgestellt.

Die meisten Angaben über die Wirkung anderer Wassersäulenmaschinen sind zu unsicher, um ihnen einen Werth beilegen zu können, weil sie sich auf

Beobachtungen bei nicht völlig geöffneter Tagepipe stützen und die Stellung dieser nicht hinreichend genau beobachtet worden ist. Nimmt man den einer gewissen Stellung dieser Pipe entsprechenden Widerstandscoefficienten ζ aus der Tabelle in Thl. I, so läßt sich daraus das hierbei durch diesen Apparat vernichtete Gefälle y berechnen, indem man setzt:

$$y = \zeta \frac{v_e^2}{2g} = \zeta \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 \frac{v^2}{2g},$$

und man kann daher auch den Wirkungsgrad durch die Formel:

$$\eta = {}^1/_2 \left[1 + \frac{F_p l h_p}{Fl\left[h - \zeta \left(\frac{d}{d_e}\right)^4 \frac{v^2}{2g}\right] + F_w l_w h}\right]$$

berechnen.

Beispiel. Eine Wassersäulenmaschine consumirt pr. Spiel 0,3 cbm Kraft- und 0,012 cbm Steuerwasser, das Gefälle derselben ist 100 m, ferner die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in der Einfallröhre 1,8 m und die Stellung der in einem kreisförmigen Drosselventile bestehenden Tagepipe 60^0. Wenn nun durch dieselbe pr. Spiel ein Wasserquantum von 0,1 cbm 150 m hoch gehoben wird, wie groß ist der Wirkungsgrad dieser Maschine zu setzen? Nach Thl. I ist für 60^0 Stellung der Klappe $\zeta = 118$, daher:

$$\zeta \frac{v_e^2}{2g} = 118 \,.\, 0{,}051 \,.\, 1{,}8^2 = 19{,}5 \text{ m},$$

folglich läßt sich setzen:

$$\eta = {}^1/_2 \left(1 + \frac{0{,}1 \,.\, 150}{0{,}3\,(100 - 19{,}5) + 0{,}012 \,.\, 100}\right) = {}^1/_2\,(1 + 0{,}592) = 0{,}796.$$

Rotirende Wassersäulenmaschinen. Die im Vorstehenden besprochenen Wassersäulenmaschinen bezwecken nur die Erzeugung einer hin- und hergehenden Bewegung der mit ihnen verbundenen Pumpenkolben. Man hat außerdem, namentlich in der neuern Zeit, auch solche Wassersäulenmaschinen ausgeführt, welche nach Art von Dampfmaschinen die rotirende Bewegung einer Kurbelwelle erzeugen. Beispiele solcher Maschinen sind bereits in Thl. III, 2, angegeben. So ist der dort angeführte, zur Förderung dienende Adriany'sche Wassersäulengöpel des Andreas-Schachtes zu Schemnitz als eine Zwillingsmaschine mit zwei doppeltwirkenden Wassersäulencylindern anzusehen, deren Zweck in der Umdrehung des Förderkorbes besteht. Ebenso findet sich die Anordnung einer Schwungradwelle als Hülfsrotationsaxe zur Ausgleichung der Bewegung bei der in Thl. III, 2, angeführten Jordan'schen Pumpenmaschine des Königin Maria-Schachtes zu Clausthal. In beiden Fällen ist zum Betriebe Wasser von natürlichem Gefälle verwendet, dessen Höhe in Schemnitz 111 m und in Clausthal 368,4 m beträgt. Man §. 173.

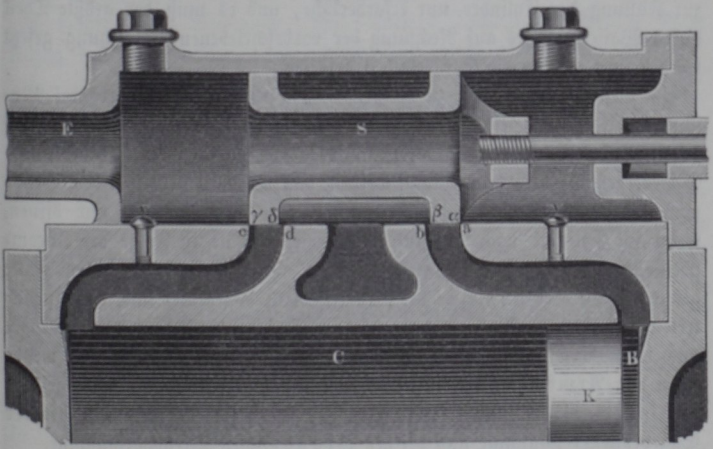
hat aber auch mehrfach ein künstlich erzeugtes Gefälle zum Betriebe rotirender Wassersäulenmaschinen benutzt, welches dadurch beschafft wird, daß eine vorhandene Pumpe das von der Maschine abfließende Wasser auf eine bestimmte Höhe zurückhebt, so daß es von Neuem der Wassersäulenmaschine als Kraftwasser zugeführt werden kann. Dies findet beispielsweise bei der Maschine des Steinkohlenbergwerkes „Kronprinz Friedrich Wilhelm" bei Saarbrücken statt. Hier wird die Reservekraft einer vorhandenen Dampfkunst dazu verwendet, das erforderliche Betriebswasser für die Wassersäulenmaschine auf eine Höhe von 94 m zu heben. Diese Anordnung einer indirecten Wirkung ist aus dem Grunde gewählt worden, weil es nicht möglich war, an der unterirdischen Betriebsstelle selbst, wo die Kraft für Förder-, Pump- und Ventilationszwecke nöthig ist, eine Dampfmaschine aufzustellen. Das Kraftwasser dient daher in diesem Falle als ein bequemes Mittel zur Transmission der Arbeit nach entfernten Stellen, und diese Art der hydraulischen Kraftübertragung hat ihre großen Vorzüge vor den sonst zu gleichem Zwecke anwendbaren Mitteln, wie Wellenleitungen, Drahtseilen u. s. w. Aus dem gleichen Grunde hat man denn auch in der neuesten Zeit Wasser von bedeutender Pressung dazu benutzt, die Maschinen zum Bohren der Sprenglöcher bei der Ausführung von Tunneln zu verwenden, in welcher Hinsicht die Brandt'sche hydraulische Drehbohrmaschine anzuführen ist. Bei derselben wird der mit großem hydrostatischem Drucke gegen das Gestein gepreßte Drehbohrer durch eine Wassersäulenzwillingsmaschine in Drehung versetzt, für welche das Betriebswasser einem Accumulator entnommen wird, worin das eingeschlossene Wasser durch die Belastung des Accumulatorkolbens einer Pressung von 100 bis 200 Atmosphären ausgesetzt ist, und welchem durch eine Dampfpumpe das Wasser stetig von Neuem wieder zugedrückt wird. Endlich hat man auch in neuerer Zeit in mit Wasserleitungen versehenen Städten den Druck des aus den Röhren ausfließenden Wassers zur Bewegung kleiner rotirender Wassersäulenmaschinen benutzt und hierdurch in vielen Fällen für die Kleinindustrie recht brauchbare kleine Kraftquellen geschaffen, welche zwar nicht besonders ökonomisch arbeiten, aber den unter Umständen unschätzbaren Vortheil darbieten, daß sie leicht und ohne Schwierigkeiten überall aufzustellen und zu betreiben sind. Diese kleinen Wasserkraftmaschinen beruhen zum Theil auf der Wirkungsweise der Turbinen oder derjenigen der Kapselräder (s. Thl. III, 2), meistens aber sind es Maschinen mit Cylindern und Kolben nach Art der Dampfmaschinen und von dieser Gattung ist hier besonders die unter dem Namen des Schmidt'schen Motors bekannt gewordene Maschine mit oscillirendem Cylinder zu erwähnen.

Der fast vollständige Mangel an Zusammendrückbarkeit des Wassers macht bei allen diesen Rotationsmaschinen die Anwendung gewisser Sicher-

heitsmittel erforderlich, durch welche die Stoßwirkungen und Erschütterungen vermieden werden, welche ohnedies wegen der gedachten Incompressibilität des Wassers entstehen. Wenn nämlich die Austrittsöffnung des aus dem Cylinder tretenden Abflußwassers durch den Steuerungsschieber verschlossen wird, noch ehe der Kolben seinen vollen Lauf beendet hat, so setzt das auf diese Weise abgeschlossene Wasser dem Kolben einen so großen Widerstand entgegen, daß Brüche oder mindestens sehr harte Stöße unvermeidlich sind im Gegensatze zu den durch Dampf oder comprimirte Luft betriebenen Maschinen, bei denen die Stöße wegen der Elasticität des eingeschlossenen Fluidums nicht auftreten.

Das einfachste Mittel, diesen Uebelstand zu vermeiden, besteht darin, daß man die Austrittsöffnung des Wassers niemals vollständig durch den Steuer-

Fig. 403.



kolben oder Schieber abschließen läßt, sondern am Ende des Kolbenlaufs noch eine geringe Austrittsöffnung beläßt. Hiermit ist allerdings ein gewisser Wasserverlust verbunden, wie man aus der Fig. 403 leicht erkennt, in welcher S den Steuerkolben oder Schieber und K den Kraftkolben vorstellt. Wenn der letztere, von links kommend, am Ende seines Weges angekommen ist, hat der Steuerkolben in seiner nach links gerichteten Bewegung genau seine Mittelstellung erreicht. Es ist dann dem Wasser vor dem Kolben in B noch eine geringe Austrittsöffnung zwischen b und β nach dem Austragrohre A hin belassen, wenn der gedachten Anordnung gemäß die Breiten $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ der Steuerkolben etwas kleiner gemacht sind als die lichten Canalweiten ab und cd. Hieraus ist daher ersichtlich, daß in der

unmittelbar vorhergegangenen Zeit eine Communication des Einfallwassers in E mit dem Austragrohre A durch die Spalten zwischen c und γ, sowie zwischen d und δ stattgefunden hat, und daß eine ebensolche Communication in der unmittelbar folgenden Zeit durch die Spalten zwischen a und α, sowie zwischen b und β hergestellt ist, indem nämlich der rechte Canal bei a schon für das Einfallwasser geöffnet wird, noch ehe derselbe bei b von dem Austragrohre ganz abgeschlossen ist. Aus diesem Grunde spricht man bei dieser Steuerung von einer gewissen Voröffnung. Während dieser kleinen Zeiträume findet daher ein directes Uebertreten von Kraftwasser aus dem Steuercylinder E nach dem Austragrohre und hiermit ein entsprechender Arbeitsverlust statt. Dieser Verlust fällt um so größer aus, je höher das Gefälle des Wassers ist. So ist z. B. bei der gedachten Clausthaler Maschine das von derselben verbrauchte Betriebswasser 1,7 mal so groß, wie das theoretisch zur Füllung der Cylinder nur erforderliche, und es muß der größte Theil dieses Wasserverlustes auf Rechnung der vorbeschriebenen Voröffnung gesetzt werden, mit welcher die Steuerkolben arbeiten.

Um diesen Wasserverlust zu vermeiden, hat man auch, besonders bei Maschinen mit hohem Gefälle, zur Anordnung kleiner Stoß- oder Bufferventile gegriffen, welche in den Communicationsröhren zwischen dem Cylinder und Schiebergehäuse derart angebracht werden, daß dieselben stets von dem Druckwasser der Einfallröhre geschlossen gehalten werden und sich nur öffnen, wenn im Cylinder nach Abschluß der Schiebercanäle in Folge der Incompressibilität des Wassers ein größerer Druck sich einstellt. In diesem Falle gestatten diese Ventile, welche bei v in Fig. 403 angedeutet sind, das Zurücktreten einer kleinen Wassermenge aus dem Cylinder nach dem Eintrittsrohre und verhindern ebenfalls wirksam den Stoß. Diese Anordnung, welche schon von Armstrong bei seinen hydraulischen Hebevorrichtungen ausgeführt und in Thl. III, 2, näher besprochen ist, findet sich beispielsweise bei der Saarbrückener Maschine und bei der Brandt'schen Drehbohrmaschine.

Endlich hat man auch durch die Einschaltung von Windkesseln die Stöße zu vermeiden gesucht, wie dies z. B. bei dem Schmidt'schen Motor, sowie auch in der Zuleitungsröhre der erwähnten Maschine zu Saarbrücken geschieht, doch lassen sich Windkessel nur für mäßige Pressungen verwenden, nicht nur, weil bei großen Druckhöhen leicht ein Zerspringen dieser Behälter eintritt, sondern auch, weil nach einem bekannten physikalischen Gesetze die Luft in demselben Maße von dem Wasser absorbirt wird, in welchem die Pressung zunimmt. Man hat daher in allen Fällen, wo Windkessel angewandt werden, dafür zu sorgen, daß die Luft derselben von Zeit zu Zeit erneuert werde, sei es durch eine kleine Luftpumpe oder durch eine Einrichtung, welche ermöglicht, das Wasser aus dem Windkessel ablaufen zu lassen, wobei sich derselbe mit atmosphärischer Luft füllt.

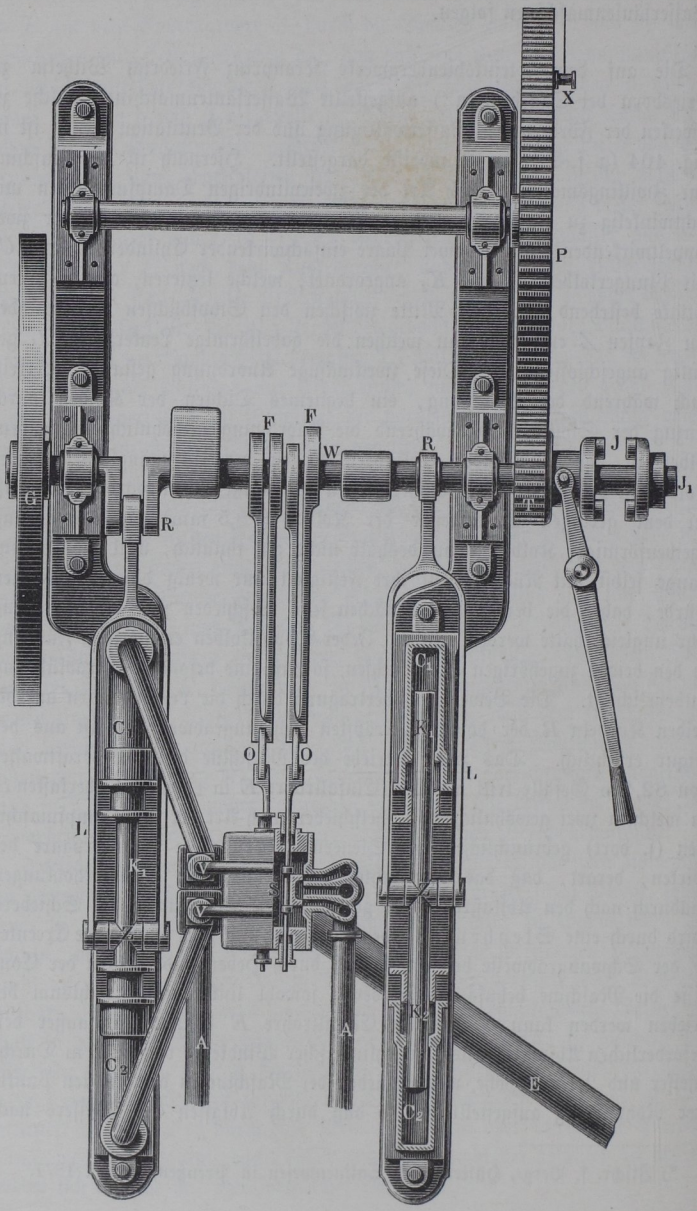
Es möge nun die Beschreibung der vorstehend erwähnten rotirenden Wassersäulenmaschinen folgen.

Die auf dem Steinkohlenbergwerke Kronprinz Friedrich Wilhelm zu Griesborn bei Saarbrücken*) aufgestellte Wassersäulenmaschine, welche zu Zwecken der Förderung, Wasserwältigung und der Ventilation dient, ist in Fig. 404 (a. f. S.) im Grundrisse dargestellt. Hiernach ist die Maschine eine Zwillingsmaschine nach Art der zweicylindrigen Dampfmaschinen mit rechtwinkelig zu einander gestellten Kurbeln, nur sind an Stelle der zwei doppeltwirkenden Cylinder zwei Paare einfachwirkender Cylinder C_1 und C_2 mit Plungerkolben K_1 und K_2 angeordnet, welche letzteren, aus je einem Stücke bestehend, in ihrer Mitte zwischen den Stopfbüchsen der Cylinder den Zapfen Z enthalten, an welchen die gabelförmige Lenkerstange L gelenkig angeschlossen ist. Diese zweckmäßige Anordnung gestattet jederzeit, auch während der Bewegung, ein bequemes Dichten der Kolben durch Anzug der Stopfbüchsen, während die Anordnung gewöhnlicher Scheibenkolben in doppeltwirkenden Cylindern wegen der Unzugänglichkeit dieser Kolben in dieser Hinsicht Schwierigkeiten veranlaßt haben würde. Auch ist bei dem geringen Durchmesser der Kolben (78,5 mm) die Ausführung scheibenförmiger Kolben schon deshalb nicht gut thunlich, weil die Kolbenstange selbst mit Rücksicht auf ihre Festigkeit nur wenig dünner ausfallen würde, daher die beiden Kolbenflächen sehr verschieden und die Bewegung sehr ungleich hätte werden müssen. Jeder Doppelkolben erhält seine Führung in den beiden zugehörigen Stopfbüchsen, so daß eine besondere Geradführung entbehrlich ist. Die Bewegungsübertragung durch die Lenkerstangen auf die beiden Kurbeln R der doppelt gekröpften Schwungradwelle W ist aus der Figur ersichtlich. Das zum Betriebe der Maschine dienende Kraftwasser von 82,4 m Gefälle tritt aus dem Einfallrohre E in einen Schieberkasten S, in welchem zwei gewöhnliche Muschelschieber nach Art der bei Dampfmaschinen (s. dort) gebräuchlichen die Steuerung der beiden Cylinderpaare bewirken, derart, daß das gebrauchte Wasser durch die Schieberhöhlungen hindurch nach den Abflußröhren A gelangt. Die Bewegung jedes Schiebers wird durch eine Stephenson'sche Coulisse O und zwei zugehörige Excenter F der Schwungradwelle bewirkt, so daß durch Heben und Senken der Coulisse die Maschine behufs des Förderns sowohl linksum wie rechtsum betrieben werden kann. In dem Einfallrohre E befindet sich außer den erforderlichen Absperrventilen ein cylindrischer Windkessel von 0,55 m Durchmesser und 2,15 m Höhe, welcher neben der Maschine in dem tiefsten Punkte der Rohrleitung aufgestellt ist, so daß durch Ablassen des Wassers nach

§. 174.

*) Ztschr. f. Berg-, Hütten- und Salinenwesen in Preußen, Jahrg. 1871.

Fig. 404.



vorheriger Absperrung von der Röhre neue Luft in den Windkessel gesaugt werden kann, wenn solches nöthig wird. Durch diesen Windkessel werden die Stöße gemildert, welche sonst die Masse des in der Einfallröhre befindlichen Wassers beim plötzlichen Abstellen hervorruft. Zur Verhütung der Wasserstöße in den Treibcylindern beim Abschlusse der Schiebercanäle sind in den vier Verbindungsröhren zwischen Schieberkasten und Cylindern ebenso viele kleine Klappventile V angebracht, welche oberhalb durch Kupferröhrchen mit dem Einfallwasser im Schieberkasten communiciren.

Die Schwungradwelle W ist einerseits mit dem Schwungrade G versehen, welches gleichzeitig als Riemscheibe zum Betriebe eines kleinen Ventilators dient, während das andere freie Ende die ausrückbare Klauenkuppelung J trägt, um die Vorgelegswelle J_1 eines Förderkorbes je nach Bedarf ein- oder auszurücken. Das Zahngetriebe T endlich greift in ein Zahnrad P einer andern Vorgelegswelle ein, deren Kurbelzapfen X zum Betriebe eines Kunstkreuzes für Pumpen dient.

Die vier Treibkolben haben 78,5 mm Durchmesser oder 48,4 qcm Querschnitt und 0,314 m Hub. Die angestellten Bremsversuche ergaben bei 100 Umdrehungen der Maschine pr. Minute eine effective Leistung von 6,03 Pferdekraft, dabei war der wirksame Druck im Windkessel im Mittel gleich 6,75 kg pr. Quadratcentimeter, entsprechend 67,5 m Druckhöhe, so daß durch die Einfallröhre bis zum Windkessel eine Wassersäulenhöhe von 82,2 — 67,5 = 14,7 m aufgezehrt wurde. Das zur Füllung der Cylinder erforderliche Wasser berechnet sich für den angeführten Versuch zu

$$\frac{4 \,.\, 0{,}00484 \,.\, 0{,}314 \,.\, 100}{60} = 0{,}01013 \text{ cbm} = 10{,}13 \text{ kg},$$

welchem Wasser daher ein absolutes Leistungsvermögen von

$$10{,}13 \,.\, 82{,}2 = 832{,}69 \text{ mkg} = 11{,}10 \text{ Pferdekraft}$$

entspricht. Danach bestimmt sich der Wirkungsgrad der Maschine mit Einschluß der Einfallröhre zu

$$\eta = \frac{6{,}03}{11{,}10} = 0{,}543.$$

Um den Wirkungsgrad der Wassersäulenmaschine allein, ohne Berücksichtigung der Verluste in der Eintragröhre zu bestimmen, hat man die absolute Leistung des aus dem Windkessel tretenden Wassers gleich

$$10{,}13 \,.\, 67{,}5 = 683{,}78 \text{ mkg} = 9{,}12 \text{ Pferdekraft},$$

daher dieser Wirkungsgrad zu

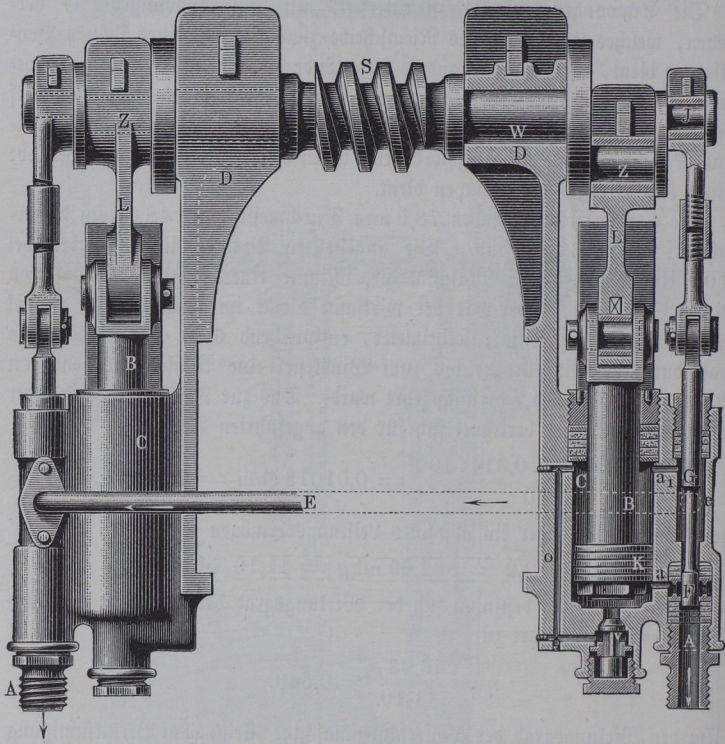
$$\eta = \frac{6{,}03}{9{,}12} = 0{,}661$$

sich ergiebt.

Zur Beschaffung des für die vorstehend beschriebene Maschine erforderlichen Kraftwassers dient eine vorhandene Wasserhaltungsmaschine von überschüssiger Stärke, welche das von der Maschine abgehende Wasser stetig wieder in den Behölter zurückhebt, von welchem es der Maschine zugeführt wird.

Bei der von Brandt*) angegebenen Gesteinsbohrmaschine wird abweichend von den bisher fast ausnahmslos gebrauchten stoßend wirkenden

Fig. 405.



Meißelbohrern ein ringförmiger Kronenbohrer aus hartem Stahl verwendet, welcher durch starken hydrostatischen Druck gegen das Gestein gepreßt wird und eine langsame Umdrehung empfängt. Diese letztgedachte Drehbewegung wird dem Bohrgestänge durch eine zweicylindrige Wassersäulenmaschine ertheilt, welche in Fig. 405 dargestellt ist. In den beiden Cylindern von

*) S. die Brandt'sche hydraulische Gesteinsbohrmaschine von A. Riedler, 1877.

Bronce C, welche mit den Lagern D der Kurbelwelle W zusammengegossen sind, bewegen sich die Kolben K, deren Kolbenstangen B mittelst der Lenkerstangen L die hin- und hergehende Bewegung auf die Kurbelzapfen Z von zwei rechtwinkelig zu einander angebrachten Kurbeln übertragen. Die stählerne Kurbelwelle, welche mit den Kurbeln aus einem Stücke geschmiedet ist, bildet zwischen den Lagern eine Schraube ohne Ende S, welche in ein auf der Bohrstange befestigtes Schneckenrad eingreift, so daß hierdurch das Bohrgestänge in eine langsam rotirende Bewegung (7 bis 10 Umdrehungen pr. Minute) versetzt wird, während die Welle W in der Minute 200 bis 300 Umdrehungen macht. Die Steuerung des durch die Einfallröhre E zutretenden Wassers wird durch den Steuerkolben F bewirkt, und zwar derart, daß das Druckwasser durch den Canal a_1 stets in den Raum zwischen dem Cylinder C und der Kolbenstange über dem Kolben Zutritt findet, so daß die ringförmige obere Kolbenfläche immer dem Drucke des Wassers nach unten unterworfen ist. Dagegen tritt das Wasser in den Raum unter dem Kolben durch den Canal a nur während der halben Zeit, während welcher der Kolben seinen Vorwärtsgang von unten nach oben vollführt. Zu dem Behufe wird der Steuerkolben F durch den excentrisch gestellten Zapfen J abwärts geschoben, so daß dem bei e eintretenden Kraftwasser durch a der Zutritt unter den Kolben K gestattet ist. Der Aufgang des Kolbens wird sonach durch die Differenz der Wasserdrucke auf die beiden Kolbenflächen veranlaßt, während der Kolbenniedergang durch den Druck auf die obere ringförmige Kolbenfläche bewirkt wird, indem für diese Bewegung der emporgezogene Steuerkolben dem Wasser unter dem Kolben durch die Oeffnung a den Austritt nach dem Austragrohre A gestattet, wie dies aus der Figur ersichtlich ist. Da der Querschnitt der Kolbenstange B (38,2 mm Durchmesser) genau halb so groß ist, wie derjenige des Kolbens K (54 mm Durchmesser), so sind, wie sich leicht ergiebt, die beiden Kräfte von gleicher Größe, welche den Hin- und Hergang des Kolbens veranlassen. Die Verstärkung der Steuerkolbenstange bei G auf dieselbe Stärke wie bei F hat nur den Zweck, eine Entlastung des Steuerkolbens zu bewirken.

Da hier der Steuerkolben behufs Vermeidung von Wasserverlusten ohne Voröffnung arbeitet, derselbe vielmehr den Canal a noch vor vollständig beendetem Hub des Kraftkolbens abschließt, so ist aus dem schon oben angegebenen Grunde das kleine Stoßventil v angebracht, welches gegen Ende des Kolbenniederganges sich öffnet, um dem verdrängten Wasser ein Zurücktreten durch den Canal o nach dem stets unter Druck stehenden obern Cylinderraume zu gestatten. Die ganze sehr leichte Maschine ist nicht an einem festen Gestelle, sondern an dem Bohrgestänge befestigt, so daß die Maschine an der Vorwärtsbewegung Theil nimmt, welche dem Bohrer beim Eindringen in das Gestein ertheilt wird. Diese Vorbewegung des Gestänges

wird ebenfalls durch den Druck des Wassers gegen die Endfläche eines ausgebohrten Cylinders bewirkt, welcher sich dichtschließend auf einem feststehenden Plunger verschiebt. Das zum Betriebe erforderliche Druckwasser von 50 bis 200 Atmosphären Pressung wird einem Accumulator entnommen, in welchen es zuvor durch eine kräftige Dampfpumpe hineingepreßt wurde.

Die Maschine, welche ohne das Säulengestell das geringe Gewicht von 120 kg hat, macht bei 60 mm Hub in jeder Minute 200 bis 300 Umdrehungen, und da das von der Schraube ohne Ende bewegte Schneckenrad 28 Zähne erhalten hat, so folgen hierfür 7,1 bis 10,7 Umdrehungen des Bohrers von 78 mm äußerm Durchmesser.

Das zum Betriebe erforderliche Kraftwasser berechnet sich, abgesehen von den unbedeutenden Verlusten durch Undichtheiten, nach dem Vorstehenden für jeden Cylinder und jede Umdrehung gleich dem Inhalte einer Cylinderfüllung von 54 mm Durchmesser und 60 mm Länge, also zu

$$\frac{0{,}054^2}{4} \cdot \pi \cdot 0{,}060 = 0{,}000137 \text{ cbm} = 0{,}137 \text{ Liter},$$

daher für beide Cylinder und 200 Umdrehungen in der Minute

$$2 \,.\, 200 \,.\, 0{,}137 = 54{,}8 \text{ Liter}.$$

Diese Wassermenge würde bei einem Ueberdrucke von 100 Atmosphären oder circa 1000 m Druckhöhe einer Leistungsfähigkeit pr. Secunde von

$$\frac{54\,800}{60} = 913 \text{ mkg} = 12{,}2 \text{ Pferdekraft}$$

entsprechen, wovon aber außer durch die Kolbenreibung und die hydraulischen Widerstände ein namhafter Theil durch die Reibung an den Gewindegängen der Schnecke aufgezehrt wird, in welcher Hinsicht auf das in Thl. III, 1, über Schrauben Gesagte verwiesen werden muß.

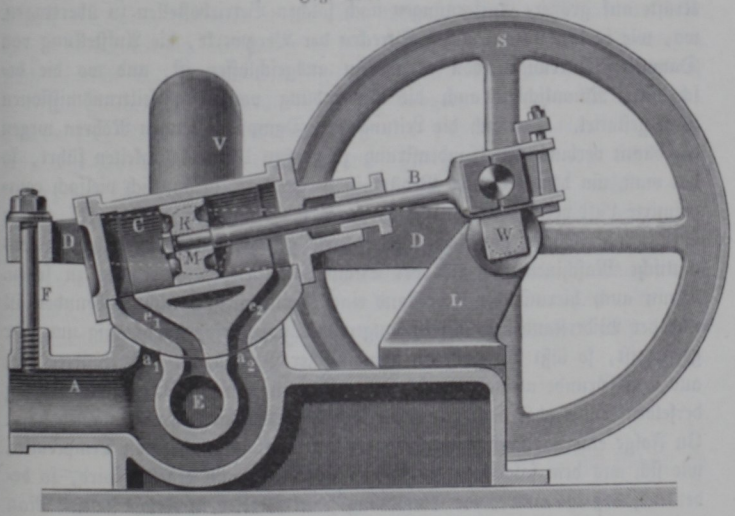
Im Jahre 1870 erließ die städtische Baubehörde in Zürich eine Aufforderung zur Einlieferung kleiner Kraftmaschinen für das Kleingewerbe, welche durch das Wasser der städtischen Wasserversorgung betrieben, eine Leistung von etwa $^1/_2$ bis $^3/_4$ Pferdekraft ausüben sollten. In Folge dessen ging eine größere Anzahl (14) von Motoren ein, worunter auch mehrere ein- und zweicylindrige Wassersäulenmaschinen, von denen die von Schmid*) angegebene eine größere Verbreitung gefunden hat. Diese Maschine ist in Fig. 406 im Durchschnitt dargestellt.

In einem doppeltwirkenden oscillirenden Cylinder C wird der Kolben K durch das abwechselnd von beiden Seiten eintretende Kraftwasser hin- und herbewegt, und es wird diese alternirende Bewegung direct durch die Kolben-

*) Ztschr. d. V. d. Ing., 1872, und Uhland's praktischer Maschinenconstructeur, 1871.

stange B auf die gekröpfte Schwungradwelle W übertragen. Diese Uebertragung wird dadurch ermöglicht, daß der Cylinder C um eine Axe M schwingen kann, die durch zwei seitlich an dem Cylinder befindliche Drehzapfen gebildet ist. Diese Zapfen finden ihre Lagerung in zwei Längsschienen D, welche einerseits an den Lagerböcken L der Welle, andererseits an einer durch die Schraube F gehaltenen Traverse ihre Unterstützung erhalten. Der mit den beiden Canälen e_1 und e_2 versehene Cylinder ist unterhalb zu einer zu M concentrischen Cylinderfläche ausgebildet, welche in der entsprechend ausgedrehten Grundplatte oscillirt. Man erkennt leicht, wie durch diese Oscillation das in E eintretende Wasser in regelrechter

Fig. 406.



Weise abwechselnd vor und hinter den Kolben gelangt, und das gebrauchte Wasser durch die Canäle a_1 und a_2 dem Austragrohre A zugeführt wird. Ein mit dem Eintrittsrohre E verbundener Windkessel V mildert hierbei die Wasserstöße und durch das Schwungrad S wird die Kurbel über ihre todten Punkte hinweggeführt.

Die mit diesen Maschinen angestellten Versuche ergaben einen Wirkungsgrad von 0,80 bis 0,90. Beispielsweise stellt sich bei einer einpferdekräftigen Maschine, deren Cylinderdurchmesser 80 mm und deren Hub 0,160 mm beträgt, bei 60 Umdrehungen in der Minute das erforderliche Wasser zu 7,5 cbm pr. Stunde. Dieses Wasser besitzt bei 4 Atmosphären Ueberdruck ein Leistungsvermögen pr. Secunde von

$$\frac{7500}{60 \,.\, 60} 4 \,.\, 10{,}336 = 86{,}13 \text{ mkg},$$

so daß für die effective Leistung von einer Pferdekraft der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{75}{86{,}13} = 0{,}87$$

folgt.

§. 175. **Die Kraftübertragung durch Wasser.** Es hat sich in neuerer Zeit mehrfach, namentlich beim Bergbau, das Bedürfniß herausgestellt, Kräfte auf größere Entfernungen nach solchen Betriebsstellen zu übertragen, wo, wie in den unterirdischen Strecken der Bergwerke, die Aufstellung von Dampfkesselfeuerungen von vornherein ausgeschlossen ist, und wo die beschränkte Räumlichkeit auch die Anwendung von Drahtseiltransmissionen nicht gestattet. Da auch die Leitung von Dampf in langen Röhren wegen der damit verbundenen Condensirung zu großen Unzuträglichkeiten führt, so hat man, um dem gedachten Bedürfniß zu genügen, bekanntlich vielfach comprimirte Luft verwendet, welche durch einen Compressor (s. Thl. III, 2) in Spannung versetzt, nach dem Betriebsorte geführt wird, um daselbst pneumatische Maschinen nach Art der Dampfmaschinen in Bewegung zu setzen. Wenn auch hiermit der Uebelstand einer Condensirung nicht verbunden ist und der Widerstand der Luft in langen Leitungen erfahrungsmäßig nur sehr gering ist, so läßt sich doch ein ökonomischer Betrieb mit comprimirter Luft aus dem Grunde niemals erreichen, weil man von der Expansionswirkung derselben keinen oder doch nur einen sehr beschränkten Gebrauch machen kann. In Folge einer Expansionswirkung der Luft sinkt nämlich deren Temperatur, wie sich aus dem folgenden Abschnitt über die Wärme ergeben wird, so bedeutend, daß die eintretende Eisbildung jeden Betrieb in Frage stellt. Man kann daher die gedachten pneumatischen Maschinen nur als solche mit Volldruckwirkung der Luft und ohne Expansion ausführen, wobei die Luft bei ihrem Ausblasen die ganze vorher vom Compressor zu ihrer Verdichtung aufgewendete Arbeit ungenützt aus der Maschine entführt. Der hiermit verbundene Arbeitsverlust ist um so größer, je höher die Spannung der Luft war, in welcher Hinsicht auf das in Thl. III, 2, über pneumatische Hebevorrichtungen Angeführte verwiesen werden kann. Aus diesem Grunde hat man überall, wo mit comprimirter Luft gearbeitet worden ist, z. B. bei der Bauausführung der großen Alpentunnel, die Spannung der Luft immer verhältnißmäßig gering, höchstens gleich 6 Atmosphären, angenommen, und trotzdem ist der Wirkungsgrad derartiger Einrichtungen immer nur sehr klein gewesen, wie z. B. bei der Anlage auf der Grube Gerhard Prinz Wilhelm

in Saarbrücken*), woselbst ein Wirkungsgrad der ganzen Anlage sich ergab, welcher ohne Anwendung von Expansion sich zu 0,087 und bei Verwendung zweifacher Expansion zu 0,143 ermittelte.

Deshalb hat man in der neuern Zeit mehrfach zu der Verwendung des gepreßten Wassers als Fernübertragungsmittel gegriffen, wie unter Anderm die im vorhergehenden Paragraphen angeführte Brandt'sche Gesteinsbohrmaschine zeigt.

Es läßt sich leicht einsehen, daß sich von einer hydraulischen Kraftübertragung ein um so höherer Wirkungsgrad erwarten läßt, je größer die Pressung des Wassers oder je höher die Druckwassersäule im Einfallrohre ist, daß also hierfür das gerade Gegentheil von dem für die pneumatische Kraftübertragung Gesagten gilt. Die Widerstände des Wassers in einer langen Röhrenleitung, auf welche es hier vornehmlich ankommt, sind nämlich nach dem in Thl. I darüber Mitgetheilten unter sonst gleichen Umständen, d. h. bei gleichen Röhrendurchmessern und Längen, nur mit dem Quadrate der Wassergeschwindigkeit c proportional, dagegen von der Pressung oder Druckhöhe ganz unabhängig. Es folgt daher, daß die durch diese Widerstände aufgezehrte Gefällhöhe, welche mit z bezeichnet werden möge, von der ganzen vorhandenen Gefällhöhe h einen um so geringern Procentsatz darstellen wird, je größer diese Gefällhöhe h selbst ist. Wenn man nämlich von dem Wirkungsgrade der Röhrenleitung allein sprechen will, und darunter das Verhältniß des am Austritte noch vorhandenen Leistungsvermögens zu dem des eintretenden Wassers versteht, so hat man diesen Wirkungsgrad:

$$\eta_l = \frac{h - z}{h} = 1 - \frac{z}{h}$$

zu setzen. Würde z. B. für eine Röhrenleitung $z = 15$ m sich finden, so wäre der Wirkungsgrad bei einer Gefällhöhe von

30 m oder etwa 3 Atmosphären gleich 0,50

und für ein Gefälle von

300 m oder 30 Atmosphären gleich 0,95.

Während daher im ersten Falle durch die Leitung die Hälfte der vorhandenen Leistungsfähigkeit des Wassers verloren ginge, würde dieser Verlust im zweiten Falle nur 5 Proc. und bei 100 Atmosphären sogar nur 1,5 Proc. betragen.

Was hier von dem Widerstande der Röhrenleitung gesagt ist, gilt natürlich nicht nur von dem Reibungswiderstande derselben, sondern auch von den

*) S. Ztschr. f. Berg-, Hütten- und Salinenwesen in Preußen, 1869.

Verlusten durch Krümmungen, plötzliche Querschnittsveränderungen beim Durchgange durch Ventile, Hähne ꝛc., sowie in Bezug auf alle hydraulischen Hindernisse in der Leitung sowohl wie in der Kraftmaschine, da diese Widerstände sämmtlich nur mit c^2 proportional, dagegen von h unabhängig sind. Nur solche Widerstände der Maschine, welche, wie z. B. die Reibung der Kolbenmanschetten, mit dem Drucke zunehmen, fallen bei höheren Wassersäulen entsprechend größer aus.

Weiter ist zu bemerken, daß für die Uebertragung einer gewissen Arbeit und unter der Voraussetzung einer zulässigen Wassergeschwindigkeit die durchzuführenden Wassermengen und daher auch die Röhrendurchmesser um so kleiner ausfallen, je größer die Gefällhöhe ist, und hiermit ist zwar eine mäßige Vergrößerung der Reibungsverluste, dahingegen der namhafte Vortheil verbunden, daß die Masse des in der Röhrenleitung vorhandenen Wassers kleiner wird und sonach die zu befürchtenden Stoßwirkungen geringer ausfallen. Auch sind enge Röhren leichter in hinreichender Festigkeit herzustellen als weite. Alle diese Verhältnisse lassen sich am besten aus der folgenden Zusammenstellung erkennen, welche die Ermittelungen für eine Röhrenleitung von 1000 m Länge enthält, die für verschiedene Druckhöhen von 30 m bis 1000 m genügt, um bei 1 m Durchflußgeschwindigkeit ein Wasserquantum abzuführen, welchem beim Eintritte ein Leistungsvermögen von 10 Pferdekraft innewohnt. Darin ist als Gefällverlust nur die durch die Röhrenreibung aufgezehrte Höhe angeführt, für welche Verlusthöhe nach Thl. I die Formel:

$$z = \zeta \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} = 0{,}0239 \frac{1000}{d} \frac{1^2}{2 . 9{,}81} = \frac{1{,}2182}{d}$$

zu Grunde gelegt worden ist.

Verhältnisse einer Röhrenleitung von 1000 m Länge, welche Wasser von einer absoluten Leistung gleich 10 Pferdekraft aufnimmt, und mit 1 m Geschwindigkeit abführt.

Totales Gefälle in Metern . .	30	50	100	200	300	600	1000
Durchmesser in Metern	0,179	0,138	0,098	0,069	0,056	0,040	0,031
Durchflußmenge pr. Secunde in Litern	25	15	7,5	3,75	2,5	1,25	0,75
Reibungsverlust in Metern . .	6,80	8,82	12,42	17,65	21,75	30,45	39,3
Gefällverlust in Procenten . . .	29,3	17,6	12,4	8,8	7,2	5,1	4,0
Wassergehalt in Kilogr.	25000	15000	7500	3750	2500	1250	750

Die Zahlen dieser Tabelle lassen unmittelbar den Vortheil hoher Wasserpressungen erkennen. Während bei 30 m Gefälle die Röhrenwiderstände 29,3 Proc. der ganzen Wasserkraft aufzehren, so daß am Ende der Röhre

noch nicht 71 Proc. übrig bleiben, beträgt dieser Verlust bei 600 und 1000 m Gefälle nur etwa 5 und bezw. 4 Proc. Ein so hoher Druck ist keineswegs als ein extremer anzusehen, wie das Beispiel der Brandt'schen Steinbohrmaschine zeigt, welche mit 150 bis 200 Atmosphären zufriedenstellende Betriebsresultate ergiebt. Die engen schmiedeeisernen Röhren von 60 bis 100 mm Durchmesser und darüber werden durch den Walzproceß heutzutage in vorzüglicher Güte und hinreichender Festigkeit hergestellt, und auch die wasserdichten Verbindungen verursachen keine besonderen Schwierigkeiten. Wasser von so bedeutenden Pressungen läßt sich unter Verwendung von Accumulatoren jederzeit bequem mit Hülfe von Dampfpumpen beschaffen, welche das von den Wassersäulenmaschinen abgehende Betriebswasser anheben und in die Accumulatoren zurückpressen.

Insbesondere wird die Beschaffung des Kraftwassers leicht erreichbar sein bei dem Grubenbetriebe, für welchen die hier betrachtete hydraulische Transmission vorzugsweise von Bedeutung ist. Hier besitzen nämlich die bereits vorhandenen Wasserhaltungsmaschinen meistens eine überschüssige Größe, da diese Maschinen immer für die Bewältigung des größten Wasserandranges bemessen werden müssen und während des regelrechten Betriebes ihre Kraft nur zum Theil zu äußern haben, wie in Thl. III, 2, angegeben ist. Wenn man daher an die Gestänge dieser Wasserhaltungsmaschinen die erwähnten Druckpumpen zur Speisung der Accumulatoren hängt, so hat man hierin ein Mittel, um die Reservekraft der Wasserhaltungsmaschinen an entfernten Stellen der Grubenbaue zu irgend welchen mechanischen Arbeiten, wie Fördern, Pumpen, Ventiliren nutzbar zu machen. Den Accumulator wird man hierbei natürlich über Tage aufstellen, da derselbe alsdann nur eine Belastung zu erhalten hat, welche dem Ueberschusse des geforderten Arbeitsgefälles über die Tiefe der Wassersäulenmaschine unter Tage entspricht. Für Tiefbausohlen wird sogar der Accumulator ganz entbehrt werden können, indem beispielsweise eine um 300 m unter Tage aufgestellte Wassersäulenmaschine schon durch die bloße Zuführung von freiem Tagewasser circa 30 Atmosphären Arbeitsgefälle erhält. Wenn in dem letztern Falle die ganze Förderhöhe durch einen einzigen Pumpensatz bewältigt wird, wie es bei der Aufstellung unterirdischer Wasserhaltungsmaschinen zu geschehen pflegt, so kann sogar das Kraftwasser für die Wassersäulenmaschinen direct aus dem Steigrohre der Wasserhaltungsmaschine entnommen werden, in welchem Falle daher die Beschaffung der Betriebskraft in sehr einfacher Weise ermöglicht ist.

Wassersäulenmaschinen mit Rädern verglichen. Vergleichen §. 176.
wir die Wassersäulenmaschinen mit den Wasserrädern, so finden wir allerdings manche Vorzüge dieser Maschinen gegen die Räder, wiewohl

auf der andern Seite auch die Wasserräder ihre besonderen Vorzüge besitzen. Die Wasserräder haben jedenfalls den Vorzug der Einfachheit und Wohlfeilheit vor den Wassersäulenmaschinen, und aus diesem Grunde wird man da, wo sich Wasserräder mit Vortheil anwenden lassen, also bei Gefällen von noch nicht 20 m, der Anwendung eines oberschlächtigen Wasserrades, und sogar bei Gefällen von 30 m zuweilen der Anwendung zweier oberschlächtigen Wasserräder den Vorzug geben vor derjenigen einer Wassersäulenmaschine. Beträgt aber das Gefälle mehr als zwei größte Radhöhen, so ist wohl in den meisten Fällen eine Wassersäulenmaschine vortheilhafter als ein ganzes Rädersystem, dessen Anschaffungs- und Unterhaltungskosten vielleicht die einer Wassersäulenmaschine noch übertreffen. Bei hohen Gefällen kann man aber auch horizontale Wasserräder anwenden; es bleibt daher hier nur zu erörtern übrig, wie sich die Wassersäulenmaschinen gegen diese Räder verhalten. In Hinsicht auf Einfachheit und Wohlfeilheit ist allerdings auch diesen Rädern ein und zwar beachtungswerther Vorzug zu geben, weil dieselben bei hohen Gefällen sehr klein und daher verhältnißmäßig wohlfeil ausfallen. Ganz anders ist es freilich in Hinsicht auf die Leistung oder den Wirkungsgrad. Bei hohen Gefällen läßt sich von den Turbinen höchstens ein Wirkungsgrad von 0,70 erlangen, bei Wassersäulenmaschinen hingegen ein Wirkungsgrad von 0,80. In Hinsicht auf die Leistung sind also die Wassersäulenmaschinen den horizontalen Wasserrädern vorzuziehen, den oberschlächtigen Wasserrädern aber mindestens an die Seite zu stellen. Hiernach wird also bei hohen Gefällen da, wo es nöthig ist, die Kraft sehr zu sparen, den Wassersäulenmaschinen der Vorzug zu geben, und da, wo ein Mangel an Wasserkraft nicht vorhanden ist und wo es auf Kostenersparung ankommt, werden die Turbinen vorzuziehen sein. Hierbei ist aber noch zu bemerken, daß Turbinen für hohe Gefälle große Umdrehungsgeschwindigkeiten annehmen, daher zur Bewegung langsam gehender Arbeitsmaschinen noch kostspielige und kraftzehrende Zwischentransmissionen erfordern. Aus diesem Grunde findet man die Wassersäulenmaschinen vorzüglich beim Bergbau zum Wasserheben angewendet.

Daß man bei den Wassersäulenmaschinen die überschüssige Kraft durch Stellung der Tagepipe oder eines andern Regulirungsapparates ertödten muß, ist ein Nachtheil, von welchem bereits oben die Rede gewesen ist.

§. 177. **Kettenräder.** Noch hat man andere Maschinen, welche zwar durch die Kraft des Wassers in Bewegung gesetzt werden, aber weder den Rädern, noch den Wassersäulenmaschinen beizuzählen sind, sondern sich mehr zwischen diese stellen lassen. Unter diesen Maschinen wollen wir nur den folgenden einige Aufmerksamkeit schenken.

Das Kolbenrad ist in neuerer Zeit wieder von Lamolières als

Kraftmaschine angewendet worden (s. Technologiste, Sept. 1845, oder Polytechnisches Centralblatt, Bd. VII, 1846). Die Haupttheile dieser Maschine sind ein Rad ACB, Fig. 407, eine um dasselbe liegende Kette ADB mit Kolben E, F, G u. s. w. und eine Röhre EG, durch welche die Kette so hindurchgeht, daß ihre Kolben den Querschnitt der Röhre ziemlich genau ausfüllen. Das bei E oben zufließende Wasser sinkt in der Röhre EG nieder und drückt hierbei auf die Kolben F, G, so daß diese ebenfalls mit

Fig. 407.

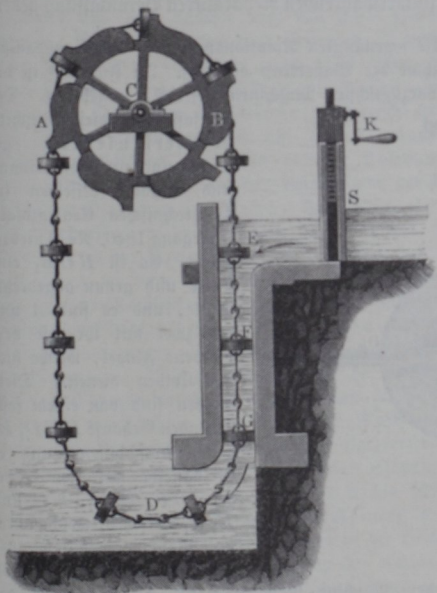
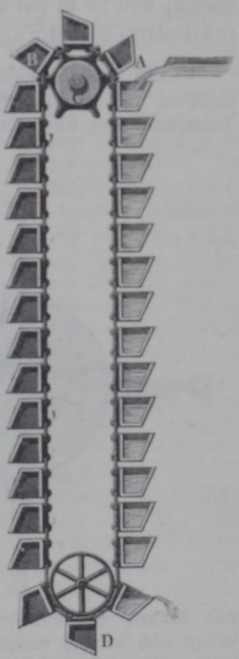


Fig. 408.

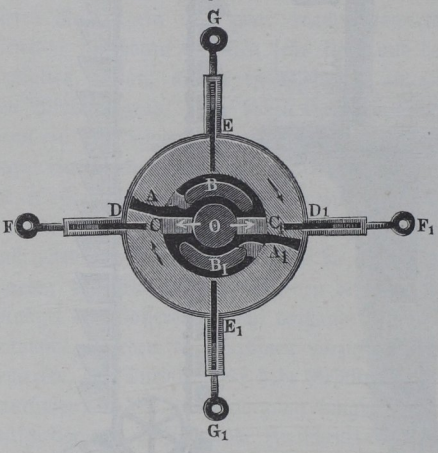


niedergehen und dadurch die ganze Kette mit dem Rade AB, an das nun eine Last angeschlossen werden kann, in Bewegung setzen. Lamolières' Kolbenrad besteht aus zwei Ketten und aus 10 bis 15 mit Leder abgeliderten Schaufeln. Dieselben sind elliptisch geformt und achtmal so lang als breit. Das Rad besteht aus zwei Scheiben mit sechs Einschnitten zur Aufnahme der Schaufeln. Bei einem Gefälle von 2 m, einer Schaufelfläche von 0,0246 qm, einem Aufschlag Q von 31 Litern und einer Umdrehungszahl n von 36 bis 39 soll sich ein Wirkungsgrad von 0,71 bis 0,72 herausgestellt haben.

Ein ähnlicher Apparat ist die Eimerkette. Hier sind Gefäße oder Eimer mit der Kette ABD, Fig. 408 (a. v. S.), verbunden, und dafür fehlt die Röhre ganz. Das bei A oben zufließende Wasser füllt die Eimer, nöthigt diese dadurch zum Niedersinken und bringt so die Kette mit dem Rade C in Bewegung. Das Wasser fließt natürlich unten aus den Eimern und diese steigen auf der andern Seite leer empor. Diese Maschinen sollten einen großen Wirkungsgrad geben, weil sie beinahe das ganze Gefälle nutzbar machen, allein sie gehören doch zu den unvollkommensten Maschinen, weil sie zu viel bewegliche Theile haben, die sich bald abführen und zu besonderen Verlusten und immerwährenden Reparaturen Veranlassung geben.

Endlich lassen sich auch die sogenannten Rotationspumpen, Rotationsdampfmaschinen u. s. w. zur Aufnahme der Wasserkraft benutzen. In Fig. 409 ist der Durchschnitt von einer der vorzüglichsten Maschinen dieser Art abgebildet. Der Verfasser hat diese Maschine Wassersäulenrad genannt und eine Beschreibung und Theorie desselben im Polytechnischen Centralblatt, Jahrgang 1840, Nr. 9 niedergelegt. Es ist BOB_1 eine starke und genau abgedrehte Welle, und es sind A und A_1 zwei mit ihr fest verbundene Flügel, welche hier als Kolben dienen. Diese Kolben sind von einem feststehenden Gehäuse DED_1E_1 genau umschlossen, und es ist dasselbe mit vier Schiebern DF, D_1F_1, EG und E_1G_1 versehen, welche durch die Maschine selbst heraus- und hereingezogen werden und dadurch das Steuern der Maschine hervorbringen. Die Welle ist der Länge nach dreifach durchbohrt, und jede Bohrung hat auch noch eine Seitenbohrung innerhalb des Gehäuses. Das Kraftwasser fließt durch die innere Bohrung O zu, tritt durch die Seitenbohrungen C und C_1 in den, übrigens abgeschlossenen, hohlen Raum zwischen Welle und Gehäuse, drückt dabei gegen die Kolben A und A_1 und setzt dadurch die Welle in Umdrehung. Damit diese Umdrehung durch die Schieber nicht gestört werde, müssen sich dieselben stets zurückziehen, ehe die Kolben bei denselben ankommen, damit aber auch auf die entgegengesetzte Seite der Kolben kein Kraftwasser drücke, müssen die Schieber nach dem Durchgange der Kolben wieder zurückgehen und dadurch die Räume ABE und $A_1B_1E_1$ absperren, welche nur mit den Bohrungen B und B_1 communiciren, durch die das Wasser nach vollbrachter Wirkung abgeführt wird.

Fig. 409.



Zu den Kolbenmaschinen ist auch die Maschine zu rechnen, welche ihr Erfinder L. G. Girard „Moteur pompe“ genannt hat. S. Delaunay's

Cours de Mécanique, II. Partie. Ueber einige andere Constructionen von Kapselrädern, welche eben so wohl als Wassersäulenmaschinen, wie als rotirende Pumpen oder Gebläse wirken können, s. Thl. III, 2.

Schlußanmerkung. Wir theilen nun noch die Literatur und Notizen über die Statistik der Wassersäulenmaschinen mit. Belidor beschreibt in seiner Architecture hydraulique eine Wassersäulenmaschine mit horizontalem Treibcylinder, auch erfährt man von ihm, daß schon 1731 die Herren Denisard und de la Duaille eine Art Wassersäulenmaschine construirt haben. Dieselbe hatte jedoch nur 2,8 m Gefälle und trieb durch einen Kolben etwa nur den zwanzigsten Theil des Kraftwassers 10 m höher. Wie es scheint, so ist jedoch die Wassersäulenmaschine zum Wasserheben beim Bergbau zuerst von Winterschmidt und bald nachher auch von Höll erfunden oder wenigstens verbessert worden. Das Nähere über diese Erfindung ist nachzulesen in Busse's Betrachtung der Winterschmidt'- und Höll'schen Wassersäulenmaschine u. s. w., Freiberg 1804. Eine Beschreibung und Zeichnungen der Winterschmidt'schen Maschinen findet man in Calvör's historisch-chronologischer Nachricht u. s. w. des Maschinenwesens u. s. w. auf dem Oberharze, Braunschweig 1763. Die Höll'sche Maschine lernt man aus der Anleitung zur Bergbaukunst von Delius, Wien 1773, und aus der Beschreibung der bei dem Bergbau zu Schemnitz errichteten Maschinen von Poda, Prag 1771, kennen. Jetzt im Gange befindliche Wassersäulenmaschinen finden sich in Bayern, Sachsen, am Harz, in Ungarn, Kärnthen, in der Bretagne u. s. w. vor. Von den bayerischen Maschinen wird in Thl. III, 2, wo vom Wasserheben die Rede ist, gehandelt, übrigens aber sind bis jetzt ausführliche Beschreibungen von diesen Maschinen gar nicht vorhanden, doch findet man Manches hierüber in Langsdorf's Maschinenkunde, in Hachette's Traité élémentaire des Machines, und in Flachat's Traité élémentaire de Mécanique. Die Hauptverhältnisse der von Brendel in Sachsen ausgeführten Wassersäulenmaschinen findet man in Gerstner's Mechanik angegeben, wo auch die Kärthner oder Bleiberger Maschinen ganz ausführlich beschrieben sind. Die Maschinen im Schemnitzer Bergrevier behandelt Schitko in seinen Beiträgen zur Bergbaukunde, die beiden Clausthaler Maschinen aber beschreibt Jordan in Bd. X von Karsten's Archiv für Mineralogie u. s. w.; jedoch ist diese Beschreibung auch einzeln bei Reimer in Berlin erschienen. Die Wassersäulenmaschine auf der Grube Huelgoat in der Bretagne hat ihr Erbauer Junker ausführlich in Bd. VIII der Annales des mines beschrieben; unter dem Titel: Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine d'Huelgoat, Paris 1835, ist die Beschreibung dieser Maschine auch separat zu erlangen. Nur wenig bekannt ist die kleine Wassersäulenmaschine von Althans auf der Grube Pfingstwiese bei Ems, ebenso die Henschel'sche Wassersäulenmaschine auf der Kohlengrube zu Oberkirchen in Kurhessen, und die Maschinen zu Sangerhausen und zu Gerbstädt im Mansfeldischen. Alle diese letzteren Maschinen sind übrigens eigenthümlich construirt. Die §. 157 abgehandelte englische Wassersäulenmaschine (Darlington's water pressure engine) ist abgebildet und beschrieben in Bd. II der englischen Uebersetzung dieses Werkes. Die Wassersäulenmaschine zu Lautenthal am Harz ist vom Herrn Oberbergrath Jugler im Notizblatte des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins Bd. III beschrieben, und es ist hiervon auch ein besonderer Abdruck im Buchhandel zu haben. Notizen über einige englische Wassersäulenmaschinen enthält die Schrift: Records of Mining and Metallurgy or facts and Memoranda for the use of the Mine Agent

and Smelter by A. Philipps and J. Darlington, London 1857. Eine kurze Abhandlung über englische Wassersäulenmaschinen findet sich in J. Glynn's Rudimentary Treatise on the power of water, London 1853, by J. Weale. Lewis' Wassersäulenmaschine ist mit zwei Windkesseln versehen. S. Polytechn. Centralblatt 1863, Nr. 17. Ueber die in neueren Zeiten bei dem österreichischen Bergbau zur Ausführung gekommenen Wassersäulenmaschinen findet man vielfache Nachrichten in der Schrift: „Erfahrungen im berg- und hüttenmännischen Maschinenwesen u. s. w. von Peter Rittinger, und zwar in den Jahrgängen 1854, 1856, 1858, 1860 und 1862. Die eigenthümlichste dieser Maschinen ist die im letzten Jahrgang beschriebene Wassersäulenmaschine im Adelbertschacht bei Przibram. Dieselbe hat eine Schiebersteuerung sowie einen Entlastungskolben u. s. w. Ferner ist nachzulesen ein Artikel von Gustav Hahn: „Ueber die Entwickelung der Wassersäulenmaschinen ꝛc. im Freiberger Bergreviere" in der Ztschr. d. Ver. deutsch. Ing., 1883.

Die eigenthümlich construirte Wassersäulenmaschine, welche der Herr Kunstmeister Bornemann in Schneeberg ausgeführt hat, ist in Bd. II des Civilingenieurs beschrieben. Von den Wassersäulenaufzügen und Wassersäulenkrahnen, sowie von den Wassersäulenkünsten und Wassersäulengöpeln wird im dritten Bande gehandelt.

Dritter Abschnitt.

Von den Windrädern.

Windräder. Die atmosphärische Luft kann entweder durch ihre Strömungen oder durch ihre Expansivkraft mechanische Arbeiten verrichten. Am gewöhnlichsten benutzt man aber die natürlichen Luftströmungen oder den Wind zur Verrichtung von mechanischer Arbeit, und zwar durch Anwendung von Rädern, welche einen Theil der lebendigen Kraft des gegen sie sich bewegenden Windes zu gute machen. Diese Räder heißen Windräder, die unterstützenden Gebäude sammt Rädern und allen übrigen Theilen werden Windmühlen genannt. Ein Windrad ist zwar eine Radwelle zur Aufnahme der Windkraft, wie ein Wasserrad eine Radwelle zur Aufnahme der Wasserkraft, doch weichen beide Räder deshalb wesentlich von einander ab, weil das eine einem nach allen Seiten hin unbegrenzten Luftstrome, das andere aber einem ganz oder wenigstens theilweise begrenzten Wasserstrome entgegengerichtet ist. Ein gewöhnliches Schaufelrad, dem unbegrenzten Windstrome entgegengerichtet, kann gar keine Umdrehung annehmen, weil der Wind die Schaufeln auf der einen Seite des Rades genau ebenso stark stößt, als die auf der anderen Seite, beide Stoßkräfte also einander aufheben. Um es zur Aufnahme der Windkraft geschickt zu machen, müßte der Windstoß nur einseitig auf das Rad wirken, und daher die andere Seite des Rades gegen den Wind geschützt, etwa von einem feststehenden Mantel umgeben werden. Dieser Mantel kann allerdings erspart werden, wenn man die Schaufeln beweglich macht, nämlich dieselben an Angeln so aufhängt, daß sie sich von selbst auf der einen Seite des Rades mit der breiten Fläche dem Windstrome entgegenstellen, auf der andern Seite aber durch Entgegenstellen mit der schmalen Seite sich dem Windstoße so viel wie möglich entziehen. Um solche Räder nicht nach der Windrichtung stellen zu müssen, giebt man denselben verticale Umdrehungsaxen, läßt dieselben also in §. 178.

Horizontalebenen umlaufen, weshalb man sie auch horizontale Windräder genannt hat.

Vortheilhafter als die Schaufelräder sind aber die sogenannten Flügelräder, d. i. Räder, deren Axen dem Wind- oder Wasserstrome entgegengerichtet sind, und deren nur in sehr kleiner Anzahl vorhandene Arme breite Flächen oder sogenannte Flügel tragen, welche zur Aufnahme der Windkraft dienen und deshalb dem Windstrome unter einem schiefen Winkel entgegengerichtet sind. Da die Richtung des Windes eine mehr oder weniger horizontale ist, so hat man natürlich auch das Flügelrad mit seiner Axe ungefähr horizontal zu legen, weshalb seine Umdrehungsebene eine nahezu verticale ist, und das Rad auch ein verticales Windrad genannt wird.

Anmerkung. Man hat auch horizontale Windräder mit hohlen Schaufeln angewendet und diese Panemoren genannt. Da der Windstoß gegen eine hohle Fläche größer ist als gegen eine erhabene, und diese Schaufeln dem Winde auf der einen Seite des Rades die hohle und auf der andern die erhabene Seite zuwenden, geht allerdings ein solches Rad ohne alle weiteren Hülfsmittel, wenn auch nur mit geschwächter Kraft, um.

§. 179. **Flügelräder.** Der Hauptvorzug der Flügelräder vor den Schaufelrädern besteht darin, daß dieselben bei gleicher Größe oder gleichem Gewichte und unter übrigens gleichen Verhältnissen mehr Arbeit verrichten als die letzteren Räder. Während bei einem Schaufelrade nur eine einseitige Wirkung stattfindet, und diese Wirkung im Ganzen nur der Projection der dem Windstrome ausgesetzten Schaufeln in der Ebene rechtwinkelig zur Windrichtung entspricht, findet bei den Flügelrädern eine ununterbrochene Wirkung auf jeden der Flügel statt. Wenn auch eine Flügelfläche des ersten Rades mit einer Schaufelfläche des andern einerlei Inhalt hat, und vielleicht auch der Wind bei dem schiefen Stoße gegen die Flügel des ersten Rades weniger vortheilhaft wirkt als bei dem Stoße gegen die Schaufeln des zweiten, so wird doch bei gleicher Windgeschwindigkeit das Flügelrad viel mehr mechanisches Arbeitsvermögen sammeln können als das Schaufelrad, da es dasselbe einem viel größern Windstrome entnimmt. Vielfache Erfahrungen haben auch wirklich darauf geführt, daß die Flügelräder unter übrigens gleichen Umständen mindestens viermal so viel leisten als die Schaufelräder, welche, wenn dies nicht der Fall wäre, wegen ihrer leichtern und sicherern Aufstellung und vorzüglich noch wegen ihrer geringen Axenreibung sich gewiß schon längst einen Platz in der praktischen Mechanik verschafft haben würden. Wir sprechen daher in der Folge auch nur von den Windmühlen mit Flügelrädern. Die nähere Einrichtung der Flügelräder ist folgende. Zunächst besteht ein solches Rad aus einer starken Welle, welche zwar meist aus Holz, viel zweckmäßiger aber aus Eisen hergestellt wird. Man giebt der Flügelwelle 5 bis 15 Grad Neigung gegen den Horizont, damit die

Flügel unterhalb in der nöthigen Entfernung vom Gebäude umlaufen und das ganze Flügelrad sicherer in seinen Lagern ruhe. An dieser Welle ist zu unterscheiden der Kopf, der Hals, das Transmissionsrad und der Zapfen. Der Kopf ist diejenige Stelle, wo die Flügel aufsitzen, der Hals (Schlot) aber ist der unmittelbar hinter ihm liegende abgedrehte Theil der Welle, in welchem das ganze Rad vorzüglich unterstützt wird, das Transmissionsrad dient zur Fortpflanzung der Bewegung oder zur Verbindung des Flügelrades mit der Arbeitsmaschine, und endlich ist der Zapfen am hintern Ende der Welle zur vollständigen Unterstützung des Rades nöthig. Der Arbeitsverlust, welchen die Flügelwelle wegen der Reibung in ihrer Unterstützung erleidet, ist wegen des nicht unbedeutenden Gewichtes derselben und vorzüglich wegen ihrer großen Umdrehungsgeschwindigkeit beträchtlich, und deshalb ist es nöthig, alle Mittel anzuwenden, wodurch dieser Verlust herabgezogen wird. Aus diesem Grunde ist daher auch eine eiserne Flügelwelle viel zweckmäßiger als eine hölzerne, weil dieselbe einen ansehnlich schwächern Hals erhalten kann als eine hölzerne. Während die Stärke des Halses einer hölzernen Flügelwelle 0,5 bis 0,6 m beträgt, ist dieselbe bei eisernen Flügelwellen nur 0,15 bis 0,25 m. Ueberdies ist aber noch die Reibung an und für sich bei den Holzwellen größer als bei den Eisenwellen, weil man in der Regel den Hals derselben nicht mit einem eisernen Mantel, sondern nur mit einer Reihe von Eisenstäben umgiebt, die immer ein Abschaben im Lager hervorbringen.

Anmerkung. Ueber die horizontalen Windmühlen von Beatson u. s. w. sind vorzüglich englische Schriften, z. B. von Nicholson, Gregory u. s. w., nachzulesen. Siehe auch den Abschnitt über Windmühlen in Rühlmann's Allgemeiner Maschinenlehre Bd. I.

Windflügel. Die Windflügel bestehen aus den Windruthen, aus §. 180.
den Windsprossen oder Scheiden und aus der Bedeckung. Die Windruthen sind radial von dem Wellenkopfe auslaufende Arme von circa 10 m Länge, wovon jeder einen Flügel trägt. Die Anzahl dieser Arme ist, wie die Anzahl der Flügel, gewöhnlich vier, seltener fünf oder sechs. Nahe an der Welle sind diese Ruthen 0,30 m dick und 0,24 m breit, am äußersten Ende aber haben sie nur 0,15 m Dicke und 0,12 m Breite. Ihre Befestigungsweise ist sehr verschieden; ist die Welle von Holz, so steckt man zwei Ruthen rechtwinkelig durch den Wellenkopf und bildet dadurch vier Flügelarme. Auch befestigt man wohl die Arme durch Schrauben auf eine den Wellenkopf bildende Rosette, ähnlich wie die Arme eines Wasserrades, zumal wenn die Welle von Gußeisen ist. Die Sprossen oder Scheiden sind hölzerne Querarme, welche durch die Ruthe hindurchgesteckt werden, die zu diesem Zwecke in Abständen von 0,4 bis 0,5 m durchlocht wird. Je nachdem die

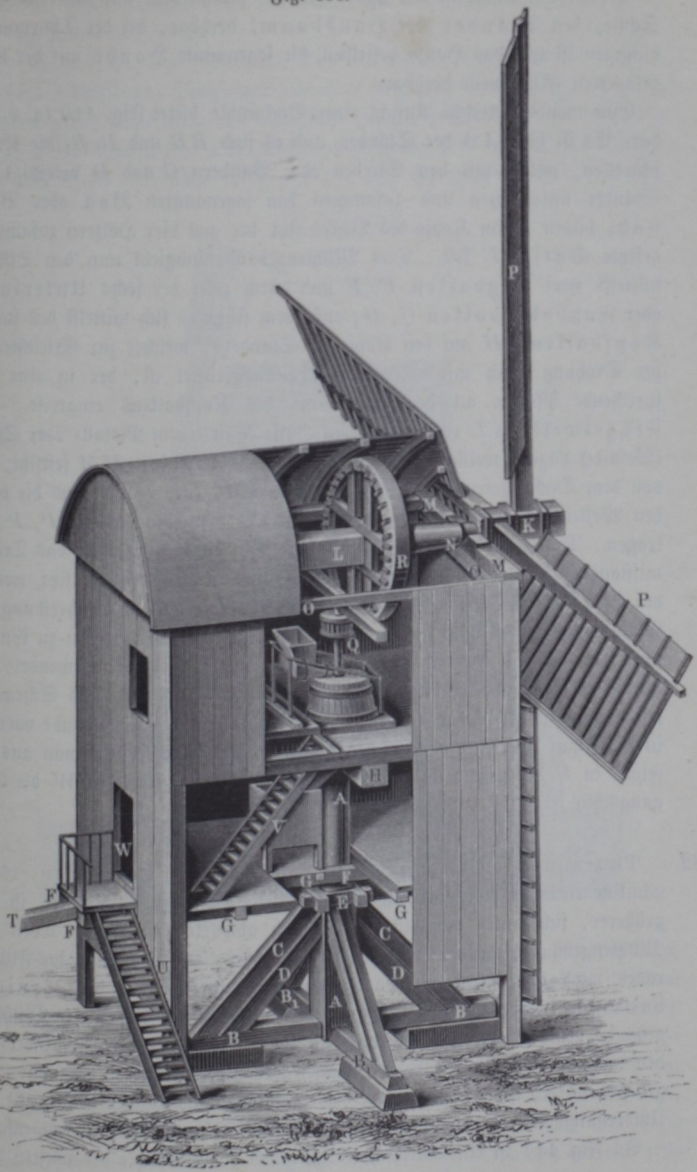
Flügel eine rechteckige oder trapezförmige Gestalt erhalten sollen, sind die sämmtlichen Sprossen von gleicher oder, nach der Welle zu, von abnehmender Länge. Die innerste Sprosse steht $1/7$ bis $1/6$ der Armlänge vom Wellenmittel ab, und ihre Länge ist ungefähr diesem Abstande gleich, der äußersten Sprosse giebt man aber $1/5$ oder gar $1/4$ der Armlänge zur eigenen Länge. Bei den meisten Windmühlen gehen die Windruthen nicht mitten durch die Flügel, sondern sie theilen dieselben so, daß der nach dem Winde zu gerichtete Theil nur ein bis zwei Fünftel der ganzen Flügelbreite ausmacht. Deshalb ragen auch die Sprossen auf der ersten Seite viel weniger aus der Ruthe hervor als auf der andern. Den schmalern Theil des Flügels bedeckt man gewöhnlich durch das Windbrett, auf den breitern Theil hingegen kommen die sogenannten Windthüren oder eine Bedeckung von Segeltuch zu liegen.

Man macht die Windflügel eben, windschief oder hohl, jedenfalls geben die wenig ausgehöhlten windschiefen Flügel die größte Leistung, was noch weiter unten näher auseinandergesetzt werden wird. Bei den ebenen Windflügeln haben sämmtliche Windsprossen einen und denselben Neigungswinkel von 12^0 bis 18^0 gegen die Umdrehungsebene, sind aber die Flügel windschief, so weichen die inneren Sprossen ungefähr 24^0 und die äußeren 6^0 von dieser Ebene ab, und es bilden die Neigungswinkel der zwischenliegenden Sprossen einen Uebergang zwischen den letzten beiden Winkeln. Um den Windflügeln eine hohle Form zu geben, hat man krumme Windruthen und Scheiden anzuwenden. Obwohl dadurch nach den Regeln des Stoßes an Arbeit gewonnen wird, so wendet man diese Construction wegen der schwierigern Ausführung fast gar nicht mehr an. Zur vollständigen Unterstützung der Flügeldecke sind die äußeren Enden der Scheiden noch durch die sogenannten Saumlatten mit einander verbunden und, zumal wenn die Decke aus Leinwand besteht, überdies noch Zwischenlatten eingesetzt, so daß das ganze Flügelgerippe aus Feldern von ungefähr 0,2 qm Inhalt besteht. Die Holzbedeckung wird durch vier Thüren gebildet, welche aus dünnen Holzbrettchen zusammengesetzt sind und durch Riegel auf dem Flügelgerippe festgehalten werden, die Segeltuchdecke hingegen wird durch Schlingen und Haken mit dem Flügelgerippe verbunden.

§. 181. **Bockmühlen.** Da die Richtung des Windes eine veränderliche und die Axe des Rades in diese zu stellen ist, so muß das Rad beweglich aufgestellt und zwar um eine verticale Axe drehbar sein. Nach der Art und Weise, wie diese Drehung verwirklicht wird, hat man folgende zwei Classen von Windmühlen.

1. Die deutsche oder Bockmühle, und 2. die holländische oder Thurmmühle.

Fig. 410.



Bei der Bockmühle ist das ganze Gebäude sammt Rad um eine feststehende Säule, den Ständer oder Hausbaum, drehbar, bei der Thurmmühle hingegen ist nur das Haupt desselben, die sogenannte Haube mit der darin gelagerten Flügelwelle drehbar.

Eine monodimetrische Ansicht einer Bockmühle bietet Fig. 410 (a. v. S.) dar. Es ist hier AA der Ständer, und es sind BB und $B_1 B_1$ die Kreuzschwellen, welche mit den Streben oder Bändern C und D vereinigt den Ständer unterstützen und zusammen den sogenannten Bock oder Bockstuhl bilden. Am Kopfe des Bockes sitzt der aus vier Hölzern zusammengesetzte Sattel E fest. Das Mühlengebäude umgiebt nun den Ständer mittelst zwei Fugbalken F, F und durch zwei der sechs Unterlags- oder Fußbodenbalken G, G; außerdem stützt es sich mittelst des starken Kopfbalkens H auf den Kopf des Ständers, welcher zur Erleichterung der Drehung noch mit einem Stifte ausgerüstet ist, der in eine entsprechende Pfanne an der Unterfläche des Kopfbalkens eingreift. Die Flügelwelle KL ruht mit ihrem Halse N in einem Metall- oder Stein- (Basalt-) Lager, welches auf dem großen Wellbalken MM festsitzt, der von dem Dachrahmen OO getragen wird. KP, KP u. s. w. sind die durch den Wellenkopf gesteckten Windruthen, welche vier ebene Flügel P, P . . . tragen. Die Figur stellt eine Mahlmühle vor; daher greift hier das Transmissionsrad R in ein Getriebe Q ein, das auf dem Mühleisen festsitzt, welches den Läufer oder obern Mühlstein S trägt. Die weitere Beschreibung des Mahlzeuges gehört nicht hierher. Um das ganze Gebäude drehen zu können, wird der Stert oder Sterz T, d. i. ein langer Hebel, angewendet, der zwischen den Fugbalken liegt, mit diesen durch Querhölzer und Schrauben fest verbunden ist, übrigens aber 6 bis 10 m lang aus dem Gebäude vorragt, in der Figur aber nur abgebrochen gezeichnet ist. Noch ersieht man aus der Figur in U die äußere und in V die innere Treppe, sowie in W die Eingangsthür.

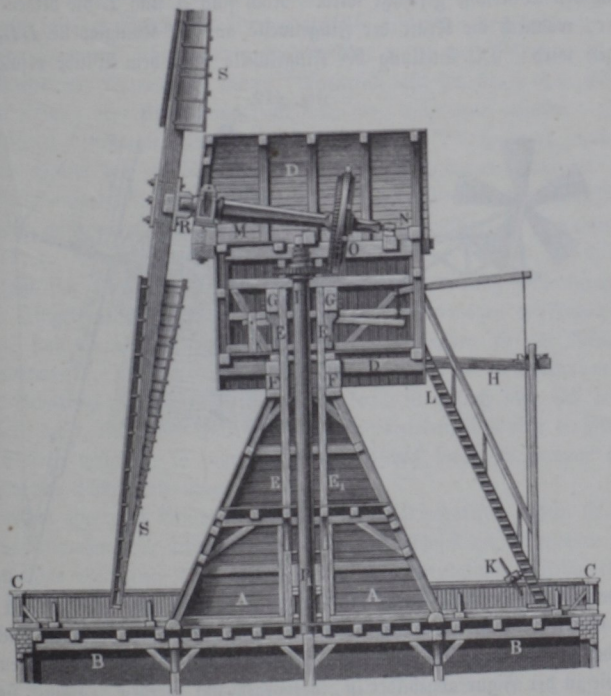
§. 182. **Thurmmühlen.** Es giebt zwei Arten von Thurmmühlen; es ist nämlich entweder nur der die Flügelwelle einschließende, oder es ist ein größerer, sich unter die Flügelwelle nach abwärts erstreckender Theil des Mühlengebäudes um eine verticale Axe drehbar. Die Bewegung des Flügelrades wird hier durch ein Paar Zahnräder zunächst auf den Königsbaum, d. i. eine starke stehende Welle, welche durch das ganze Mühlengebäude geht, übertragen. Damit hierbei der Eingriff der Zahnräder bei den verschiedenen Stellungen des Flügelrades nicht verändert oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, daß die Axe des Königsbaumes genau mit der Umdrehungsaxe des beweglichen Theiles vom Mühlengebäude zusammenfalle.

In Fig. 411 ist ein Durchschnitt von einer Thurmmühle der zweiten Art

abgebildet, welche zwischen einer Bockmühle und einer Thurmmühle der ersten Art fast mitten inne steht.

Es ist hier AA der feststehende Thurm, welcher über dem die Arbeitsmaschine enthaltenden Mühlengebäude BB steht und von der Gallerie CC umgeben wird, sowie DD das bewegliche Haupt der Mühle, das durch den Holzring FF unmittelbar und durch den Holzring GG mittelst der Säulen EE und E_1E_1 unterstützt wird und nur eine Drehung um diese gleichsam

Fig. 411.

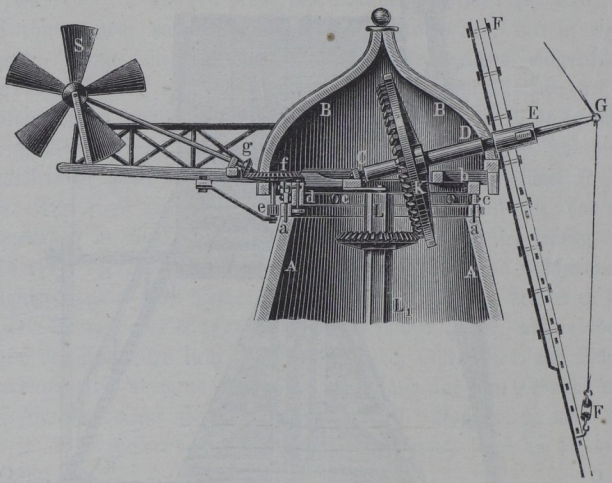


den Ständer ersetzenden Säulen zuläßt. Die Drehung selbst läßt sich durch den Kreuzhaspel K bewirken, der an der Treppe KL sitzt, welche mit dem beweglichen Gebäude DD und besonders mit dem Sterze H fest verbunden ist. Die Flügelwelle MN ist von Gußeisen und ruht bei M und N in mit Kanonenmetall ausgefütterten gußeisernen Lagern, O und P sind eiserne Zahnräder, wodurch die Umdrehung der Flügelwelle auf die Königswelle PP_1 übertragen wird. Die Windflügel RS, RS... sind windschief und durch Schrauben und ein eisernes Kreuz mit dem Muff R verbunden, der einerseits

ein zweites Kreuz, andererseits aber eine ausgebohrte Höhlung hat, welche über den abgedrehten Wellenkopf gesteckt und darauf festgekeilt wird.

Der obere Theil einer Thurmmühle der ersten Art ist in Fig. 412 abgebildet; AA ist der Obertheil des feststehenden, aus Holz oder Steinen aufgeführten und pyramidal geformten Thurmes, BB ist ferner die bewegliche Haube, CDE ist die Flügelwelle, sowie EF eine aus zwei Theilen zusammengesetzte Windruthe, welche durch Seile wie FG mittelst eines auf dem Wellenkopfe aufsitzenden Mönchs EG gegen das Biegen oder Abbrechen durch den Windstoß geschützt wird. Noch sind K und L die beiden Zahnräder, wodurch die Kraft der Flügelwelle auf die Königswelle LL_1 übertragen wird. Die Stellung der Flügelwelle nach dem Winde erfolgt hier

Fig. 412.



in der Regel ebenfalls durch den Sterz oder durch eine Kurbel mit Rad und Getriebe, kann aber auch durch eine große Windfahne, deren Ebene in die der Wellenaxe fällt, noch besser endlich durch ein besonderes Steuerrad S, wie in der Figur abgebildet ist, hervorgebracht werden. Damit sich die Haube leicht drehen lasse, wird dieselbe nach der Art von Drehscheiben (s. Thl. III, 2) auf Rollen $c, c, c \ldots$ gestellt, welche mit einander durch zwei Reifen verbunden sind und zwischen Kränzen oder Ringen aa und bb laufen, wovon der eine oder Rollring oben auf dem Thurme und der andere oder Laufring unten an der Haube festsitzt. Um endlich das Abheben der Haube zu verhindern, wird innen an b noch ein Kranz d (Ansatzring) angeschraubt, welcher zur Erleichterung der Bewegung ebenfalls mit Rollen, die an der Innenfläche von aa herumlaufen, ausgerüstet werden kann.

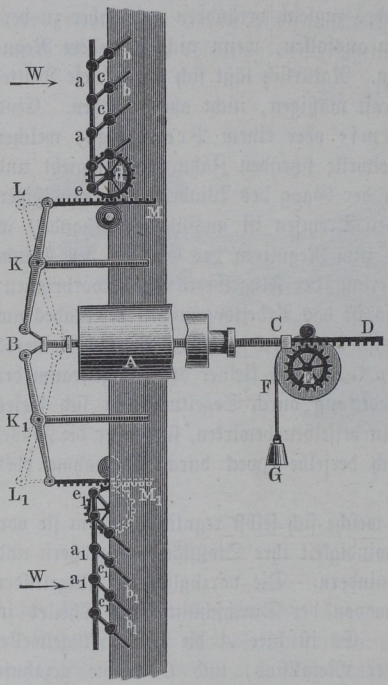
Bei Anwendung eines Steuerrades ist die Außenfläche des Rollringes aa von einem gezahnten Kranze umgeben, in welchen ein Getriebe oder kleines Zahnrad e eingreift, das mittelst der Zahnrädchen f und g durch das Steuerrad umgedreht wird und dadurch eine Drehung der Haube bewirkt, sobald die Windrichtung aus der Umdrehungsebene von S herausgetreten ist.

Kraftregulirung. Der Wind ist nicht allein in seiner Richtung, §. 183.
sondern auch in seiner Geschwindigkeit oder Intensität veränderlich; wäre nun aber die angehängte Last eines Windrades constant, so würde sich ihre Bewegung mit der Stärke des Windes zugleich verändern und daher zu verschiedenen Zeiten oft sehr verschieden ausfallen, wenn nicht besondere Regulirungsmittel zur Anwendung kämen. Natürlich läßt sich durch diese Mittel nur die Wind- oder Umdrehungskraft mäßigen, nicht aber erhöhen. Eins dieser Mittel besteht in einer Bremse oder einem Preßringe, welcher die obere Hälfte des auf der Flügelwelle sitzenden Zahnrades umgiebt und auf dieselbe aufgedrückt wird, wenn der Gang des Windrades zu ermäßigen oder ganz aufzuheben ist. Von den Bremsen ist ausführlich gehandelt in Thl. III, 1. Ein anderes Mittel zum Reguliren des Ganges der Windräder läßt sich aber durch Veränderung der Flügelbedeckung hervorbringen; sind die Flügel vollständig bedeckt, so ist das Arbeitsvermögen des Rades am größten, sind sie aber nur theilweise bekleidet, so haben sie ein kleineres Arbeitsvermögen, und zwar um so kleiner, je kleiner der Flächenraum der ganzen Bedeckung ist. Bei der Bedeckung durch Segeltuch läßt sich dieses Reguliren durch Auf- oder Abwickeln desselben bewirken, sind aber die Flügel durch Thüren bekleidet, so läßt sich derselbe Zweck durch Wegnahme oder Auflegen von Thüren erreichen.

Man hat aber auch Windräder, welche sich selbst reguliren, indem sie von selbst bei Abnahme der Windgeschwindigkeit ihre Stoßfläche vergrößern und bei Zunahme von jener diese vermindern. Die vorzüglichsten Flügelräder dieser Art sind die von Cubit, wovon der Durchschnitt eines Theiles in Fig. 413 (a. f. S.) abgebildet ist. Es ist hier A die hohle Flügelwelle, BC ein durch sie hindurchgehender Metallstab, und CD eine gezahnte Stange, welche in C durch ein Gewinde so mit BC verbunden ist, daß CD nur an der Bewegung in der Axenrichtung, nicht aber an der Drehung um die Axe von BC Theil nimmt. Die gezahnte Stange greift in das Zahnrad E und dieses sitzt mit der Rolle F, um deren Umfang eine Schnur liegt, die durch das Gewicht G gespannt wird, auf einer Axe. Die Flügelbedeckung besteht aus lauter dünnen Holz- oder Blechklappen bc, b_1c_1 u. s. w., welche durch die Arme ac, a_1c_1 u. s. w. um die Axen c, c_1 u. s. w. gedreht werden können. Diese Arme sind durch Stangen ae, a_1e_1 u. s. w. mit einander und zugleich durch Arme de, d_1e_1 mit Zahnrädchen d, d_1 verbunden, so daß

durch Drehung der letzteren das Oeffnen und Verschließen oder überhaupt jede Klappenstellung zu ermöglichen ist. Endlich sind noch Hebel BL, BL_1 angebracht, welche sich um die Axen K, K_1 drehen lassen, und auf der einen Seite mit der Stange BC, auf der andern aber mit Zahnstangen LM, L_1M_1, deren Zähne zwischen die Zähne der Rädchen d, d_1 greifen, in Verbindung stehen. Aus der Zeichnung ist nun leicht zu ersehen, wie der Wind W die Klappen zu öffnen, das Gewicht G aber dieselben mittelst der Stange BC, der Hebel BL, BL_1 u. s. w. zu schließen sucht, und wie auf diese Weise dem Windstoße gegen die Klappen durch das Gewicht G das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn sich nun auch die Windgeschwindigkeit ändert, so wird deshalb diese Stoßkraft nicht verändert, sondern nur die Klappenstellung und dadurch auch nur die Stoßfläche eine andere.

Fig. 413.



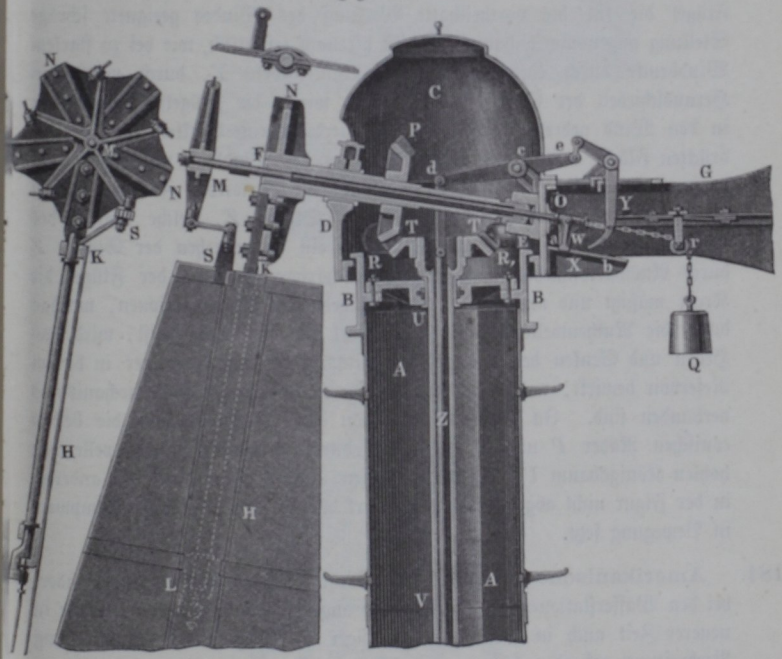
Anmerkung. Bei einer Bedeckung mit Segeltuch läßt sich, nach Bywater, derselbe Zweck erreichen, wenn dasselbe durch zwei Rollen ausgespannt wird, die durch Zahnräder in Umdrehung gesetzt werden, wenn die Windgeschwindigkeit sich ändert. Ausführlich beschrieben sind die Apparate in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery etc. etc. Eine neue Windradconstruction ist auch in der Zeitschrift „Der Ingenieur", Bd. II, beschrieben.

In mehrfacher Hinsicht eigenthümlich sind die vom Herrn Maschinendirector Kirchweger construirten Windräder auf mehreren Wasserstationen der hannoverschen Eisenbahnen*). Die eigenthümlichen Einrichtungen eines solchen Windrades sind aus dem verticalen Durchschnitt Fig. 414 zu ersehen. Der circa 0,55 m weite, aus Eisenblech zusammengesetzte Thurm AA ragt aus dem Dache des aus Backsteinen aufgeführten Maschinengebäudes hervor und endigt in einem gußeisernen Kopfe BB, auf welchem die Haube C

*) S. die Abhandlung von Prüsmann in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins für Hannover, 1862.

mittelst 4 Rollen R, R_1 aufruht. Die Haube trägt die Lager D und E der Windradwelle EF und greift mit ihrem cylindrischen Fußstücke über den obern Rand des Kopfes BB weg, damit sie nicht durch den Windstoß abgehoben werden könne. Der mit der Haube fest verbundene (nur zum Theil sichtbare) Steuerflügel G dient dazu, um durch Drehung der Haube das Windrad FH dem Winde entgegenzurichten. Das Windrad besteht aus fünf um radiale Arme,

Fig. 414.



wie KL, drehbaren Blechflügeln KH. Diese Arme sind auf eine gußeiserne Rosette NN geschraubt, welche auf dem Kopfe der Windradwelle festsitzt.

Um den Gang des Rades zu reguliren oder den Flügeln die dem Kraftbedürfnisse entsprechende Stellung gegen den Wind zu geben, ist folgende Einrichtung getroffen. Durch die hohle Ruthenwelle geht die Stahlstange MO hindurch, deren vorderes Ende einen fünfarmigen Stern M trägt, während an das hintere Ende die Hülse O geschoben ist, welche durch das Gewicht Q mittelst einer Kette einer steten Zugkraft ausgesetzt ist. Die Arme des Sternes M sind durch kurze Gelenkschienen mit den an den Flügeln angebrachten Armen S derart verbunden, daß durch ein Einwärtsschieben des Sternes die Flügel sich flach, d. h. in die Umdrehungsebene des Rades

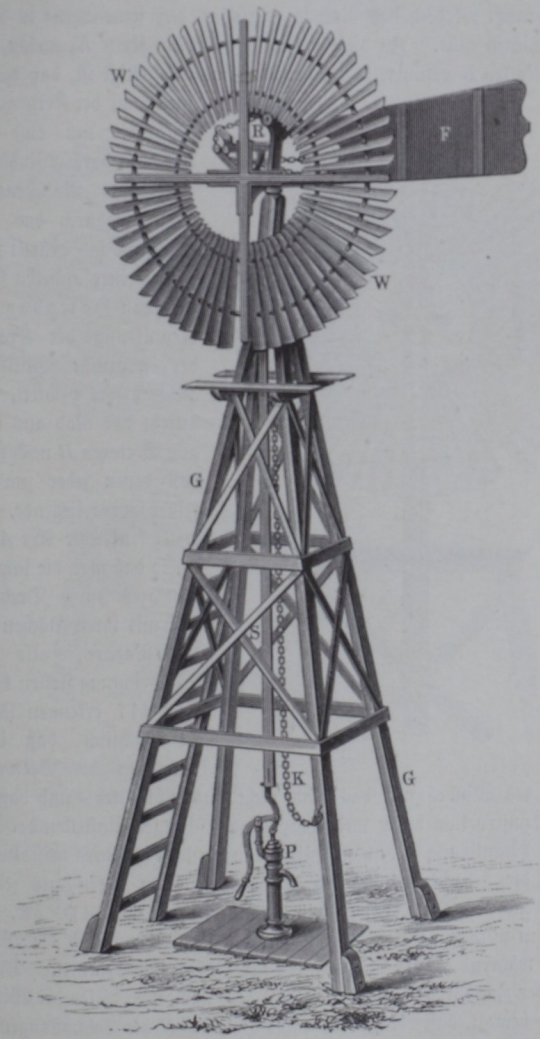
stellen, während ein Auswärtsschieben der Stange MO die Flügel senkrecht zur Umdrehungsebene des Rades stellt. Die zwischen zwei Bundringen der Stange MO auf dieser lose steckende Hülse O wird durch einen auf der festen Schiene b gleitenden Arm a verhindert, an der Drehung der Ruthenwelle Theil zu nehmen. Ferner wird der Einwärtsbewegung der Stange MO unter dem Einflusse des Gewichtes Q eine Grenze durch den Winkelhebel Y gesetzt, gegen dessen längern Arm die Hülse O anstößt, wenn die Flügel die für die vortheilhafte Wirkung des Windes geeignete schräge Stellung angenommen haben. Es ist hiernach ersichtlich, wie bei zu starkem Winddrucke durch eine Drehung des Winkelhebels Y, durch welche ein Herausschieben der Stange OM bewirkt wird, die Flügelflächen schärfer in den Wind gedreht werden, so daß hierdurch eine Verkleinerung der gedrückten Fläche und damit eine Regulirung der Windkraft und beziehungsweise ein gänzliches Anhalten der Maschine erreicht wird. Zu einer solchen Bewegung des Winkelhebels Y dient die Stange Z, welche mittelst des Hebels dce derart auf Y einwirkt, daß ein Niederziehen der Stange Z durch Auswärtsschieben von OM und schärfere Stellung der Flügel die Kraft mäßigt und umgekehrt. Bei den gedachten Wasserstationen, wo das durch die Ruthenwelle bewegte Pumpwerk ein Reservoir speist, wird das Heben und Senken der Stange Z selbstthätig durch Schwimmer in diesem Reservoir bewirkt, welche mit der Stange Z durch einen Hebelmechanismus verbunden sind. In Fig. 414 sind von dem Triebwerke nur die beiden conischen Räder P und T dargestellt, durch welche die Ruthenwelle den hohlen Königsbaum UV umtreibt, dessen unteres Ende durch ein anderes, in der Figur nicht abgebildetes Räderwerk das daselbst befindliche Pumpwerk in Bewegung setzt.

§. 184. **Amerikanische Windräder.** Die in Amerika vielfach, insbesondere bei den Wasserstationen der Eisenbahnen angewandten Windräder, welche in neuerer Zeit auch in Deutschland häufiger zu Zwecken der Wasserhebung Verbreitung gefunden haben, unterscheiden sich von den bisher besprochenen wesentlich dadurch, daß die dem Winddrucke ausgesetzte Fläche nicht aus einzelnen Flügeln besteht, sondern eine ringförmige Scheibe bildet, deren äußerer Durchmesser etwa dreimal so groß ist wie der innere. Die ganze Fläche dieses Rades W ist nach Fig. 415 *) mit schräg gestellten Brettchen nach Art der Jalousien besetzt, und die Axe dieses Rades auf einem Laufringe gelagert, welcher mittelst Walzen oder Kugeln leicht drehbar auf einem Rollringe ruht, der durch das hohe hölzerne Bockgestell G getragen wird. Eine kräftige Windfahne F bewirkt die selbstthätige Einstellung des Rades

*) S. den österreichischen Bericht über die Weltausstellung in Philadelphia von Dr. E. Perels, welchem die Figuren 415 bis 418 entnommen sind.

nach der Windrichtung. Die Welle des Rades ist zwischen den beiden Lagern mit einer Kurbelkröpfung versehen, deren Zapfen durch die Schubstange S

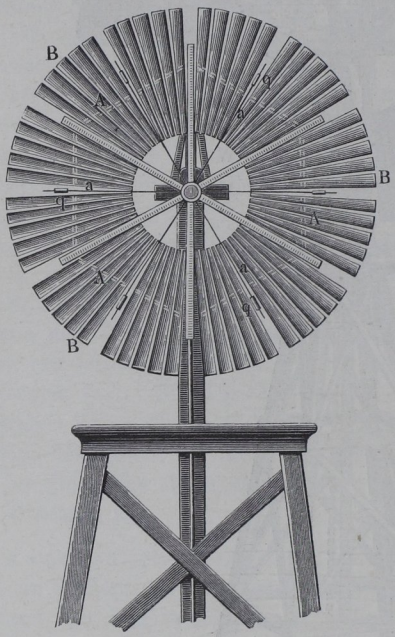
Fig. 415.



den Kolben der Pumpe P bewegt. Der Durchmesser dieser Räder wird je nach der zu verrichtenden Arbeit zwischen 2,5 und 12 m gewählt, wofür die Leistungen zwischen $^1/_2$ und 18 Pferdekraft angegeben werden.

Um die Bewegung dieses Rades gänzlich aufzuheben, kann die Windfahne F dazu benutzt werden, das Rad so zu stellen, daß seine Ebene in die Windrichtung hinein fällt. Zu diesem Zwecke dient die Kette K, welche, oberhalb über die Rollen R geführt, so an der Windfahne befestigt ist, daß durch einen unten an der Kette ausgeübten Zug die um eine verticale Axe drehbare Windfahne parallel zur Radebene gestellt wird, wodurch das Windrad in den Wind gestellt wird.

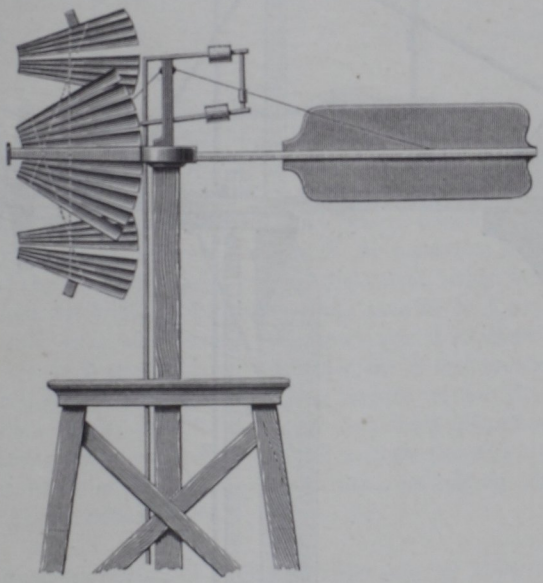
Fig. 416.



Bei einer anderen Construction von Halladay wird die Regulirung der Kraft sowie der gänzliche Stillstand in anderer Art bewirkt. Hierbei besteht das Rad aus sechs bis acht Sectoren B nach Fig. 416, von denen jeder um eine in seiner Ebene liegende, zur Radwelle senkrechte Axe A drehbar ist, so daß man die sämmtlichen Sectoren durch Drehung um 90^0 mit ihren Flächen parallel zur Radaxe, also in die Windrichtung stellen kann, wie Fig. 417 erkennen läßt. Es ist ersichtlich, daß in dieser Stellung der Sectoren eine Wirkung des Windes auf das Rad nicht ausgeübt wird, und daß die angegebene Construction durch mehr oder minder schräges Einstellen der Sectoren auch eine Regulirung des vom Winde ausgeübten Druckes gestattet. Die Art, wie die gedachte Einstellung der Sectoren von unten aus jeder Zeit, auch während des Betriebes, geschehen kann, ist aus Fig. 418 (S. 644) zu erkennen, in welcher C die Radwelle, R den Rollring und F die Windfahne vorstellt, während L die Schubstange für die Pumpe bedeutet. Durch den Zug an der Zugstange Z wird der Hebel HJ und durch diesen der Winkelhebel GON so bewegt, daß der gabelförmige Hebel ON die Schubstangen T verschiebt, von welchen je eine mit einem der Sectoren so verbunden ist, daß ihre

Verschiebung eine Drehung dieses Sectors zur Folge hat. Um die Regulirung selbstthätig zu bewirken, hat man jedem Sector ein auf einem Arme a verschiebbares kleines Gewicht q, Fig. 416, gegeben, welches bei einer übermäßigen Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades in Folge der Centrifugalkraft ebenfalls eine Drehung des Sectors bewirkt. Auch ist bei diesen Rädern, wenn ihre Pumpen das Wasser in Reservoire speisen, die Vorrichtung getroffen,

Fig. 417.

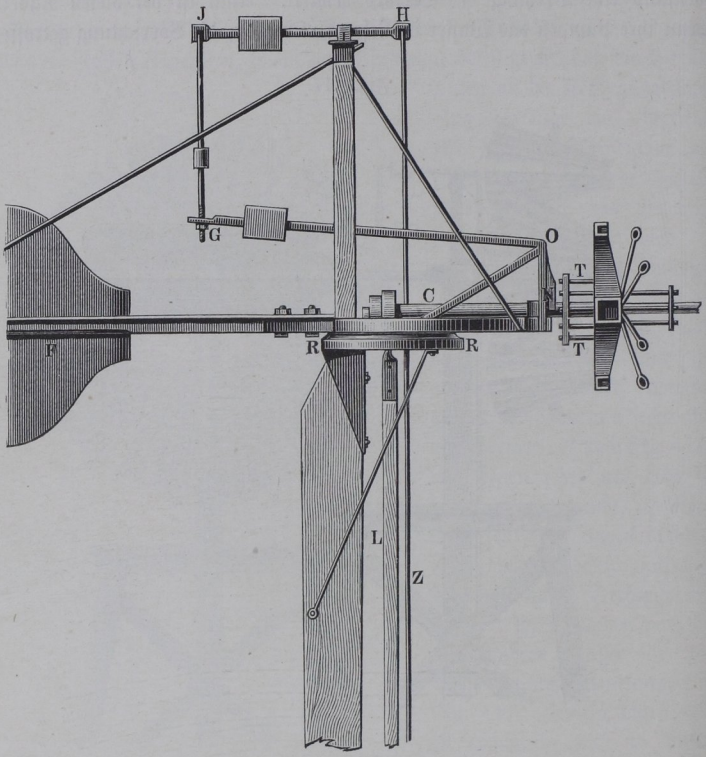


daß bei erlangter Füllung des Reservoirs durch einen Schwimmer eine Umdrehung der Sectoren und damit der Stillstand des Rades veranlaßt wird.

Windrichtung. Der Wind, dessen Entstehung jedenfalls einer Un- §. 185.
gleichheit in der Expansivkraft oder Dichtigkeit der Luft beigemessen werden muß (s. die Formeln in Thl. I), ist verschieden in Hinsicht auf Richtung und in Hinsicht auf Stärke oder Geschwindigkeit. In Bezug auf die Richtung unterscheidet man die acht Winde N, NO, O, SO, S, SW, W, NW, d. i. Nord, Nordost, Ost, Südost, Süd, Südwest, West und Nordwest, indem man sie nach denjenigen Weltgegenden benennt, aus denen sie wehen. Zur genaueren Bezeichnung der Windrichtung bedient man sich auch einer

Eintheilung des Horizontes in 16 gleiche Theile, oder, nach dem Bergmann, in 24 Stunden, am genauesten aber der Eintheilung in Grade. Im Laufe eines Jahres kommen alle diese Windrichtungen vor, jedoch manche von ihnen

Fig. 418.



auf längere, manche auf kürzere Zeit. Für das mittlere und südliche Deutschland ist nach Coffin die mittlere Dauer der einzelnen Winde folgende:

N	NNO	NO	ONO	O	OSO	SO	SSO	S	SSW
23,5	2,9	35,1	3,1	41,7	3,9	30,1	2,5	23,9	3,0

SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Windstille
63,3	3,2	77,1	4,2	42,8	0,4	0,9

Tage im Jahre.

Nach den Zusammenstellungen von Kämtz wehen z. B. unter 1000 Tagen die in folgender Tabelle aufgezeichneten Winde:

Länder	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Deutschland . . .	84	98	119	87	97	186	198	131
England	82	111	99	81	111	225	171	120
Frankreich	126	140	84	76	117	192	155	110

Man ersieht hieraus, daß in den angeführten drei Ländern die Südwestwinde die vorherrschenden sind. Die Uebergänge dieser Windrichtungen in einander folgen meist nur in der Richtung S, SW, W u. s. w., selten findet die entgegengesetzte Winddrehung S, SO, O u. s. w. statt, wenigstens besteht diese meist nur in einem Zurückspringen um kleinere Winkel.

Die Windrichtung bestimmt man durch die sogenannte Wind- oder Wetterfahne. Dieses höchst einfache Instrument besteht in einer um eine verticale Axe drehbaren Blechfahne, welche natürlich durch den Windstoß gedreht wird, wenn die Richtung des Windes von ihrer Ebene abweicht, deshalb also durch ihre Richtung die Richtung des Windes bezeichnet. Um ihre Beweglichkeit zu erhöhen, muß man die Reibung an ihrer Axe möglichst herabzuziehen suchen, weshalb man denn auch durch Hinzufügung eines Gegengewichts auf der entgegengesetzten Seite der Umdrehungsaxe den Schwerpunkt der Fahne in die Umdrehungsaxe bringt, wodurch die sogenannten Wetterhähne entstanden sind.

Windgeschwindigkeit. Viel wichtiger als die Windrichtung ist §. 186. natürlich dem Windmüller die Windgeschwindigkeit, weil von dieser das Arbeitsquantum abhängt, welches er dem Winde durch das Windrad abgewinnen kann. Nach der Größe der Geschwindigkeit hat man folgende Winde:

Kaum wahrnehmbarer Wind mit 0,5 m.
Sehr schwacher Wind mit 1 m.
Schwacher Wind mit 2 m.
Lebhafter Wind mit 6 m.
Günstiger Wind für die Windmühlen mit 7 m Geschwindigkeit;

ferner:

Sehr lebhafter Wind mit 10 m.
Starker Wind mit 14 m.
Sehr starker Wind mit 20 m Geschwindigkeit.

Unter Sturm versteht man den heftigen Wind von 20 bis 28 m Geschwindigkeit, und Orkan ist ein Wind von 30 und mehr Meter Geschwindigkeit. Wind von 3 m Geschwindigkeit ist in der Regel nicht hinreichend, um ein belastetes Windrad im Umgang zu erhalten; steigt hingegen die Windgeschwindigkeit über 12 m, so läßt sich die Windkraft nicht mehr mit Vortheil zu gute machen, weil dann die Flügel eine zu große Geschwindigkeit annehmen würden. Stürme oder gar Orkane sind aber für die Windmühlen im höchsten Grade gefährlich, weil sie sehr oft das Abheben oder Umstürzen derselben herbeiführen.

Um die Windgeschwindigkeit zu ermitteln, wendet man Instrumente an, die man Anemometer oder Windmesser nennt. Obgleich man im Laufe der Zeit schon sehr viele solcher Instrumente vorgeschlagen und versucht hat, so sind doch nur wenige derselben hinreichend bequem und sicher im Gebrauche. Die meisten dieser Instrumente sind den Hydrometern (s. Thl. I) u. s. w. sehr ähnlich, ja es lassen sich sogar manche Hydrometer ohne Abänderung als Anemometer gebrauchen. Unmittelbar läßt sich die Geschwindigkeit des Windes durch leichte Körper angeben, welche man vom Winde fortführen läßt, z. B. durch Federn, Seifenblasen, Rauch, kleine Luftbälle u. s. w. Da die Windbewegung in der Regel nicht bloß progressiv, sondern auch drehend oder wirbelnd ist, so sind diese Mittel, wenigstens bei großen Geschwindigkeiten, oft nicht hinreichend. Am besten sind allerdings große Luftbälle, deren mittlere Dichtigkeit nicht sehr verschieden ist von der des Windes.

Die eigentlichen Anemometer lassen sich, wie die Hydrometer, in drei Classen bringen: entweder giebt man die Windgeschwindigkeit durch ein vom Winde bewegtes Rad an, oder man mißt dieselbe durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule, welche dem Windstoße das Gleichgewicht hält, oder man bestimmt dieselbe durch die Kraft, welche der Windstoß gegen eine ebene Fläche ausübt. Von diesen Apparaten möge nun noch das Nothwendigste abgehandelt werden.

Anmerkung. Ausführlich über Anemometer handelt Hülsse in dem ersten Bande der allgemeinen Maschinenencyklopädie. Ueber den Wind ist aber nachzulesen: Kämtz's Meteorologie und Gehler's physikalisches Wörterbuch, Bd. X, sowie im Lehrbuch der Meteorologie von E. E. Schmidt, Leipzig 1860.

§. 187. **Anemometer.** Der Woltmann'sche Flügel (s. Thl. I) läßt sich ebenso gut zur Ausmittelung der Windgeschwindigkeit als zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Wassers gebrauchen. Wird seine Umdrehungsaxe in die Windrichtung gebracht, was durch Hinzufügung einer Windfahne von selbst erfolgt, wenn man beide Instrumente an einer verticalen Umdrehungsaxe so befestigt, daß sie in eine Ebene fallen, so kann man die Anzahl n der

Umdrehungen beobachten, welche dieses Rad in Folge des Windstoßes in einer gewissen Zeit macht und es läßt sich nun, wie früher, die Geschwindigkeit setzen:

$$v = v_0 + \alpha n,$$

wo v_0 die Geschwindigkeit ist, bei welcher das Rad anfängt still zu stehen, α aber das Erfahrungsverhältniß $\frac{v - v_0}{n}$ bezeichnet. Wäre der Windstoß nicht verschieden vom Wasserstoße, und wüchsen beide genau proportional dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit, so würde

$$\alpha = \frac{v - v_0}{n}$$

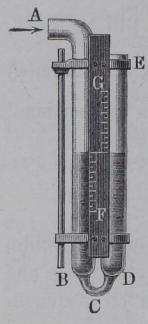
für Wasser und Wind zugleich gelten, da dies aber nur annähernd richtig ist, so können wir auch erwarten, daß die Coefficienten α für die Wind- und Wassergeschwindigkeit nur ungefähr gleich sind. Was dagegen die Anfangsgeschwindigkeit v_0 anlangt, so fällt diese beim Winde ungefähr $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal so groß aus als beim Wasser, weil die Dichtigkeit des Wassers circa 800mal so groß als die des Windes ist und daher der Druck einer Wassersäule nur durch denjenigen einer 800mal so hohen Luftsäule, sowie der Stoß des bewegten Wassers nur durch den Stoß eines $\sqrt{800} = 28{,}3$mal so schnell wehenden Windes ersetzt werden kann. Dieser große Werth der Constanten v_0 macht es zur Pflicht, den als Anemometer zu gebrauchenden Flügel möglichst leicht zu machen, ihn z. B., nach Combes, mit Flittergold zu überziehen, vorzüglich aber mit feinen Stahlaxen in Lagern von Edelsteinen umlaufen zu lassen.

Die Constanten v_0 und α bestimmt man zwar gewöhnlich durch Bewegung oder Umdrehung des Instrumentes in der ruhigen Luft, es ist indessen diese Methode nicht sicher, weil der Stoß einer bewegten Flüssigkeit nicht ganz derselbe ist, wie der Widerstand der ruhigen Flüssigkeit (s. Thl. I). Besser ist es jedenfalls, man sucht diese Constanten durch Beobachtungen in der bewegten Luft selbst zu bestimmen, indem man deren Geschwindigkeit durch leichte Körper (Luftbälle) ausmittelt. Auch kann man hierzu ein Cylindergebläse oder eine andere Kolbenmaschine gebrauchen, wenn man das Instrument in eine weite Röhre bringt, durch die der Wind mittelst des niedergehenden Kolbens ausgeblasen wird. Die Berechnungen der Constanten aus mehreren zusammengehörigen beobachteten Werthen von v und n sind wie in Thl. I zu führen.

Die Pitot'sche Röhre (s. Thl. I) läßt sich ebenfalls mit großer Bequemlichkeit als Anemometer gebrauchen, sie ist aber dann gewöhnlich unter dem Namen das „Lind'sche Anemometer" bekannt. Die specielle Einrichtung eines solchen Instrumentes ist aus Fig. 419 (a. f. S.) zu ersehen. §. 188.

AB und DE sind zwei aufrechtstehende etwa 10 mm weite mit Wasser anzufüllende Glasröhren, und BCD ist eine enge krumme Verbindungsröhre zwischen beiden von etwa nur 1 mm Weite, endlich ist FG eine Scala zur Abnahme der Wasserstände. Wird nun das Mundstück A dem Winde entgegengestellt, so drückt dessen Kraft die Wassersäule AB nieder und die in DE eben so viel empor, es läßt sich nun an der zwischenbefindlichen Scala der Niveauabstand h zwischen beiden ablesen und hieraus wieder die Geschwindigkeit v des Windes berechnen, indem man setzt:

Fig. 419.



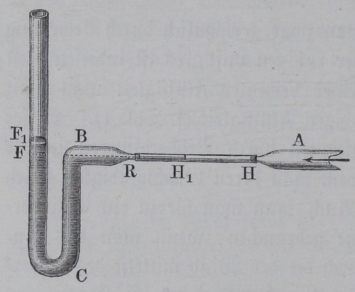
$$v = v_0 + \alpha \sqrt{h},$$

wobei v_0 und α Erfahrungsconstanten ausdrücken.

Dieses Instrument ist jedoch in seinem Gebrauche höchst eingeschränkt, da es mäßige Windgeschwindigkeiten durch sehr kleine Wassersäulen ausdrückt, welche sich nur mit sehr großer Unsicherheit ablesen lassen. Z. B. wird eine Windgeschwindigkeit von 6 m durch einen Anemometerstand h von circa 2 mm angegeben. Um diesem Uebelstande abzuhelfen und das Instrument auch bei mittleren Windgeschwindigkeiten gebrauchen zu können, sind von Robison und Wallaston folgende Verbesserungen angebracht worden.

Bei dem Anemometer von Robison ist eine enge horizontale Röhre HR, Fig. 420, zwischen dem Mundstücke A und dem aufrechtstehenden Röhrenschenkel BC eingesetzt, und man gießt vor dem Gebrauche so viel Wasser zu, daß der Wasserspiegel F mit HR in einerlei Niveau kommt und das Wasser zugleich die enge Röhre bis H anfüllt. Wird nun A dem Winde entgegengerichtet, so treibt derselbe das Wasser in der engen Röhre zurück und es erhebt sich über dem Niveau von HB eine dem Windstoße das Gleichgewicht haltende Wassersäule, deren Höhe FF_1 gemessen wird durch die Länge HH_1 der zurückgedrängten liegenden Wassersäule. Sind d und d_1 die Weiten und h und h_1 die Höhen der Wassersäulen FF_1 und HH_1, so hat man:

Fig. 420.



$$\frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi d_1^2}{4} h_1,$$

und daher:

$$h = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 h_1,$$

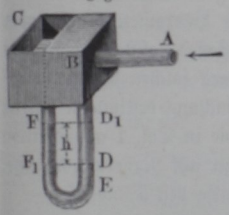
sowie:

$$h_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 h.$$

Es fällt also h_1 stets im Verhältnisse $\left(\frac{d}{d_1}\right)^2$ größer als h aus, und kann daher mit mehr Sicherheit beobachtet werden als h. Ist z. B. $\frac{d}{d_1} = 5$, so giebt die enge Röhre die Höhe FF_1 schon 25fach an.

Endlich läßt sich auch durch das in Fig. 421 abgebildete Differential-Anemometer von Wollaston die Geschwindigkeit des Windes mit erhöhter Genauigkeit messen. Dasselbe besteht aus zwei Gefäßen B und C und aus einer gebogenen Röhre DEF, welche die beiden Gefäße von unten mit einander in Verbindung setzt. Das eine dieser Gefäße ist oben verschlossen und hat ein Seitenmundstück A, welches dem Winde entgegengerichtet wird. Die Füllung des Instrumentes besteht aus Wasser und Oel; das erstere füllt jeden der beiden Schenkel ungefähr bis zur Hälfte, das letztere aber nimmt den übrigen Theil der Röhre ein und füllt auch beide Gefäße zum Theil an. Durch den Windstoß stellt sich das Wasser in dem einen Schenkel höher als in dem andern, und es wird die Kraft dieses Stoßes durch die Differenz der Drücke von der Wassersäule FF_1 und von der Oelsäule DD_1 das Gleichgewicht halten. Setzen wir die gemeinschaftliche Höhe dieser Flüssigkeitssäulen gleich h, und das specifische Gewicht des Oeles gleich ε, so haben wir in der letzten Formel statt h, $h\,(1 - \varepsilon)$ und daher

Fig. 421.



$$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1 - \varepsilon)\,h}$$

zu setzen. Z. B. wenn die obere Füllung aus Leinöl besteht, da für dasselbe $\varepsilon = 0{,}94$ ist:

$$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1 - 0{,}94)\,h} = v_0 + \alpha\sqrt{0{,}06\,.\,h} = v_0 + 0{,}245\,\alpha\sqrt{h}.$$

Es ist also dann $h = {}^{100}/_{6} = 16\,{}^{2}/_{3}$mal so groß als bei einer einfachen Wasserfüllung. Durch Mischung des Wassers mit Alkohol läßt sich die Dichtigkeit des Wassers der des Oeles noch näher bringen, und daher $1 - \varepsilon$ noch mehr herabziehen oder die abzulesende Niveaudifferenz und daher auch die Genauigkeit des Ablesens noch mehr vergrößern.

Auch hat man mehrere Anemometer vorgeschlagen und zu gebrauchen §. 189.
gesucht, welche dem Stromquadranten (s. Thl. I) ähnlich sind und mit

demselben einerlei Princip haben, jedoch hierbei die Kugeln durch dünne Scheiben ersetzt. Jedenfalls ist aber eine hohle Blechkugel noch besser als eine ebene Scheibe, weil der Windstoß gegen die Kugel bei allen Neigungen der Stange, woran dieselbe aufgehangen ist, derselbe bleibt, wogegen er sich bei der Scheibe mit der Neigung derselben ändert; während bei Anwendung einer Kugel die Formel

$$v = \psi \sqrt{tg\,\beta}$$

(wo β die Abweichung der Stange von der Verticalen bezeichnet) genügt, ist bei Anwendung einer Scheibe ein complicirterer Ausdruck zur Berechnung der Geschwindigkeit zu gebrauchen.

Endlich hat man auch die Windgeschwindigkeit durch den Stoß, welchen der Wind unmittelbar gegen eine ebene, ihm normal entgegengerichtete Fläche ausübt, zu messen gesucht, und dazu Anemometer angewendet, welche dem betreffenden in Thl. I abgebildeten und beschriebenen Hydrometer mehr oder weniger ähnlich sind. Wäre das Gesetz des Windstoßes vollständig bekannt und sicher begründet, so würde sich mit Hülfe eines solchen Anemometers die Geschwindigkeit des Windes ohne weitere Untersuchung bestimmen lassen; allein dies ist nicht der Fall, es führen vielmehr die in Thl. I aufgestellten Formeln und der daselbst angegebene Coefficient nur auf Näherungswerthe. Behalten wir dieselben indessen hier bei, setzen wir also den Windstoß

$$P = \xi \frac{v^2}{2g} F\gamma, = 1{,}86 \frac{v^2}{2g} F\gamma,$$

oder mit $\frac{1}{2g} = 0{,}051$:

$$P = 0{,}09486\, v^2 F\gamma.$$

Setzt man hierein noch das specifische Gewicht der Luft $\gamma = 1{,}294$ kg, so erhält man

$$P = 0{,}1227\, v^2 F,$$

also für einen Inhalt der gestoßenen Fläche gleich 1 qm

$$P = 0{,}1227\, v^2 \text{ kg},$$

sowie umgekehrt die Windgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{P}{0{,}1227}} = 2{,}855 \sqrt{P} \text{ Meter}.$$

Hiernach ist die folgende Tabelle berechnet:

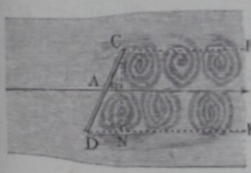
Windgeschwindigkeit $v =$	3	4	5	6	8	10	12	14	15 m
Windstoß für 1 qm $P =$	1,104	1,963	3,068	4,417	7,853	12,27	17,67	24,05	27,61 kg

Durch Multiplication mit dem Inhalte der gestoßenen Fläche läßt sich hiernach der Normalstoß des Windes gegen jede ebene Fläche leicht berechnen.

Grösse des Windstosses. Wir haben nun die Größe und Leistung des Windstoßes bei den Flügelrädern der Windmühlen näher zu ermitteln. Denken wir uns in dieser Absicht die ganze Flügelfläche durch Normalebenen auf der Flügel- oder Ruthenaxe in lauter schmale Theile oder Elemente zerschnitten und stelle CD, Fig. 422, ein solches Element vor. Wegen der bedeutenden Größe und zumal wegen der großen Länge einer Flügelfläche können wir annehmen, daß alle in der Richtung AH ankommenden Windelemente der gegen die Fläche CD anrückenden Windsäule durch den Stoß in entgegengesetzten Richtungen parallel zu CD abgelenkt werden, und deshalb auch von den entsprechenden Formeln in Thl. I Gebrauch machen. Bezeichnet c die Windgeschwindigkeit und v die Flügelgeschwindigkeit, sowie Q das Windquantum, welches pr. Secunde gegen CD anstößt, ferner γ die Dichtigkeit des Windes und α den Winkel CAH, welchen die Windrichtung mit CD einschließt, so haben wir unter der Voraussetzung, daß die Fläche CD in der Richtung des Windes ausweicht, nach Thl. I, den Normalstoß des Windes gegen CD:

§. 190.

Fig. 422.



$$N = \frac{c - v}{g} \sin\alpha Q\gamma.$$

Das zum Stoße gelangende Windquantum Q ist hier, wo der Querschnitt $CN = G$ des Stromes die ganze Stoßfläche einnimmt, nicht gleich Gc, sondern nur $G(c - v)$ zu setzen, da die mit der Geschwindigkeit v ausweichende Fläche pr. Secunde einen Raum Gv hinter sich offen läßt, der vom nachfolgenden Windquantum Gc den Theil Gv aufnimmt, ohne eine Richtungsveränderung desselben zu veranlassen. Es ist daher der Normalstoß auch zu setzen:

$$N = \frac{c - v}{g} \sin\alpha\,(c - v)\,G\gamma = \frac{(c - v)^2}{g} \sin\alpha G\gamma,$$

oder, wenn F den Inhalt des Elementes CD bezeichnet und $G = F \sin\alpha$ eingeführt wird,

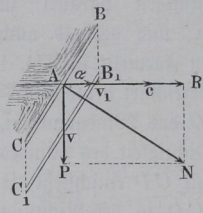
$$N = \frac{(c-v)^2}{g} \sin^2\alpha F\gamma.$$

Außer diesem Stoße gegen die Vorderfläche von CD findet noch eine Wirkung an der Hinterfläche von CD statt, da ein Theil des in den Richtungen CE und DF an dem Umfange der Fläche vorbeigehenden Windes zur Ausfüllung des Raumes hinter CD eine wirbelnde Bewegung annimmt, und dabei den der relativen Geschwindigkeit $(c-v)\sin\alpha$ entsprechenden Druck $\frac{(c-v)^2}{2g} \sin\alpha^2 F\gamma$ verliert. Wenn man beide Wirkungen vereinigt, so bekommt man zuletzt die vollständige Normalkraft des Windes gegen das Flügelelement F:

$$N = \frac{(c-v)^2}{g} \sin^2\alpha F\gamma + \frac{(c-v)^2}{2g} \sin^2\alpha F\gamma = 3\frac{(c-v)^2}{2g} \sin^2\alpha F\gamma.$$

§. 191. **Vortheilhafteste Stosswinkel.** Bei Anwendung dieser Formel auf die Windräder haben wir zu berücksichtigen, daß der Windflügel BC, Fig. 423, nicht in der Richtung AR des Windes, sondern in einer Richtung AP rechtwinkelig darauf umläuft, es ist daher auch in der Formel

Fig. 423.



$$N = 3\frac{(c-v)^2}{2g} \sin^2\alpha F\gamma$$

für den Normalstoß statt v die Geschwindigkeit $Av_1 = v_1$ einzusetzen, mit welcher der Flügel in Hinsicht auf die Windrichtung ausweicht. Bezeichnet hier v die wirkliche Umdrehungsgeschwindigkeit Av, so haben wir für $Av_1 = v_1 = v\,\mathrm{cotg}\,Av_1 v = v\,\mathrm{cotg}\,\alpha$ und daher für den vorliegenden Fall:

$$N = 3\frac{(c - v\,\mathrm{cotg}\,\alpha)^2}{2g} \sin^2\alpha F\gamma$$

oder

$$N = 3\frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g} F\gamma.$$

Diesen Normalstoß zerlegt man in zwei Seitenkräfte P und R, eine in der Umdrehungs- und die andere in der Axenrichtung des Flügelelementes wirkend, und es ist

$$P = N\cos\alpha = 3\frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g} \cos\alpha F\gamma,$$

dagegen

$$R = N \sin\alpha = 3\,\frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g}\,\sin\alpha F\gamma.$$

Durch Multiplication mit der Umdrehungsgeschwindigkeit v folgt aus der Formel für P die mechanische Leistung des Windrades:

$$L = Pv = 3\,\frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g}\,v\cos\alpha F\gamma;$$

was dagegen die Axen- oder sogenannte Parallelkraft R anlangt, so verrichtet dieselbe keine Arbeit, sondern sie sucht das Rad fortzuschieben, drückt deshalb die Grundfläche seines hintern Zapfens gegen das Widerlager und giebt durch die hieraus entspringende Reibung zu einem besondern Arbeitsverluste Veranlassung.

Die Formel für L zeigt, daß die Leistung zu Null wird für $\cos\alpha = 0$, oder $\alpha = 90^0$, womit ausgesprochen ist, daß die Flügelflächen schräg gegen die Windrichtung gestellt werden müssen. Ebenso wird die Leistung zu Null für $c\sin\alpha = v\cos\alpha$, d. h. wenn die zur Flügelfläche senkrechten Componenten der Windgeschwindigkeit c und der Flügelgeschwindigkeit v, welche sich bei rechtwinkeliger Zerlegung ergeben, von gleicher Größe sind. Um für eine gewisse Windgeschwindigkeit c und eine ebenfalls festgesetzte Flügelgeschwindigkeit v, d. h. also für ein gewisses Verhältniß $\frac{v}{c}$ den vortheilhaftesten Winkel α zu finden, hat man den Differentialquotienten $\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$ zu setzen. Durch Ausführung dieser Rechnung erhält man:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{3}{2g}\,[v\cos\alpha\,.\,2\,(c\sin\alpha - v\cos\alpha)\,(c\cos\alpha + v\sin\alpha) - (c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\,v\sin\alpha] = 0$$

oder, durch $\frac{3v}{2g}\,(c\sin\alpha - v\cos\alpha)$ dividirt,

$$2c\cos^2\alpha + 2v\cos\alpha\sin\alpha - c\sin^2\alpha + v\cos\alpha\sin\alpha = 0.$$

Diese Gleichung giebt, nach Division mit $\cos^2\alpha$,

$$2c + 2v\,tg\,\alpha - c\,tg^2\alpha + v\,tg\,\alpha = 0$$

oder

$$tg^2\alpha - \frac{3v}{c}\,tg\,\alpha = 2,$$

woraus

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}$$

folgt. Unter diesem Winkel hat man daher den Flügel gegen die Wind-

richtung zu neigen, um bei einem gewissen Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Geschwindigkeiten die größte Leistung zu erreichen.

Da bei einem und demselben Flügel die entfernteren Elemente eine größere Geschwindigkeit besitzen, als die der Umdrehungsaxe näherstehenden, so folgt hieraus, daß den entfernteren Flügeltheilen ein größerer Stoßwinkel zu ertheilen ist, als den näheren, um eine möglichst große Leistung zu erhalten. Es sind also die Flügel nicht eben, sondern windschief und zwar so herzustellen, daß die äußeren Theile weniger als die inneren von der Umdrehungsebene abweichen.

Anmerkung. Die vortheilhaftesten Stoßwinkel eines Flügels lassen sich auch leicht durch folgende Construction finden. Man nehme CB, Fig. 424, gleich 1, setze rechtwinkelig darauf: $CA = \sqrt{2}$ gleich der Diagonale eines Quadrates über CB, und ziehe AB. Dann ist

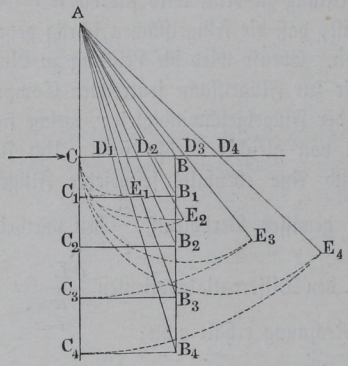
$$tg\, ABC = \sqrt{2},$$

und daher

$$\angle\, ABC = 54^0\, 44'\, 8'',$$

d. i. der Stoßwinkel der ganz nahe an der Umdrehungsaxe liegenden Flügelelemente. Setzen wir nun in $y = \frac{3\,\omega x}{2\,c}$ für c die Wind-, sowie für ω die Winkelgeschwindigkeit und für x nach und nach die Entfernungen der Flügelsprossen von der Umdrehungsaxe ein, und tragen wir die so erhaltenen Werthe von y als CD_1, CD_2, CD_3 u. s. w. auf die CB von C aus auf; ziehen wir ferner die Hypotenusen AD_1, AD_2, AD_3 u. s. w. und verlängern wir dieselben so, daß $D_1E_1 = CD_1$, $D_2E_2 = CD_2$, $D_3E_3 = CD_3$ u. s. w. wird; legen wir endlich AE_1, AE_2, AE_3 u. s. w. auf die Richtung von AC als AC_1, AC_2, AC_3 u. s. w. auf, errichten in C_1, C_2, C_3 u. s. w. die Perpendikel C_1B_1, C_2B_2, C_3B_3 u. s. w. $= CB = 1$, und ziehen AB_1, AB_2, AB_3 u. s. w., so erhalten wir in AB_1C_1, AB_2C_2, AB_3C_3 u. s. w. die gesuchten Stoßwinkel, denn es ist:

Fig. 424.



$$tg\, AB_1C_1 = \frac{AC_1}{B_1C_1} = \frac{AE_1}{1} = D_1E_1 + AD_1 = y_1 + \sqrt{y_1^2 + 2},$$

$$tg\, AB_2C_2 = \frac{AC_2}{B_2C_2} = \frac{AE_2}{1} = D_2E_2 + AD_2 = y_2 + \sqrt{y_2^2 + 2}, \text{ ꝛc.}$$

§. 192. **Leistung der Windräder.** Die Formel für den zweckmäßigsten Stoßwinkel läßt sich auch umkehren, um die einer gegebenen Flügelstellung (α) entsprechende vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit zu finden. Es ist hiernach:

$$tg^2\alpha - \frac{3v}{c}\,tg\alpha = 2,$$

und daher sehr einfach:

$$v = \frac{tg^2\alpha - 2}{tg\alpha}\,\frac{c}{3} = (tg\alpha - 2\,cotg\alpha)\,\frac{c}{3}.$$

Setzt man diesen Werth in die Leistungsformel ein, so bekommt man:

$$L = \frac{3}{2g}\left[c\sin\alpha - (tg\alpha - 2\,cotg\alpha)\frac{c}{3}\cos\alpha\right]^2 (tg\alpha - 2\,cotg\alpha)\frac{c}{3}\cos\alpha F\gamma$$

$$= \frac{c^3}{2g}F\gamma\left(\sin\alpha - \frac{\sin\alpha}{3} + \frac{2\cos^2\alpha}{3\sin\alpha}\right)^2\left(\sin\alpha - \frac{2\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

$$= \frac{4}{9}\,\frac{c^3}{2g}F\gamma\,\frac{3\sin^2\alpha - 2}{\sin^3\alpha}.$$

Die theoretische Leistung eines Windrades läßt sich hiernach für jede gegebene Wind- und Umdrehungsgeschwindigkeit berechnen. Aus der gegebenen Umdrehungszahl n pr. Minute folgt zunächst die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{\pi n}{30} = 0{,}1047\,n$. Theilt man nun die ganze Windruthenlänge in sieben gleiche Theile, und läßt man, wie gewöhnlich, den Flügel im ersten Theilpunkte anfangen, so daß seine eigentliche Länge $^6/_7\,l$ ausfällt, so kann man nun sehr leicht mit Hülfe der Formel

$$tg\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}$$

die jedem der sieben Theilpunkte des Flügels entsprechenden vortheilhaftesten Stoßwinkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ berechnen, indem man nach und nach

$$v_1 = \omega\,\frac{l}{7},\quad v_2 = \omega\,\frac{2l}{7},\quad v_3 = \omega\,\frac{3l}{7}\cdots \text{ bis } v_7 = \omega\,\frac{7l}{7}$$

oder ωl einführt.

Sind nun noch $b_1, b_2, b_3 \ldots b_7$ die durch diese Theilpunkte zu legenden Flügelbreiten, so können wir mit Hülfe der Simpson'schen Regel aus

$$\frac{3\sin^2\alpha_1 - 2}{\sin^3\alpha_1}\,b_1,\quad \frac{3\sin^2\alpha_2 - 2}{\sin^3\alpha_2}\,b_2,\quad \frac{3\sin^2\alpha_3 - 2}{\sin^3\alpha_3}\,b_3 \text{ u. s. w.}$$

einen Mittelwerth k berechnen und bekommen daher mit Hülfe desselben die ganze Flügelleistung:

$$L = {}^4/_9\,k\gamma\,.\,{}^6/_7\,l\,\frac{c^3}{2g},$$

oder allgemeiner, wenn l_1 die eigentliche Flügellänge bezeichnet:

$$L = {}^4/_9\,\gamma k l_1\,\frac{c^3}{2g}.$$

Wäre der Flügel eben, hätte er also an allen Stellen einen und denselben

Stoßwinkel α, so würde man mittelst $v_1 = \frac{\omega l}{7}$, $v_2 = \omega \frac{2l}{7}$ u. s. w. zunächst die entsprechenden Werthe

$$\left(\sin\alpha - \frac{v_1}{c}\cos\alpha\right)^2 \frac{v_1}{c}\cos\alpha \,.\, b_1,$$

$$\left(\sin\alpha - \frac{v_2}{c}\cos\alpha\right)^2 \frac{v_2}{c}\cos\alpha \,.\, b_2 \text{ u. s. w.}$$

zu berechnen, aus diesen wieder durch Anwendung der Simpson'schen Regel den Mittelwerth k_1 zu ermitteln und denselben zuletzt in die Formel

$$L = 3\gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g}$$

einzusetzen haben.

Ist z die Anzahl der Flügel, so hat man schießlich den letzten Werth noch hiermit zu multipliciren, um die ganze theoretische Radleistung zu erhalten, also

$$L = 3z\gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g}$$

zu setzen.

Beispiel 1. Welche Stoßwinkel erfordert ein Flügelrad bei 7 m Windgeschwindigkeit, wenn dasselbe aus 4 Flügeln mit 8,4 m langen Ruthen besteht, und die Bedeckung in 1,2 m Abstand zu 2 m und am äußern Ende zu 3 m Breite angenommen wird, und wenn eine Umdrehungszahl gleich 18 in jeder Minute vorausgesetzt wird? Wie groß ist ferner die theoretische Leistung dieses Rades?

Zunächst ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0{,}1047 \,.\, 18 = 1{,}885$ m und damit berechnen sich für die Theilpunkte der in 7 gleiche Theile getheilten Ruthenlänge $l = 8{,}4$ m die Werthe der folgenden Tabelle:

	$c = 7$ m; $\omega = 1{,}885$ m						
Axenabstand $r =$ . .	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4 m
Umfangsgeschwindigkeit $v = r\omega =$ . . .	2,262	4,524	6,786	9,048	11,310	13,572	15,834 m
$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c}$							
$+\sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2} =$	1,9797	2,6840	3,4826	4,3387	5,2296	6,1422	7,0689
$\alpha =$	63° 12′	69° 34′	73° 59′	77° 1′	79° 10′	80° 45′	81° 57′
$\frac{3\sin^2\alpha - 2}{\sin^3\alpha} =$ . .	0,5487	0,7708	0,8689	0,9157	0,9436	0,9594	0,9696
Flügelbreite $b =$ . .	2	2,167	2,333	2,50	2,667	2,833	3,00 m
$\frac{3\sin^2\alpha - 2}{\sin^3\alpha}\, b =$.	1,0974	1,6701	2,0274	2,2893	2,5161	2,7184	2,9087

Aus den Producten der letzten Zeile folgt nun der Mittelwerth:

$$k = \frac{1{,}097 + 2{,}909 + 4\,(1{,}670 + 2{,}289 + 2{,}718) + 2\,(2{,}027 + 2{,}516)}{18}$$

$$= \frac{39{,}800}{18} = 2{,}211,$$

und führt man noch $\gamma = 1{,}294$ kg, $\frac{6}{7}\,l = 7{,}2$ m, sowie $\frac{c^3}{2g} = 0{,}051 \,.\, 7^3 = 17{,}493$ ein, so erhält man die Leistung dieses Windrades:

$$L = 4 \cdot \frac{4}{9} \cdot 1{,}294 \,.\, 2{,}211 \,.\, 7{,}2 \,.\, 17{,}493 = 640{,}6 \text{ mkg} = 8{,}54 \text{ Pferdekraft.}$$

2. Welche Leistung ist von einem Windrade zu erwarten, welches aus vier ebenen Flügeln besteht und bei dem Stoßwinkel von 75° die übrigen Dimensionen und Verhältnisse mit dem Rade des vorigen Beispiels gemein hat?

Man hat hier

	$\alpha = 75^0$						
Axenabstand $r =$	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4 m
Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} =$	0,323	0,646	0,969	1,293	1,616	1,939	2,262
$\sin\alpha - \frac{v}{c}\cos\alpha =$	0,8823	0,7987	0,7151	0,6313	0,5477	0,4641	0,3805
Flügelbreite $b =$	2	2,167	2,333	2,50	2,667	2,833	3,0 m
$\left(\sin\alpha - \frac{v}{c}\cos\alpha\right)^2 \frac{v}{c}\cos\alpha \,.\, b =$	0,1332	0,2316	0,2992	0,3334	0,3345	0,3063	0,2543

Aus den letzten Producten ergiebt sich mittelst der Simpson'schen Regel der Mittelwerth:

$$k_1 = \frac{1}{18}[0{,}1332 + 0{,}2543 + 4\,(0{,}2316 + 0{,}3334 + 0{,}3063) + 2\,(0{,}2992 + 0{,}3345)]$$

$$= \frac{5{,}1400}{18} = 0{,}2855$$

und hiermit folgt die gesuchte Leistung:

$$L = 3 \,.\, 4 \,.\, 1{,}294 \,.\, 0{,}2855 \,.\, 7{,}2 \,.\, 17{,}493 = 558{,}4 \text{ mkg} = 7{,}45 \text{ Pferdekraft,}$$

wogegen das Rad mit windschiefen Flügeln 8,54 Pferdekraft verspricht.

Reibungsverlust der Windräder. Einen bedeutenden Theil des Arbeitsvermögens, welches ein Flügelrad dem Winde abgewinnt, geht durch die Reibung am Halse des Rades verloren, zumal wenn, wie gewöhnlich, dieser sehr stark ist. Wir können annehmen, daß das ganze Gewicht des Flügelrades im Halse unterstützt sei und den Druck am hinteren Zapfen ganz unberücksichtigt lassen; wenn nun auch dadurch eine etwas zu große Reibung gefunden wird, so wird diese Ungenauigkeit durch Außerachtlassung §. 193.

der Reibung an der Basis des hintern Zapfens, welche aus dem Windstoße in axialer Richtung entspringt, ungefähr wieder ausgeglichen. Da der hintere Zapfen viel schwächer ist, als der Hals- oder vordere Zapfen, so wird diese Vereinfachung um so eher erlaubt sein. Dies vorausgesetzt, erhalten wir nun aus dem Gewichte G des ganzen Flügelrades die entsprechende Reibung $F = \varphi G$, und ist nun noch r der Halbmesser des Halses, also ωr die Geschwindigkeit der Reibung, so folgt die Arbeit der letztern:

$$F\omega r = \varphi G \omega r = 0{,}1047\, n \varphi G r = \varphi G \frac{r}{l} v,$$

wenn v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet.

Dies vorausgesetzt, können wir nun die effective Leistung eines Windrades mit ebenen Flügeln setzen:

$$L = 3 z \gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v,$$

und die eines solchen Rades mit windschiefen Flügeln:

$$L = {}^4/_9\, z \gamma k l_1 \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v.$$

Aus der oben gefundenen Formel für die theoretische Leistung des Flügelelementes F:

$$L = 3 \frac{(c \sin\alpha - v \cos\alpha)^2}{2g} v \cos\alpha F \gamma$$

ersieht man leicht durch Differentiation, daß dieser Werth ein Maximum wird, wenn

$$v = \frac{c \operatorname{tg}\alpha}{3},$$

d. h. wenn

$$v \cos\alpha = \frac{c \sin\alpha}{3}$$

angenommen wird. Mit diesem Werthe ergiebt sich die theoretische Leistung daher zu

$$L = 3 \frac{4}{27} \frac{c^3 \sin^3\alpha}{2g} F\gamma.$$

Hieraus würde folgen, daß man die größte Leistung für $\alpha = 90^0$ erlangen würde. Da aber diese Annahme gemäß $v = \frac{c \operatorname{tg}\alpha}{3} = \infty$ ausfallen würde, so läßt sich derselben in Wirklichkeit nicht Genüge leisten. Man darf daher wohl bei einer großen Umdrehungszahl eine große theoretische Nutzleistung erwarten, indessen ist auch dabei zu berücksichtigen, daß mit einer großen Umdrehungsgeschwindigkeit der Flügel auch eine Vergrößerung der schädlichen Nebenhindernisse, besonders der Halsreibung sich einstellt.

Man wird daher in gegebenen Fällen besonders zu untersuchen haben, bei welcher Umdrehungszahl die effective Leistung nach Abzug der Reibungswiderstände ihren größten Werth annimmt, was am einfachsten dadurch geschehen kann, daß man für eine Reihe von Umdrehungszahlen diese Leistungen berechnet, und aus diesen die größte herausnimmt oder durch Interpolation ermittelt.

Anmerkung. Daß der Werth $L = 3\,\frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g}\,v\cos\alpha\,F\gamma$ für $v\cos\alpha = \frac{1}{3}\,c\sin\alpha$ ein Maximum wird, ergiebt sich durch Differentiation. Setzt man zu dem Ende der Kürze halber $c\sin\alpha = x$ und $v\cos\alpha = y$, so erhält man für den Ausdruck

$$(x-y)^2 y = x^2 y - 2xy^2 + y^3$$

die Bedingung des Maximums, wenn man unter Annahme eines constanten x den Differentialquotienten nach y gleich Null setzt. Dies giebt

$$x^2 - 4xy + 3y^2 = 0,$$

woraus

$$y = \frac{2}{3}\,x \pm \sqrt{\frac{4}{9}\,x^2 - \frac{x^2}{3}} = x^2$$

und $\frac{1}{3}\,x$ folgt. Der erste Werth giebt mit $c\sin\alpha = v\cos\alpha$ die Leistung $L = 0$, während der zweite Werth $y = \frac{1}{3}\,x$, d. h. $v\cos\alpha = \frac{1}{3}\,c\sin\alpha$ dem Maximum angehört.

Beispiel. Wenn die armirte Flügelwelle des in den Beispielen des vorigen Paragraphen betrachteten Rades 4000 kg wiegt, ferner der Halbmesser 120 mm mißt und der Reibungscoefficient zu $\varphi = 0{,}10$ angenommen wird, so hat man die durch die Halsreibung aufgezehrte Arbeit pro Secunde:

$$L_1 = 0{,}10\,.\,4000\,\omega r = 400\,.\,1{,}885\,.\,0{,}12 = 90{,}5 \text{ mkg} = 1{,}2 \text{ Pferdekraft.}$$

Es bleibt also bei dem Rade mit windschiefen Flügeln die Nutzleistung

$$L = 640{,}6 - 90{,}5 = 550{,}1 \text{ mkg} = 7{,}33 \text{ Pferdekraft}$$

oder ungefähr 86 Procent übrig. Bei Anwendung hölzerner Wellen sind aber die Hälse etwa doppelt so stark, so daß daher auch der Arbeitsbetrag der Reibung doppelt so groß ausfällt, die Nutzleistung daher zu nur etwa 70 Procent der theoretischen zu veranschlagen ist.

Erfahrungen über Windräder. Sichere, namentlich zur Prüfung der Theorie vollkommen genügende Beobachtungen sind an Windmühlen bis jetzt noch gar nicht gemacht worden; es fehlt zwar nicht an Angaben über die Leistungen verschiedener Windmühlen, allein dieselben sind meist zur Beurtheilung des Wirkungsgrades dieser Maschinen nicht hinreichend, da sie die Windgeschwindigkeit entweder ganz unbestimmt lassen oder dieselbe nicht mit hinreichender Genauigkeit ausdrücken. Am vollständigsten sind noch die Angaben von Coulomb und Smeaton; neuere Beobachtungen ähnlicher Art fehlen aber ganz. Coulomb stellte seine Beobachtungen an einer der §. 194.

vielen Windmühlen in der Umgebung von Lille an; es lassen sich aber aus denselben ziemlich sichere Folgerungen ziehen, weil diese Mühle ein zum Auspressen des Rübsamenöles dienendes Pochwerk in Bewegung setzte, dessen Nutzleistung sich sehr leicht berechnen läßt. Die vier Radflügel dieser Mühle waren nach holländischer Art, windschief, mit den Stoßwinkeln von $63^3/_4{}^0$ bis $81^1/_4{}^0$, und jeder von ihnen hatte ungefähr $2 . 10 = 20$ qm Inhalt. Die Versuche wurden bei Windgeschwindigkeiten von 2,27 bis 9,1 m und bei Umfangsgeschwindigkeiten von 7 bis 22 m angestellt, und stimmten nach den Berechnungen von Coriolis (s. dessen Calcul de l'effet des machines) im Mittel ziemlich mit der oben entwickelten Theorie, nach welcher der Windstoß normal gegen ein Flügelelement F:

$$N = 3 \frac{(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2}{2g} F\gamma$$

ist, überein. Es ist übrigens leicht ersichtlich, daß bei den besseren Constructionen mit windschiefen Flügeln der Mittelwerth von $\frac{3 \sin^2 \alpha - 2}{\sin^3 \alpha}$ nicht bedeutend abweichen wird von demjenigen, welcher sich aus den im ersten Beispiele des §. 192 berechneten Werthen ergiebt. Danach bestimmt sich dieser Mittelwerth zu 0,874. Führt man denselben in die allgemeine Formel ein, so erhält man den einfachen Ausdruck für die Leistung eines Windrades mit z Flügeln von je F qm Fläche:

$$L = \frac{4}{9} \cdot 0{,}874 . 1{,}294 z F \frac{c^3}{2g} = 0{,}0256 z F c^3 \text{ mkg.}$$

Das Mittel aus den Coulomb'schen Beobachtungen giebt in guter Uebereinstimmung mit dem vorstehenden Rechnungsresultate

$$L = 0{,}026 z F c^3 \text{ mkg.}$$

Diese Formeln geben jedoch nur dann genügende Resultate, wenn die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades die vortheilhafteste, nämlich circa 2,5 mal so groß als die Windgeschwindigkeit c ist.

Beispiel. Wenn ein Windrad bei einer Windgeschwindigkeit von $c = 6$ m eine Leistung von 4 Pferdekräften geben soll, welche Flügelflächen muß dasselbe erhalten?

Nach der letzten Formel

$$L = 0{,}0256 z F c^3$$

erhält man bei 4 Flügeln die Fläche F jedes derselben zu

$$F = \frac{4 . 75}{0{,}0256 . 4 . 216} = 13{,}563 \text{ qm.}$$

Macht man die Länge l_1 des Flügels gleich der fünffachen mittlern Breite b, so hat man hiernach $5 b^2 = 13{,}563$, woraus $b = \sqrt{2{,}7126} = 1{,}647$ m und $l_1 = 5 . 1{,}647 = 8{,}235$ m folgt.

Smeaton's Regeln. Smeaton hat sehr ausführliche Versuche über Windräder im Kleinen angestellt. Sein Versuchsrad hatte Arme von 21 Zoll engl. (0,543 m) Länge mit Flügeln von 18 Zoll (0,457 m) Länge und 5,6 Zoll (0,143 m) Breite. Er ließ dieses Rad nicht durch den Wind in Umdrehung setzen, sondern er bewegte dasselbe in der ruhigen Luft im Kreise herum, weshalb er denn nicht den Windstoß, sondern den Widerstand der Luft gegen das Rad beobachtet hat, wodurch allerdings die Resultate seiner Beobachtungen bedeutend an Werth verlieren Die Bewegung des Rades gegen den Wind erfolgte durch eine stehende Welle mit einem $5^1/_2$ Fuß (1,67 m) langen Querarme, an dessen Ende die Lager des Rades befestigt waren; diese Welle aber erhielt ihre Bewegung durch den Beobachter selbst, und zwar mit Hülfe einer Schnur, welche, wie bei einem Kreisel, vor jedem Versuche auf den stärkern Theil dieser Welle aufgewickelt wurde. Um den Windstoß oder vielmehr den Widerstand der Luft zu messen, wurde unmittelbar über der stehenden Welle eine Wagschale mit Gewichten an einer sehr feinen Schnur aufgehangen, und das andere Ende dieser Schnur um die Flügelwelle gelegt, so daß sich bei Umdrehung dieser Welle die Schnur auf sie aufwickelte und das Gewicht am ersten Ende dieser Schnur emporhob. Was nun die Ergebnisse dieser Versuche anlangt, so stimmen sie in qualitativer Hinsicht sehr gut mit der Theorie überein, namentlich weisen sie sehr bestimmt nach, daß die windschiefen Flügel mehr Wirkung haben als die ebenen, und daß die durch die Theorie gefundenen Stoßwinkel wirklich die vortheilhaftesten sind. Während wir im obigen Beispiel zu §. 192 von innen nach außen gegangen und, gleichen Abständen entsprechend, die sieben Stoßwinkel

$$63^0\,12'; \; 69^0\,34'; \; 73^0\,59'; \; 77^0\,1'; \; 79^0\,10'; \; 80^0\,45' \text{ und } 81^0\,57'$$

gefunden haben, ergaben sich bei den Versuchen von Smeaton folgende sechs Stoßwinkel als sehr vortheilhaft:

$$72^0; \; 71^0; \; 72^0; \; 74^0; \; 77^1/_2{}^0; \; 83^0;$$

im Mittel also wenig verschieden von den ersteren. Uebrigens bemerkt Smeaton selbst, daß eine Abweichung von 2^0 im Stoßwinkel keinen bedeutenden Einfluß auf die Leistung des Rades habe.

§. 195.

Zuletzt zieht Smeaton aus seinen bei 1,32 bis 2,51 m Wind- oder vielmehr Radarengeschwindigkeit angestellten Versuchen folgende, mit der Theorie in sehr guter Uebereinstimmung stehende Folgerungen.

Bei einem zweckmäßig besegelten Flügelrade steht die größte Umfangsgeschwindigkeit mit der vortheilhaftesten Umfangsgeschwindigkeit im Verhältnisse wie 3 : 2, und dagegen die größte Last zur vortheilhaftesten Last im Verhältnisse wie 6 : 5. Uebrigens aber ist die größte Umfangsgeschwindigkeit, d. i. die beim leeren Gange, circa 4mal, und daher die beim vortheilhaftesten Gange, $^2/_3 . 4 = {}^8/_3$mal so groß wie die Windgeschwindigkeit. Ferner

wächst beim vortheilhaftesten, d. h. die größte Nutzleistung gebenden Gange die Belastung beinahe wie das Quadrat, und die Leistung beinahe wie der Cubus der Windgeschwindigkeit. Wenigstens gab die doppelte Windgeschwindigkeit die 3,75fache Belastung und die 7,02fache Nutzleistung. Manche andere Regeln, welche Smeaton noch aus seinen Versuchen zieht, sind mit der Theorie im Einklange und lassen sich ebenso gut aus dieser ableiten, weswegen es nicht nöthig ist, hier weiter darauf einzugehen.

Nach diesen Versuchen ist übrigens die Wirkung des Windes bei den Flügelrädern noch größer als sie die Theorie giebt und als die Coulomb'schen Versuche geben.

Schlußanmerkung. Die vollständigste Theorie der Windräder findet man in des Verfassers Handbuch der Bergmaschinenmechanik und in Coriolis' Traité du calcul de l'effet des machines. In den meisten Lehrbüchern über Mechanik werden die Windräder ganz kurz abgehandelt oder wohl gar unbeachtet gelassen. Die Versuche Smeaton's sind in den Philosophical Transactions, Jahrgänge 1759 bis 1776, beschrieben, gesammelt und ins Französische übersetzt aber von Girard, und zwar unter dem Titel „Recherches expérimentales sur l'eau et le vent. Paris 1827". Auszüge davon findet man fast in allen englischen Werken, namentlich auch in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain. Coulomb's Versuche sind in dem bekannten Werke: Théorie des machines simples, par Coulomb, beschrieben. Eine Bockwindmühle, genau gezeichnet und ausführlich beschrieben, findet man in Hoffmann's Sammlung der gebräuchlichsten Maschinen, Heft I, Berlin 1833. Siehe auch Schwahn's Lehrbuch der prakt. Mühlenbaukunde und auch Band 8 der Publication industrielle etc. par Armengaud, Paris 1853.

Eine ziemlich vollständige Abhandlung über Windmühlen von A. Burg enthält Bd. 8 (1826) der Jahrbücher des polytechn. Instituts in Wien. Ebenso Rühlmann's Allgemeine Maschinenlehre Bd. I.

Ueber den Windstoß handelt schon Mariotte in seinen Grundlehren der Hydrostatik und Hydraulik; nach ihm ist der Windstoß

$$P = 1{,}73\,\frac{c^2}{2g}\,F\gamma.$$

Nächstdem auch Borda in den Mémoires de l'Académie de Paris, 1763; ferner Rouse (s. das oben citirte Werk von Smeaton), dann noch Hutton und Woltmann. Die letzteren Autoren finden P viel kleiner, als Mariotte u. s. w., weil sie nicht den Windstoß, sondern den Widerstand der Luft gemessen haben. Sicherlich ist daher auch der von Woltmann gefundene Coefficient $\zeta = 4/3$, also die Kraft

$$P = 4/3\,\frac{c^2}{2g}\,F\gamma$$

zu klein, weil er die Constante seines Flügels nicht direct bestimmt hat (s. dessen Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Hamburg 1790).

Hutton findet aus seinen Versuchen, daß man mit mehr Genauigkeit den Stoß und Widerstand der Luft $F^{0,1}$ proportional wachsend annehmen müsse (s. dessen Philosophical and mathematical Dictionary, T. II). Nehmen wir

nun an, daß der Coefficient $\zeta = 1{,}86$ für eine kleine Fläche von 1 Quadratfuß Inhalt richtig sei, so müssen wir hiernach für einen Windflügel von 200 Quadratfuß Flächeninhalt $\zeta = 200^{0.1} . 1{,}86 = 1{,}7 . 1{,}86 = 3{,}162$ setzen, was mit der theoretischen Bestimmung und mit dem obigen Vortrage, wo

$$\zeta = 3 \quad \text{und} \quad P = 3 \frac{c^2}{2g} F\gamma$$

angenommen wurde, gut übereinstimmt.

Eine sehr gute Zusammenstellung und Vergleichung der Versuche über den Stoß und Widerstand der Luft theilt Poncelet in seiner Introduction à la mécanique industrielle mit. Eigenthümliche Ansichten über den Windstoß verfolgt Euler in einer Abhandlung der Berliner Memoiren, 1756; ebenso Crelle in der Abhandlung „Theorie des Windstoßes", Berlin 1802.

Untersuchungen über die empirische Formel

$$L = 0{,}025\, z\, F c^3$$

von Coulomb u. s. w. enthält die kleine Schrift: Notice sur les moulins à vent à ailes réductibles, par M. Ord. de Lacolange, Besançon 1856.