der Formel 1) $v = \frac{1}{2} V$ (da nämlich die Summe aus v und $V - v$ constant, nämlich gleich V ist, so wird bekanntlich das Product daraus am gröfsten, wenn beide Factoren gleich grofs sind), und aus jener 2) $v = \frac{1}{3} V$; so dafs also mit diesen Werthen der gröfste Effect oder das Maximum der Arbeit im ersten Falle durch $E = \frac{\gamma m V^2}{4g} = \frac{1}{2} \gamma m H$, und im letztern durch $E = \frac{4}{27} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{8}{27} \gamma M H$ ausgedrückt wird, wenn man die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe mit H bezeichnet.

Anmerkung. Da die Schwerkraft in der von der Höhe H herabfallenden Wassermasse γm die Arbeit $\gamma m H$ erzeugt oder ansammelt, die Nutzwirkung davon aber in dem allergünstigsten Falle nur $\frac{1}{2} \gamma m H$ beträgt; so geht selbst in diesem Falle noch durch den Stofs die Hälfte der Wirkung verloren.

Siebentes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

§. 363. Einleitung. Unter den verschiedenen Mitteln das Wasser als Betriebskraft nutzbar zu machen, nehmen die Wasserräder, theils wegen ihrer leichtern Ausführbarkeit und theils auch wegen des Vortheils, dafs sie unmittelbar eine continuirliche rotirende Bewegung um eine Achse erzeugen, den ersten Rang ein. Bei ihrer Anwendung kommt es jedoch darauf an, die Arbeit, welche die Schwere in dem Betriebswasser als ersten Motor hervorbringt, so viel wie möglich ungeschmälert auf das Rad als zweiten Motor oder Aufnehmer der Kraft (welcher gewöhnlich §. 278 als erster Motor angesehen wird) zu übertragen. Wir schicken daher einige allgemeine Bemerkungen voraus.

§. 364. Fallhöhe des Aufschlagwassers. Ist P das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers und fällt dasselbe von der Höhe H herab, oder besitzt es überhaupt eine Geschwindigkeit V, welcher dieser Höhe entspricht, so dafs $H = \frac{V^2}{2g}$ ist, so ist die in derselben enthaltene dynamische Kraft oder Wirkung (§. 184) $= PH^{\text{F. Pf.}}$, wenn man den Fufs und das Pfund als Einheiten nimmt.

Bei der Schätzung der dynamischen Kraft des auf ein Rad wirkenden Wassers versteht man unter H den Höhenunterschied zwischen dem Wasserspiegel im obern und jenem im untern Gerinne, und nennt diese

Höhe die Fallhöhe des Wassers. Im freien Strome ist H die Geschwindigkeitshöhe für das an die Radschaufeln anstofsende Wasser.

§. 365. Verlust an lebendiger Kraft. Diese Fallhöhe kommt jedoch niemals vollständig als wirksame Höhe in die Rechnung; denn zuerst gelangt das Wasser immer schon, der vorhandenen Hindernisse in der Zuleitung wegen, mit einer etwas kleinern Geschwindigkeit V als jene ist, welche der Höhe H entspricht, in oder auf das Rad; hat ferner das Rad an der Stelle, an welcher das Wasser auf dasselbe kommt, die Geschwindigkeit v, so entsteht durch den Stofs (welcher fast niemals vermieden werden kann) oder die plötzliche Geschwindigkeitsänderung $V - v$ ein Verlust an lebendiger Kraft, welcher (§. 201) dem Quadrate der verlornen Geschwindigkeit proportional ist; tritt endlich das Wasser aus dem Rad, nachdem es entweder durch den Stofs oder sein Gewicht gewirkt hat, noch mit einer gewissen Geschwindigkeit aus, so liegt auch darin noch ein gewisser Theil an lebendiger Kraft oder an Wirkung, welcher mit den übrigen Verlusten von der ganzen dynamischen Kraft oder der Wirkung des Wassers PH abgezogen werden mufs, um den eigentlichen Nutzeffect des Rades (wobei auf die Achsenreibung noch keine Rücksicht genommen ist) zu erhalten.

§. 366. Absolutes und relatives Maximum des Nutzeffectes. Soll daher der Nutzeffect am gröfsten, d. i. ein absolutes Maximum werden, so müssen die beiden subtractiven Theile, nämlich die lebendige Kraft des Wassers, welche beim Eintritt in das Rad durch den Stofs verloren geht, und jene, welche das Wasser noch beim Austritt aus dem Rade besitzt, Null werden oder verschwinden; diefs setzt aber voraus, dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad ein- und ohne Geschwindigkeit aus demselben austrete. Da sich indefs diese beiden Bedingungen fast niemals in aller Strenge realisiren lassen, so mufs man wenigstens trachten, bei jedem Wasserrade, je nach dessen besonderer Constructionsart, den gröfst möglichen Nutzeffect, d. i. dessen relatives Maximum zu erreichen.

§. 367. Eintheilung der Wasserräder. Ohne auf eine Eintheilung der Wasserräder, die von verschiedenen Gesichtspuncten aus geschehen kann, einen besondern Werth zu legen, kann man diese doch zur leichtern Übersicht in zwei Hauptclassen: in verticale und horizontale Räder abtheilen. Die erstern können ebene oder krumme Schaufeln erhalten, und entweder durch den Stoſs in ebenen Gerinnen oder im unbegrenzten Wasser (unterschlächtige Räder), oder durch den Druck des Wassers (oberschlächtige Räder), oder theils durch den Stoſs und theils durch den Druck des Wassers (mittelschlächtige oder Kropfräder) bewegt werden. Die letztern können mit krummen Schaufeln versehen seyn (Turbinen oder Kreiselräder) oder nur gebogene Röhren oder Canäle (Reactionsräder) besitzen.

Es sollen davon im Nachstehenden die wichtigsten in Kürze behandelt werden.

Unterschlächtige Wasserräder.

§. 368. Das Rad im Schuſs- oder Schnurgerinne. Ein solches Wasserrad besteht im Wesentlichen aus einer horizontal liegenden Welle *a* (Fig. 235), mit welcher mittelst der Radarme *b*, *b* zwei parallele Radkränze *d*, *d*, zwischen welchen die Radschaufeln *e*, *e* eingeschoben werden, centrisch verbunden sind. (Die sogenannten Strauberräder erhalten nur einen Radkranz; die Staberräder dagegen zwei Kränze; die Pansterräder, Fig. 235. *b*, deren Schaufeln bedeutend länger sind, bestehen aus mehr als zwei Radkränzen und werden diese auch noch unter einander verbunden oder verriegelt.) Öfter werden auch noch auf dem äuſsern Umfange der Radkränze besondere Schaufeln *i* (Fig. 235. *a*), sogenannte Gegenschaufeln aufgenagelt, welche einen Theil des zwischen je zwei Schaufeln bestehenden Zwischenraumes verschlieſsen.

Das Aufschlagwasser wird dem Rade in einem Gerinne *B* zugeführt, dessen verticale Seitenwände nur so viel lichte Entfernung von einander haben, um den Radschaufeln den nöthigen Spielraum für die Bewegung zu lassen.

Durch das mehr oder weniger Aufziehen der Schütze *D* kann das Wasser in gröſserer oder geringerer Quantität auf das Rad geleitet werden.

§. 369. Da bei horizontalen Gerinnen (Fig. 235) immer ein nachtheiliger Rückstau entsteht, so neigt man, wie in Fig. 235. *a*, den Gerinnsboden unmittelbar nach der Schütze etwas gegen das Rad, so, daſs er dasselbe beiläufig bei der vom tiefsten Punct des verticalen Durchmessers nach vorwärts gezählten zweiten Schaufel erreicht, krümmt diesen von da an nach der äuſsern Radperipherie bis zu dem erwähnten tiefsten Punct *n* und läſst ihn von da plötzlich um 6 bis 7 Zoll abfallen, damit das

Wasser, nachdem es bereits auf die Schaufeln gewirkt hat, das Rad schnell verläfst, wozu man auch noch das Gerinne selbst an dieser Stelle erweitern kann.

Die den Gerinnsboden bedeckende Wasserschichte soll in der Regel eine Tiefe von 6 bis 9 Zoll erhalten, so wie der Zwischenraum zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden nicht mehr als $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll betragen, damit nicht zu viel Wasser unbenützt durchgeht.

Da das Wasser beim Eintritte in das Gerinne eine Contraction erleidet, sich dann ausbreitet und den Gerinnswänden, an welchen es einen kleinen Widerstand findet, folgt, so verliert es an seiner Geschwindigkeit und kommt, wenn das Gerinne nur einigermafsen lang ist, oft nur mit $\frac{3}{4}$ jener Geschwindigkeit an die Radschaufeln, welche der Druckhöhe, d. i. der Höhe des Wasserstandes vor der Schütze entspricht.

Um diesem Verluste zu begegnen, bringt man erstlich die Schütze so nahe als möglich an das Rad (um den Widerstand der Gerinnswände zu vermindern), und dann sucht man durch gehörige Anordnung der Schütze, welche man in die nach aufwärts gehende Verlängerung des Bodens und der Wände des Gerinnes legt, und ihren Eingang (nach der Form des zusammengezogenen Strahls) erweitert, die Contraction möglichst zu vermindern. Beide diese Bedingungen werden am besten erreicht, wenn man die Schütze nicht wie in Fig. 235 vertical, sondern in einer gegen das Radmittel hin geneigten Lage (Fig. 235. *a*) anbringt.

Nach den Versuchen von *Poncelet* gab eine unter 63 Grad gegen den Horizont geneigte Schütze einen Contractionscoefficienten von ·75, bei 45 Grad von ·80 und bei 90 Grad (lothrechte Stellung) von ·70.

Da man übrigens die Form des zusammengezogenen Wasserstrahls nicht genau kennt, so ist es besser, anstatt die Schütze ab (Fig. 236) unmittelbar an den Ausgang des Wasserbehälters anzubringen, diese vom Ausgange des Behälters AB (Fig. 236. *a*) gegen das Rad zu um die Entfernung CD zu legen, welche von $\frac{1}{2}\,ab$ bis ab betragen kann. Man kann dabei $AB = \frac{5}{4}\,ab$ nehmen und durch Aa, Bb Kreisbögen ziehen, welche die Gerinnswände ac und bd tangiren. (Läge die eine Seitenwand, z. B. ac, zufällig in der Verlängerung der Wand des Reservoirs, so würde man diese ungeändert lassen und die Ausbiegung bB nur an der andern Gerinnswand bd vornehmen.) Legt man aufserdem noch den Gerinnsboden, so wie die Sohle der Schützenöffnung in die Verlängerung des Bodens des Reservoirs, vermeidet überall Vorsprünge und Ecken, so wird nur noch eine Contraction an der obern Seite der Schütze Statt finden und die Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers sehr nahe der Druckhöhe über dem Mittelpuncte der Schützenöffnung entsprechen.

§. 370. Die Länge der Schaufeln (nach der Richtung der Radachse) richtet sich nach der Breite des Gerinnes, ihre Höhe (in der Richtung der Radhalbmesser) soll so beschaffen seyn, daſs das Wasser beim Aufstoſsen auf die erste Schaufel nicht über diese hinausspringt, wozu man der Höhe die dreifache Dicke oder Tiefe der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte (diese so angesehen als ob das Rad ausgehoben wäre), jedoch niemals mehr als 2 Fuſs gibt.

Die auf der äuſsern Radperipherie gemessene Entfernung der Schaufeln kann beiläufig dieser Schaufelhöhe gleich genommen werden, wodurch die Anzahl der Schaufeln bloſs noch von der Gröſse des Raddurchmessers abhängig wird.

§. 371. Durchmesser des Rades. Was diesen Durchmesser selbst betrifft, so wird man zu dessen Bestimmung zuerst die Geschwindigkeit berücksichtigen, welche die ausweichenden Schaufeln in Beziehung auf die Geschwindigkeit des anstoſsenden Wassers haben sollen, und dann noch die Anzahl der Umgänge festsetzen, die das Rad am besten erhalten kann, um die beabsichtigte Übertragung der Bewegung in jedem gegebenen Falle so einfach als möglich (entweder ohne, oder wenigstens mit dem geringsten Zwischengeschirr) zu bewerkstelligen.

Ist v die Geschwindigkeit des Rades im Stoſsmittelpuncte des Wassers (der Abstand dieses Punctes von der Radachse wird der dynamische Halbmesser des Rades genannt) und N die Anzahl der Umgänge, welche das Rad per Minute machen soll; so ist der dynamische Durchmesser des Rades $D = \frac{60}{\pi}\frac{v}{N} = 19{\cdot}1\,\frac{v}{N}$. Mit Rücksicht auf den gröſsten zu erreichenden Effect (wobei also v ein bestimmtes Verhältniſs zur Gefällshöhe H haben muſs) kann man $v = 2{\cdot}7\sqrt{H}$, und daher $D = \frac{51{\cdot}6}{N}\sqrt{H}$ setzen.

In der Praxis gibt man übrigens einem solchen Rade nicht leicht weniger als 12 und nicht mehr als 24 Fuſs im Durchmesser.

§. 372. Anzahl der Schaufeln. Da die Räder meistens aus durch 4 theilbaren symmetrischen Theilen zusammengesetzt werden, so nimmt man auch der leichtern practischen Ausführung wegen für die Schaufelzahl eine durch 4 theilbare Zahl, und zwar, wenn $R = \frac{1}{2}D$ der in Fuſsen ausgedrückte dynamische Halbmesser des Rades ist, nimmt man dafür im Durchschnitte 4 Mal $\frac{1}{2}R$.

Nach *Aubuisson's* Vorschrift fällt diese Zahl etwas kleiner aus, indem er für die Raddurchmesser von $12^1/_2$, 16, 19, 22 und 25 Fufs beziehungsweise 24, 28, 32, 36 und 40 Schaufeln annimmt, welche Zahlen jedoch, wie er bemerkt, ohne Nachtheil jede um 4 vermehrt werden dürfen.

Die Hauptsache jedoch bleibt dabei immer (in welchem Falle die Schaufelzahl allerdings auch geringer seyn kann) die, dafs sich der gekrümmte Theil mn (Fig. 235. *a*) des Schufs- oder Gerinnsbodens so weit erstreckt, dafs ihn eine Schaufel schon erreicht, bevor ihn die vorausgehende noch verlassen hat.

§. 373. Stellung der Schaufeln. Was die Schaufelstellung betrifft, so nimmt man diese für gewöhnlich radial, d. i. gegen den Mittelpunct oder die Achse des Rades gerichtet, an; nur wenn die Schaufeln im Unterwasser waten müfsten (was jedoch für gewöhnlich nicht angenommen werden kann), wäre es vortheilhafter die Schaufeln etwas schief, und zwar so zu stellen, dafs sie, sobald sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen sind, auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen, weil sie dann weniger Wasser als in radialer Stellung mit hinaufschleudern, in welch letzterem Falle der Nutzeffect allerdings verringert wird.

§. 374. Theoretischer Effect eines solchen Rades. Ist p das Gewicht des in jeder Secunde durch einen Querschnitt des Gerinnes, in welchem die Geschwindigkeit $= V$ ist, fliefsenden Wassers, so wäre, wenn kein Wasser zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden, ohne vorher gewirkt zu haben, entweichen könnte, der Effect genau jenem gleich, welchen wir oben in §. 362 (Formel 1, wo $\gamma m = p$ ist) für den Wasserstofs aufgestellt haben; allein da aus den angeführten Gründen nicht das ganze Aufschlagwasser p als wirksam angenommen werden kann, so bleibt der wirkliche Effect gegen den theoretischen zurück, und man mufs sonach diesen letztern mit einem Reductionscoefficienten $k < 1$, welcher nur aus der Erfahrung gefunden werden kann, multipliciren, um den erstern zu erhalten; dieser wird daher durch:

$$E = k\frac{pv}{g}(V - v) \quad . \; . \; . \; (1$$

ausgedrückt, wenn v die Geschwindigkeit der ausweichenden Schaufel im Stofsmittelpuncte bezeichnet.

Dieser Effect ist, wie bereits in dem genannten §. 362 gezeigt wurde, am gröfsten, wenn $v = \frac{1}{2} V$, d. h. wenn die Geschwindigkeit der Radschaufeln (im Stofsmittelpuncte gemessen) halb so grofs als jene des anstofsenden Wassers ist.

Da nun die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe h aus verschiedenen Ursachen immer etwas kleiner als die Gefällshöhe H ist, und da selbst, wenn $k=1$ wäre, für $v = \frac{1}{2} V$ nur $E = \frac{1}{2} p h$ würde, so folgt, dafs durch ein unterschlächtiges Rad nicht einmal die Hälfte der dynamischen Kraft oder der Wirkung erhalten wird, welche in der durch die Höhe H fallenden Wassermasse vom Gewichte p liegt oder enthalten ist, indem diese durch $p H$ ausgedrückt wird.

Anmerkung. Sind h' und h'' die den Geschwindigkeiten v und $V - v$ zugehörigen Höhen, so ist auch wegen

$$\frac{v}{g}(V-v) = \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - \frac{(V-v)^2}{2g} = h - h' - h''$$

der obige Effect des Wasserrades (1)

$$E = k p (h - h' - h''),$$

woraus sofort folgt, dafs die beiden Höhen h' und h'' den Effect des Wasserrades um mehr als die Hälfte vermindern, weil, wenn diese Null wären, der Effect $E = k p h$ seyn würde, während er doch im allergünstigsten Falle nur $= \frac{1}{2} k p h$ ist. Soll aber $h' = 0$ seyn, so mufs auch die Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, gleich Null seyn. Für $h'' = 0$ müfste auch $p(V-v)^2$, d. h. der Verlust an lebendiger Kraft, welcher durch den Stofs entsteht, Null seyn, das Wasser also ohne Stofs wirken.

§. 375. Nutzeffect des unterschlächtigen Rades. Aus den Versuchen von *Smeaton* ergibt sich der Werth des oben angeführten Reductionscoefficienten k im Durchschnitte zu $\cdot 64$, so wie für die vortheilhafteste Geschwindigkeit v der Werth $\cdot 45\, V$. Da ferner die Geschwindigkeit V, mit welcher das Wasser die Radschaufeln trifft, zu $\frac{95}{100}$ von jener angenommen werden kann, welche der Höhe h vom Oberwasserspiegel bis zum Mittelpuncte der Schützenöffnung entspricht, d. h. da $V = \cdot 95 \sqrt{2gh} = 7\cdot 48 \sqrt{h}$ gesetzt werden kann; so ist der wirkliche Effect eines solchen Rades (aus der vorigen Gl. 1):

$$E = \cdot 021\, p v (7\cdot 48 \sqrt{h} - v) \;\ldots\; (2.$$

Für den gröfsten Nutzeffect ergibt sich, wegen $v = \cdot 45\, V = \cdot 45 \times 7\cdot 48 \sqrt{h} = 3\cdot 36 \sqrt{h}$, sofort

$$E = \cdot 29\, p h \;\ldots\; (3.$$

Ist m die in einer Secunde zufliefsende Wassermenge in Kubikfufs ausgedrückt, also $p = 56\cdot 5\, m$ Pfund, so ist auch nahe

$$E = 16\, m h \;\ldots\; (4.$$

Will man endlich statt h die ganze Gefällshöhe H in Rechnung bringen, so kann man mit Rücksicht auf jenen Theil der Wirkung, welche noch im gekrümmten Theile des Gerinnes Statt findet,

$$E = 16\,m\,(H - \cdot 6) \;.\;.\;.\;(5$$

(wobei der Fuſs als Einheit gilt) setzen.

Anmerkung. Die Formel (3 zeigt, daſs man selbst bei einem gut angelegten unterschlächtigen Wasserrade nicht volle 29 Procent Nutzeffect erreicht, sogar wenn man h für die ganze Gefällshöhe gelten lassen wollte; da jedoch $h < H$ ist, so kann man beiläufig $E = \frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}\,p\,H$, also den gröſsten Nutzeffect nur von 20 bis 25 Procent annehmen, ja es gibt sogar Fälle (wo die Zwischenräume zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden bis 4 Zoll betragen), in welchen dieser Nutzeffect bis auf 10 Procent herabsinkt.

Gleichwohl werden diese Räder, besonders bei Gefällen unter 5 Fuſs, sehr häufig angewendet, indem sie auſser ihrer leichtern Ausführbarkeit auch noch den Vortheil besitzen, daſs man ihnen, ohne sich vom Maximum des Nutzeffectes bedeutend zu entfernen, eine gröſsere als diesem Maximum entsprechende Geschwindigkeit geben kann, wodurch oft kostspielige Übersetzungen und Communicationen erspart werden.

Beispiel. Man benöthigt zum Betriebe eines Cylindergebläses ein Wasserrad von 6 Pferdekraft, d. i. von $2580^{F.\,Pf.}$, welches man durch einen vorhandenen kleinen Fluſs, welcher ein Gefäll von 5 Fuſs besitzt, betreiben will; es ist die Frage, wie viel Wasser von diesem Flusse auf ein zu erbauendes unterschlächtiges Wasserrad abzuleiten, und wie das Rad überhaupt für diesen Zweck anzuordnen sey?

Rechnet man von der genannten Gefällshöhe 15 Zoll für die halbe Höhe der Schützenöffnung und für die Krümmung des Gerinnsbodens ab, so bleibt noch vom Mittelpuncte der Öffnung aufwärts gerechnet ein Gefäll von $5 - 1{\cdot}25 = 3{\cdot}75$ Fuſs $(= h)$, welcher Höhe die Geschwindigkeit von nahe 15 Fuſs entspricht, so daſs man den Radschaufeln für den gröſsten Effect eine Geschwindigkeit von $\cdot 45 \times 15 = 6^3/_4$ Fuſs geben wird, was, wenn das Rad, um das Gebläse ohne Zwischengeschirr, bloſs durch Krummzapfen zu betreiben, per Minute 8 Umgänge machen soll, einen Raddurchmesser (vom Mittel zum Mittel der Schaufeln gerechnet) von (§. 371)

$$D = 19{\cdot}1 \,.\, \frac{6{\cdot}75}{8} = 16 \text{ Fuſs}$$

erfordert, bei welcher Gröſse man dem Rade (§. 372) von 28 bis 32 Schaufeln geben kann.

Bestimmt man ferner aus der obigen Formel 5) für $H = 5$ und $E = 2580$ den Werth von m, so erhält man für die gesuchte, in einer Secunde nöthige Wassermenge $m = \dfrac{2580}{16 \times 4{\cdot}4} = 36{\cdot}7$ Kubikfuſs.

Da sich diese Wassermasse mit der Geschwindigkeit (§. 375)

$$V = \cdot 95\,\sqrt{2gh} = 7{\cdot}481\,\sqrt{3{\cdot}75} = 14{\cdot}5'$$

Fuſs im Gerinne bewegen muſs, so wird der Querschnitt dieses Wasserprisma an der Stelle des Rades $\dfrac{36{\cdot}7}{14{\cdot}5} = 2{\cdot}53$ Quadratfuſs betragen müssen. Da man nun für die Höhe oder Tiefe der Wasserschichte ungefähr

(§. 369) ·6 Fuſs annimmt, so bleibt für die Breite des rechteckigen Querschnittes $\frac{2{\cdot}53}{{\cdot}6} = 4{\cdot}2$ Fuſs. Nimmt man ·6 Zoll für den Zwischenraum zwischen den Schaufeln und den Gerinnswänden auf jeder Seite, so erhält man für die Radbreite oder Länge der Schaufeln 4·1 Fuſs. Da sich endlich das Wasser unter dem Rade bis auf eine Höhe von vielleicht 23 Zoll und darüber erheben kann, so muſs man den Schaufeln eine Breite oder Höhe von 24 bis 25 Zoll geben.

Was schlüſslich den Nutzeffect dieses Rades betrifft, so beträgt dieser 25 Procent von der theoretischen oder dynamischen Kraft des Wassers.

§. 376. Das Rad im freien Strome. Diese Räder, welche man auch frei hängende Räder nennt, werden gewöhnlich bei Schiffmühlen verwendet, und ganz frei ohne Gerinne in den Fluſs oder Strom gehängt, wenigstens setzt man dieses bei der Berechnung voraus, und nimmt auf den Umstand, daſs diese Räder zwischen zwei Schiffen eingehängt sind, wodurch die Geschwindigkeit des auf die Radschaufeln treffenden Wassers etwas gröſser wird, keine Rücksicht. Der Durchmesser solcher Räder übersteigt selten die Gröſse von 12 bis 15 Fuſs, die Schaufelzahl liegt zwischen 12 und 24, deren Höhe oder (radiale) Breite nach *Fabre* nicht über $1/4$ des Radhalbmessers betragen soll, gewöhnlich nimmt man dafür nur den fünften Theil dieses Halbmessers; die Länge der Schaufeln wechselt von 8 bis 15 Fuſs.

Die Stellung der Schaufeln betreffend, so kann man auch hier die Regel befolgen, daſs sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen sollen. Nach *Aubuisson* ist es besser diese Schaufeln ihrer Höhe oder Breite nach aus einzelnen, z. B. aus vier Streifen oder Dauben zusammenzusetzen und diese gegen den Radius immer mehr zu neigen, je weiter sie vom Mittelpuncte des Rades abstehen, so daſs z. B. die einzelnen Streifen oder Dauben (von innen nach auſsen gezählt) 1, 2, 3 . . . (Fig. 235. *a*) mit dem betreffenden Radius die Winkel 0, 10, 20, 30 . . . Grad bilden.

§. 377. Effect eines solchen Rades. Ist v die Geschwindigkeit, mit welcher die Schaufelfläche $= A$ dem mit der Geschwindigkeit V anstoſsenden unbegrenzten Wasserstrome ausweicht, und P die Gröſse des Wasserstoſses, so ist der Effect $E = Pv$, oder wenn man für P den betreffenden Werth (1 aus §. 358 substituirt:

$$E = \frac{k A \gamma v}{2g}(V - v)^2 \; . \; . \; . \; (1,$$

wobei k der Erfahrungs- oder Reductionscoefficient ist.

Nach den Beobachtungen von ***Poncelet*** kann man für Räder, welche wie bei den Schiffmühlen zwischen zwei Pontons oder Schiffen hängen, im Durchschnitte $k = 2{\cdot}8$ setzen (während nach seiner Meinung für ganz frei hängende Räder k den Werth von $2{\cdot}5$ nicht übersteigen dürfte); da ferner nach ***Bossut*** und *Christian* die vortheilhafteste Geschwindigkeit $v = \frac{2}{5} V$ ist (die Theorie gibt dafür $v = \frac{1}{3} V$), so erhält man durch Substituirung dieser Werthe in der vorigen Formel für das Maximum des Effectes

$$E = \frac{2{\cdot}8\, A\gamma}{2g} \times {\cdot}4\, V \times {\cdot}36\, V^2 = {\cdot}4032\, A\gamma V \frac{V^2}{2g}$$

oder nahe: $$E = {\cdot}4\, PH \ldots (2,$$

wobei P das Gewicht des in jeder Secunde durch den Querschnitt A mit der Geschwindigkeit V fliefsenden Wassers und H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Auch ist

$$E = {\cdot}367\, A V^3 \text{F. Pf.} \ldots (3,$$

wobei A und V in Fufsen ausgedrückt werden müssen.

Anmerkung. *Poncelet* glaubt aus seinen Beobachtungen schliefsen zu dürfen, dafs es besser sey das Aufschlagwasser nicht der relativen Geschwindigkeit $V - v$, sondern der einfachen V proportional zu setzen, und daher den Effect durch die Formel $E = \frac{kA\gamma}{2g} V v (V - v)$ auszudrücken, wobei dann $k = 1{\cdot}6$ zu nehmen ist. Setzt man wieder für das Maximum des Effects $v = {\cdot}4\, V$, so wird

$$E = {\cdot}384\, A\gamma V H = {\cdot}384\, PH = {\cdot}35\, A V^3 \ldots (4,$$

welcher Ausdruck etwas kleiner als der vorige ist.

§. 378. Ruderräder bei Dampfbooten. Auch die bei Dampfbooten üblichen Schaufelräder sind solche frei hängende Räder, nur kommt bei Bestimmung ihres Effectes noch die Geschwindigkeit des Bootes mit in Rechnung; ist diese $= u$, jene des Wassers $= V$ und jene der Schaufeln (in ihrem Stofsmittelpuncte genommen) $= V'$, so ist, wenn sich das Boot stromaufwärts bewegt, die Wirkung so, als ob das Boot still stände und das Wasser mit der Geschwindigkeit $V + u$ gegen die Schaufeln flöfse; da aber diese letztern durch die Wirkung der Dampfmaschinen eine noch gröfsere Geschwindigkeit V' haben müssen, so ist die relative Geschwindigkeit der Schaufeln, wodurch der Druck gegen das Wasser ausgeübt wird,

$$V'' = V' - (V + u) \ldots (m,$$

und es ist so, als ob die Schaufeln mit dieser Geschwindigkeit in einem ruhigen oder stillstehenden Wasser bewegt würden; die hiezu nöthige

Kraft ist, wenn A die Schaufelfläche (welche sich normal auf diese Fläche mit der mittlern Geschwindigkeit V'' im Wasser bewegt) und k den Erfahrungscoefficienten bezeichnet (§. 358), $P = \frac{k A \gamma}{2g} V''^2$, und da diese Kraft dem Widerstande gleich seyn muſs, welchen das Boot bei seiner Bewegung im Wasser (mit der Geschwindigkeit $V + u$) erleidet, dieser aber, wenn F den eingetauchten Theil des auf die Länge des Schiffes normalen gröſsten Querschnittes desselben und k' den entsprechenden Erfahrungscoefficienten bezeichnet, durch (§. 358, Gl. 3)

$$P = \frac{k' \gamma F}{2g} (V + u)^2 \ldots (r$$

ausgedrückt wird, so hat man, wenn für V'' sogleich der Werth aus m) gesetzt wird:

$$\frac{k A \gamma}{2g} [V' - (V + u)]^2 = \frac{k' F \gamma}{2g} (V + u)^2 \ldots (s,$$

und daraus, wenn man Kürze halber $\sqrt{\frac{k' F}{k A}} = n$ setzt:

$$V' = (1 + n)(V + u).$$

Multiplicirt man den vorigen Widerstand (r mit dieser Geschwindigkeit V', so erhält man für die nöthige Arbeit per Secunde den Ausdruck:

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} (V + u)^3 \ldots (1.$$

Geht das Boot anstatt stromaufwärts im Gegentheile stromabwärts, so darf man in dieser Formel nur V negativ nehmen, und man erhält für die nöthige Wirkung des Ruderrades (oder der Ruderräder):

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} (u - V)^3 \ldots (2.$$

Bewegt sich endlich das Boot mit der Geschwindigkeit u in einem (als unbegrenzt anzusehenden) still stehenden Wasser, so wird $V = 0$ und die nöthige Wirkung der Räder (aus s):

$$k A (V' - u)^2 = k' F u^2 \ldots (t$$

oder (aus 2):

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} u^3.$$

Was die beiden Erfahrungscoefficienten k und k' betrifft, so kann man nach den Versuchen von ***Navier*** und ***Poncelet*** im Durchschnitte für gut proportionirte Dampfboote $k = 2{\cdot}8$ und $k' = {\cdot}33$, also $\frac{k'}{k} = {\cdot}118$ und $\sqrt{\frac{k'}{k}} = {\cdot}343$ setzen.

Nach den Versuchen von ***Barlow*** mit eilf verschiedenen Dampfschiffen, jedes von 100 bis 220 Pferdekraft, soll der mittlere Werth des

Widerstandes dieser Schiffe nur $\frac{1}{17}$ jenes Widerstandes betragen, welchen die ebene Fläche F (d. i. der eingetauchte Theil des gröfsten Querschnittes des Schiffes) erleiden würde, wenn sich diese mit der Geschwindigkeit des Schiffes normal auf diese Fläche im Wasser bewegte.

Anmerkung. Setzt man in der obigen Gleichung (ℓ $m\,a^2$ statt $k\,A$, wobei m den directen Widerstand des Wassers für die Einheit der Fläche und der Geschwindigkeit bezeichnet, und $a^2 = \alpha\,A^2$ ist, wobei A die ebene Fläche, welche senkrecht gegen das Wasser mit der mittlern Geschwindigkeit der Schaufeln bewegt wird, und α einen von der Anzahl der gleichzeitig wirkenden Schaufeln und von dem Grade ihres Neigungswinkels abhängigen Coefficienten bezeichnet; ferner $m\,b^2$ anstatt $k'F$, wobei $b^2 = \beta\,B^2$ ist und B^2 die eingetauchte Fläche des gröfsten Querschnittes, so wie β einen von der Form des Schiffes abhängigen Coefficienten bezeichnet; so erhält man die von *Campaignac* aufgestellte Formel $a^2(V'-u)^2 = b^2 u^2$, und daraus:

$$V' = \left(1 + \frac{b}{a}\right) u.$$

Diese Formel zeigt, dafs die Geschwindigkeit V' der Schaufeln gegen jene u des Bootes um so gröfser seyn mufs, je kleiner die Schaufelfläche a^2 gegen den eingetauchten Theil b^2 des gröfsten Querschnittes des Schiffes ist. Der obige Widerstandscoefficient m soll den Versuchen zu Folge für eine Fläche von 1 Quadratmeter und die Geschwindigkeit von 1 Meter zwischen 50 und 60 Kilogramme betragen (diefs gibt für eine Fläche von 1 W. Quadratfufs und die Geschwindigkeit von 1 W. Fufs zwischen ·9 und 1 Pfund).

Würde das Boot mittelst Menschen oder Pferde mit der erwähnten Geschwindigkeit u stromaufwärts gezogen, so wäre die hiezu nöthige Leistung oder Arbeit dieser Zugkraft $E = Pu$, oder da P denselben in der obigen Formel (ℓ ausgedrückten Werth hat, auch $E = \frac{k'\gamma F}{2g}\,u\,(V+u)^2$, so dafs also diese Arbeit im Verhältnisse von $(1+n)\,(V+u)$ zu u geringer als die Leistung der Dampfmaschine (vorige Gleich. 1) zu seyn brauchte, welche die Ruderräder zu bewegen hat.

§. 379. Poncelet'sches Rad. Da das unterschlächtige Wasserrad nur 20 bis 25 Procent Nutzeffect gibt, dagegen aber (§. 375, Anmerkung) sonstige Vortheile darbietet, die dessen Benützung oft sehr wünschenswerth machen, so war *Poncelet* bemüht, durch Anwendung von krummen Schaufeln (die am besten aus Eisenblech hergestellt und zwischen zwei Radkränze eingeschoben werden) nicht blofs die Leistung dieses Rades an und für sich zu erhöhen, sondern dessen Effect so viel wie möglich dem absoluten Maximum (§. 366) nahe zu bringen. Da nun aber hiezu das Wasser ohne Stofs in das Rad eintreten und dasselbe nach vollbrachter Wirkung mit der Geschwindigkeit Null verlassen soll; so müssen die krummen Schaufeln auf eine solche Weise eingesetzt werden, dafs sie sich gegen den äufsern Radumfang nach der Tangente verlaufen, gegen den innern Umfang dagegen perpendikulär stehen.

§. 380. Theorie dieses Rades. Es sey das Rad MN (Fig. 237) mit krummen Schaufeln versehen, und diese so gestellt, dafs wenn eine davon an die unterste oder tiefste Stelle gelangt, das untere oder äufsere Element m der Krümmung horizontal, das obere oder innere n dagegen vertical steht. Im ruhenden Zustande des Rades bewege sich ein Wasserfaden in horizontaler Richtung gegen diese Schaufel mit der Geschwindigkeit V, so wird derselbe ohne zu stofsen auf der krummen Schaufelfläche so lange hinaufsteigen, bis er seine Geschwindigkeit gänzlich verloren hat, wozu sofort die verticale (Fall- oder Steig-) Höhe $h = \frac{V^2}{2g} = \cdot 016\, V^2$ gehört. Nach Erreichung dieser Höhe h fällt oder geht derselbe (d. h. die den Faden bildenden Wassertheilchen), der Schaufelfläche folgend und diese fortwährend drückend, zurück und erlangt an dem Eintrittspuncte oder äufsern Elemente (als jetzigen Austrittspunct) m wieder die ursprüngliche Geschwindigkeit V, womit er nun das Rad in der entgegengesetzten Richtung verläfst. (Auf die geringe Einwirkung der Centrifugalkraft ist dabei keine Rücksicht genommen.)

Weicht nun aber das Rad, anstatt still zu stehen, mit der Geschwindigkeit v an der äufsern Peripherie aus, so kann man sich dasselbe wohl wieder als stillstehend denken, mufs jedoch dagegen dem andringenden Wasserfaden die relative Geschwindigkeit $V - v$ beilegen; der Wasserfaden wird sich daher längs der Schaufel bis auf die verticale Höhe $\cdot 016\,(V-v)^2$ erheben, von da über die krumme Fläche herabfliefsen und das Rad mit der relativen Geschwindigkeit $V - v$, diese nämlich gegen die nach entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit v ausweichenden äufsern Radperipherie genommen, verlassen, so, dafs also die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= (V-v) - v = V - 2\,v$ ist. Nimmt man nun $v = \frac{1}{2} V$, d. h. läfst man das Rad (d. i. dessen äufsere Peripherie) mit der halben Geschwindigkeit des anströmenden Wassers ausweichen, so wird die eben erwähnte absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $V - 2\,v = 0$, und es sind sonach, die Krümmung der Schaufel mag übrigens wie immer beschaffen seyn, wenn sie nur eine continuirliche ist, beide, für das absolute Maximum des Effects nothwendige Bedingungen erfüllt.

Da jedoch das, was von einem einzelnen Wasserfaden oder einer unendlich dünnen Wasserschichte gilt, nicht mehr genau Statt findet, wenn es sich um eine Wasserschichte von einer gewissen Dicke handelt, indem die der untersten unendlich dünnen Schichte folgenden Wasserschichten die Schaufelfläche schon unter gröfseren oder kleineren Winkeln treffen, und dadurch kleine Stöfse verursachen, ferner auch beim Austreten aus dem Rade dasselbe nicht sämmtlich in einer dem letzten oder äufsern Schaufelelemente gerade entgegengesetzten Richtung verlassen, endlich auch das Aufschlagwasser im Gerinne (wie immer) schon eine Verzögerung erleidet; so wird auch hier diese theoretische Grenze, d. h. das absolute Maximum des Nutzeffectes nicht gänzlich erreicht.

§. 381. Nutzeffect dieses Rades. Um nun den wirklichen Nutzeffect dieses Rades zu bestimmen, hat *Poncelet* mit demselben eine Reihe von Beobachtungen und Versuchen vorgenommen, aus welchen sich im Wesentlichen folgende Resultate ergaben:

1. Das Maximum des Nutzeffectes tritt bei einer Geschwindigkeit des Rades ein, welche $\frac{55}{100}$ oder $\frac{11}{20}$ von jener des an das Rad fliefsenden Wassers beträgt; diese Geschwindigkeit kann jedoch ohne Nachtheil für den gröfsten Effect zwischen ·50 und ·60 variiren.

2. Der gröfste Nutzeffect fällt bei kleinen Gefällen und grofsen Schützenöffnungen nicht unter $\cdot 75\, Ph$ und bei grofsen Gefällen und kleinen Schützenöffnungen nicht unter $\cdot 65\, Ph$, wenn P das Gewicht des in einer Secunde zufliefsenden Aufschlagwassers und h die der Geschwindigkeit V, womit das Wasser in das Rad tritt, zugehörigen Höhe bezeichnet.

3. Mit der totalen oder absoluten Wirkung PH, wo H die gesammte Gefällshöhe ist, verglichen, liegt der erreichbare Nutzeffect zwischen 50 und 60 Procent. Nimmt man nun davon den mittlern Werth, so kann man für Geschwindigkeiten, welche sich nicht bedeutend von der vortheilhaftesten $\cdot 55\, V$ entfernen, setzen:

$$E = \cdot 70\, Ph = \cdot 55\, PH.$$

Diesen Effect mit jenem der Räder mit ebenen Schaufeln, wofür man für E nur $\cdot 30\, Ph$ oder $\cdot 25\, PH$ erhielt, verglichen, stellt die unterschlächtigen Räder mit krummen Schaufeln (sobald sie gehörig construirt sind) gegen jene mit ebenen Schaufeln so bedeutend in Vortheil, dafs man sich billig wundern mufs, dafs diese letztern nicht schon gänzlich von den erstern verdrängt wurden.

Übrigens gelten für den Bau solcher Räder folgende Regeln:

Was erstlich die Anzahl der Schaufeln betrifft, so wird diese nahe doppelt so grofs als bei Rädern mit ebenen Schaufeln genommen (Räder von 12, 16, 19, 22, 25 Fufs Durchmesser erhalten beiläufig 48, 56, 64, 72 und 80 Schaufeln).

Die Breite der Radkränze, welche zugleich die Breite oder Höhe der Radschaufeln bestimmt, mufs immer mehr als $^1/_4$ der wirklichen Gefällshöhe betragen; bei Gefällen, welche bis zu $4^1/_2$ Fufs steigen, nimmt man den dritten Theil, bei kleineren Gefällen die Hälfte dieser Höhe für die Radkranzbreite, also auch für die Breite oder Höhe der Schaufeln, im Radius gemessen.

Das äufsere Element der Schaufel bildet für eine unendlich dünne Wasserschichte mit dem äufsern Radumfange den Winkel Null, dagegen mufs derselbe in der Wirklichkeit von 24 bis 30 Grad, und zwar im Allgemeinen um so gröfser genommen werden, je dicker die Wasserschichte ist.

Die Krümmung der Schaufeln erhält man, wenn man an den Punct A (Fig. 237), in welchem der äufsere Radumfang von der Oberfläche EA des Aufschlagwassers getroffen wird, eine lothrechte Linie AD zieht und aus dem Puncte e, in welchem dieses Loth den innern Radumfang schneidet, mit dem Halbmesser eA den Kreisbogen AB zieht. Ist der Radkranz sehr breit, so nimmt man den Punct e etwas inner-, für sehr schmale Kränze dagegen etwas aufserhalb dieser innern Kreisperipherie, um nicht zu lange Curven zu erhalten.

Was endlich die Anlage der Schütze und des Gerinnes betrifft, so legt man die erstere nach den in §. 369 gegebenen Regeln an, um so viel als möglich alle Hindernisse und Contractionen, welche die Geschwindigkeit des Wassers vermindern können, zu vermeiden.

Den Boden des Gerinnes legt man vor dem Rade mit einem Falle von $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ nach der Tangente der äufsern Radperipherie bis zum Fufspuncte F des verticalen Raddurchmessers, von da an wird derselbe nach dem äufsern Radumfange, und zwar nur mit Belassung eines kleinen Zwischenraumes (welcher bei gufseisernen Rädern ·4, bei hölzernen ·8 Zoll betragen kann) bis auf einen Punct m fortgeführt, wofür Fm ungefähr um 2 Zoll länger als die Entfernung mm zweier Schaufeln ist, so, dafs sich wenigstens immer eine Schaufel in diesem cylindrischen Theile des Gerinnes eingeschlossen befindet. Von diesem Puncte m an läfst man den Boden plötzlich abfallen, um den Abflufs des Wassers zu erleichtern, wozu auch, wie bereits (§. 369) bemerkt, das Gerinne etwas erweitert wird. Die Breite des Gerinnes vor dem Rade, d. i. ab (Fig. 236. a) wird beiläufig um 2 Zoll kleiner als die lichte Entfernung der beiden Radkränze genommen, um dadurch dem Wasser einen leichtern Einlauf in das Rad zu verschaffen. Endlich läfst man auch noch die Kranzdicke in jedem der beiden Seitentheile des Gerinnes mit dem nöthigen Spielraume nach dem Kreisbogen Am ein.

Beispiel. Nimmt man das in §. 375 behandelte Beispiel auch hier wieder auf, und stellt sich die Aufgabe, aus einem vorhandenen Flufs, welcher ein freies Gefäll von 5 Fufs darbietet, so viel Wasser abzuleiten, dafs damit ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln betrieben werden kann, welches einen reinen Nutzeffect von sechs Pferdekräften besitzt; so hat man wegen $E = 6 \times 430 = 2580$ und $H = 5$; ferner, wenn man von diesem Gefälle 6 Zoll für die Einrichtung des Gerinnes und $4^1/_2$ Zoll für die halbe

Höhe der Schützenöffnung abzieht, für die wirksame Druckhöhe $h = 5 - \cdot 5 - \cdot 375 = 4\cdot 125$ Fuſs. Mit diesem Werthe erhält man aus der Formel $E = \cdot 70\, P h$ für das Gewicht des in einer Secunde nöthigen Aufschlagwassers $P = \frac{2580}{\cdot 7 \times 4\cdot 125} = 893\cdot 6$, dagegen nach der Formel $E = \cdot 55\, P H$ eben so $P = 938$ Pfund. Nimmt man daher, um sicher zu gehen, diese letztere Zahl, so beträgt die per Secunde nöthige Wassermenge $938 : 56\cdot 5 = 16\cdot 6$ Kubikfuſs, wofür man lieber 17 nehmen wird.

Da der Druckhöhe von 4·125 Fuſs eine Geschwindigkeit von nahe 16 Fuſs entspricht, so kann man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an das Rad gelangt, zu $\cdot 95 \times 16 = 15\cdot 2$ Fuſs annehmen, und da das Rad (§. 362) beiläufig mit der halben oder mit $^{55}/_{100}$ Geschwindigkeit ausweichen soll, so ist die Geschwindigkeit des äuſsern Radumfanges $\cdot 55 \times 15\cdot 2$ oder nahe 8 Fuſs.

Nimmt man auch hier 8 Umgänge des Rades per Minute an, so erhält man für den äuſsern Durchmesser des Rades (§. 371) $D = 19\cdot 1\,^{8}/_{8}$ oder nahe genug 19 Fuſs, wobei man dem Rade 68 Schaufeln geben kann, welche in der Richtung des Halbmessers gemessen eine Höhe von 23 Zoll erhalten. Rechnet man die Dicke der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte zu 6 Zoll oder ·5 Fuſs, so muſs die lichte Entfernung der beiden Radkränze, zwischen welchen die krummen Schaufeln eingesetzt werden, wenigstens $\frac{17}{15\cdot 2 \times \cdot 5} = 2\cdot 3$ Fuſs betragen, wofür man lieber $2\frac{1}{2}$ Fuſs nehmen wird, vorausgesetzt, daſs die Schaufeln nicht zu dick sind und zu viel Wasser verdrängen, in welchem Falle man selbst diese Zahl noch vergröſsern müſste.

Zellenräder.

§. 382. Erklärung. Unter Zellenräder versteht man jene verticalen Räder, bei welchen durch das Einschieben von Schaufeln zwischen zwei Radkränze und das Verschalen derselben an ihrem innern Umfange sogenannte Zellen zur Aufnahme des Wassers gebildet werden. Das Wasser tritt dabei entweder ganz von oben, d. i. im Scheitel, oder bei kleineren Gefällen in eine weiter unten liegende Zelle des Rades ein, und wirkt dabei gröſstentheils (worin eben die groſse Wirksamkeit dieser Art Räder besteht) durch sein Gewicht; im erstern Falle heiſst ein solches Rad ein oberschlächtiges, im letztern ein rückenschlächtiges Wasserrad.

Oberschlächtige Wasserräder.

§. 383. Ein solches Rad (Fig. 238) besteht im Wesentlichen wieder aus einer horizontalen Welle, mit welcher durch 8 oder 16 Arme zwei Radkränze concentrisch verbunden sind, zwischen welchen die Zellen bildenden Schaufeln eingeschoben und am innern Umfange (zur Bildung des Bodens für die Zellen) verschalt werden. Nehmen nun die Zellen, wenn das Rad bei seiner Bewegung bereits in den Beharrungsstand gekommen ist, das von oben in einem Gerinne *N* zugeführte Wasser in *a* auf und schütten dasselbe an der Stelle *b* aus; so bildet *DE* (die sogenannte Höhe des wasserhaltigen Bogens) die durch ihren Druck wirksame Wassersäule. Da aber die Wirkung mit dieser Höhe zunimmt, so ist es von grofser Wichtigkeit die Zellen so zu construiren, dafs sie das Wasser oben leicht aufnehmen und so tief als möglich erst ausschütten oder möglichst lange behalten.

§. 384. Construction der Zellen. Unter den vielen Regeln, welche für die Construction der Zellen bei oberschlächtigen Wasserrädern angegeben werden, kann die folgende als eine der einfachsten und zugleich zweckmäfsigsten angeführt werden.

Hat man die Höhe oder den Durchmesser des Rades bestimmt, so beschreibt man mit der Hälfte desselben als Halbmesser den äufsern Kreis, wovon *ADB* (Fig. 238. *a*) ein Theil seyn soll, trägt auf einen Halbmesser die Breite des Radkranzes *AE*, welche man in der Regel von 10 bis 12 Zoll nimmt, auf, und beschreibt durch *E* mit dem äufsern concentrisch den innern Kreis *EkG*; theilt man hierauf die Kranzbreite *AE* in drei gleiche Theile und zieht durch den von innen nach aufsen gezählten ersten Theilungspunct 1 abermals einen concentrischen Kreis, so geht dieser im Allgemeinen durch die Schwerpuncte der in den Zellen enthaltenen Wasserprismen, wefshalb auch dessen Halbmesser der dynamische Halbmesser genannt wird. Dieser Kreis (defshalb auch Theilkreis genannt) wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Rad Zellen erhalten soll, wobei die Entfernung der Theilungspuncte im Allgemeinen zu 12 Zoll, jedoch mit den nöthigen Modificationen und mit Rücksicht auf den Umstand genommen wird, dafs der nöthigen Symmetrie in der Construction des Rades wegen die Zahl der Zellen durch 4 theilbar seyn soll. Man gibt daher einem Rade von 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36 und 42 Fufs Durchmesser beziehungsweise 28, 36, 48, 56, 76, 96, 112 und 132 Zellen. (Nach einer Regel von *Gerstner* soll man den in Fufsen ausgedrückten Durchmesser des Rades bei kleinen Rädern 6, bei mittleren 5 und bei grofsen 4 Mal nehmen, um die Anzahl der Zellen zu erhalten; durch diese Regel wird die Zellenzahl gröfser als sie eben angegeben wurde.)

Höhe der Schützenöffnung abzieht, für die wirksame Druckhöhe $h = 5 - \cdot 5 - \cdot 375 = 4\cdot 125$ Fuſs. Mit diesem Werthe erhält man aus der Formel $E = \cdot 70\, P h$ für das Gewicht des in einer Secunde nöthigen Aufschlagwassers $P = \frac{2580}{\cdot 7 \times 4\cdot 125} = 893\cdot 6$, dagegen nach der Formel $E = \cdot 55\, P H$ eben so $P = 938$ Pfund. Nimmt man daher, um sicher zu gehen, diese letztere Zahl, so beträgt die per Secunde nöthige Wassermenge $938 : 56\cdot 5 = 16\cdot 6$ Kubikfuſs, wofür man lieber 17 nehmen wird.

Da der Druckhöhe von 4·125 Fuſs eine Geschwindigkeit von nahe 16 Fuſs entspricht, so kann man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an das Rad gelangt, zu $\cdot 95 \times 16 = 15\cdot 2$ Fuſs annehmen, und da das Rad (§. 362) beiläufig mit der halben oder mit $^{55}/_{100}$ Geschwindigkeit ausweichen soll, so ist die Geschwindigkeit des äuſsern Radumfanges $\cdot 55 \times 15\cdot 2$ oder nahe 8 Fuſs.

Nimmt man auch hier 8 Umgänge des Rades per Minute an, so erhält man für den äuſsern Durchmesser des Rades (§. 371) $D = 19\cdot 1\,^{8}/_{8}$ oder nahe genug 19 Fuſs, wobei man dem Rade 68 Schaufeln geben kann, welche in der Richtung des Halbmessers gemessen eine Höhe von 23 Zoll erhalten. Rechnet man die Dicke der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte zu 6 Zoll oder ·5 Fuſs, so muſs die lichte Entfernung der beiden Radkränze, zwischen welchen die krummen Schaufeln eingesetzt werden, wenigstens $\frac{17}{15\cdot 2 \times \cdot 5} = 2\cdot 3$ Fuſs betragen, wofür man lieber $2\frac{1}{2}$ Fuſs nehmen wird, vorausgesetzt, daſs die Schaufeln nicht zu dick sind und zu viel Wasser verdrängen, in welchem Falle man selbst diese Zahl noch vergröſsern müſste.

Zellenräder.

§. 382. Erklärung. Unter Zellenräder versteht man jene verticalen Räder, bei welchen durch das Einschieben von Schaufeln zwischen zwei Radkränze und das Verschalen derselben an ihrem innern Umfange sogenannte Zellen zur Aufnahme des Wassers gebildet werden. Das Wasser tritt dabei entweder ganz von oben, d. i. im Scheitel, oder bei kleineren Gefällen in eine weiter unten liegende Zelle des Rades ein, und wirkt dabei gröſstentheils (worin eben die groſse Wirksamkeit dieser Art Räder besteht) durch sein Gewicht; im erstern Falle heiſst ein solches Rad ein oberschlächtiges, im letztern ein rückenschlächtiges Wasserrad.

Oberschlächtige Wasserräder.

§. 383. Ein solches Rad (Fig. 238) besteht im Wesentlichen wieder aus einer horizontalen Welle, mit welcher durch 8 oder 16 Arme zwei Radkränze concentrisch verbunden sind, zwischen welchen die Zellen bildenden Schaufeln eingeschoben und am innern Umfange (zur Bildung des Bodens für die Zellen) verschalt werden. Nehmen nun die Zellen, wenn das Rad bei seiner Bewegung bereits in den Beharrungsstand gekommen ist, das von oben in einem Gerinne *N* zugeführte Wasser in *a* auf und schütten dasselbe an der Stelle *b* aus; so bildet *D E* (die sogenannte Höhe des wasserhaltigen Bogens) die durch ihren Druck wirksame Wassersäule. Da aber die Wirkung mit dieser Höhe zunimmt, so ist es von groſser Wichtigkeit die Zellen so zu construiren, daſs sie das Wasser oben leicht aufnehmen und so tief als möglich erst ausschütten oder möglichst lange behalten.

§. 384. Construction der Zellen. Unter den vielen Regeln, welche für die Construction der Zellen bei oberschlächtigen Wasserrädern angegeben werden, kann die folgende als eine der einfachsten und zugleich zweckmäſsigsten angeführt werden.

Hat man die Höhe oder den Durchmesser des Rades bestimmt, so beschreibt man mit der Hälfte desselben als Halbmesser den äuſsern Kreis, wovon *A D B* (Fig. 238. *a*) ein Theil seyn soll, trägt auf einen Halbmesser die Breite des Radkranzes *A E*, welche man in der Regel von 10 bis 12 Zoll nimmt, auf, und beschreibt durch *E* mit dem äuſsern concentrisch den innern Kreis *E k G*; theilt man hierauf die Kranzbreite *A E* in drei gleiche Theile und zieht durch den von innen nach auſsen gezählten ersten Theilungspunct 1 abermals einen concentrischen Kreis, so geht dieser im Allgemeinen durch die Schwerpuncte der in den Zellen enthaltenen Wasserprismen, weſshalb auch dessen Halbmesser der dynamische Halbmesser genannt wird. Dieser Kreis (deſshalb auch Theilkreis genannt) wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Rad Zellen erhalten soll, wobei die Entfernung der Theilungspuncte im Allgemeinen zu 12 Zoll, jedoch mit den nöthigen Modificationen und mit Rücksicht auf den Umstand genommen wird, daſs der nöthigen Symmetrie in der Construction des Rades wegen die Zahl der Zellen durch 4 theilbar seyn soll. Man gibt daher einem Rade von 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36 und 42 Fuſs Durchmesser beziehungsweise 28, 36, 48, 56, 76, 96, 112 und 132 Zellen. (Nach einer Regel von *Gerstner* soll man den in Fuſsen ausgedrückten Durchmesser des Rades bei kleinen Rädern 6, bei mittleren 5 und bei groſsen 4 Mal nehmen, um die Anzahl der Zellen zu erhalten; durch diese Regel wird die Zellenzahl gröſser als sie eben angegeben wurde.)

Werden hierauf durch die so erhaltenen Theilungspuncte o, a, f... die Geraden od, ac, fe... gegen den Mittelpunct C gezogen, so geben diese die Richtung der sogenannten Boden- oder Riegelschaufeln. Um ferner auch die Lage der Stoſsschaufeln ba, gf... zu erhalten, so legt man diese gegen die erstern unter einem Winkel bac von (je nach der Gröſse des Rades, d. i. von 12 bis 36 Fuſs) 110 bis 118 Grad, was nach *Aubuisson* ganz einfach dadurch erhalten wird, daſs man den Punct b um 1·1 bis 1·5 Zoll über den Punct r (als Durchschnitt des Radius Co mit der äuſsern Peripherie) gegen A legt. Dadurch wird die lichte Entfernung ai, welche immer merklich gröſser als die Dicke der einströmenden Wasserschichte und im Minimum von 4 bis $4\frac{1}{2}$ Zoll (dagegen aber auch, um das Wasser lange genug zurückhalten zu können, nicht zu groſs) seyn soll, eine ganz zweckmäſsige und die Neigung der Stoſsschaufeln gegen den äuſsern Radumfang beiläufig 30 Grad.

Noch zweckmäſsiger ist es die Stoſsschaufeln etwas zu krümmen und so zu stellen, daſs sie sich in der äuſsern Radperipherie, ohne damit einen Winkel zu bilden, verlaufen. Damit ferner das Wasser beim Einlaufen in die Zellen durch die daraus entweichende Luft nicht verspritzt wird, kann man mit Vortheil in jede Bodenschaufel einige Löcher (von etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser) bohren, durch welche die Luft entweichen kann.

Bei einem von Herrn *Escher* in Zürich ausgeführten sehr entsprechenden Rade von 28 Fuſs Durchmesser, welches 70 Zellen und eine Kranzbreite von 15 Zoll besitzt, sind die Riegelschaufeln mn (Fig. 238. a) 6 Zoll breit, was $\frac{2}{5}$ der Radkranzbreite beträgt, und die krummen 1 Zoll dicken Setzschaufeln ns, bei einem Krümmungshalbmesser von $\frac{1}{3}$ des dynamischen Halbmessers (d. i. auf den Theilkreis bezogen) so eingeschoben, daſs die Tangente st des Bogens mit der an dem äuſsern Radumfange gezogenen Tangente sv einen Winkel vst von 15 bis 18 Grad bildet.

Nach einer andern in Frankreich üblichen Methode nimmt die Riegel- oder Bodenschaufel kh die halbe Radkranzbreite ein, während die Setzschaufel hl ihre Richtung dadurch erhält, daſs man den Theilpunct h mit jenem Puncte l der äuſsern Radperipherie verbindet, in welchem diese von der Verlängerung der nächst vorhergehenden Bodenschaufel geschnitten wird.

§. 385. Die Länge der Zellen oder lichte Entfernung der beiden Radkränze richtet sich nach der Wassermenge, welche dem Rade in einer Secunde z. B. zugeführt wird. Bezeichnet man diese in Kubikfuſs ausgedrückt durch m, die auf den Theilkreis gemessene Entfernung der Schaufeln mit d, so wie die Geschwindigkeit eines Punctes in diesem Kreise durch v; so gehen per Secunde $\frac{v}{d}$ Zellen vor der Ausfluſsöffnung des Gerinnes vorüber, und jede führt ein Wasservolumen m' mit fort, wofür $\frac{v}{d} m' = m$, also $m' = m \frac{d}{v}$ ist. Da man aber jeder Zelle das zwei-, ja selbst auch das dreifache Volumen von m' geben mufs, damit diese das aufgenommene Wasser nicht gleich wieder verschütten, so ist, wenn f die Fläche des Querschnitts einer Zelle (durch eine mit den Radkränzen parallele Ebene) und l die gesuchte Länge der Zellen (oder lichte Entfernung der Radkränze) bezeichnet, sofort $lf = 3\,m \frac{d}{v}$, also

$$l = 3\,m \frac{d}{vf} \;\ldots\; (\alpha.$$

Um den Querschnitt f zu finden, darf man nur die Fläche des Kreisbandes eines Radkranzes durch die Anzahl der Zellen dividiren und von dem erhaltenen Quotienten den Querschnitt der Holzdicke einer Boden- und einer Setzschaufel abziehen.

§. 386. Was die Zuführung des Wassers anbelangt, so läfst man das Gerinne, welches die lichte Entfernung der beiden Radkränze zur innern Weite erhält, horizontal bis nahe über den Scheitel des Rades, und zwar so tief fortgehen, dafs zwischen dem Gerinnsboden und Scheitel des Rades nur ein Spielraum von $^3/_4$, höchstens 1 Zoll bleibt; von hier an neigt man den Boden auf eine geringe Länge unter einem Winkel, welcher der Lage oder Richtung der beiden obersten Setz- oder Stofsschaufeln (wenn man nämlich das Wasser schon in die oberste oder erste Zelle eintreten lassen will) entspricht. Zugleich bringt man an dieser Stelle die Schütze an, deren Öffnung allmälig bis auf $^3/_4$ der lichten Entfernung der Radkränze verengt wird, um sowohl die Contraction als das Verspritzen des Wassers zu vermeiden. Da man jedoch das Wasser gewöhnlich in die zweite, manchmal wohl auch erst in die dritte Zelle von oben einfallen läfst, so führt man den Gerinnsboden von der Schütze an (welche sich über dem Scheitel des Rades befinden soll) in einer Krümmung herab, deren letztes Element die gehörige Neigung gegen die Zelle erhält, in welche das Wasser zuerst einfällt.

Ist der Wasserspiegel hinsichtlich des Steigens und Fallens bedeutenden Veränderungen ausgesetzt, so läfst man wohl auch das Gerinne in eine sogenannte L u t t e (E n t e n s c h n a b e l), wie in Fig. 239, auslaufen.

§. 387. Effect dieses Rades. Es mufs zuerst bemerkt werden, dafs das ganze, vom Spiegel des Aufschlagwassers bis zum Unterwasserspiegel gerechnete Gefälle $AB = H$ (Fig. 238) in drei Höhen zerfällt, nämlich in jene $AD = h$, vom Oberwasserspiegel bis zu dem Puncte a, wo das Wasser in die Zellen eintritt, in jene des wasserhaltigen Bogens $DE = h'$ (wenn man nämlich annimmt, daſs der entsprechende Punct b zwischen den beiden Puncten c und d liegt, in welchen beziehungsweise die Zellen eben anfangen das Wasser auszugieſsen und dasselbe vollends ausgegossen haben), so wie endlich in die Höhe $EB = h''$, von dem gedachten Ausleerungspuncte bis zum Unterwasserspiegel, so, daſs also zuerst

$$H = h + h' + h'' \ldots (n$$

ist.

Ist ferner wieder p das Gewicht des in 1 Secunde zuflieſsenden Wassers, V die Geschwindigkeit, mit welcher es in das Rad tritt, so wie v die Geschwindigkeit des Rades im Theilkreise genommen; so kann man, wenn $v = \frac{1}{2} V$ ist, zuerst für die gröſste vom Stoſse des Wassers herrührende Wirkung (§. 374, Anmerk.) $\omega = p(h_1 - h_2 - h_3)$ setzen, wobei $h_1 = \frac{V^2}{2g}$ (wegen der Hindernisse, welche das Wasser beim Ausflieſsen aus der Schützenöffnung, bei dem Eintritte in die Zellen, durch den schiefen Stoſs und Zerstreuung jener Wasserfäden findet, welche auf die Schaufelkanten auftreffen) immer kleiner als h, ferner $h_2 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_3 = \frac{(V-v)^2}{2g}$, folglich $h_2 + h_3 = \frac{1}{2} h_1$ ist (für gewöhnlich ist sogar $h_2 + h_3 > \frac{1}{2} h_1$), so, daſs also die Wirkung des Wassers durch die Höhe h in allen Fällen kleiner als $\frac{1}{2} p h$ bleibt. Setzt man $h_1 = h - \alpha h$, wo α ein (für gewöhnlich zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{2}{10}$ liegender) Erfahrungscoefficient ist, so hat man auch für diese erste Wirkung:

$$\omega = p(h - \alpha h - h_2 - h_3).$$

Die zweite Wirkung des Wassers durch die Höhe h' des wasserhaltigen Bogens ist unverkürzt $\omega' = p h'$.

Dagegen geht die Gefällshöhe h'' unter dem Puncte b des Ausgusses für die Wirkung gänzlich verloren, und zwar ein Theil durch den Einfluſs der Centrifugalkraft, wodurch die Zellen früher entleert werden, und ein anderer Theil wegen der besondern Stellung der Setzschaufeln, welche das Wasser nicht länger zurückhalten können.

Die gesammte Wirkung ist daher

$$W = \omega + \omega' = p(h + h' - \alpha h - h_2 - h_3),$$

oder wegen $h + h' = H - h''$ (aus Gleich. n) auch:

$$W = p(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'').$$

Da aber auch dieser Ausdruck nur aus theoretischen Gründen hervorgeht, so mufs derselbe, um ihn mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen, ebenfalls noch mit einem Reductions- oder Erfahrungscoefficienten n multiplicirt werden, so dafs man endlich den Effect eines oberschlächtigen Wasserrades durch die Formel

$$E = np(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'') \; . \; . \; . \; (1$$

ausdrücken kann.

Der Effect fällt also um so gröfser aus, je kleiner die subtractiven Glieder αh, h_2, h_3 und h'' dieser Formel sind, welche das wirksame Gefälle H verringern, d. h. je richtiger die Schütze angeordnet ist, je langsamer sich das Rad bewegt, je geringer der Unterschied $V-v$ ist und je zweckmäfsiger die Zellen construirt sind, um dem wasserhaltigen Bogen die gröfstmögliche Höhe zu geben.

§. 388. Was nun den Erfahrungscoefficienten n betrifft, so geht aus den von *Smeaton* und *Aubuisson* angestellten Versuchen als Mittelwerth $n = \cdot 90$ hervor. Nimmt man ferner mit *Aubuisson* $\alpha h + h_2 + h_3 = \cdot 6\, h$ und im Mittel $h'' = \cdot 15\, D$, wo D den äufsern Raddurchmesser bezeichnet, so ist nach der vorigen Formel 1):

$$E = \cdot 90\, p\,(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D),$$

oder wenn man das in einer Secunde auf das Rad fliefsende Wasser dem Volumen nach ausgedrückt mit M bezeichnet, wodurch $p = 56{\cdot}5\, M$ wird, auch:

$$E = 50{\cdot}85\, M(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D) \; . \; . \; . \; (2.$$

Endlich kann man auch noch, den erwähnten Versuchen zufolge, für gut angelegte Räder, bei welchen das Gefälle H den Durchmesser des Rades D nicht leicht um mehr als $\frac{1}{15}$ übersteigt, wo also $H = 1{\cdot}07\, D$ gesetzt werden kann, ganz einfach:

$$E = 42{\cdot}3\, MH = \cdot 75\, pH \; . \; . \; . \; (3$$

setzen, wobei H in Fufsen, M in Kubikfufsen und E in Fufspfunden zu nehmen oder zu verstehen ist.

Hieraus folgt also, dafs ein gut construirtes oberschlächtiges Wasserrad bei einem langsamen Gange (d. i. von 3 bis 6 Fufs Geschwindigkeit) 75 Procent Nutzeffect geben kann, welcher freilich nur in wenigen Fällen wirklich erreicht wird.

Die aus der Theorie gefolgerte vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades von $v = \frac{1}{2} V$, wodurch der Verlust durch die beiden obigen Höhen $h_1 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_2 = \frac{(V-v)^2}{2g}$ (wovon die erstere für $v = 0$

und die letztere für $v = V$ am kleinsten wäre) in ihrer Vereinigung den kleinsten Werth erhält, wird auch durch die Erfahrung bestätigt.

Aus den sehr zahlreichen Versuchen, welche *Morin* mit vier ober- und rückenschlächtigen Rädern von 28, 10·8, 8·6 und 7 Fufs Durchmesser durchgeführt hat, folgert derselbe, dafs man den Effect dieser Räder durch die Formel

$$E = \cdot 78\, p\, h + \frac{p\, v}{g}(V - v) = 44\, M h + 1\cdot 82\, M v\,(V - v)\;.\;.\;.\;(4$$

ausdrücken könne, wenn nämlich die Räder langsam gehen (d. i. wenn ein Punct in der äufsern Peripherie bei kleinern Rädern 6 und bei gröfsern 8 Fufs Geschwindigkeit nicht übersteigt) und die Zellen höchstens bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt werden; übrigens darf sich nach diesen Versuchen die Geschwindigkeit des Rades von der vortheilhaftesten ziemlich weit entfernen, ohne dafs dadurch ein merkbarer nachtheiliger Einflufs auf den gröfsten Nutzeffect entsteht.

Sind dagegen die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt, wodurch das Entleeren früher anfängt, so mufs man

$$E = 36\cdot 65\, M h + 1\cdot 82\, M v\,(V - v)$$

setzen. In diesen beiden Formeln bezeichnet h die Höhe des Punctes a, an welchem das Wasser in die Zellen tritt, über dem tiefsten Punct des Rades. Bildet das in die Zellen einströmende Wasser mit der Tangente der äufsern Radperipherie nicht, wie es am vortheilhaftesten ist, den Winkel $\alpha = 0$, so mufs man eigentlich in diesen beiden Formeln $V\, Cos\, \alpha$ statt V setzen.

Die obige Formel 4) zeigt zugleich, dafs die Höhe des wasserhaltigen Bogens nicht h, sondern nur $\cdot 78\, h$ ist, indem das letzte Glied $\frac{p\, v}{g}(V - v)$ dieser Formel (§. 362) jene Wirkung darstellt, welche durch den Stofs des in die Zellen stürzenden Wassers entsteht. Bei jenen rückenschlächtigen Rädern, bei welchen das Wasser erst sehr tief, z. B. in der halben Radhöhe in die Zellen eintritt, wird dieser Werth von $\cdot 78\, h$ sogar auf $\cdot 6\, h$ herabgebracht.

Für jene Fälle, in welchen die Räder, wie man diefs noch häufig bei Eisenhämmern und Brettsägen in Gebirgsgegenden findet, mit viel gröfserer Geschwindigkeit umlaufen und das Wasser in den Zellen durch die Wirkung der Centrifugalkraft eine concav cylindrische Oberfläche annimmt, oder in welchen die Zellen über $^2/_3$ mit Wasser gefüllt sind, oder endlich in Fällen, in welchen das Rad nicht das gesammte Aufschlagwasser aufzunehmen im Stande ist, findet man Regeln in *Morin's* Aide-Mémoire, 2. Aufl. S. 118.

Beispiel. Bei dem nahe 11 Fufs hohen Wasserrade in der Mühle zu Senelle, mit welchem *Morin* zahlreiche Versuche machte, beträgt die Gefällshöhe 12·14 Fufs, die in jeder Secunde zufliefsende Wassermenge 4·3 Kubikfufs, die Geschwindigkeit des Rades an der äufsern Peripherie 5·37 Fufs, und die Tiefe des Punctes, in welchem das Wasser in das Rad tritt, unter dem Oberwasserspiegel 1·31 Fufs.

Setzt man in der obigen Formel 2) $M = 4\cdot 3$, $H = 12\cdot 14$, $h = 1\cdot 31$ und

$D = 11$; so wird

$$E = 50{\cdot}85 \times 4{\cdot}3\,(12{\cdot}14 - {\cdot}786 - 1{\cdot}65) = 2121^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 5 Pferdekräfte.

Nach der von *Morin* aufgestellten Formel 4) erhält man für dieses Rad nach seinen Angaben $V = 8{\cdot}45$, $h = 10{\cdot}83$, $\alpha = 36^0$, $M = 4{\cdot}3$ und $v = 5{\cdot}37$, folglich:

$$E = 44 \times 4{\cdot}3 \times 10{\cdot}83 + 1{\cdot}82 \times 4{\cdot}3 \times 5{\cdot}37\,(8{\cdot}45\ Cos\, 36^0 - 5{\cdot}37) = 2110^{\text{F. Pf.}}$$

Da die absolute Arbeit des Betriebswassers $= 4{\cdot}3 \times 56{\cdot}5 \times 12{\cdot}14 = 2950^{\text{F. Pf.}}$ beträgt, so ist der Nutzeffect dieses Rades $\frac{2121}{2950} = {\cdot}72$, d. i. nahe 72 Procent.

Da jedoch die Zapfenreibung des Rades von diesem Nutzeffecte nahe 7 Procent absorbirt, so bleiben an disponibler Wirkung nur 65 Procent übrig.

Dieses hier angeführte Rad hat im äufsern Durchmesser genau 10 Fufs 10 Zoll, eine Breite (lichte Entfernung der beiden Radkränze) von 7 Fufs, eine Kranzbreite von $7\frac{1}{2}$ Zoll; es besitzt 30 Zellen, jede mit einem Inhalt von 3·36 Kubikfufs, wiegt 104 Centner und liegt mit seinen beiden, $3\frac{1}{2}$ Zoll dicken gufseisernen Zapfen in broncenen Lagern; es macht per Minute 10 Umgänge und erhält das Aufschlagwasser aus einem über das Rad weggehenden, 8 Fufs breiten und 2 Fufs tiefen Gerinne, in dessen horizontalem Boden die 5 Fufs breite Ausflufsöffnung, die mit einer Klappe geschlossen werden kann, angebracht ist, wobei die Öffnung (Fig. 239) stromabwärts gerichtet, und mit einem unter einem Winkel von 30 Grad gegen den Horizont geneigten Ansatzrohr versehen, ferner der entsprechende Contractionscoefficient $= {\cdot}59$ ist. Die Stofsschaufeln endlich sind ganz leicht gekrümmt.

Mittel- oder rückenschlächtige Räder.

§. 389. Ist die Gefällshöhe nicht bedeutend genug, um dem rein oberschlächtigen Rade eine Höhe geben zu können, wie es für einen regelmäfsigen Gang, wobei es häufig mit als Schwungrad dienen soll, erforderlich ist, so gibt man dem Rade einen Durchmesser, welcher grösser als die vorhandene Gefällshöhe ist, und läfst das Wasser erst in einer gröfsern Tiefe unterm Scheitel des Rades einfallen. In der Regel nimmt man bei gröfseren Rädern (welche 18 Fufs und darüber haben) den Einfallspunct des Wassers in des Rad höchstens zu 30 Grad vom Scheitel abwärts, bei kleinern Rädern geht man wohl auch bis 40 Grad; englische Ingenieure gehen sogar bis 52 Grad herab.

Die rückenschlächtigen Räder bewegen sich an ihrem untern Puncte *D* (Fig. 240) in der Richtung des abfliefsenden Wassers (während bei den oberschlächtigen Rädern das Gegentheil Statt findet), wefshalb diese Räder auch nicht frei zu hängen brauchen, so, dafs man dabei an der

Gefällshöhe und noch den Vortheil gewinnt, dafs bei einem zufälligen Steigen des Unterwassers das Rad ohne Nachtheil von 6 bis 10 Zoll in diesem waten kann, was bei den rein oberschlächtigen Rädern (ihrer entgegengesetzten Bewegung wegen) nicht ohne bedeutenden Verlust an Effect geschehen kann.

Man wendet solche Räder bei Gefällen von 8 bis 16 Fufs an und construirt sie meistens wie die Engländer aus Gufseisen, wobei man die Radkränze ausser der gewöhnlichen Verbindung noch durch schmiedeiserne, von der gufseisernen Welle schief auslaufende Spangen verstrebt. Die Schaufeln werden selbst für 15 bis 20 Fufs breite Räder aus Eisenblech zwischen die Kränze eingeschoben und in gewissen Abständen durch eiserne Füfschen gestützt, damit sie sich nicht ausbiegen können.

§. 390. Was das Gerinne und die Schütze anbelangt, so fällt das Wasser entweder unmittelbar aus dem auf einer Seite offenen Gerinne in die Radzellen, oder es gelangt in diese durch eine Lutte *a* (Fig. 241), oder man läfst endlich bei sorgfältig construirten eisernen Rädern, wie in Fig. 240, das Wasser ganz ruhig über die obere Kante *a* der schief gestellten Schütze *a b* als Schweller, und zwar durch ein jalousieartiges Gitter oder einen Rechen *c d*, welcher eine Art von Trichtersystem bildet, in die Zellen treten; dabei fällt, was gegen die gewöhniche Schütze gerade das Gegentheil ist, um so mehr Wasser in das Rad, je tiefer die Schütze herabgelassen wird, je mehr Abtheilungen oder Öffnungen *i* des Rechens nämlich dadurch aufgemacht werden. Die Scheidewände zwischen diesen Öffnungen *i* stellt man gewöhnlich vertical und gibt den Stofs- oder Setzschaufeln eine solche Richtung, dafs sie in dem Augenblicke, in welchem sie unter diese Scheidewände der Schütze treten, ebenfalls vertical stehen oder mit diesen Wänden in einerlei Richtung liegen. Streng genommen jedoch sollte, damit das Wasser, ohne an die Schaufeln zu stofsen (§. 366) in die Zellen treten kann, die Stofsschaufeln in der Diagonale jenes Parallelogramms liegen, welches entsteht, wenn man auf der Richtung des einfallenden Wassers und auf der Radtangente nach entgegengesetzter Richtung, nach welcher sich der Radumfang bewegt, die bezüglichen Geschwindigkeiten (V und v) aufträgt und aus diesen beiden Seiten das Parallelogramm ergänzt.

Denn weicht eine Tafel AB (Fig. 242) in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CF dem in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CE einfallenden Wasserstrahl aus und soll dieser keinen Stofs ausüben, sondern nur längs der Tafel hingleiten; so mufs er, wenn die Tafel nach $A'B'$ gekommen ist, den Weg $FE = CD$ zurückgelegt haben. Nun kann man aber CD als die Resultirende der beiden Geschwindigkeiten CE und CF'

$= CF$ ansehen, wobei nämlich CE die Geschwindigkeit und Richtung des Wasserstrahls, CF' die nach entgegengesetzter Richtung genommene Geschwindigkeit der Tafel ist.

Ist also at (Fig. 243) die im Einfallspuncte des Wassers an dem Radumfange gezogene Tangente, ac die Richtung und Geschwindigkeit des einfallenden Wassers, ab die Geschwindigkeit des Radumfanges; so trägt man $ae = ab$ auf der Verlängerung von ta auf, ergänzt das Parallelogramm ec und zieht die Diagonale ad, um die Richtung der Schaufel zu erhalten; allein da diese bei der Bewegung um den Mittelpunct C nicht nach der geraden Linie at ausweichen kann, so bedingt diefs streng genommen eine krumme Schaufel, wofür ad blofs die Tangente an das erste Element ist. Aufserdem wird ac die Richtung der betreffenden Scheidewand oder Schiene des Schützengitters seyn, wovon vorhin die Rede war, um das Wasser ungehindert einfallen zu lassen.

§. 391. Effect dieser Räder. Auch bei den rückenschlächtigen Rädern kann der Effect durch die obige Formel 2) (§. 388) $E = \cdot 90\, p\,(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D)$ ausgedrückt werden. Der Gefällsverlust $\cdot 15\, D$ wird aber dabei gegen H um so gröfser, je tiefer, vom Scheitel abwärts, man das Wasser einfallen läfst; wir haben bereits bemerkt, dafs man damit nicht über 40 Grad vom Scheitel herabgehen sollte. Gleichwohl sieht man Räder, bei welchen das Wasser in der Höhe der Welle, also bei 90 Grad Entfernung in die Zellen tritt; in einem solchen Falle ist es viel vortheilhafter Kropfräder (welche im folgenden Paragraphe erwähnt werden) anzulegen.

Beispiel. Das *Schlumberger*'sche Wasserrad zu Guebwiller ist nach englischer Construction aus Gufs- und Schmiedeisen ausgeführt, hat im äufsern Durchmesser 29 Fufs, in lichter Entfernung der beiden Radkränze 10 Fufs, eine Kranzbreite von nahe $11\frac{1}{2}$ Zoll, 12 Radarme, 96 Zellen und dabei ein Gewicht von $446\frac{1}{2}$ Centner.

Wie grofs ist nun der Effect dieses Rades, wenn die per Secunde zufliessende Wassermenge 12·12 Kubikfufs, die gesammte Gefällshöhe 24·6 Fufs, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, $6\frac{3}{4}$ Fufs, die Geschwindigkeit des Radumfanges 3·85 Fufs, und die Höhe von dem Eintritte des Wassers (davon einen mittlern Faden genommen) bis zum tiefsten Puncte des Rades 20·4 Fufs beträgt?

Setzt man in der obigen Formel 2) (§. 388) $M = 12{\cdot}12$, $H = 24{\cdot}6$, $h = 24{\cdot}6 - 20{\cdot}4 = 4{\cdot}2$ und $D = 29$; so erhält man

$$E = 10927{\cdot}6^{\text{F. Pf.}}$$

Nach der Formel 4) (§. 388) dagegen, in welcher wieder $M = 12{\cdot}12$, dagegen $h = 20{\cdot}4$, $V = 6{\cdot}75$ und $v = 3{\cdot}85$ ist, erhält man:

$$E = 10879 + 244{\cdot}8 = 11125^{\text{F. Pf.}}$$

Da nun der erstere Werth nahe $25\frac{1}{2}$, der letztere 26 Pferdekraft, dagegen die absolute Arbeit des Wassers, d. i. $PH = 12{\cdot}12 \times 56{\cdot}5 \times 24{\cdot}6$

$= 16851^{\text{F. Pf.}}$ ausmacht, so beträgt die Nutzleistung dieses Rades (nach dem letztern Werthe von E): $\frac{11125}{16851} = {}^{\cdot}66$, d. i. 66 Procent.

Die von *Morin* hierbei angegebenen 74 Procent beruhen auf einem Rechnungsfehler in der Wassermenge.

Morin bemerkt, daſs sich der Effect dieses Rades bis auf 48 Pferdekräfte steigern lieſse, daſs sich aber dann die Zellen bis über die Hälfte füllen müſsten, was den Nutzeffect bis auf 60 Procent herabbringen würde.

Das Wasser gelangt bei diesem Rade an einem Puncte in die Zellen, welcher um 50 Grad vom Scheitel abliegt, durch eine jalousieartige Schütze, welche gegen den Horizont um 50 Grad geneigt ist und wobei jede der vorhandenen 7 Öffnungen 8·3 Fuſs lang und $2^2/_3$ Zoll breit ist.

Anmerkung. Die Beobachtungen *Morin's*, so wie die darauf basirte Formel 4), in welcher der erste von v und V unabhängige Theil $44\,Mh$ bei weitem der gröſsere ist, zeigen, daſs sich das Verhältniſs $\frac{v}{V}$ von jenem, welches dem gröſsten Effecte entspricht, ziemlich weit entfernen kann, ohne daſs dadurch für die Wirkung oder den Nutzeffect ein wesentlicher Nachtheil entsteht. Bei gröſseren Rädern kann man den Quotienten $\frac{v}{V}$ von ·25 bis ·80 ohne Nachtheil variiren lassen, wenn nur die Zellen dabei nicht über ihren halben Inhalt mit Wasser gefüllt werden.

Kropfräder.

§. 392. Um das Wasser auch bei einem kleineren, selbst nur gegen 8 Fuſs betragenden Gefälle durch sein Gewicht wirken zu lassen, legt man das Rad in ein sogenanntes Kropfgerinne. Dabei kann die Schaufelung nach Art der oberschlächtigen Räder (Fig. 244) zwischen den Radkränzen, oder wenn das Gerinne die Schaufeln nicht bloſs an der äuſsern Peripherie, sondern auch zu beiden Seiten mittelst verticaler Wände so enge und genau umschlieſst, daſs nur der zur ungehinderten Bewegung nothwendige Spielraum (von ·4 bis ·8 Zoll) bleibt, auch wie bei den unterschlächtigen Rädern (Fig. 245) ausgeführt seyn. Im erstern Falle nimmt man jedoch breitere (15 bis 17 Zoll betragende) Radkränze als bei oberschlächtigen Rädern; auch stehen die Schaufeln weiter von einander ab und schlieſsen unter sich einen gröſsern Winkel ein. Die Zellen werden in beiden Fällen gegen den innern Umfang zu nicht vollständig geschlossen, sondern man läſst zwischen dem Boden und der vorhergehenden Schaufel immer einen Zwischenraum von $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll in der Breite, durch welchen beim Einströmen des Wassers die Luft entweichen kann. Das Gerinne wird dabei bis zu dem tiefsten Puncte des Rades concentrisch mit dem Radumfange geführt, von wo an dasselbe, wie bei dem *Poncelet*'schen Rade, einen plötzlichen Fall erhält und etwas erweitert wird. Das Wasser wird dem Rade entweder durch eine gewöhnliche Schütze, oder besser durch eine Überfallsschütze, wie bei den rückenschlächtigen Rädern zugeführt; dasselbe wirkt zuerst durch den Stofs und dann durch sein Gewicht, worauf es das Rad mit einer Geschwindigkeit verläfst, welche jener des Rades gleich ist.

Die Kropfräder, welche man bei kleinern Gefällen mit mehr Vortheil als die mittel- oder rückenschlächtigen Räder anwendet, haben für sich, dafs dabei das Wasser bis nahe an den tiefsten Punct wirksam bleibt, obschon auch gegen sich, dafs der untere, von der einen Seite ins Wasser getauchte Theil des Rades an dieser Stelle etwas leichter, folglich das Gleichgewicht um die Radachse herum in der Art gestört wird, dafs das Rad eine Tendenz erhält, sich dem Wasserstrome entgegen zu bewegen, wodurch ein kleiner Theil der Wirkung verloren geht.

§. 393. Effect dieser Räder. Bezeichnet wieder H die ganze Gefällshöhe, V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades, so ist $V - v$ die durch den Stofs zerstörte Geschwindigkeit, und da das Wasser noch mit der Geschwindigkeit v austritt, so wird nach §. 374 der Effect

$$E = \gamma M H - \frac{\gamma M}{2g}(V - v)^2 - \frac{\gamma M}{2g} v^2,$$

oder wenn h' und h'' die zu $V - v$ und v gehörigen Geschwindigkeitshöhen bezeichnen, auch:

$$E = \gamma M (H - h' - h'').$$

Noch ist

$$E = \gamma M \left[H - \frac{V^2}{2g} + \frac{v(V-v)}{g} \right] \text{ oder } E = \gamma M h + \frac{\gamma M v}{g}(V - v),$$

wenn man $H - \frac{V^2}{2g} = h$ setzt.

Auch hier läfst sich das absolute Maximum des Effectes, weil $V = v$ und $v = 0$ seyn müfste, nicht erreichen; dagegen hat man für das relative Maximum, wenn v als variabel und V als constant angenommen wird, $v = \frac{1}{2} V$, dagegen wenn v als constant und V als variabel genommen wird (d. h. wenn die Geschwindigkeit des Rades gegeben und jene des Wassers zu bestimmen ist), $V = v$.

Tritt das Wasser nicht nach der Tangente, sondern mit dieser unter einem Winkel α in das Rad, so mufs wieder $V \, Cos \, \alpha$ statt V gesetzt werden, so, dafs man dann hat

$$E = \gamma M h + \frac{\gamma M v}{g}(V \, Cos \, \alpha - v).$$

§. **394.** Was die Geschwindigkeit dieser Räder betrifft, so zeigen die Versuche, dafs man bei gut ausgeführten eisernen Rädern, die also ein grofses Trägheitsmoment besitzen, mit der Geschwindigkeit v von $2\frac{1}{2}$ bis 2 Fufs herabgehen kann, während man bei hölzernen Rädern nicht leicht unter 4 bis 3 Fufs gehen darf. Setzt man als Mittelwerth $v = 3$ Fufs, so ist auch (voriger Paragraph) $V = v = 3$ F. und die zugehörige Fallhöhe $h = \frac{9}{62} = \cdot 145$ F. $= 1\cdot 7$ Zoll, so, dafs also diese Höhe jedenfalls sehr gering seyn mufs; auch wendet man in diesem Falle die Überfallsschütze an, welche sich durch Verschiebung nach abwärts öffnet.

Weil nun aber die über die Schütze fallende Wasserschichte eine so geringe Höhe oder Tiefe erhalten soll, so mufs dafür das Rad um so breiter werden, so dafs diese (nach der Richtung der Radachse gemessene) Dimension manchmal bis 18 oder 20 Fufs steigt. Erlaubt man sich zur Verminderung der Radbreite der genannten Wasserschichte eine gröfsere Höhe zu geben, so soll man diese doch in keinem Falle über 7 bis 8 Zoll nehmen.

§. **395. Erfahrungsresultate.** Nach *Morin's* Versuchen mit 4 Kropfrädern von 2 bis 15 Pferdekräfte beträgt bei diesen Rädern, wenn sie gut construirt sind und keine merklich gröfsere Geschwindigkeit als das eintretende Wasser besitzen, auch die Zellen nur bis auf die Hälfte oder $\frac{2}{3}$ mit Wasser gefüllt werden, für gewöhnliche Schützen (wo also anliegendes Wasser vorhanden ist) der Nutzeffect höchstens 55, dagegen bei Rädern ohne anliegendes Wasser oder bei Überfallsschützen beinahe 75 Procent des theoretischen Effectes. Nach diesen Versuchen kann man bis auf $\frac{1}{20}$ genau im

ersten Falle 1) $E = 42\cdot 3\, M \left[h + \frac{r\,(V \cos \alpha - r)}{g} \right]^{\text{F. Pf.}}$, und im

zweiten „ 2) $E = 45\cdot 1\, M \left[h + \frac{r\,(V \cos \alpha - r)}{g} \right]^{\text{F. Pf.}}$

setzen. Dabei bezeichnet M das Wasservolumen, welches per Secunde auf das Rad fliefst, h die Höhe des Eintrittspunctes des Wassers über dem tiefsten Punct des Rades, V die Geschwindigkeit, womit ein mittlerer Wasserfaden in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades in seiner äufsern Peripherie, und α den Winkel, welchen die Richtungen dieser beiden Geschwindigkeiten zusammen einschliefsen.

Nach *Aubuisson* kommt die Leistung gut construirter Kropfräder jener der oberschlächtigen ziemlich nahe, gleichwohl bemerkt er, dafs nach seinen Versuchen zu Toulouse der Effect nur $\cdot 674\, PH$ war, und dafs man daher den Effect zu $\cdot 60\, \boldsymbol{PH}$ bis $\cdot 70\, \boldsymbol{PH}$ anschlagen kann, wobei $\boldsymbol{PH}$ die absolute Arbeit des Wassers oder Motors ist.

Beispiel 1. Das von *Morin* in der Giefserei zu Toulouse untersuchte Rad hat einen äufsern Durchmesser von 19 Fufs, das Gefälle beträgt 6·16 Fufs und der Punct, bei welchem das Wasser in das Rad tritt, liegt um $1^1/_3$ Fufs über dem tiefsten Punct des Rades, so, dafs das Wasser zuerst durch den Stofs und dann durch den Druck wirkt. Die radial stehenden Schaufeln (36 an der Zahl) sind 19 Zoll breit, und ihr Zwischenraum von einer zur andern wird durch die vorhandenen Fangschaufeln bis zur Hälfte geschlossen. Die Länge der Schaufeln beträgt 5·1 Fufs. Die Schützenöffnung ist 5 Fufs breit, die Schütze selbst ist gegen den Horizont um $55^1/_2$ Grad geneigt. Das Wasser geht, wie es die Schütze verläfst, über einen Gerinnsboden, welcher ein Gefälle von nahe $^1/_6$ und dabei eine Länge von $2^1/_2$ Fufs hat; von da an bildet das Gerinne einen mit dem Rade concentrischen Kropf, welcher die Schaufeln so genau umschliefst, dafs sowohl vom Boden als auch von der Seite her nur ein Zwischenraum von ·4 Zoll bleibt. Da bei der Schützenöffnung nur von oben (also weder vom Boden noch von den Seiten) her eine Contraction Statt findet, so wird der Contractionscoeffizient mit ·75 in Rechnung gebracht. Wenn nun $M = 19{\cdot}1$, $h = 1{\cdot}33$, $V = 17{\cdot}3$, $v = 9{\cdot}6$ und $\alpha = 0$ ist, so erhält man nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42{\cdot}3 \times 19{\cdot}1 \left[1{\cdot}33 + \frac{9{\cdot}6 \times 7\,7}{31}\right] = 3000^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 7 Pferdekräfte.

Die directe Messung mit dem Zaume (wobei das Rad per Minute 9·67 Umdrehungen machte) gab nur $2847^{\text{F. Pf.}}$, also einen um $^1/_{20}$ geringeren Nutzeffect oder disponible Leistung als die obige Formel.

Die absolute Arbeit des Wassers oder ursprünglichen Motors ist:

$$6{\cdot}16 \times 19{\cdot}1 \times 56{\cdot}5 = 6647^{\text{F. Pf.}},$$

folglich das Verhältnifs dieser Arbeit zu dem Nutzeffect $\frac{2847}{6647} = {\cdot}428$ oder nur 43 Procent, was hier seinen Grund wohl darin hat, dafs der Kropf des Gerinnes zu unbedeutend ist, und das Wasser mehr durch den Stofs (auf eine Höhe von 4·83) als durch den Druck (blofs durch die Höhe von 1·33 Fufs, welches nicht einmal den vierten Theil des Gefälles beträgt) wirkt.

Die Zapfenreibung dieses $94^1/_2$ Centner schweren Rades absorbirt eine Arbeit von $124^{\text{F. Pf.}}$ oder $^3/_{10}$ Pferdekraft, wodurch sich der totale Effect (nicht mit dem disponibeln zu verwechseln) auf $2847 + 124 = 2971^{\text{F. Pf.}}$ stellt.

Beispiel 2. Bei dem Rade, welches *Morin* in einer Pulvermühle zu Metz untersuchte und sofort zum künstlichen Trocknen des Pulvers einen Ventilator zu betreiben hatte, betrug der äufsere Raddurchmesser $12^1/_2$ Fufs, die radial stehenden Schaufeln (24 an der Zahl) hatten eine Höhe von 11·4

Zoll, und an ihrem äufsern Umfang einen lichten Abstand von $19\frac{1}{2}$ Zoll von einander; sie bewegten sich in einem kurzen steinernen Kropfe, welcher den Schaufeln sowohl am Boden als an den Seiten nur einen Spielraum von $\frac{1}{5}$ Zoll liefsen. Dieser mit dem Rade concentrische Kropf fiel vom tiefsten Puncte an $2\frac{1}{2}$ Fufs stromabwärts gerechnet plötzlich um 3·6 Zoll ab. Die Schütze stand in geringer Entfernung von dem Rade, jedoch vertical.

Bei einer der Versuchsreihen betrug das ganze Gefäll 3·23 Fufs, die Wassermenge per Secunde 6·81 Kubikfufs, die Höhe, in welcher das Wasser durch den Druck wirkte, 1·31 Fufs, die Geschwindigkeit des einströmenden Wassers 8·53, so wie jene der äufsern Radperipherie 5·11 Fufs; es ist daher wieder nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42{\cdot}3 \times 6{\cdot}81 \left[1{\cdot}31 + \frac{5{\cdot}11\,(8{\cdot}53 - 5{\cdot}11)}{31} \right] = 539^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe $1\frac{1}{4}$ Pferdekraft.

Die directe Messung mit dem Zaume hat dafür $544^{\text{F. Pf.}}$ gegeben. Die Zapfenreibung absorbirte übrigens $21^{\text{F. Pf.}}$, so, dafs der eigentliche Effect des Rades noch um diesen Theil gröfser als die disponible Leistung, nämlich $= 565^{\text{F. Pf.}}$ ist. Da die absolute Wirkung des Wassers $= 3{\cdot}23 \times 6{\cdot}81 \times 56{\cdot}5 = 1243^{\text{F. Pf.}}$ ist, so beträgt der eigentliche Effect des Rades $\frac{565}{1243} = {\cdot}455$, d. i. $45\frac{1}{2}$ und gegen den disponibeln Effect $\frac{544}{1243} = {\cdot}438$, d. i. nahe 44 Procent. Die Höhe, durch welche das Wasser durch den Druck wirkte, betrug in diesem Falle $\frac{2}{3}$ der ganzen Gefällshöhe.

Morin bemerkt, dafs der gröfste Effect bei diesem Rade für ein Verhältnifs von $\frac{v}{V}$ Statt fand, welches zwischen ·55 und ·80, also im Mittel ·66 betrug. Bei jenen Versuchen, bei welchen die Schütze mehr (d. i. von ·63 bis ·95 Fufs) aufgezogen war und der Wasserspiegel durchschnittlich 1 Fufs über der Mitte der Schützenöffnung stand, war der Nutzeffect am gröfsten, woraus *Morin* folgert, dafs sich erstens für solche Räder ohne Fangschaufeln (oder ohne Boden) hohe Schützenöffnungen besonders eignen, und dafs zweitens diese Räder für kleine Gefälle besser als für grofse zu benützen sind. Übrigens bleibt es in allen Fällen vortheilhafter, das Aufschlagwasser von der Oberfläche zu nehmen, d. i. eine Überfallsschütze (wie in Fig. 244 und Fig. 245 dargestellt) anzuwenden.

Beispiel 3. In der Krystallglasfabrik zu Baccarat befindet sich zum Betriebe einer Quetschmühle mit stehenden Steinen, so wie von Dreh- und Schleifwerken ein derartiges Wasserrad von $15\frac{1}{2}$ Fufs Durchmesser und 40 Schaufeln, welche zwischen den beiden hölzernen, 15 Zoll breiten Kränzen radial eingesetzt und am innern Umfange mit einem Boden, welcher jedoch nicht von einer Schaufel bis zur andern reicht, sondern einen schmalen Zwischenraum läfst, durch welchen die Luft entweichen kann, versehen ist. Die Schaufeln stehen an ihrem äufsern Umfange um nahe $14\frac{1}{2}$ Zoll von einander ab, und bilden dadurch Zellen von 6 Kubikfufs Inhalt jede. Die 8 hölzernen Radarme sind in 2 gufseiserne Rosetten eingesetzt, welche auf der gufseisernen Welle befestigt sind. Das Rad hat ein Gewicht von 92 Centner und bewegt sich in einem aus Quadern hergestellten Kropfgerinne; das Zuleitungsgerinne ist aus demselben Materiale hergestellt, und die 3·87 Fufs breite Schützenöffnung liegt in der Verlängerung der 3 Seiten desselben, so, dafs nur an der obern Seite eine Contraction des Wassers Statt hat, und der betreffende Coefficient mit ·70 in Rechnung zu bringen ist. Die Schütze hat gegen den Horizont eine Neigung von 71 Grad; das anliegende Wasser steht für gewöhnlich um $11\frac{1}{2}$ bis 15 Zoll über der obern Seite der Öffnung. Bei dem hier in Rede stehenden Versuche war die Schütze $5\frac{3}{4}$ Zoll hoch aufgezogen, der Spiegel des anliegenden Wassers stand $1\frac{1}{2}$ Fufs über der Mitte der Öffnung, das ganze Gefäll betrug nahe 6 (genau 5·94) Fufs, die Höhe h, auf welche das Wasser durch den Druck wirkte, 4·42, die Geschwindigkeit des einfallenden Wassers nach der Tangente gemessen oder $V \cos \alpha$ 6·27, so wie jene v des Radumfanges 4·35 Fufs, endlich das per Secunde auf das Rad fallende Wasser M 12·4 Kubikfufs. Nach der mehrerwähnten Formel 1) erhält man mit diesen Werthen für den Nutzeffect:

$$E = 42{\cdot}3 \times 12{\cdot}4 \left[4{\cdot}42 + \frac{4{\cdot}35\,(6{\cdot}27 - 4{\cdot}35)}{31} \right] = 2460^{\text{F. Pf.}}$$

oder $5\frac{7}{10}$ Pferdekraft.

Die directe Messung gab für dieses Rad $2500^{\text{F. Pf.}}$; da die absolute Arbeit des Wassers $= 12{\cdot}4 \times 5{\cdot}94 \times 56{\cdot}5 = 4161{\cdot}5^{\text{F. Pf.}}$ ist, so hat man wegen $\frac{2500}{4161{\cdot}5} = {\cdot}60$ sofort 60 Procent reinen Nutzeffect bei diesem Rade.

Mit Rücksicht darauf, dafs das Rad dabei auch die $198^{\text{F. Pf.}}$ betragende Zapfenreibung überwindet, beträgt der totale (jedoch nicht disponible) Nutzeffect $2500 + 198 = 2698^{\text{F. Pf.}}$, also wegen $\frac{2698}{4161{\cdot}5} = {\cdot}648$ nahe 65 Procent von der absoluten Wirkung des Wassers.

Anmerkung. Auch bei diesem Rade war der Effect im Abnehmen, sobald die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt waren; schon bei ·55 des Zelleninhaltes fing das Wasser zu wirbeln an, so, dafs also auch bei dieser Gattung von Rädern ihre Geschwindigkeit nach der Capacität der Zellen regulirt werden mufs.

Da sich die Schütze hoch genug aufziehen liefs, so wurden mit demselben Rade zugleich auch Versuche mit einer Über allsschütze, mittelst welcher das Wasser von der Oberfläche ab in das Rad geleitet wurde, angestellt, und dadurch, wie es sich überhaupt überall bestätigt, auch günstigere Resultate erhalten. Der Grund dieser günstigern Ergebnisse läfst sich übrigens auch schon aus der mehrerwähnten Formel 1) erkennen, indem das erste Glied $42{\cdot}3\, M h$, als das einflufsreichste, für den Nutzeffect um so gröfser ausfällt, je näher am Oberwasserspiegel das Wasser abgeleitet wird. Die Geschwindigkeit des Rades kann übrigens gegen jene des einfallenden Wassers ohne Nachtheil nicht unbedeutend variiren, wenn diese nur nicht gröfser als jene des Wassers ist.

Diese Beispiele zeigen, dafs der Nutzeffect solcher Räder, wenn die Höhe h ungefähr $^1/_4$ der ganzen Gefällshöhe H ausmacht, von 40 bis 45, wenn h etwa $\frac{2}{5} H$ ist, von 42 bis 49, und wenn h gegen $\frac{3}{4} H$ ist, dieser Effect gegen 60 Procent beträgt.

Beispiel 4. Um endlich auch die zweite Formel 2) dieses Paragraphes anzuwenden, so besteht in der genannten Krystallfabrik zu Baccarat noch ein älteres Rad, dessen Kränze, Arme und Welle aus Gufseisen hergestellt, und dessen auf den äufsern Umfang radial gestellten 32 hölzerne Schaufeln noch mit Gegenschaufeln versehen sind. Das Rad hat 12·6 Fufs Durchmesser, und eine Breite (nach der Achse) von 12 3 Fufs, die Schaufeln bewegen sich in einem steinernen, sehr genau anschliefsenden Kropfgerinne von nahe 15·6 Kubikfufs Inhalt.

Die Schütze öffnet sich nach abwärts, ist also eine sogenannte Überfallsschütze, und wurde bei den Versuchen nach und nach um 4·3, 6·7, 8·4 und 9·9 Zoll unter den Wasserspiegel des Reservoirs hinabgelassen.

Die in 1 Secunde in das Rad fallende Wassermenge wurde nach der Formel $M = m\, b\, h \sqrt{2\, g\, h}$ berechnet, wobei b die Breite der Schützenöffnung (hier gleich der Breite des Rades), h die Höhe des Wasserspiegels im Behälter über dem Scheitel der Überfallsschwelle und m ein Zahlencoeffizient ist, welcher für die genannten vier Schützenöffnungen beziehungsweise die Werthe ·393, ·390, ·385 und ·385 hat. Das totale Gefälle wechselte bei diesen Versuchen von 6·35 bis 6·58 Fufs. Da nun die Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfufs, die Höhe, durch welche das Wasser drückend wirkte, $h = 6{\cdot}11$ Fufs, die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers nach der Tangente $V \, Cos\, \alpha = 3{\cdot}26$ und jene des Radumfanges $v = 2{\cdot}29$ Fufs war, so hat man nach der erwähnten Formel 2):

$$E = 45{\cdot}1 \times 15{\cdot}6 \left[6{\cdot}11 + \frac{2{\cdot}29\,(3{\cdot}26 - 2{\cdot}29)}{31} \right] = 4349^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 10 Pferdekräfte.

Die directen Messungen gaben dafür $E = 4225^{\text{F. Pf.}}$, und da die absolute Arbeit des Wassers durch die Höhe von $6^1/_2$ Fufs $15{\cdot}6 \times 6{\cdot}5 \times 56{\cdot}5 = 5729^{\text{F. Pf.}}$ ausmacht, so beträgt der disponible Nutzeffect wegen $\frac{4225}{5729} = {\cdot}74$, 74 Procent; mit Hinzurechnung der Arbeit der Zapfenreibung, welche bei dem $232^1/_2$ Centner schweren Rade $328^{\text{F. Pf.}}$ betrug, erscheint die eigentliche Leistung des Rades mit $\frac{4225 + 328}{5729} = {\cdot}795$, d. i. nahe mit 80 Procent.

Anmerkung. Was die Berechnung der Wassermenge betrifft, welche die im Rade bereits vorhandenen, oder erst durch das Kropfgerinne gebildeten Zellen aufnehmen, so wird diese wie bei den oberschlächtigen Rädern geführt. Da die Schaufeln um $d = 15$ Zoll von einander abstehen (auch ihre Breite ist 15 Z.), die in jeder Secunde zufliefsende Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfufs und die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges $v = 27{\cdot}48$ Zoll beträgt, so gehen in 1 Secunde $n = \frac{v}{d} = \frac{27{\cdot}48}{15} = 1{\cdot}83$ Schaufeln oder Zellen vor der Schützenöffnung vorbei; die von jeder Zelle aufgenommene Wassermenge ist daher $\frac{M}{n} = \frac{15{\cdot}6}{1{\cdot}83} = 8\frac{1}{2}$ Kubikfufs. Da nun nach der obigen Bemerkung der Inhalt der (mit durch das Gerinne sich bildenden) Zellen nicht ganz 16 Kubikfufs beträgt, so werden diese schon etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt.

Horizontale Wasserräder.

§. 396. Erklärung. So wie bei den verticalen, kann man auch bei den horizontalen Wasserrädern (deren Welle nämlich vertical steht) Stofs- und Druckräder, ferner solche, bei welchen das Wasser theils durch den Stofs und zum Theil durch den Druck, so wie endlich noch Räder unterscheiden, bei welchen das Wasser durch Reaction und wenn man will auch durch die Centrifugalkraft wirkt.

Da in der neuern Zeit durch diese zuletzt genannten Räder, welche auch Turbinen genannt werden, die übrigen horizontalen Wasserräder beinahe gänzlich verdrängt wurden, so wollen wir diese letztern hier nur ganz kurz hinsichtlich ihres Effectes anführen.

Horizontale Stofsräder.

§. 397. Bilden die an der äufsern Peripherie des Radkranzes angebrachten Schaufeln ab (Fig. 247) mit dem Horizont einen Winkel $aDm = \alpha$, und stöfst der Wasserstrahl CD in einer auf ab senkrechten Richtung, als der vortheilhaftesten, mit der Geschwindigkeit V an, weicht dagegen der getroffene Punct D der Schaufel, in horizontaler Richtung Dm gemessen, mit der Geschwindigkeit v, also nach der auf ab senkrechten Dn mit jener $v' = v\,Sin\,\alpha$ aus, und ist endlich M das Wasservolumen, welches per Secunde zum Stofse gelangt; so ist der Effect (§. 362) 1) $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V - v')$, oder wenn der Wasserstrahl nicht senkrecht, sondern unter einem Winkel i gegen die Schaufel ab anstöfst: $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V\,Cos\,i - v')$.

Für den gröfsten Effect in 1) mufs ebenfalls (wie in §. 362)

$v' = \frac{1}{2} V$ seyn, wodurch $E = \frac{1}{4} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{1}{2} \gamma M H$, genau wie bei dem unterschlächtigen Rade wird, wenn $H = \frac{V^2}{2g}$ die Gefällshöhe bis zum Puncte D bezeichnet.

Dieser theoretische Effect wird natürlich in der Wirklichkeit wieder nicht erreicht und die Beobachtungen haben gezeigt, dafs man im Allgemeinen $E = \frac{1}{3} \gamma M H$ setzen kann, so wie, dafs für den besten Effect die Geschwindigkeit des Rades ziemlich gut mit der theoretischen ($v' = \frac{1}{2} V$) übereinstimmt; dabei kann man dem Rade verschiedene Geschwindigkeiten geben, wenn man den Neigungswinkel α der Schaufeln darnach $\left(\text{und zwar aus der Gleichung } v = \frac{V}{2 \, Sin \, \alpha}\right)$ bestimmt.

Horizontale Stofs- und Druckräder.

§. **398.** Soll das Wasser nicht blofs durch den Stofs, sondern wie bei den oberschlächtigen Rädern, zugleich durch den Druck wirken, so mufs man k r u m m f l ä c h i g e Schaufeln dxe (Fig. 246) anwenden. Ist $H = ls$ (Fig. 247) die ganze Gefällshöhe, $h = ld$ jene bis zu dem Puncte d der Radschaufel, welcher vom Wasserstrahl normal getroffen wird, so ist die Wirkung des Stofses wie zuvor

$$E' = \frac{\gamma M}{g} v \, Sin \, \alpha \, . (V - v \, Sin \, \alpha),$$

und in diesem Augenblicke hat das Wasser gegen die Schaufel keine relative Geschwindigkeit mehr; indem es aber längs der Schaufelfläche dxe durch die Höhe $ds = H - h = h'$ herabfliefst, erlangt es die relative Geschwindigkeit $v_1 = \sqrt{2gh'}$ nach der Richtung der Tangente er, welche an das letzte Element der Curve dxe gezogen wird. Bildet diese mit dem Horizont den Winkel φ, so ist, wenn man diese letztere Geschwindigkeit v_1 in eine horizontale v' und verticale v'' zerlegt, sofort $v' = v_1 \, Cos \, \varphi$ und $v'' = v_1 \, Sin \, \varphi$; beim Austritte des Wassers hat dasselbe die absolute Geschwindigkeit nach verticaler Richtung $= v''$ und nach horizontaler $= v' - v$, folglich ist die Resultirende aus beiden die wahre absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in seiner Richtung austritt, nämlich $v''' = \sqrt{[v''^2 + (v' - v)^2]}$.

Um aber der Wassermasse γM diese Geschwindigkeit zu ertheilen, ist eine Arbeit $= \frac{\gamma M v'''^2}{2g}$ erforderlich. Wäre das Wasser mit der Geschwindigkeit Null ausgetreten, so wäre auch die ganze Wirkung $\gamma M \sqrt{2gh'}$ consumirt worden, während diese jetzt nur

$$E'' = \gamma M \left[h' - \frac{v'''^2}{2g} \right]$$

ist. Die durch den Stofs und Druck hervorgebrachte Wirkung ist daher endlich:

$$E = E' + E''.$$

Man kann auch hier wie im §. 354 auf folgende Art schliefsen: Die ganze Arbeit PH (wenn man $\gamma M = P$ setzt) des Wassers besteht aus dem Nutzeffect $Pv = E$, dem Verluste an Wirkung durch den Stofs $= \frac{P}{2g}(V - v \operatorname{Sin} \alpha)^2$ und der Wirkung, welche noch in dem mit der Geschwindigkeit v''' austretenden Wasser enthalten ist $= \frac{P v'''^2}{2g}$, so, dafs also

$$PH = E + \frac{P}{2g}(V - v \operatorname{Sin} \alpha)^2 + \frac{P}{2g} v'''^2,$$

und daraus für den Effect E genau wieder der vorige Werth und zwar nach allen Reductionen:

$$E = \frac{P}{2g}[2 V v \operatorname{Sin} \alpha - (1 + \operatorname{Sin} \alpha^2) v^2 + 2 v \operatorname{Cos} \varphi \,.\, \sqrt{2g(H - h)}].$$

Für den gröfsten Effect mufs zuerst $\operatorname{Cos} \varphi = 1$, also $\varphi = 0$ seyn, d. h. das Wasser mufs nach h o r i z o n t a l e r Richtung aus dem Rade austreten. Ferner mufs noch [damit $2 V v \operatorname{Sin} \alpha - (1 + \operatorname{Sin} \alpha^2) v^2$ ein Maximum wird] $V = v \operatorname{Sin} \alpha$ seyn, d. h. das Wasser mufs o h n e S t o f s auf die Schaufeln gelangen, dann ist für den g r ö f s t e n E f f e c t:

$$E = \frac{P}{2g}[V^2 - v^2 + 2v\sqrt{2g(H - h)}].$$

Sieht man endlich in diesem letztern Ausdruck v als absolut variabel an, so wird derselbe am gröfsten für $v = \sqrt{[2g(H - h)]}$; mit diesem Werthe ist $v' = v$, $v'' = 0$ und $v''' = 0$, so wie

$$E = PH,$$

d. h. wenn nebst der vorigen Bedingung (dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt) auch noch das Wasser ohne alle Geschwindigkeit austritt, so ist der Nutzeffect, wie es seyn soll, der absoluten Arbeit des Wassers vollkommen gleich, und sofort doppelt so grofs als der gröfste Effect bei den Stofsrädern (§. 397).

Diese beiden Bedingungen, dafs das Wasser ohne allen Stofs in das Rad tritt und darin seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, sind jedoch bei den horizontalen Rädern eben so wenig wie bei den verticalen (den *Poncelet*'schen) vollständig zu erreichen, und man mufs sich begnügen, sich diesen durch eine zweckmäfsige Construction so viel als möglich zu nähern.

Damit das Wasser ohne Stofs auf die Schaufeln gelangen kann, müssen diese eine entsprechende Krümmung erhalten, welche sich auf folgende Weise bestimmen läfst:

Ist BC (Fig. 248) die Richtung und Geschwindigkeit ($= V$) des auf die Schaufel gehenden Wasserstrahls, so sind AB und AC die daraus abgeleiteten horizontale und verticale Seitengeschwindigkeiten. Macht man nun $BD = v$ gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so ist AD die relative horizontale Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radschaufeln, und daher durch Zusammensetzung mit AC sofort DC die Richtung und Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser längs der Schaufel abzufliefsen beginnt, welche Richtung sonach die Tangente an das erste Curvenelement der Schaufel seyn mufs; von diesem Puncte C an bis zum Endpunct E, in welchem das Curvenelement horizontal seyn mufs, ist die Krümmung der Schaufel willkürlich, wenn sie nur continuirlich ist.

Schlüfslich liefse sich noch zeigen, dafs wenn auch das Wasser in einem Puncte austritt, welcher der Achse näher oder davon entfernter als der Eintrittspunct des Wassers liegt, die Centrifugalkraft auf den Effect durchaus keinen Einflufs ausübt.

Reactionsräder.

§. 399. Einleitung. Versetzt man ein zum Theil mit Wasser gefülltes, z. B. cylindrisches Gefäfs BE (Fig. 249), dessen Achse vertical steht, um diese Achse in eine rotirende Bewegung, so erhebt sich in Folge der Centrifugalkraft (§. 154) die Oberfläche des Wassers von der Achse gegen den Umfang des Gefäfses hin in der Art, dafs wenn bei einer gleichförmigen Rotationsbewegung das Wasser bereits zur Ruhe gekommen ist, eine durch die Achse gelegte verticale Ebene die Oberfläche des Wassers nach einer Parabel $d a d'$ schneidet, deren Scheitel a in der Rotationsachse CD liegt und Parameter durch $\frac{2g}{\omega^2}$ ausgedrückt wird, wenn g die Beschleunigung der Schwere und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäfses ist.

Betrachtet man nämlich in der horizontalen Schichte $b a b'$ irgend ein Wassertheilchen p, so mufs dasselbe, sobald die Wasseroberfläche ruhig geworden, von allen Seiten her (§. 305) einen gleichen Druck erleiden, folglich auch die auf dieses Wasserelement in der Richtung ap wirkende Centrifugalkraft F mit dem Gewichte q des darüber stehenden Wasserfadens pm im Gleichgewichte stehen oder dafür $F = q$ seyn. Ist nun m das Gewicht eines Wasserelementes, so ist die Centrifugalkraft des Wasserfadens ap, durch welche das Element in p gedrängt wird, so grofs, als ob (§. 156) die Masse dieses Fadens ap im Schwerpunct o vereinigt wäre, so, dafs also, wenn $ap = y$, daher $ao = \frac{1}{2} y$ und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäfses, also $v = \frac{1}{2} y \omega$ die Geschwindigkeit des Punctes o ist, sofort (§. 155 und wegen $M = my$)

$F = \frac{m y (\frac{1}{2} y \omega)^2}{\frac{1}{2} y g} = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ ist. Da ferner, wenn $pm = x$ gesetzt wird, $F = q = mx$ ist, so hat man auch $mx = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ oder $y^2 = \frac{2g}{\omega^2} x$, als Gleichung der Curve amd, die sonach die gemeine Parabel ist.

§. **400.** Da aus der vorigen Gleichung $x = \frac{(y\omega)^2}{2g}$ folgt und $y\omega = v$ die Umlaufsgeschwindigkeit des Punctes p ist, so folgt auch $x = \frac{v^2}{2g}$, d. h. die Höhe pm, bis zu welcher die Centrifugalkraft das Wasserelement p über das Niveau $b\,b'$ emporhebt, ist der Fallhöhe gleich, welche der Rotationsgeschwindigkeit des betreffenden Punctes p entspricht. Bohrt man daher in die Seitenwand des rotirenden Gefäſses bei b eine kleine Öffnung durch, so wird das Wasser mit einer der Druckhöhe $b\,d$ (welche also auch der Rotationsgeschwindigkeit des Punctes b zukommt) entsprechenden Geschwindigkeit ausströmen, woraus sofort folgt, daſs die Ausfluſs- und Rotationsgeschwindigkeit in b dieselbe ist, vorausgesetzt nämlich, daſs das ausflieſsende Wasser durch einen eben so groſsen Zufluſs beständig ersetzt wird.

§. **401.** Wird das Wasser in einer verticalen Röhre zugeführt, deren Achse mit der Rotationsachse zusammenfällt, und steht der Wasserspiegel in diesem Rohr beständig um die Höhe h über der Ausfluſsöffnung, wodurch also bei stillstehendem Gefäſse die Ausfluſsgeschwindigkeit $= \sqrt{2gh}$ wäre; so erhöht sich diese, wenn das Gefäſs in eine rotirende Bewegung versetzt wird, wobei die Ausfluſsöffnung die Geschwindigkeit v erhält, so weit, daſs die Ausfluſsgeschwindigkeit nunmehr der Druckhöhe $h + \frac{v^2}{2g}$ entspricht und dadurch, wenn diese Geschwindigkeit mit C bezeichnet wird,

$$C = \sqrt{\left[2g\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)\right]} = \sqrt{[2gh + v^2]} \quad . \; . \; . \; \mathrm{r})$$

ist.

Anmerkung. Ganz dasselbe wird auch noch Statt finden, wenn das Gefäſs in eine bloſse horizontale Röhre AC (Fig. 250) übergeht, welche mit dem verticalen, um seine Achse CD drehbaren Rohre communicirend verbunden ist; denn wenn sich nun auch das Wasser in der Röhre AC nicht erheben kann, so bleibt doch der durch die Centrifugalkraft hervorgebrachte Druck und folglich auch die Ausfluſsgeschwindigkeit aus der um die Höhe $CD = h$ unterm Wasserspiegel bb' liegenden Öffnung a ungeändert, und diese letztere $C = \sqrt{[2gh + v^2]}$, wenn v die Rotationsgeschwindigkeit des Punctes a ist.

§. **402. Reactionsrad.** Wird die Öffnung a in dem vorhin betrachteten, um die Achse CD (Fig. 250) drehbaren horizontalen Rohr (oder Schwungschenkel) AC nicht in der Verlängerung der Achse, sondern an der Seite bei a (Fig. 251) angebracht, so wird, nachdem das Gefäſs oder Rohr CD bis auf irgend eine Höhe bb' (Fig. 250) mit Wasser gefüllt worden, der auf den Punct a der Seitenwand sonst Statt gefundene hydrostatische Druck, welcher (§. 310) jenem auf den gegenüberstehenden Punct d (Fig. 251) das Gleichgewicht gehalten hat, dadurch aufgehoben, so, daſs also der noch immer auf d wirksame Druck das Rohr um die verticale Achse CD in der Richtung ad umdrehen kann. Verbindet man, um diesen einseitig wirkenden Druck zu vergröſsern, mit dem verticalen Fallrohr anstatt einem, mehrere horizontale Röhren oder Schenkel; so erhält man das Reactions- oder nach dessen Erfinder sogenannte *Segner*'sche Wasserrad (welches auch gleichzeitig von *Barker* in England zum Betrieb einer Mahlmühle angewendet wurde), wobei man Sorge zu tragen hat, daſs das Wasser am Ende der horizontalen Schenkel nicht plötzlich gegen die Ausfluſsöffnungen seine Richtung ändern muſs, sondern daſs dieses allmälig geschieht, wozu man den Schenkeln wenigstens an den Enden eine passende Krümmung zu geben hat.

Erfahrung und Rechnung zeigen, daſs der durch Reaction des Wassers auf den der Öffnung a (Fig. 251) gegenüberliegenden Punct d des Schenkels aC ausgeübte Druck dem Gewichte einer Wassersäule gleich ist, welche die Öffnung a zur Basis und die doppelte, der Ausfluſsgeschwindigkeit entsprechende Fallhöhe zur Höhe hat, was sofort auch mit dem im §. 356 Bemerkten übereinstimmt.

§. **403. Nutzeffect.** Ist wieder H die ganze Gefällshöhe und P das Gewicht des in 1 Secunde zuflieſsenden Wassers, also $E = PH$ die absolute dynamische Wasserkraft; so könnte diese nur dann ungeändert durch das Rad übertragen werden, wenn das Wasser, ohne eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung zu erleiden, von seinem Ein- bis zu dessen Austritte wirksam wäre, und dessen Geschwindigkeit dabei allmälig (ohne alle Stöſse) auf Null herabgebracht würde. Wenn nun auch die erstere Bedingung durch eine passende Construction des Rades groſsentheils erreicht werden kann, so fordert doch die letztere Bedingung, dafs die relative Geschwindigkeit des in der Richtung da (Fig. 251) austretenden Wassers der nach gerad entgegengesetzten Richtung Statt findenden Geschwindigkeit der Mündung a gleich sey. (Ist nämlich die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= 0$, die Rotationsgeschwindigkeit der Öffnung $= v$, so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Ausflufsöffnung $= 0 + v = v$.)

Nun ist, wenn wieder v die Rotationsgeschwindigkeit der Ausflufsöffnung bezeichnet, nach §. 401, r) die relative Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= \sqrt{[2gH + v^2]}$, folglich müfste zur Erfüllung der genannten zweiten Bedingung $\sqrt{[2gH + v^2]} = v$ oder $2gH = 0$ seyn, was jedoch nur für $H = 0$ oder $v = \infty$ Statt finden kann, was beides in der Wirklichkeit nicht der Fall ist. Man kann daher diese Bedingung nur, und zwar dadurch näherungsweise erreichen, dafs man v grofs nimmt, nämlich das Rad mit grofser Geschwindigkeit umlaufen läfst, in keinem Falle aber kann der Nutzeffect der absoluten Wirkung des Wassers PH gleich kommen.

Die erwähnte Bedingung $H = 0$ entspricht dem Falle, in welchem das Wasser im Rade gar keine Geschwindigkeit besitzt oder stagnirend, also die Ausflufsöffnung unendlich klein ist. Wird die Theorie der Reactionsräder unter einem andern, und zwar unter dem Gesichtspuncte entwickelt, dafs das Wasser schon mit einer bestimmten Geschwindigkeit in das Rad eintritt, so nähert man sich dadurch mehr der Theorie der horizontalen Druckräder.

Whitelaw'sche oder Schottische Turbine.

§. 404. Erklärung. Das von *Segner* und Dr. *Barker* erfundene Reactionsrad ist erst in der neuesten Zeit gehörig gewürdigt worden, und vorzüglich in Schottland in einer zweckmäfsigeren oder wenigstens veränderten Form durch *Whitelaw* zur practischen Anwendung gekommen, seit welcher Zeit dieser Motor wegen seiner grofsen Einfachheit auch in der Schweiz und in Deutschland in Aufnahme kommt.

Dieses Rad oder diese Turbine ist in Fig. 252 im Grund- und Aufrisse dargestellt, und besteht aus zwei oder auch mehreren von einem oben geschlossenen Cylinder aa auslaufenden gekrümmten prismatischen Kanälen bb, welche gegen den äufsern Umfang zu allmälig enger werden und sammt dem genannten Cylinder um eine mit dem Rade fest verbundene (in der Regel) verticale Achse c in der Richtung der Pfeile umlaufen, sobald das Wasser durch das Zuleitungsrohr dd von unten in das Rad oder den erwähnten Cylinder ein- und durch die Ausflufsöffnungen $n\,n$ der Canäle austritt. Je nach der disponiblen oder für das Rad bestimmten Wassermenge erhält dasselbe 2 oder 3 solcher Canäle, welche von dem Cylinder $a\,a$ nach einer gewöhnlichen Spirallinie auslaufen.

Für eine zweiarmige Turbine dieser Art zieht man mit dem äufsern Radhalbmesser $CA = R$ (Fig. 253. a) einen Kreis, nimmt davon einen Bogen $ADB = \frac{2}{3}$ Umfang (welcher also einem Winkel von 240 Grad entspricht), theilt denselben in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und zieht an die Theilungspuncte A, 1, 2 . . . die Halbmesser CA, $C1$, $C2$ . . .; in eben so viele gleiche Theile theilt man ferner auch den Halbmesser CA, zählt oder nummerirt diese Theilungspuncte von C gegen A hin, und zieht aus C durch diese Puncte mit den Halbmessern $C1$, $C2$ . . . . concentrische Kreise von jedem dieser genannten Puncte bis zu dem gleichnamigen Halbmesser, also z. B. mit der Entfernung $C4$ den Kreisbogen $4h$ von 4 bis zum Halbmesser $C4$, wodurch sich der Durchschnittspunct h ergibt; verbindet man diese so erhaltenen Durchschnittspuncte g, h, i . . . durch eine continuirliche Curve, so erhält man die Achse $g\,h\,i\,e\,k$ . . . B des einen Canales.

Die weitere Construction, wie z. B. die gehörige von innen nach der äussern Peripherie zu laufende Verjüngung der Canäle; das Verfahren, um die Canäle einer dreiarmigen Turbine zu erhalten; die Anbringung von passenden Schützen oder Regulirungsklappen u. s. w. kann man am besten in Prof. *F. Redtenbacher's* Theorie und Bau der Turbinen (Mannheim, 1844) nachsehen.

§. 405. Dimensionen des Rades. Um nun auch die wesentlichsten Dimensionen dieser Turbine anzugeben, wenn die per Secunde disponible Wassermenge M und die Gefällshöhe h gegeben oder bestimmt ist, so hat man nach den von *Redtenbacher* angegebenen Formeln zuerst für die Summe der Austrittsöffnungen f der Radcanäle: $f = \frac{1 \cdot 1\, M}{\sqrt{2gh}}$, wobei g und h in Wiener Fufs, M in Kubikfufs zu verstehen ist. Fällt f nicht zu grofs aus, so gibt man dem Rade nur zwei Arme, wovon jeder also die Austrittsöffnung (in Quadratfufs) $= \frac{1}{2} f$ erhält, im entgegengesetzten Falle ist man gezwungen drei solche Arme, jeden mit der Austrittsöffnung von $\frac{1}{3} f$ anzubringen.

Für den innern Radhalbmesser r nimmt man $r = \cdot 225 \sqrt{M}$, für den äufsern kann man bei zweiarmigen Rädern $R = 3\,r$ und bei dreiarmigen $R = 4\,r$ nehmen.

Für die Höhe der Radcanäle kann man $d = \frac{1}{7} r$, daher für die äufsere Weite n, Fig. 252, bei zweiarmigen Rädern $b = \frac{1}{3}\frac{f}{d}$ und bei dreiarmigen $b = \frac{1}{3}\frac{f}{d}$ setzen.

Als Umlaufszahl dieser Turbine per Minute kann man am zweckmäfsigsten $n = \frac{7 \cdot 81 \sqrt{2gh}}{R}$ nehmen, wofür die äufsere Peripheriegeschwindigkeit $V = \cdot 818 \sqrt{2gh}$ wird. (In der Regel jedoch wird $V = \sqrt{2gh}$ genommen.)

Anmerkung. Im Falle die Wassermenge M nicht gegeben ist, sondern für einen verlangten Effect erst berechnet werden müfste, kann dieses nach der Formel $M = 12 \cdot 5 \frac{N}{h}$ geschehen, wobei N die Anzahl der Pferdekräfte bezeichnet, welche das Rad entwickeln soll (dabei ist der disponible Nutzeffect nahe zu 60 Procent angeschlagen).

§. 406. Effect dieser Turbine. Ist h die Gefällshöhe, M die per Secunde zufliefsende Wassermenge dem Volumen nach, F die Ausströmungsöffnung oder der Querschnitt des Cylinders $a\,a$ (Fig. 252), F' die Summe der Einströmungsöffnungen in die Canäle oder Arme und f die Summe der Ausströmungsöffnungen aus diesen, k und k' die entsprechenden Contractionscoefficienten für F und f, V die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges, R der äufsere und r der innere Radhalbmesser, C die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Cylinder oder Zuleitungsrohr $a\,a$ ausströmt, c die relative Geschwindigkeit des aus den Radcanälen ausfliefsenden Wassers gegen den äufsern Radumfang, n die Zahl der Umläufe des Rades per Minute, α der Winkel der aus dem Rohre $a\,a$ ausströmenden Wasserfäden mit der innern Radperipherie, β der Winkel, unter welchem dieser Umfang von der Achse eines Radcanales geschnitten wird, so wie endlich γ der Winkel, welchen diese Achse mit dem äufsern Umfange bildet; so hat man für den gröfsten Effect E dieses Rades, wenn man annimmt, dafs die Achse eines jeden Canales oder Radarmes den innern Radumfang rechtwinklig durchschneidet, also $\beta = 90^0$ ist, nach *Redtenbacher's* Entwicklung folgende Bestimmungen: $\alpha = 90^0$, $\gamma = 0$, $F' = kF$, $f = \frac{M}{k'c}$,

$$M = kCF, \quad V = \frac{r}{R} \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left[2\left(1 + \frac{R}{r}\right)\right]}},$$

$$C = \frac{k'f}{kF}\sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R}{r}\right)\right]}, \; c = \frac{kF}{k'f}C \text{ und } E = \frac{\gamma M h}{1 + \frac{r}{R}},$$

dabei kann $k = 1$ und $k' = {}^{\cdot}9$ gesetzt werden (in vielen Fällen wird man auch geradezu $k = k' = 1$ nehmen).

Beispiel. Ist z. B. $h = 30$ Fufs, $M = 19^1/_2$ Kubikfufs, $R = 3$ Fufs, $r = 1$ Fufs, $f = 72$ Quadratzoll $= {}^{\cdot}5$ Quadratfufs, $d = 5$ Fufs (vorigen Paragraph), $b = {}^{\cdot}5$ Fufs und $n = 111$; so erhält man $c = 60{}^{\cdot}9$ und $V = 45{}^{\cdot}7$ Fufs, so wie $E = 24795^{F.\,Pf.}$ oder nahe $57^1/_2$ Pferdekraft.

Da das Wasser auf diese Weise nicht mit der absoluten Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, weil dafür $c = V$ seyn müfste, während $c = \left(1 + \frac{r}{R}\right) V$, also $c > V$ ist; so entsteht von daher ein Verlust an Effect: $E' = \frac{\gamma M h}{2\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$. Im vorliegenden Beispiele beträgt dieser Verlust $4132^{F.\,Pf.}$ oder nahe $16^1/_2$ Procent des Nutzeffectes. Da jedoch der gesammte Verlust an Nutzeffect $= \gamma M h - E = \frac{\gamma M h}{1 + \frac{r}{R}} = 2 E'$, also doppelt so grofs ist, so folgt, dafs die eine Hälfte dieses Verlustes dadurch entsteht, dafs das Wasser nicht mit der Geschwindigkeit Null austritt, die andere Hälfte dagegen dem Umstande zugeschrieben werden mufs, dafs das Wasser nicht ohne Stofs und plötzliche Geschwindigkeitsänderung in das Rad eintritt, und auch während des Durchganges durch das Rad sonstige Störungen und Hindernisse in der Bewegung des Wassers Statt finden.

Theoretisch genommen liefert diese Turbine $\frac{100}{1 + \frac{r}{R}}$ Procent Nutzeffect, so, dafs dieser also für das gewöhnliche Verhältnifs von $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$ auf 75 Procent steigen sollte.

Um bei hohen Gefällen die nöthige Umfangsgeschwindigkeit herauszubringen, mufs man, wenn die Umlaufszahl nicht gar zu grofs werden soll, dem Rade einen gröfsern Durchmesser geben, als es sich mit der gewünschten Einfachheit und Wohlfeilheit desselben verträgt; aus diesem Grunde hat man in der neuesten Zeit mit sehr gutem Erfolge statt der auf die oben erwähnte Weise gekrümmten Radarme oder Canäle die ursprünglich *Segner*'schen Schenkel, welche sehr leicht die nöthige Länge erhalten können, angewendet, und dabei nur die Vorsicht gebraucht, dieselben am äufsern Ende, wo das Wasser ausfliefst, auf eine ähnliche Weise zu krümmen, wie diefs bei der hier beschriebenen Turbine der Fall ist. Der Umstand, dafs dabei das Wasser vom Mittelpuncte aus in radialer Richtung nach dem Umfange gehen mufs, scheint also keinen so nachtheiligen Einflufs auf den Effect des Rades auszuüben, wie man nach der Vorstellung, welche sich Herr *Whitelaw* von der Bewegung des Wassers in den Radcanälen macht, erwarten müfste.

Endlich kann in Beziehung auf die aus dem Rade ausfliefsende Wassermenge noch bemerkt werden, dafs diese, wenn die äufsere Peripheriegeschwindigkeit des Rades, wie oben bemerkt, $= \sqrt{2gh}$ ist, das Wasser dadurch allein schon (d. i. durch die Centrifugalkraft §. 400) eine Ausflufsgeschwindigkeit erlangt, welche der Höhe h zugehört; da nun die Druckhöhe des Wassers ebenfalls (selbst bei stillstehendem Rade) gleich h ist, so entspricht die wirkliche Ausflufsgeschwindigkeit der Höhe $2h$, und diese ist daher: $v = \sqrt{2g \cdot 2h} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2gh} = 1{\cdot}4 \sqrt{2gh}$. Practische Versuche haben gezeigt, dafs diese nur mit $1{\cdot}36 \sqrt{2gh}$ in Rechnung gebracht werden darf, wenn man damit die aus den Canälen oder Radarmen ausfliefsende Wassermenge bestimmen will.

Man findet die Anwendung dieser Schottischen Turbine bei hohen Gefällen und nicht sehr bedeutendem Wasserzuflufs (bis ungefähr 20 Kubikfufs per Secunde) am vortheilhaftesten.

Fourneyron'sche Turbine.

§. 407. Erklärung. Diese von dem französischen Ingenieur ***Fourneyron*** wesentlich verbesserte und im Jahre 1827 zum ersten Male ausgeführte Turbine ist der Hauptsache nach in Fig. 254 im verticalen und horizontalen Durchschnitte dargestellt. Das Rad selbst besteht aus einer gufseisernen tellerförmigen Scheibe mnm, auf deren horizontalem Rande m gekrümmte Blechschaufeln a vertical aufgesetzt und an ihrem obern Rande durch einen Blechring d festgehalten und zugleich bedeckt werden, so, dafs dadurch auf ähnliche Weise wie bei dem ***Poncelet***'schen Rade gekrümmte Radcanäle oder Zellen i gebildet werden, durch welche das am innern Umfange p eintretende Wasser durchströmen und an der äufsern Peripherie q austreten kann. Das Rad oder die genannte Schale mnm ist an einer verticalen Achse oder Spindel cc befestiget, welche unten auf einer Pfanne oder Spur e läuft und von oben durch ein Halslager gehalten wird; dabei geht diese Spindel durch ein Rohr oder eine Hülse ss, welche oben an einem Gestelle befestigt ist und sich unten allmälig in eine kreisrunde Fläche verläuft, welche mit der untern Radkrone oder dem Borde mm des Rades in einerlei Ebene liegt, und auf welcher rund herum krumme Blechschaufeln b zur Leitung des Wassers in das Rad nach bestimmten Richtungen vertical aufgesetzt und befestigt sind, und defshalb auch Leitcurven genannt werden.

In dem cylinderischen Spalt, welcher durch den Abstand der äussern Peripherie dieser Leitcurven und dem innern Umfange des Bordes mm des Rades entsteht, kann ein dünner gufseiserner Cylinder gg, welcher hier die Schütze bildet, vertical eingeschoben und nach Belieben mehr oder weniger aufgezogen werden, um das durch den Canal A in die

Maschine oder Radkammer eingeführte Wasser durch die auf diese Weise entstehenden gröſseren oder kleineren Austrittsöffnungen oder Canäle des Leitcurvenapparates in gröſserer oder geringerer Menge in das Rad zu leiten. Diese cylindrische Schütze wird durch 3 oder 4 Zugstangen *h*, *h*, welche oben einen entsprechenden einfachen Mechanismus erhalten, auf- und abgeschoben, und zwar kann, wenn diese so weit herabgelassen ist, daſs sie auf den Boden des Leitcurvenapparates *b b* aufsitzt, kein Wasser in das Rad treten, dagegen strömt das Wasser, sobald diese Schütze mehr oder weniger aufgezogen wird, aus dem Leitcurvenapparate nach den durch die Leitcurven *b* vorgeschriebenen Richtungen aus, gelangt in die Radcanäle *i* und treibt das Rad, indem es gegen die Radcurven *a* drückt, in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung um, worauf es am äuſsern Radumfange austritt und durch den Canal *B* abflieſst.

Bei hohen Gefällen bringt man anstatt des Zuleitungscanals *A* ein mit dem Cylinder *u u* in Verbindung stehendes guſseisernes Rohr an, welches bis gegen *c* hinaufreicht und oben mit einem Deckel geschlossen ist, durch welchen die Zugstangen der Schütze wasserdicht durchgehen.

§. 408. Wirkungsart dieser Turbine. Sobald die Schütze zum Theil oder gänzlich aufgezogen und das Rad bei seiner Bewegung in den Beharrungsstand gekommen ist, flieſst das Wasser aus dem Leitcurvenapparate mit einer Geschwindigkeit aus, welche je nach der Zahl und Gröſse der Leit- und Radcurvencanäle, so wie der Radgeschwindigkeit, gleich, gröſser oder kleiner ist als die der Gefällshöhe zugehörige Geschwindigkeit. Das Wasser wird hierauf sowohl durch den jener Geschwindigkeit, welche das Wasser nach dem Eintritte in den innern Radumfang noch besitzt, entsprechenden Druck, als auch durch die Centrifugalkraft durch das Rad durch- oder hinausgetrieben, dagegen durch die am äuſsern Radumfange Statt findende Pressung, welche vom Drucke der Atmosphäre, oder wenn das Rad im Unterwasser geht oder taucht, durch den atmosphärischen Druck, diesen um den der Tauchung entsprechenden hydrostatischen Druck vermehrt, herrührt, verzögert; jedenfalls aber rührt der Nutzeffect dieses Rades von dem Unterschiede her, welcher beim Durchgange des Wassers zwischen den Pressungen desselben auf die concaven und convexen Flächen der Radcurven oder Schaufeln Statt findet.

Wenn man übrigens der Meinung war, daſs diese Turbine hauptsächlich durch die Centrifugalkraft des Wassers betrieben werde, so beruhte dieses wohl nur auf einem Irrthume, indem die dem Wasser vom Rade aus (von den convexen Flächen der Schaufeln) mitgetheilte drehende Bewegung, wodurch jedoch eine nachtheilige Reaction auf das Rad entsteht, erst die Centrifugalkraft des Wassers und ein Druck auf die concave Fläche der Schaufeln erzeugt wird, und dieser aus der Centrifugalkraft entstehende Druck kann doch im günstigsten Falle nur eben so groſs als der Gegendruck auf die convexe Fläche der Schaufel, also durchaus nicht wirksam seyn.

§. 409. Nutzeffect dieser Turbine. Zieht man von der absoluten Wirkung des Wassers $\gamma M h$, wenn wie bisher M die zuflieſsende Wassermenge, h die Gefällshöhe und γ das Gewicht des Wassers (unter der cubischen Einheit) bezeichnet, die Effectsverluste ab, welche beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad, so wie ferner noch dadurch entstehen, daſs das Wasser, wenn es nicht ganz ruhig oder mit der Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, noch eine sogenannte lebendige Kraft oder eine gewisse Wirkung besitzt; so gibt der Rest wieder die gesuchte Nutzwirkung des Rades.

Bezeichnet man den äuſsern und innern Radhalbmesser beziehungsweise mit R und r, die Summe der Ausströmungsöffnungen am Leitcurvenapparate mit F, die Summe der Querschnitte der Radcanäle am innern Umfange mit F', so wie jene am äuſsern Umfange des Rades durch f, die Anzahl der Leitcurven mit n, jene der Radcurven mit n', den kleinsten Abstand zweier aufeinanderfolgender Leitcurven mit t, so wie zwischen zwei Radcurven mit t', die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitcurvenapparate austritt, mit C, die absolute Geschwindigkeit des äuſsern und innern Radumfanges mit v und v', die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radcurven beim Ein- und Austritt mit u' und u, die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, mit ω, die Contractionscoefficienten für den Austritt des Wassers aus dem Leitcurvenapparate und dem Rade mit k und k', den Winkel der mittlern Richtung des aus diesem Apparate austretenden Wassers mit dem innern Radumfange durch α, den Winkel, unter welchem die Radcurven den innern Umfang des Rades durchschneiden, mit β, so wie jenen der mittlern Richtung des aus dem Rade austretenden Wassers mit dem äuſsern Radumfange durch γ, die Gefällshöhe vom Oberwasserspiegel des Zuleitungscanales bis zur halben Höhe der Radcanäle, oder wenn das Rad im Wasser taucht, bis zum Unterwasserspiegel mit h, die Höhe der Schützenöffnung, d. i. die dem Schützenzuge entsprechende Höhe der Leitcurvencanäle mit d, so wie endlich die Höhe der Radcanäle mit d', so ist (nach der Entwicklung von *Redtenbacher* im oben angeführten Werke), wenn man Kürze halber

$$\frac{k'f}{kF} Sin\,\alpha - \frac{k'f}{F'} Sin\,\beta = a \quad \text{und} \quad \frac{k'f}{kF} Cos\,\alpha + \frac{k'f}{F'} Cos\,\beta = b$$

setzt, sofort der Effect dieser Turbine:

$$E = \gamma M h - \frac{\gamma M}{2g}\left[(b\,u - v')^2 + a^2 u^2\right] - \frac{\gamma M}{2g}(u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma) \ldots (1,$$

wobei das erste subtractive Glied den Effectverlust beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad und das zweite die Gröfse der lebendigen Kraft bezeichnet, welche das Wasser beim Austritt aus dem Rade noch besitzt, und daher für die Wirkung des Rades ebenfalls verloren geht.

Aufserdem ist noch

$$\omega^2 = u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma \ldots (2,$$

$$M = k\,C\,F \quad \text{und} \quad C = \frac{k'f}{kF} u.$$

§. 410. Gröfster Nutzeffect. Die Gleichung 1) zeigt, dafs der Effect am gröfsten, und zwar der absoluten Wirkung des Wassers gleich würde, wenn es möglich wäre die beiden vorhin genannten subtractiven Glieder durch eine eigenthümliche Construction des Rades und dessen vortheilhafteste Geschwindigkeit auf Null zu reduciren, d. h. wenn es möglich wäre den Leitcurvenapparat so wie die Radschaufeln so zu construiren, dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt und in diesem durchaus keine plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen erleidet, so wie endlich (alles conform mit dem im §. 366 und §. 374 Bemerkten) das Rad ohne alle Geschwindigkeit, und zwar in einem Puncte verläfst, welcher nicht höher als der Unterwasserspiegel liegt. Obschon sich aber diese Bedingungen bei dieser Turbine (dem einzigen bekannten Rade, wo diefs möglich ist) t h e o r e t i s c h genommen erfüllen lassen, so ist dieses dennoch in der Wirklichkeit wieder unmöglich und man mufs sich daher auch hier begnügen diesem vollkommenen Zustande so nahe als möglich zu kommen.

Setzt man nun die zwei vorhin genannten Glieder gleich Null, so erhält man aus diesen beiden Bedingungsgleichungen mit Combinirung der übrigen Relationen für die vortheilhafteste Wirkung dieses Rades:

$$\gamma = 0, \quad v' = \sqrt{\left(gh\frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\;Cos\,\alpha}\right)} \ldots (3,$$

$$\frac{Sin\,\beta}{Sin\,\alpha} = \frac{F'}{kF}, \quad \frac{k'f}{kF} = \frac{r}{R}\,\frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)},$$

ferner:

$$C = \sqrt{\left(gh\frac{Sin\,\beta}{Cos\,\alpha\;Sin\,(\alpha+\beta)}\right)} \ldots (4,$$

$$t' = \frac{kn}{k'n'} \frac{r}{R} \frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)} t \ . \ . \ . \ (5$$

und $d = d'$; außerdem ist noch allgemein: $v = \frac{R}{r} v'$.

Bei der practischen Ausführung dieser Turbine ist es am besten die vier Größen R, r, α, β schicklich anzunehmen und damit aus den vier ersten der vorigen Gleichungen die Werthe von γ, v', $\frac{F'}{F}$ und $\frac{f}{F'}$ zu bestimmen.

Nach den Versuchen und Beobachtungen von Professor *Redtenbacher* gewähren diese Turbinen den größten Nutzeffect, wenn die Geschwindigkeit $v' = {\cdot}707 \sqrt{\left(gh \frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\,Cos\,\alpha}\right)}$, oder wenn man nach dem Vorgange von *Fourneyron* $\beta = 90^0$ setzt, sofort $v' = {\cdot}5\sqrt{2gh}$ ist, so, daß nämlich die Geschwindigkeit des innern Radumfanges nur halb so groß als die der Gefällshöhe h zugehörige Geschwindigkeit ist. In der Praxis findet man diese vortheilhafteste Geschwindigkeit auch einfach dadurch, daß man das Rad bei gänzlich aufgezogener Schütze leer (d. i. ohne daß die Turbine einen Widerstand zu überwinden hat) umlaufen läßt, die Anzahl der Umläufe per Minute zählt, und von dieser Zahl die Hälfte nimmt.

Da übrigens bei den von *Fourneyron* erbauten Turbinen nahe $\alpha = 30^0$ und $\beta = 90^0$ ist, so hat man dafür aus der obigen Gleichung 4):

$$C = {\cdot}816\sqrt{2gh}.$$

§. 411. Bestimmungen der Hauptdimensionen dieser Turbine. Den innern Halbmesser r bestimmt man aus der Annahme, daß es am zweckmäßigsten sey, den innern horizontalen Querschnitt $r^2\pi$ der Wassermenge M proportional zu machen; da man nun den Beobachtungen zufolge als Mittelwerth $\frac{M}{r^2\pi} = 3{\cdot}51$ setzen kann, so folgt daraus $r = {\cdot}3\sqrt{M}$. Nach dieser Regel erhalten also alle Turbinen für dieselbe Wassermenge auch den nämlichen innern Halbmesser.

Die Wahl der Winkel α und β betreffend, so zeigt die Erfahrung, daß es am zweckmäßigsten sey, beiläufig $\alpha = 30^0$ und (was *Fourneyron* immer thut) $\beta = 90^0$ zu setzen, obschon man (wie *Redtenbacher* richtig bemerkt) eine kleinere Kranzbreite und eine schwächere Krümmung der Radschaufeln erzielt, wenn man nur $\beta = 60^0$ nimmt.

Zur Bestimmung von R läßt sich nach den Beobachtungen gut ausgeführter Turbinen das Verhältniß von $\frac{R}{r}$ nahe durch die Formel:

$$\frac{R}{r} = 1 + {\cdot}0065 \frac{\beta}{\sqrt[3]{r}}$$

finden, wobei r in Fufsen und β in Gradmafs ausgedrückt wird. Für $\beta = 90^0$ wird daher $\frac{R}{r} = 1 + \frac{\cdot 585}{\sqrt[3]{r}}$; bei den von ***Fourneyron*** gebauten Turbinen ist gewöhnlich $\frac{R}{r} = 1\cdot38$ bis $1\cdot5$.

Was die Anzahl der Leitcurven betrifft, so mufs diese immer zwischen gewissen Grenzen gehalten werden, indem durch die Vergröfserung dieser Zahl zwar das Wasser um so sicherer und in dünneren Schichten durch die Canäle geleitet, dagegen aber auch die von jeder einzelnen Curvenkante entstehende Störung des Wassers in demselben Mafse öfter wiederholt wird. ***Fourneyron*** nimmt in der Regel 24 bis 30 solcher Leitcurven an, so dafs das Verhältnifs $\frac{a'}{l}$ zwischen der gröfsten Höhe der Schützenöffnung und der äufsern Weite der Canäle, wovon die Leitungsfähigkeit eines Leitcurvencanales abhängt, zwischen 3 und 4·5 liegt. Herr ***Redtenbacher*** stellt mit Zuhilfenahme dieser vorhandenen Constructionen die empirische Formel auf: $\frac{a'}{l} = 2\left(1 + \frac{r}{3\cdot16}\right)$, wobei wieder (was hier durchaus der Fall ist) r in Fufsen ausgedrückt werden mufs.

In Betreff der Anzahl der Radcurven, wofür ***Fourneyron*** in der Regel 30 bis 36 nimmt, je nachdem die Räder kleiner oder gröfser sind, so kann man, ebenfalls empirisch, diese Zahl durch die Formel:

$$n' = 1\cdot2\, n \,Sin\, \beta$$

bestimmen, so, dafs für $\beta = 90^0$ sofort $n' = 1\cdot2\, n$ wird.

Was die Krümmung der Leit- und Radcurven betrifft, so wählt man die erstere so, dafs die Canäle nach aufsen hin eine schwache Convergenz erhalten, was man in der Regel dadurch erreicht, dafs man die Leitcurven nach einem Kreisbogen vom Halbmesser $\frac{1}{2} r$ ausführt. Bei grofsen Turbinen kann man sich mit noch mehr Vortheil irgend einer stetigen Curve bedienen, deren Krümmung von innen nach aufsen allmälig abnimmt. Für den Winkel, unter welchem die Leitcurve den innern Kreis der Schütze schneidet, kann man $25 - \frac{h}{3\cdot16}$ Grad nehmen, wobei h wieder in Fufsen auszudrücken ist.

Für die Radcurven kann man, wenn $\beta < 90^0$ und z. B. 60 Grad ist, einen einzigen Kreisbogen nehmen, den man jedoch so wählen mufs, dafs die Radcurve den äufsern Radumfang unter einem sehr kleinen Winkel schneidet (es darf nämlich gegen die Theorie, ohne Nachtheil, wie es auch immer geschieht, der Winkel γ etwas gröfser als Null seyn). Ist der Winkel $\beta = 90^0$, so setzt man die Radcurven aus zwei Kreisbögen zusammen, von denen der äufsere mit einem doppelt so grofsen Halbmesser als der innere beschrieben wird, dabei ist die Entfernung des Punctes, in welchem sich diese beiden Kreisbögen tangirend verbinden, vom Mittelpuncte des Rades um $1{\cdot}3\,r$ zu nehmen.

Um die äufsere Weite der Radcanäle, als eine wesentliche Dimension, zu finden, verzeichnet man (Fig. 255) zwei unmittelbar auf einander folgende Radcurven von unbestimmter Länge, zieht in einem Abstande $a\,b = t'$, dessen Werth man aus der obigen Gleichung findet, zu $h\,a\,l$ einen concentrischen Kreisbogen bis zum Durchschnitte mit der folgenden Radcurve; so bestimmt dieser Durchschnitt den Endpunct y dieser Radcurve; werden hierauf alle übrigen Radcurven eben so lang wie diese gemacht, so erhalten die sämmtlichen Canäle die gehörige äufsere Weite t'.

Um ferner auch noch die Höhe d' der Radcanäle zu erhalten, hat man, wenn M die gröfste Wassermenge bezeichnet, welche auf das Rad wirken soll, sofort $d' = \dfrac{M}{n\,t\,k\,C}$, wobei man n und t aus der Zeichnung erhält, und k je nach der Form eines Leitcurvencanales anzunehmen ist; in der Regel kann man $k = {\cdot}9$ bis 1 setzen, je nachdem $\alpha \lesseqgtr 24^0$ ist; k' dagegen kann immer mit $\cdot 9$ in die Rechnung genommen werden.

Um endlich auch noch die dem gröfsten Nutzeffecte entsprechende Umlaufszahl N der Turbine, welche man für die Ausmittlung der etwa nöthigen Transmission kennen mufs, zu bestimmen, wird man zuerst aus der obigen Gteichung 3 (des vorhergehenden Paragraphes) v' berechnen, und dann diese per Minute Statt findende Umlaufszahl N aus der Gleichung $N = 6{\cdot}75\,\dfrac{v'}{r}$ finden.

Obschon es nicht unmöglich scheint, den Nutzeffect bei dieser Turbine bis auf 90 Procent zu bringen, so wird man doch gut thun, diesen im Voraus (selbst bei der gelungensten Ausführung) nicht höher als zu 75 Procent in Anschlag zu bringen, und daher wenn die auf das Rad wirkende Wassermenge M nach der in Pferdekräften $\mathfrak{N}$ ausgedrückten Leistung, welche das Rad besitzen soll, zu bestimmen ist, diese aus der Formel $M = \dfrac{10\,\mathfrak{N}}{h}$ zu berechnen, wobei $\mathfrak{N}$ zu $430^{\text{F. Pf.}}$ angenommen ist und M in Kubikfufs gefunden wird.

In den meisten Fällen wird man sich mit den nachstehenden, theilweise nur genäherten, jedoch einfacheren Formeln begnügen können: $M = \dfrac{10\,\mathfrak{N}}{h}$,

$r = \cdot 3\sqrt{M}$, $C = \cdot 8\sqrt{2gh}$, $d' = \frac{M}{n\,t\,C}$ und (in der Voraussetzung von $\alpha = 30$ und $\beta = 90^\circ$) $N = 4\cdot 7\,\frac{\sqrt{2gh}}{r}$.

Beispiel. Es sey die Gefällshöhe $h = 6$ Fuſs und die per Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge $M = 40$ Kubikfuſs; so ist der innere Radhalbmesser $r = \cdot 3\sqrt{M} = 1\cdot 9$ Fuſs. Die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus den Leitcurvencanälen $C = \cdot 8\sqrt{2gh} = 15\cdot 4$ Fuſs. (Wäre nicht $\alpha = 30$, sondern z. B. $= 35^\circ$, so würde $C = 16\cdot 4$ Fuſs.)

Nimmt man vorläufig die Anzahl der Leitcurven $n = 30$, die Blechdicke zu ·2 Zoll an, so folgt aus der Zeichnung die Weite der Leitcurvencanäle $t = \cdot 156$ Fuſs $= 1\cdot 87$ Zoll, und damit ist die Höhe des Rades $d' = \frac{M}{n\,t\,k\,C} = \cdot 55$ Fuſs $= 6\cdot 6$ Zoll. Da nun bei dieser Annahme von $n = 30$ das Verhältniſs $\frac{d'}{t} = \frac{\cdot 55}{\cdot 156} = 3\cdot 5$ sehr nahe dem Werthe $2\left(1 + \frac{r}{3\cdot 16}\right) = 3\cdot 2$ gleich ist, so kann (obige Anmerkung) diese vorläufig angenommene Zahl der Leitcurven sofort beibehalten werden.

Es ist ferner $R = 1\cdot 473\,r = 2\cdot 8$ Fuſs. Die Anzahl der Radcurven ist $n' = 1\cdot 2\,n\,Sin\,\beta = 36$.

Ferner ist $t' = \frac{30}{26} \cdot \frac{1\cdot 9}{2\cdot 8} \cdot \frac{1\cdot 56}{\cdot 866} = \cdot 14$ Fuſs $= 1\cdot 68$ Zoll, so wie

$$N = \frac{4\cdot 7\sqrt{2gh}}{r} = 47\cdot 8,$$

wofür man die Zahl 48 nehmen wird.

Nach der Rechnung stellt sich der Nutzeffect dieser Turbine zu 90 Procent heraus.

Anmerkung. Auſser den beiden bisher behandelten Turbinen verdient noch jene von *Cadiat* eine besondere Erwähnung, bei welcher die Leitcurven weggelassen sind, dagegen aber auch schon nach der Theorie dabei das absolute Maximum der Wirkung nicht zu erreichen und der Nutzeffect jedenfalls geringer als bei der *Fourneyron*'schen Turbine ist. Es scheint, daſs man bei dieser Turbine, bei welcher es zwar möglich ist, das Wasser ohne Stoſs in das Rad treten zu lassen (während bei der *Fourneyron*'schen eine Störung entsteht, welche einen Effectverlust von beiläufig 10 Procent herbeiführt), dagegen aber die Geschwindigkeit des Wassers an dem äuſsern Ende fast doppelt so groſs als die äuſsere Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist, durchschnittlich nur auf einen Nutzeffect von 66 bis 70 Procent rechnen kann. Die *Cadiat*'sche Turbine hat mit der *Fourneyron*'schen den nicht unbedeutenden Vortheil gemein, daſs sie eben so wie diese ohne Nachtheil im Unterwasser tauchen kann, was besonders für kleine Gefällshöhen sehr vortheilhaft ist. Übrigens eignet sich die *Fourneyron*'sche Turbine am besten für ganz kleine und mittlere Gefällshöhen (bis ungefähr 35 à 40 Fuſs) und groſse Wassermengen, während die Schottische Turbine mehr bei grossen Gefällshöhen und kleinen Wasserquantitäten angezeigt ist. Bei sehr grofsen Gefällshöhen fällt nämlich die *Fourneyron*'sche Turbine sehr klein aus, und erhält daher eine bedeutende Rotationsgeschwindigkeit, wodurch die Transmission complicirter wird.

Ist die Wassermenge veränderlich, so hat die Schottische Turbine gegen die *Fourneyron*'sche, besonders wenn diese nicht durch horizontale Zwischenböden in mehrere Fächer (oder über einander liegende Radzellen) abgetheilt ist, wodurch es immer möglich wird, die Radcanäle der untern (beim kleinsten Wasserstande), der untern und nächst höhern (beim mittlern Wasserstande) u. s. w. Abtheilung voll zu erhalten, den Vorzug.

Schlüfslich kann noch bemerkt werden, dafs die Turbinen im Allgemeinen ein reineres Wasser (und darum die Schottische weniger als die *Fourneyron*'sche) als die übrigen Wasserräder zu ihrem ungehinderten Betriebe erfordern.

[Näheres, so wie auch eine Andeutung der *Jonval*'schen Turbine, findet man in dem oben angezogenen Werke von Professor *Redtenbacher*.]

Achtes Kapitel.

Von der Wassersäulenmaschine.

§. **412. Erklärung.** Bei einer geringen Wassermenge, dagegen einem sehr bedeutenden Gefälle, welches öfters 20 Klafter und darüber beträgt, führt man das Wasser in Röhren, dem sogenannten Fallrohre EF (Fig. 257), in einen liegenden oder gewöhnlicher stehenden Cylinder, den Treibcylinder AB, in welchem sich ein Kolben (Piston) b luft- und wasserdicht auf und ab bewegen kann, durch eine eigene Vorrichtung, die sogenannte Steuerung, abwechselnd ober und unter diesen Kolben, wodurch derselbe in Folge des hydrostatischen Druckes der im Fallrohre befindlichen Wassersäule abwechselnd ab- und aufwärts getrieben und durch diese oscillirende Bewegung entweder unmittelbar (wie so häufig in Bergwerken) ein Pumpensatz betrieben, oder indem diese oscillirende Bewegung nach einer der in §. 301 angeführten Methode in eine rotirende verwandelt wird, zum Betriebe anderer Maschinen benützt werden kann.

Was die erwähnte Steuerung betrifft, so besteht diese entweder in Hähnen, welche durch die Maschine selbst zur rechten Zeit umgedreht (gesteuert) werden, oder wie bei den neuern Maschinen in kleineren Kolben a, a', welche sich an einer gemeinschaftlichen Stange in einem kleinen Cylinder CD periodisch, und zwar ebenfalls durch den Gang