Dritter Abschnitt.

Aërostatik.

Einleitung.

§. **433.** **So** wie in der Hydrostatik das Wasser, so wird in der Aërostatik, welche (§. 5) von den Gesetzen des Gleichgewichtes der Luft- und Gasarten handelt, am einfachsten die atmosphärische Luft zum Grunde gelegt, so, daſs die von derselben abgeleiteten statischen Gesetze sofort auch für alle übrigen Luft- und Gasarten gelten. In so ferne nun die Luft (worunter wir ohne ausdrückliche Bemerkung immer die atmosphärische verstehen wollen) schwer und flüssig ist, gelten auch die für das Gleichgewicht tropfbar flüssiger Körper entwickelten Gesetze; in so ferne diese aber auch noch im hohen Grade ausdehnsam und zusammendrückbar ist, müssen diese Eigenschaften dabei noch insbesondere berücksichtiget werden.

Ein Hauptunterschied zwischen den Luft- oder Gasarten überhaupt und den tropfbaren Flüssigkeiten besteht in dem beständigen Bestreben der erstern sich immer mehr auszudehnen, wodurch diese also, wenn sie in einem Gefäſse eingeschlossen sind, einen fortwährenden Druck gegen die Wände desselben ausüben; dabei ist, von der ohnehin sehr geringen Schwere abstrahirt, dieser Druck auf alle gleich groſsen Theile des Gefäſses, diese mögen Seiten-, Boden- oder obere Wände seyn, vollkommen gleich groſs.

In Folge dieses Druckes wird die in einem Gefäſse, sobald in dasselbe irgendwo eine Öffnung gemacht wird, eingeschlossene Luft augenblicklich ausfliessen, wenn sich das Gefäſs in einem absolut leeren Raume befindet, oder umgekehrt, wenn das Gefäſs luft- oder eigentlich absolut leer ist, die äuſsere das Gefäſs umgebende atmosphärische Luft durch diese Öffnung in dasselbe einströmen und es erfüllen.

§. 434. Gleichgewicht der Luft. Die einzige Bedingung, welche für das Gleichgewicht der Luft bestehen mufs, ist die, dafs die Expansivkraft irgend einer Niveauschichte nach der ganzen Ausdehnung dieser Schichte dieselbe seyn mufs.

Denkt man sich in einer Höhe, z. B. von 1000 Fufs, über dem Niveau des Meeres mit diesem parallel, also concentrisch um die Erde eine sehr dünne sphärische Luftschichte, so fordert das Gleichgewicht, dafs in allen Puncten dieser Schichte ein und derselbe Druck herrsche. In einer z. B. 100 Fufs tiefer liegenden, mit dieser concentrischen Luftschichte mufs zwar wieder durchaus einerlei Druck Statt finden, allein er wird um das Gewicht der betreffenden 100 Fufs hohen Luftsäule stärker als der in der obern Schichte seyn. Hieraus folgt nun, dafs in gleichen Höhen (von der Meeresfläche aus gezählt) auch der Luftdruck gleich seyn, dieser aber um so mehr abnehmen müsse, je höher man in der Atmosphäre aufwärts steigt.

§. 435. Druck der Atmosphäre. Füllt man eine an dem einen Ende zugeschmolzene Glasröhre von etwa 30 Zoll in der Länge voll mit Quecksilber, kehrt diese, indem man dabei das offene Ende zuhält, um und taucht dasselbe, während die Röhre in verticaler Stellung erhalten wird, in ein ebenfalls mit Quecksilber gefülltes Gefäfs A, Fig. 269, so sinkt, sobald die nun eingetauchte Öffnung der Röhre aufgemacht wird, die Quecksilbersäule um einige Zolle, nämlich von c bis d dergestalt herab, dafs der oberste Punct d dieser Säule um beiläufig 28 Zoll über dem Niveau $a\,b$ des Quecksilbers im Gefäfse A stehen bleibt oder die auf die Oberfläche $a\,b$ drückende Luftsäule mit dieser nahe 28 Zoll hohen Quecksilbersäule im Gleichgewicht steht.

Dieser Apparat ist, sobald er noch mit einer Scale versehen wird, nichts anders als ein gewöhnliches Quecksilber-Barometer und die Quecksilbersäule $i\,d$ gleichsam eine Wage, welche den Druck unserer Atmosphäre mifst. Da dieser Versuch zuerst von dem italienischen Mathematiker *Torricelli* gemacht wurde, so wird auch das Barometer manchmal noch die *Torricelli*'sche Röhre und der leere Raum zwischen $c\,d$ die *Torricelli*'sche L e e r e genannt.

§. 436. Da der Luftdruck nicht an allen Orten, und an demselben Orte nicht zu allen Zeiten gleich ist, dagegen im Niveau des Meeres bei einer Temperatur von 0 Graden (dem Frost- oder Thaupunct) sehr nahe 28·8 Wiener Zoll beträgt, so wollen wir diese Höhe für unsere Rechnungen als mittlern Werth beibehalten, wornach also irgend eine Fläche durch die uns umgebende Atmosphäre einen eben so starken Druck erleidet, als ob auf ihr eine 28·8 Zoll hohe Quecksilbersäule stünde. Eine ebene Fläche von 1 Quadratzoll wird demnach einen Druck erleiden, welcher dem Gewichte von 28·8 Kubikzoll Quecksilber gleich kommt. Nimmt man nun das Gewicht von 1 Kubikzoll Quecksilber im Mittel mit ·445 Pfund in Rechnung, so beträgt der mittlere Druck der Atmosphäre auf jeden Quadratzoll 12·8 oder auch nahe $12\frac{3}{4}$ Pfund, welche Zahl wir hier durchaus annehmen können.

Da das Quecksilber (§. 39) nahe 13·59 Mal schwerer als Wasser ist, so mufs nach dem Satze der communicirenden Röhren, wenn man anstatt des vorhin angenommenen Quecksilber- ein Wasserbarometer zur Bestimmung des Luftdruckes anwenden wollte, die Wassersäule 13·59 Mal höher als die Quecksilbersäule, also $28·8 \times 13·59 = 390$ Zoll oder $32\frac{1}{2}$ Fufs hoch seyn, und dieses ist auch die gröfste Höhe, auf welche das Wasser durch das Ansaugen (§. 417) steigen kann.

Da ferner bei der Temperatur von Null und dem Barometerstande von 28·8 Zoll die atmosphärische Luft 10462 Mal leichter als Quecksilber $\left(\text{also } \frac{10462}{13·59} = 770 \text{ Mal leichter als Wasser}\right)$ ist, so müfste die Höhe unserer Atmosphäre, wenn diese durchaus dieselbe Dichte hätte, $28·8 \times 10462$ Zoll oder nahe eine deutsche Meile betragen; auch müfste, wenn man von der Meeresfläche aus um gleiche Höhen aufwärts steigt, die Quecksilbersäule im Barometer immer um gleich viel herabsinken. Allein dieses letztere kann schon aus dem Grunde nicht Statt finden, weil die untern Luftschichten von den obern zusammengedrückt werden, und daher dichter und schwerer als die obern Schichten seyn müssen. Der Erfahrung zu Folge mufs man sich von der Meeresfläche an um nahe 75, 150·224, 225·673 . . . oder, die einzelnen Intervalle gemessen, um 75, 75·224, 75·449, 75·676 . . . Fufs erheben, wenn das Quecksilber nach und nach um 1, 2, 3, 4 . . . Linien fallen soll, so, dafs man sich also in geometrischer Progression (es ist nämlich der Quotient der Reihe nahe 1·003) erheben mufs, um einen in arithmetischer Progression abnehmenden Barometerstand zu erhalten. Da man übrigens nur die Luftschichten von unendlich kleiner Höhe oder Dicke, jede für sich als von gleicher Dichte und diese nach aufwärts in geometrischer Progression abnehmend annehmen kann, so erhält man genau gerechnet für die Höhe h, in welcher der Barometerstand $= b$ ist, die Grundformel:

$$h = \frac{B}{D}(l.B - l.b) \ . \ . \ . \ (1,$$

wenn nämlich D die irgend einem Barometerstande B entsprechende Dichte der Atmosphäre und l den natürlichen Logarithmus bezeichnet.

Soll jedoch diese Formel zu wirklichen Höhenmessungen mit dem Barometer benützt werden, so müssen an ihr noch einige Correctionen vorgenommen werden, wovon jene wegen der Verschiedenheit der Temperatur an den beiden Beobachtungspuncten (deren Höhenunterschied gesucht wird) der bedeutendste ist. Ist nämlich b der Barometerstand, t die Temperatur der Luft, so wie T jene des Quecksilbers im Barometer nach *Réaumur* an der obern Station, und bezeichnen b', t' und T' dasselbe an der untern Station, d. i. an der Meeresfläche, so kann man für die gewöhnlichsten und allermeisten Fälle genau genug:

$$h = 9697\left[1 + \tfrac{1}{400}(t + t')\right] Log \left[\frac{b'}{b\left[1 + \frac{1}{1440}(T' - T)\right]}\right] \ldots (2$$

setzen, wobei *Log* die gemeinen oder Tafellogarithmen bezeichnen und h in Wiener Klafter gefunden wird.

Deluc nimmt, wenn keine sehr grofse Genauigkeit gefordert wird, bei Voraussetzung einer mittlern Temperatur von nahe 17^0 R.:

$$h = 10000\, Log \frac{b'}{b} \text{ Toisen.}$$

§. 437. Mariotte'sches Gesetz. Alle Luft- und Gasarten lassen sich genau im Verhältnifs der drückenden Kräfte zusammenpressen, so, dafs sich bei Voraussetzung von einerlei Temperatur die Dichten gerade, dagegen die Räume oder Volumina der Gasarten umgekehrt wie diese drückenden Kräfte verhalten. Sind nämlich p und p' die Kräfte, welche eine und dieselbe Luftmenge zusammendrücken, d und d' die dabei (und derselben Temperatur) Statt findenden Dichten und v, v' die Volumina, welche die Luft bei diesen Pressungen einnimmt; so besteht das zuerst von *Mariotte* bestimmt ausgesprochene (und gleichzeitig auch von dem englischen Physiker *Boyle* entdeckte) Gesetz darin, dafs wenn sich die Temperatur nicht ändert, $d : d' = p : p'$ oder $v : v' = p' : p$ Statt findet, d. h. die Dichte, folglich auch die Expansivkraft der Luft- oder Gasarten ist der zusammendrückenden Kraft direct, das Volumen aber dieser Kraft verkehrt proportional.

Dieses schöne und höchst wichtige Gesetz wurde in der neuern Zeit durch directe Versuche bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären (d. i. bis zu einem Drucke von $12^3/_4 \times 27 = 344$ Pfund auf den Quadratzoll) durch *Arago* und *Dulong* bestätigt.

§. 438. Ausdehnung der Luft durch Wärme. Durch die Wärme werden nicht blofs die Luft- und Gasarten, sondern bekanntlich auch die tropfbar flüssigen und festen Körper, wenn gleich in einem geringeren Grade als die erstern ausgedehnt. Die Luft so wie alle Gase dehnen sich, den hierüber angestellten Beobachtungen zufolge, bei jeder Zunahme um einen Grad der hunderttheiligen Thermometerscala, um den 267sten Theil oder um ·00375 (nach Andern um ·00364) jenes Volumens aus, welches sie bei 0 Grad besitzen, so, dafs wenn man das Volumen irgend einer Luftmenge bei Null Grad gemessen $= 1$ setzt, sofort das Volumen derselben Luft bei t Grad $= 1 + \cdot 00375\,t$ ist. Bei der Frostkälte (oder bestimmter dem Aufthaupuncte des Eises) und der Siedhitze des Wassers (beim mittlern Barometerstande) verhalten sich demnach die Volumina ein und derselben Luft- oder Gasmenge wie $1 : 1\cdot 375$ oder wie $8 : 11$. Diese Eigenschaft pflegt man auch das *Gay-Lussac*'sche Gesetz zu nennen.

Unter den tropfbar flüssigen Körpern dehnt sich nur das Quecksilber ziemlich regelmäfsig, und zwar von 0 bis 100° für jeden Thermometergrad (dieser 100theiligen Scala) um $\frac{1}{5550}$ des Volumens aus. Beim Wasser findet ausnahmsweise die Eigenthümlichkeit Statt, dafs es sich durch die Wärme von 0 bis 4° nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht und die Ausdehnung (dabei unregelmäfsig) erst von diesem Puncte an, wo es also die gröfste Dichte hat, anfängt.

Die erwähnte gleichförmige Ausdehnung des Quecksilbers macht dasselbe zum Gebrauche für Thermometer vorzüglich geschickt. Da bei dem *Réaumu*'schen, *Celsius*'schen oder 100theiligen und dem *Fahrenheit*'schen Quecksilberthermometer der Thaupunct (auch Gefrierpunct genannt) respective mit 0, 0 und 32, dagegen der Siedpunct des Wassers mit 80, 100 und 212 bezeichnet ist; so ergeben sich, wenn die Temperatur eines Körpers nach diesen 3 Thermometern oder Scalen angegeben werden soll, und diese beziehungsweise durch R, C und F ausgedrückt oder bezeichnet wird, zur Reduction von einer Scale auf die andere folgende Proportionen:

$$R : C = 4 : 5, \quad R : (F - 32) = 4 : 9 \quad \text{und} \quad C : (F - 32) = 5 : 9.$$

Was endlich die festen Körper betrifft, so kann man annehmen, dafs zwischen 0 und 100° C. die Längenausdehnungen den Temperaturszunahmen genau proportional sind. Zufolge genauer Versuche dehnen sich, um nur einige Beispiele anzuführen, die nachbenannten Körper vom Frost- bis zum Siedpuncte des Wassers um die nebenstehenden Gröfsen ihrer bei 0 Grad gemessenen Länge aus, und zwar Glas um ·000861, Glasröhren um ·000776 bis ·000913, Platin um ·000857, Gold um ·001552, Silber um ·00191, Schmiedeisen um ·00122, Stahl (ungehärtet) um ·001079, Blei um ·002848, Messing um ·001878, Zink um ·002942.

Um daher die 1° C. entsprechende Ausdehnung zu erhalten, darf man diese Zahlen nur durch 100 dividiren; auch darf man ohne einen Fehler zu befürchten, anstatt die der Temperatur Null entsprechende, jene Länge des betreffenden Körpers zum Grunde legen, die bei irgend einer andern Temperatur gemessen wurde. Hat z. B. ein Maſsstab bei t^0 Temperatur die richtige Länge, und wird damit bei einer Temperatur von T Graden eine Linie gemessen und dafür die Länge $= l$ gefunden, so ist, wenn a die jedem Grade Temperatursunterschiede entsprechende lineare Ausdehnung des Maſsstabes bezeichnet, die wahre oder richtige Länge dieser Linie:

$$x = l + la(T - t);$$

denn ist die absolute Länge des Maſsstabes bei $t^0 = 1$, so ist sie bei T^0 offenbar $1 + a(T - t)$, folglich ist:

$$x : l = 1 + a(T - t) : 1,$$

woraus für x der vorige Werth folgt.

Auf der ungleichen Ausdehnung der Metalle, wie z. B. des Eisens und Zinkes, beruht die Compensation der Rostpendel, bei welchen solche in dieser Beziehung heterogene Metalle mit einander in Verbindung gebracht werden.

Ist die Längen- oder lineare Ausdehnung a eines festen Körpers bekannt, so erhält man, da a so klein ist, daſs man die höheren Potenzen davon aus der Rechnung ohne Fehler weglassen kann, für einen Körper, dessen Länge bei 0 Grad $= l$, irgend eine Fläche davon $= f$ und dessen kubischer Inhalt $= k$ ist, bei der Temperatur von 100° sofort:

$L = l(1 + a)$, $F = f(1 + a)^2 = f(1 + 2a)$ (wegen $F : f = L^2 : l^2$)
und: $K = k(1 + a)^3 = k(1 + 3a)$.

§. 439. Dichte der Luft- und Gasarten. Durch Anwendung der beiden obigen (§§. 437, 438) Gesetze läſst sich nun auch die Beziehung zwischen den Dichten ein und derselben Luftmasse bei verschiedenen Druckkräften und Temperaturen leicht bestimmen. Nimmt nämlich irgend eine Luftmenge bei der Temperatur Null unter den Druckkräften p und p' beziehungsweise die Volumina u und u', dagegen bei der Temperatur t und dem Drucke p das Volumen v und die Dichte d, so wie bei der Temperatur t' und dem Drucke p' das Volumen v' und die Dichte d' an; so ist nach dem vorigen Paragraphe, wenn man Kürze halber die obige Ausdehnungszahl $\cdot 00375 = n$ setzt: $v = u(1 + nt)$ und $v' = u'(1 + nt')$ oder $\frac{v}{v'} = \frac{u}{u'}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right)$, und da nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $\frac{u}{u'} = \frac{p'}{p}$ ist, auch:

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right) \ldots (1$$

oder, da nach demselben Gesetze auch $\frac{v}{v'} = \frac{d'}{d}$ ist, sofort:

$$\frac{d'}{d} = \frac{p'}{p}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right) \ldots (2.$$

Ändert sich bloſs die Temperatur ohne die Dichte oder das Volumen, so ist: $\frac{p}{p'} = \frac{1 + nt}{1 + nt'}$.

Bleibt dagegen bei verschiedener Temperatur der Druck derselbe, so ist: $\frac{d'}{d} = \frac{v}{v'} = \frac{1 + nt}{1 + nt'}$.

Wiegt also 1 Kubikfufs trockener atmosphärischer Luft bei dem Normal-Barometerstande von 28·8 Zoll und der Temperatur Null ·073 Pfund, so wiegt 1 Kubikfufs solcher Luft bei b Zoll Barometerstand und der Temperatur von t Grad *C.* nach der vorigen Formel 2), weil bei gleichem Volumen das Gewicht der Dichte proportional, also $d = {}^{\cdot}073$, $v = 1$, $p = 28{\cdot}8$, $t = 0$, $v' = 1$, $p' = b$ und $t' = t$ ist, sofort:

$$\cdot 073 \frac{b}{28{\cdot}8} \cdot \frac{1}{1 + nt} = \cdot 00219 \frac{b}{1 + nt}.$$

Setzt man, um den Antheil der Wasserdämpfe, welche sich immer mehr oder weniger in der Atmosphäre vorfinden und specifisch leichter als die Luft sind, in Rechnung zu bringen, anstatt der vorigen Zahl von ·00375 sofort $n = {}^{\cdot}004$ (im Falle jedoch die Luft erhitzt wird, behält man die obige von *Gay-Lussac* angegebene Zahl, welche nach den neuesten Versuchen nicht ·00375, sondern ·003646 seyn soll, bei); so ist das Gewicht von 1 Kubikfufs atmosphärischer Luft im gewöhnlichen Zustande bei dem Barometerstande b und der Temperatur t: $q = {}^{\cdot}002535 \frac{b}{1 + {}^{\cdot}004\,t}$, oder wenn b anstatt in Zollen in W. Fufs ausgedrückt oder substituirt wird, auch:

$$a) \quad q = \cdot 03042 \frac{b}{1 + \cdot 004\,t} \text{ W. Pfund.}$$

Für die mittlern Werthe von $t = 14$ und $b = 2{\cdot}4$ wird $q = {}^{\cdot}069$.

Da das Gewicht von 1 Kubikfufs destillirten Wassers $Q = 56{\cdot}4$ Pfund beträgt, so hat man:

$$m) \quad \frac{Q}{q} = 1854 \frac{1 + \cdot 004\,t}{b},$$

wobei b in Fufsen auszudrücken ist.

So wäre z. B. für $t = 10$ und $b = 28{\cdot}8$ Zoll $= 2{\cdot}4$ Fufs sofort $\frac{Q}{q} = 803$, oder das Wasser ist unter diesen Bedingungen 800 Mal schwerer als die Luft.

Für gewöhnlich wird der mittlere Zustand der Atmosphäre bei ·75 Meter Barometerhöhe und 18° *C.* Temperatur angenommen, wofür die mit Wasserdämpfen geschwängerte Luft nahe 850 Mal leichter als das Wasser ist.

Da ferner das Gewicht eines Kubikfufs Quecksilber $Q' = 56{\cdot}4 \times 13{\cdot}597 = 766{\cdot}87$ Pfund wiegt, so ist das Verhältnifs zwischen dem Gewichte eines gleichen Volumens Quecksilber und Luft:

$$\frac{Q'}{q} = 25209 \frac{1 + \cdot 004\,t}{b} \ldots (r,$$

wo b wieder in Fufsen auszudrücken ist.

Bezeichnet endlich u das Verhältnifs der Dichte irgend einer andern Luft- oder Gasart zu der atmosphärischen Luft, so ist das Gewicht von 1 Kubikfufs dieses Gases:

$$q' = \cdot 002535\, u \frac{b}{1 + \cdot 004\, t},$$

wo b in Zollen, oder:

$$q' = \cdot 03042\, u \frac{b}{1 + \cdot 004\, t},$$

wo b in Fufsen auszudrücken ist.

Ist q die Masse, also nach unserer Bezeichnungsart auch das Gewicht von 1 Kubikfufs Luft unter dem Drucke von 2·4 Fufs Quecksilbersäule und der Temperatur t, so wie p der Druck der Luft, welchen sie dabei auf eine Fläche von 1 Quadratfufs ausübt; so ist, wenn man den für einerlei Temperatur constanten Quotienten $\frac{p}{q} = k$ setzt, sofort:

$$k = \frac{1840 \cdot 49}{\cdot 073008}(1 + \cdot 00375\, t) = 25209 \cdot 4\,(1 + \cdot 00375\, t).$$

Für ein Gas hingegen, dessen specifisches Gewicht oder Dichte gegen jene der Luft $= u$ ist, hat man eben so $k' = \frac{p}{q\,u}$, daher $k : k' = 1 : \frac{1}{u} = u : 1$, so, dafs also für einerlei Druck der Coefficient k mit den Dichten im umgekehrten Verhältnifs steht.

Diesen Coefficienten k, mit welchem man (wegen $p = k\,q$) die in 1 Kubikfufs enthaltene Gasmasse multipliciren mufs, um den Druck desselben auf eine Fläche von 1 Quadratfufs zu erhalten, pflegt man als M a f s der e l a s t i s c h e n K r a f t dieses Gases zu nehmen.

§. 440. Manometer. So wie das Barometer zur Bestimmung des atmosphärischen Druckes dient, so wendet man das Manometer zur Bestimmung des Druckes an, welchen irgend eine, in einem Behälter oder Gefäfse eingeschlossene Luft- oder Gasart ausübt. Dieses Instrument besteht entweder, wie in Fig. 270, in einer oben offenen zweischenklichen Barometerröhre, wovon der kürzere Schenkel mit dem das Gas enthaltenden Recipienten A in Verbindung steht und zum Theil mit Wasser oder gewöhnlicher mit Quecksilber gefüllt ist; oder auch, wie in Fig. 271, in einer oben geschlossenen und nur trockene atmosphärische Luft enthaltende Röhre, welche mit ihrem untern offenen Ende in ein bis zu einer gewissen Höhe mit Quecksilber gefülltes und vollkommen dicht verschlossenes Gefäfs B beinahe bis auf den Boden hinabreicht, während in dem obern Raume dieses Gefäfses eine zweite Röhre g einmündet, welche mit dem Recipienten communicirt, in welchem sich die in Beziehung auf ihren Druck oder ihre Spannkraft zu messende Luft- oder Gasart befindet.

§. 441. Ist nun bei dem erstern oder oben o f f e n e n Manometer (Fig. 270) $b\,c = h$ die Höhe der Flüssigkeitssäule, welche zugleich mit dem Drucke der Atmosphäre p und dem zu messenden Drucke P der Gasart im Gleichgewichte steht; so ist, wenn h in Wiener Zollen, p und P als Druck auf 1 Quadratzoll in W. Pfunden ausgedrückt wird: wenn Wasser die Sperr- oder manometrische Flüssigkeit ist:

$$P - p = \frac{56 \cdot 5}{1728} h = \cdot 0327\, h \ldots (1,$$

wenn Quecksilber die Sperrflüssigkeit ist:

$$P - p = 13 \cdot 597 \times \cdot 0327\, h = \cdot 445\, h \ldots (2.$$

Oder wenn man für gewöhnliche Fälle den Barometerstand nicht beobachten, sondern gleich mit 28·8 Zoll in Rechnung bringen will, wodurch $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund gesetzt werden kann:

für ein Wasser-Manometer: $P = 12 \cdot 75 + \cdot 0327\, h$ Pfunde,
für ein Quecksilber- „ $P = 12 \cdot 75 + \cdot 445\, h$ Pfunde.

§. 442. Für das zweite oder oben geschlossene Manometer (Fig. 271), welches in der Regel für höhere Pressungen der Gasarten angewendet wird, sey h die Höhe der Quecksilbersäule (vom Quecksilberspiegel im Gefäſse an gemessen), h' die Höhe der eingeschlossenen Luftsäule, p der Druck dieser Luftsäule auf 1 Quadratzoll im gewöhnlichen Zustande, nämlich bevor noch das Quecksilber in der Röhre aufgestiegen, d. i. so lange noch $h = 0$ (also für den mittlern Barometerstand $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund) ist; so hat man für den Druck p' der in der Röhre von dem Raume $h + h'$ auf jenen h' zusammengepreſsten Luft, nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $p' = p \frac{h + h'}{h'}$, oder, wenn man auf den etwa vorhandenen Temperaturunterschied der Luft (beim Quecksilber kann man diesen der geringeren Ausdehnung wegen vernachläſsigen) Rücksicht nehmen will, welcher zwischen der Temperatur t zur Zeit der Gradirung des Instrumentes und jener T zur Zeit der Beobachtung Statt findet, so darf man nur (wenn wieder die 100theilige Scala vorausgesetzt wird) in der obigen Gleichung 1), §. 439, $t' = T$ und $\frac{v}{v'} = \frac{h+h'}{h'}$ setzen, um für diesen Druck den Werth: $p' = p \frac{h + h'}{h'} \left(\frac{1 + nT}{1 + nt} \right)$ zu erhalten.

Da ferner auch noch die Quecksilbersäule von der Höhe h einen Druck $p'' = \cdot 445\, h$ ausübt, so ist der gesammte Druck P, welcher mit jenem der Luft- oder Gasart, deren Expansivkraft zu messen ist, sofort $P = p' + p''$ oder:

$$P = \cdot 445\, h + p \frac{h + h'}{h'} \left(\frac{1 + \cdot 00375\, T}{1 + \cdot 00375\, t} \right) \ldots (3.$$

Ist bei der Gradirung des Instrumentes der Barometerstand nicht eigens beobachtet worden, so kann man wieder $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund setzen.

Wendet man bei dem Manometer in Fig. 270 statt eines Glasrohres ein mit Quecksilber gesperrtes eisernes Rohr an, so läfst man ein leichtes Holzstäbchen, welches über die Röhre $b\,d$ hinausragt, auf der Quecksilberfläche c schwimmen, so, dafs dieses das Fallen und Steigen des Quecksilbers nunmehr aufserhalb des Rohres, wozu eine eigene Scala (die auch auf dem Stäbchen selbst seyn kann) dient, angezeigt wird. Sind beide Schenkel der Röhre genau gleich weit, so wird das Steigen des Punctes b, also auch des Stäbchens um die Höhe h, einen Niveauunterschied $= 2\,h$ anzeigen, worauf man bei der Theilung der Scala gleich Rücksicht nehmen kann.

Für höhere Pressungen, für welche diese oben offene Manometerröhre schon eine bedeutende Länge erhalten mufs, benützt man auch die in Fig. 272 angedeutete Einrichtung, bei welcher ein auf der Quecksilberfläche b aufliegender Schwimmer an einem Faden befestigt ist, welcher über eine Rolle c geht und am andern Ende einen Zeiger i trägt, der längs der gehörig getheilten Scala S auf und ab steigt, und so das Sinken und Steigen des Quecksilbers genau anzeigt.

Eine zweite Einrichtung eines solchen Manometers ist in Fig. 273 dargestellt, bei welcher A die Verbindung zwischen dem Manometer und dem Gasrecipienten herstellt, B, B' eine umgekehrte Heberröhre, C ein Sammelgefäfs für das etwa ausgeworfene Quecksilber und a ein Röhrchen bezeichnet, durch welches die mit dem Schwimmer einer- und dem Zeiger andererseits verbundene Schnur geht.

§. **443. Theilung der Scala.** Die Theilung der Scala betreffend, so bezeichnet in Fig. 272 jeder Zoll, um welchen die Oberfläche b der Quecksilbersäule über den Quecksilberspiegel im Gefäfse B steigt, einen Druck von ·445 Pfund auf den Quadratzoll oder $\frac{1}{28{\cdot}8}$ Atmosphäre über den Luftdruck.

Bei dem Manometer in Fig. 273 mit der zweischenkelichen Röhre, bezeichnet (vorausgesetzt, dafs die Röhre gut calibrirt, d. h. durchaus gleich weit sey) jeder Zoll, um welchen die Quecksilbersäule in dem Schenkel B steigt, den doppelten Druck, d. i. $2 \times {\cdot}445 = {\cdot}89$ Pfund per Quadratzoll über den Luftdruck oder $\frac{1}{14{\cdot}4}$ Atmosphäre. Soll daher diese Scale gleich den Druck anzeigen, welchen das Gas ausübt, so wird man bei einer bestimmten Füllung der Röhre mit Quecksilber und entsprechender Adjustirung des Schwimmers jenen Theilstrich, auf welchen der Zeiger i steht, wenn man das Rohr A in die freie Luft ausmünden läfst, mit 1, jenen um 14·4 Zoll tiefer liegenden mit 2 Atmosphären

u. s. w. bezeichnen und dann auch leicht die 14·4 Zoll haltenden Intervalle für die Bruchtheile der Atmosphäre unterabtheilen können.

Bei dem oben geschlossenen Manometer (Fig. 271) endlich hat man aus der Gleichung 3), wenn man $T = t$ setzt, $P = \cdot 445\,h + p\,\frac{h+h'}{h'}$ oder wenn man den gesuchten Druck P des Gases nicht in Pfunden auf den Quadratzoll, sondern durch die Höhe H der diesem Drucke entsprechenden Quecksilbersäule, folglich auch der Druck $p = 12{\cdot}75$ Pfund durch die Höhe b der Barometersäule (im Mittel $= 28{\cdot}8$ Zoll) ausdrückt, und daher auch h statt $\cdot 445\,h$ nimmt, ferner die ursprüngliche Länge der Luftsäule $h + h'$ (bei dem mittlern Luftdruck) $= l$ setzt, auch $H = h + \frac{l}{h'}b$, oder wegen $h = l - h'$ auch $H = l - h' + \frac{b\,l}{h'}$, und daraus folgt, wenn man die Theilung nach Atmosphären vornehmen will und sonach $H = n\,b$ setzt, d. i. den Druck oder die Spannkraft des Gases allgemein zu n Atmosphären annimmt:

$$h' = \frac{l - n\,b + \sqrt{[(l - n\,b)^2 + 4\,b\,l]}}{2} \quad \ldots (4.$$

Setzt man in dieser Formel $n = 1, 2, 3 \ldots$, so erhält man der Reihe nach jene von c aus herabzutragende Puncte m der Scala, bis zu welchen sich die Quecksilbersäule erheben wird, wenn das Gas eine absolute Spannung von 1, 2, 3 . . . Atmosphären besitzt. (Für $n = 1$ wird, wie es seyn soll, $h' = l$.) Vereinfacht wird diese Formel (4 noch dadurch, dafs man $l = b$ nimmt, wodurch:

$$h' = \left[\frac{1 - n + \sqrt{[(1 - n)^2 + 4]}}{2}\right] b,$$

also für $n = 1, 2, 3 \ldots$ der Reihe nach $h' = b$, $\cdot 618\,b$, $\cdot 414\,b$, $\cdot 303\,b$ u. s. w. wird.

Hat das Manometer die Heberform, wie in Fig. 270 (ist jedoch ebenfalls oben geschlossen), so erhält man, wenn bei dem Drucke von 1 Atmosphäre das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch, nämlich bis $a\,c$ steht, und die Länge der Luftsäule $c\,d$ dafür wieder $= l$ ist, bei der nämlichen Bezeichnung:

$$h' = \frac{2l - n\,b + \sqrt{[(2l - n\,b)^2 + 8\,b\,l]}}{4}$$

oder, wenn man $l = b$ macht:

$$h' = \left[\frac{2 - n + \sqrt{[(n - 2)^2 + 8]}}{4}\right] b.$$

So wird für $n = 1, 2, 3 \ldots$ in diesem letztern Falle der Reihe nach $h' = b$, $\cdot 707\,b$, $\cdot 500\,b$, $\cdot 366\,b$ u. s. w.; eben so kann man auch für die Unterabtheilungen $n = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ setzen, wofür man findet: $h' = 1{\cdot}175\,b,\ 1{\cdot}237\,b,\ 1{\cdot}269\,b \ldots$

Soll die Theilung nach Pfunden per Quadratzoll geschehen, so darf man in diesen Formeln nur, wenn z. B. der q Pfunden entsprechende Theilstrich zu bestimmen ist, $n = \frac{q}{12{\cdot}75}$ setzen.

Wie man den Druck einer Luft- oder Gasart mittelst eines sogenannten Sicherheitsventils bestimmen kann, wird weiter unten bei den Dampfkesseln gezeigt werden.

Erstes Kapitel.

Von den Aërostaten.

§. 444. Der bei den tropfbar flüssigen Körpern (§. 317) erwähnte Archimedische Satz, dafs jeder in eine solche Flüssigkeit getauchte Körper einen Gewichtsverlust erleidet, welcher dem Gewichte der von ihm verdrängten Flüssigkeit gleich ist, behält auch bei der Luft und den Gasen seine volle Giltigkeit; ein Körper also, welcher gegen die atmosphärische Luft etwa dasselbe Gewicht wie Korkholz gegen Wasser hätte, müfste in dieser eben so von selbst in die Höhe steigen, wie Korkholz im Wasser, wenn dieses z. B. am Meeresgrund frei ausgelassen würde.

Man verfertigt solche Körper künstlich aus sehr leichten Stoffen, wie z. B. aus Goldschlägerhäutchen oder in Firnifs getränkten Seidenzeugen oder Taffet (wovon 1 Quadratfufs nur ungefähr $1\frac{1}{4}$ Loth wiegt), gibt ihnen beinahe (um mit der kleinsten Oberfläche den gröfsten Inhalt zu verbinden) die Kugelform und füllt sie mit einer Luft- oder Gasart, welche specifisch leichter als die atmosphärische Luft ist, in welcher diese Körper oder Ballone aufsteigen sollen. Zu dieser Füllung wählt man entweder, wie es zuerst die Gebrüder *Montgolfier* gethan, gewöhnliche Luft, welche erwärmt, dadurch also ausgedehnt und specifisch leichter wird (bei einer Temperaturerhöhung von 100° *C* wird diese um ·375 leichter) oder gewöhnlicher mit Wasserstoff- oder in der neuesten Zeit (nach dem berühmten englischen Luftschiffer *Green*), der gröfsern Wohlfeilheit wegen, auch mit gereinigtem Steinkohlengas (welches beiläufig 4 Mal leichter als die atmosphärische Luft ist).

§. 445. Ist k der cubische Inhalt des Ballons, p das Gewicht von 1 Kubikfufs atmosphärischer Luft, also kp das Gewicht der durch den Ballon verdrängten Luft, ferner q das Gewicht eines Kubikfufs der im Ballon enthaltenen Luft, s das Gewicht der Hülle und aller mit dem Ballone verbundenen Gegenstände, so wie endlich P die Steigkraft des Ballons, so ist:

$$P = kp - (kq + s) = k(p - q) - s \ldots (1.$$

Beispiel. So war z. B. bei dem ersten in Paris am 1. December im Jahre 1783 aufgestiegenen Aërostaten des Physikers *Charles* $k = 10000$ Kubikfufs, $p = {}^{\cdot}08$ Pfund, also $kp = 800$, oder weil der Ballon, damit er in den höhern und dünnern Luftschichten, in welchen sich das Wasserstoffgas mehr ausdehnt, nicht zerplatze, nur bis auf $\frac{27}{28}$ gefüllt wurde, eigentlich $kp = \frac{27}{28} . 800 = 771{\cdot}4$ Pfund. Das Wasserstoffgas, obschon es im chemisch reinen Zustande (§. 39) über 14 Mal leichter als die atmosphärische Luft (bei mittlerem Baro- und Thermometerstande) ist, wurde bei dieser Erzeugungsart im Grofsen nur $5^1/_4$ Mal leichter als die Luft angenommen (bei sehr vieler Sorgfalt kann man es wohl auf $^1/_{10}$ des Gewichtes der Luft bringen), so, dafs also $kq = \frac{771{\cdot}4}{5\frac{1}{4}} = 146{\cdot}9$ Pfund betrug. Das Gewicht s der Hülle, Schnüre, Gondel und der beiden mitfahrenden Luftschiffer betrug $604\frac{1}{2}$ Pfund, folglich war die Steigkraft $P = 771{\cdot}4 - 751{\cdot}4 = 20$ Pfund.

§. 446. Wird der Ballon bei der Füllung um den n^{ten} Theil seines Inhaltes leer gelassen, so kann sich das Wasserstoffgas in einer gewissen Höhe der Atmosphäre noch um den n^{ten} Theil ausdehnen, folglich wird auch das Gewicht eines Kubikfufs dieses Gases, nämlich q um $\frac{1}{n} q$ kleiner. Setzt man in dieser Höhe das Gewicht von 1 Kubikfufs Gas $= q''$ $\left[\text{also ist bei der gemachten Voraussetzung } q'' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) q\right]$, den Barometerstand in dieser Höhe $= h$ und an der untern Station, wo die Füllung Statt findet, $= H$; so ist nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $q : q'' = H : h$, also:

$$h = \frac{q''}{q} H = \left(1 - \frac{1}{n}\right) H \ldots (\omega,$$

aus welcher Barometerhöhe sich sofort auch nach §. 436 die Höhe berechnen läfst, in welcher sich der Ballon vollständig aufblähen wird.

Wäre der Ballon z. B. nur bis auf $^9/_{10}$ gefüllt, also $n = 10$, so wäre (Gleich. ω) $h = {}^{\cdot}9\, H$, folglich, wenn man von dem nicht leicht zu bestimmenden Temperatureinflufs abstrahirt, nach der *Deluc*'schen Formel (§. 436), wenn man darin $b = {}^{\cdot}9\, b'$, also $\frac{b'}{b} = 1{\cdot}1111$ setzt, die gesuchte Höhe, in welcher sich der Ballon vollständig aufbläht:

$$= 10000\, Log\, 1{\cdot}1111 = 457{\cdot}575^{\text{Tois.}} = 2745\tfrac{1}{2} \text{ Fufs (Par.)}.$$

Um ferner auch die Höhe zu finden, bis zu welcher der Ballon überhaupt steigen kann, darf man in der obigen Formel 1) des vorhergehenden Paragraphes nur für p und q die dieser Höhe entsprechenden Werthe und $P = 0$ setzen. Ist also in dieser Höhe h' der Barometerstand und sind p' und q' die entsprechenden Gewichte von 1 Kubikfufs der atmosphärischen Luft und des Füllgases, welches sich oben durch Ausdehnung des Ballons, oder indem ein Theil durch die Sicherheitsklappe entweicht, mit dem äufsern Luftdrucke ins Gleichgewicht soll setzen können, so folgt aus der erwähnten Formel $s = k(p' - q')$; nun ist aber aus $p : p' = q : q' = H : h'$ sofort $p' - q' = \frac{p'}{p}(p - q) = \frac{h'}{H}(p - q)$ und daher auch $s = k\frac{h'}{H}(p - q)$ und daraus für den Barometerstand in der gesuchten Steighöhe:

$$h' = \frac{sH}{k(p - q)} \;.\;.\;(2.$$

So wäre für das Beispiel des vorigen Paragraphes nach dieser Formel 2) wegen $k(p - q) = 800 - \frac{800}{5\frac{1}{4}} = 647{\cdot}6$, $s = 604{\cdot}5$ und $H = 340$ (Linien, welches die Barometerhöhe im Augenblicke des Aufsteigens war), sofort $h' = 317{\cdot}37$, also nach der Formel von *Deluc* (§. 436), wegen

$$\frac{b'}{b} = \frac{H}{h'} = 1{\cdot}0713,$$

die Höhe, auf welche der Ballon bei dieser Belastung steigen könnte, $h = 299{\cdot}111^{\text{Tois.}}$ oder nahe 1795 Fufs.

Bei einer Belastung von blofs 438 Pfund hätte er nahe 1700 Toisen hoch steigen können.