Zweiter Abschnitt.

Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem freien Ausflusse des Wassers aus Gefäfsen.

a) Ausflufs bei *constanten* Druckhöhen.

§. 321. Ausflufs aus Boden- oder horizontalen Öffnungen. Bringt man in einem, beiläufig wie $ABCDEF$ (Fig. 221) geformten Gefäfse, welches bis auf die Höhe AB mit Wasser gefüllt ist und auf dieser Höhe erhalten wird, in der obern Wand EF eine Öffnung a an, so springt der Erfahrung und den Versuchen zufolge das Wasser aus dieser Öffnung nahe bis b, d. i. nahe bis auf die Höhe AB des Wasserspiegels, und der Wasserstrahl würde (wie man mit Grund annehmen darf und theoretisch nachweisen kann) ohne die an der Öffnung Statt findende Reibung und den Widerstand der Luft (so wie des zurückfallenden Wassers) diese Höhe AB genau erreichen, so, dafs man sofort zu der Annahme berechtigt ist, dafs das Wasser aus der Öffnung a mit einer Geschwindigkeit austrete, welche (§. 143) der Fallhöhe BF, d. i. dem Abstande des Wasserspiegels von der Ausflufsöffnung zukommt. Da nun dasselbe auch für jede in dieser Schichte GF, wenn das Gefäfs an dieser Stelle durch einen Boden begrenzt ist, angebrachte Öffnung o gilt, so hat man, wenn die Höhe des Wasserspiegels über der Bodenöffnung $on = h$ ist, für die Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers (immer bei unverändertem Wasserspiegel AB) nach §. 142,

$$v = \sqrt{2gh} = 7 \cdot 874 \sqrt{h} \; . \; . \; . \; (m.$$

Ist nun a die Gröfse der Ausflufsöffnung, so ist die in jeder Secunde ausfliefsende Wassermenge (als ein Wasserprisma von der Grundfläche

a und Höhe v) $m' = a v = a\sqrt{2gh}$, folglich jene Wassermenge, welche in der Zeit t (binnen t Secunden) ausfliefst, $M' = at\sqrt{2gh}$. Man nennt diese Wassermenge die theoretische oder hypothetische, weil sie immer gröfser als die wirklich ausfliefsende Wassermenge ist. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt darin, dafs entweder, wie bei Öffnungen in dünnen Wänden, der Querschnitt des austretenden Wasserstrahls kleiner als der Querschnitt a der Öffnung, oder wie bei Öffnungen in dicken Wänden oder prismatischen, also auch cylindrischen Ansatzröhren, das Wasser mit einer Geschwindigkeit ausfliefst, welche kleiner als v, d. i. als jene ist, welche der Druckhöhe h entspricht, oder endlich auch, dafs beide genannten Umstände zugleich eintreten; diese entspringen aus dem Widerstande der Luft, der Anziehung der Gefäfswand, der Klebrichkeit des Wassers, und endlich aus einer innern Bewegung desselben, besonders gegen die Öffnung zu, wodurch eine Verengung oder Contraction des Wasserstrahls entsteht.

§. **322.** Um daher die theoretische Wassermenge M' in die wirkliche M zu verwandeln, mufs man die erstere noch mit einem aus der Erfahrung zu bestimmenden Coefficienten n, welcher immer kleiner als die Einheit ist, den sogenannten Contractions- oder richtiger Reductionscoefficienten multipliciren, so, dafs man also für die wirkliche Ausflufsmenge aus einer Bodenöffnung bei constantem Wasserspiegel den Ausdruck erhält:

$$M = nat\sqrt{2gh} \quad . \; . \; . \; (1.$$

Anmerkung. Die Eigenschaft, dafs das Wasser aus irgend einer Öffnung mit jener Geschwindigkeit ausfliefse, welche der Druckhöhe, vom Wasserspiegel bis zur Öffnung, entspricht, d. i. jener Geschwindigkeit, die ein durch diese Höhe herabfallender Körper erlangt, und welche aufser theoretischen Betrachtungen auch durch das Ausfliefsen aus sehr kleinen Seitenöffnungen in verschiedenen Höhen nachgewiesen werden kann, wurde schon von *Toricelli* entdeckt, wefshalb dieser Satz auch der *Toricelli*'sche heifst. Da die Natur der Flüssigkeit hierauf keinen Einflufs hat, so fliefst Alkohol oder Quecksilber mit derselben Geschwindigkeit wie das Wasser aus, wenn die Druckhöhe dabei dieselbe bleibt.

Wirkt aufser der Schwere noch eine Kraft auf den Wasserspiegel AB, welche die Geschwindigkeit v' erzeugt, und ist h' die zugehörige Höhe $\left(\text{d. i. } v' = \sqrt{2gh'} \text{ oder } h' = \frac{v'^2}{2g}\right)$, so darf man in der vorigen Formel (1 nur $h + h'$ statt h setzen, um die unter dieser Bedingung ausfliefsende Wassermenge zu finden. Da die Luft (wenn die Druckhöhe h

nicht sehr bedeutend ist) mit gleicher Kraft sowohl auf den Wasserspiegel als gegen die Ausflufsöffnung drückt, so hebt sich dieser Luftdruck auf und kommt dabei nicht weiter in Betracht; würde dagegen das Gefäfs in einen luftleeren Raum ausmünden, während der Wasserspiegel dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt bleibt, so würde der Luftdruck allerdings in Rechnung kommen müssen.

Fliefst das Wasser in das Gefäfs aus einem Reservoir und hat es dadurch schon die Geschwindigkeit v' gegen die Öffnung, so mufs man in der obigen Formel (1 $h + \frac{v'^2}{2g}$ statt h setzen.

Da nach den zahlreichen Versuchen unter übrigens gleichen Umständen für verschiedene Druckhöhen h und den entsprechenden Geschwindigkeiten v, der Bruch $\frac{v}{\sqrt{2gh}} = n$ ziemlich constant ist, so folgt $v = n\sqrt{2gh}$, und damit wieder wie oben $M = nat\sqrt{2gh}$, so wie auch

$$h = \frac{v^2}{2n^2g} \;.\;.\;. \;(a.$$

§. 323. Tabelle für die Fallgeschwindigkeiten. Zur Ersparung der Rechnung aus der Formel $v = \sqrt{2gh}$ sind in der nachstehenden Tabelle die Geschwindigkeiten v für die nachstehend gegebenen, von Zoll zu Zoll bis 20 Fufs fortlaufenden Fallhöhen h, und zwar ebenfalls in Zollen ausgedrückt, berechnet.

h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.
1	27·28	21	125·00	41	174·65	61	213·03
2	38·58	22	127·94	42	176·77	62	214·76
3	47·24	23	130·81	43	178·86	63	216·50
4	54·55	24	133·63	44	180·93	64	218·21
5	60·99	25	136·38	45	182·98	65	219·91
6	66·81	26	139·08	46	185·00	66	221·59
7	72·17	27	141·73	47	187·00	67	223·27
8	77·15	28	144·33	48	188·98	68	224·93
9	81·83	29	146·89	49	190·94	69	224·57
10	86·26	30	149·40	50	192·87	70	228·21
11	90·47	31	151·87	51	194·79	71	229·83
12	94·49	32	154·30	52	196·69	72	231·45
13	98·35	33	156·69	53	198·58	73	233·05
14	102·06	34	159·05	54	200·41	74	234·64
15	105·64	35	161·37	55	202·29	75	236·22
16	109·06	36	163·66	56	204·13	76	237·79
17	112·46	37	165·92	57	205·93	77	239·35
18	115·72	38	168·14	58	207·73	78	240·90
19	118·90	39	170·34	59	209·52	79	242·44
20	121·98	40	172·51	60	211·28	80	243·97

h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.
81	245·49	121	300.04	161	346·10	201	386·71
82	247·00	122	301·28	162	347·17	202	387·67
83	248·50	123	302·51	163	348·24	203	388·63
84	249·99	124	303·74	164	349·31	204	389·59
85	251·48	125	304·96	165	350·37	205	390·54
86	252·95	126	306·18	166	351·43	206	391·49
87	254·42	127	307·39	167	352·49	207	392·44
88	255·88	128	308·60	168	353·54	208	393·39
89	257·33	129	309·80	169	354·59	209	394·33
90	258·77	130	311·00	170	355·64	210	395·27
91	260·20	131	312·19	171	356·68	211	396·21
92	261·63	132	313·38	172	357·73	212	397·15
93	263·04	133	314·57	173	358·76	213	398·09
94	264·46	134	315·75	174	359·76	214	399·02
95	265·86	135	316 92	175	360·83	215	399 95
96	267·25	136	318·10	176	361·86	216	400·88
97	268·64	137	319·26	177	362·89	217	401·81
98	270·02	138	320·42	178	363·91	218	402·73
99	271·40	139	321·58	179	364·93	219	403·65
100	272·76	140	322·74	180	365·95	220	404·58
101	274·12	141	323·89	181	366·97	221	405·49
102	275·48	142	325·03	182	367·98	222	406·41
103	276·83	143	326·18	183	368·98	223	407·32
104	278·17	144	327·32	184	370·00	224	408·24
105	279·50	145	328·45	185	371·00	225	409·15
106	280·83	146	329·58	186	372·00	226	410·05
107	282·15	147	330·71	187	373·00	227	410·96
108	283·47	148	331·83	188	374·00	228	411·86
109	284·77	149	332·95	189	374·99	229	412·77
110	286·08	150	334·07	190	375·98	230	413 67
111	287·38	151	335·18	191	376·97	231	414·57
112	288·67	152	336·29	192	377·95	232	415·46
113	289·95	153	337·39	193	378·93	233	416·36
114	291·23	154	338·49	194	379·92	234	417·25
115	292·51	155	339·59	195	380·89	235	418·14
116	293·78	156	340·68	196	381·87	236	419·03
117	295·04	157	341·77	197	382·84	237	419·92
118	296·30	158	342·86	198	383·81	238	420 80
119	297·55	159	343·94	199	384·78	239	421·68
120	298·80	160	345·02	200	385·75	240	422·56

§. 324. Gröfse des Reductionscoefficienten.

Der in der obigen Formel (1 eingeführte Coefficient n hat für verschiedenen gestaltete Öffnungen oder Mündungen, auch verschiedene Werthe, welche man für die Anwendung tabellarisch zusammenstellt.

Befindet sich die Ausflufsöffnung in einer dünnen Wand, wie in Fig. 222, so beschreiben die Wassertheilchen im Innern des Gefäfses in der Nähe der Öffnung krumme Linien, und werden gegen diese Öffnung gleichsam wie zu einem Anziehungspuncte hingezogen, wodurch eine Convergenz der Wasserfäden entsteht, die auch noch außerhalb der Öffnung bis auf eine kurze Strecke fortbesteht, und dadurch dem Wasserstrahl die Form $abcd$ einer abgestutzten Pyramide oder eines Kegels gibt, wovon die größere Basis durch die Öffnung a und die kleinere durch den zusammengezogenen Wasserstrahl cd gebildet wird, und erst von dieser Stelle cd an geht der Strahl je nach der Form der Öffnung prismatisch oder cylindrisch fort.

Directen Messungen zufolge beträgt bei kreisrunden Öffnungen, wenn man den Durchmesser der Öffnung mit 1 bezeichnet, jener cd des zusammengezogenen Strahles ·80 oder nach *Michelotti* ·787, ein Werth jedoch, welcher den Versuchen zufolge, nach den verschiedenen Größen der Öffnung, besonders aber nach Verschiedenheit der Druckhöhe (durch deren Zunahme auch die Contraction stärker wird) kleine Veränderungen erleidet; da sich nun mit diesem letztern Werthe die Öffnung ab zur Querschnittsfläche cd wie 1 : ·619 verhält, so nimmt auch (da die wirkliche Geschwindigkeit im Querschnitte cd der theoretischen gleich kommt) die Ausflußmenge in demselben Verhältnisse ab, oder es bildet dieser Bruch ·619, wofür man als Mittelwerth, da dieser in der Regel zwischen ·60 und ·64 eingeschlossen bleibt, ·62 nimmt, den Contractions- oder Reductionscoefficienten; es ist also, da dasselbe auch für rechteckige Ausflußöffnungen gefunden wird, die in der Zeit t wirklich ausfließende Wassermenge $M = \cdot 62\, a t \sqrt{2gh}$, oder wenn t in Secunden, h in Fußen und a in Quadratfußen ausgedrückt wird, sofort in Kubikfuß:

$$M = 4{\cdot}881\, a t \sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (1.$$

§. **325.** Ist die Mündung oder Ausflußöffnung mit einem kurzen, cylindrischen oder prismatischen Ansatzrohre versehen, welches beiläufig 2 bis 3 Mal so lang als der Durchmesser oder sonst die kleinste Dimension der Öffnung ist, so adhäriren, wenn das Wasser voll ausfließt, die Wasserfäden an den innern Wänden des Rohres auf eine beiläufig in Fig. 223 dargestellte Weise, so, daß das Wasser aus dem Rohre mit einem Querschnitt austritt, welcher jenem der Öffnung gleich ist, und daher, wenn nicht eben durch diese Adhärenz die wirkliche Geschwindigkeit etwas hinter der theoretischen zurückbliebe, sofort auch die wirkliche Ausflußmenge der theoretischen gleich seyn müßte. In diesem Falle ist zwar der Contractionscoefficient n größer als im vorigen, jedoch immer noch kleiner als die Einheit. Als Mittelwerth kann man $n = \cdot 82$, folglich die ausfließsende Wassermenge, bei der im vorigen Paragraphe erwähnten Bezeichnung,

$$M = 6\cdot 4567\ at \sqrt{h} \ldots (2$$

setzen.

Anmerkung. Streng genommen muſs man den Reductions- oder wie er auch genannt wird, Ausfluſs-Coefficienten n, als aus zwei Factoren $\alpha\beta$ bestehend ansehen, wovon der eine α der Contractions- und der andere β der Geschwindigkeits-Coefficient heiſst, so, daſs $n = \alpha\beta$ gesetzt werden muſs, wobei z. B. für Mündungen in einer dünnen Wand, nach den neueren Versuchen von *Weisbach* im Mittel $\alpha = \cdot 64$ und $\beta = \cdot 96$, also $n = \cdot 615$ ist, so, daſs also im kleinsten Querschnitt des zusammengezogenen Strahles die effective Geschwindigkeit nicht gleich der theoretischen ist, wie oben angenommen wurde, sondern von dieser nur 96 Proc. beträgt; bei Mündungen mit kurzen cylinderischen oder prismatischen Ansatzröhren (oder dicken Wänden) ist im Mittel $\alpha = 1$ und $\beta = \cdot 815$, also $n = \cdot 815$; bei kürzern, genau nach der Form des zusammengezogenen Wasserstrahls geformten Ansatzröhren fand man $\beta = n = \cdot 97$.

Endlich nimmt die Contraction nicht bloſs ab, also der Coefficient n (und die Ausfluſsmenge) zu, wenn, wie oben erwähnt, die Druckhöhe, sondern auch, wenn die Ausfluſsöffnung abnimmt.

§. 326. Beispiele.

1. Wie viel Wasser flieſst aus einer 4 Quadratzoll groſsen, in der dünnen Bodenfläche eines Gefäſses angebrachten Öffnung binnen einer Minute aus, wenn der Wasserspiegel constant 5 Fuſs über der Öffnung steht?

Nach der Formel 1) (§. 324) ist wegen $\alpha = \frac{4}{144} = \frac{1}{36}$, $h = 5$ und $t = 60$, sofort $M = \frac{4\cdot 881}{36} \times 60 \sqrt{5} = 18\cdot 19$ Kubikfuſs; die theorethische Ausfluſsmenge wäre $29\cdot 34^{c'}$.

2. In einem weiten verticalen Rohr befindet sich in dem 4 Zoll dicken horizontalen Boden eine kreisrunde Öffnung von 2 Zoll Durchmesser; wenn nun das Rohr in jeder Secunde einen Zufluſs von 1 Kubikfuſs Wasser erhält, so ist die Frage, wie hoch im Beharrungsstande der Wasserspiegel über der Öffnung stehen bleiben wird?

Hier ist, da für den Beharrungstand in jeder Secunde 1 Kubikfuſs Wasser ausflieſsen muſs, aus Formel 2) (§. 325) wegen $M = 1$, $t = 1$ und $a = \frac{3\cdot 1416}{144} = \cdot 0218$, sofort $\sqrt{h} = \frac{1}{6\cdot 4567 \times \cdot 0218} = 7\cdot 106$ oder $h = (7\cdot 106)^2 = 50\cdot 5$ Fuſs.

§. 327. Ausfluſs aus Seitenöffnungen. Ist die Höhe der in einer Seitenwand befindlichen Ausfluſsöffnung im Vergleiche zur Druckhöhe h des Wassers nur gering, so kann man ohne Fehler den Abstand des Wasserspiegels von dem Mittelpuncte der Öffnung für die in Rechnung zu bringende Druckhöhe nehmen, und sich vorstellen, dafs das Wasser in allen den in verschiedenen Höhen der Öffnung liegenden horizontalen Schichten mit einer dieser Druckhöhe entsprechenden mittlern Geschwindigkeit ausfliefse.

In diesem Falle gilt aber für die Ausflufsmenge genau wieder die obige Formel 1) in §. 322, nämlich der Ausdruck

$$M = nat\sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\,nat\sqrt{h} \ldots (3,$$

wobei unter h der Abstand des constanten Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung (welche gegen eine durch diesen Punct gehende Horizontallinie als symmetrisch angenommen wird) in Fufsen, a die Gröfse der Öffnung in Quadratfufs und t in Secunden zu verstehen ist. Was den Ausflufscoefficienten betrifft, so ist auch hier als mittlerer Werth $n = {\cdot}62$ oder $n = {\cdot}82$ zu setzen, je nachdem sich die Seitenöffnung in einer dünnen Wand befindet oder mit cylindrischem oder prismatischem Ansatzrohre versehen ist; auch wird im ersten Falle noch vorausgesetzt, dafs die Contraction von allen Seiten um die Öffnung herum vollständig und ungehindert Statt findet, indem sonst bei unvollständiger Contraction, wie im folgenden Paragraphe angegeben wird, der Coefficient n gröfser ausfällt.

Um für gewisse Fälle der Anwendung der Wahrheit durch den betreffenden Reductionscoefficienten näher zu kommen, kann man die nach den Beobachtungen von *Poncelet* und *Lesbros* bei rectangulären Mündungen in einer verticalen dünnen Wand berechneten nachstehenden Tabellen benützen, wovon die erste die Werthe von n in jenen Fällen angibt, in welchen die Höhe des Wasserspiegels, der sich z. B. bei Gerinnen gegen die Wand zu, in welcher sich die Ausflufsöffnung befindet, etwas senkt, unmittelbar über der Ausflufsöffnung, die zweite dagegen die Werthe für n angibt, wenn diese Höhe h an einer weiter rückwärts liegenden Stelle, an welcher der Wasserspiegel noch ruhig (also etwas höher als unmittelbar über der Ausflufsöffnung) steht, gemessen wird.

Über die bei conischen Ansatzröhren geltenden Reductions-Coefficienten sehe man in den Zusätzen.

Tabelle I.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels unmittelbar über der Öffnung, also an einer Stelle gemessen wird, wo sich der Wasserspiegel bereits gegen die Öffnung zu etwas gesenkt hat.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten n für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnung.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	·619	·667	·713	·766	·783	·795
0·0158	·597	·630	·668	·725	·750	·778
0·0316	·595	·618	·642	·687	·720	·762
0·0474	·594	·615	·639	·674	·707	·745
0·0633	·594	·614	·638	·668	·697	·729
0·0949	·593	·613	·637	·659	·685	·708
0·1266	·593	·612	·636	·654	·678	·695
0 1582	·593	·612	·636	·651	·672	·686
0·1898	·594	·613	·635	·647	·668	·681
0·2214	·594	·613	·635	·645	·665	·677
0·2530	·594	·613	·635	·643	·662	·675
0·2847	·595	·614	·634	·641	·659	·672
0·3163	·595	·614	·634	·640	·657	·669
0·3793	·596	·614	·633	·637	·655	·665
0·4426	·597	·614	·632	·636	·653	·661
0·5058	·597	·615	·631	·635	·651	·659
0·5694	·598	·615	·631	·634	·650	·657
0·6327	·599	·615	·630	·633	·649	·656
0·7902	·600	·616	·630	·632	·646	·653
0·9491	·601	·616	·629	·632	·644	·651
1·2654	·602	·617	·629	·631	·642	·647
1·5818	·603	·617	·628	·630	·640	·645
1·8981	·604	·617	·627	·630	·638	·643
2·2145	·604	·616	·627	·629	·637	·640
2·5308	·605	·616	·627	·629	·636	·637
2·8472	·605	·615	·626	·628	·634	·635
3·1635	·605	·615	·626	·628	·633	·632
3·4799	.604	·614	·625	·627	·631	·629
3·7962	.604	·614	·624	·626	·628	·626
4·1126	.603	·613	·622	·624	·625	·622
4·4289	.603	·612	·621	·622	·622	·618
4·7453	.602	·611	·620	·620	·619	·615
5·0616	.602	·611	·618	·618	·617	·613
5·3780	.602	·610	·617	·616	·615	·612
5·6943	.601	·609	·615	·615	·614	.612
6·0107	.601	·608	·614	·613	·613	.611
6·3270	.601	·607	·614	·612	·612	·611
9·4905	.601	·603	·606	·608	·610	.609

Tabelle II.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels an einer Stelle gemessen wird, wo derselbe noch keine Senkung erleidet.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten *n* für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnungen.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	—	—	—	—	—	—
0·0158	—	—	—	—	—	0·705
0·0316	—	—	0·607	0·630	0·660	0·701
0·0474	—	0·593	0·612	0·632	0·660	0·697
0·0633	0·572	0·596	0·615	0·634	0·659	0·694
0·0949	0·578	0·600	0·620	0·638	0·659	0·688
0·1266	0·582	0·603	0·623	0·640	0·658	0·683
0·1582	0·585	0·605	0·625	0·640	0·658	0·679
0·1898	0·587	0·607	0·627	0·640	0·657	0·676
0·2214	0·588	0·609	0·628	0·639	0·656	0·673
0·2530	0·589	0·610	0·629	0·638	0·656	0·670
0·2847	0·591	0·610	0·629	0·637	0·655	0·668
0·3163	0·592	0·611	0·630	0·637	0·654	0·666
0·3793	0·593	0·612	0·630	0·636	0·653	0·663
0·4426	0·595	0·613	0·630	0·635	0·651	0·660
0·5058	0·596	0·614	0·631	0·634	0·650	0·658
0·5694	0·597	0·615	0·630	0·634	0·649	0·657
0·6327	0·598	0·615	0·630	0·633	0·648	0·655
0·7902	0·599	0·616	0·630	0·632	0·646	0·653
0·9491	0·600	0·616	0·629	0·632	0·644	0·650
1·2654	0·602	0·617	0·628	0·631	0·642	0·647
1·5818	0·603	0·617	0·628	0·630	0·640	0·644
1·8981	0·604	0·617	0·627	0·630	0·638	0·642
2·2145	0·604	0·616	0·627	0·629	0·637	0·640
2·5308	0·605	0·616	0·627	0·629	0·636	0·637
2·8472	0·605	0·615	0·626	0·628	0·634	0·635
3·1635	0·605	0·615	0·626	0·628	0·633	0·632
3·4799	0·604	0·614	0·625	0·627	0·631	0·629
3·7962	0·604	0·614	0·624	0·626	0·628	0·626
4·1126	0·603	0·613	0·622	0·624	0·625	0·622
4·4289	0·603	0·612	0·621	0·622	0·622	0·618
4·7453	0·602	0·611	0·620	0·620	0·619	0·615
5·0616	0·602	0·611	0·618	0·618	0·617	0·613
5·3780	0·602	0·610	0·617	0·616	0·615	0·612
5·6943	0·601	0·609	0·615	0·615	0·614	0·612
6·0107	0·601	0·608	0·614	0·613	0·612	0·611
6·3270	0·601	0·607	0·613	0·612	0·612	0·611
9·4905	0·601	0·603	0·606	0·608	0·610	0·609

§. 328. Gröfse der Reductionscoefficienten bei unvollständiger Contraction. Befindet sich in einer Seitenwand eine bis auf den Boden hinabreichende rechteckige Öffnung, deren untere Kante in der Bodenfläche liegt, so findet nicht rings um die Öffnung, sondern nur von drei Seiten (der obern und den beiden Seitenkanten) her eine Contraction des Wasserstrahls Statt, so, dafs dadurch die wirkliche Ausflufsmenge in etwas vergröfsert wird; aus diesem Grunde mufs der vorige Coefficient $n = \cdot 62$ der Erfahrung zu Folge mit $1\cdot 035$ multiplicirt werden. Findet die Contraction des Wasserstrahls nur an zwei oder einer Seite Statt, so wird der vorige für die vollständige Contraction geltende Reductionscoefficient n beziehungsweise mit $1\cdot 072$ und $1\cdot 125$ multiplicirt, dadurch wird in diesen drei genannten Fällen $n = \cdot 642$, $n = \cdot 664$ und $n = \cdot 697$.

Anmerkung 1. Der Contractionscoefficient nimmt auch etwas ab, obschon das Wasser der Ausflufsöffnung noch von allen Seiten zuströmen kann, wenn das Verhältnifs $\frac{a}{A}$ der Ausflufsöffnung a gegen die Fläche der Mündungswand A zunimmt und sich der Einheit nähert. Bezeichnet man dieses Verhältnifs durch m, den Ausflufscoefficienten bei vollkommener Contraction mit n, so wie jenen bei unvollkommener Contraction mit n', so soll nach *Weisbach's* Versuchen, für kreisförmige Mündungen:

$$n' = [1 + \cdot 04564\ (14\cdot 821^{m} - 1)]\, n$$

und für rectanguläre Mündungen:

$$n' = [1 + \cdot 0760\ (9^{m} - 1)]\, n$$

gesetzt werden können.

So wäre z. B. für $m = \cdot 35$ in diesen beiden Fällen beziehungsweise $n' = 1\cdot 075\, n$ und $n' = 1\cdot 088\, n$, so, dafs, wenn $n = \cdot 615$ zu nehmen ist, sofort $n' = \cdot 661$ und $n' = \cdot 669$ seyn würde.

Für $m = \cdot 5$ dagegen wäre in diesen beiden Fällen $n' = 1\cdot 134\, n$ und $n' = 1\cdot 152\, n$; für $m = 1$ aber $n' = 1\cdot 613\, n$ und $n' = 1\cdot 608\, n$.

Endlich nimmt der Contractionscoefficient auch noch ab (also die Ausflufsmenge zu), wenn das Wasser vor der Mündung nicht (so viel als möglich) ruhig steht, sondern schon mit einer gewissen Geschwindigkeit ankömmt.

Anmerkung 2. Für Schützenöffnungen, bei welchen der untere Rand sehr nahe am Boden liegt, nimmt man für gewöhnlich $n = \cdot 625$. Fliefst das Wasser aus einer solchen Öffnung in ein Gerinne von gehöriger Neigung, so erleidet der Coefficient n keine merkliche Veränderung, wenn der Wasserstand über dem Mittelpunct der Öffnung nicht geringer als beiläufig 21 Zoll bei einer Höhe der Öffnung von $5\frac{1}{2}$ bis $7\frac{1}{2}$, oder 13 Zoll bei einer 4 Zoll hohen, oder 8 Zoll bei einer 2 Zoll hohen Öffnung ist. Liegen die beiden Seiten und die Grundlinie der rechteckigen Schützenöffnung in der Verlängerung des Gerinnes, und hat die Schütze gegen den Horizont eine

Neigung von beiläufig 26 Grad, so ist $n = {\cdot}74$, bei einer Neigung von 45 Grad dagegen $n = {\cdot}80$ zu nehmen. (M. s. die Zusätze.)

§. 329. Beispiele.

1. In einer dünnen Seitenwand eines Gefäfses befindet sich eine 4 Zoll breite und eben so hohe rechteckige oder quadratförmige Öffnung, das Gefäfs erhält fortwährend so viel Zuflufs, dafs der Wasserspiegel beständig 10 Fufs über dem Mittelpuncte der Öffnung stehen bleibt; es ist die Frage, wie viel Wasser aus dieser Öffnung bei vollständiger Contraction per Secunde ausläuft?

Da hier $a = \frac{16}{144} = \frac{1}{9}$, $h = 10$, $t = 1$ und $n = {\cdot}62$ ist, so hat man nach der Formel 1) §. 324:

$$M = 4{\cdot}881 \times \tfrac{1}{9} \sqrt{10} = 1{\cdot}715 \text{ Kubikfufs.}$$

2. Wie grofs ist die aus einer 6 Zoll hohen und 45 Zoll breiten Schützenöffnung ausfliefsende Wassermenge, wenn der Wasserspiegel im Gerinne, dieser an einer Stelle gemessen, wo er ruhig steht, d. i. noch keine Senkung erlitten hat, um $4^1/_2$ Fufs über der Sohle, also 4 Fufs über dem Scheitel der Schützenöffnung steht und die Contraction nur an der obern Seite Statt findet?

Nach der obigen Tabelle II. (§. 327) ist (da man dort, wo die Zahl nicht unmittelbar zu finden ist, einen Mittelwerth nimmt) der Coefficient $= \frac{{\cdot}603 + {\cdot}613}{2} = {\cdot}608$ und nach Anmerkung des vorigen Paragraphes wegen unvollständiger Contraction $n = {\cdot}608 \times 1{\cdot}125 = {\cdot}684$, folglich, da $a = \frac{6 \times 45}{144} = \frac{15}{8}$, $h = 4{\cdot}25$ und $t = 1$ ist, nach der Formel 3) §. 327: $M = 7{\cdot}874 \times {\cdot}684 \times \frac{15}{8} \sqrt{4{\cdot}25} = 20{\cdot}8$ Kubikfufs per Secunde.

3. Das Wasser bleibt in einem Gefäfse, welches jede Secunde einen Zuflufs von $^1/_2$ Kubikfufs hat, um 12 Fufs über der Mitte der Ausflufsöffnung stehen; wie grofs ist diese Öffnung, wenn der Ausflufs durch ein kurzes prismatisches oder cylindrisches Ansatzrohr Statt findet?

Hier ist in der genannten Formel 3) $M = \frac{1}{2}$, $h = 12$, $t = 1$ und $n = {\cdot}82$, folglich

$$a = \frac{M}{7{\cdot}874\, n\, t \sqrt{h}} = \frac{\frac{1}{2}}{6{\cdot}456 \times 3{\cdot}464} = {\cdot}0224 \,\square' = 3{\cdot}23 \,\square''.$$

§. 330. Untergetauchte Öffnungen. Tritt das Wasser nicht, wie bisher immer stillschweigend angenommen wurde, in die freie Luft, sondern wie in Fig. 224 unter Wasser aus, ist nämlich die Ausflufsöffnung untergetaucht, so wird, wenn der Mittelpunct C der Öffnung vom höher liegenden Wasserspiegel A um die Höhe h'

und von dem tiefer liegenden B um h'' absteht, $h' - h''$ die wirksame Druckhöhe seyn, sobald die beiden Wasserspiegel eine constante Höhe beibehalten. Man erhält daher für die ausfliefsende Wassermenge in diesem Falle (Formel 3, §. 327)

$$M = 7{\cdot}874\, n\, a\, t \sqrt{(h' - h'')} \;.\;.\;.\; (4,$$

wobei der Erfahrung zufolge der Reductionscoefficient n sehr nahe denselben Werth wie bei Ausmündungen in die freie Luft erhält.

Nach den Versuchen von *Weisbach* wären die Ausflufscoefficienten unter Wasser um $1\frac{1}{8}$ Procent kleiner als beim Ausflufs in die freie Luft.

Mündet die Öffnung zum Theil in die freie Luft, zum Theil unter Wasser aus, so berechnet man die Ausflufsmenge für jeden Theil insbesondere und addirt dann beide Theile.

§. 331. Seitenausflufs bei geringen Druckhöhen. Ist die Druckhöhe gegen die Höhe der Ausflufsöffnung sehr gering, so fällt die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher man den Querschnitt a der Öffnung multipliciren mufs, um die theoretische Ausflufsmenge zu erhalten, nicht mehr (wie es bei gröfseren Druckhöhen ohne merklichen Fehler angenommen werden darf) mit der Geschwindigkeit zusammen, welche die durch die halbe Öffnung gehende Waserschichte annimmt (d. h. man darf hier nicht mehr den Abstand des Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung als die mittlere Druck- und Geschwindigkeitshöhe ansehen).

Um die Ausflufsmenge in diesem Falle zu finden, sey $B'F$ (Fig. 225) ein bis zur Höhe BB' mit Wasser gefülltes Gefäfs und BE eine verticale Seitenwand desselben. Bringt man in verschiedenen Tiefen unterm Wasserspiegel, z. B. in P, C... der lothrechten Geraden AC sehr kleine Öffnungen an, so springt (bei fortwährender Voraussetzung eines constanten Wasserspiegels) das Wasser nach dem *Torricelli*'schen Satze (§. 322, Anmerk.) aus diesen Öffnungen mit den, den Druckhöhen AP, AC... entsprechenden Geschwindigkeiten heraus, die sich sofort nach §. 321 (Gleich. m) bestimmen lassen. Ist nämlich $AP = x$ und $PM = y$, so ist $y = \sqrt{2gx}$ oder $y^2 = 2gx$, und da diefs, wie in der höhern Geometrie gezeigt wird, die Gleichung einer gewöhnlichen Parabel AMD ist, so folgt daraus, dafs die Endpuncte aller der aus diesen feinen Öffnungen ausspringenden Wasserfäden (mit Vernachläfsigung der Widerstände) in dieser krummen Linie AMD liegen. Berühren sich nun diese Öffnungen, d. h. bilden sie zusammen eine nach der ganzen Länge AC laufende feine Ritze, so bilden auch alle diese Wasserfäden zusammen eine von der Parabel begrenzte Wasserfläche $ACDMA$, deren Flächeninhalt (wie aus geometrischen Gründen folgt) $= \frac{2}{3} AC \times CD$ ist. Ist aber $AC = h$ die Höhe des constanten Wasserstandes, so ist (§. 321) CD die zugehörige Geschwindigkeit, nämlich $CD = \sqrt{2gh}$, folglich, wenn die Breite der rechteckigen Öffnung $ab = b$ ist, sofort die während einer Secunde ausfließsende theoretische Wassermenge $m = \frac{2}{3} bh \sqrt{2gh}$, also die wirkliche Wassermenge

$$m = 5{\cdot}25\, n b h \sqrt{h} \;.\;.\;. \;(1.$$

Ist c die mittlere Geschwindigkeit, für welche nämlich bhc ebenfalls der vorigen Wassermenge m gleich ist, und h_1 die zugehörige Höhe, so findet man $h_1 = \frac{4}{9} h$; da nun der Abstand des Wasserspiegels von der halben Höhe der Öffnung $\frac{1}{2} h = \frac{4}{8} h$ ist, so würde man die Ausflufsmenge offenbar zu grofs berechnen, wenn man auch hier den Abstand des Mittelpunctes der Öffnung vom Wasserspiegel als die mittlere Druckhöhe annehmen wollte.

§. **332.** Reicht die Öffnung $abcd$ (Fig. 225) nicht bis zum Wasserspiegel, sondern nur bis auf die Höhe $ac = e$, und setzt man $cf = h'$, also, wenn wieder $AC = h$ ist, $e = h - h'$; so darf man zur Bestimmung der Ausflufsmenge aus dieser Öffnung ad nur von der vorigen Wassermenge m jene abziehen, welche aus der Öffnung df ausfließsen würde und nach der vorigen Formel 1) bestimmt wird. Dadurch erhält man für die in einer Secunde aus ad ausfließsende wirkliche Wassermenge $m = \frac{2}{3} nb \sqrt{2g} \left[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}\right] = 5{\cdot}25\, nb \left[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}\right] ..$ (2.

Für $h' = 0$ geht diese Formel natürlich in die vorige (1 über.

Anmerkung. Die hier aus den obigen Tabellen (S. 295 und 296) anzuwendenden *Poncelet*'schen Coefficienten bedürfen bei der Zunahme des Verhältnisses $\frac{a}{A} = m$ des Querschnittes der Mündung a gegen jenen der Mündungsebene, wodurch die Geschwindigkeit der zufließsenden Wassermasse gegen die mittlere Geschwindigkeit des ausfließsenden Wassers schon einen bemerkbaren Werth erhält, der Ausflufscoefficient daher gröfser wird (Anmerk. 1 in § 328) noch kleiner Correctionen.

Ist n der entsprechende Ausflufscoefficient aus den genannten Tabellen und n' der in dieser Hinsicht corrigirte Coefficient, so findet *Weisbach* aus seinen Versuchen, dafs man, wenn m nicht viel über $\frac{1}{2}$ beträgt und die Wasserstandshöhe einige Fufse oberhalb der Mündungsebene gemessen wird, ziemlich genau $n' = (1 + {\cdot}641\, m^2)$ setzen könne.

Beispiele.

1. Um das in einem 3 Fufs weiten Gerinne zufließsende Wasser zu messen, hat man in dasselbe eine dünne Spundwand eingesetzt, in welcher sich eine rechteckige Öffnung von 2 Fufs horizontaler Breite und 1 Fufs Höhe befindet. Nachdem die höchste Austauung, so wie überhaupt der Behar-

rungsstand des ausfliefsenden Wassers eingetreten war, stand der Wasserspiegel (einige Fufs von der Spundwand aufwärts gemessen) um $2\frac{1}{4}$ Fufs über der Sohle und um $\frac{3}{4}$ Fufs über dem obern Rand der Oeffnung.

Setzt man in der vorigen Formel (2 dieses Paragraphes, $h = 1\frac{3}{4}$, $h' = \frac{3}{4}$ und $b = 2$, so erhält man zuerst für die theoretische, in einer Secunde ausfliefsende Wassermenge $17{\cdot}463^{c'}$ (nach der Formel 3), §. 327, fände man den etwas zu grofsen Werth $17{\cdot}604^{c'}$).

Nimmt man nun aus der Tafel II. (S. 296) den entsprechenden Ausflufscoefficienten ·599 und corrigirt diesen, nach der *Weisbach*'schen Angabe, so wird wegen $m = 2 : 6\frac{3}{4} = {\cdot}296$, sofort $n' = 1{\cdot}056 \times {\cdot}599 = {\cdot}6325$, folglich die effective Wassermenge $M = 11{\cdot}04$ Kubikfufs.

2. Wie viel Wasser fliefst bei einer Schleufse durch eine 3 Fufs breite rechteckige Oeffnung, wenn das Schutzbrett a (Fig. 226) 2 Fufs hoch aufgezogen wird, und dabei der Wasserspiegel 4 Fufs über dem untern Rand der Öffnung constant stehen bleibt?

Nach der obigen Form 1 (2 ist, wegen $h = 4$, $h' = 2$, $b = 3$ und (§. 328, Anmerkung 2) $n = {\cdot}625$, die per Secunde effective ausfliefsende Wassermenge $M = 5{\cdot}25 \times {\cdot}625 \times 3(4\sqrt{4} - 2\sqrt{2}) = 50{\cdot}9$ Kubikfufs.

§. 333. Abflufs bei Überfällen. Das beim Maschinenbaue am häufigsten angewendete Mittel bedeutende Wasserquantitäten zu messen, welche zum Betrieb von Wasserrädern benützt werden, besteht darin, das Wasser über eine Schwelle N (Fig. 227), welche über den Zuflufs oder gewöhnlicher Abflufskanal gelegt wird, abfliefsen oder überfallen zu lassen; dabei kann die dadurch enstehende Überfallsöffnung erstens eben so breit, oder zweitens schmäler als die Breite des Zuflufskanales seyn, so dafs im ersten Falle beinahe gar keine, im letztern dagegen wenigstens eine Contraction von beiden Seiten (der Flügelwände) her Statt findet.

Bezeichnet man die Breite der Öffnung oder des Überfalles mit b, die Tiefe der Kante C der nach aufsen abgeschrägten Schwelle unter dem noch nicht gesenkten Wasserspiegel, d. i. AC mit h und den Reductions- oder Correctionscoefficienten mit n; so ist die per Secunde abfliefsende effective Wassermenge:

$$M = n b h \sqrt{2 g h} = 7{\cdot}874\, n b h \sqrt{h} \ldots (3,$$

wobei für den erstern der beiden genannten Fällen n so ziemlich constant bleibt und nach den von *Castel* zu Toulouse angestellten Versuchen $n = {\cdot}443$ gesetzt werden kann, unter der Bedingung jedoch, dafs, wenn h' die Höhe der obern horizontalen Kante der Schwelle über der Sohle des Kanales ist, $h < \frac{1}{3} h'$ sey, während im zweiten Falle n veränderlich ist und unter den nachstehenden Bedingungen näherungsweise durch die Formel $n = {\cdot}379 + {\cdot}064 \frac{b}{B}$ ausgedrückt werden kann, wenn b die Breite des Überfalles und B jene des Zuflufscanales bezeichnet. (Diese erwähnten Bedingungen sammt Beispiele sehe man in den Zusätzen.)

b) Auflufs bei *abnehmenden* Druckhöhen.

§. **334.** Fliefst das Wasser aus einer Boden - oder Seitenöffnung eines Gefäfses aus, welches keinen Zuflufs hat, so sinkt der Wasserspiegel immer mehr herab, folglich vermindert sich continuirlich sowohl die Druckhöhe als auch die Ausflufsgeschwindigkeit v, und zwar nach demselben Gesetze, nach welchem die Geschwindigkeit v eines vertical aufwärts geworfenen Körpers abnimmt, so, dafs die Bewegung des ausfliefsenden Wassers eine gleichförmig verzögerte ist.

Ist also h die Druckhöhe für den anfänglichen Wasserstand, daher $\sqrt{2gh}$ die ensprechende Ausflufsgeschwindigkeit, welche allmälich bis Null abnimmt, so, dafs die mittlere Geschwindigkeit $v = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$, folglich, wenn T die Entleerungszeit für das Gefäfs ist, der von einer Wasserschichte in dieser Zeit T zurückgelegte Weg, d. i. die Länge des ausfliefsenden Wasserprisma (Anmerkung in §. 134) eben so grofs ist, als wenn sich die Wasserschichte während dieser Zeit mit der mittlern Geschwindigkeit v gleichförmig fortbewegt hätte. Ist daher a wieder der Querschnitt der Öffnung und n der Reductionscoefficient, so ist die in der Zeit T ausfliefsende Wassermenge $= n\,a\,v\,T = \frac{1}{2}\,n\,a\,T\sqrt{2gh}$, und da diese dem ursprünglich im Gefäfse befindlichen Wasservolumen gleich seyn mufs, so hat man, wenn A der Querschnitt des cylindrischen oder prismatischen Gefäfses ist: $\frac{1}{2}\,n\,a\,T\sqrt{2gh} = A\,h$, und daraus für die Ausleerungszeit:

$$T = \frac{2\,A\,h}{n\,a\sqrt{2gh}} = \frac{\cdot 254\,A\sqrt{h}}{n\,a} \quad . \; . \; . \; (1.$$

Bei einem unveränderten Wasserstande, d. i. wenn h constant bliebe, würde in derselben Zeit T die Wassermenge $M = n\,a\,T\sqrt{2gh}$, oder für T den vorigen Werth gesetzt und reducirt $M = 2\,A\,h$, d. i. die doppelte Quantität ausfliefsen, was mit einem vertical aufwärts steigenden Körper analog ist, welcher ebenfalls, wenn er seine Anfangsgeschwindigkeit beibehielte, auf die doppelte Höhe steigen würde.

§. **335.** Um die Zeit t zu finden, während welcher das Wasser aus einer Boden- oder (im Vergleich mit der Wasserspiegelhöhe) niedern Seitenöffnung bis auf eine bestimmte Höhe h' ausfliefst, so ist nach der vorigen Formel die Zeit T', binnen welcher das Wasser von der Höhe h' abfliefst, $T' = \frac{2\,A\,h'}{n\,a\sqrt{2gh'}}$, also die Zeit, in welcher das Wasser von der Höhe h auf jene h' herabkommt: $t = T - T'$, d. i.

$$t = \frac{2\,A}{n\,a\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = \frac{\cdot 254\,A}{n\,a}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) \;.\;.\;.\; (2.$$

Zugleich ist die während dieser Zeit ausfliefsende Wassermenge

$$m = A\,(h - h') \;.\;.\;.\; (3.$$

Anmerkung. Diese Formeln, in welchen h in Fufsen, a und A gleichzeitig in Quadratfufs oder Zoll, so wie t und T in Secunden auszudrücken sind, gelten sowohl für Boden- als Seitenöffnungen, wenn dabei das Herabsinken des Wasserspiegels nur so weit Statt hat, dafs dadurch nicht der in §. 331 behandelte Fall des Seitenausflusses bei geringen Druckhöhen eintritt; sonst ist bei Seitenöffnungen unter h die Höhe vom Wasserspiegel bis zur Mitte der Öffnung zu verstehen.

§. 336. Beispiele.

1. Ein prismatisches Gefäfs von $9^1/_2$ Quadratfufs Querschnitt besitzt in dem horizontalen Boden eine Öffnung von 1 Quadratzoll; wenn nun die ursprüngliche Druckhöhe 12 Fufs beträgt, so ist die Frage, in welcher Zeit der Wasserspiegel, wenn das Gefäfs keinen Zuflufs hat, um 4 Fufs sinken wird, wenn der Ausflufs durch ein prismatisches Ansatzrohr Statt findet.

   Hier ist $A = 9\cdot5$; $a = \frac{1}{144}$, $h = 12$, $h' = 12 - 4 = 8$ und $n = \cdot82$, mithin nach der Formel 2) des vorigen Paragraphes:

   $$t = \frac{\cdot254 \times 9\cdot5 \times 144}{\cdot82}(\sqrt{12} - \sqrt{8}) = 269^1/_3 \text{ Secunden}$$

   oder nahe in $4^1/_2$ Minuten.

2. In einem Sammelteiche, dessen horizontaler Querschnitt durchaus von gleicher Gröfse ist, und 1000 Quadratfufs beträgt, befindet sich eine Schützenöffnung von 2 Fufs in der Breite und $^1/_4$ Fufs in der Höhe. In dem Augenblicke als die Schütze gezogen wird, steht der Wasserspiegel um 8 Fufs über dem Mittelpuncte der Öffnung; um wie viel wird sich der Wasserspiegel während 15 Minuten senken und wie viel Wasser wird in dieser Zeit ausfliefsen, wenn bei dieser Ausflufsöffnung nur an der obern Kante eine Contraction eintritt?

   Aus der obigen Gleichung 2) (§. 335) folgt $h' = \left(\sqrt{h} - \frac{n\,a\,t}{\cdot254\,A}\right)^2$ und da hier $h = 8$, $A = 1000$, $a = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $t = 15 \times 60 = 900$ und (§. 328) $n = \cdot697$ ist, so folgt $h' = 2\cdot539$, also ist in dieser Zeit von 15 Minuten der Wasserspiegel um $8 - 2\cdot539 = 5\cdot461$ Fufs gesunken.

   Was die während dieser Zeit ausgeflossene Wassermenge betrifft, so hat man dafür nach der vorigen Formel (3:

   $$M = 1000 \times 5\cdot461 = 5461 \text{ Kubikfufs.}$$

Anmerkung. Erhält das prismatische Gefäfs gleichzeitig einen Zuflufs von oben, so bleibt, wenn der Zuflufs dem Abflufs gleich ist, der Wasserspiegel unverändert; er sinkt oder steigt aber, je nachdem der Zuflufs kleiner oder gröfser als der Abflufs ist.

Beträgt, mit Beibehaltung der übrigen Bezeichnung, die per Secunde zufliefsende Wassermenge m Kubikfufs, so findet man durch höhere Rechnung für die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' herabsinkt:

$$t = 2A\left[\frac{\sqrt{h}-\sqrt{h'}}{na\sqrt{2g}} + \frac{m}{2g\,(na)^2}\, logn. \left(\frac{-m+na\sqrt{2gh}}{-m+na\sqrt{2gh'}}\right)\right].$$

§. **337.** Reicht die in einer verticalen Wand befindliche rechteckige Öffnung bis zum Wasserspiegel, so findet man durch höhere Rechnung für die Zeit t, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' (also um $h - h'$) herabsinkt, wenn wieder A der Querschnitt des prismatischen Gefäfses und b die Breite der Öffnung ist:

$$t = \frac{3A}{nb\sqrt{2g}}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right) = \frac{\cdot381\,A}{nb}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right).$$

Anmerkung. Für die Ausleerungszeit würde wegen $h' = 0$ sofort t unendlich grofs, was damit zusammenhängt, dafs wenn einmal die Druckhöhe h' so weit abgenommen hat, dafs sie als unendlich klein anzusehen ist, das Wasser auch nur unendlich langsam und nur in kleinen Tropfen, also nicht mehr continuirlich abfliefst.

Beispiel. An einem Teiche von 800 Quadratklafter Oberfläche befindet sich an der einen verticalen Seitenwand eine 2 Fufs breite, vom Boden bis zum Wasserspiegel reichende Öffnung. Wenn nun der Wasserstand 4 Fufs beträgt und die Schütze ganz aufgezogen, also diese Öffnung frei gemacht wird, so ist die Frage in welcher Zeit der Wasserspiegel um 3 Fufs sinken wird, wenn der Querschnitt des Teiches constant ist?

Da $A = 800 \times 36 = 28800$, $b = 2$, $h = 4$, $h' = 4 - 3 = 1$ und, wenn die Contraction an zwei Seiten Statt findet, $n = \cdot664$ ist; so folgt aus der vorigen Formel $t = 4131\cdot4$ Secunden = 1 Stunde, 8 Minuten, $51\frac{1}{2}$ Secunden.

Zweites Kapitel.

Von dem Auflusse des Wassers aus einem Behälter in einen andern.

§. **338. Wenn der Wasserspiegel in beiden Behältern constant bleibt.** Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn ein höher gelegener Canal das Wasser in einen tiefer liegenden durch eine in einem Schleufsenthor befindliche Schützenöffnung, wie in Fig. 224, liefert, ein Fall übrigens, welcher bereits in §. 330 behandelt wurde. Ist nämlich C der Schwerpunct und a die Gröfse der Ausflufsöffnung, ferner $AC = h'$ und $BC = h''$, folglich $AB = h = h' - h''$; so ist die in jeder Secunde ausfliefsende Wassermenge

$$m = na\sqrt{2gh} = 7\cdot874\,na\sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (1.$$