Wasserspiegel über derselben auf einer gewissen Höhe ruhig stehen bleibt (wodurch also durch die Öffnung eben so viel abfliefst als im Canale zufliefst), und auf den Ausflufs aus dieser Öffnung nach Umständen die Formeln in den §§. 327, 331 anwenden. Auf diese Weise bestimmen z. B. die französischen Brunnenmeister die ganz geringen Wassermengen durch den sogenannten Wasserzoll (§. 332).

Sechstes Kapitel.

Von dem Stofse des Wassers gegen eine Tafel oder Schaufel und dem Widerstande des Wassers gegen Körper, welche in denselben bewegt werden.

§. **352. Erklärung.** Der Stofs des Wassers unterscheidet sich von jenem eines festen Körpers gegen eine ruhende oder mit geringerer Geschwindigkeit ausweichende Tafel wesentlich dadurch, dafs bei diesem letztern die Wirkung des Stofses in einer nicht wahrnehmbar kleinen Zeit vollendet ist, während bei dem Stofse eines Wasserstrahls unendlich viele Wassertheilchen in einer ununterbrochenen Folge gegen die Tafel hindrängen, und Drücke (auf ähnliche Weise wie eine gespannte Feder gegen ein Hindernifs oder die Schwere auf einen ruhenden Körper wirkt) hervorbringen, so, dafs man den Wasserstofs, welchen man aus diesem Grunde auch den hydraulischen Druck nennt, mit dem Drucke eines Gewichtes (wie z. B. bei einer Wage, bei welcher das Wasser in die eine Schale fliefst, während in der andern das gleiche Gegengewicht liegt) vergleichen kann.

Man unterscheidet dabei den Stofs eines isolirten Strahles von dem Stofse im unbegrenzten und begrenzten Wasser oder in einem Gerinne.

§. **353. Stofs eines isolirten Wasserstrahles.** Ein Wasserstrahl stofse in der Richtung CF (Fig. 234) mit der Geschwindigkeit C gegen eine ebene Tafel AB unter einem Winkel $CfA = i$, welche senkrecht auf AB mit einer Geschwindigkeit v ausweichen soll. Zerlegt man die Geschwindigkeit C in zwei auf einander senkrechte Geschwindigkeiten V und v', wovon die erstere senkrecht auf die Tafel, die letztere daher mit dieser parallel ist; so hat man (§. 138), wenn $Ef = C$ abgeschnitten wird,

$$Em = C \sin i = V \ldots (r,$$

und $Eh = v'$, welche letztere Geschwindigkeit jedoch auf den Stofs keinen Einflufs hat. Die weitere Behandlung entspricht also auch dem Falle, in welchem der Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit V senkrecht gegen die fortwährend mit der Geschwindigkeit v nach derselben Richtung ausweichenden Tafel stöfst.

§. **354.** Ist nun $V > v$, so wird dadurch, dafs, wenn die Tafel hinreichend grofs ist, alles anstofsende Wasser von der Geschwindigkeit V auf jene v gebracht werden mufs, eine Action gegen die Tafel entstehen, welche eben die Wirkung des Wasserstofses ausmacht. Setzt man das per Secunde anstofsende Wasservolumen $= m$, also, wenn γ das Gewicht der kubischen Einheit, hier also das Gewicht von 1 Kubikfufs Wasser bezeichnet, das Gewicht der anstofsenden Wassermasse $= \gamma m$; so wäre, wenn diese Geschwindigkeitsänderung $V - v$ in der Masse γm nur allmälig Statt fände, die dadurch erhaltene oder vom Wasser ausgeübte Nutzwirkung oder Arbeit per Secunde (§. 186) $= \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2)$, da jedoch diese Änderung plötzlich, nämlich durch den Stofs geschieht, und beide Körper, das ist sowohl das Wasser als die Tafel als unelastisch anzusehen sind, so entsteht nach §. 201 (da man den Stofs hier so anzusehen hat, als wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit $V - v$ gegen die ruhende Tafel anstiefse, so ist für diese letztere in der Formel 4) die Masse $m' = \infty$ zu setzen) dadurch ein Verlust an lebendiger Kraft $= m\gamma(V - v)^2$, folglich an Effect oder Arbeit (§. 185) $= \frac{m\gamma}{2g}(V - v)^2$; es ist daher der übrig bleibende Theil an Effect, d. i. die sogenannte Nutzarbeit des Wasserstofses per Secunde, wenn man diesen durch Pv ausdrückt, wo P also den blofsen Wasserstofs (die Kraft desselben) bezeichnet: $Pv = \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2) - \frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, oder, wenn man reducirt:

$$Pv = \frac{\gamma m}{g} v (V - v) \ldots (d \quad \text{und} \quad P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \ldots (1.$$

Diese Gleichung d) kann man auch durch folgende Betrachtung finden. Die gesammte Arbeit des Wassers, nämlich $\frac{\gamma m V^2}{2g}$, besteht aus dem Nutzeffect Pv, dem durch den Stofs verlorenen Theil $\frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, und endlich jenem Theil der Wirkung, welchen das mit der Geschwindigkeit v von der

Tafel abfliefsende Wasser noch in sich besitzt, nämlich den Theil $\frac{\gamma m v^2}{2g}$,
so, dafs also $\frac{\gamma m V^2}{2g} = P v + \frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2 + \frac{\gamma m v^2}{2g}$, woraus durch Reduction wieder der vorige Ausdruck 1) entsteht.

§. 355. Da die Stauweite $a\,b$ immer dieselbe bleibt, so wird, während die Tafel mit der Geschwindigkeit v ausweicht, auch dieser Querschnitt $a\,b$ mit derselben Geschwindigkeit fort- oder der Tafel nachgehen, so, dafs wir ihn Kürze halber den beweglichen Querschnitt nennen können. Fliefst nun durch einen eben so grofsen unbeweglichen Querschnitt per Secunde das Wasservolumen M durch, so geht davon nur ein Theil m durch den beweglichen Querschnitt $a\,b$, und zwar ist $M : m = V : (V - v)$, also $m = \frac{M(V-v)}{V}$, so, dafs, wenn man diesen Werth in der vorigen Gleichung 1) substituirt, sofort auch

$$P = \frac{\gamma M}{g}\frac{(V-v)^2}{V} \ldots (2 \text{ ist.}$$

Diese Formel für den Wasserstofs unterscheidet sich von jener 1) wesentlich dadurch, dafs hier unter M die in jeder Secunde überhaupt durch einen unbeweglichen Querschnitt fliefsende Wassermenge, welche keinesweges auch gänzlich zum Stofse gelangt, dagegen in dem Ausdrucke 1) unter m die in jeder Secunde wirklich zum Stofse gelangende Wassermenge zu verstehen ist.

§. 356. Folgerungen.

1. Stöfst der Wasserstrahl normal gegen eine ruhende Tafel, so ist $C = V$ und $v = 0$, daher nach beiden Formeln 1) und 2) (wegen $M = m$)

$$P = \frac{\gamma m V}{g} \ldots (s.$$

Da für dieselbe Wassermenge und der Geschwindigkeit V' eben so $P' = \frac{\gamma m V'}{g}$ ist, so folgt
$$P : P' = V : V'.$$

2. Ist a der Querschnitt des Wasserstrahles in $a\,b$, so ist $m = a\,V$, folglich aus s) auch $P = \frac{a \gamma V^2}{g} = 2\gamma a \frac{V^2}{2g} = 2\gamma a h$, wenn h die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe ist.

Wäre a eine Bodenöffnung in einem bis auf die Höhe h mit Wasser gefüllten Gefäfse und die Tafel unmittelbar vor dieser Ausflufsöffnung angebracht, so würde der darauf wirkende hydrostatische Druck (§. 309) $= \gamma a h$ seyn; es ist also der sogenannte hydraulische Druck, vorausgesetzt, dafs das sämmtliche anstofsende Wasser seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, doppelt so grofs als der hydrostatische.

Die Erfahrung stimmt mit diesen Resultaten ganz gut überein, sobald die Tafel wenigstens 8 bis 10 Mal so grofs als die Ausflufsöffnung und von dieser um den 2 oder 3fachen Durchmesser der Öffnung entfernt ist.

Bildet die Tafel eine hohle Fläche, oder ist die ebene Tafel an ihren Rändern mit Leisten versehen, wodurch das Wasser von der Tafel nicht frei abfliefsen kann, so bringt dasselbe neuerdings einen Normaldruck gegen die Tafel hervor, dergestalt, dafs (wenn die Tafel horizontal liegt) der Stofs doppelt so grofs als im vorigen Falle, nämlich $P = 4\gamma a h$ werden kann.

3. Fliefst das Wasser aus derselben Öffnung a mit den verschiedenen Geschwindigkeiten V und V' aus, so wird $m = \gamma a V$ und $m' = \gamma a V'$, daher $P = \frac{\gamma a V^2}{g}$ und $P' = \frac{\gamma a V'^2}{g}$, also ist $P : P' = V^2 : V'^2$.

4. Stöfst der Wasserstrahl schief gegen die Tafel, und zwar unter dem Winkel i, so ist (§. 353, Gleich. r) $V = C \, Sin\, i$, folglich $P = \frac{\gamma m C \, Sin\, i}{g}$ (oder auch $= \frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$, wenn a den normalen Querschnitt des Wasserstrahles bezeichnet). Eben so ist unter gleichen Umständen für den Neigungswinkel i' sofort $P' = \frac{\gamma m C \, Sin\, i'}{g}$, daher

$$P : P' = Sin\, i : Sin\, i'.$$

Anmerkung. Nach *Duchemin* sollen die Beobachtungen besser mit der Formel $P = \frac{\gamma a C^2}{g} \frac{Sin\, i^2}{1 + Sin\, i^2}$ als mit der obigen $\frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$ übereinstimmen.

5. Kann die Tafel nicht normal auf ihre Fläche, sondern nur in der Richtung des anstofsenden Wasserstrahles ausweichen, so mufs die vorige Kraft P abermals in zwei Kräfte, in eine P' nach der Richtung des anstofsenden Wasserstrahls und in eine darauf senkrechte (welche dabei verloren geht) zerlegt werden; dadurch wird $P' = P \, Sin\, i = \frac{\gamma m C \, Sin\, i^2}{g}$, so, dafs sich also bei dieser Voraussetzung die Stofskräfte nicht mehr wie die einfachen Sinus, sondern wie ihre Quadrate verhalten.

6. Bewegt sich die Tafel dem Wasserstrahle mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist (§. 354, 1) $P = \frac{\gamma m}{g} (V + v) \; . \; . \; . \; (3.$

7. Weicht die Tafel in einer Richtung fF (Fig. 234), wofür Winkel $BfF = \alpha$ ist, mit der Geschwindigkeit c aus; so wird $v = c \, Sin\, \alpha$, und daher nach 1), §. 354 ganz allgemein:

$$P = \frac{\gamma m}{g} (C \, Sin\, i - c \, Sin\, \alpha) \, Sin\, \alpha \; . \; . \; . \; (4.$$

Für $c = 0$ und $\alpha = i$ erhält man wieder die obige in 5. angegebene Formel $P = \frac{\gamma m C}{g} Sin\, i^2$.

§. 357. Stofs und Widerstand im unbegrenzten Wasser. Stöfst das Wasser eines breiten Stromes gegen einen schmalen in der Mitte des Stromstriches befindlichen Körper, so ist die Wirkung eben so, als ob das Wasser unbegrenzt wäre. Obschon nun auch hier im Allgemeinen die obigen Formeln 1) und 2) (§§. 354, 355) gelten, so müssen sie doch durch Anbringung von Erfahrungscoefficienten modificirt werden.

Anmerkung. Es wird bis jetzt noch fast allgemein angenommen, dafs dieselbe Kraft nöthig sey, um einen Körper, z. B. ein Prisma oder einen Cylinder, nach der Richtung der Achse im ruhenden Wasser zu bewegen, als um den Körper fest zu halten, wenn sich das Wasser mit derselben Geschwindigkeit gegen diesen Körper in der nämlichen Richtung bewegt; obgleich schon *Dubuat* aus seinen Versuchen schliefsen zu dürfen glaubte, dafs der Widerstand des Wassers kleiner als der Stofs desselben sey, und zwar im Verhältnifs von 1·43 : 1·86 oder 1 : 1·3. Die neuesten Versuche von *Duchemin* geben dieses Verhältnifs für ebene Platten sogar wie 1 : 1·486; dieses nimmt ab, wenn die Länge des Prisma oder Cylinders zunimmt; ist die Länge dem Durchmesser gleich, so ist dieses Verhältnifs 1 : 1·153; ist die Länge 2, 3, 4 und 5 Mal so grofs als der Durchmesser, dann ist dieses Verhältnifs beziehungsweise 1 : 1·028, 1 : 1·003, 1 : ·9954 und 1 : ·9972; für gröfsere Längen nähert sich dieses Verhältnifs noch mehr jenem von 1 : 1, so, dafs also dabei dieser Unterschied ganz verschwindet.

§. 358. Stöfst das Wasser unter der vorigen Voraussetzung auf ein untergetauchtes Prisma, so entsteht durch die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden um das Prisma herum (abgesehen davon, dafs jetzt nicht mehr alles Wasser vom Querschnitte des Prisma seine Geschwindigkeit verliert oder auf jene des Prisma gebracht wird, indem ein Theil davon seitwärts ausweicht) auf die vordere und hintere Fläche oder Basis desselben nicht mehr wie im Stande der Ruhe derselbe hydrostatische Druck, sondern dieser wird vorne durch das Vorderwasser vermehrt und an der hintern Fläche durch das sogenannte Kielwasser vermindert. Die Seitenpressungen heben sich zwar gegenseitig auf, jedoch entsteht bei langen Prismen durch die Adhäsion des Wassers eine Verzögerung, welche dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist. Ragt der Körper über die Wasserfläche hervor, so bildet sich an der vordern Seite eine kleine Anstauung und läuft wie über einen Wasserberg längs der beiden Seitenflächen gegen die hintere Basis ab, wo dasselbe eine kleine Höhlung bildet; dadurch entsteht auch noch eine kleine Differenz im Niveau des Wassers vor und hinter dem Körper (die sogenannte Denivellation), welche dem Wasserstofse zu gute kommt oder diesen vergröfsert.

Alles das zusammengenommen kann man für gewöhnliche Geschwindigkeiten, wenn der Körper dem mit der Geschwindigkeit V normal anstofsenden Wasser mit der Geschwindigkeit v ausweicht, den Stofs im unbegrenzten Wasser durch

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V-v)^2 = k\gamma A h \ldots (1$$

ausdrücken, wenn A die Stofsfläche, h die der relativen Geschwindigkeit $V-v$ entsprechende Höhe, γ das Gewicht einer kubischen Einheit Wasser (also eines Kubikfufs, wenn A und h in Fufsen ausgedrückt werden) und k ein von der Form des gestofsenen Körpers abhängiger Erfahrungscoefficient ist.

Für ruhende Körper ist $v=0$, daher

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}V^2 = k\gamma A H \ldots (2,$$

wo H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Bewegt sich endlich der Körper dem anstofsenden Wasser selbst noch mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist die Gröfse des Stofses

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V+v)^2 \ldots (3.$$

Anmerkung. Obschon nach den hierüber angestellten Versuchen der Stofs auf dünne Platten bei der kreisförmigen Bewegung, wie z. B. auf die Schaufeln eines Wasserrades, nicht genau der Stofsfläche proportional ist, sondern in einem etwas gröfseren Verhältnifs mit dieser Fläche zunimmt, so kann man dennoch, da diese Abweichung nur gering ist, diese Proportionalität gelten lassen. Was ferner den schiefen Stofs anbelangt, so nimmt *Hutton*, um die Theorie mit der Erfahrung mehr in Übereinstimmung zu bringen, an, dafs derselbe nicht dem einfachen Sinus, d. i. $Sin\, i$, sondern $(Sin\, i)^{1\cdot842\, Cos\, i}$, *Duchemin* dagegen (wie bereits bemerkt), dafs er dem Bruche $\frac{Sin\, i^2}{1+Sin\, i^2}$ proportional sey.

§. 359. Was nun den Erfahrungscoefficienten k betrifft, so ist dieser, wie bereits bemerkt, in jenem Falle, in welchem das Wasser gegen den ruhenden Körper stöfst, von jenem etwas verschieden, in welchem der Körper im ruhenden Wasser bewegt wird; zugleich ändert sich derselbe nach dem Verhältnisse des Durchmessers der gestofsenen Grundfläche des Prisma oder Cylinders zur Länge desselben. Ist nämlich l die Länge und d der Durchmesser des Cylinders, oder $d=\sqrt{A}$ bei einem Prisma, auf dessen Grundfläche A der normale, d. i. mit der Länge l parallele Stofs Statt findet (oder in welcher Richtung im zweiten Falle das Prisma bewegt wird), so hat man für beide Fälle (den Stofs und den Widerstand): $P = k\gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (r$

und nach *Duchemin* für k folgende Werthe:

Verhältnifs $\frac{l}{d}$ der Länge des Körpers zu seinem Durchmesser.	Werthe von k für den Wasserstofs gegen ruhende Körper.	für den Widerstand im ruhigen Wasser.
·00	1·8636	1·2540
·50	1·8476	1·2690
1·00	1·4786	1·2824
1·25	1·4274	1·2888
1·50	1·3890	1·2946
1·75	1·3610	1·3004
2·00	1·3418	1·3058
2·25	1·3296	1·3110
2·50	1·3234	1·3158
2·67	1·3222	1·3200
2·75	1·3232	1·3210
3·00	1·3290	1·3252
4·00	1·3354	1·3416
5·00	1·3598	1·3560
6·00	1·3670	1·3680
7·00	1·3778	1·3786
8·00	1·3878	1·3880

Beispiel. Wird also z. B. ein Cylinder von 1 Fufs Durchmesser und 2 Fufs Länge im ruhigen Wasser nach der Richtung seiner Achse mit 5 Fufs Geschwindigkeit bewegt, so ist die hiezu nöthige Kraft nach der Formel 2) des vorigen Paragraphes, wegen $k = 1·306$, $\gamma = 56·5$, $A = \frac{1}{4} \times 3·1416 = ·7854$, $v = 5$ und $g = 31$, sofort $P = 1·306 \times 56·5 \times ·7854 \times 25 : 62 = 23·4$ Pfund.

Anmerkung 1. Der Widerstandscoefficient in der letzten Columne ist nach der Formel gefunden

$$k = ·627\left(1 + \frac{·227\, l}{9\, d + l}\right) \ldots (m,$$

jener der zweiten dagegen mittelst der Formel $k = 1·2618 - ·888\, n^2$, wobei n für die verschiedenen Werthe von $\frac{l}{d}$ das Verhältnifs der wirklichen

Ausflufsmenge zur theoretischen bei cylindrischen Ansatzröhren vom Durchmesser d und der Länge l bezeichnen; dabei ist für $\frac{l}{d} = 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ sofort $n = \cdot 6096, \cdot 6169, \cdot 7671, \cdot 8157, \cdot 8221, \cdot 8201, \cdot 8179, \cdot 8095, \cdot 8070, \cdot 8032, \cdot 7997$.

Anmerkung 2. Ist die Bewegung der Körper in der ruhenden Flüssigkeit nicht geradlinig, sondern kreisförmig, wie z. B. bei einer um eine Achse sich drehenden Tafel, einem oscillirenden Pendel u. dgl.; so nimmt der Widerstand in einem gröfsern Verhältnisse als die Fläche zu. Ist P der Widerstand bei der geradlinigen Bewegung, wenn alle Puncte des Körpers die Geschwindigkeit v haben und P' jene bei der kreisförmigen Bewegung auf den Mittelpunct des auf den beschriebenen Bogen normalen gröfsten Querschnittes A bezogen, wobei dieser Mittelpunct die vorige Geschwindigkeit v hat; ist ferner f der Abstand dieses Punctes von der Rotationsachse, s der Abstand dieses Punctes von dem Schwerpuncte jenes Theils des Querschnittes oder der Fläche A, welche von diesem Puncte aus gezählt gegen die Rotationsachse hin liegt, so wie endlich z eine lineare Gröfse, welche von der Form des Körpers abhängt, z. B. für eine ebene, auf dem Umdrehungskreise normal stehende Platte den Werth $\frac{1}{2}\sqrt{A}$; so setzt *Duchemin*, indem er alle vorhandenen Versuche benützt:

$$P' = P\left(1 + \frac{3 \cdot 2488\, z}{k\,(f - s)}\right) \ldots (x,$$

wobei noch k den vorigen Widerstandscoefficienten bezeichnet. Für $f = \infty$ wird die Bewegung geradlinig und, wie es seyn soll, $P' = P$.

Anmerkung 3. Ohne Rücksicht auf die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden läfst sich der Widerstand einer im ruhigen Wasser vertical eingetauchten Platte auf folgende Weise bestimmen.

Ist A der Flächeninhalt der rechteckigen, völlig eingetauchten Platte und h der Abstand des Schwerpunctes derselben vom Wasserspiegel, so ist im ruhigen Stande der Platte der hydrostatische Druck auf jede der beiden Flächen $P = \gamma A h$. Wird aber die Tafel nach einer auf die Fläche A normalen Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegt, so kommt bei der vordern Fläche zu diesem hydrostatischen Drucke noch jener hinzu, welcher der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, während dieser für die hintere Fläche gerade umgekehrt abgezogen werden mufs, so, dafs der Druck auf die Vorder- und Hinterfläche beziehungsweise $p = \gamma A\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)$ und $p' = \gamma A\left(h - \frac{v^2}{2g}\right)$, folglich der während der Bewegung der Tafel zu überwindende Druck $P = p - p' = 2\gamma A \cdot \frac{v^2}{2g}$ nämlich dem doppelten Gewichte eines Wasserprisma gleich ist, welches die Fläche A zur Basis und die der Geschwindigkeit v entsprechende Höhe zur Höhe hat. Für Geschwindigkeiten, für welche $\frac{v^2}{2g} \overline{\gtrless} h$ wird, ist p' Null oder negativ, zum Zeichen, dafs das Wasser der schneller ausweichenden Tafel nicht folgen kann, und dann ist der Widerstand $P = p$; ist dabei v so grofs, dafs man h gegen $\frac{v^2}{2g}$ auslassen kann, so wird $P = \gamma A \frac{v^2}{2g}$. Setzt man allgemein:

$$P = k \gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (a,$$

so ist zwischen den beiden hier angeführten Werthen von $k = 2$ und $k = 1$ jener $1{\cdot}5$ der mittlere; die obige Tabelle gibt dafür $k = 1{\cdot}254$.

Nach *Campaignac* erfährt eine Tafel von 1 Quadratmeter, welche im Wasser mit 1 Meter Geschwindigkeit bewegt wird, einen directen Widerstand, welcher zwischen 50 und 60 Kilogramme liegt. Für den ersten Werth wäre (obige Gl. a) $50 \times 1{\cdot}78567 = \frac{k \times 56{\cdot}5 \times (3{\cdot}16533)^2 \times (3{\cdot}16533)^2}{62}$ sofort $k = {\cdot}9760$ und für den letztern $k = 1{\cdot}1712$, so, dafs also der Mittelwerth daraus $k = 1{\cdot}0736$ wäre.

Wird die Tafel nicht senkrecht auf die Fläche A, sondern schief, und zwar unter dem Winkel α bewegt, so kann man nach *Duchemin* den Widerstand mit hinreichender Genauigkeit durch die Formel:

$$P = \frac{2 . k \gamma A v^2}{2g} \; \frac{Sin\, \alpha}{1 + Sin\, \alpha^2} \ldots (y$$

ausdrücken, wobei k den obigen Werth $1{\cdot}254$, und wenn das Wasser gegen die Tafel stöfst, jenen $1{\cdot}8636$ besitzt. (Genauer ist es, wenn man den vorigen Ausdruck noch mit $1 - \frac{Sin\, \alpha\, Cos\, \alpha}{6{\cdot}48} + \frac{Cos\, \alpha^2}{3{\cdot}52}$ multiplicirt.)

§. 360. Widerstand einiger von krummen Flächen begrenzter Körper. Bei Voraussetzung, dafs der Widerstand eines Flächenelementes dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels mit der Bewegungsachse proportional sey, findet man durch höhere Rechnung für den Widerstand einer Kugel vom Halbmesser r, welche im ruhigen Wasser mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, $P = \frac{2}{3} k \gamma A \frac{v^2}{2g}$, wobei $A = r^2 \pi$ die gröfste Kreisfläche und k den Widerstandscoefficient einer dünnen Platte bezeichnet, so, dafs also der Widerstand der Kugel nur $\frac{2}{3}$ von jenem dieser gröfsten Kreis- oder Projectionsfläche beträgt. Nach Andern kommt $\frac{19}{30}$ statt $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; nach *Duchemin* beträgt der Widerstand der Kugel $\frac{2}{5}$ von jenem des herumbeschriebenen Cylinders. Nach der ersten Hypothese ist $\frac{2}{3} k = \frac{2}{3} \times 1{\cdot}254 = {\cdot}828$ (k ist nach der Tabelle in §. 359 zu nehmen), nach der zweiten ist $\frac{19}{30} k = {\cdot}7942$, nach der dritten des *Duchemin* ist $\frac{2}{5} k = \frac{2}{5} \times 1{\cdot}2824$

$= \cdot 513$, was auch mit den Versuchen von ***Borda***, ***Vince*** und ***Hutton*** gut übereinstimmt. Nach ***Eytelwein's*** Versuchen wäre dieser Coeffizient $= \cdot 7886$.

Für einen geraden Kegel, dessen Erzeugungslinie mit der Achse den Winkel α bildet, und dessen Grundfläche $= A$ ist, findet man nach ***Duchemin***, wenn die Bewegung nach der Achse, und zwar mit der Spitze voraus Statt findet, den Widerstand $P = k \gamma A \frac{v^2}{2g} Sin\, \alpha$, wobei k aus der obigen Tabelle für das zwischen dem Durchmesser und der Höhe des Kegels Statt findende Verhältnifs zu nehmen ist.

Für einen Cylinder von derselben Basis und Höhe wäre $P' = k \gamma A \frac{v^2}{2g}$, und da diefs zugleich auch der Widerstand des Kegels ist, wenn er mit seiner Grundfläche vorausgeht, so ist zwischen diesen Positionen $P : P' = Sin\, \alpha : 1$, ein Verhältnifs, welches durch die Versuche nicht nur für den Kegel, sondern auch für das dreiseitige Prisma bestätigt wird, wenn es im ruhenden Wasser einmal mit der Kante, in welcher sich die beiden gleichen Rechtecke schneiden (die unter einander den Flächenwinkel 2α bilden) und einmal mit einer Grundfläche voraus bewegt wird.

Anmerkung. Es ist merkwürdig, dafs bei vollkommen eingetauchten Körpern der Widerstand nur von der Form des Vordertheils und dem Verhältnifs der Länge zum Durchmesser, und keineswegs auch von der Form des Hintertheiles abhängt, während diese letztere bei nur zum Theile eingetauchten schwimmenden Körpern einen wesentlichen Einflufs hat, wie diefs namentlich im Schiffbau bekannt ist.

Nach *Bossut's* Versuchen ist für gut geformte Schiffe in der obigen Formel 2), §. 358, wobei A den eingetauchten gröfsten Querschnitt des Schiffes bezeichnet, der Widerstandscoefficient $k = \cdot 16$. Nach *Barlow's* neuesten Versuchen ist dieser für die fein gebauten Schiffe noch bedeutend kleiner, und zwar im Durchschnitt $= \frac{1}{17} = \cdot 059$, so dafs also

$$P = \cdot 059\, \gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (b$$ ist.

Sind das Vorder- und Hintertheil eines Schiffes nach Kreisbögen vom Halbmesser r gekrümmt, oder bezeichnet für andere Krümmungen r den mittlern Krümmungshalbmesser, ist ferner b die Breite des Schiffes zwischen den parallelen Seiten, und zwar am Wasserspiegel gemessen, l die Länge des Schiffes zwischen den Parallelen, c der Umfang vom eingetauchten gröfsten Querschnitte des Schiffes und v die Geschwindigkeit des Schiffes in Fussen per Secunde; so kann man nach *Tredgold* den Widerstand des Schiffes im ruhigen Wasser näherungsweise durch die Formel ausdrücken:

$$P = cv^2 [n b + \cdot 0032 (l + m b)] \ldots (s,$$

wobei das englische Mafs und Gewicht zum Grunde liegt und die Coefficienten n und m für verschiedene Werthe von r, diese in halben Schiffsbreiten ausgedrückt, die nachstehenden Werthe haben. Für $r = 1$, $1^1/_4$, $1^1/_2$, $1^3/_4$, 2, $2^1/_4$, $2^1/_2$, $2^3/_4$, 3, 4, 5, 6, 7, 8 halbe Schiffsbreiten ist beziehungsweise: n = ·245, ·188, ·146, ·120, ·101, ·086, ·075, ·067, ·060, ·041, ·032, ·025, 021, ·018 und m = ·500, ·545, ·580, ·616, ·650, ·680, ·710, ·740, ·770, ·870, ·955, 1·05, 1·13, 1·20.

So wäre z. B. für $b = 22$, $l = 80$, $c = 31$ und $v = 10$ Fufs englisch, ferner $r = 4$ halbe Schiffsbreiten: $P = 3780$ Pfund englisch, folglich die per Secunde nöthige Arbeit, um das Schiff mit dieser Geschwindigkeit fortzuziehen, $E = Pv = 37800^{\text{F. Pf.}} = \frac{37800}{550} = 68{\cdot}7$ Pferdekraft.

§. 361. Stofs im begrenzten Wasser. Bewegt sich das Wasser in einem Gerinne gegen eine ausweichende Tafel oder Schaufel und ist der Zwischenraum zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden so gering, dafs das sämmtliche durch den Querschnitt ab (Fig. 236) fliefsende Wasser auf die Geschwindigkeit der Schaufel herabgebracht wird; so gilt für den Stofs derselbe Ausdruck, welcher (§§. 354 und 355) für jenen eines isolirten Wasserstrahls gefunden wurde; es ist nämlich

$$P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \quad \text{oder} \quad P = \frac{\gamma M}{g V}(V - v)^2$$

je nachdem man die dem kubischen Inhalte nach ausgedrückte Wassermenge m, welche in jeder Secunde wirklich zum Stofse gelangt, oder jene M in Rechnung bringt, welche durch einen unbeweglichen Querschnitt geht, und daher nicht sämmtlich zum Stofse kömmt.

Anmerkung. Je nachdem die Zwischenräume zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden gröfser oder kleiner sind, mufs auch der vorige Werth von P noch mit einem kleinern oder gröfsern eigentlichen Bruche multiplicirt werden.

§. 362. Effect oder Wirkung des Wasserstofses. Da der Stofs des Wassers P auf die mit der Geschwindigkeit v ausweichende Tafel oder Schaufel übertragen wird, so ist die Arbeit oder Wirkung derselben per Secunde $E = Pv$, folglich, wenn man für P die vorigen Werthe setzt, auch:

$$E = \frac{\gamma m v}{g}(V - v) \; . \; . \; . \; (1 \quad \text{oder} \quad E = \frac{\gamma M v}{g V}(V - v)^2 \; . \; . \; . \; (2,$$

und da E sowohl für $v = 0$ als auch $v = V$ Null wird, so mufs es für v einen zwischen diesen Grenzen liegenden Werth geben, wofür E am gröfsten wird. Man findet für diese vortheilhafteste Geschwindigkeit aus der Formel 1) $v = \frac{1}{2} V$ (da nämlich die Summe aus v und $V - v$ constant, nämlich gleich V ist, so wird bekanntlich das Product daraus am gröſsten, wenn beide Factoren gleich groſs sind), und aus jener 2) $v = \frac{1}{3} V$; so daſs also mit diesen Werthen der gröſste Effect oder das Maximum der Arbeit im ersten Falle durch $E = \frac{\gamma m V^2}{4g} = \frac{1}{2} \gamma m H$, und im letztern durch $E = \frac{4}{27} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{8}{27} \gamma M H$ ausgedrückt wird, wenn man die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe mit H bezeichnet.

Anmerkung. Da die Schwerkraft in der von der Höhe H herabfallenden Wassermasse γm die Arbeit $\gamma m H$ erzeugt oder ansammelt, die Nutzwirkung davon aber in dem allergünstigsten Falle nur $\frac{1}{2} \gamma m H$ beträgt; so geht selbst in diesem Falle noch durch den Stoſs die Hälfte der Wirkung verloren.

Siebentes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

§. 363. Einleitung. Unter den verschiedenen Mitteln das Wasser als Betriebskraft nutzbar zu machen, nehmen die Wasserräder, theils wegen ihrer leichtern Ausführbarkeit und theils auch wegen des Vortheils, daſs sie unmittelbar eine continuirliche rotirende Bewegung um eine Achse erzeugen, den ersten Rang ein. Bei ihrer Anwendung kommt es jedoch darauf an, die Arbeit, welche die Schwere in dem Betriebswasser als ersten Motor hervorbringt, so viel wie möglich ungeschmälert auf das Rad als zweiten Motor oder Aufnehmer der Kraft (welcher gewöhnlich §. 278 als erster Motor angesehen wird) zu übertragen. Wir schicken daher einige allgemeine Bemerkungen voraus.

§. 364. Fallhöhe des Aufschlagwassers. Ist P das Gewicht des in 1 Secunde zuflieſsenden Wassers und fällt dasselbe von der Höhe H herab, oder besitzt es überhaupt eine Geschwindigkeit V, welcher dieser Höhe entspricht, so daſs $H = \frac{V^2}{2g}$ ist, so ist die in derselben enthaltene dynamische Kraft oder Wirkung (§. 184) $= PH^{\text{F. Pf.}}$, wenn man den Fuſs und das Pfund als Einheiten nimmt.

Bei der Schätzung der dynamischen Kraft des auf ein Rad wirkenden Wassers versteht man unter H den Höhenunterschied zwischen dem Wasserspiegel im obern und jenem im untern Gerinne, und nennt diese