Erster Abschnitt.

Von den belebten Motoren.

---

§. 25. **Thierische Kräfte.** Die Kraft oder das Arbeitsvermögen der Thiere ist allerdings nicht allein bei Individuen verschiedener Gattungen, sondern auch bei Geschöpfen einer und derselben Art verschieden. Bei Thieren gleicher Art hängt das Arbeitsvermögen von der besonderen Constitution des Individuums, von dessen Alter und Gesundheitszustand, von dessen Willen oder Beaufsichtigung, dann aber auch noch davon ab, ob das Thier hinreichend in nahrhaftem Futter erhalten wird, ob es an die Arbeit, welche es verrichtet, gewöhnt ist u. s. w. Auf alle diese Verschiedenheiten können wir, da sie auf unendlich viele Abstufungen führen, nicht Rücksicht nehmen, wir müssen vielmehr bei unseren Berechnungen von jeder Gattung ein Thier von mittlerer Stärke und Behendigkeit voraussetzen, welches an die Arbeit, die es verrichtet, gewöhnt ist, dabei im mittleren Lebensalter steht, sich in gesundem Zustande befindet und in gutem nahrhaften Futter gehalten wird.

Noch hängt aber auch das Arbeitsvermögen eines Thieres von der Kraft, Geschwindigkeit und Arbeitszeit ab; und es fällt dieses bei einer mittleren Kraft, Geschwindigkeit und täglichen Arbeitszeit am größten aus. Je größer die Kraft ist, welche ein Geschöpf ausübt, desto kleiner fällt die Geschwindigkeit aus, und umgekehrt, je größer die Geschwindigkeit ist, desto kleiner stellt sich die dabei ausgeübte Kraft heraus; ja es giebt eine Maximalkraft, für welche die Geschwindigkeit und also auch die Arbeit Null ist, und ebenso eine Maximalgeschwindigkeit, bei welcher die Kraft und also die Arbeit wiederum Null ausfällt. Man sieht hieraus, daß man die animalischen Motoren nur mit einer mittleren Kraft und einer mittleren Geschwindigkeit arbeiten lassen soll, und kann übrigens noch leicht ermessen, daß man dieselben auch nur auf eine mittlere Zeit in Anspruch nehmen darf, um von ihnen ein möglichst großes Arbeitsquantum zu gewinnen. Uebrigens folgt aus unzähligen Erfahrungen, daß kleine Abweichungen von der mittleren Kraft, mittleren Geschwindigkeit und mittleren Arbeitszeit, namentlich wenn die Verrichtung zur Gewohnheit geworden ist, eine beachtungswerthe Verminderung der Leistung nicht verursachen. Auch ist es eine Thatsache, daß es keineswegs vortheilhaft ist, die animalischen Motoren mit constanter Kraft und Geschwindigkeit ohne Unterbrechung wirken zu lassen, sondern daß das animalische Arbeitsvermögen besser benutzt oder weniger Ermüdung herbeigeführt wird, wenn das arbeitende Geschöpf in Pausen arbeitet, die um so öfter zu wiederholen sind, je mehr die wirklich verrichtete Arbeit in der Zeiteinheit von der mittleren Arbeit abweicht.

Das Hauptmoment bei Beurtheilung der Wirkungen animalischer Motoren ist die tägliche Leistung. Vergleicht man dieselbe mit den täglichen Unterhaltungs- und, nach Befinden, mit den täglichen Zinsen der Ankaufskosten, so erhält man ein Maß zur Vergleichung der Werthe verschiedener Motoren unter einander.

Die Art und Weise, wie Menschen und Thiere mechanische Arbeiten verrichten, ist sehr verschieden. Die animalischen Motoren arbeiten entweder mit oder ohne Maschinen; und zwar die Menschen mit den Händen oder mit den Füßen oder mit beiden zugleich; die Thiere natürlich nur mit den Füßen. Bei den so sehr verschiedenen Verrichtungen ist jedoch der Grad der Ermüdung der geleisteten mechanischen Arbeit nicht proportional, manche Arbeiten scheinen mehr Ermüdung herbeizuführen als andere, oder was dasselbe ist, bei manchen Verrichtungen fällt das mechanische Arbeitsquantum größer oder kleiner aus, als bei anderen Verrichtungen. Auch lassen sich manche Arbeiten gar nicht auf eine und dieselbe Weise messen, wie z. B. das Tragen auf horizontalen Wegen und das Aufheben einer Last. Nach den seither gefaßten Begriffen ist die Arbeit beim Tragen auf horizontalen Wegen Null, weil hierbei in der Richtung der Kraft, d. i. vertical, kein Weg zurückgelegt wird, wogegen beim Aufheben oder Aufziehen einer Last die Arbeit durch das Product aus Gewicht und Steighöhe desselben bestimmt ist. Gleichwohl führt das Gehen oder Tragen ebenfalls zur Ermüdung wie das Aufheben; d. h. es wird durch jenes auch das tägliche Arbeitsvermögen consumirt wie durch dieses; es muß daher auch der einen Thätigkeit ein tägliches Arbeitsquantum zukommen wie der anderen, wenn auch diese Arbeiten selbst wesentlich verschieden sind.

Erfahrungsmäßig geht ein Mensch leer auf horizontalem Wege täglich 10 Stunden lang mit 1,5 m Geschwindigkeit; nimmt man nun sein Gewicht zu 70 kg an, so erhält man als tägliches Arbeitsquantum den Werth:

$$70 \,.\, 1{,}5 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 3\,780\,000 \text{ Kilogrammmeter.}$$

Trägt der Mensch 40 kg auf dem Rücken, so geht er täglich 7 Stunden lang auf horizontalem Wege mit 0,75 m Geschwindigkeit, und leistet daher täglich, wenn man sein Gewicht unbeachtet läßt, die Arbeit:

$$40 \,.\, 0{,}75 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 756\,000 \text{ Kilogrammmeter.}$$

Ein Pferd trägt auf dem Rücken 120 kg täglich 10 Stunden lang im Schritt mit 1,1 m Geschwindigkeit, und leistet folglich in einem Tage:

$$120 \,.\, 1{,}1 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 4\,752\,000 \text{ Kilogrammmeter,}$$

also mehr als sechsmal so viel als ein Mensch beim Tragen. Hat das Pferd nur 80 kg auf dem Rücken, so läuft es täglich 7 Stunden im Trabe mit 2,2 m Geschwindigkeit, und leistet daher nur

$$80 \,.\, 2{,}2 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 4\,435\,200 \text{ Kilogrammmeter}$$

täglich.

Viel kleiner fallen die Zahlenwerthe beim Heben von Lasten aus, weil hier mechanische Arbeit*) im eigentlichen Sinne zu nehmen, also der Weg in Hinsicht auf die Kraftrichtung einzuführen ist.

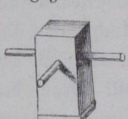
Steigt ein Mensch auf einer Treppe oder Auffahrt leer hinauf, so ist bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden die Geschwindigkeit, in verticaler Richtung gemessen, 0,15 m, daher sein tägliches Arbeitsquantum:

$$70 \,.\, 0{,}15 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 302\,400 \text{ Meterkilogramm.}$$

Hiernach kann ein Mensch täglich horizontal $12^1/_2$ mal so viel Weg zurücklegen als vertical.

Bei dem hiesigen Teichbaue hat der Verfasser beobachtet, daß vier kräftige und eingeübte Arbeiter einen Rammklotz, wie Fig. 79, welcher 56 kg wiegt, in jeder Minute genau 34 mal 1,25 m hoch heben, dabei nach 260 Secunden Arbeit jedes Mal wieder 260 Secunden Ruhezeit nöthig haben und im Ganzen täglich nur 5 Stunden arbeiten; es stellt sich daher hier die tägliche Arbeit eines Menschen zu

Fig. 79.



$$\frac{56}{4} \cdot 1{,}25 \cdot 34 \cdot 5 \cdot 60 = 178\,500 \text{ Meterkilogramm}$$

heraus.

Anmerkung 1. Ausführlichere Zusammenstellungen über die Leistungen animalischer Motoren theilt der „Ingenieur" mit. Uebrigens findet man auch die Leistungen der Thiere bei Maschinen in der Folge bei den betreffenden Maschinen angegeben.

---

*) Im Vorstehenden ist, wie in Th. III. 2 der Ausdruck Kilogrammmeter für die Einheit der Transportarbeit (1 kg auf 1 m horizontal zu transportiren) gewählt, während für die eigentliche mechanische Arbeit (1 kg um 1 m vertical zu heben) die Bezeichnung Meterkilogramm gilt.

Anmerkung 2. Die Leistungen der Menschen und Thiere sind noch lange nicht vollständig genug bekannt. Die Leistungen ungeübter oder unter ungünstigen Umständen arbeitender Menschen (bei großer Hitze, Regen u. s. w.) können um die Hälfte kleiner ausfallen als die Leistungen tüchtiger und eingeübter Arbeiter. Die erste vollständige Untersuchung über die Leistung der animalischen Motoren lieferte Coulomb (siehe Théorie des machines simples). Vor ihm hatten sich vorzüglich Desaguliers (Cours de Physique expér.) und Schulze (Abhandlungen der Berliner Akademie, 1783) mit der Bestimmung der thierischen Kräfte beschäftigt. In den neueren Zeiten sind die Erfahrungen Coulomb's von Vielen vervollständigt worden. Siehe Hachette, Traité élémentaire des machines. Bouguer, Euler nnd Gerstner haben versucht, die Wirkungen der animalischen Motoren auf Gesetze zurückzuführen. Man kann jedoch behaupten, daß diese Aufgabe selbst durch Gerstner (Mechanik, Bd. I) noch keineswegs als gelöst anzusehen ist.

Kraftformeln. Kraft- und Geschwindigkeit bei der Arbeitsverrichtung animalischer Wesen stehen zwar im genauesten Zusammenhange mit einander, jedoch ist das Gesetz dieses Zusammenhanges keineswegs bekannt, und noch viel weniger aus Vernunftgründen abzuleiten. Die empirischen Formeln, welche Bouguer und Euler angegeben haben, entsprechen der Wahrheit gewiß nur annähernd. Ist K_0 die größte Kraft, welche ein lebendes Wesen ohne Geschwindigkeit ausüben kann, und c_0 die größte Geschwindigkeit ohne Kraftäußerung, so hat man für eine andere Geschwindigkeit v die entsprechende Kraft, nach Bouguer: §. 26.

$$P = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) K_0 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

nach Euler:

$$P = \left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right) K_0 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

nach demselben:

$$P = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right)^2 K_0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Von diesen drei Formeln ist die erste die einfachste, und nach Gerstner auch diejenige, welche mit den Erfahrungen am meisten übereinstimmt. Nach den Beobachtungen anderer, z. B. Schulze's, scheint sich hingegen die dritte Formel mehr an die Erfahrungen anzuschließen. Sieht man v als Abscisse und P als Ordinate einer Curve an, so entspricht der ersten Formel eine Gerade AB, Fig. 80 (a. f. S.), der zweiten aber ein concaver Parabelbogen AP_2B und der dritten ein convexer Parabelbogen AP_3B, und es liegt allemal die Ordinate MP_1 der Geraden zwischen den Ordinaten MP_2 und MP_3 beider Parabeln mitten inne, z. B. der Abscisse $OM = v = \frac{1}{2} c_0$ entsprechen die Ordinaten $MP_1 = \frac{1}{2} K = \frac{1}{2} OA$, ferner $MP_2 = \frac{3}{4} K = \frac{3}{4} OA$, und $MP_3 = \frac{1}{4} K = \frac{1}{4} OA$. Es giebt also die Bouguer'-

sche Formel Kraftwerthe, welche zwischen den von den Euler'schen Formeln zu erhaltenden Werthen mitten inne liegen, und man kann sich derselben wenigstens so lange bedienen, als keine besonderen Gründe für die Richtigkeit einer der Euler'schen Formeln angegeben werden können. Führt man in der Bouguer'schen Formel statt der Maximalwerthe K_0 oder c_0 ihre Hälften oder die mittleren Werthe $K = {}^1/_2 K_0$ und $c = {}^1/_2 c_0$ ein, so erhält man die zuerst von Gerstner angewendete Formel:

$$P = \left(1 - \frac{v}{2c}\right) 2K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

oder

$$P = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

sowie umgekehrt:

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wenn nun auch diese Formel für Grenzwerthe von v und P weniger Schärfe oder Sicherheit gewährt, so läßt sich wenigstens erwarten, daß sie

Fig. 80.

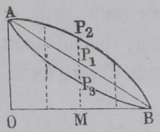


Fig. 81.

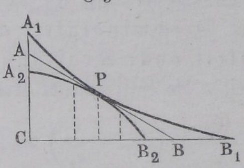
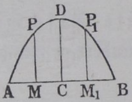


Fig. 82.



für Werthe, welche von den mittleren nicht bedeutend abweichen, mit genügender Genauigkeit zu gebrauchen sei, zumal, da bei gleichen Werthen von c und K beide Euler'sche Curven A_1PB_1 und A_2PB_2, Fig. 81, von der Bouguer'schen Geraden APB in P tangirt werden.

Die mechanische Arbeit pr. Secunde ist hiernach:

$$L = Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) vK \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

also auch für

$$P = K,$$

d. i. wenn Geschwindigkeit und Kraft die mittleren sind, nämlich

$$L = Pv = Kc.$$

Sowie man aber mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit, oder mit einer kleineren oder größeren Kraft arbeiten läßt, erhält man eine Leistung $L = Pv$ kleiner als Kc. Sieht man wieder die Geschwindigkeiten als Abscissen, und die Arbeiten als Ordinaten an, so bekommt man in der sich herausstellenden Curve eine Parabel ADB, Fig. 82, und man sieht nun leicht ein, daß sowohl der Abscisse $AM < AC$ als auch der Abscisse $AM_1 > AC$ eine kleinere Ordinate MP, M_1P_1 zukommt, als der Abscisse $AC = c$. Für $v = \frac{c}{2}$, sowie für $v = {}^3/_2\, c$ folgt z. B.:

$$L = {}^3/_4\, Kc,$$

also

$$MP = M_1P_1 = {}^3/_4\, CD.$$

Nach den Angaben von Gerstner gelten, namentlich für Zugkräfte, die in folgender Tabelle enthaltenen Werthe:

Geschöpfe	Gewicht kg	Mittlere Kraft K kg	Mittlere Geschwindigkeit c m	Mittlere Arbeitszeit t Stunden	Leistung pr. Secunde mkg	Tägliche Leistung mkg
Mensch .	70	14	0,785	8	11	316 800
Pferd . .	375	56	1,25	8	70	2 016 000
Ochs . .	300	56	0,785	8	44	1 267 200
Esel . . .	180	35	0,785	8	27,5	792 000
Maulesel	250	47	1,10	8	52	1 497 600

Beispiele. 1. Nach der vorstehenden Tabelle leistet ein Mensch bei einer mittleren Kraft von 14 kg und mittleren Geschwindigkeit von 0,785 m täglich 316 800 mkg; soll er aber mit 1 m Geschwindigkeit arbeiten, so kann er nur die Kraft

$$P = \left(2 - \frac{1}{0{,}785}\right) 14 = 10{,}16 \text{ kg}$$

ausüben, und es wird seine tägliche Leistung nur

$$10{,}16 \,.\, 1 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 292\,608 \text{ mkg}$$

betragen.

2. Wenn ein Zugpferd 75 kg Kraft ausüben soll, so kann es nur mit der Geschwindigkeit

$$v = \left(2 - \frac{75}{56}\right) 1{,}25 = 0{,}826 \text{ m}$$

arbeiten, weswegen seine Leistung pr. Secunde nur

$$75 \,.\, 0{,}826 = 61{,}95 = rot\ 62 \text{ mkg}$$

also nur $\frac{62}{70} = 0{,}886$ der vortheilhaftesten Leistung beträgt.

Anmerkung. Für die Leistungen der Pferde giebt Fourier eine complicirte Formel in Annales des ponts et chaussées, 1836; siehe auch Crelle's Journal der Baukunst. Bd. XII, 1838.

§. 27. **Arbeit beim Steigen.** Noch kann man, nach Gerstner, die Leistungen von animalischen Motoren bei der Bewegung auf schiefen Ebenen berechnen. Bezeichnet G das Gewicht des Motors, Q die von ihm getragene Last und α den Neigungswinkel der schiefen Ebene, auf welcher der Motor mit der Last hinaufsteigt, so ist die Kraft $= (Q + G) \sin\alpha$ (s. Theorie der schiefen Ebene, Th. I), und daher zu setzen:

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (Q + G) \sin\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Hiernach folgt die Last, mit welcher ein animalischer Motor auf einer schiefen Ebene von gegebener Neigung emporsteigen kann, sowie umgekehrt, der Neigungswinkel, welcher einer gegebenen Last entspricht; es ist nämlich:

$$\sin\alpha = \frac{\left(2 - \frac{v}{c}\right) K}{Q + G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

darnach für $Q = 0$ und $v = c$, also leer, und bei der mittleren Geschwindigkeit:

$$\sin\alpha = \frac{K}{G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9^a)$$

Nun ist aber das Gewicht eines Thieres fast immer fünfmal so groß als seine mittlere Kraft; es ist daher

$$\sin\alpha = 1/_5$$

und

$$\alpha = 11^1/_2{}^0$$

der Neigungswinkel derjenigen schiefen Ebene, auf welcher ein Thier unbelastet bei mittlerer Kraftanstrengung hinaufsteigt.

Anmerkung. Bei dem Ausschreiten auf horizontalem Wege HR, Fig. 83, dreht sich der ganze Körper um den Fußpunkt C, wobei der Schwerpunkt des Körpers um eine Höhe $DE = h$ steigt, die sich aus der Schenkellänge $CA = CB = l$ und der Schrittlänge $CH = CR = s$ durch die bekannte Formel

$$DE = \frac{\overline{AD}^2}{2\,AC},$$

d. i.

$$h = \frac{s^2}{8\,l}$$

leicht bestimmen läßt. Ist nun G das Gewicht des Menschen und Q die von demselben getragene Last, so hat man die von demselben bei jedem Schritte zu verrichtende Arbeit:

$$L = (G + Q)\,h = \frac{(G + Q)\,s^2}{8\,l},$$

also die entsprechende Kraft:

$$P = \frac{L}{s} = \frac{(G + Q)\,s}{8\,l}.$$

Setzen wir die Schenkellänge $l = 0{,}9$ m und die Schrittlänge $s = 0{,}6$ m, so haben wir hiernach die Kraft:

$$P = \frac{0{,}6\,(G + Q)}{8\,.\,0{,}9} = \frac{1}{12}\,(G + Q) = 0{,}08333\,(G + Q),$$

also für $Q = 0$ und $G = 70$ kg,

$$P = \frac{1}{12}\,G = 5{,}83 \text{ kg}.$$

Es ist folglich der Arbeitsaufwand beim Ausschreiten auf einer horizontalen Strecke s gleich dem Arbeitsaufwand beim senkrechten Steigen auf die Höhe $\frac{1}{12}\,s$.

Fig. 83.

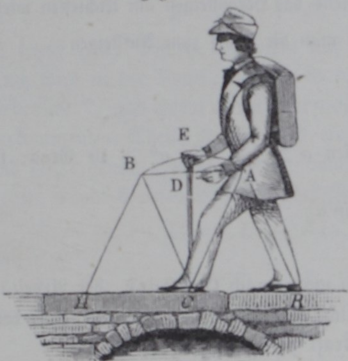
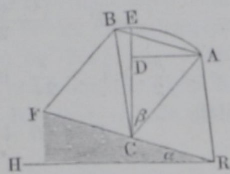


Fig. 84.



Hiernach wäre also die Anstrengung, um sich selbst auf horizontalem Wege fortzubewegen, bei gleichem Wege eben so groß, als diejenige, welche man nöthig hat, ein Gewicht von 5,83 kg zu heben.

Beim Hinaufsteigen auf einer schwach ansteigenden Ebene FR, Fig. 84, ist, wenn α den Steigwinkel FRH dieser Ebene und β den Drehungswinkel ACB bezeichnen, die Steighöhe eines Schrittes

$$DE = h = CE - CD = CE\,(1 - \cos ACD) = l\left[1 - \cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)\right]$$

$$= l\left(1 - \cos\alpha \cos\frac{\beta}{2} + \sin\alpha \sin\frac{\beta}{2}\right),$$

annähernd, bei kleinem Steigwinkel α:

$$h = l\left(1 - \cos\frac{\beta}{2} + \sin\alpha \sin\frac{\beta}{2}\right) = l\left(\frac{s^2}{8\,l^2} + \frac{s}{2\,l}\sin\alpha\right)$$

$$= \frac{s}{2}\left(\frac{s}{4\,l} + \sin\alpha\right).$$

Es ist folglich die mechanische Arbeit bei jedem Schritte:

$$L = (G + Q)\,h = (G + Q)\left(\frac{s}{4\,l} + \sin\alpha\right)\frac{s}{2},$$

und die mittlere Kraft:

$$P = \frac{1}{2}\,(G + Q)\left(\frac{s}{4\,l} + \sin\alpha\right).$$

Für das Herabsteigen auf der schiefen Ebene ist α negativ, daher die Kraft:

$$P = \tfrac{1}{2} (G + Q) \left(\frac{s}{4l} - \sin\alpha\right).$$

Hiernach wäre allerdings für $\sin\alpha = \frac{s}{4l}$ die Kraft = Null. Nimmt man wieder $l = 0{,}9$ und $s = 0{,}6$ m, so erhält man:

$$\sin\alpha = \tfrac{1}{6} = 0{,}1666,$$

d. i.

$$\alpha = 9\tfrac{1}{2} \text{ Grad},$$

den Neigungswinkel, bei welchem wenigstens das Herabsteigen am leichtesten wird.

Ist der Steigwinkel $\alpha = \frac{\beta}{2}$, so hat man die Kraft zum Aufsteigen:

$$P = \frac{(G + Q)\, s}{2l},$$

und ist $\alpha > \frac{\beta}{2}$, d. i. $> \frac{s}{2l}$, in Zahlen $\alpha > \tfrac{1}{3}$, also $\alpha^0 > 19$ Grad, so fällt einfach:

$$P = (G + Q) \sin\alpha$$

aus.

§. 28. **Arbeit an Maschinen.** Wenn man, nach Gerstner, der Arbeitszeit z denselben Einfluß auf das tägliche Arbeitsquantum beimißt, wie der Geschwindigkeit, so hat man für die Kraft zu setzen:

$$P = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und erhält hiernach die tägliche Leistung:

$$L = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) Kvz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Jedenfalls ist die Leistung am größten, und zwar $= Kct$, wenn das Thier nicht allein mit der mittleren Geschwindigkeit und Kraft arbeitet, sondern auch die mittlere Arbeitszeit t innehält. Uebrigens ist nicht außer Acht zu lassen, daß diese Formel bloß für solche Werthe von v, z und P hinreichende Genauigkeit gewährt, welche nicht sehr von den mittleren Werthen c, t und K abweichen.

Maschek empfiehlt statt der obigen Kraftformel von Gerstner den einfacheren Ausdruck:

$$P = \left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right) K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

der allerdings zum Rechnen sehr bequem ist. S. Neue Theorie der menschlichen und thierischen Kräfte u. s. w. von F. J. Maschek, Prag u. s. w.

In der Regel wird man die Thiere während der mittleren Arbeitszeit von 8 bis 10 Stunden arbeiten lassen, und daher auf den Factor $\left(2 - \frac{z}{t}\right)$ in (10) nicht weiter Rücksicht zu nehmen haben, also die tägliche Leistung

$$L = \left(2 - \frac{v}{c}\right) Kvz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

setzen können. Arbeitet nun aber ein Thier an einer Maschine, so wird sich seine Kraft P in eine Nutzlast P_1 und eine Nebenlast P_2 zerlegen, also

$$P = P_1 + P_2$$

zu setzen sein, wofern wir beide auf den Kraftpunkt reducirt uns denken. Auch wird in der Regel, wie wir in der Folge wiederholt sehen können, die Nebenlast P_2 aus einem constanten und schon bei der unbelasteten Maschine vorkommenden Theile R und aus einem von der Nutzlast abhängigen und dieser genau oder wenigstens annähernd proportionalen Theile δP_1 bestehen, worin δ einen Erfahrungscöefficienten bezeichnet, es wird also

$$P_2 = R + \delta P_1,$$

und sonach

$$P = (1 + \delta)\, P_1 + R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

also auch nach (5)

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (1 + \delta)\, P_1 + R$$

zu setzen sein.

Die Totalleistung pr. Secunde ist nun:

$$Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) Kv = (1 + \delta)\, P_1 v + Rv \quad . \quad . \quad (15)$$

und daher die Nutzleistung:

$$P_1 v = \frac{(2K - R)\, v - \frac{Kv^2}{c}}{1 + \delta} = \left[\left(2 - \frac{R}{K}\right) c - v\right] v \, \frac{K}{(1 + \delta)\, c} \quad . \quad (16)$$

Damit diese Leistung so groß wie möglich ausfalle, findet man durch Differentiiren:

$$v = {}^1/_2 \left(2 - \frac{R}{K}\right) c = \left(1 - \frac{R}{2K}\right) c. \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

also muß die Geschwindigkeit kleiner als die mittlere, und zwar um so kleiner sein, je größer der constante Theil R der Nebenlast ist. Die entsprechende Kraft ist demgemäß nach (5) und (17):

$$P = \left(1 + \frac{R}{2K}\right) K = K + \frac{R}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

also größer als die mittlere Kraft, die Nutzlast hingegen folgt:

$$P_1 = \frac{K - \frac{R}{2}}{1 + \delta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

Die Totalleistung stellt sich daher zu

$$Pv = \left[1 - \left(\frac{R}{2K}\right)^2\right] Kc \quad \ldots \ldots \quad (20)$$

die Nutzleistung aber zu

$$P_1 v = \left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2 \frac{Kc}{1 + \delta} \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

und endlich der Wirkungsgrad zu

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2}{1 + \delta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

heraus.

Beispiel. Wenn bei einer durch zwei Pferde in Umdrehung zu setzenden Maschine die auf den Kraftpunkt reducirte constante oder der unbelasteten Maschine entsprechende Nebenlast 30 kg beträgt, so hat man nach (17) die zu fordernde Geschwindigkeit der Pferde, da $K = 2 . 56 = 112$ kg und $c = 1{,}25$ m zu setzen ist:

$$v = \left(1 - \frac{30}{224}\right) 1{,}25 = 1{,}083 \text{ m},$$

ferner die Kraft der Pferde nach (18):

$$P = 112 + \frac{30}{2} = 127 \text{ kg},$$

also die eines Pferdes:

$$\frac{1}{2} P = 63{,}5 \text{ kg}.$$

Ist nun noch der veränderliche Theil der Nebenlast 15 Procent der Nutzlast, so hat man $\delta = 0{,}15$ und daher die aufzulegende Nutzlast nach (19):

$$P_1 = \frac{112 - 15}{1{,}15} = 84{,}4 \text{ kg}$$

und endlich den Wirkungsgrad der Maschine nach (22):

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{30}{224}\right)^2}{1{,}15} = 0{,}652.$$

§. 29. **Hebel.** Die animalischen Motoren arbeiten entweder an Hebeln oder an Radwellen. Die letzteren sind entweder liegend, oder stehend oder gegen den Horizont geneigt. Zunächst ist von dem Hebel als Maschine zur Aufnahme der Menschenkraft die Rede. Die allgemeine Theorie dieser Maschine ist aus Th. I bekannt. Der Hebel ist entweder ein einfacher, wie ACB, Fig. 85, oder ein doppelter, wie $ACBA_1$, Fig. 86; jener hat nur einen Kraftarm CA, dieser hat aber deren zwei, nämlich CA und CA_1. Man erzeugt durch den Hebel eine schwingende Bewegung im Kreise und wendet ihn deshalb vorzüglich in den Fällen an, wo eine auf- und nieder- oder hin- und hergehende Bewegung erzeugt werden soll, wie z. B. bei

Fig. 85.

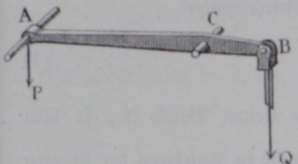
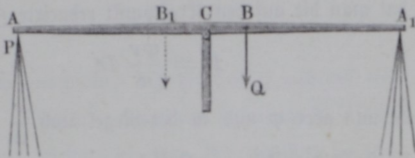


Fig. 86.



Pumpen, zumal bei Feuerspritzen. Zur Aufnahme der Menschenkräfte dienen die Handhaben oder Spillen, deren Anzahl und Länge sich nach der Anzahl der Arbeiter richtet, welche den Hebel in Bewegung setzen. Da die Kraftausübung bei der Bewegung von oben nach unten stattfindet, so läßt man den Arbeiter meist nur beim Niedergange wirken, und bringt zu diesem Zwecke Gegengewichte an, welche dem Aufgange zu Hülfe kommen, oder bedient sich eines doppelten Hebels, an welchem dann die Arbeiter abwechselnd niederzudrücken haben. In dem Falle, wenn die Arbeiter nur beim Niedergange wirken, werden oft die Handhaben durch Seile ersetzt, die vom Hebel niederhängen und von den Menschen ergriffen werden. Zuweilen werden Hebel auch mit den Füßen durch Treten in Bewegung gesetzt, z. B. bei den Handwebstühlen und manchen anderen Arbeitsmaschinen.

Um eine nicht zu große Richtungsänderung während eines Spieles zu erhalten, läßt man den Hebel in einem nicht sehr großen, wenigstens nicht 60 Grad überschreitenden Bogen schwingen; und um die Ausübung der Kraft nicht zu erschweren, läßt man die Handhaben oder Angriffspunkte der Kräfte nur die der menschlichen Armlänge entsprechenden Wege von 0,8 bis 1,2 m zurücklegen. Aus dem letzteren Grunde ist es auch angemessen, die Handhaben bei ihrem mittleren Stande um die der menschlichen Länge entsprechende Höhe von 1 bis 1,2 m vom Fußboden abstehen zu lassen. Nach gemachten Erfahrungen arbeitet ein Mensch an einem Hebel täglich 8 Stunden lang mit der Kraft $K = 6$ kg, und Geschwindigkeit $c = 0,75$ m, es ist daher seine Leistung an dieser Maschine pr. Secunde:

$$L = 6 \,.\, 0,75 = 4,5 \text{ mkg};$$

und demnach täglich:

$$Kct = 4,5 \,.\, 8 \,.\, 3600 = 129\,600 \text{ mkg}.$$

Es ist nöthig, bei der Anordnung eines Hebels dafür zu sorgen, daß die Arbeiter mit der angegebenen mittleren Kraft und Geschwindigkeit arbeiten, oder vielmehr, daß die effective Kraft nur um die halbe constante Nebenlast größer ausfällt als die mittlere Kraft.

An dem Hebel selbst stellt sich nur ein Hinderniß, nämlich dessen Axenreibung, heraus. Ist D der aus dem Gewichte des Hebels und aus der Kraft und Last desselben entspringende Zapfendruck, r der Zapfenhalbmesser und φ der Reibungscoefficient, endlich a der Hebelarm CA der Kraft, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Zapfenreibung:

$$F = \frac{\varphi r}{a} D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

da nun aber φ und in der Regel auch $\frac{r}{a}$ ein kleiner Bruch ist, so fällt meistens die Reibung F klein genug aus, um sie in Ansehung der übrigen Last vernachlässigen zu können.

Denkt man am Lastpunkte B eine Nutzlast Q und eine Nebenlast $\delta Q + W$ wirksam, und bezeichnet den Hebelarm CB dieser Lasten durch b, so hat man das Kraftmoment zu setzen:

$$Pa = [(1 + \delta)\, Q + W]\, b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und daher die Kraft selbst:

$$P = \frac{b}{a}\, [(1 + \delta)\, Q + W] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Damit nun die Menschenkraft mit möglichstem Vortheile wirke, ist auch

$$P = K + \frac{b}{a}\, \frac{W}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und daher

$$\frac{a}{b}\, K = (1 + \delta)\, Q + \frac{W}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

also das Hebelarmverhältniß

$$\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta)\, Q + \frac{1}{2} W}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

in Anwendung zu bringen.

Anmerkung. Die Hebelarme sind in der Regel während eines Spieles etwas veränderlich, weswegen es wohl nöthig ist, mittlere Werthe für dieselben zu finden und in die Rechnungen einzuführen. Steht der Hebelarm CB, Fig. 87, bei halbem Hube horizontal, und ist der Schwingungswinkel

$$B_1 C B_2 = \beta^0,$$

so hat man die Hubhöhe der Last:

$$s = B_1 B_2 = 2\, b\, sin\, \frac{\beta}{2},$$

daher die Arbeit für einen Anhub:

$$= 2\, b\, sin\, \frac{\beta}{2}\, Q.$$

Wäre aber die Last während des Anhubes unveränderlich am Hebelarme $CB = b$ wirksam, so würde der Weg für jeden Hub = Bogen $B_1 B B_2 = \beta b$ sein; und daher die Last

$$Q_1 = \frac{2\,b\,sin\,\frac{\beta}{2}}{\beta b}\,Q = \frac{2\,sin\,{}^1\!/_2\,\beta}{\beta}\,Q,$$

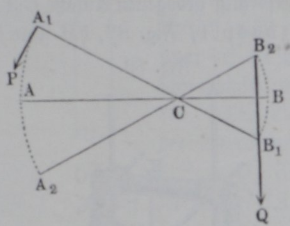
also ihr statisches Moment

$$Q_1 b = \frac{2\,sin\,{}^1\!/_2\,\beta}{\beta}\,Q b$$

zu setzen sein.

Umgekehrt kann man nun auch annehmen, daß die Last Q während eines Spieles am mittleren Hebelarme $\frac{2\,b\,sin\,{}^1\!/_2\,\beta}{\beta}$ wirksam sei. Für $\beta^0 = 60^0$ stellt sich dieser Hebelarm

Fig. 87.



$$= \frac{b}{arc\,60^0} = \frac{b}{1{,}0472} = 0{,}955\,b$$

heraus, also um $4^1\!/_2$ Procent kleiner als b, und bei kleineren Schwingungswinkeln ist die Abweichung noch bedeutend kleiner.

Beispiel. Welches Armverhältniß ist bei einem Hebel auszuwählen, damit derselbe bei einer Nutzlast $Q = 80$ kg und einer Nebenlast

$$Q_2 = 0{,}15\,Q + 25 = 0{,}15\,.\,80 + 25 = 37 \text{ kg}$$

durch vier Arbeiter möglichst vortheilhaft in Wirksamkeit gesetzt werde:

$$K = 4\,.\,6 = 24 \text{ kg},$$

daher:

$$\frac{a}{b} = \frac{1{,}15\,.\,80 + {}^1\!/_2\,.\,25}{24} = 4{,}36.$$

Soll nun die Last bei jedem Anhube 0,3 m Weg durchlaufen, so muß hiernach die Kraft gleichzeitig $0{,}3\,.\,4{,}36 = 1{,}3$ m Weg zurücklegen, und nimmt man nun den Schwingungswinkel $\beta = 50^0$ an, so erhält man die nöthige Armlänge;

$$b = \frac{s}{2\,sin\,\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}15}{sin\,25^0} = 0{,}355 \text{ m}$$

und die Länge des Kraftarmes:

$$a = 4{,}36\,.\,0{,}355 = 1{,}548 \text{ m}.$$

Der nöthige Kraftaufwand ist nun:

$$P = \frac{80 + 37}{4{,}36} = 26{,}8 \text{ kg},$$

folglich die Kraft eines Arbeiters:

$$= 6{,}7 \text{ kg},$$

und der Wirkungsgrad des Hebels:

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{R}{2\,K}\right)^2}{1 + \delta} = \frac{\left(1 - \frac{25}{2\,.\,24\,.\,4{,}36}\right)^2}{1{,}15} = 0{,}674.$$

Wenn also auch die vier Menschen eine tägliche Arbeit von 4 . 129600 = 518400 mkg verrichten können, so wird von ihnen an dieser Maschine doch nur 0,674 . 518400 = 349400 mkg nützliche Arbeit zu verlangen sein.

§. 30. **Haspel.** Das vorzüglichste Mittel zur Aufnahme der Menschenkraft ist die liegende Radwelle, welche in diesem Falle den Namen Haspel erhält. Diese Maschine besteht im Allgemeinen aus einer horizontalen Welle, an deren Umfange die Last wirkt, und aus einem Systeme von Handhaben oder Spillen zur Aufnahme der Kraft. Man unterscheidet vorzüglich drei Arten von Haspeln, nämlich die Kurbel oder den Hornhaspel, den Kreuz- und den Spillenhaspel, von einander. Bei dem Hornhaspel wirkt die Kraft an der Kurbel, einem knieförmig gebogenen Ansatze CAD, Fig. 88, des Wellenzapfens. Der Kreuzhaspel, Fig. 89, hat statt der

Fig. 88.

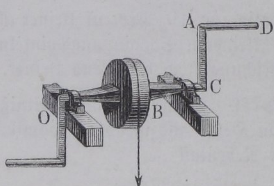
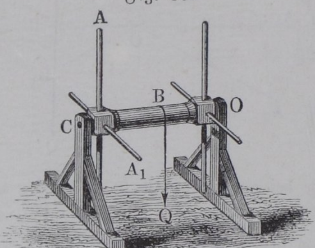
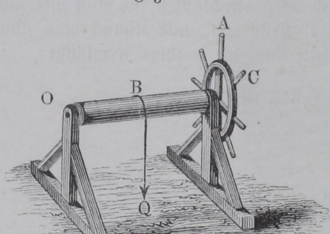


Fig. 89.



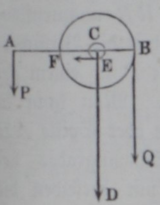
Kurbel durch die Welle CO gesteckte, als Hebel dienende Arme, CA, CA_1 ... und der Spillenhaspel, Fig. 90, ist eine vollständige Radwelle mit radialen oder axialen Handhaben oder Spillen. An der Kurbel verändert der Arbeiter seinen Angriffspunkt während einer Umdrehung nicht, bei den Kreuz- und Spillenhaspeln hingegen geht hierbei die Hand des Arbeiters von einem Arme oder von einer Spille zur anderen über. Die letzteren beiden Haspelarten werden angewendet, wenn es darauf ankommt, auf kürzere Zeit und bei längeren Unterbrechungen große Lasten zu überwinden, z. B. Baumaterialien und Maschinentheile beim Aufstellen derselben zu heben u. s. w. Zur gewöhnlichen stetigen Arbeitsverrichtung finden die Kurbeln eine ausgedehnte Anwendung.

Fig. 90.



Damit der Arbeiter an der Kurbel seine Arbeit mit möglichstem Nutzen verrichten könne, ist es nöthig, daß die Armlänge oder Kurbel, der menschlichen Armlänge entsprechend, 0,35 bis 0,45 m betrage, und daß die Axe der Kurbel, der mittleren Menschenlänge entsprechend, 1 bis 1,1 m über dem Fußboden stehe. Uebrigens hat man nach der Zahl der Arbeiter, welche sich an einem Haspel anstellen lassen, ein-, zwei- und mehrmännische Kurbeln. Da der Mensch mit weniger Anstrengung drückend und schiebend arbeiten kann, als ziehend und hebend, so wird ihm die Umdrehung der Kurbel an allen Stellen ihrer Spille im Kreise ungleich schwer, und es ist deshalb zweckmäßig, bei einem zwei- oder mehrmännischen Haspel die Spillen auf dem Kreise gleichmäßig zu vertheilen, also z. B. beim zweimännischen Haspel die beiden Kurbelarme einander gegenüber zu stellen.

Fig. 91.



Man hat die tägliche Leistung eines Menschen an der Kurbel nicht größer als 172800 mkg gefunden, und zwar bei der mittleren Kraft $K = 8$ kg, mittleren Geschwindigkeit $c = 0{,}75$ m und Arbeitszeit $t = 8$ Stunden. Die Berechnung des Haspels ist übrigens von der Berechnung einer Radwelle überhaupt nicht verschieden. Wirkt die Last Q, Fig. 91, am Hebelarme $CB = b$, die Kraft P aber am Hebelarme $CA = a$, so hat man:

$$Pa = Qb \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

daher die einer gegebenen Last entsprechende Kraft:

$$P = \frac{b}{a}\, Q;$$

ist noch D der Zapfendruck und r der Zapfenhalbmesser CE, so hat man vollständiger:

$$Pa = Qb + \varphi D r,$$

und daher:

$$P = \frac{b}{a}\, Q + \frac{r}{a}\, \varphi D \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Besteht die Last Q sammt Reibung $\frac{r}{a}\, \varphi D$ aus der Nutzlast Q_1, der constanten Nebenlast W und der veränderlichen Nebenlast δQ_1, ist also $Q = (1 + \delta)\, Q_1 + W$, so gilt die Regel [s. (18) §. 28]:

$$P = \frac{b}{a}\, [(1 + \delta)\, Q_1 + W] = K + \frac{b}{a}\, \frac{W}{2} \quad . \quad . \quad (3)$$

also ist das Verhältniß

$$\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta)\, Q_1 + \frac{1}{2} W}{K} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

zu machen; worin K wieder die mittlere Kraft vorstellt.

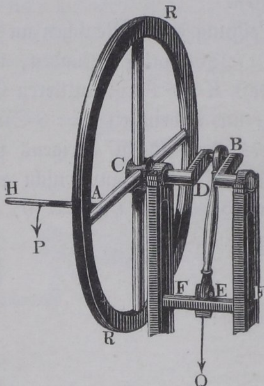
Da aber die Kurbel eine vorgeschriebene Länge von 0,35 bis 0,45 m hat, so ist hiernach der Hebelarm b der Last zu bestimmen, nämlich

$$b = \frac{Ka}{(1 + \delta)\, Q_1 + \frac{1}{2} W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

zu machen, damit die Arbeiter mit möglichstem Vortheile wirken.

Wenn die Last Q an einem Haspel variabel ist, wenn sie z. B. an einem Krummzapfen oder einer anderen Kurbel DB, Fig. 92, wirkt, so ist es zweckmäßig, die Kurbelwelle CD mit einem Schwungrade RR auszurüsten, welches durch seine Trägheit die Veränderlichkeit der nöthigen Kraft P in einem gewissen Grade ausgleicht. Man kann in diesem Falle die Handhabe oder Spille AH an einem Arme des Schwungrades befestigen, welcher dann mit derselben die eigentliche Kraftkurbel bildet. Die Last oder der Widerstand Q greift hier zunächst an einem Querarm FF an, welcher in einer Geradführung beweglich und durch die sogenannte Kurbelstange BE mit der Lastkurbel verbunden ist.

Fig. 92.



Bezeichnet hier wieder a die Länge des Kraftarmes CA und b die Länge des Lastarmes DB, so ist während einer halben Umdrehung der Weg der Kraft gleich πa, und der der Last gleich $2b$, und daher, wenn man von den Nebenhindernissen absieht, zu setzen:

$$P \pi a = Q\, 2b,$$

folglich die mittlere Umdrehungskraft:

$$P = \frac{2}{\pi} \frac{b}{a} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Beispiel. An einem zweimännischen Haspel wirkt eine Last Q von 100 kg, wovon aber nur 75 kg Nutzlast, dagegen 15 kg constante und 10 kg veränderliche Nebenlast sind; der Hebelarm der Last beträgt 0,1 m, der der Kraft 0,45 m, der Zapfenhalbmesser 15 mm, ferner der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$, und das Gewicht der Maschine 40 kg; man sucht die Leistung dieser Maschine. Die ganze Kraft ist, wenn man den Zapfendruck zu $D = 100 + 40 = 140$ kg annimmt, nach (2):

$$P = \frac{0{,}10}{0{,}45}\, 100 + 0{,}1\, \frac{0{,}015}{0{,}45}\, 140 = 22{,}7 \text{ kg},$$

daher die eines Arbeiters 11,4 kg und nach der Gerstner'schen Formel die Geschwindigkeit der Kraft oder Haspelspille:

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c = \left(2 - \frac{11,4}{8}\right) 0,75 = 0,431 \text{ m},$$

also die der Last:

$$w = \frac{b}{a}\, v = \frac{0,1}{0,45}\, 0,431 = 0,096 \text{ m},$$

und die Nutzleistung pr. Secunde:

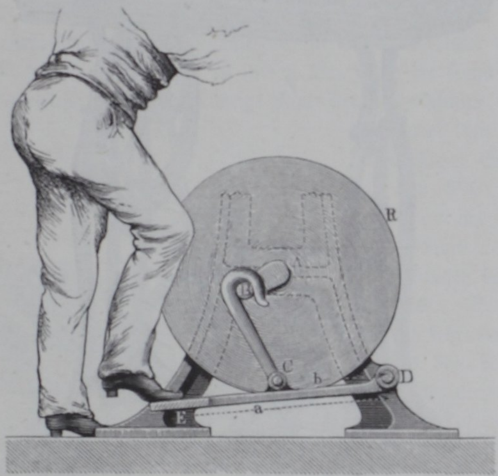
$$Q_1 w = 75 \,.\, 0,096 = 7,2 \text{ mkg},$$

oder täglich bei 8=stündiger Arbeit 207360 mkg; endlich ist der Wirkungsgrad, da beide Arbeiter die Arbeit 2 . 172800 = 345600 mkg verrichten können:

$$\eta = \frac{207360}{345600} = 0,60.$$

Kurbel mit Trittbewegung. Bei sehr vielen kleinen Maschinen, z. B. Drehbänken, Schleifsteinen 2c. wendet man die durch den Fuß des Arbeiters bewegte Kurbel zum Betriebe des Werkzeuges an, und bei den §. 31.

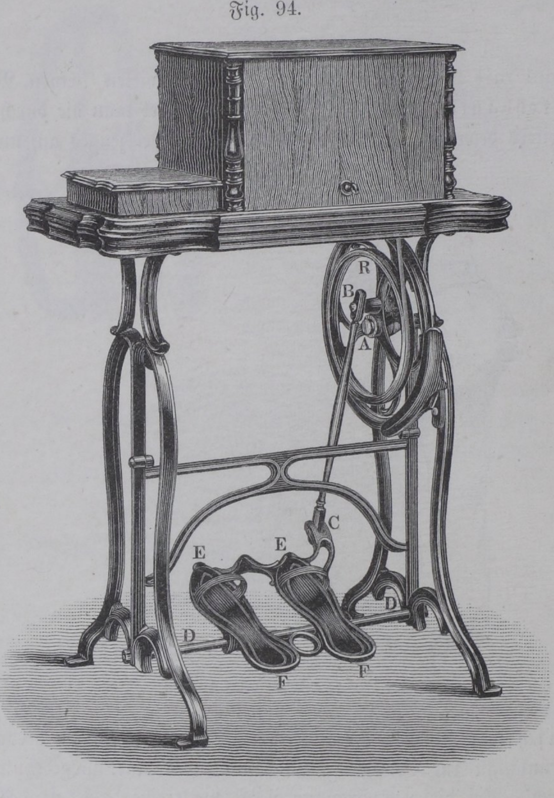
Fig. 93.



Nähmaschinen ist diese Betriebsart heute ebenso allgemein verbreitet, als sie noch unlängst zur Bewegung des Spinnrades eine ausgedehnte Anwendung fand. Bei dieser Anordnung wirkt die treibende Kraft des Motors nur beim Niedergange des Kurbelzapfens auf diesen ein, und es ist daher hier die Anbringung eines Schwungrades auf der Kurbelwelle zur Erzielung einer stetigen Umlaufsbewegung derselben unerläßlich. In Betreff der Wirkung dieses Schwungrades, sowie hinsichtlich der Bewegungsverhältnisse dieses Getriebes muß auf das in Thl. III, 1, ausführlich behandelte **Kurbelgetriebe** verwiesen werden.

Fig. 93 (a. v. S) zeigt die Einrichtung, wie sie bei jeder gewöhnlichen Fußdrehbank der Drechsler und Mechaniker vorkommt. Die mit einem gleichzeitig als Schnurscheibe dienenden Schwungrade R versehene Betriebswelle A ist mit dem Kropfe AB ausgestattet, in dessen Kropfzapfen B der Zughaken BC eingehängt ist, welcher bei C durch ein Scharnier mit dem Pedal DE verbunden ist. Das Pedal besteht aus einem um die Axe D in zwei Spitzen schwingenden Rahmen, auf welchen bei E der Fuß des Arbeiters wirkt. Ist

Fig. 94.

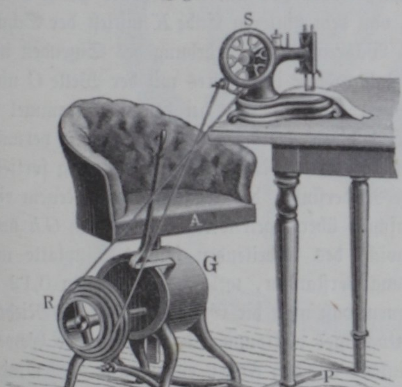


$r = AB$ die Länge der Kurbel, und bezeichnet man die Hebelsarme DE mit a und DC mit b, so ergiebt sich die verticale Erhebung und Senkung des Fußes zu $h = 2r\frac{a}{b}$ und man hat die Verhältnisse so zu wählen, daß die Erhebung für den Arbeiter nicht unbequem ist; diese Erhebung wird in der Regel den Betrag von 0,25 m noch nicht erreichen.

Bei dem Antrieb der Nähmaschinen ist die Einrichtung so getroffen, daß zur Bewegung der Kurbel nicht eine Erhebung und Senkung des Unterschenkels, sondern eine oscillirende Bewegung der Füße um die unteren Fußgelenke erforderlich ist, und man erkennt aus der Fig. 94 (a. v. S.), daß vermöge dieser Einrichtung die Kurbelstange BC nicht nur eine Zugkraft auf den Kurbelzapfen B ausübt, wenn die Fußspitzen auf die Pedale bei E drücken, sondern daß beim Drucke der Fersen auf F eine aufwärts gerichtete Schubkraft durch die Stange CB auf den Kurbelzapfen übertragen wird. Bezeichnet wieder r den Kurbelhalbmesser AB und ist c der Abstand des Zapfens C von der Axe D, so ergiebt sich der ganze Schwingungswinkel α für die Pedale EF annähernd aus $2r = c\alpha$ zu $\alpha = \frac{2r}{c}$, z. B. für $r = 50$ mm und $c = 0{,}16$ m findet sich $\alpha = \frac{100}{160} = 0{,}625$ entsprechend $\frac{0{,}625}{3{,}1415}\, 180^0$ = circa 36^0.

Bei schnellem Gange der Nähmaschine ist die erforderliche Anzahl der Fußschwingungen eine erhebliche, es sind z. B., wenn die Schnurscheibe R sechsmal so groß ist, wie die zugehörige Rolle der Nähmaschine, und wenn die Nadel mit der nicht übermäßigen Geschwindigkeit von 600 Stichen in der Minute arbeiten soll, in jeder Minute 100 Doppelschwingungen der Füße erforderlich. Da diese Bewegung sehr ermüdend ist, oftmals von der Näherin auch gar nicht vertragen wird, so hat man sich in neuerer Zeit vielfach bemüht, durch Construction kleiner Motoren für Nähmaschinen die Trittbewegung derselben zu umgehen. Die aus diesem Bestreben hervorgegangenen Triebwerke, welche die Bewegung bald durch aufgezogene Uhrfedern oder Gewichte, bald durch verbrennendes Gas oder ausströmendes Wasser, auch selbst durch den elektrischen Strom empfangen, haben sich einer allgemeineren Verwendung

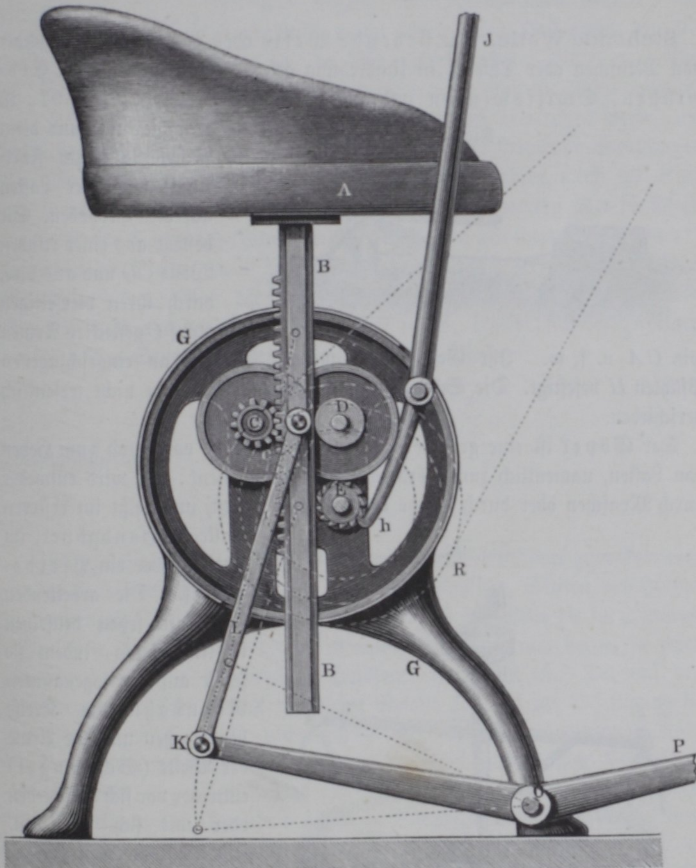
Fig. 95.



nicht zu erfreuen gehabt. In dieser Beziehung möge hier nur eine interessante Einrichtung zu dem gleichen Zwecke angeführt werden, welche auf der Musterschutzausstellung in Frankfurt a. M., 1881, ausgestellt war. Diese von ihrem Erfinder Hoffmann mit den Namen Motorstuhl, Motorschemel bezeichnete Einrichtung kann zwar den Nähenden von der Ausübung der erforderlichen mechanischen Arbeit nicht entbinden, sie hat vielmehr den Zweck, an die Stelle der vielen, unausgesetzt die Nerven aufregenden oscillirenden Fußschwingungen, einige wenige in seltener Wiederholung auszuführende kräftige Trittbewegungen zu setzen. Dies wird in folgender Weise erreicht.

Der Nähende sitzt hierbei auf einem Stuhle, Figuren 95 und 96, dessen Sitz A unterhalb mit einer Zahnstange B versehen ist, die in dem Stuhlgestelle G ihre Führung findet und in das Zahngetriebe c einer Welle C eingreift. Mit dieser Welle steht durch eine Zwischenwelle D und verschiedene Zahnräder die Axe E einer Schnurrolle R in Verbindung, von welcher eine Schnur zum Betrieb der Nähmaschine S abgeleitet ist. Man erkennt leicht, daß durch das Gewicht des Nähenden, sowie der Sitzplatte A und Zahnstange B die Schnurrolle R in schnelle Umdrehung gesetzt wird, wobei der Arbeitende etwas herabsinkt, und die Bewegung würde aufhören, wenn der Sitz in die tiefste Lage gekommen ist. Um in diesem Augenblicke eine Erhebung des treibenden Gewichtes behufs erneuerter Wirkung zu erzielen, hat der Arbeitende nur nöthig, seine Beine, welche mit den Fußspitzen auf dem Pedal P ruhen, zu strecken, wobei das um O drehbare Pedal P abwärts gedrückt und der Sitz A von dem hinteren Ende K mittest der Schubstange L wieder gehoben wird. Während dieser Erhebung des Sitzenden und entgegengesetzten Drehung des Zahnrades c ist letzteres mit der Welle C nicht gekuppelt, was durch ein Gesperre ähnlich wie bei der Federtrommel in Uhren erreicht ist, so daß während dieser Erhebung die Nähmaschine vermöge der lebendigen Kraft der schnell rotirenden Rolle R ihre Bewegung fortsetzt, bis durch das darauf folgende Niedersinken des Nähenden von Neuem eine mechanische Arbeit auf die Maschine übertragen wird, welche durch Gh ausgedrückt ist, unter G das Gewicht des Arbeitenden sammt Sitzplatte und unter h die Höhe jeder Erhebung verstanden, welche letztere etwa 0,12 m beträgt. Es ist leicht zu erkennen, daß man die Geschwindigkeit des Niedersinkens und also des Maschinenganges vollkommen dadurch in der Gewalt hat, daß man während des Sinkens mit den Füßen einen mehr oder minder großen Druck auf das Pedal ausübt; zum gänzlichen Anhalten der Maschine dient der Hebel J, durch dessen Bewegung ein Sperrhaken h in ein Sperrrad der Welle E eingerückt wird. Das Zahnrad c hat einen Theilkreisumfang von 90 mm, daher dasselbe bei einer Senkung der Zahnstange $\frac{0,120}{0,090} = 1,33$ Umgänge macht, welche durch das zwischen C und E vorhandene Räderübersetzungsverhältniß von 1 : 12,5 daher 1,33 . 12,5 = 16,7 Umdrehungen der Schnurrolle R hervorrufen. Unter sonst gleichen Bedingungen hat also der Nähende nur in solchen Zeitintervallen einmal einen kräftigen Druck auszuüben, in welchen bei der gewöhnlichen Anordnung die Kurbelwelle in circa 16 Umdrehungen versetzt werden muß. Die Rolle R ist mit

Fig. 96.

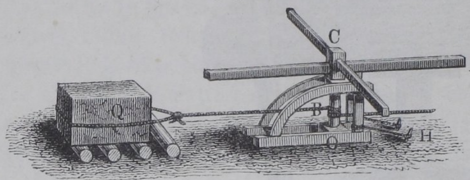


Rücksicht auf das verschiedene Körpergewicht der nähenden Personen mit verschieden großen Schnurläufen versehen, wie auch der Fußtritt P je nach der Größe des Nähenden verstellbar gemacht ist. Daß durch den Hinzutritt der Rädereingriffe ꝛc. die Nebenhindernisse bei dieser Einrichtung größer ausfallen, als bei der direkten Bewegung mittelst der Kurbel der Fig. 94, ist natürlich, doch dürfte unter Umständen dieser Nachtheil von dem oben erwähnten Vortheile größerer Gemächlichkeit aufgewogen werden.

Anmerkung. Sonstige Trethaspel, Zug- und Stoßhaspel u. s. w. sind außer Gebrauch gekommene Vorrichtungen, über die man sich in den älteren Werken von Langsdorf, Gerstner u. s. w. unterrichten kann.

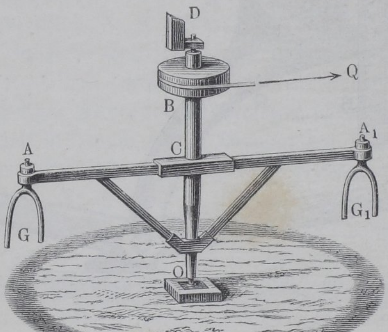
§. 32. **Stehende Welle.** Die stehende Welle oder Winde wird entweder von Menschen oder Thieren in Umdrehung gesetzt. Man unterscheidet Erdwinden, Schiffswinden und Göpel. Die Erdwinde, Fig. 97, ist transportabel und dient gewöhnlich zum Fortschaffen großer Lasten auf dem Erdboden. Sie besteht aus einer runden Welle CO und aus vier, durch ihren vierseitigen Kopf C gesteckten Armen wie CA u. s. w. Ihr Gestell wird mittelst Stricken an eingeschlagenen Pfählen H befestigt. Die Schiffswinde ist von der Erdwinde nicht wesentlich verschieden.

Fig. 97.



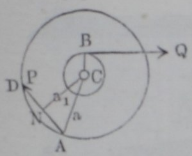
Der Göpel ist eine größere stehende Welle, welche vorzüglich zum Heben von Lasten, namentlich zum Fördern aus Gruben, dient. Er wird entweder durch Menschen oder durch Pferde in Bewegung gesetzt, und heißt im ersteren Falle ein Handgöpel, im zweiten aber ein Pferdegöpel. Die arbeitenden Geschöpfe setzen denselben in Umdrehung, indem sie selbst auf der sogenannten Rennbahn im Kreise herumgehen und die Arme der Welle (Schwengel) entweder vor sich hinschieben oder mit sich fortziehen. Fig. 98 stellt einen Pferdegöpel vor. DO ist die Welle, welche bei O auf einem Stifte steht und bei D in einem am Gebälk oder sonst befestigten Halslager geführt ist, und ACA_1 ist der Doppelschwengel, durch dessen Enden die bolzenförmigen Köpfe

Fig. 98.



von Gabeln G, G_1 gesteckt werden. Letztere greifen über die Pferde weg und werden an die Kummete derselben angeschlossen. Die Last Q wirkt an einer Trommel oder einem gezahnten Rade B je nach der Art der zu betreibenden Maschinen. Es ist eine praktische Regel, die Schwengellänge CA oder den Halbmesser der Rennbahn möglichst groß zu machen, damit sich die Bewegung des Geschöpfes so viel wie möglich einer geradlinigen nähere. Bei Handgöpeln macht man diesen Halbmesser nur 2,5 bis 4 m, bei Pferdegöpeln aber 5 bis 8 m. Auch ist dafür Sorge zu tragen, daß die Kraft möglichst horizontal auf den Schwengel übertragen werde, und daher der Schwengel in einer gewissen Höhe über der Rennbahn anzubringen.

Fig. 99.



Bei der in Fig. 98 abgebildeten Einrichtung mit Gabeln wirkt die Kraft der Pferde ziemlich winkelrecht gegen den Schwengel; werden aber die Pferde an eine Deichsel gespannt (siehe Theil III, 2, Artikel „Förderungsmaschinen"), so ziehen die Pferde etwas schief, indem die Deichsel selbst eine Sehne der Rennbahn bildet. Aus der radial gemessenen Schwengellänge $CA = a$, Fig. 99, und aus der Deichsellänge $AD = d$, ergiebt sich der Hebelarm der zu beiden Seiten der Deichsel angespannten Pferde:

$$CN = a_1 = \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}},$$

oder annähernd

$$a_1 = a - \frac{d^2}{8\,a}.$$

In Fig. 100 u. 101 (a. f. S.) ist ein transportabeler Göpel zum Gebrauche in der Landwirthschaft dargestellt. Das aus Schwellen, Stielen und Holmen zusammengesetzte niedrige Holzgerüst G nimmt in der Mitte die kurze stehende Göpelwelle A auf, welche bei a_1 in einem Spurlager und bei a_2 in einem an den Holmen gg angebrachten Halslager unterstützt ist. Die auf dem hervorragenden Ende von A aufgesetzte Rosette R dient zur Befestigung der vier Zugbäume Z, welche unter sich noch durch besondere diagonale Anker in Verbindung gebracht sind, um eine möglichst gleichmäßige Vertheilung der Zugkräfte zu erzielen. Das auf der Axe A angebrachte größere Zahnrad B greift in das Getriebe b auf einer Vorgelegswelle V ein, welche ihrerseits wieder durch das größere conische Rad C ein Getriebe c auf der Welle W umdreht. Die letztere ist bei U mit dem bekannten Universalgelenk (s. Thl. III, 1) versehen, durch welches die Transmission der Betriebskraft nach den zu betreibenden Arbeitsmaschinen vermittelt wird. Diese Göpel werden auch etwas abweichend so construirt, daß die stehende Göpelwelle A mit einem größeren conischen Rade eine horizontale Vorgelegswelle *V* betreibt, von welcher aus durch zwei ungleiche Stirnräder die Betriebswelle *W* in Umdrehung gesetzt wird. Das Umsetzungsverhältniß der Räder *B*, *b* pflegt man meistens zwischen 5 und 6, und dasjenige der

Fig. 100.

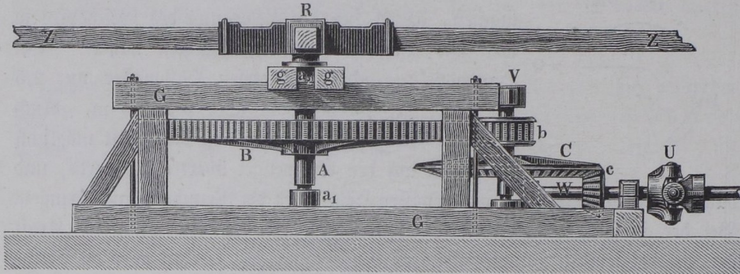
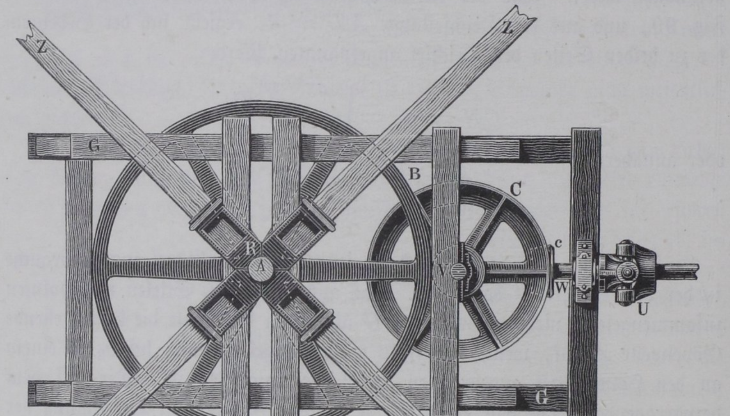


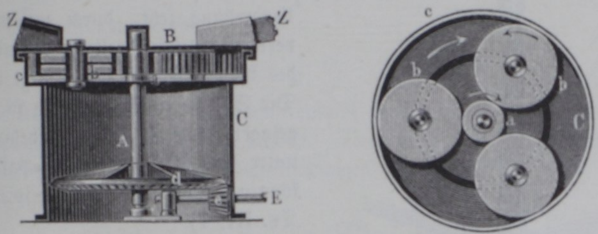
Fig. 101.



Räder *C*, *c* zwischen 3 und 5 anzunehmen, so daß durch einen Umgang der Pferde 15 bis 30 Umdrehungen der Transmissionswelle erlangt werden.

In welcher Weise Barret, Exall und Andrews von dem Differentialgetriebe Anwendung zur schnellen Bewegung der Betriebswelle durch den langsamen Umgang der Pferde gemacht haben, ist bereits in Thl. III, 1, besprochen. In Fig. 102 ist ein solcher sogenannter Cylindergöpel dieser Firma dargestellt. Durch die Zugbäume Z der Pferde wird hier der Deckel B auf dem cylindrischen, festgeschraubten Gehäuse C umgedreht, wobei die mit dem Deckel B verbundenen lose um ihre Axbolzen drehbaren Räder b

Fig. 102.



gleichzeitig mit dem festen Zahnkranze c des Gehäuses, wie auch mit dem Getriebe a der stehenden Welle in Eingriff sind. In Folge dieser Anordnung erzeugt jede Umdrehung des Deckels $\frac{c}{a} + 1$ Umdrehungen der Welle A nach derselben Richtung, wenn unter c und a die Theilkreishalbmesser bezw. Zähnezahlen der gleichbezeichneten Räder verstanden werden*). Bei einer Ausführung dieses Göpels sind die Zähnezahlen $a = 12$, $b = 24$, $c = 60$, daher je ein Umlauf der Pferde $\frac{60}{12} + 1 = 5$ Umdrehungen der Welle A erzeugt. Durch die conischen Räder d und e wird die Geschwindigkeit der Transmissionswelle E weiter vergrößert.

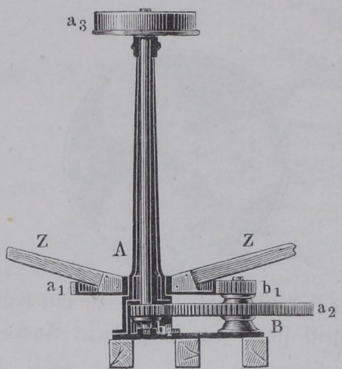
Dieser Göpel leidet an dem Uebelstande der beträchtlichen Reibung, welche der Deckel B an dem großen Umfange findet, an welchem ein Schleifen eintritt.

In Betreff der sogenannten Säulengöpel, d. h. derjenigen Anordnungen, bei welchen eine verticale Säule als Göpelgestell dient und wobei die Zugthiere ganz unterhalb der meist durch Riemen vermittelten Kraftübertragung sich bewegen, wie solche Göpel vorzüglich in Frankreich zur Anwendung gekommen sind, kann auf den ebenfalls in Th. III, 1 als Beispiel

*) Diese Gleichung wurde an obgedachter Stelle gelegentlich der Differentialräder entwickelt, man überzeugt sich von der Richtigkeit auch leicht, wenn man für eine Drehung der Zugbäume nach rechts dem ganzen Systeme, also dem Gehäuse C, der Welle A und dem Deckel B eine zusätzliche Drehung nach links ertheilt denkt. Hierdurch kommt der Deckel B zur Ruhe, die Welle A nimmt wegen der Räder a und c, $\frac{c}{a}$ Umdrehungen nach rechts, also nach Wiedereinfügung einer Drehung nach rechts im Ganzen $\frac{c}{a} + 1$ Umdrehung nach rechts an.

angeführten Göpel von **Pinet**, Fig. 103, verwiesen werden. Die Zugbäume Z der Pferde sind hier auf dem größeren Stirnrade a_1 befestigt, welches auf dem unteren Ansatze der Säule A drehbar, die Zwischenwelle B mit den Rädern b_1 und a_2 in Umdrehung setzt, durch welche die verticale Betriebswelle C vermittelst des kleinen Getriebes b_2 bewegt wird. Die Scheibe a_3 ist natürlich so hoch gelagert, daß die Thiere unbehindert unter dem Betriebsriemen passiren können. (S. auch das Beispiel in Th. III, 1).

Fig. 103.



Erfahrungsmäßig kann man annehmen, daß ein Arbeiter bei täglich 8 Stunden Arbeitszeit am Göpel mit 12 kg Kraft und 0,6 m Geschwindigkeit arbeite, also ein tägliches Arbeitsquantum von

$$12 \,.\, 0{,}6 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 207360 \text{ mkg}$$

verrichte; daß dagegen ein Pferd an eben dieser Maschine bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit und bei einer Geschwindigkeit von 0,9 m (im Schritt) eine Kraft von 45 kg ausübe, also täglich:

$$45 \,.\, 0{,}9 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 1\,166\,400 \text{ mkg}$$

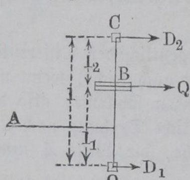
Arbeit verrichten könne.

Die Kraft am Göpel ist, wie bei jeder Radwelle, wenn die Last Q am Hebelarme $CB = b$ (Fig. 99) wirkt:

$$P = \frac{b}{a}\, Q.$$

Nun entsteht aber noch eine Reibung unten am Spurzapfen und eine Reibung am Umfange desselben und des Halszapfens, daher fällt mit Berücksichtigung beider Reibungen die Kraft noch etwas größer aus. Ist G das Gewicht der armirten Göpelwelle und r_1 der Halbmesser ihrer Spur; so hat man das statische Moment der Reibung daselbst (Th. I u. III, 1) gleich $\frac{2}{3}\, \varphi\, G r_1$. In der Regel liegt der Angriffspunkt B der Last (Fig. 104) nicht mitten zwischen dem Zapfen C und dem Stifte O, sondern er ist dem einen oder dem anderen näher; daher haben denn auch beide ungleiche Theile von der Last Q aufzunehmen, und es sind deshalb auch dieselben nicht von gleicher

Fig. 104.



Stärke zu machen. Steht der Lastpunkt vom unteren Zapfen um $BO = l_1$ und vom oberen um $BC = l_2$ ab, und bezeichnet man die ganze Länge $CO = l_1 + l_2$ der stehenden Welle durch l, so hat man den Druck am unteren Zapfen:

$$D_1 = \frac{l_2}{l} Q,$$

und den Druck am oberen:

$$D_2 = \frac{l_1}{l} Q,$$

wie leicht zu finden ist, wenn man einmal C und ein anderes Mal O als Stützpunkt eines Hebels CBO ansieht. Deshalb ist denn auch die Summe der statischen Momente der Seitenreibungen am Halszapfen und an der Spur:

$$\varphi D_1 r_1 + \varphi D_2 r_2 = \frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l} \varphi Q,$$

und die Kraftgleichung des Göpels:

$$Pa = Qb + {}^2/_3\, \varphi G r_1 + \varphi Q \frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l}.$$

Außer durch die Zapfenreibungen wird die Leistung der Zugthiere noch durch die Widerstände zwischen den Zähnen der Räder vermindert, welche in jedem Falle nach den in Thl. III, 2 angegebenen Regeln zu bestimmen sind. Für die gewöhnlichen Göpelconstructionen mit zwei Zahnradvorgelegen nach Art der in Fig. 100 und 101 angegebenen wird man mit Rücksicht auf die Thl. III, 2 angeführte Tabelle für den Wirkungsgrad der Zahnradvorgelege im Allgemeinen nicht weit fehlgreifen, wenn man den Wirkungsgrad des Göpels zu

$$\eta = \eta_1 \eta_2 = 0{,}92 \,.\, 0{,}92 = 0{,}85$$

annimmt. Für wesentlich abweichende Constructionen, wie z. B. für den Barret'schen Cylindergöpel, sowie bei mangelhafter Aufstellung, Oelung und Unterhaltung kann der Wirkungsgrad allerdings noch beträchtlich kleiner ausfallen.

Anmerkung 1. Von der Anwendung der Göpel zum Fördern ist im dritten Theile die Rede.

Anmerkung 2. Französische Schriftsteller führen an, daß ein Pferd im Trabe am Göpel täglich $4^1/_2$ Stunden mit 30 Kilogrammen Kraft und 2 Meter Geschwindigkeit arbeiten kann, und so täglich 972000 mkg Arbeit verrichtet. Wendet man die Gerstner'sche Formel an, setzt $K = 56$ kg, $c = 1{,}25$ m, $v = 2$ m, $t = 8$ Stunden und $z = 4{,}5$ Stunden, so erhält man die Kraft:

$$P = \left(2 - \frac{2}{1{,}25}\right)\left(2 - \frac{4{,}5}{8}\right) 56 = 32{,}2 \text{ kg},$$

und daher die tägliche Leistung

$$L = 32{,}2 \,.\, 2 \,.\, 4{,}5 \,.\, 60 \,.\, 60 = 1\,043\,280 \text{ mkg},$$

also in ziemlicher Uebereinstimmung mit obiger Angabe. Nimmt man aber die oben angegebene Geschwindigkeit $c = 0{,}9$ m im Schritte an, so erhält man nach Gerstner die Kraft viel größer, nämlich:

$$P = \left(2 - \frac{0{,}9}{1{,}25}\right) 56 = 71{,}6 \text{ kg},$$

und daher die tägliche Leistung

$$L = 71{,}6 \,.\, 0{,}9 \,.\, 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 1855872 \text{ mkg}.$$

Anmerkung 3. Die Kräfte der Pferde, wenn diese an gegenüberstehenden Schwengeln wirken, vergrößern den Zapfendruck um nichts, sind aber die Pferde nur an einem Schwengel angespannt, so trägt ihre Kraft etwas zur Vergrößerung des Zapfendruckes bei, es ist nämlich, einer Abhandlung des Verfassers in den polytechnischen Mittheilungen Band I zufolge, statt der Last Q:

$$Q\left[1 + {}^1\!/_4 \left(\frac{P}{Q}\right)^2\right] = Q\left[1 + {}^1\!/_4 \left(\frac{b}{a}\right)^2\right]$$

einzusetzen, und daher

$$D_1 = \frac{l_2}{l}\left[1 + {}^1\!/_4 \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q,$$

sowie

$$D_2 = \frac{l_1}{l}\left[1 + {}^1\!/_4 \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q$$

anzunehmen, so daß das Moment der Seitenreibung sich

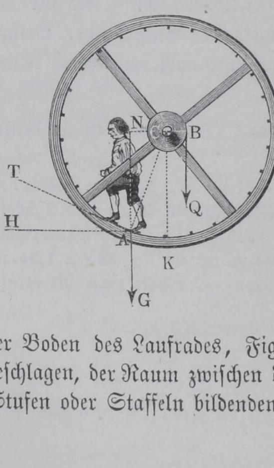
$$F = \varphi\left[1 + {}^1\!/_4 \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] \frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l}\, Q$$

herausstellt.

Aehnlich verhält es sich auch beim einmännischen Haspel.

§. 33. **Tret- und Laufrad.** Zuweilen werden Maschinen durch die Gewichte von Menschen oder Thieren in Bewegung gesetzt, indem diese an dem Umfange eines Rades emporzusteigen suchen. Solche Maschinen heißen im Allgemeinen Treträder; doch hat man dieselben von sehr verschiedenen Constructionen. Das Laufrad besteht sowie das Tretrad aus zwei Radkränzen, welche durch Arme mit der Welle und untereinander durch einen Boden verbunden sind; nur steht bei dem ersten der Arbeiter im Inneren des Rades, und bei dem zweiten auf dem äußeren Umfange desselben. Um dem Arbeiter einen sicheren Stand zu verschaffen und die Kraft desselben auf das Rad zu übertragen, ist der Boden des Laufrades, Fig. 105, in je 0,5 m Entfernung mit Latten beschlagen, der Raum zwischen den Kränzen des Tretrades, Fig. 106 aber mit Stufen oder Staffeln bildenden Schaufeln ausgerüstet.

Fig. 105.



Das Sprossenrad, Fig. 107, besteht nur aus einem Kranze und hat, statt der Schaufeln, durch den Kranz gesteckte Bolzen, an denen sich der Arbeiter anhält wie an den Sprossen einer Leiter. Bei dem letzten Rade steht der Arbeiter ziemlich in der halben Radhöhe, und es wirkt daher derselbe mit seinem ganzen Gewichte G an einem den Radhalbmesser noch übertreffenden Hebelarme $CA = a$; bei dem Tret- und Laufrade hingegen steht derselbe um einen spitzen Winkel $ACK = \alpha$ vom Radobersten oder

Fig. 016.

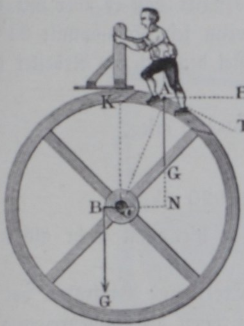
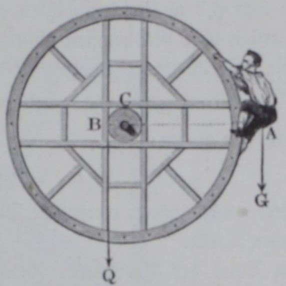


Fig. 107.



Raduntersten ab, und es ist deshalb der Hebelarm seines Gewichtes G kleiner als der Radhalbmesser $CA = a$, nämlich:

$$CN = a_1 = CA \sin CAN = a \sin \alpha.$$

Dafür ist aber auch die Anstrengung des Arbeiters am Sprossenrade größer als die am Tret- und Laufrade; sie entspricht dort der Kraft zum Hinaufsteigen auf einer verticalen Leiter, hier aber der Kraft zum Aufsteigen auf einer durch die Tangente AT gegebenen schiefen Ebene mit dem Steigwinkel $TAH = CAN = \alpha$. Es ist also die Anstrengung P dort G, hier aber $G \sin \alpha$.

Wirkt die Last Q am Hebelarme $CB = b$, so hat man für das Sprossenrad

$$Ga = Qb,$$

und für das Tret- und Laufrad:

$$Ga \sin \alpha = Qb,$$

oder, indem man die Kraft oder Anstrengung P einführt, für beide Maschinen, sowie für den Haspel und Göpel,

$$Pa = Qb.$$

Es gewähren also Tretmaschinen in mathematischer Beziehung keinen Vorzug vor den Haspeln und Winden; es verrichtet aber der Mensch an denselben mehr tägliche Leistung als an anderen Maschinen und insofern ist die Anwendung dieser Maschinen immer von Vortheil. Die Anwendung von Thieren bei diesen Maschinen ist nicht von Vortheil, nicht allein weil die vierfüßigen Thiere, und zumal die Pferde, beim Steigen weniger zu leisten vermögen, sondern auch deshalb, weil sich die Thiere hier weniger leicht anstellen lassen und leicht Gefahr laufen, sich zu beschädigen oder zu verunglücken.

Man rechnet, Erfahrungen zufolge, daß ein Mensch bei 8 Stunden Arbeitszeit mit 60 kg Kraft und mit 0,15 m Geschwindigkeit am Tretrade arbeite, wenn er in der Nähe des Radmittels wirkt, daß er aber mit 12 kg Kraft und 0,7 m Geschwindigkeit arbeite, wenn sein Standpunkt 24^0 vom Radtiefsten oder Radhöchsten absteht. Es leistet demnach ein Arbeiter täglich auf die erste Weise:

$$60 \,.\, 0{,}15 \,.\, 28800 = 259200 \text{ mkg},$$

und auf die zweite:

$$12 \,.\, 0{,}7 \,.\, 28800 = 241920 \text{ mkg}.$$

Pferde und andere vierfüßige Thiere leisten hier nicht mehr als an der stehenden Welle.

Ein Theil des Vortheiles, welchen die Tret- und Laufräder vor dem Haspel oder der Winde haben, geht wieder durch die Zapfenreibung verloren, welche bei diesen Rädern größer ist, da sie viel schwerer ausfallen als Haspel und Winden. Ist nG das Gewicht der Arbeiter, G_1 das Gewicht der Maschinen, und wirkt die angehängte Last Q vertical abwärts, so hat man den Zapfendruck:

$$D = nG + G_1 + Q,$$

und bezeichnet nun noch r den Zapfenhalbmesser, so hat man das statische Reibungsmoment:

$$\varphi\,(nG + G_1 + Q)\,r,$$

sowie die Kraftformel:

$$nGa \sin\alpha = Qb + \varphi\,(nG + G_1 + Q)\,r.$$

Ist die Last gegeben, so kann man hiernach den Steigwinkel α finden, nämlich:

$$\sin\alpha = \frac{Qb + \varphi\,(nG + G_1 + Q)\,r}{nGa},$$

oder die nöthige Zahl der Arbeiter:

$$n = \frac{Qb + \varphi\,(G_1 + Q)\,r}{G\,(a \sin\alpha - \varphi r)}.$$

Am vortheilhaftesten wirken die Menschen, wenn bei der constanten Nebenlast W ihre Kraft

$$nP = nG \sin\alpha = nK + \frac{b}{a}\frac{W}{2},$$

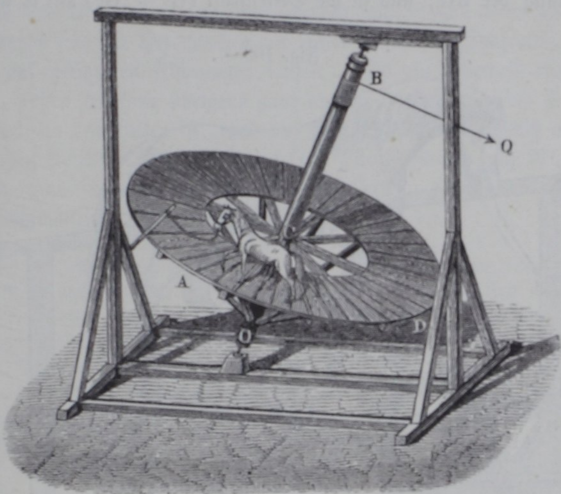
also

$$\sin\alpha = \left(K + \frac{b}{a}\frac{W}{2n}\right) : G$$

ist.

In der Landwirthschaft findet man zuweilen die in Fig. 108 abgebildete Tretscheibe angewendet. Man läßt auf derselben die Pferde oder Ochsen nur auf kurze Zeit wirken. Sie hat den Vorzug vor anderen Maschinen, daß man das arbeitende Thier ohne Aufsicht lassen kann. Die Wirkung

Fig. 108.



der Thiere ist übrigens genau dieselbe wie bei dem Tret- und Laufrade, wenn man das Thier in der Nähe des horizontalen Halbmessers arbeiten läßt. Diese Maschine besteht aus einer Welle BO, deren Axe 20 bis 25° von der Richtung der Schwere abweicht, und aus einer mit radial laufenden Latten beschlagenen Scheibe ACD von 6 bis 8 m Halbmesser, welche winkelrecht auf der Welle aufsitzt, und deshalb eine Neigung von 20 bis 25° gegen den Horizont hat. Steht das arbeitende Thier um den horizontalen Halbmesser $CA = a$ von der Wellenaxe ab, und ist der Neigungswinkel der Scheibe, sowie der Steigwinkel des Pferdes gleich α, so hat man die Umdrehungskraft:

$$P = G \sin\alpha,$$

und daher, wie beim Tret- und Laufrade, das Umdrehungsmoment:

$$Pa = Ga \sin\alpha.$$

Wirkt nun noch die Last Q am Hebelarme b, ist also ihr Moment

$$Q b,$$

ist ferner G_1 das Gewicht der armirten Maschine und bezeichnet r die Halbmesser ihrer Zapfen, so hat man das statische Moment der Reibung an der Basis derselben:

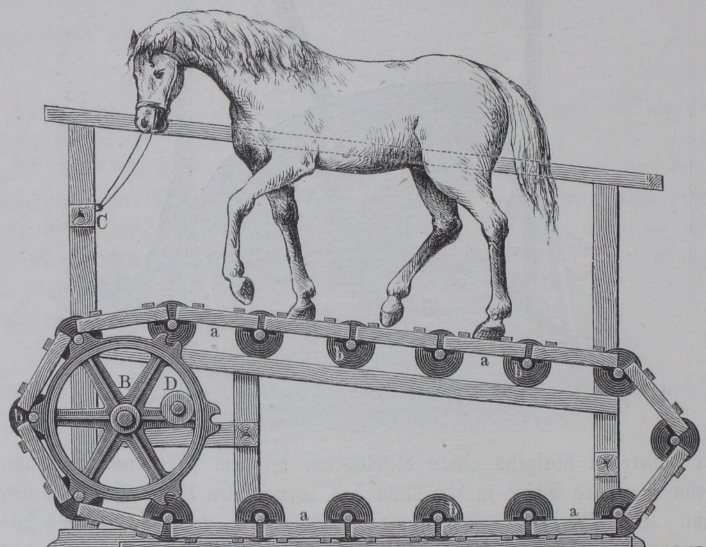
$$\frac{2}{3} \varphi (G + G_1) \cos \alpha \, . \, r,$$

und das Moment der Seitenreibung:

$$\varphi [(G + G_1) \sin \alpha + Q] r,$$

weil sich das Gewicht $G + G_1$ in die Seitenkraft $(G + G_1) \cos \alpha$ nach der Richtung der Axe, und in die Seitenkraft $(G + G_1) \sin \alpha$ nach der

Fig. 109.



Fallrichtung der Scheibe zerlegt, und Q in der Richtung der letzten Kraft wirkt. Es folgt hiernach:

$$G a \sin \alpha = Q (b + \varphi r) + \varphi (G + G_1) (\tfrac{2}{3} \cos \alpha + \sin \alpha) r.$$

Da der Component $G \cos \alpha$ vom Gewichte G, welcher die Richtung der Axe $B O$ hat, excentrisch wirkt, so giebt derselbe nicht allein einen Axendruck, sondern auch ein Kräftepaar, welches die Tretscheibe in der Ebene ABC umzudrehen sucht, und die Seitenwirkungen in B und O noch etwas vergrößert. Diese Vergrößerung ist jedoch bei den gewöhnlichen Dimensionen und Gewichten klein genug, um sie außer Acht lassen zu können.

Es gehört hierher auch die sogenannte Tretbrücke, auch amerikanisches Tretwerk genannt, bei welchem das arbeitende Pferd auf einer geneigten Ebene (A, Fig. 109) steht, welche aus einzelnen zu einer endlosen Kette vereinigten Tafeln a, a gebildet ist, deren Kettenbolzen b sich in die Gabelzinken eines Rades B einlegen. Bei der trottenden Bewegung des an einem festen Punkte C angezäumten Pferdes schieben sich die Kettenglieder a unter den Hufen des Pferdes abwärts, wodurch die Kettentrommel B in Umdrehung gesetzt wird, welche Drehung durch Zahnräder in bekannter Weise auf eine Axe D weiter fortgepflanzt werden kann. Zur Verminderung der Widerstände sind die Kettenbolzen an ihren Enden mit Laufrollen versehen, welche auf geeigneten Führungen laufen. Als ein Vortheil dieses Tretwerkes, dessen Wirkung übrigens ganz ähnlich wie diejenige der Tretscheibe, Fig. 108, zu beurtheilen ist, wird das geringe Raumerforderniß angegeben. (Siehe den Artikel Tretrad in Prechtl's Encyklopädie, auch Whitworth: Report on the New-York Industrial-Exhibition 1853, sowie Perels, Landwirthschaftliche Maschinen und Geräthe, Heft 1.)

Beispiel. Man will durch ein 6 m hohes Tretrad eine an einem Hebelarme von 0,20 m wirkende Last von 500 kg heben und sucht die Zahl der nöthigen Arbeiter. Nimmt man das Gewicht des belasteten Rades schätzungsweise zu 2500 kg, den Zapfenhalbmesser $r = 0,05$ m und einen Reibungscoefficienten $\varphi = 0,08$ an, so erhält man das statische Moment der Last zu

$$Qb + \varphi (G + G_1) r = 500 . 0,2 + 0,08 . 2500 . 0,05 = 110 \text{ mkg},$$

und daher die nöthige Kraft am Umfange des Rades:

$$P = \frac{110}{3} = 36,7 \text{ kg}.$$

Nun übt ein Arbeiter bei circa 24° Abstand vom Radscheitel eine Kraft von 12 kg aus, folglich wird die nöthige Arbeiterzahl

$$n = \frac{36,7}{12} = 3$$

ausreichen und zu erwarten sein, daß hierdurch eine tägliche Leistung von

$$3 . 241920 = 725760 \text{ mkg}$$

verrichtet, also in dieser Zeit die Last $Q = 500$ kg auf eine Höhe von

$$\frac{725760}{500} = 1451,5 \text{ m},$$

z. B. $14\frac{1}{2}$ mal auf 100 m Höhe gehoben wird.