die gesammte Druckhöhe $= h + h'$ und daher, wenn $\frac{a}{A}$ ein kleiner Bruch ist, die Ausflufsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2g(h+h')}$ oder wegen $h' = \frac{P}{\gamma A} = \frac{p'}{\gamma}$, wenn man nämlich den auf die Flächeneinheit des Kolbens Statt findenden Druck durch p' bezeichnet, $v = \sqrt{2g\left(h + \frac{p'}{\gamma}\right)}$.
Ist dagegen der Druck auf die Flächeneinheit in der Tiefe der Öffnung $BC = p$, also $p = \left(h + \frac{p'}{\gamma}\right)\gamma$, so ist auch:

$$(3) \quad v = \sqrt{2g\frac{p}{\gamma}};$$

die Ausflufsgeschwindigkeit ist also der Quadratwurzel aus der Pressung auf die Flächeneinheit (gewöhnlich ist h gegen h' aufser Acht zu lassen) direct und dem spezifischen Gewichte der Flüssigkeit umgekehrt proportional. Wäre Quecksilber gerade 16 Mal so dicht als Wasser, so würde dieses bei gleichem Drucke 4 Mal langsamer als das Wasser ausfliefsen. Ist die Luft 770 Mal leichter als das Wasser, so strömt diese bei gleicher Pressung nahe $27\frac{3}{4}$ Mal schneller als das Wasser aus u. s. w.

Unterschied zwischen dem *hydrostatischen* und *hydraulischen* Drucke.

155. Aus der Gleichung (b) in Nr. **152** folgt für den Druck auf die Flächeneinheit der Schichte Mn (Fig. 93) während der Bewegung (wenn man δ statt $\gamma\delta$ nimmt):

$$\delta = h' + x - \frac{a^2 v^2}{2g}\left(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{A^2}\right)$$

oder wenn man die Geschwindigkeitshöhen, welche den in AB und MN Statt findeden Geschwindigkeiten $\frac{a}{A}v$ und $\frac{a}{z}v$ entsprechen, mit h_1 und h_2 bezeichnet, wegen $h_1 = \frac{a^2 v^2}{2gA^2}$ und $h_2 = \frac{a^2 v^2}{2gz^2}$, auch:

$$(u) \; . \; . \; \delta = h' + x - (h_2 - h_1).$$

Da nun dieser Druck, wenn die Ausflufsöffnung nicht vorhanden, die Flüssigkeit nämlich in der Ruhe wäre, $\delta_1 = h' + x$ seyn würde, so folgt, dafs der Druck einer bewegten Flüssigkeit, der sogenannte *hydraulische* Druck, von jenem einer ruhenden, dem *hydrostatischen* Druck, verschieden, nämlich kleiner ist, und zwar ist dieser Unterschied

$\delta_1 - \delta = h_2 - h_1$ **gleich der Differenz zwischen den Geschwindigkeitshöhen, welche der gedrückten Stelle und der Oberfläche entsprechen.**

Nimmt also die Geschwindigkeit von der Oberfläche an zu, so nimmt dieser Druck (z. B. gegen die Gefäſswand) ab; kann man die Geschwindigkeit an der Oberfläche gleich Null setzen, so ist die Veränderung des Druckes $\delta_1 - \delta = h_2$ **gleich der entsprechenden Geschwindigkeitshöhe.** (Vergleiche auch §. 347)

Anmerkung. Bringt man an einen Ausfluſsapparat, welcher etwa die in Fig. 96 dargestellte Form hat und wobei der Querschnitt $CD > AB$, dagegen $EF < AB$ und $GH < EF$ seyn soll, in den Querschnitten CD, EF und GH communicirende Röhren (die jedoch keine Haarröhrchen seyn dürfen) DJ, EK und HL an; so steigt, während die Flüssigkeit durch diesen Apparat durchflieſst, diese letztere in dem Rohre DJ bis zu einem Puncte a, welcher über dem Niveau AB, dagegen im Rohre EK bis zu dem Puncte b, welcher unter diesem Niveau liegt, während, wenn der Querschnitt GH im Verhältniſs zu jenem AB sehr klein ist, sogar ein negativer Druck gegen die Gefäſswand im Puncte H entstehen, und durch den äuſsern Luftdruck die im Gefäſse RS enthaltene Flüssigkeit, z. B. gefärbtes Wasser, (um die Wirkung leichter wahrnehmen zu können) durch das in die Flüssigkeit eintauchende Röhrchen HL in den Apparat hineingedrückt oder eingesogen werden kann. Sind nämlich A, F, F', f der Reihe nach die Querschnittsflächen in AB, CD, EF und GH und ist h die der Schichte AB entsprechende Geschwindigkeitshöhe; so wird nach der obigen Gleichung (u) der in der Schichte CD Statt findende Druck durch die Flüssigkeitssäule von der Höhe $pa = pn + h\left(\frac{F^2 - A^2}{F^2}\right) = pn + na$, jener in der Schichte EF durch $qb = qm - h\left(\frac{A^2 - F'^2}{F'^2}\right) = qm - mb$, so wie endlich jener im Querschnitte GH durch die Höhe $HM - h\left(\frac{A^2 - f^2}{f^2}\right)$ gemessen. Dieser Druck ist aber Null oder sogar negativ, wenn $h\left(\frac{A^2}{f^2} - 1\right) \geqq HM$ ist.

So findet z. B. in einem engen verticalen Rohr, welches in ein weiteres Gefäſs oder Reservoir einmündet, wie in Fig. 97, während des Ausflusses des Wassers, fortwährend ein negativer hydraulischer Druck Statt. Denn ist h die ganze Gefällshöhe, so flieſst das Wasser durch das Rohr mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ und der Druck ist auf die Röhrenwand in der Nähe der Ausmündung CD gleich Null, weil die ganze Druckhöhe h zur Erzeugung der Geschwindigkeit v verwendet wird, es ist nämlich der hydraulische Druck an dieser Stelle $= h - \frac{v^2}{2g} = h - h = 0$. Dagegen ist der hydraulische Druck in dem um die Tiefe h' unterm Wasserspiegel liegenden

Querschnitt MN nach der Formel $(u) = h' - \frac{v^2}{2g} = h' \quad h = -(h - h')$ negativ, so, daſs wenn man an dieser Stelle die Röhrenwand durchbohren würde, sofort durch diese Öffnung die äuſsere Luft eindringen und bei CD mit austreten müſste; der Luftdruck wurde hierbei unberücksichtigt gelassen, d. i. auf AB und CD als gleich groſs angenommen.

Ausfluſs aus communicirenden Gefäſsen.

156. Sind mit einem oben offenen Gefäſse AN (Fig. 98) mehrere verschlossene Gefäſse von beliebiger Weite mit einander verbunden und communiciren diese durch die Öffnungen a_n, a_{n-1} .. a_2 mit einander; so läſst sich die aus der untersten Öffnung a_1 ausflieſsende Flüssigkeit, z. B. Wasser, sobald alle Gefäſse gefüllt sind und der Beharrungsstand eingetreten ist, ferner unter der Voraussetzung eines unveränderlichen Wasserspiegels AB auf folgende Weise bestimmen.

Es seyen von unten hinauf gezählt $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ die Ausfluſsöffnungen, und zwar wenn Contractionen Statt finden, im kleinsten Querschnitt genommen; $v_1, v_2 \ldots v_n$ die in diesen Querschnitten Statt findenden Aus- oder Durchfluſsgeschwindigkeiten, $h_1, h_2 \ldots h_n$ die zugehörigen Höhen; $A_1, A_2 \ldots A_n$ die Querschnitte der Gefäſse in $CD, EF \ldots MN$, in welchen sich die Mündungen $a_1, a_2 \ldots a_n$ befinden; $V_1, V_2 \ldots V_n$ die Geschwindigkeiten der Wasserschichten in diesen Querschnitten, so wie $H_1, H_2 \ldots H_n$ die zugehörigen Höhen; so hat man nach der gemachten Voraussetzung offenbar:

$$v_2 = \frac{a_1}{a_2} v_1, \quad v_3 = \frac{a_1}{a_3} v_1 \ldots v_n = \frac{a_1}{a_n} v_1, \quad V_1 = \frac{a_1}{A_1} v_1, \quad V_2 = \frac{a_1}{A_2} v_1 \ldots$$

$$V_n = \frac{a_1}{A_n} v_1, \; h_1 = \frac{v_1^2}{2g}, \quad h_2 = \frac{v_2^2}{2g} \ldots h_n = \frac{v_n^2}{2g}, \quad H_1 = \frac{V_1^2}{2g} \ldots H_n = \frac{V_n^2}{2g}$$

Um aber die Wasserschichte in CD oder A_1 von der Geschwindigkeit V_1 auf jene v_1 zu bringen, ist die Druckhöhe $\frac{v_1^2 - V_1^2}{2g} = h_1 - H_1$ nothwendig; eben so sind $h_2 - H_2, \ldots h_n - H_n$ die erforderlichen Druckhöhen, um die Wasserschichten $A_2 \ldots A_n$ von den Geschwindigkeiten $V_2 \ldots V_n$ auf jene $v_2 \ldots v_n$ zu bringen; da endlich, um der über der obersten Öffnung a_n stehenden Schichte A_n die Geschwindigkeit V_n zu ertheilen, noch auſserdem die Geschwindigkeitshöhe H_n nothwendig ist; so hat man, wenn die ganze Druckhöhe $BS = h$ gesetzt wird, sofort:

$$h = h_1 + h_2 + \ldots + h_n - (H_1 + H_2 + \cdot + H_n) + H_n$$

oder wenn man auf die Geschwindigkeiten übergeht und wieder annimmt,