(§. 146, G, G' statt v, v' gesetzt) $M : M' = \frac{F}{G} : \frac{F'}{G'}$ für $F' = 1$ $G' = 1$ sofort $M' = 1$ setzt; denn man hat dann: $M = \frac{F}{G}$ und da, wenn p das Gewicht des Körpers dessen Masse $= M$ ist bezeichnet, für $F = p$ sofort $G = g$ wird, auch $M = \frac{p}{g}$, wie vorhin.

Ausdruck für die veränderliche Kraft bei irgend einer geradlinigen Bewegung.

(§. 137.)

55. Wie aus der vorigen Nummer folgt, so kann eine constante Kraft durch die Gröfse der Bewegung gemessen werden, welche sie in der Zeiteinheit hervorbringt, wenn man dabei jene Kraft zur Einheit nimmt, welche in der Masseneinheit während der Zeiteinheit die Geschwindigkeit gleich Eins erzeugt. Um nun auch das Mafs einer variablen Kraft auf diesen Fall zurückzuführen, kommt es darauf an die Geschwindigkeit zu bestimmen, welche sie in der Masse gleich Eins in der Zeiteinheit erzeugen würde, wenn sie jene Intensität constant beibehielte, welche sie in dem Augenblicke, den man eben betrachtet, besitzt.

Es sey nun bei irgend einer geradlinigen Bewegung eines mit der Masse gleich Eins behafteten Punctes, am Ende der von irgend einer Periode aus gezählten Zeit t der Abstand dieses Punctes vom Ursprung $= x$, die Geschwindigkeit $= v$ und die Intensität der variablen Kraft $= p$. Wäre p constant, so würde der Quotient $\frac{v}{t}$ die von p in der Zeiteinheit erzeugte Geschwindigkeit, folglich auch (**54.** Anmerk. 1) das Mafs der Kraft p seyn. Im gegenwärtigen Falle nimmt jedoch die Kraft p während der Zeit Δt um Δp und die Geschwindigkeit um Δv zu (oder ab, was hier ganz gleichgiltig ist) und diese Zunahme der Geschwindigkeit kann so angesehen werden, als wäre sie durch eine zwischen p und $p + \Delta p$ liegende Kraft hervorgebracht worden, welche während der Zeit Δt mit constanter Stärke gewirkt hat. Bezeichnet man diese Kraft durch p', so ist sofort $p' = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ und zwar für jeden auch noch so kleinen Werth der Zeit Δt.

Da sich aber p' ohne Ende der Kraft p nähert, wenn Δt ohne Ende abnimmt, indem sich dabei auch eben so Δp der Nulle nähert, so hat man, auf die Grenzen übergehend:

$$(1)\quad p = \frac{dv}{dt},$$

dabei hat p dasselbe Zeichen wie dv, so daſs man diese Kraft als positiv oder negativ ansieht, je nachdem dieselbe die Geschwindigkeit v zu vermehren oder zu vermindern strebt; da ferner diese Geschwindigkeit (Gleich. 1, Nummer **51.**) $v = \frac{dx}{dt}$ zu oder abnimmt, je nachdem die Bewegung im positiven oder negativen Sinne von x Statt findet, so ist auch die Kraft p positiv oder negativ, je nachdem sie im erstern oder letztern Sinne, d. i beschleunigend oder verzögernd wirkt.

Setzt man in der obigen Gleichung (1) für v den vorigen Werth, so erhält man auch:

$$(2)\quad p = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

56. Besitzt der bewegliche Punct statt der Masse 1 jene m, so wird, wenn die Bewegung mit der vorigen identisch ist, die entsprechende Kraft P durch $m\frac{dv}{dt}$ gemessen, weil sich in diesem Falle die Kräfte wie die Massen verhalten, also

$p : P = 1 : m$ Statt findet, oder $P = mp$ ist.

Man nennt gewöhnlich diese letztere Kraft P, welche auf eine beliebige Masse m wirkt und sofort durch $m\frac{dv}{dt}$ oder $m\frac{d^2x}{dt^2}$ gemessen wird, bewegende Kraft, während man die auf die Einheit der Masse wirkende Kraft p, welche nämlich durch $\frac{dv}{dt}$ oder $\frac{d^2x}{dt^2}$ gemessen wird, beschleunigende Kraft zu nennen pflegt.

So ist z. B. für einen frei fallenden Körper im luftleeren Raume die beschleunigende Kraft $p = g = \frac{dv}{dt}$ (**54.** Anmerk. 1, und **55.** Gleich. 1) woraus $dv = g\,dt$ oder $v = gt$ (1) und wegen $v = \frac{dx}{dt}$ auch $dx = gt\,dt$ und daher $x = \frac{1}{2}gt^2$ (2) folgt, welche Formeln (1) und (2) sofort mit jenen in §. 142 übereinstimmen. Zugleich folgt aus der letzten Gleichung (2) $g = \frac{2x}{t^2}$ . . (n) so, daſs also bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung die beschleunigende Kraft auch dem doppelten Weg, dividirt durch das Quadrat der Zeit gleich ist.

Fällt ein Körper von der Masse M frei herab, so ist $Mg = P$ (gleich dem Gewichte des Körpers) die bewegende Kraft.