$$PS = f\frac{R+r}{R}\int_0^{\alpha'} P'r\,\frac{Sin\,\alpha'}{Cos\,\alpha'}\,d\alpha' = ..P'r\int_0^{\alpha'}\alpha'\,d\alpha' = fP'r\,\frac{(R+r)}{R}\cdot\frac{\alpha'^2}{2},$$

wenn man nämlich, was bei den hier vorkommenden kleinen Werthen von α' immer erlaubt ist, α' statt $tang\,\alpha'$ setzt.

Ist endlich b die Theilung oder Schrift der Räder, so findet der Angriff des Zahnes des treibenden Rades nach der Regel während des Bogens $b = r\alpha'$ Statt, woraus $\alpha' = \frac{b}{r}$, folglich die ganze Wirkung, wofür auch $S = b$ zu setzen ist:

$$Pb = fP'\,\frac{(R+r)}{Rr}\,\frac{b^2}{2} \quad \text{d. i.} \quad P = \tfrac{1}{2} fP'b\,\frac{(R+r)}{Rr}.$$

Sind aber m und m' die Anzahl der Zähne in den beiden Rädern C und c so ist (§. 216) $b = \frac{2R\pi}{m} = \frac{2r\pi}{m'}$, folglich:

$\frac{R+r}{Rr}\,b = 2\pi\left(\frac{m+m'}{mm'}\right)$ und daher endlich:

$$P = f\pi P'\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right).$$

Reibung eines Cylinders auf seiner Grundfläche.

(§. 235.)

92. Ist $CA = r$ (Fig. 37) der Halbmesser der Grundfläche des Cylinders, auf welche der Normaldruck Q Statt findet und welche zugleich die reibende Fläche seyn soll; so ziehe man aus ihrem Mittelpuncte C mit den Halbmessern $CP = x$ und $Cp = x + dx$ die beiden concentrischen Kreise, welche sofort die Fläche $2x\pi\,dx$ einschliefsen. Da der Druck Q über die ganze Kreisfläche gleichförmig vertheilt ist, so kommt davon auf dieses unendlich schmale Kreisband der Theil dQ, welcher sich aus der Proportion $dQ : Q = 2x\pi\,dx : r^2\pi$ bestimmen läfst, und zwar folgt daraus $dQ = \frac{2Q}{r^2}\,x\,dx$. Der Betrag der Reibung ist daher, wenn f den Reibungscoeffizienten bezeichnet, fdQ, so wie das statische Moment der Reibung in Beziehung auf die Umdrehungsachse $dS = x\,.\,fdQ = \frac{2Q}{r^2}\,fx^2\,dx$, woraus $S = \frac{2Q}{r^2}\,f\int_0^r x^2\,dx = \frac{2}{3}rfQ$ für das Moment der ganzen Reibung folgt, gerade so, als fände der Widerstand der Reibung fQ lediglich auf der Peripherie des Kreises vom Halbmesser $\frac{2}{3}r$ Statt.

Ist daher P' die am Umfange des Cylinders nöthige Kraft, um diese Reibung zu überwinden oder mit ihr im Gleichgewichte zu stehen, so ist auch $P'r = S = \frac{2}{3} r f Q$, folglich:

$$P' = \tfrac{2}{3} f Q.$$

(Vergl §. ~~226~~ 236, Gleich. 1).

Anmerkung. Obschon die nachstehende Aufgabe streng genommen nicht hieher, sondern etwa erst zu §. 238 gehört, so wollen wir dieselbe doch gleich hier mit aufnehmen, da sie in den Zusätzen des Compendiums (2te Auflage) ausgelassen wurde.

Aufgabe. Wenn bei der *Atwood*'schen Fallmaschine der Halbmesser der Rolle $= R$, jener der Zapfen an der Achse $= r$ und das Gewicht der Rolle $= q$ ist, wenn ferner die beiden an dem Faden, dessen Gewicht vernachlässigt werden kann, befestigten Gewichte x und y sind, wobei $x > y$ seyn soll; so ist die Frage, wie grofs die Zapfenreibung während der Bewegung der Gewichte und der Rolle ist.

Auflösung. Um zuerst den Druck auf die Zapfen zu finden, welcher von den beiden Gewichten herrührt, denke man sich den Faden an einer beliebigen Stelle, z. B. auf der Seite, an welcher das herabgehende Gewicht x hängt, zerschnitten und an den beiden getrennten Endpuncten eine Kraft p angebracht, welche der frühern Spannung des Fadens (die sofort bestimmt werden mufs) gleich ist und daher genau den ursprünglichen Zustand, welcher während der Bewegung Statt findet, wieder herstellt.

Nun ist für das herabgehende Gewicht x sowohl die Kraft, welcher die Kraft p entgegenwirkt, als auch zugleich die bewegte Masse, also ihre Beschleunigung (§. 146) $G = \frac{x - p}{x} g$. Eben so ist für das steigende Gewicht y die Beschleunigung $G' = \frac{p - y}{y} g$, folglich da hier $G = G'$ ist, sofort $\frac{x - p}{x} = \frac{p - y}{y}$, oder $p = \frac{2xy}{x + y}$, mithin der gesuchte Druck auf den Zapfen $2p = \frac{4xy}{x + y}$.

Wäre also z. B. $x = 15$ und $y = 10$ Loth, so wäre dieser Druck $2p = \frac{600}{25} = 24$ Loth, also weder $10 + 10 = 20$, noch $10 + 15 = 25$ Loth, wie man vielleicht glauben könnte.

Der Gesammtdruck auf die Zapfen ist daher $Q = 2p + q$ und demnach die am Umfange der Rolle nöthige Kraft, welche mit der Zapfenreibung im Gleichgewichte steht:

$$p = \frac{r}{R} f (2p + q),$$

wenn nämlich f wieder den betreffenden Reibungscoeffizienten bezeichnet.