Maschinenbau« zusammengestellten Zahlenwerthe zum Grunde gelegt wurden, die Widerstandsfähigkeit des Gufseisens gegen die Wirkungsgröfse zum Abreifsen, Abbrechen und Abdrehen beziehungsweise wie 12·4 bis 21 : 112 : 279 heraus, so dafs dieser letztere Widerstand wenigstens 13 Mal so grofs als der erstere ist.

Die hier bezeichneten Quotienten $\frac{m^2}{M}$, $\frac{m'^2}{M}$ und $\frac{T^2}{N}$ sind für den Maschinenbau deshalb von grofser Wichtigkeit, weil sie zugleich die Widerstandsfähigkeit der verschiedenen Maschinentheile gegen die Einwirkung von lebendigen Kräften angeben.

Soll, um z. B. einen Gebrauch der Formel $W = \frac{1}{4}\frac{T^2}{N}V$ (Nr. **130**) zu zeigen, eine Transmissionswelle ein Schwungrad erhalten, dessen Schwungring die Masse Q und die Geschwindigkeit v, folglich die lebendige Kraft $\frac{Qv^2}{2g}$ hat, so mufs, damit die Welle diese lebendige Kraft in sich aufnehmen kann ohne zu brechen

$$\frac{1}{4}\frac{T^2}{N}V > \frac{Qv^2}{2g},$$

also für das Volumen der Welle

$$V > 2\frac{N}{T^2}\frac{Q}{g}v^2 \text{ seyn.}$$

Nimmt man für $\frac{T^2}{N}$ die betreffende Zahl aus der erwähnten Tabelle, so mufs man, da dabei der Zoll als Längeneinheit zum Grunde liegt, auch die Geschwindigkeit v in Zollen ausdrücken und $g = 31 \times 12 = 372$ Zoll setzen.

(Mehreres sehe man in *Redtenbacher*'s „Resultate für den Maschinenbau.«)

Dicke der Gefäfswände.

(§. 275.)

132. Ist $AB = 2r$ (Fig 80) der lichte Durchmesser einer cylindrischen Röhre von der Länge l und einer im Vergleich zu r sehr dünnen Wand δ, so wie q der auf die Flächeneinheit bezogene radiale Druck auf die innere Wand; so nehme man als einfachste Hypothese an, dafs diese Röhre endlich nach dem Durchmesser AB in zwei Theile zerrissen werde. Diefs vorausgesetzt, zerlege man zur Bestimmung der Kräfte, welche diese Trennung bewirken, die auf irgend einen Punct M des innern Umfanges eines Querschnittes nach dem Radius CM, welcher mit AB den Winkel $ACM = \alpha$ bilden mag, wirkende Kraft q in zwei aufeinander senkrechte Seitenkräfte p, p', wovon die erstere senkrecht auf AB, die letztere daher damit parallel ist; so hat man $p = q\,Sin\,\alpha$ und $p' = q\,Cos\,\alpha$. Läfst man α um $d\alpha$ zunehmen, so ist der auf den unendlich schmalen, parallel mit der Achse laufenden Streifen, dessen Fläche $= l\,r\,d\alpha$ ist, senkrecht gegen AB ausgeübte Druck $= l\,r\,d\alpha\,.\,q\,Sin\,\alpha$, folglich der gesammte Druck auf die halbe innere Cylinderfläche $= r\,l\,q\int_0^\pi Sin\,\alpha\,d\alpha = 2\,r\,l\,q$, gerade so grofs, als ob die Kraft senkrecht auf die diametrale Ebene des innern Cylinders, als Projection der hohlen Cylinderfläche, auf diese Ebene wirksam wäre.

Eben so grofs ist auch der in derselben Richtung, senkrecht gegen AB auf die zweite Hälfte ANB der Cylinderfläche wirksame, dem vorigen entgegengesetzte Druck, welcher mit dem erstern zusammen die Trennung oder das Zerreifsen bewirkt.

Was die parallel mit AB wirksamen Kräfte p' betrifft, so heben sich diese wieder in den zwei Halbcylindern, welche durch einen auf AB senkrechten Durchmesser, oder einer durch diesen und die Achse gelegten Ebene getrennt werden, gegenseitig auf und haben auf das Zerreifsen des Cylinders nach der angenommenen Richtung keinen Einflufs.

Ist nun m die absolute Festigkeit des Materiales, woraus der hohle Cylinder oder die Röhre besteht, so hat man, da durch die angenommene Trennung die Fläche $2\,l\,\delta$ abgerissen werden mufs, für das Gleichgewicht die Relation $2\,l\,\delta\,.\,m = 2\,r\,l\,q$ . . (α) und daraus die W a n d d i c k e, bei welcher die Röhre eben noch zerreifst:

$$\delta = \frac{rq}{m} \quad (1)$$

(Vergleiche §. 276, Gleich. 1.)

A n m e r k u n g. Um die Röhre nach einem Querschnitt s e n k r e c h t a u f d i e A c h s e abzureifsen, darf blofs $\delta = \frac{rq}{2m}$ seyn. Auch ist ein Längenrifs nach einer andern als der diametralen Ebene unter einerlei Umständen deshalb nicht möglich, weil diese Ebenen kleiner als die Diametrale sind, also die Projection des Druckes in demselben Verhältnifs kleiner ist.

133. Ist $AC = BC = r$ (Fig. 81) der innere Halbmesser einer h o h l e n K u g e l und nimmt man, mit Beibehaltung aller übrigen Bezeichnungen der vorigen Nr., an, dafs die Kugel nach der diametralen Ebene $ADBE$ abreifst oder in zwei Halbkugeln getrennt wird; so hat man für die auf einen dem Winkel α entsprechenden Parallelkreis senkrecht gegen diese Ebene $ADBE$ gerichteten Seitenkräfte auf die Flächeneinheit bezogen, den Ausdruck $q\,Sin\,\alpha$, folglich ist der auf die unendlich schmale Zone $2\,y\,\pi\,.\,r\,d\alpha$, welche entsteht, wenn man durch den Punct m, wofür $M\,m = d\alpha$ einen zweiten Parallelkreis legt, nach der Richtung senkrecht auf $A\,D\,B\,E$ ausgeübte Druck $= 2\,y\,\pi\,r\,d\alpha . q\,Sin\alpha = 2\,r\,\pi\,q\,y\,Sin\alpha\,d\alpha$ oder wegen $y = P\,M = r\,Cos\,\alpha$ auch $= 2\,r^2\,\pi\,q\,Sin\,\alpha\,Cos\,\alpha\,d\alpha$. Es ist daher der gesammte auf die Halbkugel $A\,D\,B\,E\,F$ senkrecht gegen die genannte Ebene $A\,D\,B\,E$ ausgeübte Druck $= 2\,r^2\,\pi\,q \int_0^{\frac{\pi}{2}} Sin\alpha\,Cos\alpha\,d\alpha$, oder wegen $\int Sin\,\alpha\,Cos\,\alpha\,d\alpha = \frac{1}{2}\,Sin^2\,\alpha$, auch $= 2\,r^2\,\pi\,q\,.\,\frac{1}{2} = r^2\,\pi\,q$, d. h. gerade so grofs, als ob der Druck q senkrecht gegen die Projection der halben Kugelfläche, d. i. der Kreisfläche $A\,D\,B\,E$ Statt fände.

Da nun nach der angenommenen Hypothese ein Streifen oder eine Fläche $2\,r\,\pi\,\delta$ abgerissen wird, so mufs $2\,r\,\pi\,\delta\,m = r^2\,\pi\,q$, also

$$\delta = \frac{1}{2}\,\frac{r\,q}{m} \quad (2)$$

seyn.

134. Ist die Gefäfswand bedeutend dicker, so ist die Spannung an der äufsern Umfangsschichte des hohlen Cylinders nicht mehr, wie vorhin stillschweigend vorausgesetzt wurde, jener der innern Wand gleich, sondern kleiner als diese. Um die Rechnung für diesen Fall durchzuführen, sey $C\,a = r$ der innere, und $C\,A = R$ (Fig. 82) der äufsere Halbmesser des hohlen Cylinders von der Länge l. Nimmt man $C\,P = x$ und $C\,p = x + dx$ und zieht mit diesen Halbmessern die concentrischen Kreise, so bildet der dadurch entstehende unendlich schmale Ring den Querschnitt eines hohlen Cylinders vom Halbmesser x und der Wanddicke dx, auf welche die obige Relation (α) (Nr. **132**) d. i. $m\,\delta = r\,q$ mit aller Strenge anwendbar und sofort:

$$(\alpha) \quad . \quad . \quad m'\,dx = q'\,x$$

ist, wo m' die absolute Festigkeit für diesen unendlich dünnen Cylinder und q' den Druck auf die innere Fläche per Flächeneinheit bezeichnet.

Dehnt sich nun r durch den Druck auf die innere Wand um Δr, und, weil sich dieser Druck durch das Aufeinanderwirken der concentrischen Ringe oder Schichten nach aufsen zu fortpflanzt, x und Δx aus, so mufs, da das zwischen a und P liegende Kreisband nach der Ausdehnung dieselbe Breite $x - r$ wie vor der Ausdehnung behält (so wie diefs auch bei einem geraden Stab der Fall ist, welcher seiner Länge nach innerhalb der Elasticitätsgrenze ausgedehnt wird) sofort:

$$(x^2 - r^2)\,\pi = \left[(x + \Delta x)^2 - (r + \Delta r)^2\right]\,\pi$$

oder, wenn man die 2te Potenz von $\varDelta x$ und $\varDelta r$ ausläfst,

$$\varDelta x = \frac{r \Delta r}{x} \ldots (n)$$

seyn.

Ist ferner m die auf die Flächeneinheit bezogene, auf die innere, dem Halbmesser r entsprechende Cylinderwand Statt findende Spannung und m' jene, welche dem Halbmesser x entspricht; so hat man, wenn man Kürze halber $2 r \pi = \lambda$ und $2 x \pi = \lambda'$ setzt, nach der Relation (1) in §. 252) für die Ausdehnung der betreffenden concentrischen unendlich dünnen Schichten:

$$\varDelta \lambda = \frac{m \lambda}{M} \text{ und } \varDelta \lambda' = \frac{m' \lambda'}{M}$$

wobei M den Modul der Elasticität bezeichnet; also auch:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} : \frac{\Delta \lambda'}{\lambda'} = m : m' \ldots (s)$$

Nach der Ausdehnung ist $\lambda + \varDelta \lambda = 2 (r + \varDelta r) \pi$ und $\lambda' + \varDelta \lambda' = 2 (x + \varDelta x) \pi$ folglich $\varDelta \lambda = 2 \pi \varDelta r$ und $\varDelta \lambda' = 2 \pi \varDelta x$, oder: $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{2 \pi \Delta r}{2 r \pi} = \frac{\Delta r}{r}$ und $\frac{\Delta \lambda'}{\lambda'} = \frac{2 \pi \Delta x}{2 \pi x} = \frac{\Delta x}{x}$.

Die Vergleichung dieser Quotienten mit den vorigen in (s) gibt daher

$$m : m' = \frac{\Delta r}{r} : \frac{\Delta x}{x}$$

oder mit Rücksicht auf die Relation (n) auch:

$$m : m' = \frac{\Delta r}{r} : \frac{r \Delta r}{x^2} = x^2 : r^2,$$

woraus sofort $m' = \frac{r^2}{x^2} m$ folgt.

Setzt man nun diesen Werth für m' in die obige Gleichung (a), so erhält man $\frac{r^2 m}{x^2} \mathrm{d}x = q' x = q r$, weil für $x = r$, $q' = q$ wird.

Der erste Theil gibt, wegen $\int_r^R \frac{\mathrm{d}x}{x^2} = \frac{1}{r} - \frac{1}{R} = \frac{R - r}{R r} = \frac{\delta}{R r}$, wenn wieder δ die Dicke der Gefäfswand bezeichnet, sofort:

$$r^2 m \frac{\delta}{R r} = q r \text{ d. i. } \delta = \frac{R q}{m}$$

welcher Ausdruck jenem (1) in Nr. **132** bis auf den einzigen Umstand gleich ist, dafs R statt r vorkömmt.

Um auch hier wieder den innern Halbmesser r in die Formel zu bringen, hat man wegen $R = r + \delta$ sofort $m \delta = r q + q \delta$ und daraus:

$$\delta = \frac{r q}{m - q} \ldots (3)$$

Auf gleiche Weise findet man auch für die hohle Kugel:

$$\delta = \tfrac{1}{2}\frac{rq}{m-q} \quad . \quad . \quad (4)$$

Anmerkung 1. Wie aus diesen Formeln (3) und (4) hervorgeht, so muſs q, d. i. der innere Druck auf 1 Quadratzoll Fläche, immer kleiner als die absolute Festigkeit m seyn, weil sonst δ unendlich oder negativ würde, zum Beweis, daſs das Gefäſs bei gar keiner möglichen Wanddicke dem innern Drucke widerstehen kann. Nimmt man z. B. die absolute Festigkeit des Guſseisens mit 15000 Pf. in Rechnung und gestattet, weil man in den obigen Formeln für m immer einen aliquoten Theil der absoluten Festigkeit setzen muſs, daſs z. B. bei einer hydraulischen Presse der Preſscylinder mit seiner halben Festigkeit in Anspruch genommen werden darf, setzt also $m = \frac{15000}{2} = 7500$ und wie es für solche Preſscylinder üblich ist, $\delta = r$; so erhält man aus der Formel (3) für den gröſsten Druck q, welcher im Preſscylinder noch Statt finden darf: $m - q = q$, d. i. $q = \frac{m}{2} = 3750$ Pf. auf den Quadratzoll, d. i. einen Druck von 294 Atmosphären. Für $m = \frac{12000}{2}$ würde $q = 235$ Atmosphären betragen dürfen, u. s. w. fort.

Anmerkung 2. Setzt man in der Formel (1) Nr. 132 nach der Bemerkung in §. 277, $r = \frac{1}{2}d$ und $q = 12{\cdot}75\,n$, so wie $m = 12750$ (als beiläufig der 4te Theil der absoluten Festigkeit des Schmiedeisens); so erhält man mit Hinzufügung der additionellen Stärke ·114 für die Wanddicke der Röhren aus Eisenblech, die dort angegebene Formel:

$$e = {\cdot}0005\,nd + {\cdot}114.$$

Geht man von dieser Formel auf die Blechdicke cylinderischer Dampfkessel über und nimmt die absolute Dampfspannung im Kessel mit n, also die wirksame (da 1 Atmosphäre durch den Gegendruck aufgehoben wird) mit $n - 1$ Atmosph. in Rechnung, so wie die vorige Zahl m, wegen der Abweichung des Kessels von der genauen Cylinderform, ferner weil derselbe nicht aus einem einzigen Stück besteht, dem Feuer ausgesetzt ist u. s. w., nur mit dem 3·6ten Theil, setzt nämlich $m = \frac{12750}{3{\cdot}6} = 3542$; so erhält man die in §. 502 für die Blechdicke solcher Dampfkessel angeführte Formel:

$$e = {\cdot}0018\,(n-1)\,D + {\cdot}114$$

in Zollen, wobei auch der Kesseldurchmesser D in W. Zollen auszudrücken ist.

Da man bei Niederdruck-Kesseln auch ebene Seitenwände hat, so sey, um dafür die Blechdicke wenigstens nach einer genäherten Hypothese zu bestimmen, l die Länge, b die Breite und e die Dicke einer rechteckigen Platte, welche an ihren vier Seitenkanten befestigt ist. Der auf die Flächeneinheit Statt findende Druck sey wieder $= q$, also der Druck auf die ganze Platte $= blq$; die beiden schmäleren Seiten b sollen dadurch den Druck P und die beiden längern l jenen Q zu erleiden haben.

Dieſs vorausgesetzt hat man für die Biegung oder den Pfeil δ nach Nr. 120, Gleich. (i):

$$\delta = \frac{5}{8} \cdot \frac{P l^3}{48 E'} = \frac{5}{8} \cdot \frac{Q b^3}{48 E'}$$

so, dafs also $P l^3 = Q b^3$ und wegen $P + Q = b l q$ sofort:

$$P = \frac{l b^4 q}{b^3 + l^3} \quad \text{und} \quad Q = \frac{b l^4 q}{b^3 + l^3} \text{ ist.}$$

Soll die Platte in der Mitte der Länge nach (parallel mit der Dimension l) zerreifsen oder brechen, so mufs (§. 257, Anmerk. 1, oder in der auf S. 101 angezogenen Abhandlung — Jahrb. des polyt. Inst. Bd XX. — §. 72) $Q b = \frac{16}{6} m l e^2$, und wenn diese in der halben Länge l parallel mit der Dimension b brechen soll, $P l = \frac{16}{6} m b e^2$, oder wenn man für Q und P die vorigen Werthe setzt und abkürzt, beziehungsweise:

$$m e^2 = \frac{3}{8} \frac{b^2 l^3 q}{b^3 + l^3} \quad \text{und} \quad m e^2 = \frac{3}{8} \frac{l^2 b^3 q}{b^3 + l^3} \text{ seyn.}$$

Aus der erstern dieser beiden Relationen (welche einen gröfsern Werth von e fordert) erhält man für die gesuchte Blechdicke dieser Tafel oder Platte:

$$e = \sqrt{\left(\frac{3}{8} \frac{q}{m} \frac{b^2 l^3}{b^3 + l^3}\right)}$$

Setzt man z. B. $q = \frac{1}{2} \times 12{\cdot}75 = 6{\cdot}38$, $l = 2b = 4' = 48''$ und für Eisenblech wieder nur $m = 3540$; so wird:

$$e = \sqrt{\left[\frac{3}{8} \cdot \frac{6{\cdot}38}{3540} \cdot \frac{8}{9} (24)^2\right]} = \sqrt{{\cdot}1153} = {\cdot}34 \text{ Zoll}$$

oder 4 Linien für die Dicke jener Bleche, welche unmittelbar dem Feuer ausgesetzt sind, während die übrigen etwas schwächer gehalten werden können.

Eine weitere Ausführung der Stärke der Kesselwände, so wie auch der Feuerröhren folgt in Nr. 272 u. f.