

Röhrenleitung und R der Krümmungshalbmesser für die betreffende Krümmung ist, die zur Überwindung dieses Hindernisses nöthige Widerstandshöhe

$$h'' = 121 \frac{v^2 r}{g R} \left(2 - \frac{r}{R} \right) \dots (t)$$

setzen, ein Werth jedoch, welcher im Vergleiche der übrigen Widerstände ohne Weiters vernachlässigt werden darf, wenn man nur scharfe Krümmungen vermeidet, d. h. R groß genug nimmt.

Mit Rücksicht auf alle diese Widerstände würde also die obige Formel v') (§. 344) übergehen in

$$h + (b - b') - \frac{v^2}{2g} = 4A \frac{l}{d} v^2 + h' + h'' \dots (u,$$

wenn man unter h' die Summe aller aus den Verengungen, und unter h'' jene aus den Biegungen der Leitung entspringenden Widerstandshöhen versteht.

Viertes Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen die obere Wandfläche einer Röhrenleitung.

§. 347. Denkt man sich zuerst eine horizontale Röhrenleitung, in welcher das Wasser voll läuft, dabei keine Hindernisse Statt finden, und die obere Wasserlinie (der Scheitel der Röhrenleitung) um die Tiefe H unterm Wasserspiegel des Reservoirs liegt, aus welchem die Leitung gespeist wird, so fließt, wenn die Leitung an ihrem Ende ganz offen ist, das Wasser mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$ aus, ohne daß es gegen den obern Theil oder den Scheitel der Röhrenwand den mindesten Druck ausübt, so, daß die Röhre oben eben so gut wie bei einem Canale offen seyn könnte.

Verschließt man dagegen das Ende der Leitung, so erleidet jeder Punct dieses obern Theils der Röhre einen Druck von unten nach oben, welcher dieser Druckhöhe H entspricht, so, daß wenn man an verschiedenen Puncten der Länge der Leitung verticale Röhren aufsetzte, welche mit den Leitungsröhren communiciren, das Wasser in jeder derselben so hoch steigen würde, daß es mit dem Wasserspiegel des Reservoirs in einerlei Horizont oder Niveau läge.

Verschließt man dagegen das Ende der Leitung nur zum Theil, so daß also die Ausflußöffnung nur verengt wird, so fließt das Wasser zwar wieder (da indefs von allen Widerständen abgesehen wird) mit der oben bezeichneten Geschwindigkeit V aus, allein in der Leitung selbst

bewegt es sich, wenn F der Querschnitt der Röhre und f jener der Ausmündung ist, mit der kleinern Geschwindigkeit $v = \frac{f}{F} V$, wozu also nur die Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ erforderlich ist, so, daß die noch übrig bleibende Höhe $H - h = \mathfrak{S}$ dem Drucke entspricht, welchen der oberste mit der Röhrenachse parallele Streifen (der Scheitel) der Leitung von unten nach oben zu erleiden hat (natürlich ist der Druck auf den untersten Streifen oder die Sohle noch um das Gewicht des darüber fließenden Wassers größer), und hierin besteht der zuerst von *Bernoulli* ausgesprochene und erwiesene (auch für nicht horizontale Leitungen geltende) Satz: daß der Druck, welchen das in einer Röhrenleitung fließende Wasser gegen irgend einen Punct der Röhrenwand ausübt, gleich sey der wirklichen Druckhöhe für diesen Punct, vermindert um jene Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher das Wasser in der Leitung fließt.

§. 348. Obschon der eben ausgesprochene Satz durch die in der Röhrenleitung Statt findenden Hindernisse und Widerstände, welche von der Adhäsion, den Verengungen, Biegungen u. s. w. herrühren, modificirt wird; so bleibt er dennoch im Wesentlichen derselbe, indem diese Widerstände nur dahin wirken, die vorhin in Rechnung gebrachte Höhe \mathfrak{S} zu vermindern. Es muß nämlich an was immer für einer Stelle der Leitung, an welcher der Widerstand (welcher bei der Einmündung oder am Anfange der Leitung Null ist und gegen die Ausmündung hin mit der Länge der Röhrenleitung proportional zunimmt) der Widerstandshöhe oder Wassersäule z entspricht, die ursprüngliche Druckhöhe H nicht bloß wie vorhin um $h = \frac{v^2}{2g}$, sondern auch noch um diese Höhe z vermindert werden, um jene Höhe \mathfrak{S} zu erhalten, welche den Druck des Wassers gegen jenen Punct der Röhrenwand mißt; es ist nämlich für diesen Punct der Leitung

$$\mathfrak{S} = H - h - z \dots (m,$$

wobei der veränderliche Werth von z mit der Länge der Leitung von der Ein- bis zur Ausmündung, und zwar von Null bis (Gleichung u , §. 346) $4A \frac{l}{d} v^2 + h' + h''$ zunimmt, wenn l die ganze Länge der Röhrenleitung ist, so, daß man für irgend einen Punct der Leitung, dessen Abstand von der Einmündung $= l'$ ist, in diesen letztern Ausdruck

nur l' statt l setzen darf; dabei ist es gleichgiltig, ob die Röhrenleitung horizontal, oder in einer schiefen Ebene, oder endlich auch wellenförmig liegt, immer wird der an irgend einer Stelle der Leitung Statt findende Wasserdruck gegen die Röhrenwand einer Wassersäule entsprechen, deren Höhe \mathfrak{H} gefunden wird, wenn man von dem lothrechten Abstände H dieses Punctes von dem Niveau des Wasserspiegels des Behälters oder Reservoirs, aus welchen die Leitung gespeist wird, die Höhe h , welche der Geschwindigkeit v , mit welcher das Wasser in der Leitung fließt, zukommt, und noch die dieser Stelle entsprechende Widerstandshöhe z abzieht. Fände außerdem auf den Wasserspiegel des Behälters noch ein besonderer Druck Statt, welcher jenem einer Wassersäule von der Höhe B [= $b - b'$ in u), §. 346] gleich ist, so müßte der vorige Werth von \mathfrak{H} noch um diese Gröfse B vermehrt werden.

Anmerkung 1. Ist die Leitung am untern Ende offen, so ist an dieser

Stelle die Widerstandshöhe $z = H - \frac{v^2}{2g} = H - h$; ist an irgend einer Stelle der Leitung, welche von der Einmündung um die Länge l' ab-

steht, die entsprechende Widerstandshöhe $z' (= 4A \frac{l'}{d} v^2 + h' + h')$,

so ist $z - z' = H - h - z'$ und nach der Gleichung m), wenn man z' statt z schreibt, die Höhe, welche dem Drucke des Wassers gegen die Röhrenwand an dieser Stelle entspricht, ebenfalls $\mathfrak{H} = H - h - z'$, so, daß also $\mathfrak{H} = z - z'$ ist, d. h. der Druck des Wassers gegen die Röhrenwand an irgend einer Stelle der Leitung ist auch gleich jener Kraft, welche erforderlich ist, um die Widerstände in der Röhre zwischen der gedrückten Stelle und der Ausmündung zu überwinden.

Hieraus folgt von selbst, daß bei einer am untern Ende ganz offenen Leitung der Druck gegen die Röhrenwand an dieser Stelle gleich Null ist. Setzt man an verschiedenen Puncten der Leitung, welche als geradlinig angenommen werden soll, lothrechte Röhren auf, welche mit der Leitung communiciren, so werden, wie bereits bemerkt, wenn die Leitung am untern Ende geschlossen ist, die sämtlichen Wasserspiegel in diesen lothrechten Röhren in der durch den Wasserspiegel des Behälters in der Richtung der Leitung gezogenen Horizontallinie liegen. Ist das Ende der Leitung ganz oder auch nur zum Theil offen, und fließt das Wasser in derselben mit der Geschwindigkeit v , wofür die entsprechende Höhe = h ist, so würden diese Wasserspiegel, wenn in der Röhre keine Widerstände vorhanden wären, ebenfalls in einer horizontalen Linie liegen, welche jedoch um die Gröfse h tiefer als die vorige liegt; zieht man von dem Puncte, wo diese letztere Horizontale die durch den Anfang der Leitung gehende lothrechte Linie schneidet, an den Endpuncte der Leitung eine gerade Linie, so bezeichnet diese geneigte Gerade die Höhen der einzelnen Wassersäulen, welche dem Röhrendrucke in dem Falle entsprechen, in welchem die Wi-

derstände berücksichtigt werden, und die Leitung unten offen ist; trägt man endlich, wenn die Leitung am untern Ende nicht ganz offen, sondern verengt ist, die dem dadurch entstehenden Widerstande entsprechende Wassersäulenhöhe auf die durch diesen Endpunct gezogene lothrechte Linie auf und verbindet diesen erhaltenen Punct mit dem vorhin genannten in der durch den Anfang der Leitung gehenden lothrechten liegenden Punct durch eine gerade Linie, so bezeichnet jetzt diese die Höhe der an den verschiedenen Puncten der Leitung aufsteigenden Wassersäulen, welche sofort an jeder betreffenden Stelle (die Leitung mag horizontal, geneigt oder wellenförmig liegen) den Wasserdruck gegen die Röhrenwand messen.

Anmerkung 2. Setzt man an irgend einer Stelle der Leitung eine verticale Röhre auf, welche mit der Leitungsröhre communicirt, so wird sich das Wasser in derselben bis auf die Höhe \mathfrak{H} erheben und so den Wasserdruck anzeigen oder messen, welcher an dieser Stelle der Leitung Statt findet, weshalb eine solche Röhre Piezometer genannt wird. Da aus der obigen Relation $m) z = H - (\mathfrak{H} + h)$ folgt, so sieht man leicht, wie sich mittelst eines solchen Piezometers auch die irgend einer Stelle der Leitung entsprechende Widerstandshöhe z durch Beobachtung bestimmen läßt; schließt man nämlich zuerst die Ausflußöffnung der Leitung, so steigt das Wasser in dem Piezometer bis auf die Höhe H , welche man an dem Instrumente oder der Röhre bemerken kann; macht man hierauf die Ausflußöffnung auf, so fällt das Wasser in dem verticalen Rohre um $H - \mathfrak{H} = h + z$, so, daß man von dieser am Instrumente leicht zu messenden Höhe nur noch die Geschwindigkeitshöhe h abzuziehen hat, um die gesuchte Widerstandshöhe z zu erhalten.

Aus dem bisher Entwickelten ergibt sich, daß der Druck des fließenden Wassers in einer Röhre, diese mag dabei was immer für eine Lage haben, immer kleiner als der hydrostatische Druck des ruhigen Wassers sey, und zwar ist derselbe um das Gewicht einer Wassersäule, deren Höhe der Geschwindigkeit des fließenden Wassers entspricht, vermehrt um die Widerstandshöhe, geringer als der hydrostatische Druck.

Bei Bestimmung der Röhrenstärke muß man jedoch darauf Rücksicht nehmen, daß bei einem plötzlichen Schließsen der ganzen oder eines Theils der Leitung die Röhren nicht nur den größern hydrostatischen Druck auszuhalten haben, sondern daß dieses plötzliche Anhalten des in Bewegung befindlichen Wassers auch noch einen Stofs gegen die Röhrenwand erzeugt, welcher dieselbe zersprengen kann.

Anmerkung 3. Um den Druck q auf die Flächeneinheit, z. B. auf 1 Quadratfuß der Röhrenleitung an irgend einer Stelle zu finden, darf man nur \mathfrak{H} in Füssen ausgedrückt für diese betreffende Stelle aus der obigen Formel $m)$ bestimmen, um damit diesen Druck in Pfunden $q = 56.5 \mathfrak{H}$ zu erhalten. Wie bereits bemerkt, ist für das offene Ende der Leitung \mathfrak{H} also auch $q = 0$.