

rückenschlächtige Zellenrad mit Coulisseneinlauf	$Q = 10.9 K$ bis $12.7 K$
oberschlächtige Rad für kleinere Gefälle	$Q = 12.7 K - 15.2 K$
oberschlächtige Rad für größere Gefälle	$Q = 10.2 K - 12.7 K$

Anmerkung. In jenen, nur selten vorkommenden Fällen, in welchen Wasserkräfte von mehr als 80 Pferdekraft verwendet werden müssen, wendet man lieber zwei Räder an, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft schon zu colossale Dimensionen erhalten. Auch muß man dort, wo ein System von Arbeitsmaschinen zu betreiben ist, welche nicht wohl mit einander arbeiten können, wie z. B. bei Eisenwerken, statt einem Rade mehrere Räder anlegen.

Die *Jonval'sche Turbine.*

233. Da die von *Jonval* angegebene Turbine in neuester Zeit und zwar mit dem besten Erfolge vielfältig zur Anwendung kommt, so soll hier in Kürze das Wichtigste hierüber bemerkt und entwickelt werden.

Diese Turbine, welche in Fig. 155 im Durchschnitte, in Fig. 155, *a* in einer äußern Ansicht dargestellt ist, und wobei noch Fig. 155, *b* den Grundriß der Turbinenstube (in etwas kleinerem Maßstabe), Fig. 155, *c* den vierten Theil der obern Ansicht des Leit-Curvenapparates und Fig. 155, *d* einen solchen Quadranten der obern Ansicht des Turbinenrades vorstellt, unterscheidet sich von der *Fourneyron'schen* (§. 407), deren Princip auch dabei zum Grunde liegt, wesentlich dadurch, daß das Leitcurvenrad nicht innerhalb, sondern über, in besondern Fällen auch unter dem Turbinenrade angebracht und außerdem so aufgestellt wird (wodurch sich diese Turbine auch von der *Fontaine'schen* unterscheidet), daß das Turbinenrad *ab* (Fig. 155) mehrere (selbst nahe bis 30) Fuß über den Wasserspiegel *CD* des Abfluscanales zu liegen kommt. Da das Wasser aus dem Zuleitungscanal *K* in den etwas conisch zulaufenden Leitcurvenapparat (das Leitcurvenrad) *bf*, und von da in das Turbinenrad *ab* eintritt, von wo es, nachdem es gewirkt, in dem cylindrischen Rohre *ag*, in welchem der ganze Apparat sammt dem um die verticale Achse *cd* umlaufenden Rade eingeschlossen ist, herabfällt; so wirkt das Wasser von oben durch den Druck und von unten durch den Zug (durch Saugen), weshalb solche Turbinen auch doppelt wirkend genannt werden. Die unten angebrachte Schütze *EE* (Fig. 155 und Fig. 155, *a*), welche das Wasser aus dem Cylinder-Mantel entweder

nur von einer Seite, oder wie bei den neuern Turbinen, ringsherum ausströmen läßt, dient zur Regulirung der auf das Rad wirkenden Wassermenge, indem das unten abfließende Wasser zugleich auch jenes ist, welches von oben her in das Rad eintritt. Auch die obere Schütze muß zur Regulirung des Ganges der Turbine eine angemessene Stellung (den gehörigen Schützenzug) erhalten.

234. Es sey nun zur Berechnung der Hauptabmessungen dieser Turbine in Fig. 156, R' der äußere, R'' der innere und $R = \frac{1}{2}(R' + R'')$ der mittlere Halbmesser des Turbinenrades; ferner stelle Fig. 157 einen Theil der Abwicklung des mittleren Schnittes in eine Ebene vor, welcher Schnitt dadurch entsteht, das man das Leit- und Turbinenrad durch einen Cylinder vom Halbmesser R schneidet, dessen Achse mit jener cd (Fig. 155) zusammenfällt. In dieser Abwicklung seyen ab , $a'b'$ zwei Leit- und cd , $c'd'$ zwei Radschaufeln (welche windschiefe oder schraubenförmige Flächen bilden); α sey der mittlere Winkel, welchen die Leitschaufeln mit der untern Ebene des Leitrades, β der Winkel, welchen die Radschaufeln mit der obern Ebene des Turbinenrades bilden, so wie γ der Winkel, unter welchem das Wasser gegen die untere Ebene dieses Rades aus demselben austritt. Ferner sey (Fig. 155) h' die Tiefe der untern Fläche des Leitschaufelrades unter dem Oberwasserspiegel AB , h die Höhe des Turbinenrades, h'' der verticale Abstand der untern Fläche dieses Rades über dem Unterwasserspiegel CD , und H die ganze Gefällshöhe; ferner bezeichne n und n' beziehungsweise die Anzahl der Leit- und Radschaufeln, $s = bi$ (Fig. 157) und $s' = m d'$ die mittlere normale untere Weite der Leit- und Radcanäle, F und F' die Summe der Ausflußöffnungen sämtlicher Canäle im Leitcurven- und im Turbinenrad, so wie $s'' = cn$ die obere Weite und F'' die Summe der obern Querschnitte der Kanäle des Turbinenrades; ferner seyen k und k' die Contractionscoefficienten für den Ausfluß des Wassers aus dem Leitcurven- und Turbinenrade; v die vortheilhafteste Geschwindigkeit eines Punctes im Umfange des Kreises vom Halbmesser R , V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitcurvenrad austritt, u , u' die relativen Geschwindigkeiten des Wassers gegen die Radschaufeln beim Ein- und Austritt, und U die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad verläßt. Endlich sey \mathfrak{H} die Höhe einer Wassersäule, welche dem Drucke der Atmosphäre entspricht, \mathfrak{H}' und \mathfrak{H}'' zwei Wassersäulenhöhen, welche beziehungsweise dem Drucke entsprechen, der zwischen den beiden

Rädern und unter dem Turbinenrade Statt findet, f der Querschnitt der untern Ausflußöffnung am cylinderischen Mantel, k'' der betreffende Contractionscoefficient, A der Querschnitt des cylinderischen Rohres, in welchem das aus dem Turbinenrade austretende Wasser herabsinkt, Q die per Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge in Kubikfuß, E_n der Nutzeffect der Turbine in Fußspfund und N_n dieser Effect in Pferdekraften zu 430 F. Pf. ausgedrückt. Diefs vorausgesetzt, hat man zuerst für die theoretische Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus dem Leitschaufelrade:

$$V = \sqrt{[2g(\mathfrak{H} + h' - \mathfrak{H}')] \dots} \quad (1)$$

Anmerkung. Es ist leicht einzusehen, daß diese Ausflußgeschwindigkeit, sowohl von der Größe der Ausströmungsöffnungen im Turbinenrad, als auch von der Umdrehungsgeschwindigkeit dieses Rades abhängt. Zugleich sieht man aus dieser Formel (1) daß $V = > < \sqrt{2gh'}$ wird, je nachdem $\mathfrak{H}' = < > \mathfrak{H}$ ist.

235. Was ferner den Übertritt des Wassers aus dem Leitschaufel- in das Turbinenrad betrifft, so müssen die Leit- und Radschaufeln wieder so construirt werden, daß dieser Übertritt ohne Stofs Statt findet. Ist demnach AB (Fig. 158) die Richtung und Größe der Geschwindigkeit V , mit der das Wasser in das Rad tritt, welches selbst nach der Richtung CA die Geschwindigkeit v besitzt; so nehme man in entgegengesetzter Richtung $AC = v$ und construire aus diesen beiden Geschwindigkeiten AB und AC das Parallelogramm BC , um durch die Diagonale AD die Größe und Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit u zu erhalten; es muß daher, damit die genannte Bedingung erreicht werde, diese Gerade AD die Curve der Radschaufel im Eintrittspuncte A berühren. Aus dem Dreieck ABD folgt aber

$$v = V \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \dots (2) \quad \text{und} \quad u = V \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \dots (3)$$

Ferner ist auch, wenn $ab = u'$ die relative Austrittsgeschwindigkeit des Wassers und $ac = v$ die Geschwindigkeit des Rades bezeichnet, sofort die Diagonale $ad = U$ die absolute Geschwindigkeit des aus dem Rade austretenden Wassers und daher

$$U^2 = u'^2 + v^2 - 2u'v \cos \gamma \dots (4)$$

Soll nun das Wasser seine ganze lebendige Kraft im Rade verlieren, so muß $U = 0$ seyn, was nur möglich ist, wenn die beiden Bedingungsgleichungen

$$u' = v \quad \text{und} \quad \gamma = 0 \quad (5)$$

Statt finden.

Es ist ferner, wie leicht zu sehen

$$\frac{u'^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + (\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'') \dots (6)$$

und

$$\mathfrak{H}'' + h'' = \mathfrak{H} \dots (7)$$

oder mit Rücksicht auf die erste der Bedingungsgleichungen (5):

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + \mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'' \quad (8)$$

Aus der Gleichung (1) folgt $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{V^2}{2g}$ und aus jene

(7): $\mathfrak{H}'' = \mathfrak{H} - h''$, mithin ist $\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}'' = h' + h'' - \frac{V^2}{2g}$ und

$\mathfrak{H}' - \mathfrak{H}'' + h = H - \frac{V^2}{2g}$. Dieser Werth in (8) substituirt gibt:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + H - \frac{V^2}{2g} \dots (9)$$

Setzt man in diese Gleichung für v und u die Werthe aus (2) und (3), so erhält man:

$$H = \frac{V^2}{2g} \left(1 + \frac{\sin^2(\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta} - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \right) \dots (10)$$

oder da der eingeklammerte Theil auch (Formelsammlung, S. 5 Formeln 16 und 13)

$$= \frac{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \text{ ist}$$

und wenn man dann V bestimmt,

$$V = \sqrt{\left[\frac{g H \sin \beta}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} \right]} \dots (11)$$

Wird dieser Werth von V in der Formel (2) substituirt, so erhält man nach einer einfachen Reduction:

$$v = \sqrt{\left[\frac{g H \sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta} \right]} \dots (12)$$

Aus (1) folgt $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{V^2}{2g}$ oder mit Rücksicht auf (11)

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - \frac{H \sin \beta}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} \dots (13)$$

Ferner ist noch im Beharrungsstande, und da alle Canäle ausgefüllt seyn sollen

$$Q = k V F = u F'' = k' u' F' \dots (14)$$

folglich

$$F = \frac{Q}{k V} \dots (15)$$

und wenn man in $k V F = u F''$ für u den Werth aus (3) setzt:

$$\frac{F''}{F'} = k \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \dots (16);$$

setzt man dagegen in $kV F = k' u' F'$, (Gleich. 7 und 2)

$u' = v = V \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$, so wird

$$\frac{F'}{F} = \frac{k}{k'} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \cdot \cdot \quad (17)$$

Anmerkung 1. Wie aus der Relation (13) hervorgeht, so wird der Druck des Wassers zwischen beiden Rädern jenem der Atmosphäre, d. i. $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H}$

gleich, wenn $h' = \frac{H \sin \beta}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)}$ ist.

Damit das Wasser im Zusammenhange zufließe, so darf \mathfrak{H}' niemals Null seyn, woraus also folgt, dafs immer

$$\mathfrak{H} + h' > \frac{H \sin \beta}{2 \cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} \quad \text{seyn müsse.}$$

Damit sich ferner das Wasser nicht von der Grundfläche des Turbinenrades losreisse, mufs $\mathfrak{H}'' > 0$ seyn, was aus der Relation (7) die Bedingung von

$$h'' < \mathfrak{H} \quad \text{gibt,}$$

oder, da streng genommen, die Höhe h'' durch die Geschwindigkeit des aus der untern Schützen- oder Mantelöffnung f ausfliessenden Wassers

herabgezogen oder um h_1 vermindert wird, wenn $h_1 = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{k' f} \right)^2$ die

Geschwindigkeitshöhe für das unten ausfliessende Wasser bezeichnet; so ist statt der Relation (7) jene

$$\mathfrak{H}'' + h'' - h_1 = \mathfrak{H}$$

zu setzen, so dafs also für die zuletzt erwähnte Bedingung

$$h'' < \mathfrak{H} + h_1$$

seyn mufs, dabei kann jedoch in allen Fällen, in welchen die Öffnung f gros, also die Ausflugschwindigkeit sehr klein ist, $h_1 = 0$ gesetzt werden.

Anmerkung 2. Wegen $\frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin(\alpha + \beta)} = \frac{2 \sin \beta}{\sin(2\alpha + \beta) + \sin \beta}$

ist für $2\alpha + \beta = 180^\circ$ aus Relation (11), $V = \sqrt{2gH}$ und aus (13),

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + h' - H.$$

Für $2\alpha + \beta < 180^\circ$ wird $V < \sqrt{2gH}$ und $\mathfrak{H}' > \mathfrak{H} + h' - H$

und für $2\alpha + \beta > 180^\circ$ wird $V > \sqrt{2gH}$ und $\mathfrak{H}' < \mathfrak{H} + h' - H$.

Während nun bei der Schottischen und *Cadial'schen* Turbine $2\alpha + \beta > 180^\circ$ ist, hat man bei der *Jouval'schen* immer $2\alpha + \beta < 180^\circ$ und zwar empfiehlt *Redtenbacher* für die meisten vorkommenden Fälle die Werthe $\alpha = 24^\circ$ und $\beta = 66^\circ$. Nur für grosse Gefälle und geringe Wassermengen ist es besser den Winkel α etwas kleiner, etwa von 15 bis 18 Grad zu nehmen, damit das Rad gröfser ausfalle. Den Winkel γ endlich kann man im Mittel zu 16° Grad annehmen, indem es, um dem Wasser den gehörigen Abfluss zu verschaffen, nicht möglich ist, wie es die Theorie verlangt (Relat. 5) $\gamma = 0$ zu setzen.

236. Zur Bestimmung des Radhalbmessers sey $cd = \delta$ (Fig. 159) die Dicke einer Leit-, so wie δ' die Dicke einer Radschaukel, so ist, da man die Leitschaukeln nach unten zu gerade macht,

$$ad = ab \sin \alpha = \frac{2R\pi}{n} \sin \alpha, \text{ folglich } ac = ad - cd, \text{ d. i.}$$

$$s = \frac{2R\pi}{n} \sin \alpha - \delta \dots (18)$$

Der Querschnitt eines Canales des Leitcurvenrades ist daher

$$s(R' - R'') = (R' - R'') \left(\frac{2R\pi}{n} \sin \alpha - \delta \right), \text{ folglich aller } n \text{ Kanäle}$$

n Mal so groß; diese Summe der Querschnitte $(R' - R'')(2R\pi \sin \alpha - n\delta)$ wird jedoch verengt durch die Dicken der Radschaukeln. Es ist nämlich

$$\delta' = m\delta = mn \sin \beta \text{ und } mi = mn \sin \alpha = \frac{\delta'}{\sin \beta} \sin \alpha, \text{ folglich}$$

$n'(R' - R'') mi = n'(R' - R'') \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \delta'$ und daher die Summe der wirklichen Ausflußöffnungen:

$$F = (R' - R'')(2R\pi \sin \alpha - n\delta) - n'(R' - R'') \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \delta'$$

oder reducirt:

$$F = 2R(R' - R'')\pi \sin \alpha \left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \sin \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \sin \beta} \right) \quad (a)$$

und wegen $2R = R' + R''$ auch:

$$F = R'^2 \left[1 - \left(\frac{R''}{R'} \right)^2 \right] \pi \sin \alpha \left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \sin \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \sin \beta} \right) = \frac{Q}{kV}$$

(wegen Relat. 15); aus dieser Gleichung folgt endlich:

$$R' = \sqrt{\left[\frac{Q}{kV \left[1 - \left(\frac{R''}{R'} \right)^2 \right] \pi \sin \alpha \left(1 - \frac{n\delta}{2R\pi \sin \alpha} - \frac{n'\delta'}{2R\pi \sin \beta} \right)} \right]} \quad (19)$$

Substituirt man, um zugleich auch s' zu finden, in der obigen Relation (17) für F' und F die Werthe, d. i.

$$F' = n's'(R' - R'') \dots (b)$$

und für F den Werth aus der Relation (a) und bestimmt dann s' , so erhält man nach einer einfachen Reduction:

$$s' = \frac{k}{n'h'} \frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \left(2R\pi \sin \alpha - n\delta - n'\delta' \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) \dots (20)$$

Durch eine etwas complicirte Entwicklung findet man für den Druck P , welchen das Wasser nach verticaler Richtung auf das Rad, d. i. auf die Flächeneinheit der Radbreite $(R_1^2 - R_2^2)\pi$ ausübt, sofort:

$$P = \frac{\gamma Q^2}{g} \left(\frac{\sin \beta}{F'} - \frac{\sin \gamma}{F} \right) \dots (21)$$

Endlich erhält man ganz einfach und analog mit der Bestimmung von s , sofort:

$$s'' = \frac{2R\pi}{n'} \sin \beta - \delta' \dots (22)$$

und analog mit F in Relation (a):

$$F'' = \left(2R\pi \sin \beta - n' \delta' - n\delta \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right) (R' - R'') \dots (c)$$

Anmerkung. Was die übrigen Größen und Verhältniszahlen betrifft, so nimmt man für hohe Gefälle, um dem nachtheiligen Einfluss der Fliehkraft möglichst zu begegnen, die Differenz $R' - R''$ kleiner als für niedrigere Gefälle. In der Regel kann man (m. s. *Redtenbacher* über Turbinen) $R'' = \frac{2}{3} R'$ und $R = \frac{5}{6} R'$, so wie für hohe Gefälle $R'' = \frac{3}{4} R'$ nehmen.

Ferner ist in der Regel $n = 16$, $n' = 24$, $\delta = \delta' = \frac{1}{10} R$, $k = 1$ und $k' = 9$ zu nehmen. Versuche haben gezeigt, dass man die vortheilhafteste Geschwindigkeit v erhält, wenn man die oben in (12) angegebene theoretische mit dem Factor $\cdot 774$ multiplicirt, also

$$v = \cdot 774 \sqrt{\left[\frac{gH \sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \sin \beta} \right]} \dots (d)$$

setzt.

$$\text{Ferner ist } n \cdot 2R\pi = 60v, \text{ daher } n = \frac{60v}{2\pi R} = 9 \cdot 548 \frac{v}{R}.$$

Redtenbacher setzt die Höhe des Turbinenrades $= \frac{3}{7} R$, jene des Leitrades $= \frac{4}{7} R$, Abstand der obren Ebene des Leitrades von der untern Ebene des Turbinenrades $= \frac{1}{10} R$, Halbmesser des cylinderischen Mantels, welcher das Turbinenrad umgibt $= R' + \frac{1}{10} R$, Höhe der Ausflufsöffnung in dem untern Theile dieses Mantels a) wenn die Ausströmung ringsherum Statt hat $= \frac{1}{2} R'$, b) wenn die Ausströmung einseitig, auf eine Breite von $2R'$ Statt findet $= \frac{\pi}{2} R'$, Breite des Abfluscanales an der Stelle wo die Turbine aufgestellt ist $= 4R'$. Endlich kann man noch in den meisten Fällen $V = \cdot 707 \sqrt{2gH}$, $R' = 1 \cdot 380 \sqrt{\frac{Q}{V}}$, $s = \cdot 1372 R$, $s' = 0 \cdot 811 R$ und $v = \cdot 6 \sqrt{2gH}$ nehmen.

Schlüsslich wollen wir noch bemerken, dass den Versuchen zufolge die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Turbine die Hälfte von jener ist, welche sie beim Umlaufen im unbelasteten Zustande annimmt.

237. Um endlich auch noch den Nutzeffect dieser Turbine zu bestimmen, kann man wieder, um complicirtere Entwicklungen zu vermeiden, von der Coeffizienten-Methode Gebrauch machen und dabei auf folgende Weise verfahren.

Man kann unter der Voraussetzung einer richtigen Construction der Leit- und Radschaufeln, so wie der Erfüllung der Bedingungs-gleichung (2) in **235**, annehmen, dass das Wasser aus dem Leit-

curvenrade in das Turbinenrad ohne Stofs, also ohne Verlust an lebendiger Kraft, und zwar, wenn man von der Reibung in den Leitcurven-Canälen abstrahirt (oder diese in den folgenden Widerstandscoeffizienten mit einbezieht), mit der Geschwindigkeit V , wie sie in (1) oder (11) ausgedrückt ist, eintritt. Nimmt man ferner an, dafs das Wasser beim Durchgange durch das Turbinenrad, der entstehenden Reibungen und Störungen wegen, die Geschwindigkeitshöhe $\varepsilon \frac{u'^2}{2g}$ verliert, so ist die relative Austrittsgeschwindigkeit nicht mehr u' , sondern nur $u' \sqrt{1-\varepsilon}$, wobei ε einen aus der Erfahrung zu bestimmenden Widerstandscoeffizienten bezeichnet. Diefs vorausgesetzt, ist der dadurch entstehende Effectverlust $= \gamma Q \varepsilon \frac{u'^2}{2g}$, wenn nämlich γ wieder das Gewicht von 1 Kubikfufs Wasser bezeichnet.

Wie bereits (Nr. 234, Anmerk. 2) bemerkt wurde, ist es in der Praxis unmöglich den Ausflufswinkel $\gamma = 0$ zu machen, folglich läfst sich auch die, durch die beiden Relationen (5) ausgedrückte Bedingung, dafs die absolute Ausflufsgeschwindigkeit $U = 0$ seyn soll, niemals vollständig realisiren, und es ist, wenn man wenigstens die eine Bedingung erfüllt und $u' = v$ setzt, sofort:

$$U^2 = 2v^2(1 - \cos \gamma) = 4v^2 \sin^2 \frac{1}{2} \gamma.$$

Die in dem, mit dieser Geschwindigkeit U aus dem Rade tretenden Wasser, noch enthaltene, für den Nutzeffect also verlorne Wirkungsgröfse ist daher $= \frac{\gamma Q}{2g} \cdot 4v^2 \sin^2 \frac{1}{2} \gamma$.

Endlich (da wir von der Zapfenreibung wieder abstrahiren) geht für den Nutzeffect auch noch jene Wirkungsgröfse verloren, welche erforderlich ist, um das Wasser aus der untern Schützenöffnung f mit der gehörigen Geschwindigkeit austreten zu machen. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v' , so ist der genannte Effectverlust

$$= \gamma Q \frac{v'^2}{2g}, \text{ oder wegen } Q = k'' f v', \text{ woraus } v' = \frac{Q}{k'' f} \text{ folgt, auch} \\ = \frac{\gamma Q}{2g} \left(\frac{Q}{k'' f} \right)^2.$$

Zieht man diese hier aufgezählten Effectverluste von der absoluten Wirkung des Wassers, nämlich von $\gamma Q H$ ab, so erhält man den gesuchten, relativ gröfsten Nutzeffect (wegen $u' = v$):

$$E_n = \gamma Q H - \left[\varepsilon v^2 + 4v^2 \sin^2 \frac{1}{2} \gamma + \left(\frac{Q}{k'' f} \right)^2 \right] \frac{\gamma Q}{2g} \dots (I)$$

Anmerkung. Die Bedingung, unter welcher das Wasser aus dem Leitcurvenapparate in das Turbinenrad ohne Stofs eintreten kann, läfst sich auch noch auf folgende Weise ableiten.

Zerlegt man die Geschwindigkeit V , mit welcher das Wasser nach der Tangente des letzten Elementes der Leitschaukel aus dem Leiteurvenrad ausströmt, in zwei aufeinander senkrechte Seitengeschwindigkeiten T und N , nach den Richtungen der Tangente AT (Fig. 160), welche an das erste Element der Radschaukel gezogen wird und der Normale AN ; so ist, wegen $W.n = 90^\circ - \beta$, sofort $T = V \sin(\alpha + \beta - 90)$ und $N = V \cos(\alpha + \beta - 90 = V \sin(\alpha + \beta)$. Zerlegt man ferner die Geschwindigkeit v , mit welcher das erste Element der Radschaukel nach Av abweicht, ebenfalls in zwei aufeinander senkrechte Seitengeschwindigkeiten T' und N' nach denselben Geraden; so ist $T' = v \cos \beta$ und $N' = v \sin \beta$. Nun findet aber offenbar nur dann kein Stofs des Wassers gegen die Radschaukel oder umgekehrt der Schaukel gegen das Wasser Statt, wenn $N = N'$ d. i. wenn $V \sin(\alpha + \beta) = v \sin \beta$ Statt findet, was sofort durch die obige Bedingungs-gleichung (2) bereits ausgesprochen ist.

238. Durch die Einführung des Widerstandscoeffizienten ϵ erhält man nun auch für die Geschwindigkeit v einen von den obigen, in (12) angegebenen, etwas verschiedenen Werth, und zwar mufs man jetzt statt der obigen Gleichung (6) setzen:

$$\frac{w'^2}{2g} = \frac{u^2}{2g} + (\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'') - \epsilon \frac{w'^2}{2g}$$

es ist nämlich $(1 + \epsilon)u'^2 = u^2 + 2g(\mathfrak{H}' + h - \mathfrak{H}'')$, oder wegen $u'^2 = V^2 + v^2 - 2Vv \cos \alpha$ (Dreieck ABD in Fig. 158), ferner $w' = v$ (Relat. 5), $V^2 = 2g(\mathfrak{H} + h' - \mathfrak{H}')$ (Relat. 1) und $V = \frac{v \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ (Relat. 2), auch, wenn man substituirt und reducirt:

$$\left[\epsilon + \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \right] v^2 = 2g(\mathfrak{H} + h + h' - \mathfrak{H}'')$$

oder wegen $\mathfrak{H}'' = \mathfrak{H} - h''$ (Relat. 7) und $h + h' + h'' = H$, endlich, wenn man gleich v bestimmt:

$$v = \sqrt{\left[\frac{2gH \sin(\alpha + \beta)}{\epsilon \sin(\alpha + \beta) + 2 \sin \beta \cos \alpha} \right]} \dots (23)$$

Anmerkung. Ist $Z = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{k''f} \right)^2$ die Geschwindigkeitshöhe für das aus der untern Schütze ausfliessende Wasser, so sollte man, streng genommen, in diesem Ausdrücke von v anstatt H setzen $H - Z$; allein da bei einer hinreichend grossen Schützenöffnung f der Werth von Z sehr klein wird, so kann man immerhin ohne beachtenswerthen Fehler H statt $H - Z$ setzen.

239. Um den oben angenommenen Widerstandscoeffizienten ϵ zu bestimmen, wollen wir von dem Erfahrungssatze Gebrauch machen, dafs wenn man die Turbine bei aufgezogener Schütze (so, dafs sie dabei

die normale Wassermenge consumirt) leer laufen läßt, diese eine Geschwindigkeit annimmt, welche nahe der doppelten Gefällshöhe H entspricht, so zwar, daß wenn die Turbine dabei das absolute Maximum des Effectes erreichen könnte, sofort $v = \sqrt{(2g \cdot 2H)} = 2\sqrt{gH}$ seyn würde. Da sich ferner aus den zahlreichen Versuchen, welche mit solchen gut ausgeführten *Jonval'schen* Turbinen gemacht wurden, herausgestellt hat, daß die vortheilhafteste, dem größten Nutzeffecte entsprechende Geschwindigkeit v halb so groß, als die eben erwähnte, d. i. sehr nahe $v = \sqrt{gH}$ ist; so hat man zur Bestimmung von ε die Gleichung, wenn man diesen Werth in der Relat. (23) substituirt und die Gleichung quadriert:

$$gH = \frac{2gH \sin(\alpha + \beta)}{\varepsilon \sin(\alpha + \beta) + 2 \sin \beta \cos \alpha}$$

woraus sofort:

$$\varepsilon = 2 \left[1 - \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \right] = \frac{2 \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{. . . (24) folgt.}$$

Für die oben angenommenen Werthe von $\alpha = 24^\circ$ und $\beta = 66^\circ$ wird insbesondere $\varepsilon = 2 \sin^2 24^\circ = \cdot 33$.

Anmerkung. Um die mögliche Übereinstimmung des oben erwähnten und zur Bestimmung von ε benützten Erfahrungssatzes, daß eine gut construirte *Jonval'sche* Turbine, wenn sie leer läuft und dabei die normale Wassermenge Q consumirt, eine Geschwindigkeit annimmt, welche nahe der doppelten Gefällshöhe H entspricht, mit der Theorie nachzuweisen, müssen wir fürs erste auf die bereits in Nr. 234 (Anmerk.) erwähnte Eigenschaft zurückkommen, nach welcher die Ausflugs geschwindigkeit V des Wassers aus dem Leitcurvenrade nicht bloß von dem Gefälle, sondern zugleich auch von der Weite der Radcanäle und der Geschwindigkeit des Turbinenrades abhängt, indem diese Ausflugs geschwindigkeit nach Umständen gleich, kleiner oder größer seyn kann, als wenn das Rad nicht vorhanden wäre. Bei der gewöhnlichen Construction der Radcanäle und der bedeutenden Geschwindigkeit, mit welcher das Rad im leeren Zustande umläuft, kann daher die Geschwindigkeit V sehr wohl $1.1 \sqrt{2gH}$ betragen, und da ihre Richtung gegen eine Horizontale einen mittlern Winkel von 20 bis 25 Grad bildet, dessen Cosinus z. B. für $\alpha = 24^\circ$ wie wir bisher angenommen = $\cdot 9135$ ist, so wird die nach der Richtung der Radgeschwindigkeit v genommene Seitengeschwindigkeit:

$$V \cos \alpha = 1.1 \times \cdot 9135 \sqrt{2gH} \text{ nahe genug} = \sqrt{2gH}.$$

Um nun aber das per Secunde mit dieser Geschwindigkeit nach dieser Richtung fließende Wasser γQ auf jene des Rades $\sqrt{(2g \cdot 2H)} = 2\sqrt{gH}$ (im leeren Zustande) zu bringen, ist eine Arbeit von

$\frac{\gamma Q}{2g} (4gH - 2gH) = \gamma Q H$ E. Pf. erforderlich, was sofort die absolute dynamische Größe der Betriebskraft ist; so, daß also eine Turbine

wenigstens bei dieser Geschwindigkeit, das absolute Maximum erreichen würde, welche unbelastet, bei Consumirung der ganzen nur alen Wassermenge eine Geschwindigkeit von $v = \sqrt{2g \times 2H} = 2\sqrt{gH}$ annähme.

Vergleicht man den zweiten Erfahrungssatz, daß nämlich die Turbine im belasteten Zustande am vortheilhaftesten arbeitet, wenn ihre Geschwindigkeit die Hälfte der eben genannten des Leerlaufens beträgt, d. i. wenn $v = \sqrt{gH}$ ist, mit dem oben (Nr. 236, Anmerk.) angeführten Werth von $\sqrt{6} \sqrt{2gH} = \sqrt{6} \times 1.414 \sqrt{gH} = 85 \sqrt{gH}$; so ist dieser letztere Werth um beiläufig 15 Procent kleiner als der erstere, wobei jedoch zu bemerken ist, daß sich die Geschwindigkeit des Rades überhaupt von jener, welche dem größten Nutzeffect entspricht, bedeutend entfernen kann, ohne daß dadurch ein merklicher Nachtheil entsteht.

(Eine strenge theoretische Deduction des hier erwähnten Satzes, daß die vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen der Turbine halb so groß ist, als die Anzahl der Umdrehungen, welche sie leer laufend unter sonst gleichen Umständen macht, findet man in dem mehr erwähnten Werke: „Theorie und Bau der Turbinen“ von *F. Redtenbacher*, 1844, auf S. 192 u. f.)

240. Wir haben endlich bei dieser *Jonval'schen* Turbine noch auf einen Punct, nämlich auf die untere Schütze *EE* aufmerksam zu machen und zu bemerken, daß sie keineswegs die Eigenschaft der übrigen Schützenvorrichtungen bei Wasserrädern und anderer Turbinen besitzt, nach welcher es möglich ist, mehr oder weniger Wasser auf das Rad wirken zu lassen, wornach dann auch der Nutzeffect sehr nahe dieser Wassermenge proportional ist. Mittelst dieser Schütze (die ursprünglich nur aus einem einfachen ebenen Schieber bestand) läßt sich zwar bei einem Überflus an Aufschlagwasser die Geschwindigkeit des Rades bis zu einer gewissen Grenze reguliren, indem man dieselbe nicht ganz aufzieht; sie kann aber durchaus nicht als Regulirungsschütze bei Wassermangel dienen, indem, wenn z. B. nur halb so viel Wasser durch die Turbine geht, nicht auch, wie es bei den übrigen Wasserrädern nahe der Fall, der Nutzeffect bloß halb so groß wird, sondern vielmehr bis auf den 8ten Theil herabsinkt. Ist nämlich im erstern Falle Q die durch das Rad gehende Wassermenge und H die wirksamse Gefällshöhe, so ist der Effect $E = \gamma QH$. Nimmt dagegen die Wassermenge um die Hälfte ab und strömt in derselben Zeit nur die Menge $\frac{1}{2}Q$ durch das Rad, so muß, da die Querschnittsöffnungen des Leitschaufelrades dieselben bleiben und nicht auch auf die Hälfte reducirt werden können, die Geschwindigkeit halb, also die entsprechende Geschwindigkeitshöhe nur den vierten Theil so groß werden als im ersten Falle, so, daß wenn Q in $\frac{1}{2}Q$ übergeht, sofort H in $\frac{1}{4}H$ übergehen muß und sonach der

Effect im letztern Falle $E' = \frac{1}{2} Q \times \frac{1}{4} H = \frac{1}{8} QH = \frac{1}{8} E$ wird, woraus $E: E' = 1^3 : (\frac{1}{2})^3$ folgt. Man sieht leicht, dafs bei dieser Sachlage überhaupt und unter allen Umständen der Effect der Turbine dem Kubus der wirksamen Wassermenge proportional ist.

Um also auch kleinere Wassermengen, als wofür die Turbine berechnet ist, eben so vortheilhaft benützen zu können, bleibt vor der Hand nichts anderes übrig, als durch Beilagstücke, wodurch R_2 vergrößert, also die Breite $R_1 - R_2$ vermindert wird, die Öffnungen F und F' gehörig zu verengen.

Anmerkung. Was endlich die Bestimmung der zweckmässigsten Form der Radflächen betrifft, so verweisen wir ebenfalls wieder auf die mehr genannten *Redtenbacher'schen* Schriften und bemerken hier nur noch, dafs sich die Relation, welche zwischen den drei Winkeln α, β, γ wenigstens annäherungsweise Statt finden sollen, einfach auf folgende Weise ableiten läfst. Es ist nämlich wie leicht zu sehen, wenn man auf die Schaufeldicke keine Rücksicht nimmt:

$$F = 2 R \pi \sin \alpha, \quad F' = 2 R \pi \sin \gamma, \quad F'' = 2 R \pi \sin \beta,$$

folglich auch $\frac{F'}{F} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$, und wenn man diesen Werth jenem in Relation

$$(17) \text{ gleich setzt: } \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}, \text{ woraus sofort folgt:}$$

$$\cot. \alpha + \cot. \beta = \frac{1}{\sin \gamma} \quad (y)$$

Mit dieser Relation erhält man nun auch für den Widerstandscoeffizienten ϵ aus der Relation (24) den Ausdruck:

$$\epsilon = 2 (1 - \sin \gamma \cot \alpha) \quad (z)$$

241. Beispiele. 1. Unter den vielen *Jonval'schen* Turbinen, welche in Österreich in der neuesten Zeit durch den besonders in diesem Zweige geschickten Ingenieur Herrn *Wetterneck* construiert und in der *Specker'schen* Maschinenfabrik ausgeführt oder gebaut wurden, gehört jene, welche in der *Girandoni'schen* Baumwoll-Spinnfabrik zu Günseldorf aufgestellt und Ende April 1847 von einer Kommission des n. ö. Gewerbevereins probirt und untersucht wurde, mit zu den vorzüglichsten; wir wählen daher diese Turbine als Beispiel und berechnen ihren Nutzeffect nach der vorstehenden Theorie.

Diese Turbine ist für einen Nutzeffect von 45 Pferdekraft gebaut, welches bei dem disponiblen Gefälle von 16 Fufs eine Wassermenge von beiläufig 30 Kubikfufs per Secunde zu consumiren hat. Um jedoch die Frein-Versuche zu erleichtern, wurden die Radöffnungen durch 2 Zoll breite oder dicke Beilagen (in der Richtung des Radius gemessen) so weit verengt, dafs die Turbine während des Versuches nur 17 Kubikfufs Wasser verbrauchte und dabei, nachdem sich das Gefälle, durch den Rückstau im Unterwasser, welcher durch den Einbau eines Überfalles (zum Behufe

der Bestimmung der consumirten Wassermenge) bewirkt wurde, constant auf 13 Fufs gestellt hatte, einen Nutzeffect von nahe 25 Pferdekraft entwickelte.

Die hier zur Berechnung dienenden Dimensionen und Daten sind nun folgende: $R' = 20''$, $R'' = 16''$ folglich $R = 18'' = 1.5'$, $H = 13'$. $Q = 17c.$, $n = 12$, $n' = 20$, $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 18^\circ$, $F = 1$, $F' = .914$ (ohne die eingelegten Beilagen ist $F = 1.53$, $F' = 1.35$). Die Turbine machte im belasteten Zustande 124 und im unbelasteten 249 Umläufe per Minute. Die Höhe des Leiturvenrades beträgt 10 und des Turbinenrades 6 Zoll. Die kreisförmige Schütze, welche selbst im gänzlich aufgezogenen Stande noch ins Unterwasser taucht, kann 2 Fufs hoch aufgezogen werden.

Aus diesen Angaben folgt fürs erste $v = \frac{124}{60} \times 2 R \pi = 19.48'$ und aus der vorigen Relation (ε) der Widerstandcoefficient $\varepsilon = .3$. Mit diesen Werthen erhält man aus der Formel I (wobei man das der Abflugeschwindigkeit, die dabei nur ungefähr 2 Fufs beträgt, entsprechende Glied $\left(\frac{Q}{k'f}\right)^2$ ohne weiteres auslassen kann) für den Nutzeffect $E_n = 10148$ F. Pf. und da der absolute Effect $E_a = 56.5 \times 17 \times 13 = 12486.5$ F. Pf. ausmacht, folglich $E_n = .814 E_a$ ist, so beträgt dieser Nutzeffect nahe $81\frac{1}{2}$ Procent, die erwähnte Freinprobe gab dafür 85 Procent.

Es muß bemerkt werden, daß der zur Bestimmung der verbrauchten Wassermenge angebrachte Überfall von $B = 15$ Fufs Breite mit 18 Zoll breiten Flügelwänden versehen war, wodurch $b = 12$ Fufs und $\frac{b}{B} = .8$ wurde, wozu nach §. 333 der Reductionscoefficient $m = .431$ gehört, womit eben die hier in Rechnung gebrachte Wassermenge von 17 Kubikfufs gefunden wurde.

Die Geschwindigkeit eines Punctes im mittlern Umfange des Rades vom Halbmesser R ist 39 Fufs, dagegen die der doppelten Gefällshöhe entsprechende Geschwindigkeit $= 7.874 \sqrt{26} = 40$ Fufs, also bestätigt sich auch hier der oben angeführte Erfahrungssatz von der Radgeschwindigkeit im unbelasteten Zustande, so wie jener, daß die Turbine bei ihrem größten Effect im belasteten Zustande nur halb so viele Umläufe, als im unbelasteten Zustande macht.

Da endlich der Durchmesser des Zapfens $3\frac{1}{2}$ Zoll und das Gewicht des Turbinenrades sammt der Welle 700 Pfund (wogegen der verticale nach Relation (21) zu bestimmende Druck des Wassers vernachlässigt werden kann) beträgt, so absorbirt die Zapfenreibung, wenn man den Reibungscoefficienten $= \frac{1}{10}$ setzt, nahe 90 F. Pf. oder etwas über $\frac{1}{3}$ Pferdekraft.

2. Bei der Turbine, welche in der Spinnerei des Herrn *Mohr* zu Neunkirchen aufgestellt, und durch dieselbe Kommission untersucht wurde, finden folgende Verhältnisse Statt.

Während der Probe waren im Turbinenrade wieder Segmente und zwar von 5 Zoll Breite beigelegt, dadurch war $R' = 36$, $R'' = 32$, folglich $R = 34$ Zoll $= 2.833'$; ferner war $H = 11.65'$ und wenn man wieder mit

dem Coefficienten $m = .431$ rechnet; $Q = 33.5^c$, die Turbine machte per Minute im (am vortheilhaftesten) belasteten Zustande 56, und im leeren Zustande 122 Umläufe. Ferner war $F = 1.87$, $F' = 1.86$ Quadratfuß (ohne die Beilagen ist $F = 4.33$ und $F' = 4.06$); ferner ist $n = 16$, $n' = 26$, Höhe des Leitcurvenrades 12 und des Turbinenrades 9 Zoll. Der Durchmesser des Zapfens ist 5 Zoll und das Gewicht des Turbinenrades sammt dem Wellbaum = 2500 Pfund.

Mit diesen Daten findet man $v = 16.61$ und wenn man wieder $\gamma = 18^\circ$ und $\epsilon = .3$ setzt, $E_n = 22050 - 3351 = 18699$; da nun $E_a = 22050$ ist, so wird $E_n = .848 E_a$, was sofort einen Nutzeffect von nicht ganz 85 Procent gibt, während durch die Freinprobe (bei der Annahme von $33\frac{1}{2}$ Kubikfuß verbrauchte Wassermenge dafür 83 Procent gefunden wurde, wobei jedoch der durch die Zapfenreibung entstehende Effectverlust nicht abgeschlagen ist, so, dafs sich, da dieser Verlust 203 F. Pf. beträgt, der Nutzeffect eigentlich um 1 Procent höher, nämlich auf 84 Procent stellt, was mit der obigen Theorie und Formel I auf die befriedigendste Weise übereinstimmt.

Anmerkung. Stellt man die aus der Theorie und den Versuchen sich ergebenden Resultate übersichtlich zusammen, so erhält man im Wesentlichen folgende Sätze:

1) Bei ungeänderter Gröfse der untern Ausflufsöffnungen des Turbinenrades ist die consumirte Wassermenge von der Anzahl der Umdrehungen des Rades unabhändig.

2) Die Anzahl der Umdrehungen der Turbine kann sich bedeutend von der vortheilhaftesten Umdrehungszahl entfernen, ohne dafs dadurch eine merkliche Änderung im Nutzeffecte entsteht. So fand eine im *Aspach-lepont* zur Prüfung einer von *André Köchlin & Comp.* verfertigten *Jonval'schen* Turbine zusammengesetzte Commission, dafs der von 72 bis 83 Procent betragende Nutzeffect derselbe blieb, obgleich die Geschwindigkeit des Rades von 90 bis auf 168 Umdrehungen per Minute stieg, während der Wasserverbrauch nur um circa $\frac{1}{10}$ Procent zunahm. (*Bulletin de la Soc. industr. de Mulhouse*, 1844, Nr. 58.)

3) Mit dem unten angebrachten Schieber oder der Schütze ist es nicht möglich, gröfsere oder kleinere Wasserquantitäten gleich gut nutzbringend zu machen.

4) Die Anzahl der Umdrehungen der leer laufenden Turbine ist bei ganz aufgezogener Schütze doppelt so grofs, als die vortheilhafteste Anzahl der Umdrehungen im belasteten Zustande.

5) Die Turbine erreicht ihren gröfsten Nutzeffect nur dann, wenn ihr die Wassermenge, wofür sie construirt ist, auf eine ruhige und constante Weise zugeführt wird.

Aufser dem grofsen Vortheile, dafs bei der *Jonval'schen* Turbine der Wasserbau, und da die Trockenlegung sehr leicht, die Überwachung und Instandhaltung derselben weit einfacher und weniger kostspielig als bei

der *Fourneyron'schen* Turbine ist, bietet sie gegen diese letztern noch folgende wesentliche Vortheile dar.

Erstlich wird bei dieser das zuströmende Wasser aus seiner Richtung nur einmal, und zwar blofs um beiläufig 60 Grad abgelenkt, während diefs bei der *Fourneyron'schen* Turbine zweimal, und jedes Mal um nahe 90 Grad geschieht. Ferner kann der Halbmesser und die Umdrehungszahl bei dieser Turbine innerhalb viel weiterer Grenzen variiren als bei der *Fourneyron'schen*.

Dagegen steht die *Jouval'sche* Turbine der *Fourneyron'schen* darin nach, dafs nicht alle Punkte der obern horizontalen Radschaufelkanten (wie es im Gegentheil mit den Punkten der innern verticalen Schaufelkanten bei der *Fourn.* Turbine der Fall ist) einerlei Geschwindigkeit, sondern die von der Achse entfernten eine gröfsere, die näher liegenden eine kleinere Geschwindigkeit besitzen, was zur Folge hat, dafs das Wasser nicht nach der ganzen Breite der Schaufeln völlig ohne Stofs in das Rad eintreten kann. Ferner, dafs aus demselben Grunde die äufsern Wassertheilchen eine gröfsere, die mehr gegen die Achse zu liegenden aber eine kleinere Fliehkraft besitzen, wodurch in denselben ein gewisses Drängen und eine Art Störung entsteht; beide diese Nachtheile lassen sich jedoch dadurch fast ganz unschädlich machen, dafs man die Kranzbreite $R' - R''$ so klein als möglich nimmt.

Wassersäulenmaschine.

(§. 412.)

242. Wir wählen hier als ein weiteres Beispiel dieser sehr nützlichen Kraftmaschine zur Hebung der Grubenwasser in Bergwerken, die von dem *Ingénieur des mines* Herrn *Juncker* in den Bergwerken von *Huelgoat* in der Bretagne, nach *Reichenbach's* Princip sehr schön und vollkommen ausgeführte, einfach wirkende Wassersäulenmaschine, welche in ihren wesentlichsten Bestandtheilen in den Figuren 161, 161. *a* und 161. *b* dargestellt ist.

Der oben offene Treibcylinder *Y* (Fig. 161), in welchem sich der Treibkolben *P* auf und abbewegt, communicirt mit dem nebenstehenden Steyercylinder *HH'* durch das Rohr *T*, so wie dieser letztere Cylinder durch das Rohr *O* mit dem Einfalls- und durch jenes *S* mit dem Abflufsrohr. Der nach der Zeichnung eben im Niedergehen begriffene und genau auf halbem Wege befindliche Steuerkolben *R* ist durch seine Stange *E* mit einem etwas gröfseren Gegenkolben *J* verbunden, so, dafs also beide Kolben zusammen durch das Kraftwasser immer aufwärts getrieben werden, so lange nicht eine neue nach abwärts wirkende Hilfskraft hinzutritt. Diese neue Kraft wird aber dadurch erzeugt,