47. Aus der obigen Gleichung (α) in **45.** folgt für die Spannung der Kette im Puncte M (Fig. 19) nach der Tangente:

$$T = Q\frac{ds}{dx} = Q\sqrt{\left(1+\frac{dy^2}{dx^2}\right)} = Q\sqrt{\left(1+(tang\,\alpha - \frac{p}{Q}x)^2\right)} \;.\;. (\delta).$$

Da im tiefsten Puncte C der Curve $\frac{dy}{dx} = 0$ ist, so ist die Spannung an diesem Puncte $T = Q$ am kleinsten.

Im Aufhängpunct A ist die Spannung, wegen $x = 0$ sofort $T = Q\sqrt{(1+tang\,\alpha^2)} = \frac{Q}{Cos\,\alpha}$ am gröfsten.

Im zweiten Aufhängpunct B ist diese Tangentialspannung $T = Q\sqrt{\left(1+(tang\,\alpha - \frac{pc}{Q})^2\right)}$.

48. Was die Spannung der Kette nach lothrechter oder verticaler Richtung betrifft, so ist diese im Puncte M sofort:

$$S = T\,Cos\,m\,M\,n = T\frac{dy}{ds} = T\frac{dy}{dx}\frac{1}{\sqrt{\left(1+(tang\,\alpha - \frac{p}{Q}x)^2\right)}},$$

wenn man nämlich für ds den Werth aus (γ) in **46.** setzt, oder endlich, wegen $\frac{dy}{dx} = tang\,\alpha - \frac{px}{Q}$ (Gleich. 1 in **45.**) auch:

$$S = T\frac{(tang\,\alpha - \frac{px}{Q})}{\sqrt{\left(1+(tang\,\alpha - \frac{px}{Q})^2\right)}} = Q\,tang\,\alpha - px,$$

wenn man nämlich für T den obigen Werth aus (δ) in **47.** substituirt.

Im Aufhängepunct A ist wegen $x = 0$, diese Verticalspannung $S = Q\,tang\,\alpha$ am gröfsten.

Im tiefsten Puncte C dagegen ist diese Spannung wegen $\frac{dy}{dx} = 0$ sofort $S = 0$ am kleinsten. *)

Bedingungen für die Empfindlichkeit der Krämerwage.

(§. 85)

49. Um die Bedingungen zu finden, unter welchen die gemeine Krämerwage empfindlich wird, d. h. die Eigenschaft erhält, dafs der

---

*) Ausführlicheres hierüber findet man in dem *Mémoire sur les Ponts suspendus* von *Navier*. Paris, 1824.

Wagbalken sogleich die horizontale Lage verläſst und eine schiefe Lage annimmt, wenn das Gleichgewicht durch ein kleines Zulaggewicht gestört wird, sey AB (Fig. 21) die horizontale Lage des in O aufgehängten Wagbalkens im Stande des Gleichgewichtes, nämlich für den Fall, daſs $AC = BC$ und $W = P$ ist (§. 83), ferner $A'B'$ die Lage dieses Balkens, welche er dadurch annimmt, daſs in die Wagschale B zu dem Gewichte P noch jenes p zugelegt wird, wodurch im Stande der Ruhe sofort der Punct C nach C' kommt.

Setzt man $AC = BC = a$, $OC = OC' = b$ und wenn D den Schwerpunct des Wagbalkens bezeichnet, $OD = c$, ferner das Gewicht dieses Balkens $= q$; so kann man die in den Puncten A', B' D lothrecht wirkenden Gewichte oder Kräfte W, $P + p$ und q jede in zwei aufeinander senkrechte Kräfte zerlegen, wovon die eine (w, r, s) perpendikulär, die andere (w', r', s') parallel zu dem Balken wirkt. Setzt man nämlich den Ausschlagwinkel $COC' = \alpha$, so ist (Nr. **9.**)
$w = W \, Cos \, \alpha$, $w' = W \, Sin \, \alpha$, $r = (P + p) \, Cos \, \alpha$, $r' = (P + p) \, Sin \, \alpha$
$s = q \, Cos \, \alpha$ und $s' = q \, Sin \, \alpha$.

Da ferner angenommen wird, daſs diese auf den um O drehbaren Hebel $A'B'$ wirkenden 6 Seitenkräfte im Gleichgewichte stehen; so muſs nach dem Satze der statischen Momente (Nr. **20.** Anmerk. 2) sofort die Bedingungsgleichung bestehen: $wa + w'b + s'c + r'b = ra$ oder wenn man für w, w' . . die vorigen Werthe setzt: $a W \, Cos \, \alpha + b W \, Sin \, \alpha + c q \, Sin \, \alpha + b (P + p) \, Sin \, \alpha = a (P + p) \, Cos \, \alpha$ und wenn man durchaus mit $Cos \, \alpha$ dividirt und aus der entstehenden Gleichung, nachdem man im ersten Theil aW, gegen jenen aP, im zweiten ausgelassen (wegen $aW = aP$) und $W = P$ gesetzt hat (Bedingungen für das Gleichgewicht in der Lage AB), $tang \, \alpha$ bestimmt, sofort:

$$tang \, \alpha = \frac{ap}{(2P + p) b + qc}.$$

50. Da nun die Wage um so empfindlicher ist, je gröſser bei demselben Zulaggewicht p der Ausschlagwinkel α, folglich auch $tang \, \alpha$ wird; so folgt aus dem vorigen Ausdrucke von $tang \, \alpha$, daſs diese Empfindlichkeit um so gröſser ist, je gröſser a (Länge der Arme), je kleiner q (Gewicht des Balkens), je kleiner P (aufgelegtes Gewicht), je kleiner b ($= OC$) und je kleiner c (Entfernung des Schwerpunctes des Balkens vom Aufhängpunct) ist. (Vergleiche §. 85.)

Anmerkung. Die Wage wird am empfindlichsten, wenn es gelingt $b = OC = 0$ zu machen, in welchem Falle $tang \, \alpha = \frac{ap}{cq}$ zugleich von den aufgelegten Gewichte P ganz unabhängig wird. Geht der Winkel α für ein anderes Zulaggewicht p' in α' über, so ist eben so $tang\,\alpha' = \frac{ap'}{cq}$, folglich $tang\,\alpha : tang\,\alpha' = p : p'$.

Wäre unter dieser Voraussetzung von $b = 0$ gleichzeitig auch $c = 0$, so würde $tang\,\alpha = \frac{ap}{0} = \infty$, also $\alpha = 90^0$, zum Beweis, dafs in diesem Falle, in welchen nämlich die Wage in ihrem gemeinschaftlichen Schwerpunct aufgehängt ist, der Balken bei dem kleinsten Übergewicht p sogleich aus der horizontalen in die verticale Lage übergeht. Aufserdem wäre dabei für jede richtige Abwägung, d. i. für $W = P$ und $p = 0$, sofort $tang\,\alpha = \frac{0}{0}$, zum Zeichen, dafs dabei der Balken in jeder Lage ruhen kann und nicht nothwendig, wie es die zweite Bedingung (§. 84) fordert, horizontal stehen mufs.

Wollte man endlich den Schwerpunct des Balkens, bei der Voraussetzung von $b = 0$ über den Punct C legen, so müfste c negativ genommen werden, wodurch dann auch $tang\,\alpha$ negativ würde, also der Winkel α in den 2ten oder 4ten Quadranten fiele, zum Beweis, dafs der Balken bei dem kleinsten Zulaggewicht p umschlagen würde.
