Thores, welches die beiden Kammern von einander trennt, wobei das dritte, nämlich das Oberthor geschlossen ist. Das Wasser fällt nun in der obern und steigt in der untern Kammer (weil die untere durch die obere gefüllt wird) so lange, bis es in beiden Kammern gleich hoch steht, worauf das Mittelthor geöffnet und das Schiff in die obere Kammer eingeführt wird.

Es soll nun die Zeit bestimmt werden, binnen welcher das Wasser von dem Augenblicke an, in welchem die Schütze gezogen wird, in beiden Kammern gleich hoch steht, wenn für die obere Kammer (aus einem wirklichen Falle genommen) $A = 2051{\cdot}6$ Quadratfuſs, $h = 13$ Fuſs, und für die untere $A' = 2152$ Quadratfuſs, $h' = {\cdot}75$ Fuſs (wenn nämlich die Zeit von jenem Augenblicke an gezählt wird, in welchem der Wasserspiegel in dieser Kammer den Mittelpunct der Schützenöffnung erreicht hat), endlich für beide neben einander befindlichen Schützenöffnungen zusammen $a = 12\frac{1}{2}$ Quadratfuſs und (da nach einigen, übrigens noch nicht allgemein bestätigten Beobachtungen, der Contractionscoefficient von zwei unmittelbar neben einander liegenden Schützenöffnungen etwas kleiner seyn soll) $n = {\cdot}55$ genommen wird. Nach der vorigen Formel erhält man für die gesuchte Zeit:

$$T = \frac{{\cdot}254 \times 2051{\cdot}6 \times 2152 \sqrt{12{\cdot}25}}{{\cdot}55 \times 12{\cdot}5 \times 4203{\cdot}6} = 135{\cdot}8 \text{ Sec.}$$

oder nahe 2 M. 16 Sec. Die wirklich beobachtete Zeit war 2 M. 29 Sec.

Drittes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

§. 342. Einleitung. Bewegt sich das Wasser in einer horizontalen oder geneigten Röhre FC oder EC (Fig. 232), welche von einem Reservoir gespeist wird, dessen Wasserspiegel AB um $CD = h$ über dem Mittelpunct der Ausfluſsöffnung des Rohrs liegt, so flieſst es keinesweges, wie es seyn müſste, wenn keine Hindernisse vorhanden wären, mit der der Druckhöhe h entsprechenden Geschwindigkeit aus, sondern diese ist bedeutend, und zwar um so kleiner, je länger das Rohr oder die Röhrenleitung ist. Auch nimmt das Wasser in einer geneigten Leitung, obschon es darin (§. 147) eine gleichförmig beschleunigte Bewegung haben sollte, sehr bald eine gleichförmige Bewegung an, welches ebenfalls beweist, daſs bei einer gewissen Geschwindigkeit die Widerstände an der Röhrenwand so groſs sind, daſs dadurch, wenn einmal diese Geschwindigkeit erreicht ist, jede weitere Beschleunigung aufgehoben wird.

§. 343. Ist nun v die wirkliche Ausfluſsgeschwindigkeit, also $\frac{v^2}{2g}$

die zugehörige Geschwindigkeitshöhe, folglich nach den vorigen Bemerkungen kleiner als h; so ist

$$h - \frac{v^2}{2g} = z \; . \; . \; . \; (n$$

jene Höhe, welche durch die Hindernisse oder den Widerstand erschöpft und daher auch Widerstandshöhe genannt wird; ist nämlich m die Wassermasse, so ist mz die von den Widerständen in der Zeiteinheit absorbirte Arbeit.

Da der Widerstand der Röhrenwand, soweit diese vom Wasser benetzt wird, mit der Länge, und wenn das Wasser voll fliefst, d. h. wenn die Röhre ganz ausgefüllt ist, mit dem innern Umfang der Röhre zunimmt, dagegen mit der Querschnittsfläche der Röhre abnimmt, weil dieser Widerstand in keiner eigentlichen Reibung wie bei festen Körpern besteht, sondern aus der Adhäsion der benetzten Fläche, die sich in abnehmender Progression den übrigen gegen die Achse der Röhre zu liegenden Wassertheilchen mittheilt, herrührt, so vertheilt sich dieser vom Umfange ausgehende Widerstand auf alle Theilchen des Querschnitts, so dafs also auf die Flächeneinheit davon ein um so kleinerer Theil kommt, je gröfser der Querschnitt ist; ferner müssen, wenn z. B. das Wasser die doppelte Geschwindigkeit erhält, in derselben Zeit nicht nur doppelt so viele Wassertheilchen, sondern diese auch noch mit der doppelten Geschwindigkeit vom Umfange oder der Röhrenwand losgerissen werden, was einen vierfachen, d. h. im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verursacht; endlich bringt auch noch die Klebrigkeit des Wassers einen eigenen Widerstand hervor, welcher der einfachen Geschwindigkeit proportional, und daher (im Vergleiche zur quadratischen) erst dann merkbar ist, wenn die Geschwindigkeit kleiner als $\frac{1}{4}$ Fufs wird, bei gröfsern Geschwindigkeiten jedoch gegen den vorigen im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verschwindet.

§. **344.** Diesen Bemerkungen zufolge können, wenn l die Länge der Röhrenleitung, a ihr innerer Querschnitt, u der Umfang oder das Wasserprofil und A, B zwei constante, aus der Erfahrung zu bestimmende Coefficienten bezeichnen, diese Röhrenwiderstände auch durch $z = \frac{Aul}{a}(v^2 + Bv)$ ausgedrückt werden, so, dafs man durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit dem vorigen n) (im vorhergehenden Paragraphe) und durch die Voraussetzung von cylindrischen Röhren vom lichten Durchmesser d, wodurch $u = d\pi$ und $a = \frac{1}{4}d^2\pi$ wird, sofort erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}(v^2 + Bv) \ldots (m.$$

Was dabei die Coefficienten oder Constanten A und B betrifft, so sind diese nach *Aubuisson* und *Couplet* auf den Wiener Fuſs bezogen, welcher also bei allen nachstehenden Formeln zum Grunde gelegt wird:

$$A = \cdot 00010827 \quad \text{und} \quad B = \cdot 174,$$

folglich ist auch

$$h - \cdot 01613\, v^2 = \cdot 000433\, \frac{l}{d}(v^2 + \cdot 174\, v) \ldots (1.$$

Ist m die in jeder Secunde durch die Röhrenleitung flieſsende Wassermenge, so ist $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$, also $v = \frac{4m}{d^2 \pi} = 1{\cdot}2733\, \frac{m}{d^2}$, und daher auch

$$h - \cdot 02615\, \frac{m^2}{d^4} = \cdot 000702\, \frac{ml}{d^5}(m + \cdot 1366\, d^2) \ldots (2.$$

Für Geschwindigkeiten von v gröſser als 2 Fuſs kann in der Formel m) das Glied mit der ersten Potenz von v in der Anwendung ohne Fehler ausgelassen werden, wofür man dann die einfachere Formel erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p.$$

Dabei nimmt man, um noch einigermaſsen auszugleichen, A etwas gröſser, nämlich $A = \cdot 0001135$, so, daſs dadurch

$$h - \cdot 01613\, v^2 = \cdot 000454\, \frac{l}{d} v^2 \ldots (3$$

oder durch die per Secunde durchflieſsende Wassermasse m (dem Volumen nach) ausgedrückt, auch

$$h - \cdot 02615\, \frac{m^2}{d^4} = \cdot 000736\, \frac{m^2 l}{d^5} \ldots (4$$

erhält.

Anmerkung 1. Fände auf den obern Wasserspiegel des Reservoirs ein Druck Statt, welcher auf die Flächeneinheit bezogen $= P$ ist, ferner eben so gegen die Ausfluſsöffnung ein Druck P', und sind b und b' die Höhen von Wassersäulen, deren Gewichte (bei einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt) diesen Drücken P und P' gleich sind; so ist statt p) noch allgemeiner:

$$h + b - b' - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p'.$$

Der bei allen Wasserleitungen vorkommende Höhenunterschied zwischen der Ein- und Ausmündung ist übrigens niemals so bedeutend, daſs die Verschiedenheit des Luftdruckes einen Einfluſs hätte, so daſs also dabei immer $b' = b$ gesetzt werden kann.

Anmerkung 2. Findet bei der Einmündung des Rohrs in das Reservoir eine Contraction Statt, so sollte eigentlich, wenn n der betreffende Contractionscoefficient ist (§. 322, Gleich. α) $\frac{v^2}{2gn^2}$ statt $\frac{v^2}{2g}$ gesetzt werden; allein da dieser Einfluſs schon bei der Bestimmung der Werthe von A, B mit berücksichtigt ist, so braucht man auf diese Contraction keine Rücksicht mehr zu nehmen.

Anmerkung 3. Da der erste Theil der obigen Gleichung (3 nichts anders als die Widerstandshöhe z ist [vergleiche Gl. u) in §. 343], so folgt auch $z = \cdot000454 \frac{l}{d} v^2$, oder wenn man die zu v gehörige Höhe mit h' bezeichnet, also $h' = \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{62}$ setzt, auch

$$z = \cdot02815 \frac{l h'}{d} \;...\; (q,$$

wofür man in vielen Fällen ganz einfach

$$z = \cdot03 \frac{l h'}{d} \;...\; (q'$$

setzen darf.

Anmerkung 4. Nach den Versuchen von *Gerstner* wäre

$$h - \frac{v^2}{2g} = \frac{l}{45\,d}\left(\frac{v^2}{2g} + \frac{v}{100\sqrt{d}}\right).$$

§. 345. Aus den Gleichungen 3) und 4) erhält man

$$v = 46\cdot95 \sqrt{\left(\frac{h\,d}{l + 35\cdot5\,d}\right)} \;...\; (5$$

und

$$m = 36\cdot86 \sqrt{\left(\frac{h\,d^5}{l + 35\cdot5\,d}\right)} \;...\; (6,$$

oder wenn die Leitung so lang ist, daſs man $35\cdot5\,d$ gegen l auslassen kann, einfacher:

$$v = 46\cdot95 \sqrt{\frac{h\,d}{l}} \;...\; (7 \quad \text{und} \quad m = 36\cdot86\,d^2 \sqrt{\frac{h\,d}{l}} \;...\; (8.$$

Endlich folgt aus 6)

$$h = \cdot000736 \frac{m^2}{d^5} (l + 35\cdot5\,d) \;...\; (9,$$

oder für sehr lange Leitungen:

$$h = \cdot000736 \frac{m^2 l}{d^5} \;...\; (10.$$

Beispiel 1. Der lichte Durchmesser einer $764\frac{1}{2}$ Klafter langen Röhrenleitung beträgt 9·48 Zoll und die Druckhöhe 16·83 Fuſs; wie viel Wasser liefert diese Leitung per Secunde?

Hier ist, da alles in Fuſsen ausgedrückt werden muſs, $d = \cdot79$, $h = 16\cdot83$ und $l = 4587$, folglich nach der Formel 6) die per Secunde ausfliefsende Wassermenge $m = 1\cdot235$ Kubikfufs. Nach der vereinfachten Formel 8) wäre $m = 1\cdot238$.

Die allgemeine Gleichung (2 würde dieses Wasserquantum etwas weniges kleiner, nämlich zu $1\cdot222$ Kubikfufs gegeben haben. Ohne allen Widerstand, mit Ausnahme des Contractionscoefficienten bei der Einmündung (wofür man $n = \cdot82$ nimmt), wäre $m = 12\cdot984$, also nahe 13 Kubikfufs oder mehr als das 11fache.

Die Widerstandshöhe z ist hier $= 16\cdot84$ Fufs, so, dafs von der vorhandenen Druckhöhe h nur $\cdot098$ Fufs als wirksame Druckhöhe übrig bleibt, in Folge welcher das Wasser mit $2\cdot467$ Fufs Geschwindigkeit austritt, während es sonst, aus einem kurzen Ansatzrohre, mit sehr nahe $26\frac{1}{2}$ Fufs Geschwindigkeit ausfliefsen würde.

Beispiel 2. Eine $399\frac{1}{6}$ Klafter lange Röhrenleitung soll bei einer vorhandenen Druckhöhe von $3\cdot1635$ Fufs per Secunde eine Wassermenge von $2\cdot816$ Kubikfufs fortführen, wie grofs mufs der lichte Durchmesser der Röhren genommen werden?

Hier ist $m = 2\cdot816$, $h = 3\cdot1635$ und $l = 2395$, folglich nach der Formel 8), wenn man daraus d bestimmt:

$$d = \cdot236 \sqrt[5]{\frac{l m^2}{h}} = 1\cdot345 \text{ Fufs oder } 16\cdot14 \text{ Zoll.}$$

Nach der allgemeinen Formel 2) würde man (durch ein ziemlich weitläufiges Verfahren) $d = 1\cdot36$ Fufs gefunden haben.

§. 346. Ist die Röhrenleitung an ihrem untern Ende nicht völlig offen, sondern durch einen Hahn (sogenannten Wechsel), ein Mundstück u. dgl. verengt, so mufs man, wenn v' die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers ist, in dem ersten Theil der obigen Gleichung 1) (§. 344), welcher die Widerstandshöhe ausdrückt, v' statt v setzen. Ist die verengte Mündung wie gewöhnlich kreisförmig und e ihr Durchmesser, so wie n der entsprechende Contractionscoefficient, so ist $v' : v = d^2 : n e^2$, also $v' = \frac{d^2}{n e^2} v = 1\cdot2733 \frac{m}{n e^2}$ (wegen $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$) und daher, wenn dieser Werth, wie gesagt, oben substituirt wird:

$$h - \cdot02615 \frac{m^2}{n^2 e^4} = \cdot000702 \frac{m l}{d^5} (m + \cdot1366\, d^2) \quad . . . (11.$$

Für Geschwindigkeiten unter 2 Fufs erhält man wieder analog mit den obigen Gleichungen:

$$m = 36\cdot86 \sqrt{\left(\frac{h d^5}{l + 35\cdot5 \frac{d^5}{n^2 e^4}}\right)} \quad . . . (12,$$

$$d = \cdot23625 \sqrt[5]{\left(\frac{l m^2}{h - \cdot0261 \frac{m^2}{n^2 e^4}}\right)} \quad . . . (13,$$

$$e = \cdot 402\, d \sqrt[4]{\left(\frac{m^2 d}{n^2(h d^5 - \cdot 000736\, l m^2)}\right)} \ldots (14.$$

B e i s p i e l. Wie grofs mufs bei der im ersten Beispiele des vorigen Paragraphes angenommenen Röhrenleitung die in eine dünne Platte, welche am Ende der Leitung angebracht wird, gebohrte Öffnung seyn, wenn per Secunde nur $\frac{1}{2}$ Kubikfufs Wasser ausfliefsen soll?

Für dieses Beispiel ist $l = 4587$, $d = \cdot 79$, $h = 16\cdot 83$, $m = \cdot 5$ und $n = \cdot 62$, folglich nach der Formel 14) der Durchmesser der kreisrunden Öffnung: $e = \cdot 1863$ Fufs oder nahe $2\frac{1}{4}$ Linie.

A n m e r k u n g. Findet in der Röhrenleitung überhaupt irgendwo eine Verengung Statt, so entsteht wegen der dadurch eintretenden Contraction immer ein Widerstand, und daraus ein Verlust an wirksamer Druckhöhe, also auch an lebendiger Kraft, wefshalb solche Verengungen möglichst vermieden werden sollen. Sind D und d die Durchmesser der Röhre und der Verengung, V und v die Geschwindigkeiten, welche das Wasser darin annehmen mufs, so ist (§. 186) die nöthige Wirkung, um das Wasser von der kleinern Geschwindigkeit V auf die gröfsere v zu bringen, $\omega = m\left(\frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}\right)$, soll nun diese Wirkung durch die Druckhöhe h' erzeugt werden, so mufs auch $m h' = \omega$ seyn, woraus sofort

$$r)\quad h' = \frac{v^2 - V^2}{2g} \text{ folgt.}$$

Da nun aber auch $m = \frac{1}{4} D^2 \pi V = \frac{1}{4} d^2 \pi n v$, folglich $V = \frac{4m}{D^2 \pi}$ und $v = \frac{4m}{n d^2 \pi}$ ist, so wird, wenn man in r) substituirt:

$$h' = \frac{\cdot 811\, m^2}{g}\left(\frac{1}{n^2 d^4} - \frac{1}{D^4}\right) \ldots (s.$$

So oft also eine solche Verengung in der Leitung vorkommt, so oft mufs auch die entsprechende Widerstandshöhe h' im zweiten Theile der obigen Gleichung p) (§. 344) hinzugefügt werden (wodurch also die Austrittsgeschwindigkeit $\frac{v^2}{2g}$ noch weiter vermindert wird). Tritt übrigens das Wasser aus einem weitern in ein engeres Rohr, ohne wieder in ein weiteres überzugehen, so ist damit aufser der Contraction, die bei langen Leitungen, wofür der Coefficient nahe $= 1$ wird, unbedeutend ist, kein weiterer Verlust an lebendiger Kraft verbunden.

Findet bei der Röhrenleitung eine K r ü m m u n g Statt, so wird in dieser das Wasser, da es an dem convexen Theile der Röhre eine gröfsere und am concaven Theile eine kleinere Geschwindigkeit annehmen mufs, als es in der Achse besitzt, hin und her geworfen, und überhaupt in seiner regelmäfsigen Bewegung gestört, wodurch ein neues Hindernifs herbeigeführt wird.

Nach *Dubuat's* Versuchen kann man, wenn r der lichte Halbmesser der

Röhrenleitung und R der Krümmungshalbmesser für die betreffende Krümmung ist, die zur Überwindung dieses Hindernisses nöthige Widerstandshöhe

$$h'' = \cdot 121 \frac{v^2}{g} \frac{r}{R} \left(2 - \frac{r}{R}\right) \quad \ldots \text{(}t$$

setzen, ein Werth jedoch, welcher im Vergleiche der übrigen Widerstände ohne Weiters vernachläſsigt werden darf, wenn man nur scharfe Krümmungen vermeidet, d. h. R groſs genug nimmt.

Mit Rücksicht auf alle diese Widerstände würde also die obige Formel p') (§. 344) übergehen in

$$h + (b - b') - \frac{v^2}{2g} = 4A \frac{l}{d} v^2 + h' + h'' \quad \ldots \text{(}u,$$

wenn man unter h' die Summe aller aus den Verengungen, und unter h'' jene aus den Biegungen der Leitung entspringenden Widerstandshöhen versteht.

Viertes Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen die obere Wandfläche einer Röhrenleitung.

§. 347. Denkt man sich zuerst eine horizontale Röhrenleitung, in welcher das Wasser voll läuft, dabei keine Hindernisse Statt finden, und die obere Wasserlinie (der Scheitel der Röhrenleitung) um die Tiefe H unterm Wasserspiegel des Reservoirs liegt, aus welchem die Leitung gespeist wird, so flieſst, wenn die Leitung an ihrem Ende ganz offen ist, das Wasser mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$ aus, ohne daſs es gegen den obern Theil oder den Scheitel der Röhrenwand den mindesten Druck ausübt, so, daſs die Röhre oben eben so gut wie bei einem Canale offen seyn könnte.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung, so erleidet jeder Punct dieses obern Theils der Röhre einen Druck von unten nach oben, welcher dieser Druckhöhe H entspricht, so, daſs wenn man an verschiedenen Puncten der Länge der Leitung verticale Röhren aufsetzte, welche mit den Leitungsröhren communiciren, das Wasser in jeder derselben so hoch steigen würde, daſs es mit dem Wasserspiegel des Reservoirs in einerlei Horizont oder Niveau läge.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung nur zum Theil, so daſs also die Ausfluſsöffnung nur verengt wird, so flieſst das Wasser zwar wieder (da indeſs von allen Widerständen abgesehen wird) mit der oben bezeichneten Geschwindigkeit V aus, allein in der Leitung selbst