$$d' = d \sqrt[3]{2} = 1{\cdot}26\, d$$

folgt, welcher Werth auch mit der Erfahrung gut übereinstimmt, wenn man d aus der obigen Formel (c) bestimmt, d. i.

$$d = 6 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

setzt.

Die über den Kopf der Welle zu schiebende Hülse, welche in zweifacher Weise, einmal durch den Kopf der Welle selbst, und dann noch durch den eingetriebenen Keil in Anspruch genommen wird, erhält, wenn man die best ausgeführten Kupplungen (wobei das Materiale Gufseisen ist) dabei zum Muster nimmt, nach *Redtenbacher*'s Angaben folgende Dimensionen:

Metalldicke	der Kupplungshülse		$\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} d$
Äufserer Durchmesser	„	„	$D = 1 + 1{\cdot}92\, d$
Länge	„	„	$l = 2{\cdot}7 + 1{\cdot}9\, d$
Breite des Keils	„	„	$b = {\cdot}9\, \delta$
Dicke „ „	„	„	$= \frac{1}{2} b.$

Die zur Ausdehnung, Zusammendrückung, Biegung und Drehung prismatischer Körper nöthige Arbeit oder Wirkungsgröfse der hierzu nöthigen Kraft.

129. Ist l die Länge, a der Querschnitt und V das Volumen eines prismatischen Stabes, welcher durch die von Null an allmählig zunehmende Kraft P der Länge nach ausgedehnt wird; so hat man, wenn M den Modul der Elasticität und e die jedem Werthe von P entsprechende Ausdehnung bezeichnet, nach §. 252 $e = \frac{Pl}{Ma}$.

Trägt man die Werthe von P auf AB (Fig. 79) als Abscissen, und die entsprechenden Werthe von e als rechtwinkelige Ordinaten auf, so liegen ihre Endpuncte M in einer geraden Linie, so, dafs wenn $BC = e'$ die gröfste Ordinate, d. h. die Ausdehnung des Prisma im Augenblick des Zerreifsens bezeichnet, AB sofort die Kraft P vorstellt, welche das Abreifsen bewirkt; dann ist aber $\frac{P}{a} = m$ die absolute Festigkeit dieses Stabes und $e' = \frac{ml}{M}$.

Da nun die Wirkung W oder Arbeit dieser Kraft durch die Fläche des Dreieckes ABC ausgedrückt wird, so hat man:

$$W = \tfrac{1}{2} AB . BC = \tfrac{1}{2} P e' = \tfrac{1}{2} P \frac{m}{M} l = \tfrac{1}{2} \frac{P}{a} . \frac{m}{M} a l$$

$$\text{d. i. } W = \tfrac{1}{2} \frac{m^2}{M} V \text{ Pfundzoll,}$$

wenn man den Zoll zur Längeneinheit und das Pfund zur Gewichtseinheit nimmt.

Ist das Prisma an einem Ende eingemauert und bringt die allmählig bis zum Bruche des Körpers wachsende Kraft P, am freien Ende angebracht, die Biegung δ hervor; so ist wieder die Arbeitsgröſse oder Wirkung wie vorhin $W = \frac{1}{2} P \delta$.

Nun ist aber Nr. **118**, Gleich. (t) $\delta = \frac{1}{3} \frac{P l^3}{E'}$, folglich:

$W = \frac{1}{6} \frac{P^2 l^3}{E'}$, oder wegen $P l = m' E$ (Nr. **107**) und $E' = M h E$ (Nr. **116**, Gleich. γ), wo M den Elasticitätsmodul, h den Abstand der neutralen Schichte von der am stärksten ausgedehnten Faser und m' die auf 1 Quadratzoll bezogene stärkste Spannung, welche in dem Stabe vorkommt (d. i. den Brechungscoeffizienten) bezeichnet, auch:

$$W = \frac{1}{6} \frac{m'^2 E^2 l}{E'} = \frac{1}{6} \frac{m'^2}{M} \frac{E}{h} l,$$

wobei E die vom Querschnitt des Prisma abhängigen in Nr. **107** angegebenen Werthe hat.

Ist der Querschnitt ein Rechteck von den Seiten b und h, so ist, es mag b oder h vertical stehen (im erstern Fall ist für h, $\frac{1}{2} b$, im letztern $\frac{1}{2} h$ in der vorigen Formel zu setzen), wegen $V = b h l$ sofort:

$$W = \frac{1}{18} \frac{m'^2}{M} V.$$

Ist der Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser r, so ist, wegen $h = r$ und $V = r^2 \pi l$:

$$W = \frac{1}{24} \frac{m'^2}{M} V.$$

Für einen elliptischen Stab ist (in jeder Lage) wegen $h = a$ oder b, wenn dieſs die Halbachsen sind, und $V = a b \pi l$:

$$W = \frac{1}{24} \frac{m'^2}{M} V.$$

Für ein dreiseitiges Prisma, die Kante mag oben oder unten liegen (wegen $h = \frac{2}{3} h$ oder $\frac{1}{3} h$ und $V = \frac{1}{2} b h$): $= \frac{1}{2} b\, h\, l$

$$W = \frac{1}{12} \frac{m'^2}{M} V.$$

Anmerkung. Man überzeugt sich leicht, daſs dieselben Ausdrücke auch für jenen Fall gelten, in welchem die Prismen an beiden Enden frei aufliegen und in der Mitte oder einem sonstigen, zwischen den Stützen liegenden Punct durch die Kraft P abgebrochen werden.

130. Endlich hat man bei der Torsionsfestigkeit für einen Cylinder vom Halbmesser r und der Länge l, also $V = r^2 \pi l$ nach Nr. **124**: $PR = \frac{1}{2} N \pi \frac{i}{l} r^4$ und Nr. **127**, Relat. (β) $\frac{T}{r} = \frac{Ni}{l}$.

Nun ist aber hier die Arbeits- oder Wirkungsgröfse $W = \frac{1}{2} PR i$, daher, wenn man substituirt auch:

$$W = \tfrac{1}{4} N \pi \frac{i^2}{l} r^4 = \tfrac{1}{4} N \frac{T^2}{N^2} r^2 \pi l \quad \text{d. i.}$$

$$W = \tfrac{1}{4} \frac{T^2}{N} V.$$

Für quadratische und rechteckige Stäbe findet man eben so einfach: $W = \frac{1}{6} \frac{T^2}{N} V.$

131. Schlufsbemerkung. Wie aus dem Ausdrucke in Nr. **129**, welcher sowohl für die Ausdehnung als Zusammendrückung gilt, hervor geht, ist die Arbeit, welche erforderlich ist, um das Prisma bis zum Abreifsen auszudehnen, proportional, 1stens dem Quadrat der absoluten Festigkeit, 2tens dem Volumen und 3tens umgekehrt dem Modul der Elasticität. Bei gleichen Volumen hängt daher die Widerstandsfähigkeit verschiedener Materialien von dem Quotienten $\frac{m^2}{M}$, für dieselben Materialien aber vom Volumen ab.

Aus derselben Nr folgt, dafs die Widerstandsfähigkeit gegen die Wirkung zum Biegen der Prismen von verschiedenen Materialien und einerlei Volumen dem Quotienten $\frac{m'^2}{M}$, wo m' den Brechungscoefficienten bezeichnet, und bei einerlei Materiale, wieder dem Volumen proportional sey,

Endlich folgt aus Nr. **130**, dafs die Widerstandsfähigkeit der Prismen (von einfacher Form) gegen die Arbeit oder Wirkung, welche zum Abwinden derselben angewendet wird, bei gleichem Volumen und verschiedenen Materialien dem Quotienten $\frac{T^2}{N}$, wo T den Torsionswiderstand der Flächeneinheit, im Augenblicke als die Fasern zerreifsen, und N den Modul der Elasticität zur Berechnung der Torsion (oder den specifischen Torsionswiderstand) bezeichnen, dagegen bei einerlei Materiale und verschiedenen Volumen, dem Volumen, ohne Rücksicht auf die einzelnen Dimensionen, proportional ist.

So stellt sich z. B. nach der auf S. 610 befindlichen Tabelle des Comp., in welcher die von Prof. *F. Redtenbacher* in seinen „Resultaten für den

Maschinenbau« zusammengestellten Zahlenwerthe zum Grunde gelegt wurden, die Widerstandsfähigkeit des Gufseisens gegen die Wirkungsgröfse zum Abreifsen, Abbrechen und Abdrehen beziehungsweise wie 12·4 bis 21 : 112 : 279 heraus, so dafs dieser letztere Widerstand wenigstens 13 Mal so grofs als der erstere ist.

Die hier bezeichneten Quotienten $\frac{m^2}{M}$, $\frac{m'^2}{M}$ und $\frac{T^2}{N}$ sind für den Maschinenbau deshalb von grofser Wichtigkeit, weil sie zugleich die Widerstandsfähigkeit der verschiedenen Maschinentheile gegen die Einwirkung von lebendigen Kräften angeben.

Soll, um z. B. einen Gebrauch der Formel $W = \frac{1}{4}\frac{T^2}{N}V$ (Nr. **130**) zu zeigen, eine Transmissionswelle ein Schwungrad erhalten, dessen Schwungring die Masse Q und die Geschwindigkeit v, folglich die lebendige Kraft $\frac{Qv^2}{2g}$ hat, so mufs, damit die Welle diese lebendige Kraft in sich aufnehmen kann ohne zu brechen

$$\tfrac{1}{4}\frac{T^2}{N}V > \frac{Qv^2}{2g},$$

also für das Volumen der Welle

$$V > 2\,\frac{N}{T^2}\,\frac{Q}{g}\,v^2 \text{ seyn.}$$

Nimmt man für $\frac{T^2}{N}$ die betreffende Zahl aus der erwähnten Tabelle, so mufs man, da dabei der Zoll als Längeneinheit zum Grunde liegt, auch die Geschwindigkeit v in Zollen ausdrücken und $g = 31 \times 12 = 372$ Zoll setzen.

(Mehreres sehe man in *Redtenbacher*'s „Resultate für den Maschinenbau.")

Dicke der Gefäfswände.

(§. 275.)

132. Ist $AB = 2r$ (Fig 80) der lichte Durchmesser einer cylindrischen Röhre von der Länge l und einer im Vergleich zu r sehr dünnen Wand δ, so wie q der auf die Flächeneinheit bezogene radiale Druck auf die innere Wand; so nehme man als einfachste Hypothese an, dafs diese Röhre endlich nach dem Durchmesser AB in zwei Theile zerrissen werde. Diefs vorausgesetzt, zerlege man zur Bestimmung der Kräfte, welche diese Trennung bewirken, die auf irgend einen Punct M des innern Umfanges eines Querschnittes nach dem Radius CM, welcher mit AB den Winkel $ACM = \alpha$ bilden mag, wirkende Kraft q in zwei aufeinander senkrechte Seitenkräfte p, p', wovon die erstere