Zweiter Abschnitt.

Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem freien Ausflusse des Wassers aus Gefäſsen.

a) Ausfluſs bei *constanten* Druckhöhen.

§. 321. Ausfluſs aus Boden- oder horizontalen Öffnungen. Bringt man in einem, beiläufig wie $ABCDEF$ (Fig. 221) geformten Gefäſse, welches bis auf die Höhe AB mit Wasser gefüllt ist und auf dieser Höhe erhalten wird, in der obern Wand EF eine Öffnung a an, so springt der Erfahrung und den Versuchen zufolge das Wasser aus dieser Öffnung nahe bis b, d. i. nahe bis auf die Höhe AB des Wasserspiegels, und der Wasserstrahl würde (wie man mit Grund annehmen darf und theoretisch nachweisen kann) ohne die an der Öffnung Statt findende Reibung und den Widerstand der Luft (so wie des zurückfallenden Wassers) diese Höhe AB genau erreichen, so, daſs man sofort zu der Annahme berechtigt ist, daſs das Wasser aus der Öffnung a mit einer Geschwindigkeit austrete, welche (§. 143) der Fallhöhe BF, d. i. dem Abstande des Wasserspiegels von der Ausfluſsöffnung zukommt. Da nun dasselbe auch für jede in dieser Schichte GF, wenn das Gefäſs an dieser Stelle durch einen Boden begrenzt ist, angebrachte Öffnung o gilt, so hat man, wenn die Höhe des Wasserspiegels über der Bodenöffnung $on = h$ ist, für die Geschwindigkeit des ausflieſsenden Wassers (immer bei unverändertem Wasserspiegel AB) nach §. 142,

$$v = \sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (m.$$

Ist nun a die Gröſse der Ausfluſsöffnung, so ist die in jeder Secunde ausflieſsende Wassermenge (als ein Wasserprisma von der Grundfläche

a und Höhe v) $m' = a\,v = a\sqrt{2gh}$, folglich jene Wassermenge, welche in der Zeit t (binnen t Secunden) ausfliefst, $M' = a\,t\sqrt{2gh}$. Man nennt diese Wassermenge die theoretische oder hypothetische, weil sie immer gröfser als die wirklich ausfliefsende Wassermenge ist. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt darin, dafs entweder, wie bei Öffnungen in dünnen Wänden, der Querschnitt des austretenden Wasserstrahls kleiner als der Querschnitt a der Öffnung, oder wie bei Öffnungen in dicken Wänden oder prismatischen, also auch cylindrischen Ansatzröhren, das Wasser mit einer Geschwindigkeit ausfliefst, welche kleiner als v, d. i. als jene ist, welche der Druckhöhe h entspricht, oder endlich auch, dafs beide genannten Umstände zugleich eintreten; diese entspringen aus dem Widerstande der Luft, der Anziehung der Gefäfswand, der Klebrichkeit des Wassers, und endlich aus einer innern Bewegung desselben, besonders gegen die Öffnung zu, wodurch eine Verengung oder Contraction des Wasserstrahls entsteht.

§. **322.** Um daher die theoretische Wassermenge M' in die wirkliche M zu verwandeln, mufs man die erstere noch mit einem aus der Erfahrung zu bestimmenden Coefficienten n, welcher immer kleiner als die Einheit ist, den sogenannten Contractions- oder richtiger Reductionscoefficienten multipliciren, so, dafs man also für die wirkliche Ausflufsmenge aus einer Bodenöffnung bei constantem Wasserspiegel den Ausdruck erhält:

$$M = n\,a\,t\sqrt{2gh} \quad \ldots (1.$$

Anmerkung. Die Eigenschaft, dafs das Wasser aus irgend einer Öffnung mit jener Geschwindigkeit ausfliefse, welche der Druckhöhe, vom Wasserspiegel bis zur Öffnung, entspricht, d. i. jener Geschwindigkeit, die ein durch diese Höhe herabfallender Körper erlangt, und welche aufser theoretischen Betrachtungen auch durch das Ausfliefsen aus sehr kleinen Seitenöffnungen in verschiedenen Höhen nachgewiesen werden kann, wurde schon von *Toricelli* entdeckt, wefshalb dieser Satz auch der *Toricelli*'sche heifst. Da die Natur der Flüssigkeit hierauf keinen Einflufs hat, so fliefst Alkohol oder Quecksilber mit derselben Geschwindigkeit wie das Wasser aus, wenn die Druckhöhe dabei dieselbe bleibt.

Wirkt aufser der Schwere noch eine Kraft auf den Wasserspiegel AB, welche die Geschwindigkeit v' erzeugt, und ist h' die zugehörige Höhe $\left(\text{d. i. } v' = \sqrt{2gh'} \text{ oder } h' = \frac{v'^2}{2g}\right)$, so darf man in der vorigen Formel (1 nur $h + h'$ statt h setzen, um die unter dieser Bedingung ausfliefsende Wassermenge zu finden. Da die Luft (wenn die Druckhöhe h

nicht sehr bedeutend ist) mit gleicher Kraft sowohl auf den Wasserspiegel als gegen die Ausflufsöffnung drückt, so hebt sich dieser Luftdruck auf und kommt dabei nicht weiter in Betracht; würde dagegen das Gefäfs in einen luftleeren Raum ausmünden, während der Wasserspiegel dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt bleibt, so würde der Luftdruck allerdings in Rechnung kommen müssen.

Fliefst das Wasser in das Gefäfs aus einem Reservoir und hat es dadurch schon die Geschwindigkeit v' gegen die Öffnung, so mufs man in der obigen Formel (1 $h + \frac{v'^2}{2g}$ statt h setzen.

Da nach den zahlreichen Versuchen unter übrigens gleichen Umständen für verschiedene Druckhöhen h und den entsprechenden Geschwindigkeiten v, der Bruch $\frac{v}{\sqrt{2gh}} = n$ ziemlich constant ist, so folgt $v = n\sqrt{2gh}$, und damit wieder wie oben $M = n\,a\,t\sqrt{2gh}$, so wie auch

$$h = \frac{v^2}{2n^2 g} \ldots (\alpha.$$

§. 323. Tabelle für die Fallgeschwindigkeiten. Zur Ersparung der Rechnung aus der Formel $v = \sqrt{2gh}$ sind in der nachstehenden Tabelle die Geschwindigkeiten v für die nachstehend gegebenen, von Zoll zu Zoll bis 20 Fufs fortlaufenden Fallhöhen h, und zwar ebenfalls in Zollen ausgedrückt, berechnet.

h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.
1	27·28	21	125·00	41	174·65	61	213·03
2	38·58	22	127·94	42	176·77	62	214·76
3	47·24	23	130·81	43	178·86	63	216·50
4	54·55	24	133·63	44	180·93	64	218·21
5	60·99	25	136·38	45	182·98	65	219·91
6	66·81	26	139·08	46	185·00	66	221·59
7	72·17	27	141·73	47	187·00	67	223·27
8	77·15	28	144·33	48	188·98	68	224·93
9	81·83	29	146·89	49	190·94	69	224·57
10	86·26	30	149·40	50	192·87	70	228·21
11	90·47	31	151·87	51	194·79	71	229·83
12	94·49	32	154·30	52	196·69	72	231·45
13	98·35	33	156·69	53	198·58	73	233·05
14	102·06	34	159·05	54	200·41	74	234·64
15	105·64	35	161·37	55	202·29	75	236·22
16	109·06	36	163·66	56	204·13	76	237·79
17	112·46	37	165·92	57	205·93	77	239·35
18	115·72	38	168·14	58	207·73	78	240·90
19	118·90	39	170·34	59	209·52	79	242·44
20	121·98	40	172·51	60	211·28	80	243·97

h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.
81	245·49	121	300.04	161	346·10	201	386·71
82	247·00	122	301·28	162	347·17	202	387·67
83	248·50	123	302·51	163	348·24	203	388·63
84	249·99	124	303·74	164	349·31	204	389·59
85	251·48	125	304·96	165	350·37	205	390·54
86	252·95	126	306·18	166	351·43	206	391·49
87	254·42	127	307·39	167	352·49	207	392·44
88	255·88	128	308·60	168	353·54	208	393·39
89	257·33	129	309·80	169	354·59	209	394·33
90	258·77	130	311·00	170	355·64	210	395·27
91	260·20	131	312·19	171	356·68	211	396·21
92	261·63	132	313·38	172	357·73	212	397·15
93	263·04	133	314·57	173	358·76	213	398·09
94	264·46	134	315·75	174	359·76	214	399·02
95	265·86	135	316 92	175	360·83	215	399 95
96	267·25	136	318·10	176	361·86	216	400·88
97	268·64	137	319·26	177	362·89	217	401·81
98	270·02	138	320·42	178	363·91	218	402·73
99	271·40	139	321·58	179	364·93	219	403·65
100	272·76	140	322·74	180	365·95	220	404·58
101	274·12	141	323·89	181	366·97	221	405·49
102	275·48	142	325·03	182	367·98	222	406·41
103	276·83	143	326·18	183	368·98	223	407·32
104	278·17	144	327·32	184	370·00	224	408·24
105	279·50	145	328·45	185	371·00	225	409·15
106	280·83	146	329·58	186	372·00	226	410·05
107	282·15	147	330·71	187	373·00	227	410·96
108	283·47	148	331·83	188	374·00	228	411·86
109	284·77	149	332·95	189	374·99	229	412·77
110	286·08	150	334·07	190	375·98	230	413 67
111	287·38	151	335·18	191	376·97	231	414·57
112	288·67	152	336·29	192	377·95	232	415·46
113	289·95	153	337·39	193	378·93	233	416·36
114	291·23	154	338·49	194	379·92	234	417·25
115	292·51	155	339·59	195	380·89	235	418·14
116	293·78	156	340·68	196	381·87	236	419·03
117	295·04	157	341·77	197	382·84	237	419·92
118	296·30	158	342·86	198	383·81	238	420 80
119	297·55	159	343·94	199	384·78	239	421·68
120	298·80	160	345·02	200	385·75	240	422·56

§. 324. Gröſse des Reductionscoefficienten.

Der in der obigen Formel (1 eingeführte Coefficient n hat für verschieden gestaltete Öffnungen oder Mündungen, auch verschiedene Werthe, welche man für die Anwendung tabellarisch zusammenstellt.

Befindet sich die Ausfluſsöffnung in einer d ü n n e n W a n d, wie in Fig. 222, so beschreiben die Wassertheilchen im Innern des Gefäſses in der Nähe der Öffnung krumme Linien, und werden gegen diese Öffnung gleichsam wie zu einem Anziehungspuncte hingezogen, wodurch eine Convergenz der Wasserfäden entsteht, die auch noch aufserhalb der Öffnung bis auf eine kurze Strecke fortbesteht, und dadurch dem Wasserstrahl die Form *abcd* einer abgestutzten Pyramide oder eines Kegels gibt, wovon die gröfsere Basis durch die Öffnung *a* und die kleinere durch den zusammengezogenen Wasserstrahl *cd* gebildet wird, und erst von dieser Stelle *cd* an geht der Strahl je nach der Form der Öffnung prismatisch oder cylindrisch fort.

Directen Messungen zufolge beträgt bei kreisrunden Öffnungen, wenn man den Durchmesser der Öffnung mit 1 bezeichnet, jener *cd* des zusammengezogenen Strahles ·80 oder nach *Michelotti* ·787, ein Werth jedoch, welcher den Versuchen zufolge, nach den verschiedenen Gröfsen der Öffnung, besonders aber nach Verschiedenheit der Druckhöhe (durch deren Zunahme auch die Contraction stärker wird) kleine Veränderungen erleidet; da sich nun mit diesem letztern Werthe die Öffnung *ab* zur Querschnittsfläche *cd* wie 1 : ·619 verhält, so nimmt auch (da die wirkliche Geschwindigkeit im Querschnitte *cd* der theoretischen gleich kommt) die Ausflufsmenge in demselben Verhältnisse ab, oder es bildet dieser Bruch ·619, wofür man als Mittelwerth, da dieser in der Regel zwischen ·60 und ·64 eingeschlossen bleibt, ·62 nimmt, den Contractions- oder Reductionscoefficienten; es ist also, da dasselbe auch für rechteckige Ausflufsöffnungen gefunden wird, die in der Zeit *t* wirklich ausfliefsende Wassermenge $M = \cdot 62\, a t \sqrt{2gh}$, oder wenn *t* in Secunden, *h* in Fufsen und *a* in Quadratfufsen ausgedrückt wird, sofort in Kubikfufs:

$$M = 4{\cdot}881\, a t \sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (1.$$

§. **325.** Ist die Mündung oder Ausflufsöffnung mit einem kurzen, cylindrischen oder prismatischen Ansatzrohre versehen, welches beiläufig 2 bis 3 Mal so lang als der Durchmesser oder sonst die kleinste Dimension der Öffnung ist, so adhäriren, wenn das Wasser voll ausfliefst, die Wasserfäden an den innern Wänden des Rohres auf eine beiläufig in Fig. 223 dargestellte Weise, so, dafs das Wasser aus dem Rohre mit einem Querschnitt austritt, welcher jenem der Öffnung gleich ist, und daher, wenn nicht eben durch diese Adhärenz die wirkliche Geschwindigkeit etwas hinter der theoretischen zurückbliebe, sofort auch die wirkliche Ausflufsmenge der theoretischen gleich seyn müfste. In diesem Falle ist zwar der Contractionscoefficient *n* gröfser als im vorigen, jedoch immer noch kleiner als die Einheit. Als Mittelwerth kann man $n = \cdot 82$, folglich die ausfliefsende Wassermenge, bei der im vorigen Paragraphe erwähnten Bezeichnung,

$$M = 6\cdot4567\ at\sqrt{h}\ \ldots (2$$

setzen.

Anmerkung. Streng genommen mufs man den Reductions- oder wie er auch genannt wird, Ausflufs-Coefficienten n, als aus zwei Factoren $\alpha\beta$ bestehend ansehen, wovon der eine α der Contractions- und der andere β der Geschwindigkeits-Coefficient heifst, so, dafs $n = \alpha\beta$ gesetzt werden mufs, wobei z. B. für Mündungen in einer dünnen Wand, nach den neueren Versuchen von *Weisbach* im Mittel $\alpha = \cdot 64$ und $\beta = \cdot 96$, also $n = \cdot 615$ ist, so, dafs also im kleinsten Querschnitt des zusammengezogenen Strahles die effective Geschwindigkeit nicht gleich der theoretischen ist, wie oben angenommen wurde, sondern von dieser nur 96 Proc. beträgt; bei Mündungen mit kurzen cylinderischen oder prismatischen Ansatzröhren (oder dicken Wänden) ist im Mittel $\alpha = 1$ und $\beta = \cdot 815$, also $n = \cdot 815$; bei kürzern, genau nach der Form des zusammengezogenen Wasserstrahls geformten Ansatzröhren fand man $\beta = n = \cdot 97$.

Endlich nimmt die Contraction nicht blofs ab, also der Coefficient n (und die Ausflufsmenge) zu, wenn, wie oben erwähnt, die Druckhöhe, sondern auch, wenn die Ausflufsöffnung abnimmt.

§. 326. Beispiele.

1. Wie viel Wasser fliefst aus einer 4 Quadratzoll grofsen, in der dünnen Bodenfläche eines Gefäfses angebrachten Öffnung binnen einer Minute aus, wenn der Wasserspiegel constant 5 Fufs über der Öffnung steht?

Nach der Formel 1) (§. 324) ist wegen $\alpha = \frac{4}{144} = \frac{1}{36}$, $h = 5$ und $t = 60$, sofort $M = \frac{4\cdot881}{36} \times 60 \sqrt{5} = 18\cdot19$ Kubikfufs; die theorethische Ausflufsmenge wäre $29\cdot34^{c'}$.

2. In einem weiten verticalen Rohr befindet sich in dem 4 Zoll dicken horizontalen Boden eine kreisrunde Öffnung von 2 Zoll Durchmesser; wenn nun das Rohr in jeder Secunde einen Zuflufs von 1 Kubikfufs Wasser erhält, so ist die Frage, wie hoch im Beharrungsstande der Wasserspiegel über der Öffnung stehen bleiben wird?

Hier ist, da für den Beharrungstand in jeder Secunde 1 Kubikfufs Wasser ausfliefsen mufs, aus Formel 2) (§. 325) wegen $M = 1$, $t = 1$ und $a = \frac{3\cdot1416}{144} = \cdot0218$, sofort $\sqrt{h} = \frac{1}{6\cdot4567 \times \cdot0218} = 7\cdot106$ oder $h = (7\cdot106)^2 = 50\cdot5$ Fufs.

§. 327. Ausflufs aus Seitenöffnungen. Ist die Höhe der in einer Seitenwand befindlichen Ausflufsöffnung im Vergleiche zur Druckhöhe h des Wassers nur gering, so kann man ohne Fehler den Abstand des Wasserspiegels von dem Mittelpuncte der Öffnung für die in Rechnung zu bringende Druckhöhe nehmen, und sich vorstellen, dafs das Wasser in allen den in verschiedenen Höhen der Öffnung liegenden horizontalen Schichten mit einer dieser Druckhöhe entsprechenden mittlern Geschwindigkeit ausfliefse.

In diesem Falle gilt aber für die Ausflufsmenge genau wieder die obige Formel 1) in §. 322, nämlich der Ausdruck

$$M = nat\sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\,nat\sqrt{h}\;\ldots\;(3,$$

wobei unter h der Abstand des constanten Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung (welche gegen eine durch diesen Punct gehende Horizontallinie als symmetrisch angenommen wird) in Fufsen, a die Gröfse der Öffnung in Quadratfufs und t in Secunden zu verstehen ist. Was den Ausflufscoefficienten betrifft, so ist auch hier als mittlerer Werth $n = {\cdot}62$ oder $n = {\cdot}82$ zu setzen, je nachdem sich die Seitenöffnung in einer dünnen Wand befindet oder mit cylindrischem oder prismatischem Ansatzrohre versehen ist; auch wird im ersten Falle noch vorausgesetzt, dafs die Contraction von allen Seiten um die Öffnung herum vollständig und ungehindert Statt findet, indem sonst bei unvollständiger Contraction, wie im folgenden Paragraphe angegeben wird, der Coefficient n gröfser ausfällt.

Um für gewisse Fälle der Anwendung der Wahrheit durch den betreffenden Reductionscoefficienten näher zu kommen, kann man die nach den Beobachtungen von *Poncelet* und *Lesbros* bei rectangulären Mündungen in einer verticalen dünnen Wand berechneten nachstehenden Tabellen benützen, wovon die erste die Werthe von n in jenen Fällen angibt, in welchen die Höhe des Wasserspiegels, der sich z. B. bei Gerinnen gegen die Wand zu, in welcher sich die Ausflufsöffnung befindet, etwas senkt, unmittelbar über der Ausflufsöffnung, die zweite dagegen die Werthe für n angibt, wenn diese Höhe h an einer weiter rückwärts liegenden Stelle, an welcher der Wasserspiegel noch ruhig (also etwas höher als unmittelbar über der Ausflufsöffnung) steht, gemessen wird.

Über die bei conischen Ansatzröhren geltenden Reductions-Coefficienten sehe man in den Zusätzen.

Tabelle I.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels unmittelbar über der Öffnung, also an einer Stelle gemessen wird, wo sich der Wasserspiegel bereits gegen die Öffnung zu etwas gesenkt hat.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten n für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnung.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	·619	·667	·713	·766	·783	·795
0·0158	·597	·630	·668	·725	·750	·778
0·0316	·595	·618	·642	·687	·720	·762
0·0474	·594	·615	·639	·674	·707	·745
0·0633	·594	·614	·638	·668	·697	·729
0·0949	·593	·613	·637	·659	·685	·708
0·1266	·593	·612	·636	·654	·678	·695
0 1582	·593	·612	·636	·651	·672	·686
0·1898	·594	·613	·635	·647	·668	·681
0·2214	·594	·613	·635	·645	·665	·677
0·2530	·594	·613	·635	·643	·662	·675
0·2847	·595	·614	·634	·641	·659	·672
0·3163	·595	·614	·634	·640	·657	·669
0·3793	·596	·614	·633	·637	·655	·665
0·4426	·597	·614	·632	·636	·653	·661
0·5058	·597	·615	·631	·635	·651	·659
0·5694	·598	·615	·631	·634	·650	·657
0·6327	·599	·615	·630	·633	·649	·656
0·7902	·600	·616	·630	·632	·646	·653
0·9491	·601	·616	·629	·632	·644	·651
1·2654	·602	·617	·629	·631	·642	·647
1·5818	·603	·617	·628	·630	·640	·645
1·8981	·604	·617	·627	·630	·638	·643
2·2145	·604	·616	·627	·629	·637	·640
2·5308	·605	·616	·627	·629	·636	·637
2·8472	·605	·615	·626	·628	·634	·635
3·1635	·605	·615	·626	·628	·633	·632
3·4799	.604	·614	·625	·627	·631	·629
3·7962	.604	·614	·624	·626	·628	·626
4·1126	.603	·613	·622	·624	·625	·622
4·4289	.603	·612	·621	·622	·622	·618
4·7453	.602	·611	·620	·620	·619	·615
5·0616	.602	·611	·618	·618	·617	·613
5·3780	.602	·610	·617	·616	·615	·612
5·6943	.601	·609	·615	·615	·614	.612
6·0107	.601	·608	·614	·613	·613	.611
6·3270	.601	·607	·614	·612	·612	.611
9·4905	.601	·603	·606	·608	·610	.609

Tabelle II.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels an einer Stelle gemessen wird, wo derselbe noch keine Senkung erleidet.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten *n* für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnungen.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	—	—	—	—	—	—
0·0158	—	—	—	—	—	0·705
0·0316	—	—	0·607	0·630	0·660	0·701
0·0474	—	0·593	0·612	0·632	0·660	0·697
0·0633	0·572	0·596	0·615	0·634	0·659	0·694
0·0949	0·578	0·600	0·620	0·638	0·659	0·688
0·1266	0·582	0·603	0·623	0·640	0·658	0·683
0·1582	0·585	0·605	0·625	0·640	0·658	0·679
0·1898	0·587	0·607	0·627	0·640	0·657	0·676
0·2214	0·588	0·609	0·628	0·639	0·656	0·673
0·2530	0·589	0·610	0·629	0·638	0·656	0·670
0·2847	0·591	0·610	0·629	0·637	0·655	0·668
0·3163	0·592	0·611	0·630	0·637	0·654	0·666
0·3793	0·593	0·612	0·630	0·636	0·653	0·663
0·4426	0·595	0·613	0·630	0·635	0·651	0·660
0·5058	0·596	0·614	0·631	0·634	0·650	0·658
0·5694	0·597	0·615	0·630	0·634	0·649	0·657
0·6327	0·598	0·615	0·630	0·633	0·648	0·655
0·7902	0·599	0·616	0·630	0·632	0·646	0·653
0·9491	0·600	0·616	0·629	0·632	0·644	0·650
1·2654	0·602	0·617	0·628	0·631	0·642	0·647
1·5818	0·603	0·617	0·628	0·630	0·640	0·644
1·8981	0·604	0·617	0·627	0·630	0·638	0·642
2·2145	0·604	0·616	0·627	0·629	0·637	0·640
2·5308	0·605	0·616	0·627	0·629	0·636	0·637
2·8472	0·605	0·615	0·626	0·628	0·634	0·635
3·1635	0·605	0·615	0·626	0·628	0·633	0·632
3·4799	0·604	0·614	0·625	0·627	0·631	0·629
3·7962	0·604	0·614	0·624	0·626	0·628	0·626
4·1126	0·603	0·613	0·622	0·624	0·625	0·622
4·4289	0·603	0·612	0·621	0·622	0·622	0·618
4·7453	0·602	0·611	0·620	0·620	0·619	0·615
5·0616	0·602	0·611	0·618	0·618	0·617	0·613
5·3780	0·602	0·610	0·617	0·616	0·615	0·612
5·6943	0·601	0·609	0·615	0·615	0·614	0·612
6·0107	0·601	0·608	0·614	0·613	0·612	0·611
6·3270	0·601	0·607	0·613	0·612	0·612	0·611
9·4905	0·601	0·603	0·606	0·608	0·610	0·609

§. 328. Gröfse der Reductionscoefficienten bei unvollständiger Contraction. Befindet sich in einer Seitenwand eine bis auf den Boden hinabreichende rechteckige Öffnung, deren untere Kante in der Bodenfläche liegt, so findet nicht rings um die Öffnung, sondern nur von drei Seiten (der obern und den beiden Seitenkanten) her eine Contraction des Wasserstrahls Statt, so, dafs dadurch die wirkliche Ausflufsmenge in etwas vergröfsert wird; aus diesem Grunde mufs der vorige Coefficient $n = \cdot 62$ der Erfahrung zu Folge mit $1 \cdot 035$ multiplicirt werden. Findet die Contraction des Wasserstrahls nur an zwei oder einer Seite Statt, so wird der vorige für die vollständige Contraction geltende Reductionscoefficient n beziehungsweise mit $1 \cdot 072$ und $1 \cdot 125$ multiplicirt, dadurch wird in diesen drei genannten Fällen $n = \cdot 642$, $n = \cdot 664$ und $n = \cdot 697$.

Anmerkung 1. Der Contractionscoefficient nimmt auch etwas ab, obschon das Wasser der Ausflufsöffnung noch von allen Seiten zuströmen kann, wenn das Verhältnifs $\frac{a}{A}$ der Ausflufsöffnung a gegen die Fläche der Mündungswand A zunimmt und sich der Einheit nähert. Bezeichnet man dieses Verhältnifs durch m, den Ausflufscoefficienten bei vollkommener Contraction mit n, so wie jenen bei unvollkommener Contraction mit n', so soll nach *Weisbach's* Versuchen, für kreisförmige Mündungen:

$$n' = [1 + \cdot 04564\ (14 \cdot 821^m - 1)]\, n$$

und für rectanguläre Mündungen:

$$n' = [1 + \cdot 0760\ (9^m - 1)]\, n$$

gesetzt werden können.

So wäre z. B. für $m = \cdot 35$ in diesen beiden Fällen beziehungsweise $n' = 1 \cdot 075\, n$ und $n' = 1 \cdot 088\, n$, so, dafs, wenn $n = \cdot 615$ zu nehmen ist, sofort $n' = \cdot 661$ und $n' = \cdot 669$ seyn würde.

Für $m = \cdot 5$ dagegen wäre in diesen beiden Fällen $n' = 1 \cdot 134\, n$ und $n' = 1 \cdot 152\, n$; für $m = 1$ aber $n' = 1 \cdot 613\, n$ und $n' = 1 \cdot 608\, n$.

Endlich nimmt der Contractionscoefficient auch noch ab (also die Ausflufsmenge zu), wenn das Wasser vor der Mündung nicht (so viel als möglich) ruhig steht, sondern schon mit einer gewissen Geschwindigkeit ankömmt.

Anmerkung 2. Für Schützenöffnungen, bei welchen der untere Rand sehr nahe am Boden liegt, nimmt man für gewöhnlich $n = \cdot 625$. Fliefst das Wasser aus einer solchen Öffnung in ein Gerinne von gehöriger Neigung, so erleidet der Coefficient n keine merkliche Veränderung, wenn der Wasserstand über dem Mittelpunct der Öffnung nicht geringer als beiläufig 21 Zoll bei einer Höhe der Öffnung von $5\frac{1}{2}$ bis $7\frac{1}{2}$, oder 13 Zoll bei einer 4 Zoll hohen, oder 8 Zoll bei einer 2 Zoll hohen Öffnung ist. Liegen die beiden Seiten und die Grundlinie der rechteckigen Schützenöffnung in der Verlängerung des Gerinnes, und hat die Schütze gegen den Horizont eine

Neigung von beiläufig 26 Grad, so ist $n = {}^{\cdot}74$, bei einer Neigung von 45 Grad dagegen $n = {}^{\cdot}80$ zu nehmen. (M. s. die Zusätze.)

§. 329. Beispiele.

1. In einer dünnen Seitenwand eines Gefäſses befindet sich eine 4 Zoll breite und eben so hohe rechteckige oder quadratförmige Öffnung, das Gefäſs erhält fortwährend so viel Zufluſs, daſs der Wasserspiegel beständig 10 Fuſs über dem Mittelpuncte der Öffnung stehen bleibt; es ist die Frage, wie viel Wasser aus dieser Öffnung bei vollständiger Contraction per Secunde ausläuft?

Da hier $a = \frac{16}{144} = \frac{1}{9}$, $h = 10$, $t = 1$ und $n = {}^{\cdot}62$ ist, so hat man nach der Formel 1) §. 324:

$$M = 4{\cdot}881 \times \tfrac{1}{9} \sqrt{10} = 1{\cdot}715 \text{ Kubikfuſs.}$$

2. Wie groſs ist die aus einer 6 Zoll hohen und 45 Zoll breiten Schützenöffnung ausflieſsende Wassermenge, wenn der Wasserspiegel im Gerinne, dieser an einer Stelle gemessen, wo er ruhig steht, d. i. noch keine Senkung erlitten hat, um $4\frac{1}{2}$ Fuſs über der Sohle, also 4 Fuſs über dem Scheitel der Schützenöffnung steht und die Contraction nur an der obern Seite Statt findet?

Nach der obigen Tabelle II. (§. 327) ist (da man dort, wo die Zahl nicht unmittelbar zu finden ist, einen Mittelwerth nimmt) der Coefficient $= \frac{{}^{\cdot}603 + {}^{\cdot}613}{2} = {}^{\cdot}608$ und nach Anmerkung des vorigen Paragraphes wegen unvollständiger Contraction $n = {}^{\cdot}608 \times 1{\cdot}125 = {}^{\cdot}684$, folglich, da $a = \frac{6 \times 45}{144} = \frac{15}{8}$, $h = 4{\cdot}25$ und $t = 1$ ist, nach der Formel 3) §. 327: $M = 7{\cdot}874 \times {}^{\cdot}684 \times \frac{15}{8} \sqrt{4{\cdot}25} = 20{\cdot}8$ Kubikfuſs per Secunde.

3. Das Wasser bleibt in einem Gefäſse, welches jede Secunde einen Zufluſs von $\frac{1}{2}$ Kubikfuſs hat, um 12 Fuſs über der Mitte der Ausfluſsöffnung stehen; wie groſs ist diese Öffnung, wenn der Ausfluſs durch ein kurzes prismatisches oder cylindrisches Ansatzrohr Statt findet?

Hier ist in der genannten Formel 3) $M = \frac{1}{2}$, $h = 12$, $t = 1$ und $n = {}^{\cdot}82$, folglich

$$a = \frac{M}{7{\cdot}874\, n\, t \sqrt{h}} = \frac{\frac{1}{2}}{6{\cdot}456 \times 3{\cdot}464} = {}^{\cdot}0224\,\Box' = 3{\cdot}23\,\Box''.$$

§. 330. Untergetauchte Öffnungen. Tritt das Wasser nicht, wie bisher immer stillschweigend angenommen wurde, in die freie Luft, sondern wie in Fig. 224 unter Wasser aus, ist nämlich die Ausfluſsöffnung untergetaucht, so wird, wenn der Mittelpunct *C* der Öffnung vom höher liegenden Wasserspiegel *A* um die Höhe *h'* und von dem tiefer liegenden B um h'' absteht, $h' - h''$ die wirksame Druckhöhe seyn, sobald die beiden Wasserspiegel eine constante Höhe beibehalten. Man erhält daher für die ausfliefsende Wassermenge in diesem Falle (Formel 3, §. 327)

$$M = 7{\cdot}874\, n\, a\, t \sqrt{(h' - h'')} \;.\;.\;. \;(4,$$

wobei der Erfahrung zufolge der Reductionscoefficient n sehr nahe denselben Werth wie bei Ausmündungen in die freie Luft erhält.

Nach den Versuchen von *Weisbach* wären die Ausflufscoefficienten unter Wasser um $1\frac{1}{8}$ Procent kleiner als beim Ausflufs in die freie Luft.

Mündet die Öffnung zum Theil in die freie Luft, zum Theil unter Wasser aus, so berechnet man die Ausflufsmenge für jeden Theil insbesondere und addirt dann beide Theile.

§. 331. Seitenausflufs bei geringen Druckhöhen. Ist die Druckhöhe gegen die Höhe der Ausflufsöffnung sehr gering, so fällt die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher man den Querschnitt a der Öffnung multipliciren mufs, um die theoretische Ausflufsmenge zu erhalten, nicht mehr (wie es bei gröfseren Druckhöhen ohne merklichen Fehler angenommen werden darf) mit der Geschwindigkeit zusammen, welche die durch die halbe Öffnung gehende Waserschichte annimmt (d. h. man darf hier nicht mehr den Abstand des Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung als die mittere Druck- und Geschwindigkeitshöhe ansehen).

Um die Ausflufsmenge in diesem Falle zu finden, sey $B'F$ (Fig. 225) ein bis zur Höhe BB' mit Wasser gefülltes Gefäfs und BE eine verticale Seitenwand desselben. Bringt man in verschiedenen Tiefen unterm Wasserspiegel, z. B. in P, C... der lothrechten Geraden AC sehr kleine Öffnungen an, so springt (bei fortwährender Voraussetzung eines constanten Wasserspiegels) das Wasser nach dem *Torricelli*'schen Satze (§. 322, Anmerk.) aus diesen Öffnungen mit den, den Druckhöhen AP, AC... entsprechenden Geschwindigkeiten heraus, die sich sofort nach §. 321 (Gleich. m) bestimmen lassen. Ist nämlich $AP = x$ und $PM = y$, so ist $y = \sqrt{2gx}$ oder $y^2 = 2gx$, und da diefs, wie in der höhern Geometrie gezeigt wird, die Gleichung einer gewöhnlichen Parabel AMD ist, so folgt daraus, dafs die Endpuncte aller der aus diesen feinen Öffnungen ausspringenden Wasserfäden (mit Vernachläfsigung der Widerstände) in dieser krummen Linie AMD liegen. Berühren sich nun diese Öffnungen, d. h. bilden sie zusammen eine nach der ganzen Länge AC laufende feine Ritze, so bilden auch alle diese Wasserfäden zusammen eine von der Parabel begrenzte Wasserfläche $ACDMA$, deren Flächeninhalt (wie aus geometrischen Gründen folgt) $= \frac{2}{3} AC \times CD$ ist. Ist aber $AC = h$ die Höhe des constanten Wasserstandes, so ist (§. 321) CD die zugehörige Geschwindigkeit, nämlich $CD = \sqrt{2gh}$, folglich, wenn die Breite der rechteckigen Öffnung $ab = b$ ist, sofort die während einer Secunde ausfliefsende theoretische Wassermenge $m = \frac{2}{3} bh \sqrt{2gh}$, also die wirkliche Wassermenge

$$m = 5{\cdot}25\, nbh \sqrt{h} \;\ldots\; (1.$$

Ist c die mittlere Geschwindigkeit, für welche nämlich bhc ebenfalls der vorigen Wassermenge m gleich ist, und h_1 die zugehörige Höhe, so findet man $h_1 = \frac{4}{9} h$; da nun der Abstand des Wasserspiegels von der halben Höhe der Öffnung $\frac{1}{2} h = \frac{4}{8} h$ ist, so würde man die Ausflufsmenge offenbar zu grofs berechnen, wenn man auch hier den Abstand des Mittelpunctes der Öffnung vom Wasserspiegel als die mittlere Druckhöhe annehmen wollte.

§. 332. Reicht die Öffnung $abcd$ (Fig. 225) nicht bis zum Wasserspiegel, sondern nur bis auf die Höhe $ac = e$, und setzt man $cf = h'$, also, wenn wieder $AC = h$ ist, $e = h - h'$; so darf man zur Bestimmung der Ausflufsmenge aus dieser Öffnung ad nur von der vorigen Wassermenge m jene abziehen, welche aus der Öffnung df ausfliefsen würde und nach der vorigen Formel 1) bestimmt wird. Dadurch erhält man für die in einer Secunde aus ad ausfliefsende wirkliche Wassermenge $m = \frac{2}{3} nb \sqrt{2g} \left[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}\right] = 5{\cdot}25\, nb \left[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}\right] \ldots (2.$

Für $h' = 0$ geht diese Formel natürlich in die vorige (1 über.

Anmerkung. Die hier aus den obigen Tabellen (S. 295 und 296) anzuwendenden *Poncelet*'schen Coefficienten bedürfen bei der Zunahme des Verhältnisses $\frac{a}{A} = m$ des Querschnittes der Mündung a gegen jenen der Mündungsebene, wodurch die Geschwindigkeit der zufliefsenden Wassermasse gegen die mittlere Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers schon einen bemerkbaren Werth erhält, der Ausflufscoefficient daher gröfser wird (Anmerk. 1 in § 328) noch kleiner Correctionen.

Ist n der entsprechende Ausflufscoefficient aus den genannten Tabellen und n' der in dieser Hinsicht corrigirte Coefficient, so findet *Weisbach* aus seinen Versuchen, dafs man, wenn m nicht viel über $\frac{1}{2}$ beträgt und die Wasserstandshöhe einige Fufse oberhalb der Mündungsebene gemessen wird, ziemlich genau $n' = (1 + {\cdot}641\, m^2)$ setzen könne.

Beispiele.

1. Um das in einem 3 Fufs weiten Gerinne zufliefsende Wasser zu messen, hat man in dasselbe eine dünne Spundwand eingesetzt, in welcher sich eine rechteckige Öffnung von 2 Fufs horizontaler Breite und 1 Fufs Höhe befindet. Nachdem die höchste Austauung, so wie überhaupt der Behar-

rungsstand des ausfliefsenden Wassers eingetreten war, stand der Wasserspiegel (einige Fufs von der Spundwand aufwärts gemessen) um $2\frac{1}{4}$ Fufs über der Sohle und um $\frac{3}{4}$ Fufs über dem obern Rand der Oeffnung.

Setzt man in der vorigen Formel (2 dieses Paragraphes, $h = 1\frac{3}{4}$, $h' = \frac{3}{4}$ und $b = 2$, so erhält man zuerst für die theoretische, in einer Secunde ausfliefsende Wassermenge $17{\cdot}463^{c'}$ (nach der Formel 3), §. 327, fände man den etwas zu grofsen Werth $17{\cdot}604^{c'}$).

Nimmt man nun aus der Tafel II. (S. 296) den entsprechenden Ausflufscoefficienten ·599 und corrigirt diesen, nach der *Weisbach*'schen Angabe, so wird wegen $m = 2 : 6\frac{3}{4} = {\cdot}296$, sofort $n' = 1{\cdot}056 \times {\cdot}599 = {\cdot}6325$, folglich die effective Wassermenge $M = 11{\cdot}04$ Kubikfufs.

2. Wie viel Wasser fliefst bei einer Schleufse durch eine 3 Fufs breite rechteckige Oeffnung, wenn das Schutzbrett a (Fig. 226) 2 Fufs hoch aufgezogen wird, und dabei der Wasserspiegel 4 Fufs über dem untern Rand der Öffnung constant stehen bleibt?

Nach der obigen Formel (2 ist, wegen $h = 4$, $h' = 2$, $b = 3$ und (§. 328, Anmerkung 2) $n = {\cdot}625$, die per Secunde effective ausfliefsende Wassermenge $M = 5{\cdot}25 \times {\cdot}625 \times 3(4\sqrt{4} - 2\sqrt{2}) = 50{\cdot}9$ Kubikfufs.

§. 333. Abflufs bei Überfällen. Das beim Maschinenbaue am häufigsten angewendete Mittel bedeutende Wasserquantitäten zu messen, welche zum Betrieb von Wasserrädern benützt werden, besteht darin, das Wasser über eine Schwelle N (Fig. 227), welche über den Zuflufs oder gewöhnlicher Abflufskanal gelegt wird, abfliefsen oder überfallen zu lassen; dabei kann die dadurch enstehende Überfallsöffnung erstens eben so breit, oder zweitens schmäler als die Breite des Zuflufskanales seyn, so dafs im ersten Falle beinahe gar keine, im letztern dagegen wenigstens eine Contraction von beiden Seiten (der Flügelwände) her Statt findet.

Bezeichnet man die Breite der Öffnung oder des Überfalles mit b, die Tiefe der Kante C der nach aufsen abgeschrägten Schwelle unter dem noch nicht gesenkten Wasserspiegel, d. i. AC mit h und den Reductions- oder Correctionscoefficienten mit n; so ist die per Secunde abfliefsende effective Wassermenge:

$$M = n b h \sqrt{2 g h} = 7{\cdot}874\, n b h \sqrt{h} \;.\;.\;. \;(3,$$

wobei für den erstern der beiden genannten Fällen n so ziemlich constant bleibt und nach den von *Castel* zu Toulouse angestellten Versuchen $n = {\cdot}443$ gesetzt werden kann, unter der Bedingung jedoch, dafs, wenn h' die Höhe der obern horizontalen Kante der Schwelle über der Sohle des Kanales ist, $h < \frac{1}{3} h'$ sey, während im zweiten Falle n veränderlich ist und unter den nachstehenden Bedingungen näherungsweise durch die Formel $n = {\cdot}379 + {\cdot}064 \frac{b}{B}$ ausgedrückt werden kann, wenn b die Breite des Überfalles und B jene des Zuflufscanales bezeichnet. (Diese erwähnten Bedingungen sammt Beispiele sehe man in den Zusätzen.)

b) Ausfluſs bei *abnehmenden* Druckhöhen.

§. **334.** Flieſst das Wasser aus einer Boden - oder Seitenöffnung eines Gefäſses aus, welches keinen Zufluſs hat, so sinkt der Wasserspiegel immer mehr herab, folglich vermindert sich continuirlich sowohl die Druckhöhe als auch die Ausfluſsgeschwindigkeit v, und zwar nach demselben Gesetze, nach welchem die Geschwindigkeit v eines vertical aufwärts geworfenen Körpers abnimmt, so, daſs die Bewegung des ausflieſsenden Wassers eine gleichförmig verzögerte ist.

Ist also h die Druckhöhe für den anfänglichen Wasserstand, daher $\sqrt{2gh}$ die ensprechende Ausfluſsgeschwindigkeit, welche allmälich bis Null abnimmt, so, daſs die mittlere Geschwindigkeit $v = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$, folglich, wenn T die Entleerungszeit für das Gefäſs ist, der von einer Wasserschichte in dieser Zeit T zurückgelegte Weg, d. i. die Länge des ausflieſsenden Wasserprisma (Anmerkung in §. 134) eben so groſs ist, als wenn sich die Wasserschichte während dieser Zeit mit der mittlern Geschwindigkeit v gleichförmig fortbewegt hätte. Ist daher a wieder der Querschnitt der Öffnung und n der Reductionscoefficient, so ist die in der Zeit T ausflieſsende Wassermenge $= navT = \frac{1}{2} naT\sqrt{2gh}$, und da diese dem ursprünglich im Gefäſse befindlichen Wasservolumen gleich seyn muſs, so hat man, wenn A der Querschnitt des cylindrischen oder prismatischen Gefäſses ist: $\frac{1}{2} naT\sqrt{2gh} = Ah$, und daraus für die Ausleerungszeit:

$$T = \frac{2Ah}{na\sqrt{2gh}} = \frac{\cdot 254\, A\sqrt{h}}{na} \;\ldots\; (1.$$

Bei einem unveränderten Wasserstande, d. i. wenn h constant bliebe, würde in derselben Zeit T die Wassermenge $M = naT\sqrt{2gh}$, oder für T den vorigen Werth gesetzt und reducirt $M = 2Ah$, d. i. die doppelte Quantität ausflieſsen, was mit einem vertical aufwärts steigenden Körper analog ist, welcher ebenfalls, wenn er seine Anfangsgeschwindigkeit beibehielte, auf die doppelte Höhe steigen würde.

§. **335.** Um die Zeit t zu finden, während welcher das Wasser aus einer Boden- oder (im Vergleich mit der Wasserspiegelhöhe) niedern Seitenöffnung bis auf eine bestimmte Höhe h' ausflieſst, so ist nach der vorigen Formel die Zeit T', binnen welcher das Wasser von der Höhe h' abflieſst, $T' = \frac{2Ah'}{na\sqrt{2gh'}}$, also die Zeit, in welcher das Wasser von der Höhe h auf jene h' herabkommt: $t = T - T'$, d. i.

$$t = \frac{2A}{na\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = \frac{\cdot 254\,A}{na}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) \;\ldots\; (2.$$

Zugleich ist die während dieser Zeit ausfliefsende Wassermenge

$$m = A\,(h - h') \;\ldots\; (3.$$

Anmerkung. Diese Formeln, in welchen h in Fufsen, a und A gleichzeitig in Quadratfufs oder Zoll, so wie t und T in Secunden auszudrücken sind, gelten sowohl für Boden - als Seitenöffnungen, wenn dabei das Herabsinken des Wasserspiegels nur so weit Statt hat, dafs dadurch nicht der in §. 331 behandelte Fall des Seitenausflusses bei geringen Druckhöhen eintritt; sonst ist bei Seitenöffnungen unter h die Höhe vom Wasserspiegel bis zur Mitte der Öffnung zu verstehen.

§. 336. Beispiele.

1. Ein prismatisches Gefäfs von $9^1/_2$ Quadratfufs Querschnitt besitzt in dem horizontalen Boden eine Öffnung von 1 Quadratzoll; wenn nun die ursprüngliche Druckhöhe 12 Fufs beträgt, so ist die Frage, in welcher Zeit der Wasserspiegel, wenn das Gefäfs keinen Zuflufs hat, um 4 Fufs sinken wird, wenn der Ausflufs durch ein prismatisches Ansatzrohr Statt findet.

   Hier ist $A = 9{\cdot}5$; $a = \frac{1}{144}$, $h = 12$, $h' = 12 - 4 = 8$ und $n = {\cdot}82$, mithin nach der Formel 2) des vorigen Paragraphes:

   $$t = \frac{\cdot 254 \times 9{\cdot}5 \times 144}{\cdot 82}(\sqrt{12} - \sqrt{8}) = 269^1/_3 \text{ Secunden}$$

   oder nahe in $4^1/_2$ Minuten.

2. In einem Sammelteiche, dessen horizontaler Querschnitt durchaus von gleicher Gröfse ist, und 1000 Quadratfufs beträgt, befindet sich eine Schützenöffnung von 2 Fufs in der Breite und $^1/_4$ Fufs in der Höhe. In dem Augenblicke als die Schütze gezogen wird, steht der Wasserspiegel um 8 Fufs über dem Mittelpuncte der Öffnung; um wie viel wird sich der Wasserspiegel während 15 Minuten senken und wie viel Wasser wird in dieser Zeit ausfliefsen, wenn bei dieser Ausflufsöffnung nur an der obern Kante eine Contraction eintritt?

   Aus der obigen Gleichung 2) (§. 335) folgt $h' = \left(\sqrt{h} - \frac{nat}{\cdot 254\,A}\right)^2$ und da hier $h = 8$, $A = 1000$, $a = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $t = 15 \times 60 = 900$ und (§. 328) $n = {\cdot}697$ ist, so folgt $h' = 2{\cdot}539$, also ist in dieser Zeit von 15 Minuten der Wasserspiegel um $8 - 2{\cdot}539 = 5{\cdot}461$ Fufs gesunken.

   Was die während dieser Zeit ausgeflossene Wassermenge betrifft, so hat man dafür nach der vorigen Formel (3:

   $$M = 1000 \times 5{\cdot}461 = 5461 \text{ Kubikfufs.}$$

Anmerkung. Erhält das prismatische Gefäfs gleichzeitig einen Zuflufs von oben, so bleibt, wenn der Zuflufs dem Abflufs gleich ist, der Wasserspiegel unverändert; er sinkt oder steigt aber, je nachdem der Zuflufs kleiner oder gröfser als der Abflufs ist.

Beträgt, mit Beibehaltung der übrigen Bezeichnung, die per Secunde zufliefsende Wassermenge m Kubikfufs, so findet man durch höhere Rechnung für die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' herabsinkt:

$$t = 2A\left[\frac{\sqrt{h}-\sqrt{h'}}{na\sqrt{2g}} + \frac{m}{2g\,(na)^2}\,logn.\left(\frac{-m+na\sqrt{2gh}}{-m+na\sqrt{2gh'}}\right)\right].$$

§. **337.** Reicht die in einer verticalen Wand befindliche rechteckige Öffnung bis zum Wasserspiegel, so findet man durch höhere Rechnung für die Zeit t, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' (also um $h - h'$) herabsinkt, wenn wieder A der Querschnitt des prismatischen Gefäfses und b die Breite der Öffnung ist:

$$t = \frac{3A}{nb\sqrt{2g}}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right) = \frac{\cdot 381\,A}{nb}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right).$$

Anmerkung. Für die Ausleerungszeit würde wegen $h' = 0$ sofort t unendlich grofs, was damit zusammenhängt, dafs wenn einmal die Druckhöhe h' so weit abgenommen hat, dafs sie als unendlich klein anzusehen ist, das Wasser auch nur unendlich langsam und nur in kleinen Tropfen, also nicht mehr continuirlich abfliefst.

Beispiel. An einem Teiche von 800 Quadratklafter Oberfläche befindet sich an der einen verticalen Seitenwand eine 2 Fufs breite, vom Boden bis zum Wasserspiegel reichende Öffnung. Wenn nun der Wasserstand 4 Fufs beträgt und die Schütze ganz aufgezogen, also diese Öffnung frei gemacht wird, so ist die Frage in welcher Zeit der Wasserspiegel um 3 Fufs sinken wird, wenn der Querschnitt des Teiches constant ist?

Da $A = 800 \times 36 = 28800$, $b = 2$, $h = 4$, $h' = 4 - 3 = 1$ und, wenn die Contraction an zwei Seiten Statt findet, $n = \cdot 664$ ist; so folgt aus der vorigen Formel $t = 4131{\cdot}4$ Secunden = 1 Stunde, 8 Minuten, $51^1/_2$ Secunden.

Zweites Kapitel.

Von dem Auflusse des Wassers aus einem Behälter in einen andern.

§. **338. Wenn der Wasserspiegel in beiden Behältern constant bleibt.** Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn ein höher gelegener Canal das Wasser in einen tiefer liegenden durch eine in einem Schleufsenthor befindliche Schützenöffnung, wie in Fig. 224, liefert, ein Fall übrigens, welcher bereits in §. 330 behandelt wurde. Ist nämlich C der Schwerpunct und a die Gröfse der Ausflufsöffnung, ferner $AC = h'$ und $BC = h''$, folglich $AB = h = h' - h''$; so ist die in jeder Secunde ausfliefsende Wassermenge

$$m = na\sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\,na\sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (1.$$

§. 339. Wenn der obere Wasserspiegel constant bleibt, dagegen der untere steigt. Dieser Fall tritt ein, wenn sich z. B. das Wasser aus einem Kanal oder aus einem grofsen Teich in einen kleinen Behälter, wie in Fig. 229, ergiefst.

Ist die Ausflufsöffnung $= a$, deren Mittelpunct in C seyn soll, gleich im Anfange überfluthet und der Wasserspiegel im Behälter AN bereits bis BB' gestiegen, so findet man die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von B bis M steigt, wenn man $AB = h$, $AM = h'$ und den als constant angenommenen Querschnitt des sich füllenden Gefäfses $= A$ setzt, genau so wie in §. 335, weil auch hier die Bewegung des ausfliefsenden Wassers, indem der Gegendruck constant zunimmt, gleichförmig verzögert wird; es ist nämlich, wie beim Ausfliefsen eines Gefäfses:

$$t = \frac{2A}{na\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = \frac{\cdot254\,A}{na}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) \;.\;.\;.\; (2.$$

Hieraus folgt auch für die gänzliche Füllungszeit T (binnen welcher nämlich der Wasserspiegel BB' bis AD steigt), weil dafür $h' = 0$ wird:

$$T = \frac{\cdot254\,A}{na}\sqrt{h} \;.\;.\;.\; (3.$$

Anmerkung. Dieser hier behandelte Fall findet eine wichtige Anwendung bei Berechnung der Füllungszeit der Schleufsenkammern.

Beispiel. In welcher Zeit wird der Raum $ABJG$ (Fig. 230) der Schleufsenkammer von dem Oberwasser AH, durch die im Oberthor AG befindliche rechteckige Öffnung von $2\frac{1}{2}$ Fufs Breite und 4 Fufs Höhe gefüllt, wenn der Oberwasserspiegel AA' 10 Fufs über dem Unterwasserspiegel GJ und 5 Fufs über dem Schwerpuncte C der Öffnung steht?

Zieht man durch den Schwerpunct C der Öffnung die Horizontale CD, so kann man die Rechnung so führen, als ob der Raum GD durch eine in die freie Luft ausmündende, dagegen der Raum CB durch eine überfluthete Öffnung zu füllen wäre. Es betrage nun der erstere Raum $CGJD$ z. B. 23000 Kubikfufs und der Querschnitt des letzteren (bei einer Länge der Kammer von $AB = 200$ und Breite $= 24$ Fufs) 4800 Quadratfufs, so hat man für die Füllungszeit t des erstern Raumes nach Formel 3)[1], §. 327:

$$t = \frac{M}{7{\cdot}874\,na\sqrt{h}} = \frac{23000}{7{\cdot}874 \times \cdot625 \times 10\sqrt{5}} = 209 \text{ Secunden,}$$

und für jene t' des obern Raumes nach der vorigen Formel 3) des gegenwärtigen Paragraphes:

$$t' = \frac{\cdot254 \times 4800\sqrt{5}}{\cdot625 \times 10} = 436{\cdot}2 \text{ Secunden.}$$

Es ist also die gesammte Füllungszeit $T = t + t' = 645$ Secunden $=$ 10 M., 45 Sec.

§. 340. Wenn der Oberwasserspiegel fällt, der untere dagegen constant bleibt. Bleibt der Wasserspiegel BB' (Fig. 229) unverändert, während jener AA' durch den Ausflufs des Wassers aus der Öffnung $= a$ herabsinkt, so gelten für diesen Fall die Formeln 1) und 2) in den §§. 334 und 335. Es ist nämlich $t = \frac{2A}{na\sqrt{2g}}[\sqrt{h} - \sqrt{(h-h')}]$, wenn man unter h den anfänglichen Abstand AB der beiden Wasserspiegel, und unter h' die Tiefe AM versteht, um welche der obere Wasserspiegel in der Zeit t herabsinkt.

Eben so ist $T = \frac{2A}{na\sqrt{2g}}\sqrt{h} = \frac{\cdot 254\, A}{na}\sqrt{h}$ die Zeit, binnen welcher der Oberwasserspiegel AA' bis auf die Höhe BB' des untern Wasserspiegels herabsinkt.

Beispiel. Wenn die Schleufsenkammer GB (Fig. 230) des vorigen Beispiels bis AB mit Wasser gefüllt ist, in welcher Zeit wird sich dasselbe durch die im Unterthor BJ befindliche, $2\frac{1}{2}$ Fufs breite und 5 Fufs hohe Öffnung in das sogenannte Unterwasser entleeren, wenn dabei der Wasserspiegel desselben constant bleibt?

Hier ist (siehe voriges Beispiel) $A = 4800$, $a = 12 \cdot 5$, $n = \cdot 625$ und $h = 10$, folglich nach der letzten Formel:

$$T = \frac{\cdot 254 \times 4800}{\cdot 625 \times 12 \cdot 5}\sqrt{10} = 493 \cdot 5 \text{ Sec.} = 8 \text{ M. } 13\tfrac{1}{2} \text{ Sec.}$$

§. 341. Wenn der Oberwasserspiegel fällt und gleichzeitig der untere Wasserspiegel steigt. Dieser Fall tritt z. B. bei zwei communicirenden Gefäfsen (Fig. 231) ein, bei welchen, bevor die Communication durch einen Hahn, eine Klappe oder dergleichen hergestellt wird, der Wasserspiegel in dem einen Gefäfs in AB und in dem andern in ab steht, wodurch also, sobald die Communication hergestellt ist, der erstere so lange sinkt und der letztere steigt, bis beide (§. 315) gleich hoch oder in demselben Niveau stehen.

Es seyen nun sowohl die beiden Gefäfse AD und df, als auch das Verbindungsrohr prismatisch oder cylindrisch und beziehungsweise von den Querschnitten A, A' und a, so findet man durch höhere Rechnung die Zeit, in welcher die beiden Wasserspiegel auf gleicher Höhe stehen:

$$T = \frac{2AA'\sqrt{(h-h')}}{na(A+A')\sqrt{2g}} = \frac{\cdot 254\, AA'\sqrt{(h-h')}}{na(A+A')}.$$

Beispiel. Bei einem Schiffahrtscanal ist eine Doppelschleufse vorhanden, d. h. es stofsen 2 Schleufsenkammern an einander. Sobald das aufwärts gehende Schiff durch das Unterthor in die untere Kammer eingefahren ist, wird dieses Thor geschlossen, und man zieht dann die Schütze jenes

Thores, welches die beiden Kammern von einander trennt, wobei das dritte, nämlich das Oberthor geschlossen ist. Das Wasser fällt nun in der obern und steigt in der untern Kammer (weil die untere durch die obere gefüllt wird) so lange, bis es in beiden Kammern gleich hoch steht, worauf das Mittelthor geöffnet und das Schiff in die obere Kammer eingeführt wird.

Es soll nun die Zeit bestimmt werden, binnen welcher das Wasser von dem Augenblicke an, in welchem die Schütze gezogen wird, in beiden Kammern gleich hoch steht, wenn für die obere Kammer (aus einem wirklichen Falle genommen) $A = 2051{\cdot}6$ Quadratfufs, $h = 13$ Fufs, und für die untere $A' = 2152$ Quadratfufs, $h' = {\cdot}75$ Fufs (wenn nämlich die Zeit von jenem Augenblicke an gezählt wird, in welchem der Wasserspiegel in dieser Kammer den Mittelpunct der Schützenöffnung erreicht hat), endlich für beide neben einander befindlichen Schützenöffnungen zusammen $a = 12\frac{1}{2}$ Quadratfufs und (da nach einigen, übrigens noch nicht allgemein bestätigten Beobachtungen, der Contractionscoefficient von zwei unmittelbar neben einander liegenden Schützenöffnungen etwas kleiner seyn soll) $n = {\cdot}55$ genommen wird. Nach der vorigen Formel erhält man für die gesuchte Zeit:

$$T = \frac{{\cdot}254 \times 2051{\cdot}6 \times 2152 \sqrt{12{\cdot}25}}{{\cdot}55 \times 12{\cdot}5 \times 4203{\cdot}6} = 135{\cdot}8 \text{ Sec.}$$

oder nahe 2 M. 16 Sec. Die wirklich beobachtete Zeit war 2 M. 29 Sec.

Drittes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

§. 342. Einleitung. Bewegt sich das Wasser in einer horizontalen oder geneigten Röhre FC oder EC (Fig. 232), welche von einem Reservoir gespeist wird, dessen Wasserspiegel AB um $CD = h$ über dem Mittelpunct der Ausflufsöffnung des Rohrs liegt, so fliefst es keinesweges, wie es seyn müfste, wenn keine Hindernisse vorhanden wären, mit der der Druckhöhe h entsprechenden Geschwindigkeit aus, sondern diese ist bedeutend, und zwar um so kleiner, je länger das Rohr oder die Röhrenleitung ist. Auch nimmt das Wasser in einer geneigten Leitung, obschon es darin (§. 147) eine gleichförmig beschleunigte Bewegung haben sollte, sehr bald eine gleichförmige Bewegung an, welches ebenfalls beweist, dafs bei einer gewissen Geschwindigkeit die Widerstände an der Röhrenwand so grofs sind, dafs dadurch, wenn einmal diese Geschwindigkeit erreicht ist, jede weitere Beschleunigung aufgehoben wird.

§. 343. Ist nun v die wirkliche Ausflufsgeschwindigkeit, also $\frac{v^2}{2g}$

die zugehörige Geschwindigkeitshöhe, folglich nach den vorigen Bemerkungen kleiner als h; so ist

$$h - \frac{v^2}{2g} = z \ldots (n$$

jene Höhe, welche durch die Hindernisse oder den Widerstand erschöpft und daher auch Widerstandshöhe genannt wird; ist nämlich m die Wassermasse, so ist mz die von den Widerständen in der Zeiteinheit absorbirte Arbeit.

Da der Widerstand der Röhrenwand, soweit diese vom Wasser benetzt wird, mit der Länge, und wenn das Wasser voll fliefst, d. h. wenn die Röhre ganz ausgefüllt ist, mit dem innern Umfang der Röhre zunimmt, dagegen mit der Querschnittsfläche der Röhre abnimmt, weil dieser Widerstand in keiner eigentlichen Reibung wie bei festen Körpern besteht, sondern aus der Adhäsion der benetzten Fläche, die sich in abnehmender Progression den übrigen gegen die Achse der Röhre zu liegenden Wassertheilchen mittheilt, herrührt, so vertheilt sich dieser vom Umfange ausgehende Widerstand auf alle Theilchen des Querschnitts, so dafs also auf die Flächeneinheit davon ein um so kleinerer Theil kommt, je gröfser der Querschnitt ist; ferner müssen, wenn z. B. das Wasser die doppelte Geschwindigkeit erhält, in derselben Zeit nicht nur doppelt so viele Wassertheilchen, sondern diese auch noch mit der doppelten Geschwindigkeit vom Umfange oder der Röhrenwand losgerissen werden, was einen vierfachen, d. h. im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verursacht; endlich bringt auch noch die Klebrigkeit des Wassers einen eigenen Widerstand hervor, welcher der einfachen Geschwindigkeit proportional, und daher (im Vergleiche zur quadratischen) erst dann merkbar ist, wenn die Geschwindigkeit kleiner als $\frac{1}{4}$ Fufs wird, bei gröfsern Geschwindigkeiten jedoch gegen den vorigen im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verschwindet.

§. **344.** Diesen Bemerkungen zufolge können, wenn l die Länge der Röhrenleitung, a ihr innerer Querschnitt, u der Umfang oder das Wasserprofil und A, B zwei constante, aus der Erfahrung zu bestimmende Coefficienten bezeichnen, diese Röhrenwiderstände auch durch $z = \frac{A\,u\,l}{a}(v^2 + B\,v)$ ausgedrückt werden, so, dafs man durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit dem vorigen n) (im vorhergehenden Paragraphe) und durch die Voraussetzung von cylindrischen Röhren vom lichten Durchmesser d, wodurch $u = d\,\pi$ und $a = \frac{1}{4}\,d^2\,\pi$ wird, sofort erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}(v^2 + Bv) \ldots (m.$$

Was dabei die Coefficienten oder Constanten A und B betrifft, so sind diese nach *Aubuisson* und *Couplet* auf den Wiener Fuſs bezogen, welcher also bei allen nachstehenden Formeln zum Grunde gelegt wird:

$$A = \cdot 00010827 \quad \text{und} \quad B = \cdot 174,$$

folglich ist auch

$$h - \cdot 01613\, v^2 = \cdot 000433\,\frac{l}{d}(v^2 + \cdot 174\, v) \ldots (1.$$

Ist m die in jeder Secunde durch die Röhrenleitung flieſsende Wassermenge, so ist $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$, also $v = \frac{4m}{d^2\pi} = 1{\cdot}2733\,\frac{m}{d^2}$, und daher auch

$$h - \cdot 02615\,\frac{m^2}{d^4} = \cdot 000702\,\frac{ml}{d^5}(m + \cdot 1366\, d^2) \ldots (2.$$

Für Geschwindigkeiten von v gröſser als 2 Fuſs kann in der Formel m) das Glied mit der ersten Potenz von v in der Anwendung ohne Fehler ausgelassen werden, wofür man dann die einfachere Formel erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p.$$

Dabei nimmt man, um noch einigermaſsen auszugleichen, A etwas gröſser, nämlich $A = \cdot 0001135$, so, daſs dadurch

$$h - \cdot 01613\, v^2 = \cdot 000454\,\frac{l}{d}v^2 \ldots (3$$

oder durch die per Secunde durchflieſsende Wassermasse m (dem Volumen nach) ausgedrückt, auch

$$h - \cdot 02615\,\frac{m^2}{d^4} = \cdot 000736\,\frac{m^2 l}{d^5} \ldots (4$$

erhält.

Anmerkung 1. Fände auf den obern Wasserspiegel des Reservoirs ein Druck Statt, welcher auf die Flächeneinheit bezogen $= P$ ist, ferner eben so gegen die Ausfluſsöffnung ein Druck P', und sind b und b' die Höhen von Wassersäulen, deren Gewichte (bei einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt) diesen Drücken P und P' gleich sind; so ist statt p) noch allgemeiner:

$$h + b - b' - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p'.$$

Der bei allen Wasserleitungen vorkommende Höhenunterschied zwischen der Ein- und Ausmündung ist übrigens niemals so bedeutend, daſs die Verschiedenheit des Luftdruckes einen Einfluſs hätte, so daſs also dabei immer $b' = b$ gesetzt werden kann.

Anmerkung 2. Findet bei der Einmündung des Rohrs in das Reservoir eine Contraction Statt, so sollte eigentlich, wenn n der betreffende Contractionscoefficient ist (§. 322, Gleich. α) $\frac{v^2}{2gn^2}$ statt $\frac{v^2}{2g}$ gesetzt werden; allein da dieser Einfluſs schon bei der Bestimmung der Werthe von A, B mit berücksichtigt ist, so braucht man auf diese Contraction keine Rücksicht mehr zu nehmen.

Anmerkung 3. Da der erste Theil der obigen Gleichung (3 nichts anders als die Widerstandshöhe z ist [vergleiche Gl. u) in §. 343], so folgt auch $z = \cdot 000454 \frac{l}{d} v^2$, oder wenn man die zu v gehörige Höhe mit h' bezeichnet, also $h' = \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{62}$ setzt, auch

$$z = \cdot 02815 \frac{lh'}{d} \ldots (q,$$

wofür man in vielen Fällen ganz einfach

$$z = \cdot 03 \frac{lh'}{d} \ldots (q'$$

setzen darf.

Anmerkung 4. Nach den Versuchen von *Gerstner* wäre

$$h - \frac{v^2}{2g} = \frac{l}{45\,d}\left(\frac{v^2}{2g} + \frac{v}{100\sqrt{d}}\right).$$

§. 345. Aus den Gleichungen 3) und 4) erhält man

$$v = 46\cdot 95 \sqrt{\left(\frac{hd}{l + 35\cdot 5\,d}\right)} \ldots (5$$

und

$$m = 36\cdot 86 \sqrt{\left(\frac{hd^5}{l + 35\cdot 5\,d}\right)} \ldots (6,$$

oder wenn die Leitung so lang ist, daſs man $35\cdot 5\,d$ gegen l auslassen kann, einfacher:

$$v = 46\cdot 95 \sqrt{\frac{hd}{l}} \ldots (7 \quad \text{und} \quad m = 36\cdot 86\, d^2 \sqrt{\frac{hd}{l}} \ldots (8.$$

Endlich folgt aus 6)

$$h = \cdot 000736 \frac{m^2}{d^5} (l + 35\cdot 5\,d) \ldots (9,$$

oder für sehr lange Leitungen:

$$h = \cdot 000736 \frac{m^2 l}{d^5} \ldots (10.$$

Beispiel 1. Der lichte Durchmesser einer $764\frac{1}{2}$ Klafter langen Röhrenleitung beträgt 9·48 Zoll und die Druckhöhe 16·83 Fuſs; wie viel Wasser liefert diese Leitung per Secunde?

Hier ist, da alles in Fuſsen ausgedrückt werden muſs, $d = \cdot 79$, $h = 16\cdot 83$ und $l = 4587$, folglich nach der Formel 6) die per Secunde ausfliefsende Wassermenge $m = 1{\cdot}235$ Kubikfufs. Nach der vereinfachten Formel 8) wäre $m = 1{\cdot}238$.

Die allgemeine Gleichung (2 würde dieses Wasserquantum etwas weniges kleiner, nämlich zu 1·222 Kubikfufs gegeben haben. Ohne allen Widerstand, mit Ausnahme des Contractionscoefficienten bei der Einmündung (wofür man $n = {\cdot}82$ nimmt), wäre $m = 12{\cdot}984$, also nahe 13 Kubikfufs oder mehr als das 11fache.

Die Widerstandshöhe z ist hier $= 16{\cdot}84$ Fufs, so, dafs von der vorhandenen Druckhöhe h nur ·098 Fufs als wirksame Druckhöhe übrig bleibt, in Folge welcher das Wasser mit 2·467 Fufs Geschwindigkeit austritt, während es sonst, aus einem kurzen Ansatzrohre, mit sehr nahe $26\frac{1}{2}$ Fufs Geschwindigkeit ausfliefsen würde.

Beispiel 2. Eine $399\frac{1}{6}$ Klafter lange Röhrenleitung soll bei einer vorhandenen Druckhöhe von 3·1635 Fufs per Secunde eine Wassermenge von 2·816 Kubikfufs fortführen, wie grofs mufs der lichte Durchmesser der Röhren genommen werden?

Hier ist $m = 2{\cdot}816$, $h = 3{\cdot}1635$ und $l = 2395$, folglich nach der Formel 8), wenn man daraus d bestimmt:

$$d = {\cdot}236 \sqrt[5]{\frac{l m^2}{h}} = 1{\cdot}345 \text{ Fufs oder } 16{\cdot}14 \text{ Zoll.}$$

Nach der allgemeinen Formel 2) würde man (durch ein ziemlich weitläufiges Verfahren) $d = 1{\cdot}36$ Fufs gefunden haben.

§. 346. Ist die Röhrenleitung an ihrem untern Ende nicht völlig offen, sondern durch einen Hahn (sogenannten Wechsel), ein Mundstück u. dgl. verengt, so mufs man, wenn v' die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers ist, in dem ersten Theil der obigen Gleichung 1) (§. 344), welcher die Widerstandshöhe ausdrückt, v' statt v setzen. Ist die verengte Mündung wie gewöhnlich kreisförmig und e ihr Durchmesser, so wie n der entsprechende Contractionscoefficient, so ist $v' : v = d^2 : n e^2$, also $v' = \frac{d^2}{n e^2} v = 1{\cdot}2733 \frac{m}{n e^2}$ (wegen $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$) und daher, wenn dieser Werth, wie gesagt, oben substituirt wird:

$$h - {\cdot}02615 \frac{m^2}{n^2 e^4} = {\cdot}000702 \frac{m l}{d^5} (m + {\cdot}1366\, d^2) \quad . \; . \; . \; (11.$$

Für Geschwindigkeiten unter 2 Fufs erhält man wieder analog mit den obigen Gleichungen:

$$m = 36{\cdot}86 \sqrt{\left(\frac{h d^5}{l + 35{\cdot}5 \frac{d^5}{n^2 e^4}}\right)} \quad . \; . \; . \; (12,$$

$$d = {\cdot}23625 \sqrt[5]{\left(\frac{l m^2}{h - {\cdot}0261 \frac{m^2}{n^2 e^4}}\right)} \quad . \; . \; . \; (13,$$

$$e = \cdot 402\, d \sqrt[4]{\left(\frac{m^2 d}{n^2(h d^5 - \cdot 000736\, l m^2)}\right)} \ldots (14.$$

Beispiel. Wie grofs mufs bei der im ersten Beispiele des vorigen Paragraphes angenommenen Röhrenleitung die in eine dünne Platte, welche am Ende der Leitung angebracht wird, gebohrte Öffnung seyn, wenn per Secunde nur $\frac{1}{2}$ Kubikfufs Wasser ausfliefsen soll?

Für dieses Beispiel ist $l = 4587$, $d = \cdot 79$, $h = 16\cdot 83$, $m = \cdot 5$ und $n = \cdot 62$, folglich nach der Formel 14) der Durchmesser der kreisrunden Öffnung: $e = \cdot 1863$ Fufs oder nahe $2\frac{1}{4}$ Linie.

Anmerkung. Findet in der Röhrenleitung überhaupt irgendwo eine Verengung Statt, so entsteht wegen der dadurch eintretenden Contraction immer ein Widerstand, und daraus ein Verlust an wirksamer Druckhöhe, also auch an lebendiger Kraft, wefshalb solche Verengungen möglichst vermieden werden sollen. Sind D und d die Durchmesser der Röhre und der Verengung, V und v die Geschwindigkeiten, welche das Wasser darin annehmen mufs, so ist (§. 186) die nöthige Wirkung, um das Wasser von der kleinern Geschwindigkeit V auf die gröfsere v zu bringen, $\omega = m\left(\frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}\right)$, soll nun diese Wirkung durch die Druckhöhe h' erzeugt werden, so mufs auch $m h' = \omega$ seyn, woraus sofort

$$r)\quad h' = \frac{v^2 - V^2}{2g} \text{ folgt.}$$

Da nun aber auch $m = \frac{1}{4} D^2 \pi V = \frac{1}{4} d^2 \pi n v$, folglich $V = \frac{4m}{D^2 \pi}$ und $v = \frac{4m}{n d^2 \pi}$ ist, so wird, wenn man in $r)$ substituirt:

$$h' = \frac{\cdot 811\, m^2}{g}\left(\frac{1}{n^2 d^4} - \frac{1}{D^4}\right) \ldots (s.$$

So oft also eine solche Verengung in der Leitung vorkommt, so oft mufs auch die entsprechende Widerstandshöhe h' im zweiten Theile der obigen Gleichung p) (§. 344) hinzugefügt werden (wodurch also die Austrittsgeschwindigkeit $\frac{v^2}{2g}$ noch weiter vermindert wird). Tritt übrigens das Wasser aus einem weitern in ein engeres Rohr, ohne wieder in ein weiteres überzugehen, so ist damit aufser der Contraction, die bei langen Leitungen, wofür der Coefficient nahe = 1 wird, unbedeutend ist, kein weiterer Verlust an lebendiger Kraft verbunden.

Findet bei der Röhrenleitung eine **Krümmung** Statt, so wird in dieser das Wasser, da es an dem convexen Theile der Röhre eine gröfsere und am concaven Theile eine kleinere Geschwindigkeit annehmen mufs, als es in der Achse besitzt, hin und her geworfen, und überhaupt in seiner regelmäfsigen Bewegung gestört, wodurch ein neues Hindernifs herbeigeführt wird.

Nach *Dubuat's* Versuchen kann man, wenn r der lichte Halbmesser der

Röhrenleitung und R der Krümmungshalbmesser für die betreffende Krümmung ist, die zur Überwindung dieses Hindernisses nöthige Widerstandshöhe

$$h'' = \cdot 121 \frac{v^2}{g} \frac{r}{R} \left(2 - \frac{r}{R}\right) \ldots (t$$

setzen, ein Werth jedoch, welcher im Vergleiche der übrigen Widerstände ohne Weiters vernachläſsigt werden darf, wenn man nur scharfe Krümmungen vermeidet, d. h. R groſs genug nimmt.

Mit Rücksicht auf alle diese Widerstände würde also die obige Formel p') (§. 344) übergehen in

$$h + (b - b') - \frac{v^2}{2g} = 4A \frac{l}{d} v^2 + h' + h'' \ldots (u,$$

wenn man unter h' die Summe aller aus den Verengungen, und unter h'' jene aus den Biegungen der Leitung entspringenden Widerstandshöhen versteht.

Viertes Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen die obere Wandfläche einer Röhrenleitung.

§. 347. Denkt man sich zuerst eine horizontale Röhrenleitung, in welcher das Wasser voll läuft, dabei keine Hindernisse Statt finden, und die obere Wasserlinie (der Scheitel der Röhrenleitung) um die Tiefe H unterm Wasserspiegel des Reservoirs liegt, aus welchem die Leitung gespeist wird, so flieſst, wenn die Leitung an ihrem Ende ganz offen ist, das Wasser mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$ aus, ohne daſs es gegen den obern Theil oder den Scheitel der Röhrenwand den mindesten Druck ausübt, so, daſs die Röhre oben eben so gut wie bei einem Canale offen seyn könnte.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung, so erleidet jeder Punct dieses obern Theils der Röhre einen Druck von unten nach oben, welcher dieser Druckhöhe H entspricht, so, daſs wenn man an verschiedenen Puncten der Länge der Leitung verticale Röhren aufsetzte, welche mit den Leitungsröhren communiciren, das Wasser in jeder derselben so hoch steigen würde, daſs es mit dem Wasserspiegel des Reservoirs in einerlei Horizont oder Niveau läge.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung nur zum Theil, so daſs also die Ausfluſsöffnung nur verengt wird, so flieſst das Wasser zwar wieder (da indeſs von allen Widerständen abgesehen wird) mit der oben bezeichneten Geschwindigkeit V aus, allein in der Leitung selbst bewegt es sich, wenn F der Querschnitt der Röhre und f jener der Ausmündung ist, mit der kleinern Geschwindigkeit $v = \frac{f}{F} V$, wozu also nur die Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ erforderlich ist, so, dafs die noch übrig bleibende Höhe $H - h = \mathfrak{H}$ dem Drucke entspricht, welchen der oberste mit der Röhrenachse parallele Streifen (der Scheitel) der Leitung von unten nach oben zu erleiden hat (natürlich ist der Druck auf den untersten Streifen oder die Sohle noch um das Gewicht des darüber fliefsenden Wassers gröfser), und hierin besteht der zuerst von *Bernoulli* ausgesprochene und erwiesene (auch für nicht horizontale Leitungen geltende) Satz: dafs der Druck, welchen das in einer Röhrenleitung fliefsende Wasser gegen irgend einen Punct der Röhrenwand ausübt, gleich sey der wirklichen Druckhöhe für diesen Punct, vermindert um jene Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher das Wasser in der Leitung fliefst.

§. **348.** Obschon der eben ausgesprochene Satz durch die in der Röhrenleitung Statt findenden Hindernisse und Widerstände, welche von der Adhäsion, den Verengungen, Biegungen u. s. w. herrühren, modificirt wird; so bleibt er dennoch im Wesentlichen derselbe, indem diese Widerstände nur dahin wirken, die vorhin in Rechnung gebrachte Höhe $\mathfrak{H}$ zu vermindern. Es mufs nämlich an was immer für einer Stelle der Leitung, an welcher der Widerstand (welcher bei der Einmündung oder am Anfange der Leitung Null ist und gegen die Ausmündung hin mit der Länge der Röhrenleitung proportional zunimmt) der Widerstandshöhe oder Wassersäule z entspricht, die ursprüngliche Druckhöhe H nicht blofs wie vorhin um $h = \frac{v^2}{2g}$, sondern auch noch um diese Höhe z vermindert werden, um jene Höhe $\mathfrak{H}$ zu erhalten, welche den Druck des Wassers gegen jenen Punct der Röhrenwand mifst; es ist nämlich für diesen Punct der Leitung

$$\mathfrak{H} = H - h - z \ldots (m,$$

wobei der veränderliche Werth von z mit der Länge der Leitung von der Ein- bis zur Ausmündung, und zwar von Null bis (Gleichung u, §. 346) $4 A \frac{l}{d} v^2 + h' + h''$ zunimmt, wenn l die ganze Länge der Röhrenleitung ist, so, dafs man für irgend einen Punct der Leitung, dessen Abstand von der Einmündung $= l'$ ist, in diesen letztern Ausdruck nur l' statt l setzen darf; dabei ist es gleichgiltig, ob die Röhrenleitung horizontal, oder in einer schiefen Ebene, oder endlich auch wellenförmig liegt, immer wird der an irgend einer Stelle der Leitung Statt findende Wasserdruck gegen die Röhrenwand einer Wassersäule entsprechen, deren Höhe $\mathfrak{H}$ gefunden wird, wenn man von dem lothrechten Abstande H dieses Punctes von dem Niveau des Wasserspiegels des Behälters oder Reservoirs, aus welchen die Leitung gespeist wird, die Höhe h, welche der Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser in der Leitung fliefst, zukommt, und noch die dieser Stelle entsprechende Widerstandshöhe z abzieht. Fände aufserdem auf den Wasserspiegel des Behälters noch ein besonderer Druck Statt, welcher jenem einer Wassersäule von der Höhe B [$= b - b'$ in u), §. 346] gleich ist, so müfste der vorige Werth von $\mathfrak{H}$ noch um diese Gröfse B vermehrt werden.

Anmerkung 1. Ist die Leitung am untern Ende offen, so ist an dieser Stelle die Widerstandshöhe $z = H - \frac{v^2}{2g} = H - h$; ist an irgend einer Stelle der Leitung, welche von der Einmündung um die Länge l' absteht, die entsprechende Widerstandshöhe $z' \left(= 4A \frac{l'}{d} v^2 + h' + h''\right)$, so ist $z - z' = H - h - z'$ und nach der Gleichung m), wenn man z' statt z schreibt, die Höhe, welche dem Drucke des Wassers gegen die Röhrenwand an dieser Stelle entspricht, ebenfalls $\mathfrak{H} = H - h - z'$, so, dafs also $\mathfrak{H} = z - z'$ ist, d. h. der Druck des Wassers gegen die Röhrenwand an irgend einer Stelle der Leitung ist auch gleich jener Kraft, welche erforderlich ist, um die Widerstände in der Röhre zwischen der gedrückten Stelle und der Ausmündung zu überwinden.

Hieraus folgt von selbst, dafs bei einer am untern Ende ganz offenen Leitung der Druck gegen die Röhrenwand an dieser Stelle gleich Null ist. Setzt man an verschiedenen Puncten der Leitung, welche als geradlinig angenommen werden soll, lothrechte Röhren auf, welche mit der Leitung communiciren, so werden, wie bereits bemerkt, wenn die Leitung am untern Ende geschlossen ist, die sämmtlichen Wasserspiegel in diesen lothrechten Röhren in der durch den Wasserspiegel des Behälters in der Richtung der Leitung gezogenen Horizontallinie liegen. Ist das Ende der Leitung ganz oder auch nur zum Theil offen, und fliefst das Wasser in derselben mit der Geschwindigkeit v, wofür die entsprechende Höhe $= h$ ist, so würden diese Wasserspiegel, wenn in der Röhre keine Widerstände vorhanden wären, ebenfalls in einer horizontalen Linie liegen, welche jedoch um die Gröfse h tiefer als die vorige liegt; zieht man von dem Puncte, wo diese letztere Horizontale die durch den Anfang der Leitung gehende lothrechte Linie schneidet, an den Endpuncte der Leitung eine gerade Linie, so bezeichnet diese geneigte Gerade die Höhen der einzelnen Wassersäulen, welche dem Röhrendrucke in dem Falle entsprechen, in welchem die Widerstände berücksichtigt werden, und die Leitung unten offen ist; trägt man endlich, wenn die Leitung am untern Ende nicht ganz offen, sondern verengt ist, die dem dadurch entstehenden Widerstande entsprechende Wassersäulenhöhe auf die durch diesen Endpunct gezogene lothrechte Linie auf und verbindet diesen erhaltenen Punct mit dem vorhin genannten in der durch den Anfang der Leitung gehenden lothrechten liegenden Punct durch eine gerade Linie, so bezeichnet jetzt diese die Höhe der an den verschiedenen Puncten der Leitung aufsteigenden Wassersäulen, welche sofort an jeder betreffenden Stelle (die Leitung mag horizontal, geneigt oder wellenförmig liegen) den Wasserdruck gegen die Röhrenwand messen.

Anmerkung 2. Setzt man an irgend einer Stelle der Leitung eine verticale Röhre auf, welche mit der Leitungsröhre communicirt, so wird sich das Wasser in derselben bis auf die Höhe $\mathfrak{H}$ erheben und so den Wasserdruck anzeigen oder messen, welcher an dieser Stelle der Leitung Statt findet, weſshalb eine solche Röhre Piezometer genannt wird. Da aus der obigen Relation $m)$ $z = H - (\mathfrak{H} + h)$ folgt, so sieht man leicht, wie sich mittelst eines solchen Piezometers auch die irgend einer Stelle der Leitung entsprechende Widerstandshöhe z durch Beobachtung bestimmen läſst; schlieſst man nämlich zuerst die Ausfluſsöffnung der Leitung, so steigt das Wasser in dem Piezometer bis auf die Höhe H, welche man an dem Instrumente oder der Röhre bemerken kann; macht man hierauf die Ausfluſsöffnung auf, so fällt das Wasser in dem verticalen Rohre um $H - \mathfrak{H} = h + z$, so, daſs man von dieser am Instrumente leicht zu messenden Höhe nur noch die Geschwindigkeitshöhe h abzuziehen hat, um die gesuchte Widerstandshöhe z zu erhalten.

Aus dem bisher Entwickelten ergibt sich, daſs der Druck des flieſsenden Wassers in einer Röhre, diese mag dabei was immer für eine Lage haben, immer kleiner als der hydrostatische Druck des ruhigen Wassers sey, und zwar ist derselbe um das Gewicht einer Wassersäule, deren Höhe der Geschwindigkeit des flieſsenden Wassers entspricht, vermehrt um die Widerstandshöhe, geringer als der hydrostatische Druck.

Bei Bestimmung der Röhrenstärke muſs man jedoch darauf Rücksicht nehmen, daſs bei einem plötzlichen Schlieſsen der ganzen oder eines Theils der Leitung die Röhren nicht nur den gröſsern hydrostatischen Druck auszuhalten haben, sondern daſs dieses plötzliche Anhalten des in Bewegung befindlichen Wassers auch noch einen Stoſs gegen die Röhrenwand erzeugt, welcher dieselbe zersprengen kann.

Anmerkung 3. Um den Druck q auf die Flächeneinheit, z. B. auf 1 Quadratfuſs der Röhrenleitung an irgend einer Stelle zu finden, darf man nur $\mathfrak{H}$ in Fuſsen ausgedrückt für diese betreffende Stelle aus der obigen Formel $m)$ bestimmen, um damit diesen Druck in Pfunden $q = 56{\cdot}5\,\mathfrak{H}$ zu erhalten. Wie bereits bemerkt, ist für das offene Ende der Leitung $\mathfrak{H}$ also auch $q = 0$.

Fünftes Kapitel.

Von der Leitung des Wassers in Canälen.

§. 349. Einleitung. Oft muſs das Wasser, welches zu industriellen Zwecken, besonders als Betriebskraft benützt werden soll, in Canälen auf lange Strecken hergeleitet werden. Diese Canäle haben in der Regel ein constantes, rechteckiges oder trapezoidales Profil, wie in Fig. 233, und nur ein sehr geringes, gleichförmiges Gefälle, auch ist dabei der Wasserspiegel mit der Grundfläche oder der Sohle parallel und die mittlere Geschwindigkeit in allen Querschnitten sehr nahe dieselbe, so, daſs jeder Querschnitt die gleiche Wassermenge abführt.

Diese Voraussetzungen sind für ganz kurze Canäle oder sogenannte Gerinne nicht mehr in aller Strenge wahr, deſshalb wird hier angenommen, daſs der Canal wenigstens 100 Mal so lang als breit sey.

§. 350. Ist l die Länge des Canales und a dessen Querschnitt, d. h. die vom Wasser ausgefüllte Fläche $abcd$ (Fig. 233), so wie u der vom Wasser benetzte Umfang des Canales, das sogenannte Wasserprofil des Querschnittes (wobei also bei einem rechteckigen Querschnitte für $ab = b$ und $ac = d$ sofort $u = b + 2d$ ist) und v die mittlere Geschwindigkeit des Wassers; so kann man der Erfahrung nach auch hier auf ähnliche Weise wie bei den Röhrenleitungen die Widerstandshöhe z durch $z = \cdot 00010827 \frac{lu}{a} v^2$ ausdrücken, wenn die Dimensionen auf den Wiener Fuſs bezogen werden. Aus dieser Gleichung folgt

$$v = 96 \cdot 1 \sqrt{\frac{az}{lu}} \quad . \; . \; . \; (1,$$

und daher die Wassermenge per Secunde

$$M = av \quad . \; . \; . \; (2,$$

wenn v die Geschwindigkeit des Wassers per Secunde bezeichnet.

Setzt man, wenn z den nöthigen Niveauunterschied (um die gleichförmige Geschwindigkeit v zu erzielen) zwischen den beiden Endpuncten des Canales bezeichnet, also das Totalgefälle bildet, den Quotienten $\frac{z}{l}$, welchen man kurzweg das Gefälle nennt, gleich s, so bezeichnet s den Niveauunterschied auf jeden Fuſs der Länge des Canales (wegen $l : 1 = z : s$). Aus dem obigen Werth von z folgt auch:

$$s = \cdot 00010827 \frac{u}{a} v^2 \quad . \; . \; . \; (3.$$

Was das Wasserprofil u betrifft, so ist, wenn man bei einem rechteckigen Querschnitte (Fig. 233) $ab = b$, $ac = d$ und bei einem trapezoidischen $ab = b$, $af = d$ und $cf = nd$ setzt, wo n die Verhältnifszahl der Böschung, d. i. $n = \frac{cf}{af}$ ist, sofort

für einen rechteckigen Querschnitt $u = b + 2d$ und $a = bd$,

„ trapezoidischen Querschnitt

$k)$ $u = b + 2d\sqrt{(1 + n^2)}$ und $a = (b + nd)d$ . . . $(l.$

Beispiel 1. Welches ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem gemauerten Canal von 211 Klafter Länge, dessen Querschnitt ein Rechteck von 8 Fufs Breite und 4 Fufs Tiefe ist, wenn das Gefäll auf die ganze Länge $2^1/_2$ (also auf die Längeneinheit $s = \frac{1}{506}$) Fufs beträgt?

Hier ist $a = 8 \times 4 = 32$, $u = 8 + 2 \times 4 = 16$, $l = 6 \times 211 = 1266$ und $z = 2{\cdot}5$, folglich nach der obigen Formel 1): $v = 6$ Fufs, und daher die per Secunde durchfliefsende Wassermenge $M = 32 \times 6 = 192$ Kubikfufs.

Beispiel 2. Man hat über eine Wassermasse von 100 Kubikfufs per Secunde zu disponiren, die man zu einem Schiffahrtscanale, welcher eine Wassertiefe von 5 Fufs erhalten soll, verwenden will; wenn nun das Wasser aus gewissen Gründen eine Geschwindigkeit von wenigstens 1 Fufs annehmen mufs und das Terrain keine andere Böschung als von $1^1/_2 : 1$ als Verhältnifs der Basis zur Höhe des rechtwinkeligen Dreieckes erlaubt, so ist die Frage, wie grofs das Gefäll s dieses Canales genommen werden mufs?

Hier ist $M = 100$ und $v = 1$, daher $a = \frac{M}{v} = 100$, ferner ist nach der vorigen Gleichung l) wegen $d = 5$ und $n = 1{\cdot}5$ sofort $100 = (b + 7{\cdot}5)\,5$, folglich $b = 12{\cdot}5$, dann aus Gleichung k): $u = 12{\cdot}5 + 18 = 30{\cdot}5$, daher endlich nach Formel 3) das gesuchte Gefäll

$$s = \frac{{\cdot}00010827 \times 30{\cdot}5 \times 1}{100} = {\cdot}000033,$$

so, dafs also auf eine Länge von 1000000 Fufs oder 166667 Klafter nur ein Niveauunterschied oder ein absolutes Gefälle von 33 Fufs erforderlich ist.

Übrigens kann nach Umständen, wie es z. B. bei dem Canale von l'Ourcq wirklich geschehen, aus Rücksicht der auf dem Grunde und an den Seiten wachsenden Wasserpflanzen, wodurch der Widerstand vermehrt wird, dieses so berechnete Gefäll wohl auch doppelt so grofs genommen werden, um dem Wasser mit mehr Sicherheit die gewünschte Geschwindigkeit zu verschaffen.

Anmerkung. Die Geschwindigkeit, welche man dem in Canälen fliefsenden Wasser zu geben hat, ist selten willkürlich, indem man dabei wenigstens berücksichtigen mufs, dafs wenn diese zu grofs und der Canal wie gewöhnlich nicht gemauert ist, der Grund und die Seitenböschungen aufgewühlt, und wenn diese im Gegentheile zu klein ist, das Wasser den Schlamm, welchen es immer mehr oder weniger mit sich führt, fallen läfst und dadurch zur Verengung und Verstopfung des Canales Veranlassung gibt; im Durchschnitt nimmt man diese Geschwindigkeit zwischen 8 und 12 Zoll.

§. 351. Relation zwischen den verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers in demselben Canale. Kann man das Gefäll eines Canales nicht durch genaues Nivelliren bestimmen, indem man vielleicht die hiezu nöthigen Instrumente nicht zur Hand hat, so bestimmt man die mittlere Geschwindigkeit des im Canale fliefsenden Wassers durch directe Beobachtungen. Diese zeigen, dafs das Wasser keinesweges in allen Puncten desselben Querschnittes die nämliche Geschwindigkeit besitze, sondern dafs diese in der Mitte, d. i. im Stromstriche, und etwas unter der Oberfläche des Wassers am gröfsten ist, und sich sowohl gegen die Seiten als auch gegen die Sohle vermindert. Nach den Beobachtungen von *Dubuat* und *Prony* kann man, wenn V die Geschwindigkeit an der Oberfläche, U die mittlere und W die Geschwindigkeit an der Sohle ist, ganz einfach:

$$U = \frac{V(V + 7{\cdot}503)}{V + 9{\cdot}973} \quad \text{und} \quad W = 2U - V$$

setzen. Ist also z. B. $V = 3$ Fufs, so ist $U = 2{\cdot}43$ und $W = 1{\cdot}86$ Fufs.

Da in der Regel die vorkommenden Geschwindigkeiten zwischen $^3/_4$ und 5 Fufs liegen, so kann man sich nach *Prony* mit dem einfachern Werthe von $U = {\cdot}816\,V$ oder noch kürzer mit jenem $U = {\cdot}8\,V$ begnügen; damit wäre im vorigen Falle beziehungsweise $U = 2{\cdot}448$ oder $2{\cdot}4$ Fufs.

Anmerkung. Was die Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit V an der Oberfläche des Wassers anbelangt, so bleibt die einfachste und wohl auch sicherste immer noch die, welche in der Beobachtung der Geschwindigkeit eines schwimmenden, aus dem Wasser etwas hervorragenden Körpers (z. B. eine hohle Kugel mit einem Stäbchen oder dgl.) auf eine im Voraus gemessene bedeutende Strecke des Canales besteht, wobei man, sobald der Körper die Geschwindigkeit des Wassers angenommen hat (wefshalb er schon weiter oben, vor dem Anfange der gemessenen Strecke ins Wasser geworfen wird), die Zeit beobachtet, die derselbe braucht, um diese gemessene Strecke zurückzulegen.

Was ferner die Bestimmung der in einer gegebenen Zeit durch einen bestimmten Querschnitt des Canals fliefsende Wassermenge betrifft, so kann man entweder das in dieser Zeit abfliefsende Wasser unmittelbar (wo es angeht) durch ein Gefäfs oder Bassin von bekanntem Inhalte messen, oder durch Beobachtung der Geschwindigkeit an der Oberfläche, die mittlere Geschwindigkeit U nach der vorigen Formel berechnen, und diese mit dem Querschnitte multipliciren, oder endlich den Wasserlauf durch eine Wand absperren und in diese eine Öffnung von solcher Gröfse anbringen, dafs der

Wasserspiegel über derselben auf einer gewissen Höhe ruhig stehen bleibt (wodurch also durch die Öffnung eben so viel abfliefst als im Canale zufliefst), und auf den Ausflufs aus dieser Öffnung nach Umständen die Formeln in den §§. 327, 331 anwenden. Auf diese Weise bestimmen z. B. die französischen Brunnenmeister die ganz geringen Wassermengen durch den sogenannten Wasserzoll (§. 332).

Sechstes Kapitel.

Von dem Stofse des Wassers gegen eine Tafel oder Schaufel und dem Widerstande des Wassers gegen Körper, welche in denselben bewegt werden.

§. **352. Erklärung.** Der Stofs des Wassers unterscheidet sich von jenem eines festen Körpers gegen eine ruhende oder mit geringerer Geschwindigkeit ausweichende Tafel wesentlich dadurch, dafs bei diesem letztern die Wirkung des Stofses in einer nicht wahrnehmbar kleinen Zeit vollendet ist, während bei dem Stofse eines Wasserstrahls unendlich viele Wassertheilchen in einer ununterbrochenen Folge gegen die Tafel hindrängen, und Drücke (auf ähnliche Weise wie eine gespannte Feder gegen ein Hindernifs oder die Schwere auf einen ruhenden Körper wirkt) hervorbringen, so, dafs man den Wasserstofs, welchen man aus diesem Grunde auch den hydraulischen Druck nennt, mit dem Drucke eines Gewichtes (wie z. B. bei einer Wage, bei welcher das Wasser in die eine Schale fliefst, während in der andern das gleiche Gegengewicht liegt) vergleichen kann.

Man unterscheidet dabei den Stofs eines isolirten Strahles von dem Stofse im unbegrenzten und begrenzten Wasser oder in einem Gerinne.

§. **353. Stofs eines isolirten Wasserstrahles.** Ein Wasserstrahl stofse in der Richtung CF (Fig. 234) mit der Geschwindigkeit C gegen eine ebene Tafel AB unter einem Winkel $CfA = i$, welche senkrecht auf AB mit einer Geschwindigkeit v ausweichen soll. Zerlegt man die Geschwindigkeit C in zwei auf einander senkrechte Geschwindigkeiten V und v', wovon die erstere senkrecht auf die Tafel, die letztere daher mit dieser parallel ist; so hat man (§. 138), wenn $Ef = C$ abgeschnitten wird,

$$Em = C \sin i = V \ldots (r,$$

und $Eh = v'$, welche letztere Geschwindigkeit jedoch auf den Stofs keinen Einflufs hat. Die weitere Behandlung entspricht also auch dem Falle, in welchem der Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit V senkrecht gegen die fortwährend mit der Geschwindigkeit v nach derselben Richtung ausweichenden Tafel stöfst.

§. **354.** Ist nun $V > v$, so wird dadurch, dafs, wenn die Tafel hinreichend grofs ist, alles anstofsende Wasser von der Geschwindigkeit V auf jene v gebracht werden mufs, eine Action gegen die Tafel entstehen, welche eben die Wirkung des Wasserstofses ausmacht. Setzt man das per Secunde anstofsende Wasservolumen $= m$, also, wenn γ das Gewicht der kubischen Einheit, hier also das Gewicht von 1 Kubikfufs Wasser bezeichnet, das Gewicht der anstofsenden Wassermasse $= \gamma m$; so wäre, wenn diese Geschwindigkeitsänderung $V - v$ in der Masse γm nur allmälig Statt fände, die dadurch erhaltene oder vom Wasser ausgeübte Nutzwirkung oder Arbeit per Secunde (§. 186) $= \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2)$, da jedoch diese Änderung plötzlich, nämlich durch den Stofs geschieht, und beide Körper, das ist sowohl das Wasser als die Tafel als unelastisch anzusehen sind, so entsteht nach §. 201 (da man den Stofs hier so anzusehen hat, als wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit $V - v$ gegen die ruhende Tafel anstiefse, so ist für diese letztere in der Formel 4) die Masse $m' = \infty$ zu setzen) dadurch ein Verlust an lebendiger Kraft $= m\gamma(V - v)^2$, folglich an Effect oder Arbeit (§. 185) $= \frac{m\gamma}{2g}(V - v)^2$; es ist daher der übrig bleibende Theil an Effect, d. i. die sogenannte Nutzarbeit des Wasserstofses per Secunde, wenn man diesen durch Pv ausdrückt, wo P also den blofsen Wasserstofs (die Kraft desselben) bezeichnet: $Pv = \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2) - \frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, oder, wenn man reducirt:

$$Pv = \frac{\gamma m}{g} v (V - v) \;.\;.\;.\; (d \quad \text{und} \quad P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \;.\;.\;.\; (1.$$

Diese Gleichung d) kann man auch durch folgende Betrachtung finden. Die gesammte Arbeit des Wassers, nämlich $\frac{\gamma m V^2}{2g}$, besteht aus dem Nutzeffect Pv, dem durch den Stofs verlorenen Theil $\frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, und endlich jenem Theil der Wirkung, welchen das mit der Geschwindigkeit v von der

Tafel abfliefsende Wasser noch in sich besitzt, nämlich den Theil $\frac{\gamma m v^2}{2g}$, so, dafs also $\frac{\gamma m V^2}{2g} = P v + \frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2 + \frac{\gamma m v^2}{2g}$, woraus durch Reduction wieder der vorige Ausdruck 1) entsteht.

§. 355. Da die Stauweite $a b$ immer dieselbe bleibt, so wird, während die Tafel mit der Geschwindigkeit v ausweicht, auch dieser Querschnitt $a b$ mit derselben Geschwindigkeit fort- oder der Tafel nachgehen, so, dafs wir ihn Kürze halber den beweglichen Querschnitt nennen können. Fliefst nun durch einen eben so grofsen unbeweglichen Querschnitt per Secunde das Wasservolumen M durch, so geht davon nur ein Theil m durch den beweglichen Querschnitt $a b$, und zwar ist $M : m = V : (V - v)$, also $m = \frac{M(V - v)}{V}$, so, dafs, wenn man diesen Werth in der vorigen Gleichung 1) substituirt, sofort auch

$$P = \frac{\gamma M}{g} \frac{(V - v)^2}{V} \ldots (2 \text{ ist.}$$

Diese Formel für den Wasserstofs unterscheidet sich von jener 1) wesentlich dadurch, dafs hier unter M die in jeder Secunde überhaupt durch einen unbeweglichen Querschnitt fliefsende Wassermenge, welche keinesweges auch gänzlich zum Stofse gelangt, dagegen in dem Ausdrucke 1) unter m die in jeder Secunde wirklich zum Stofse gelangende Wassermenge zu verstehen ist.

§. 356. Folgerungen.

1. Stöfst der Wasserstrahl normal gegen eine ruhende Tafel, so ist $C = V$ und $v = 0$, daher nach beiden Formeln 1) und 2) (wegen $M = m$)

$$P = \frac{\gamma m V}{g} \ldots (s.$$

Da für dieselbe Wassermenge und der Geschwindigkeit V' eben so $P' = \frac{\gamma m V'}{g}$ ist, so folgt

$$P : P' = V : V'.$$

2. Ist a der Querschnitt des Wasserstrahles in $a b$, so ist $m = a V$, folglich aus s) auch $P = \frac{a \gamma V^2}{g} = 2 \gamma a \frac{V^2}{2g} = 2 \gamma a h$, wenn h die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe ist.

Wäre a eine Bodenöffnung in einem bis auf die Höhe h mit Wasser gefüllten Gefäfse und die Tafel unmittelbar vor dieser Ausflufsöffnung angebracht, so würde der darauf wirkende hydrostatische Druck (§. 309) $= \gamma a h$ seyn; es ist also der sogenannte hydraulische Druck, vorausgesetzt, dafs das sämmtliche anstofsende Wasser seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, doppelt so grofs als der hydrostatische.

Die Erfahrung stimmt mit diesen Resultaten ganz gut überein, sobald die Tafel wenigstens 8 bis 10 Mal so grofs als die Ausflufsöffnung und von dieser um den 2 oder 3fachen Durchmesser der Öffnung entfernt ist.

Bildet die Tafel eine hohle Fläche, oder ist die ebene Tafel an ihren Rändern mit Leisten versehen, wodurch das Wasser von der Tafel nicht frei abfliefsen kann, so bringt dasselbe neuerdings einen Normaldruck gegen die Tafel hervor, dergestalt, dafs (wenn die Tafel horizontal liegt) der Stofs doppelt so grofs als im vorigen Falle, nämlich $P = 4\gamma a h$ werden kann.

3. Fliefst das Wasser aus derselben Öffnung a mit den verschiedenen Geschwindigkeiten V und V' aus, so wird $m = \gamma a V$ und $m' = \gamma a V'$, daher $P = \frac{\gamma a V^2}{g}$ und $P' = \frac{\gamma a V'^2}{g}$, also ist $P : P' = V^2 : V'^2$.

4. Stöfst der Wasserstrahl schief gegen die Tafel, und zwar unter dem Winkel i, so ist (§. 353, Gleich. r) $V = C\, Sin\, i$, folglich $P = \frac{\gamma m C\, Sin\, i}{g}$ (oder auch $= \frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$, wenn a den normalen Querschnitt des Wasserstrahles bezeichnet). Eben so ist unter gleichen Umständen für den Neigungswinkel i' sofort $P' = \frac{\gamma m C\, Sin\, i'}{g}$, daher

$$P : P' = Sin\, i : Sin\, i'.$$

Anmerkung. Nach *Duchemin* sollen die Beobachtungen besser mit der Formel $P = \frac{\gamma a C^2}{g} \frac{Sin\, i^2}{1 + Sin\, i^2}$ als mit der obigen $\frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$ übereinstimmen.

5. Kann die Tafel nicht normal auf ihre Fläche, sondern nur in der Richtung des anstofsenden Wasserstrahles ausweichen, so mufs die vorige Kraft P abermals in zwei Kräfte, in eine P' nach der Richtung des anstofsenden Wasserstrahls und in eine darauf senkrechte (welche dabei verloren geht) zerlegt werden; dadurch wird $P' = P\, Sin\, i = \frac{\gamma m C\, Sin\, i^2}{g}$, so, dafs sich also bei dieser Voraussetzung die Stofskräfte nicht mehr wie die einfachen Sinus, sondern wie ihre Quadrate verhalten.

6. Bewegt sich die Tafel dem Wasserstrahle mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist (§. 354, 1) $P = \frac{\gamma m}{g}(V + v) \ldots (3.$

7. Weicht die Tafel in einer Richtung fF (Fig. 234), wofür Winkel $BfF = \alpha$ ist, mit der Geschwindigkeit c aus; so wird $v = c\, Sin\, \alpha$, und daher nach 1), §. 354 ganz allgemein:

$$P = \frac{\gamma m}{g}(C\, Sin\, i - c\, Sin\, \alpha)\, Sin\, \alpha \ldots (4.$$

Für $c = 0$ und $\alpha = i$ erhält man wieder die obige in 5. angegebene Formel $P = \frac{\gamma m C}{g} Sin\, i^2$.

§. 357. Stofs und Widerstand im unbegrenzten Wasser. Stöfst das Wasser eines breiten Stromes gegen einen schmalen in der Mitte des Stromstriches befindlichen Körper, so ist die Wirkung eben so, als ob das Wasser unbegrenzt wäre. Obschon nun auch hier im Allgemeinen die obigen Formeln 1) und 2) (§§. 354, 355) gelten, so müssen sie doch durch Anbringung von Erfahrungscoefficienten modificirt werden.

Anmerkung. Es wird bis jetzt noch fast allgemein angenommen, dafs dieselbe Kraft nöthig sey, um einen Körper, z. B. ein Prisma oder einen Cylinder, nach der Richtung der Achse im ruhenden Wasser zu bewegen, als um den Körper fest zu halten, wenn sich das Wasser mit derselben Geschwindigkeit gegen diesen Körper in der nämlichen Richtung bewegt; obgleich schon *Dubuat* aus seinen Versuchen schliefsen zu dürfen glaubte, dafs der Widerstand des Wassers kleiner als der Stofs desselben sey, und zwar im Verhältnifs von 1·43 : 1·86 oder 1 : 1·3. Die neuesten Versuche von *Duchemin* geben dieses Verhältnifs für ebene Platten sogar wie 1 : 1·486; dieses nimmt ab, wenn die Länge des Prisma oder Cylinders zunimmt; ist die Länge dem Durchmesser gleich, so ist dieses Verhältnifs 1 : 1·153; ist die Länge 2, 3, 4 und 5 Mal so grofs als der Durchmesser, dann ist dieses Verhältnifs beziehungsweise 1 : 1·028, 1 : 1·003, 1 : ·9954 und 1 : ·9972; für gröfsere Längen nähert sich dieses Verhältnifs noch mehr jenem von 1 : 1, so, dafs also dabei dieser Unterschied ganz verschwindet.

§. 358. Stöfst das Wasser unter der vorigen Voraussetzung auf ein untergetauchtes Prisma, so entsteht durch die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden um das Prisma herum (abgesehen davon, dafs jetzt nicht mehr alles Wasser vom Querschnitte des Prisma seine Geschwindigkeit verliert oder auf jene des Prisma gebracht wird, indem ein Theil davon seitwärts ausweicht) auf die vordere und hintere Fläche oder Basis desselben nicht mehr wie im Stande der Ruhe derselbe hydrostatische Druck, sondern dieser wird vorne durch das Vorderwasser vermehrt und an der hintern Fläche durch das sogenannte Kielwasser vermindert. Die Seitenpressungen heben sich zwar gegenseitig auf, jedoch entsteht bei langen Prismen durch die Adhäsion des Wassers eine Verzögerung, welche dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist. Ragt der Körper über die Wasserfläche hervor, so bildet sich an der vordern Seite eine kleine Anstauung und läuft wie über einen Wasserberg längs der beiden Seitenflächen gegen die hintere Basis ab, wo dasselbe eine kleine Höhlung bildet; dadurch entsteht auch noch eine kleine Differenz im Niveau des Wassers vor und hinter dem Körper (die sogenannte Denivellation), welche dem Wasserstofse zu gute kommt oder diesen vergröfsert.

Alles das zusammengenommen kann man für gewöhnliche Geschwindigkeiten, wenn der Körper dem mit der Geschwindigkeit V normal anstofsenden Wasser mit der Geschwindigkeit v ausweicht, den Stofs im unbegrenzten Wasser durch

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V - v)^2 = k\gamma A h \;\ldots\; (1$$

ausdrücken, wenn A die Stofsfläche, h die der relativen Geschwindigkeit $V - v$ entsprechende Höhe, γ das Gewicht einer kubischen Einheit Wasser (also eines Kubikfufs, wenn A und h in Fufsen ausgedrückt werden) und k ein von der Form des gestofsenen Körpers abhängiger Erfahrungscoefficient ist.

Für ruhende Körper ist $v = 0$, daher

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}V^2 = k\gamma A H \;\ldots\; (2,$$

wo H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Bewegt sich endlich der Körper dem anstofsenden Wasser selbst noch mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist die Gröfse des Stofses

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V + v)^2 \;\ldots\; (3.$$

Anmerkung. Obschon nach den hierüber angestellten Versuchen der Stofs auf dünne Platten bei der kreisförmigen Bewegung, wie z. B. auf die Schaufeln eines Wasserrades, nicht genau der Stofsfläche proportional ist, sondern in einem etwas gröfseren Verhältnifs mit dieser Fläche zunimmt, so kann man dennoch, da diese Abweichung nur gering ist, diese Proportionalität gelten lassen. Was ferner den schiefen Stofs anbelangt, so nimmt *Hutton*, um die Theorie mit der Erfahrung mehr in Übereinstimmung zu bringen, an, dafs derselbe nicht dem einfachen Sinus, d. i. $Sin\, i$, sondern $(Sin\, i)^{1\cdot842\, Cos\, i}$, *Duchemin* dagegen (wie bereits bemerkt), dafs er dem Bruche $\frac{Sin\, i^2}{1 + Sin\, i^2}$ proportional sey.

§. 359. Was nun den Erfahrungscoefficienten k betrifft, so ist dieser, wie bereits bemerkt, in jenem Falle, in welchem das Wasser gegen den ruhenden Körper stöfst, von jenem etwas verschieden, in welchem der Körper im ruhenden Wasser bewegt wird; zugleich ändert sich derselbe nach dem Verhältnisse des Durchmessers der gestofsenen Grundfläche des Prisma oder Cylinders zur Länge desselben. Ist nämlich l die Länge und d der Durchmesser des Cylinders, oder $d = \sqrt{A}$ bei einem Prisma, auf dessen Grundfläche A der normale, d. i. mit der Länge l parallele Stofs Statt findet (oder in welcher Richtung im zweiten Falle das Prisma bewegt wird), so hat man für beide Fälle (den Stofs und den Widerstand): $P = k\gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (r$

und nach *Duchemin* für k folgende Werthe:

Verhältnifs $\frac{l}{d}$ der Länge des Körpers zu seinem Durchmesser.	Werthe von k für den Wasserstofs gegen ruhende Körper.	für den Widerstand im ruhigen Wasser.
·00	1·8636	1·2540
·50	1·8476	1·2690
1·00	1·4786	1·2824
1·25	1·4274	1·2888
1·50	1·3890	1·2946
1·75	1·3610	1·3004
2·00	1·3418	1·3058
2·25	1·3296	1·3110
2·50	1·3234	1·3158
2·67	1·3222	1·3200
2·75	1·3232	1·3210
3·00	1·3290	1·3252
4·00	1·3354	1·3416
5·00	1·3598	1·3560
6·00	1·3670	1·3680
7·00	1·3778	1·3786
8·00	1·3878	1·3880

Beispiel. Wird also z. B. ein Cylinder von 1 Fufs Durchmesser und 2 Fufs Länge im ruhigen Wasser nach der Richtung seiner Achse mit 5 Fufs Geschwindigkeit bewegt, so ist die hiezu nöthige Kraft nach der Formel 2) des vorigen Paragraphes, wegen $k = 1{\cdot}306$, $\gamma = 56{\cdot}5$, $A = \frac{1}{4} \times 3{\cdot}1416 = {\cdot}7854$, $v = 5$ und $g = 31$, sofort $P = 1{\cdot}306 \times 56{\cdot}5 \times {\cdot}7854 \times 25 : 62 = 23{\cdot}4$ Pfund.

Anmerkung 1. Der Widerstandscoefficient in der letzten Columne ist nach der Formel gefunden

$$k = {\cdot}627\left(1 + \frac{{\cdot}227\, l}{9\, d + l}\right) \ldots (m,$$

jener der zweiten dagegen mittelst der Formel $k = 1{\cdot}2618 - {\cdot}888\, n^2$, wobei n für die verschiedenen Werthe von $\frac{l}{d}$ das Verhältnifs der wirklichen

Ausflufsmenge zur theoretischen bei cylindrischen Ansatzröhren vom Durchmesser d und der Länge l bezeichnen; dabei ist für $\frac{l}{d} = 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ sofort $n = {}^{\cdot}6096, {}^{\cdot}6169, {}^{\cdot}7671, {}^{\cdot}8157, {}^{\cdot}8221, {}^{\cdot}8201, {}^{\cdot}8179, {}^{\cdot}8095, {}^{\cdot}8070, {}^{\cdot}8032, {}^{\cdot}7997$.

Anmerkung 2. Ist die Bewegung der Körper in der ruhenden Flüssigkeit nicht geradlinig, sondern kreisförmig, wie z. B. bei einer um eine Achse sich drehenden Tafel, einem oscillirenden Pendel u. dgl.; so nimmt der Widerstand in einem gröfsern Verhältnisse als die Fläche zu. Ist P der Widerstand bei der geradlinigen Bewegung, wenn alle Puncte des Körpers die Geschwindigkeit v haben und P' jene bei der kreisförmigen Bewegung auf den Mittelpunct des auf den beschriebenen Bogen normalen gröfsten Querschnittes A bezogen, wobei dieser Mittelpunct die vorige Geschwindigkeit v hat; ist ferner f der Abstand dieses Punctes von der Rotationsachse, s der Abstand dieses Punctes von dem Schwerpuncte jenes Theils des Querschnittes oder der Fläche A, welche von diesem Puncte aus gezählt gegen die Rotationsachse hin liegt, so wie endlich z eine lineare Gröfse, welche von der Form des Körpers abhängt, z. B. für eine ebene, auf dem Umdrehungskreise normal stehende Platte den Werth $\frac{1}{2}\sqrt{A}$; so setzt *Duchemin*, indem er alle vorhandenen Versuche benützt:

$$P' = P\left(1 + \frac{3{\cdot}2488\, z}{k\,(f - s)}\right) \ldots (x,$$

wobei noch k den vorigen Widerstandscoefficienten bezeichnet. Für $f = \infty$ wird die Bewegung geradlinig und, wie es seyn soll, $P' = P$.

Anmerkung 3. Ohne Rücksicht auf die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden läfst sich der Widerstand einer im ruhigen Wasser vertical eingetauchten Platte auf folgende Weise bestimmen.

Ist A der Flächeninhalt der rechteckigen, völlig eingetauchten Platte und h der Abstand des Schwerpunctes derselben vom Wasserspiegel, so ist im ruhigen Stande der Platte der hydrostatische Druck auf jede der beiden Flächen $P = \gamma A h$. Wird aber die Tafel nach einer auf die Fläche A normalen Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegt, so kommt bei der vordern Fläche zu diesem hydrostatischen Drucke noch jener hinzu, welcher der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, während dieser für die hintere Fläche gerade umgekehrt abgezogen werden mufs, so, dafs der Druck auf die Vorder- und Hinterfläche beziehungsweise $p = \gamma A\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)$ und $p' = \gamma A\left(h - \frac{v^2}{2g}\right)$, folglich der während der Bewegung der Tafel zu überwindende Druck $P = p - p' = 2\gamma A.\frac{v^2}{2g}$ nämlich dem doppelten Gewichte eines Wasserprisma gleich ist, welches die Fläche A zur Basis und die der Geschwindigkeit v entsprechende Höhe zur Höhe hat. Für Geschwindigkeiten, für welche $\frac{v^2}{2g} \overset{=}{>} h$ wird, ist p' Null oder negativ, zum Zeichen, dafs das Wasser der schneller ausweichenden Tafel nicht folgen kann, und dann ist der Widerstand $P = p$; ist dabei v so grofs, dafs man h gegen $\frac{v^2}{2g}$ auslassen kann, so wird $P = \gamma A \frac{v^2}{2g}$. Setzt man allgemein:

$$P = k \gamma A \frac{v^2}{2g} \quad \ldots (a,$$

so ist zwischen den beiden hier angeführten Werthen von $k = 2$ und $k = 1$ jener 1·5 der mittlere; die obige Tabelle gibt dafür $k = 1{\cdot}254$.

Nach *Campaignac* erfährt eine Tafel von 1 Quadratmeter, welche im Wasser mit 1 Meter Geschwindigkeit bewegt wird, einen directen Widerstand, welcher zwischen 50 und 60 Kilogramme liegt. Für den ersten Werth wäre (obige Gl. a) $50 \times 1{\cdot}78567 = \frac{k \times 56{\cdot}5 \times (3{\cdot}16533)^2 \times (3{\cdot}16533)^2}{62}$ sofort $k = {\cdot}9760$ und für den letztern $k = 1{\cdot}1712$, so, dafs also der Mittelwerth daraus $k = 1{\cdot}0736$ wäre.

Wird die Tafel nicht senkrecht auf die Fläche A, sondern schief, und zwar unter dem Winkel α bewegt, so kann man nach *Duchemin* den Widerstand mit hinreichender Genauigkeit durch die Formel:

$$P = \frac{2 . k \gamma A v^2}{2g} \; \frac{Sin\, \alpha}{1 + Sin\, \alpha^2} \quad \ldots (y$$

ausdrücken, wobei k den obigen Werth 1·254, und wenn das Wasser gegen die Tafel stöfst, jenen 1·8636 besitzt. (Genauer ist es, wenn man den vorigen Ausdruck noch mit $1 - \frac{Sin\, \alpha\, Cos\, \alpha}{6{\cdot}48} + \frac{Cos\, \alpha^2}{3{\cdot}52}$ multiplicirt.)

§. 360. Widerstand einiger von krummen Flächen begrenzter Körper. Bei Voraussetzung, dafs der Widerstand eines Flächenelementes dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels mit der Bewegungsachse proportional sey, findet man durch höhere Rechnung für den Widerstand einer Kugel vom Halbmesser r, welche im ruhigen Wasser mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, $P = \frac{2}{3} k \gamma A \frac{v^2}{2g}$, wobei $A = r^2 \pi$ die gröfste Kreisfläche und k den Widerstandscoefficient einer dünnen Platte bezeichnet, so, dafs also der Widerstand der Kugel nur $\frac{2}{3}$ von jenem dieser gröfsten Kreis- oder Projectionsfläche beträgt. Nach Andern kommt $\frac{19}{30}$ statt $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; nach *Duchemin* beträgt der Widerstand der Kugel $\frac{2}{5}$ von jenem des herumbeschriebenen Cylinders. Nach der ersten Hypothese ist $\frac{2}{3} k = \frac{2}{3} \times 1{\cdot}254 = {\cdot}828$ (k ist nach der Tabelle in §. 359 zu nehmen), nach der zweiten ist $\frac{19}{30} k = {\cdot}7942$, nach der dritten des *Duchemin* ist $\frac{2}{5} k = \frac{2}{5} \times 1{\cdot}2824$

$= \cdot 513$, was auch mit den Versuchen von *Borda*, *Vince* und *Hutton* gut übereinstimmt. Nach *Eytelwein's* Versuchen wäre dieser Coeffizient $= \cdot 7886$.

Für einen geraden Kegel, dessen Erzeugungslinie mit der Achse den Winkel α bildet, und dessen Grundfläche $= A$ ist, findet man nach *Duchemin*, wenn die Bewegung nach der Achse, und zwar mit der Spitze voraus Statt findet, den Widerstand $P = k\gamma A \frac{v^2}{2g} Sin\,\alpha$, wobei k aus der obigen Tabelle für das zwischen dem Durchmesser und der Höhe des Kegels Statt findende Verhältniſs zu nehmen ist.

Für einen Cylinder von derselben Basis und Höhe wäre $P' = k\gamma A \frac{v^2}{2g}$, und da dieſs zugleich auch der Widerstand des Kegels ist, wenn er mit seiner Grundfläche vorausgeht, so ist zwischen diesen Positionen $P : P' = Sin\,\alpha : 1$, ein Verhältniſs, welches durch die Versuche nicht nur für den Kegel, sondern auch für das dreiseitige Prisma bestätigt wird, wenn es im ruhenden Wasser einmal mit der Kante, in welcher sich die beiden gleichen Rechtecke schneiden (die unter einander den Flächenwinkel 2α bilden) und einmal mit einer Grundfläche voraus bewegt wird.

Anmerkung. Es ist merkwürdig, daſs bei vollkommen eingetauchten Körpern der Widerstand nur von der Form des Vordertheils und dem Verhältniſs der Länge zum Durchmesser, und keineswegs auch von der Form des Hintertheiles abhängt, während diese letztere bei nur zum Theile eingetauchten schwimmenden Körpern einen wesentlichen Einfluſs hat, wie dieſs namentlich im Schiffbau bekannt ist.

Nach *Bossut's* Versuchen ist für gut geformte Schiffe in der obigen Formel 2), §. 358, wobei A den eingetauchten gröſsten Querschnitt des Schiffes bezeichnet, der Widerstandscoefficient $k = \cdot 16$. Nach *Barlow's* neuesten Versuchen ist dieser für die fein gebauten Schiffe noch bedeutend kleiner, und zwar im Durchschnitt $= \frac{1}{17} = \cdot 059$, so daſs also

$$P = \cdot 059\,\gamma A \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \; (b \text{ ist.}$$

Sind das Vorder- und Hintertheil eines Schiffes nach Kreisbögen vom Halbmesser r gekrümmt, oder bezeichnet für andere Krümmungen r den mittlern Krümmungshalbmesser, ist ferner b die Breite des Schiffes zwischen den parallelen Seiten, und zwar am Wasserspiegel gemessen, l die Länge des Schiffes zwischen den Parallelen, c der Umfang vom eingetauchten gröſsten Querschnitte des Schiffes und v die Geschwindigkeit des Schiffes in Fussen per Secunde; so kann man nach *Tredgold* den Widerstand des Schiffes im ruhigen Wasser näherungsweise durch die Formel ausdrücken:

$$P = cv^2\,[n\,b + \cdot 0032\,(l + m\,b)] \quad \ldots \; (s,$$

wobei das englische Maſs und Gewicht zum Grunde liegt und die Coefficienten n und m für verschiedene Werthe von r, diese in halben Schiffsbreiten ausgedrückt, die nachstehenden Werthe haben. Für $r = 1, 1^1/_4, 1^1/_2, 1^3/_4, 2, 2^1/_4, 2^1/_2, 2^3/_4, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ halbe Schiffsbreiten ist beziehungsweise: $n = \cdot245, \cdot188, \cdot146, \cdot120, \cdot101, \cdot086, \cdot075, \cdot067, \cdot060, \cdot041, \cdot032, \cdot025, 021, \cdot018$ und $m = \cdot500, \cdot545, \cdot580, \cdot616, \cdot650, \cdot680, \cdot710, \cdot740, \cdot770, \cdot870, \cdot955, 1\cdot05, 1\cdot13, 1\cdot20$.

So wäre z. B. für $b = 22$, $l = 80$, $c = 31$ und $v = 10$ Fufs englisch, ferner $r = 4$ halbe Schiffsbreiten: $P = 3780$ Pfund englisch, folglich die per Secunde nöthige Arbeit, um das Schiff mit dieser Geschwindigkeit fortzuziehen, $E = Pv = 37800^{\text{F. Pf.}} = \frac{37800}{550} = 68\cdot7$ Pferdekraft.

§. 361. Stofs im begrenzten Wasser. Bewegt sich das Wasser in einem Gerinne gegen eine ausweichende Tafel oder Schaufel und ist der Zwischenraum zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden so gering, dafs das sämmtliche durch den Querschnitt ab (Fig. 236) fliefsende Wasser auf die Geschwindigkeit der Schaufel herabgebracht wird; so gilt für den Stofs derselbe Ausdruck, welcher (§§. 354 und 355) für jenen eines isolirten Wasserstrahls gefunden wurde; es ist nämlich

$$P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \quad \text{oder} \quad P = \frac{\gamma M}{g V}(V - v)^2$$

je nachdem man die dem kubischen Inhalte nach ausgedrückte Wassermenge m, welche in jeder Secunde wirklich zum Stofse gelangt, oder jene M in Rechnung bringt, welche durch einen unbeweglichen Querschnitt geht, und daher nicht sämmtlich zum Stofse kömmt.

Anmerkung. Je nachdem die Zwischenräume zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden gröfser oder kleiner sind, mufs auch der vorige Werth von P noch mit einem kleinern oder gröfsern eigentlichen Bruche multiplicirt werden.

§. 362. Effect oder Wirkung des Wasserstofses. Da der Stofs des Wassers P auf die mit der Geschwindigkeit v ausweichende Tafel oder Schaufel übertragen wird, so ist die Arbeit oder Wirkung derselben per Secunde $E = Pv$, folglich, wenn man für P die vorigen Werthe setzt, auch:

$$E = \frac{\gamma m v}{g}(V - v) \;.\;.\;.\; (1 \quad \text{oder} \quad E = \frac{\gamma M v}{g V}(V - v)^2 \;.\;.\;.\; (2,$$

und da E sowohl für $v = 0$ als auch $v = V$ Null wird, so mufs es für v einen zwischen diesen Grenzen liegenden Werth geben, wofür E am gröfsten wird. Man findet für diese vortheilhafteste Geschwindigkeit aus der Formel 1) $v = \frac{1}{2} V$ (da nämlich die Summe aus v und $V - v$ constant, nämlich gleich V ist, so wird bekanntlich das Product daraus am gröfsten, wenn beide Factoren gleich grofs sind), und aus jener 2) $v = \frac{1}{3} V$; so dafs also mit diesen Werthen der gröfste Effect oder das Maximum der Arbeit im ersten Falle durch $E = \frac{\gamma m V^2}{4g} = \frac{1}{2} \gamma m H$, und im letztern durch $E = \frac{4}{27} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{8}{27} \gamma M H$ ausgedrückt wird, wenn man die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe mit H bezeichnet.

Anmerkung. Da die Schwerkraft in der von der Höhe H herabfallenden Wassermasse γm die Arbeit $\gamma m H$ erzeugt oder ansammelt, die Nutzwirkung davon aber in dem allergünstigsten Falle nur $\frac{1}{2} \gamma m H$ beträgt; so geht selbst in diesem Falle noch durch den Stofs die Hälfte der Wirkung verloren.

Siebentes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

§. 363. Einleitung. Unter den verschiedenen Mitteln das Wasser als Betriebskraft nutzbar zu machen, nehmen die Wasserräder, theils wegen ihrer leichtern Ausführbarkeit und theils auch wegen des Vortheils, dafs sie unmittelbar eine continuirliche rotirende Bewegung um eine Achse erzeugen, den ersten Rang ein. Bei ihrer Anwendung kommt es jedoch darauf an, die Arbeit, welche die Schwere in dem Betriebswasser als ersten Motor hervorbringt, so viel wie möglich ungeschmälert auf das Rad als zweiten Motor oder Aufnehmer der Kraft (welcher gewöhnlich §. 278 als erster Motor angesehen wird) zu übertragen. Wir schicken daher einige allgemeine Bemerkungen voraus.

§. 364. Fallhöhe des Aufschlagwassers. Ist P das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers und fällt dasselbe von der Höhe H herab, oder besitzt es überhaupt eine Geschwindigkeit V, welcher dieser Höhe entspricht, so dafs $H = \frac{V^2}{2g}$ ist, so ist die in derselben enthaltene dynamische Kraft oder Wirkung (§. 184) $= PH^{\text{F. Pf.}}$, wenn man den Fufs und das Pfund als Einheiten nimmt.

Bei der Schätzung der dynamischen Kraft des auf ein Rad wirkenden Wassers versteht man unter H den Höhenunterschied zwischen dem Wasserspiegel im obern und jenem im untern Gerinne, und nennt diese

Höhe die Fallhöhe des Wassers. Im freien Strome ist H die Geschwindigkeitshöhe für das an die Radschaufeln anstoſsende Wasser.

§. 365. Verlust an lebendiger Kraft. Diese Fallhöhe kommt jedoch niemals vollständig als wirksame Höhe in die Rechnung; denn zuerst gelangt das Wasser immer schon, der vorhandenen Hindernisse in der Zuleitung wegen, mit einer etwas kleinern Geschwindigkeit V als jene ist, welche der Höhe H entspricht, in oder auf das Rad; hat ferner das Rad an der Stelle, an welcher das Wasser auf dasselbe kommt, die Geschwindigkeit v, so entsteht durch den Stoſs (welcher fast niemals vermieden werden kann) oder die plötzliche Geschwindigkeitsänderung $V - v$ ein Verlust an lebendiger Kraft, welcher (§. 201) dem Quadrate der verlornen Geschwindigkeit proportional ist; tritt endlich das Wasser aus dem Rad, nachdem es entweder durch den Stoſs oder sein Gewicht gewirkt hat, noch mit einer gewissen Geschwindigkeit aus, so liegt auch darin noch ein gewisser Theil an lebendiger Kraft oder an Wirkung, welcher mit den übrigen Verlusten von der ganzen dynamischen Kraft oder der Wirkung des Wassers PH abgezogen werden muſs, um den eigentlichen Nutzeffect des Rades (wobei auf die Achsenreibung noch keine Rücksicht genommen ist) zu erhalten.

§. 366. Absolutes und relatives Maximum des Nutzeffectes. Soll daher der Nutzeffect am gröſsten, d. i. ein absolutes Maximum werden, so müssen die beiden subtractiven Theile, nämlich die lebendige Kraft des Wassers, welche beim Eintritt in das Rad durch den Stoſs verloren geht, und jene, welche das Wasser noch beim Austritt aus dem Rade besitzt, Null werden oder verschwinden; dieſs setzt aber voraus, daſs das Wasser ohne Stoſs in das Rad ein- und ohne Geschwindigkeit aus demselben austrete. Da sich indeſs diese beiden Bedingungen fast niemals in aller Strenge realisiren lassen, so muſs man wenigstens trachten, bei jedem Wasserrade, je nach dessen besonderer Constructionsart, den gröſst möglichen Nutzeffect, d. i. dessen relatives Maximum zu erreichen.

§. 367. Eintheilung der Wasserräder. Ohne auf eine Eintheilung der Wasserräder, die von verschiedenen Gesichtspuncten aus geschehen kann, einen besondern Werth zu legen, kann man diese doch zur leichtern Übersicht in zwei Hauptclassen: in verticale und horizontale Räder abtheilen. Die erstern können ebene oder krumme Schaufeln erhalten, und entweder durch den Stofs in ebenen Gerinnen oder im unbegrenzten Wasser (unterschlächtige Räder), oder durch den Druck des Wassers (oberschlächtige Räder), oder theils durch den Stofs und theils durch den Druck des Wassers (mittelschlächtige oder Kropfräder) bewegt werden. Die letztern können mit krummen Schaufeln versehen seyn (Turbinen oder Kreiselräder) oder nur gebogene Röhren oder Canäle (Reactionsräder) besitzen.

Es sollen davon im Nachstehenden die wichtigsten in Kürze behandelt werden.

Unterschlächtige Wasserräder.

§. 368. Das Rad im Schufs- oder Schnurgerinne. Ein solches Wasserrad besteht im Wesentlichen aus einer horizontal liegenden Welle *a* (Fig. 235), mit welcher mittelst der Radarme *b*, *b* zwei parallele Radkränze *d*, *d*, zwischen welchen die Radschaufeln *e*, *e* eingeschoben werden, centrisch verbunden sind. (Die sogenannten Strauberräder erhalten nur einen Radkranz; die Staberräder dagegen zwei Kränze; die Pansterräder, Fig. 235. *b*, deren Schaufeln bedeutend länger sind, bestehen aus mehr als zwei Radkränzen und werden diese auch noch unter einander verbunden oder verriegelt.) Öfter werden auch noch auf dem äufsern Umfange der Radkränze besondere Schaufeln *i* (Fig. 235. *a*), sogenannte Gegenschaufeln aufgenagelt, welche einen Theil des zwischen je zwei Schaufeln bestehenden Zwischenraumes verschliefsen.

Das Aufschlagwasser wird dem Rade in einem Gerinne *B* zugeführt, dessen verticale Seitenwände nur so viel lichte Entfernung von einander haben, um den Radschaufeln den nöthigen Spielraum für die Bewegung zu lassen.

Durch das mehr oder weniger Aufziehen der Schütze *D* kann das Wasser in gröfserer oder geringerer Quantität auf das Rad geleitet werden.

§. 369. Da bei horizontalen Gerinnen (Fig. 235) immer ein nachtheiliger Rückstau entsteht, so neigt man, wie in Fig. 235. *a*, den Gerinnsboden unmittelbar nach der Schütze etwas gegen das Rad, so, dafs er dasselbe beiläufig bei der vom tiefsten Punct des verticalen Durchmessers nach vorwärts gezählten zweiten Schaufel erreicht, krümmt diesen von da an nach der äufsern Radperipherie bis zu dem erwähnten tiefsten Punct *n* und läfst ihn von da plötzlich um 6 bis 7 Zoll abfallen, damit das

Wasser, nachdem es bereits auf die Schaufeln gewirkt hat, das Rad schnell verläfst, wozu man auch noch das Gerinne selbst an dieser Stelle erweitern kann.

Die den Gerinnsboden bedeckende Wasserschichte soll in der Regel eine Tiefe von 6 bis 9 Zoll erhalten, so wie der Zwischenraum zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden nicht mehr als $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll betragen, damit nicht zu viel Wasser unbenützt durchgeht.

Da das Wasser beim Eintritte in das Gerinne eine Contraction erleidet, sich dann ausbreitet und den Gerinnswänden, an welchen es einen kleinen Widerstand findet, folgt, so verliert es an seiner Geschwindigkeit und kommt, wenn das Gerinne nur einigermafsen lang ist, oft nur mit $\frac{3}{4}$ jener Geschwindigkeit an die Radschaufeln, welche der Druckhöhe, d. i. der Höhe des Wasserstandes vor der Schütze entspricht.

Um diesem Verluste zu begegnen, bringt man erstlich die Schütze so nahe als möglich an das Rad (um den Widerstand der Gerinnswände zu vermindern), und dann sucht man durch gehörige Anordnung der Schütze, welche man in die nach aufwärts gehende Verlängerung des Bodens und der Wände des Gerinnes legt, und ihren Eingang (nach der Form des zusammengezogenen Strahls) erweitert, die Contraction möglichst zu vermindern. Beide diese Bedingungen werden am besten erreicht, wenn man die Schütze nicht wie in Fig. 235 vertical, sondern in einer gegen das Radmittel hin geneigten Lage (Fig. 235. a) anbringt.

Nach den Versuchen von *Poncelet* gab eine unter 63 Grad gegen den Horizont geneigte Schütze einen Contractionscoefficienten von ·75, bei 45 Grad von ·80 und bei 90 Grad (lothrechte Stellung) von ·70.

Da man übrigens die Form des zusammengezogenen Wasserstrahls nicht genau kennt, so ist es besser, anstatt die Schütze ab (Fig. 236) unmittelbar an den Ausgang des Wasserbehälters anzubringen, diese vom Ausgange des Behälters AB (Fig. 236. a) gegen das Rad zu um die Entfernung CD zu legen, welche von $\frac{1}{2}\,ab$ bis ab betragen kann. Man kann dabei $AB = \frac{5}{4}\,ab$ nehmen und durch Aa, Bb Kreisbögen ziehen, welche die Gerinnswände ac und bd tangiren. (Läge die eine Seitenwand, z. B. ac, zufällig in der Verlängerung der Wand des Reservoirs, so würde man diese ungeändert lassen und die Ausbiegung bB nur an der andern Gerinnswand bd vornehmen.) Legt man aufserdem noch den Gerinnsboden, so wie die Sohle der Schützenöffnung in die Verlängerung des Bodens des Reservoirs, vermeidet überall Vorsprünge und Ecken, so wird nur noch eine Contraction an der obern Seite der Schütze Statt finden und die Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers sehr nahe der Druckhöhe über dem Mittelpuncte der Schützenöffnung entsprechen.

§. 370. Die Länge der Schaufeln (nach der Richtung der Radachse) richtet sich nach der Breite des Gerinnes, ihre Höhe (in der Richtung der Radhalbmesser) soll so beschaffen seyn, daſs das Wasser beim Aufstoſsen auf die erste Schaufel nicht über diese hinausspringt, wozu man der Höhe die dreifache Dicke oder Tiefe der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte (diese so angesehen als ob das Rad ausgehoben wäre), jedoch niemals mehr als 2 Fuſs gibt.

Die auf der äuſsern Radperipherie gemessene Entfernung der Schaufeln kann beiläufig dieser Schaufelhöhe gleich genommen werden, wodurch die Anzahl der Schaufeln bloſs noch von der Gröſse des Raddurchmessers abhängig wird.

§. 371. Durchmesser des Rades. Was diesen Durchmesser selbst betrifft, so wird man zu dessen Bestimmung zuerst die Geschwindigkeit berücksichtigen, welche die ausweichenden Schaufeln in Beziehung auf die Geschwindigkeit des anstoſsenden Wassers haben sollen, und dann noch die Anzahl der Umgänge festsetzen, die das Rad am besten erhalten kann, um die beabsichtigte Übertragung der Bewegung in jedem gegebenen Falle so einfach als möglich (entweder ohne, oder wenigstens mit dem geringsten Zwischengeschirr) zu bewerkstelligen.

Ist v die Geschwindigkeit des Rades im Stoſsmittelpuncte des Wassers (der Abstand dieses Punctes von der Radachse wird der *dynamische* Halbmesser des Rades genannt) und N die Anzahl der Umgänge, welche das Rad per Minute machen soll; so ist der dynamische Durchmesser des Rades $D = \frac{60\,v}{\pi\,N} = 19{\cdot}1\,\frac{v}{N}$. Mit Rücksicht auf den gröſsten zu erreichenden Effect (wobei also v ein bestimmtes Verhältniſs zur Gefällshöhe H haben muſs) kann man $v = 2{\cdot}7\sqrt{H}$, und daher $D = \frac{51{\cdot}6}{N}\sqrt{H}$ setzen.

In der Praxis gibt man übrigens einem solchen Rade nicht leicht weniger als 12 und nicht mehr als 24 Fuſs im Durchmesser.

§. 372. Anzahl der Schaufeln. Da die Räder meistens aus durch 4 theilbaren symmetrischen Theilen zusammengesetzt werden, so nimmt man auch der leichtern practischen Ausführung wegen für die Schaufelzahl eine durch 4 theilbare Zahl, und zwar, wenn $R = \frac{1}{2}D$ der in Fuſsen ausgedrückte dynamische Halbmesser des Rades ist, nimmt man dafür im Durchschnitte 4 Mal $\frac{1}{2}R$.

Nach *Aubuisson's* Vorschrift fällt diese Zahl etwas kleiner aus, indem er für die Raddurchmesser von $12\frac{1}{2}$, 16, 19, 22 und 25 Fuſs beziehungsweise 24, 28, 32, 36 und 40 Schaufeln annimmt, welche Zahlen jedoch, wie er bemerkt, ohne Nachtheil jede um 4 vermehrt werden dürfen.

Die Hauptsache jedoch bleibt dabei immer (in welchem Falle die Schaufelzahl allerdings auch geringer seyn kann) die, daſs sich der gekrümmte Theil mn (Fig. 235. u) des Schuſs- oder Gerinnsbodens so weit erstreckt, daſs ihn eine Schaufel schon erreicht, bevor ihn die vorausgehende noch verlassen hat.

§. 373. Stellung der Schaufeln. Was die Schaufelstellung betrifft, so nimmt man diese für gewöhnlich radial, d. i. gegen den Mittelpunct oder die Achse des Rades gerichtet, an; nur wenn die Schaufeln im Unterwasser waten müſsten (was jedoch für gewöhnlich nicht angenommen werden kann), wäre es vortheilhafter die Schaufeln etwas schief, und zwar so zu stellen, daſs sie, sobald sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen sind, auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen, weil sie dann weniger Wasser als in radialer Stellung mit hinaufschleudern, in welch letzterem Falle der Nutzeffect allerdings verringert wird.

§. 374. Theoretischer Effect eines solchen Rades. Ist p das Gewicht des in jeder Secunde durch einen Querschnitt des Gerinnes, in welchem die Geschwindigkeit $= V$ ist, flieſsenden Wassers, so wäre, wenn kein Wasser zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden, ohne vorher gewirkt zu haben, entweichen könnte, der Effect genau jenem gleich, welchen wir oben in §. 362 (Formel 1, wo $\gamma m = p$ ist) für den Wasserstoſs aufgestellt haben; allein da aus den angeführten Gründen nicht das ganze Aufschlagwasser p als wirksam angenommen werden kann, so bleibt der wirkliche Effect gegen den theoretischen zurück, und man muſs sonach diesen letztern mit einem Reductionscoefficienten $k < 1$, welcher nur aus der Erfahrung gefunden werden kann, multipliciren, um den erstern zu erhalten; dieser wird daher durch:

$$E = k\frac{pv}{g}(V - v) \quad . \; . \; . \; (1$$

ausgedrückt, wenn v die Geschwindigkeit der ausweichenden Schaufel im Stoſsmittelpuncte bezeichnet.

Dieser Effect ist, wie bereits in dem genannten §. 362 gezeigt wurde, am gröſsten, wenn $v = \frac{1}{2} V$, d. h. wenn die Geschwindigkeit der Radschaufeln (im Stoſsmittelpuncte gemessen) halb so groſs als jene des anstoſsenden Wassers ist.

Da nun die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe h aus verschiedenen Ursachen immer etwas kleiner als die Gefällshöhe H ist, und da selbst, wenn $k = 1$ wäre, für $v = \frac{1}{2} V$ nur $E = \frac{1}{2} p h$ würde, so folgt, dafs durch ein unterschlächtiges Rad nicht einmal die Hälfte der dynamischen Kraft oder der Wirkung erhalten wird, welche in der durch die Höhe H fallenden Wassermasse vom Gewichte p liegt oder enthalten ist, indem diese durch $p H$ ausgedrückt wird.

Anmerkung. Sind h' und h'' die den Geschwindigkeiten v und $V - v$ zugehörigen Höhen, so ist auch wegen

$$\frac{v}{g}(V - v) = \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - \frac{(V - v)^2}{2g} = h - h' - h''$$

der obige Effect des Wasserrades (1)

$$E = k p (h - h' - h''),$$

woraus sofort folgt, dafs die beiden Höhen h' und h'' den Effect des Wasserrades um mehr als die Hälfte vermindern, weil, wenn diese Null wären, der Effect $E = k p h$ seyn würde, während er doch im allergünstigsten Falle nur $= \frac{1}{2} k p h$ ist. Soll aber $h' = 0$ seyn, so mufs auch die Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, gleich Null seyn. Für $h'' = 0$ müfste auch $p(V - v)^2$, d. h. der Verlust an lebendiger Kraft, welcher durch den Stofs entsteht, Null seyn, das Wasser also ohne Stofs wirken.

§. 375. Nutzeffect des unterschlächtigen Rades. Aus den Versuchen von *Smeaton* ergibt sich der Werth des oben angeführten Reductionscoefficienten k im Durchschnitte zu $\cdot 64$, so wie für die vortheilhafteste Geschwindigkeit v der Werth $\cdot 45\, V$. Da ferner die Geschwindigkeit V, mit welcher das Wasser die Radschaufeln trifft, zu $\frac{95}{100}$ von jener angenommen werden kann, welche der Höhe h vom Oberwasserspiegel bis zum Mittelpuncte der Schützenöffnung entspricht, d. h. da $V = \cdot 95 \sqrt{2 g h} = 7\cdot 48 \sqrt{h}$ gesetzt werden kann; so ist der wirkliche Effect eines solchen Rades (aus der vorigen Gl. 1):

$$E = \cdot 021\, p v (7\cdot 48 \sqrt{h} - v) \ldots (2.$$

Für den gröfsten Nutzeffect ergibt sich, wegen $v = \cdot 45\, V = \cdot 45 \times 7\cdot 48 \sqrt{h} = 3\cdot 36 \sqrt{h}$, sofort

$$E = \cdot 29\, p h \ldots (3.$$

Ist m die in einer Secunde zufliefsende Wassermenge in Kubikfufs ausgedrückt, also $p = 56\cdot 5\, m$ Pfund, so ist auch nahe

$$E = 16\, m h \ldots (4.$$

Will man endlich statt h die ganze Gefällshöhe H in Rechnung bringen, so kann man mit Rücksicht auf jenen Theil der Wirkung, welche noch im gekrümmten Theile des Gerinnes Statt findet,

$$E = 16\,m\,(H - {\cdot}6) \;.\;.\;.\;(5$$

(wobei der Fuſs als Einheit gilt) setzen.

Anmerkung. Die Formel (3 zeigt, daſs man selbst bei einem gut angelegten unterschlächtigen Wasserrade nicht volle 29 Procent Nutzeffect erreicht, sogar wenn man h für die ganze Gefällshöhe gelten lassen wollte; da jedoch $h < H$ ist, so kann man beiläufig $E = \frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}\,p\,H$, also den gröſsten Nutzeffect nur von 20 bis 25 Procent annehmen, ja es gibt sogar Fälle (wo die Zwischenräume zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden bis 4 Zoll betragen), in welchen dieser Nutzeffect bis auf 10 Procent herabsinkt.

Gleichwohl werden diese Räder, besonders bei Gefällen unter 5 Fuſs, sehr häufig angewendet, indem sie auſser ihrer leichtern Ausführbarkeit auch noch den Vortheil besitzen, daſs man ihnen, ohne sich vom Maximum des Nutzeffectes bedeutend zu entfernen, eine gröſsere als diesem Maximum entsprechende Geschwindigkeit geben kann, wodurch oft kostspielige Übersetzungen und Communicationen erspart werden.

Beispiel. Man benöthigt zum Betriebe eines Cylindergebläses ein Wasserrad von 6 Pferdekraft, d. i. von $2580^{\text{F. Pf.}}$, welches man durch einen vorhandenen kleinen Fluſs, welcher ein Gefäll von 5 Fuſs besitzt, betreiben will; es ist die Frage, wie viel Wasser von diesem Flusse auf ein zu erbauendes unterschlächtiges Wasserrad abzuleiten, und wie das Rad überhaupt für diesen Zweck anzuordnen sey?

Rechnet man von der genannten Gefällshöhe 15 Zoll für die halbe Höhe der Schützenöffnung und für die Krümmung des Gerinnsbodens ab, so bleibt noch vom Mittelpuncte der Öffnung aufwärts gerechnet ein Gefäll von $5 - 1{\cdot}25 = 3{\cdot}75$ Fuſs $(= h)$, welcher Höhe die Geschwindigkeit von nahe 15 Fuſs entspricht, so daſs man den Radschaufeln für den gröſsten Effect eine Geschwindigkeit von ${\cdot}45 \times 15 = 6^3/_4$ Fuſs geben wird, was, wenn das Rad, um das Gebläse ohne Zwischengeschirr, bloſs durch Krummzapfen zu betreiben, per Minute 8 Umgänge machen soll, einen Raddurchmesser (vom Mittel zum Mittel der Schaufeln gerechnet) von (§. 371)

$$D = 19{\cdot}1\,.\,\frac{6{\cdot}75}{8} = 16 \text{ Fuſs}$$

erfordert, bei welcher Gröſse man dem Rade (§. 372) von 28 bis 32 Schaufeln geben kann.

Bestimmt man ferner aus der obigen Formel 5) für $H = 5$ und $E = 2580$ den Werth von m, so erhält man für die gesuchte, in einer Secunde nöthige Wassermenge $m = \dfrac{2580}{16 \times 4{\cdot}4} = 36{\cdot}7$ Kubikfuſs.

Da sich diese Wassermasse mit der Geschwindigkeit (§. 375)

$$V = {\cdot}95\,\sqrt{2gh} = 7{\cdot}481\,\sqrt{3{\cdot}75} = 14{\cdot}5'$$

Fuſs im Gerinne bewegen muſs, so wird der Querschnitt dieses Wasserprisma an der Stelle des Rades $\dfrac{36{\cdot}7}{14{\cdot}5} = 2{\cdot}53$ Quadratfuſs betragen müssen. Da man nun für die Höhe oder Tiefe der Wasserschichte ungefähr

(§. 369) ·6 Fuſs annimmt, so bleibt für die Breite des rechteckigen Querschnittes $\frac{2\cdot53}{\cdot6} = 4\cdot2$ Fuſs. Nimmt man ·6 Zoll für den Zwischenraum zwischen den Schaufeln und den Gerinnswänden auf jeder Seite, so erhält man für die Radbreite oder Länge der Schaufeln 4·1 Fuſs. Da sich endlich das Wasser unter dem Rade bis auf eine Höhe von vielleicht 23 Zoll und darüber erheben kann, so muſs man den Schaufeln eine Breite oder Höhe von 24 bis 25 Zoll geben.

Was schlüſslich den Nutzeffect dieses Rades betrifft, so beträgt dieser 25 Procent von der theoretischen oder dynamischen Kraft des Wassers.

§. 376. Das Rad im freien Strome. Diese Räder, welche man auch frei hängende Räder nennt, werden gewöhnlich bei Schiffmühlen verwendet, und ganz frei ohne Gerinne in den Fluſs oder Strom gehängt, wenigstens setzt man dieses bei der Berechnung voraus, und nimmt auf den Umstand, daſs diese Räder zwischen zwei Schiffen eingehängt sind, wodurch die Geschwindigkeit des auf die Radschaufeln treffenden Wassers etwas gröſser wird, keine Rücksicht. Der Durchmesser solcher Räder übersteigt selten die Gröſse von 12 bis 15 Fuſs, die Schaufelzahl liegt zwischen 12 und 24, deren Höhe oder (radiale) Breite nach *Fabre* nicht über $\frac{1}{4}$ des Radhalbmessers betragen soll, gewöhnlich nimmt man dafür nur den fünften Theil dieses Halbmessers; die Länge der Schaufeln wechselt von 8 bis 15 Fuſs.

Die Stellung der Schaufeln betreffend, so kann man auch hier die Regel befolgen, daſs sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen sollen. Nach *Aubuisson* ist es besser diese Schaufeln ihrer Höhe oder Breite nach aus einzelnen, z. B. aus vier Streifen oder Dauben zusammenzusetzen und diese gegen den Radius immer mehr zu neigen, je weiter sie vom Mittelpuncte des Rades abstehen, so daſs z. B. die einzelnen Streifen oder Dauben (von innen nach auſsen gezählt) 1, 2, 3 . . . (Fig. 235. *a*) mit dem betreffenden Radius die Winkel 0, 10, 20, 30 . . . Grad bilden.

§. 377. Effect eines solchen Rades. Ist v die Geschwindigkeit, mit welcher die Schaufelfläche $= A$ dem mit der Geschwindigkeit V anstoſsenden unbegrenzten Wasserstrome ausweicht, und P die Gröſse des Wasserstoſses, so ist der Effect $E = Pv$, oder wenn man für P den betreffenden Werth (1 aus §. 358 substituirt:

$$E = \frac{kA\gamma v}{2g}(V - v)^2 \quad . \; . \; . \; (1,$$

wobei k der Erfahrungs- oder Reductionscoefficient ist.

Nach den Beobachtungen von **Poncelet** kann man für Räder, welche wie bei den Schiffmühlen zwischen zwei Pontons oder Schiffen hängen, im Durchschnitte $k = 2\cdot8$ setzen (während nach seiner Meinung für ganz frei hängende Räder k den Werth von $2\cdot5$ nicht übersteigen dürfte); da ferner nach **Bossut** und **Christian** die vortheilhafteste Geschwindigkeit $v = \frac{2}{5} V$ ist (die Theorie gibt dafür $v = \frac{1}{3} V$), so erhält man durch Substituirung dieser Werthe in der vorigen Formel für das Maximum des Effectes

$$E = \frac{2\cdot8 A\gamma}{2g} \times \cdot4\,V \times \cdot36\,V^2 = \cdot4032\,A\gamma V \frac{V^2}{2g}$$

oder nahe: $E = \cdot4\,PH \ldots (2,$

wobei P das Gewicht des in jeder Secunde durch den Querschnitt A mit der Geschwindigkeit V fliefsenden Wassers und H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Auch ist

$$E = \cdot367\,A\,V^{3\,\mathrm{F.Pf.}} \ldots (3,$$

wobei A und V in Fufsen ausgedrückt werden müssen.

Anmerkung. *Poncelet* glaubt aus seinen Beobachtungen schliefsen zu dürfen, dafs es besser sey das Aufschlagwasser nicht der relativen Geschwindigkeit $V - v$, sondern der einfachen V proportional zu setzen, und daher den Effect durch die Formel $E = \frac{kA\gamma}{2g} Vv(V - v)$ auszudrücken, wobei dann $k = 1\cdot6$ zu nehmen ist. Setzt man wieder für das Maximum des Effects $v = \cdot4\,V$, so wird

$$E = \cdot384\,A\gamma VH = \cdot384\,PH = \cdot35\,A\,V^3 \ldots (4,$$

welcher Ausdruck etwas kleiner als der vorige ist.

§. 378. Ruderräder bei Dampfbooten. Auch die bei Dampfbooten üblichen Schaufelräder sind solche frei hängende Räder, nur kommt bei Bestimmung ihres Effectes noch die Geschwindigkeit des Bootes mit in Rechnung; ist diese $= u$, jene des Wassers $= V$ und jene der Schaufeln (in ihrem Stofsmittelpuncte genommen) $= V'$, so ist, wenn sich das Boot stromaufwärts bewegt, die Wirkung so, als ob das Boot still stände und das Wasser mit der Geschwindigkeit $V + u$ gegen die Schaufeln flöfse; da aber diese letztern durch die Wirkung der Dampfmaschinen eine noch gröfsere Geschwindigkeit V' haben müssen, so ist die relative Geschwindigkeit der Schaufeln, wodurch der Druck gegen das Wasser ausgeübt wird,

$$V'' = V' - (V + u) \ldots (m,$$

und es ist so, als ob die Schaufeln mit dieser Geschwindigkeit in einem ruhigen oder stillstehenden Wasser bewegt würden; die hiezu nöthige

Kraft ist, wenn A die Schaufelfläche (welche sich normal auf diese Fläche mit der mittlern Geschwindigkeit V'' im Wasser bewegt) und k den Erfahrungscoefficienten bezeichnet (§. 358), $P = \frac{k A \gamma}{2g} V''^2$, und da diese Kraft dem Widerstande gleich seyn muſs, welchen das Boot bei seiner Bewegung im Wasser (mit der Geschwindigkeit $V + u$) erleidet, dieser aber, wenn F den eingetauchten Theil des auf die Länge des Schiffes normalen gröſsten Querschnittes desselben und k' den entsprechenden Erfahrungscoefficienten bezeichnet, durch (§. 358, Gl. 3)

$$P = \frac{k' \gamma F}{2g} (V + u)^2 \ldots (r$$

ausgedrückt wird, so hat man, wenn für V'' sogleich der Werth aus m) gesetzt wird:

$$\frac{k A \gamma}{2g} [V' - (V + u)]^2 = \frac{k' F \gamma}{2g} (V + u)^2 \ldots (s,$$

und daraus, wenn man Kürze halber $\sqrt{\frac{k' F}{k A}} = n$ setzt:

$$V' = (1 + n)(V + u).$$

Multiplicirt man den vorigen Widerstand (r mit dieser Geschwindigkeit V', so erhält man für die nöthige Arbeit per Secunde den Ausdruck:

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} (V + u)^3 \ldots (1.$$

Geht das Boot anstatt stromaufwärts im Gegentheile stromabwärts, so darf man in dieser Formel nur V negativ nehmen, und man erhält für die nöthige Wirkung des Ruderrades (oder der Ruderräder):

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} (u - V)^3 \ldots (2.$$

Bewegt sich endlich das Boot mit der Geschwindigkeit u in einem (als unbegrenzt anzusehenden) still stehenden Wasser, so wird $V = 0$ und die nöthige Wirkung der Räder (aus s):

$$k A (V' - u)^2 = k' F u^2 \ldots (t$$

oder (aus 2):

$$E = \frac{k'(1 + n) \gamma F}{2g} u^3.$$

Was die beiden Erfahrungscoefficienten k und k' betrifft, so kann man nach den Versuchen von ***Navier*** und ***Poncelet*** im Durchschnitte für gut proportionirte Dampfboote $k = 2{\cdot}8$ und $k' = {\cdot}33$, also $\frac{k'}{k} = {\cdot}118$ und $\sqrt{\frac{k'}{k}} = {\cdot}343$ setzen.

Nach den Versuchen von ***Barlow*** mit eilf verschiedenen Dampfschiffen, jedes von 100 bis 220 Pferdekraft, soll der mittlere Werth des

Widerstandes dieser Schiffe nur $\frac{1}{17}$ jenes Widerstandes betragen, welchen die ebene Fläche F (d. i. der eingetauchte Theil des gröfsten Querschnittes des Schiffes) erleiden würde, wenn sich diese mit der Geschwindigkeit des Schiffes normal auf diese Fläche im Wasser bewegte.

Anmerkung. Setzt man in der obigen Gleichung (t $m a^2$ statt kA, wobei m den directen Widerstand des Wassers für die Einheit der Fläche und der Geschwindigkeit bezeichnet, und $a^2 = \alpha A^2$ ist, wobei A die ebene Fläche, welche senkrecht gegen das Wasser mit der mittlern Geschwindigkeit der Schaufeln bewegt wird, und α einen von der Anzahl der gleichzeitig wirkenden Schaufeln und von dem Grade ihres Neigungswinkels abhängigen Coefficienten bezeichnet; ferner $m b^2$ anstatt $k'F$, wobei $b^2 = \beta B^2$ ist und B^2 die eingetauchte Fläche des gröfsten Querschnittes, so wie β einen von der Form des Schiffes abhängigen Coefficienten bezeichnet; so erhält man die von *Campaignac* aufgestellte Formel $a^2(V' - u)^2 = b^2 u^2$, und daraus:

$$V' = \left(1 + \frac{b}{a}\right) u.$$

Diese Formel zeigt, dafs die Geschwindigkeit V' der Schaufeln gegen jene u des Bootes um so gröfser seyn mufs, je kleiner die Schaufelfläche a^2 gegen den eingetauchten Theil b^2 des gröfsten Querschnittes des Schiffes ist. Der obige Widerstandscoefficient m soll den Versuchen zu Folge für eine Fläche von 1 Quadratmeter und die Geschwindigkeit von 1 Meter zwischen 50 und 60 Kilogramme betragen (diefs gibt für eine Fläche von 1 W. Quadratfufs und die Geschwindigkeit von 1 W. Fufs zwischen ·9 und 1 Pfund).

Würde das Boot mittelst Menschen oder Pferde mit der erwähnten Geschwindigkeit u stromaufwärts gezogen, so wäre die hiezu nöthige Leistung oder Arbeit dieser Zugkraft $E = Pu$, oder da P denselben in der obigen Formel (t ausgedrückten Werth hat, auch $E = \frac{k'\gamma F}{2g} u(V+u)^2$, so dafs also diese Arbeit im Verhältnisse von $(1+n)$ $(V+u)$ zu u geringer als die Leistung der Dampfmaschine (vorige Gleich. 1) zu seyn brauchte, welche die Ruderräder zu bewegen hat.

§. 379. Poncelet'sches Rad. Da das unterschlächtige Wasserrad nur 20 bis 25 Procent Nutzeffect gibt, dagegen aber (§. 375, Anmerkung) sonstige Vortheile darbietet, die dessen Benützung oft sehr wünschenswerth machen, so war *Poncelet* bemüht, durch Anwendung von krummen Schaufeln (die am besten aus Eisenblech hergestellt und zwischen zwei Radkränze eingeschoben werden) nicht blofs die Leistung dieses Rades an und für sich zu erhöhen, sondern dessen Effect so viel wie möglich dem absoluten Maximum (§. 366) nahe zu bringen. Da nun aber hiezu das Wasser ohne Stofs in das Rad eintreten und dasselbe nach vollbrachter Wirkung mit der Geschwindigkeit Null verlassen soll; so müssen die krummen Schaufeln auf eine solche Weise eingesetzt werden, dafs sie sich gegen den äufsern Radumfang nach der Tangente verlaufen, gegen den innern Umfang dagegen perpendikulär stehen.

§. 380. Theorie dieses Rades. Es sey das Rad *MN* (Fig. 237) mit krummen Schaufeln versehen, und diese so gestellt, dafs wenn eine davon an die unterste oder tiefste Stelle gelangt, das untere oder äufsere Element *m* der Krümmung horizontal, das obere oder innere *n* dagegen vertical steht. Im ruhenden Zustande des Rades bewege sich ein Wasserfaden in horizontaler Richtung gegen diese Schaufel mit der Geschwindigkeit V, so wird derselbe ohne zu stofsen auf der krummen Schaufelfläche so lange hinaufsteigen, bis er seine Geschwindigkeit gänzlich verloren hat, wozu sofort die verticale (Fall- oder Steig-) Höhe $h = \frac{V^2}{2g} = {\cdot}016\, V^2$ gehört. Nach Erreichung dieser Höhe h fällt oder geht derselbe (d. h. die den Faden bildenden Wassertheilchen), der Schaufelfläche folgend und diese fortwährend drückend, zurück und erlangt an dem Eintrittspuncte oder äufsern Elemente (als jetzigen Austrittspunct) *m* wieder die ursprüngliche Geschwindigkeit V, womit er nun das Rad in der entgegengesetzten Richtung verläfst. (Auf die geringe Einwirkung der Centrifugalkraft ist dabei keine Rücksicht genommen.)

Weicht nun aber das Rad, anstatt still zu stehen, mit der Geschwindigkeit v an der äufsern Peripherie aus, so kann man sich dasselbe wohl wieder als stillstehend denken, mufs jedoch dagegen dem andringenden Wasserfaden die relative Geschwindigkeit $V - v$ beilegen; der Wasserfaden wird sich daher längs der Schaufel bis auf die verticale Höhe ${\cdot}016\,(V - v)^2$ erheben, von da über die krumme Fläche herabfliefsen und das Rad mit der r e l a t i v e n Geschwindigkeit $V - v$, diese nämlich gegen die nach entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit v ausweichenden äufsern Radperipherie genommen, verlassen, so, dafs also die a b s o l u t e Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= (V - v) - v = V - 2v$ ist. Nimmt man nun $v = \frac{1}{2} V$, d. h. läfst man das Rad (d. i. dessen äufsere Peripherie) mit der halben Geschwindigkeit des anströmenden Wassers ausweichen, so wird die eben erwähnte absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $V - 2v = 0$, und es sind sonach, die Krümmung der Schaufel mag übrigens wie immer beschaffen seyn, wenn sie nur eine continuirliche ist, beide, für das absolute Maximum des Effects nothwendige Bedingungen erfüllt.

Da jedoch das, was von einem einzelnen Wasserfaden oder einer unendlich dünnen Wasserschichte gilt, nicht mehr genau Statt findet, wenn es sich um eine Wasserschichte von einer gewissen Dicke handelt, indem die der untersten unendlich dünnen Schichte folgenden Wasserschichten die Schaufelfläche schon unter gröfseren oder kleineren Winkeln treffen, und dadurch kleine Stöfse verursachen, ferner auch beim Austreten aus dem Rade dasselbe nicht sämmtlich in einer dem letzten oder äufsern Schaufelelemente gerade entgegengesetzten Richtung verlassen, endlich auch das Aufschlagwasser im Gerinne (wie immer) schon eine Verzögerung erleidet; so wird auch hier diese theoretische Grenze, d. h. das absolute Maximum des Nutzeffectes nicht gänzlich erreicht.

§. 381. Nutzeffect dieses Rades. Um nun den wirklichen Nutzeffect dieses Rades zu bestimmen, hat *Poncelet* mit demselben eine Reihe von Beobachtungen und Versuchen vorgenommen, aus welchen sich im Wesentlichen folgende Resultate ergaben:

1. Das Maximum des Nutzeffectes tritt bei einer Geschwindigkeit des Rades ein, welche $\frac{55}{100}$ oder $\frac{11}{20}$ von jener des an das Rad fliefsenden Wassers beträgt; diese Geschwindigkeit kann jedoch ohne Nachtheil für den gröfsten Effect zwischen ·50 und ·60 variiren.

2. Der gröfste Nutzeffect fällt bei kleinen Gefällen und grofsen Schützenöffnungen nicht unter $\cdot 75\, Ph$ und bei grofsen Gefällen und kleinen Schützenöffnungen nicht unter $\cdot 65\, Ph$, wenn P das Gewicht des in einer Secunde zufliefsenden Aufschlagwassers und h die der Geschwindigkeit V, womit das Wasser in das Rad tritt, zugehörigen Höhe bezeichnet.

3. Mit der totalen oder absoluten Wirkung PH, wo H die gesammte Gefällshöhe ist, verglichen, liegt der erreichbare Nutzeffect zwischen 50 und 60 Procent. Nimmt man nun davon den mittlern Werth, so kann man für Geschwindigkeiten, welche sich nicht bedeutend von der vortheilhaftesten $\cdot 55\, V$ entfernen, setzen:

$$E = \cdot 70\, Ph = \cdot 55\, PH.$$

Diesen Effect mit jenem der Räder mit ebenen Schaufeln, wofür man für E nur $\cdot 30\, Ph$ oder $\cdot 25\, PH$ erhielt, verglichen, stellt die unterschlächtigen Räder mit krummen Schaufeln (sobald sie gehörig construirt sind) gegen jene mit ebenen Schaufeln so bedeutend in Vortheil, dafs man sich billig wundern mufs, dafs diese letztern nicht schon gänzlich von den erstern verdrängt wurden.

Übrigens gelten für den Bau solcher Räder folgende Regeln:

Was erstlich die Anzahl der Schaufeln betrifft, so wird diese nahe doppelt so grofs als bei Rädern mit ebenen Schaufeln genommen (Räder von 12, 16, 19, 22, 25 Fufs Durchmesser erhalten beiläufig 48, 56, 64, 72 und 80 Schaufeln).

Die Breite der Radkränze, welche zugleich die Breite oder Höhe der Radschaufeln bestimmt, mufs immer mehr als $^1/_4$ der wirklichen Gefällshöhe betragen; bei Gefällen, welche bis zu $4^1/_2$ Fufs steigen, nimmt man den dritten Theil, bei kleineren Gefällen die Hälfte dieser Höhe für die Radkranzbreite, also auch für die Breite oder Höhe der Schaufeln, im Radius gemessen.

Das äufsere Element der Schaufel bildet für eine unendlich dünne Wasserschichte mit dem äufsern Radumfange den Winkel Null, dagegen mufs derselbe in der Wirklichkeit von 24 bis 30 Grad, und zwar im Allgemeinen um so gröfser genommen werden, je dicker die Wasserschichte ist.

Die Krümmung der Schaufeln erhält man, wenn man an den Punct A (Fig. 237), in welchem der äufsere Radumfang von der Oberfläche EA des Aufschlagwassers getroffen wird, eine lothrechte Linie AD zieht und aus dem Puncte e, in welchem dieses Loth den innern Radumfang schneidet, mit dem Halbmesser eA den Kreisbogen AB zieht. Ist der Radkranz sehr breit, so nimmt man den Punct e etwas inner-, für sehr schmale Kränze dagegen etwas aufserhalb dieser innern Kreisperipherie, um nicht zu lange Curven zu erhalten.

Was endlich die Anlage der Schütze und des Gerinnes betrifft, so legt man die erstere nach den in §. 369 gegebenen Regeln an, um so viel als möglich alle Hindernisse und Contractionen, welche die Geschwindigkeit des Wassers vermindern können, zu vermeiden.

Den Boden des Gerinnes legt man vor dem Rade mit einem Falle von $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ nach der Tangente der äufsern Radperipherie bis zum Fufspuncte F des verticalen Raddurchmessers, von da an wird derselbe nach dem äufsern Radumfange, und zwar nur mit Belassung eines kleinen Zwischenraumes (welcher bei gufseisernen Rädern ·4, bei hölzernen ·8 Zoll betragen kann) bis auf einen Punct m fortgeführt, wofür Fm ungefähr um 2 Zoll länger als die Entfernung mm zweier Schaufeln ist, so, dafs sich wenigstens immer eine Schaufel in diesem cylindrischen Theile des Gerinnes eingeschlossen befindet. Von diesem Puncte m an läfst man den Boden plötzlich abfallen, um den Abflufs des Wassers zu erleichtern, wozu auch, wie bereits (§. 369) bemerkt, das Gerinne etwas erweitert wird. Die Breite des Gerinnes vor dem Rade, d. i. ab (Fig. 236. a) wird beiläufig um 2 Zoll kleiner als die lichte Entfernung der beiden Radkränze genommen, um dadurch dem Wasser einen leichtern Einlauf in das Rad zu verschaffen. Endlich läfst man auch noch die Kranzdicke in jedem der beiden Seitentheile des Gerinnes mit dem nöthigen Spielraume nach dem Kreisbogen Am ein.

Beispiel. Nimmt man das in §. 375 behandelte Beispiel auch hier wieder auf, und stellt sich die Aufgabe, aus einem vorhandenen Flufs, welcher ein freies Gefäll von 5 Fufs darbietet, so viel Wasser abzuleiten, dafs damit ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln betrieben werden kann, welches einen reinen Nutzeffect von sechs Pferdekräften besitzt; so hat man wegen $E = 6 \times 430 = 2580$ und $H = 5$; ferner, wenn man von diesem Gefälle 6 Zoll für die Einrichtung des Gerinnes und $4^1/_2$ Zoll für die halbe

Höhe der Schützenöffnung abzieht, für die wirksame Druckhöhe $h = 5 - \cdot 5 - \cdot 375 = 4\cdot 125$ Fufs. Mit diesem Werthe erhält man aus der Formel $E = \cdot 70\, P h$ für das Gewicht des in einer Secunde nöthigen Aufschlagwassers $P = \frac{2580}{\cdot 7 \times 4\cdot 125} = 893\cdot 6$, dagegen nach der Formel $E = \cdot 55\, P H$ eben so $P = 938$ Pfund. Nimmt man daher, um sicher zu gehen, diese letztere Zahl, so beträgt die per Secunde nöthige Wassermenge 938 : 56·5 = 16·6 Kubikfufs, wofür man lieber 17 nehmen wird.

Da der Druckhöhe von 4·125 Fufs eine Geschwindigkeit von nahe 16 Fufs entspricht, so kann man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an das Rad gelangt, zu $\cdot 95 \times 16 = 15\cdot 2$ Fufs annehmen, und da das Rad (§. 362) beiläufig mit der halben oder mit $^{55}/_{100}$ Geschwindigkeit ausweichen soll, so ist die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges $\cdot 55 \times 15\cdot 2$ oder nahe 8 Fufs.

Nimmt man auch hier 8 Umgänge des Rades per Minute an, so erhält man für den äufsern Durchmesser des Rades (§. 371) $D = 19\cdot 1\,^8/_8$ oder nahe genug 19 Fufs, wobei man dem Rade 68 Schaufeln geben kann, welche in der Richtung des Halbmessers gemessen eine Höhe von 23 Zoll erhalten. Rechnet man die Dicke der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte zu 6 Zoll oder ·5 Fufs, so mufs die lichte Entfernung der beiden Radkränze, zwischen welchen die krummen Schaufeln eingesetzt werden, wenigstens $\frac{17}{15\cdot 2 \times \cdot 5} = 2\cdot 3$ Fufs betragen, wofür man lieber $2\frac{1}{2}$ Fufs nehmen wird, vorausgesetzt, dafs die Schaufeln nicht zu dick sind und zu viel Wasser verdrängen, in welchem Falle man selbst diese Zahl noch vergröfsern müfste.

Zellenräder.

§. **382. Erklärung.** Unter Zellenräder versteht man jene verticalen Räder, bei welchen durch das Einschieben von Schaufeln zwischen zwei Radkränze und das Verschalen derselben an ihrem innern Umfange sogenannte Zellen zur Aufnahme des Wassers gebildet werden. Das Wasser tritt dabei entweder ganz von oben, d. i. im Scheitel, oder bei kleineren Gefällen in eine weiter unten liegende Zelle des Rades ein, und wirkt dabei gröfstentheils (worin eben die grofse Wirksamkeit dieser Art Räder besteht) durch sein Gewicht; im erstern Falle heifst ein solches Rad ein oberschlächtiges, im letztern ein rückenschlächtiges Wasserrad.

Oberschlächtige Wasserräder.

§. **383.** Ein solches Rad (Fig. 238) besteht im Wesentlichen wieder aus einer horizontalen Welle, mit welcher durch 8 oder 16 Arme zwei Radkränze concentrisch verbunden sind, zwischen welchen die Zellen bildenden Schaufeln eingeschoben und am innern Umfange (zur Bildung des Bodens für die Zellen) verschalt werden. Nehmen nun die Zellen, wenn das Rad bei seiner Bewegung bereits in den Beharrungsstand gekommen ist, das von oben in einem Gerinne *N* zugeführte Wasser in *a* auf und schütten dasselbe an der Stelle *b* aus; so bildet *DE* (die sogenannte Höhe des wasserhaltigen Bogens) die durch ihren Druck wirksame Wassersäule. Da aber die Wirkung mit dieser Höhe zunimmt, so ist es von grofser Wichtigkeit die Zellen so zu construiren, dafs sie das Wasser oben leicht aufnehmen und so tief als möglich erst ausschütten oder möglichst lange behalten.

§. 384. Construction der Zellen. Unter den vielen Regeln, welche für die Construction der Zellen bei oberschlächtigen Wasserrädern angegeben werden, kann die folgende als eine der einfachsten und zugleich zweckmäfsigsten angeführt werden.

Hat man die Höhe oder den Durchmesser des Rades bestimmt, so beschreibt man mit der Hälfte desselben als Halbmesser den äufsern Kreis, wovon *ADB* (Fig. 238. *a*) ein Theil seyn soll, trägt auf einen Halbmesser die Breite des Radkranzes *AE*, welche man in der Regel von 10 bis 12 Zoll nimmt, auf, und beschreibt durch *E* mit dem äufsern concentrisch den innern Kreis *EkG*; theilt man hierauf die Kranzbreite *AE* in drei gleiche Theile und zieht durch den von innen nach aufsen gezählten ersten Theilungspunct 1 abermals einen concentrischen Kreis, so geht dieser im Allgemeinen durch die Schwerpuncte der in den Zellen enthaltenen Wasserprismen, wefshalb auch dessen Halbmesser der dynamische Halbmesser genannt wird. Dieser Kreis (defshalb auch Theilkreis genannt) wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Rad Zellen erhalten soll, wobei die Entfernung der Theilungspuncte im Allgemeinen zu 12 Zoll, jedoch mit den nöthigen Modificationen und mit Rücksicht auf den Umstand genommen wird, dafs der nöthigen Symmetrie in der Construction des Rades wegen die Zahl der Zellen durch 4 theilbar seyn soll. Man gibt daher einem Rade von 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36 und 42 Fufs Durchmesser beziehungsweise 28, 36, 48, 56, 76, 96, 112 und 132 Zellen. (Nach einer Regel von *Gerstner* soll man den in Fufsen ausgedrückten Durchmesser des Rades bei kleinen Rädern 6, bei mittleren 5 und bei grofsen 4 Mal nehmen, um die Anzahl der Zellen zu erhalten; durch diese Regel wird die Zellenzahl gröfser als sie eben angegeben wurde.)

Höhe der Schützenöffnung abzieht, für die wirksame Druckhöhe $h = 5 - \cdot 5 - \cdot 375 = 4\cdot 125$ Fuſs. Mit diesem Werthe erhält man aus der Formel $E = \cdot 70\, P h$ für das Gewicht des in einer Secunde nöthigen Aufschlagwassers $P = \frac{2580}{\cdot 7 \times 4\cdot 125} = 893\cdot 6$, dagegen nach der Formel $E = \cdot 55\, P H$ eben so $P = 938$ Pfund. Nimmt man daher, um sicher zu gehen, diese letztere Zahl, so beträgt die per Secunde nöthige Wassermenge $938 : 56\cdot 5 = 16\cdot 6$ Kubikfuſs, wofür man lieber 17 nehmen wird.

Da der Druckhöhe von 4·125 Fuſs eine Geschwindigkeit von nahe 16 Fuſs entspricht, so kann man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an das Rad gelangt, zu $\cdot 95 \times 16 = 15\cdot 2$ Fuſs annehmen, und da das Rad (§. 362) beiläufig mit der halben oder mit $^{55}/_{100}$ Geschwindigkeit ausweichen soll, so ist die Geschwindigkeit des äuſsern Radumfanges $\cdot 55 \times 15\cdot 2$ oder nahe 8 Fuſs.

Nimmt man auch hier 8 Umgänge des Rades per Minute an, so erhält man für den äuſsern Durchmesser des Rades (§. 371) $D = 19\cdot 1^{8}/_{8}$ oder nahe genug 19 Fuſs, wobei man dem Rade 68 Schaufeln geben kann, welche in der Richtung des Halbmessers gemessen eine Höhe von 23 Zoll erhalten. Rechnet man die Dicke der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte zu 6 Zoll oder ·5 Fuſs, so muſs die lichte Entfernung der beiden Radkränze, zwischen welchen die krummen Schaufeln eingesetzt werden, wenigstens $\frac{17}{15\cdot 2 \times \cdot 5} = 2\cdot 3$ Fuſs betragen, wofür man lieber $2\frac{1}{2}$ Fuſs nehmen wird, vorausgesetzt, daſs die Schaufeln nicht zu dick sind und zu viel Wasser verdrängen, in welchem Falle man selbst diese Zahl noch vergröſsern müſste.

Zellenräder.

§. **382. Erklärung.** Unter Zellenräder versteht man jene verticalen Räder, bei welchen durch das Einschieben von Schaufeln zwischen zwei Radkränze und das Verschalen derselben an ihrem innern Umfange sogenannte Zellen zur Aufnahme des Wassers gebildet werden. Das Wasser tritt dabei entweder ganz von oben, d. i. im Scheitel, oder bei kleineren Gefällen in eine weiter unten liegende Zelle des Rades ein, und wirkt dabei gröſstentheils (worin eben die groſse Wirksamkeit dieser Art Räder besteht) durch sein Gewicht; im erstern Falle heiſst ein solches Rad ein oberschlächtiges, im letztern ein rückenschlächtiges Wasserrad.

Oberschlächtige Wasserräder.

§. **383.** Ein solches Rad (Fig. 238) besteht im Wesentlichen wieder aus einer horizontalen Welle, mit welcher durch 8 oder 16 Arme zwei Radkränze concentrisch verbunden sind, zwischen welchen die Zellen bildenden Schaufeln eingeschoben und am innern Umfange (zur Bildung des Bodens für die Zellen) verschalt werden. Nehmen nun die Zellen, wenn das Rad bei seiner Bewegung bereits in den Beharrungsstand gekommen ist, das von oben in einem Gerinne *N* zugeführte Wasser in *a* auf und schütten dasselbe an der Stelle *b* aus; so bildet *DE* (die sogenannte Höhe des wasserhaltigen Bogens) die durch ihren Druck wirksame Wassersäule. Da aber die Wirkung mit dieser Höhe zunimmt, so ist es von großer Wichtigkeit die Zellen so zu construiren, daß sie das Wasser oben leicht aufnehmen und so tief als möglich erst ausschütten oder möglichst lange behalten.

§. 384. Construction der Zellen. Unter den vielen Regeln, welche für die Construction der Zellen bei oberschlächtigen Wasserrädern angegeben werden, kann die folgende als eine der einfachsten und zugleich zweckmäßigsten angeführt werden.

Hat man die Höhe oder den Durchmesser des Rades bestimmt, so beschreibt man mit der Hälfte desselben als Halbmesser den äußern Kreis, wovon *ADB* (Fig. 238. *a*) ein Theil seyn soll, trägt auf einen Halbmesser die Breite des Radkranzes *AE*, welche man in der Regel von 10 bis 12 Zoll nimmt, auf, und beschreibt durch *E* mit dem äußern concentrisch den innern Kreis *EkG*; theilt man hierauf die Kranzbreite *AE* in drei gleiche Theile und zieht durch den von innen nach außen gezählten ersten Theilungspunct 1 abermals einen concentrischen Kreis, so geht dieser im Allgemeinen durch die Schwerpuncte der in den Zellen enthaltenen Wasserprismen, weßhalb auch dessen Halbmesser der dynamische Halbmesser genannt wird. Dieser Kreis (deßhalb auch Theilkreis genannt) wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Rad Zellen erhalten soll, wobei die Entfernung der Theilungspuncte im Allgemeinen zu 12 Zoll, jedoch mit den nöthigen Modificationen und mit Rücksicht auf den Umstand genommen wird, daß der nöthigen Symmetrie in der Construction des Rades wegen die Zahl der Zellen durch 4 theilbar seyn soll. Man gibt daher einem Rade von 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36 und 42 Fuß Durchmesser beziehungsweise 28, 36, 48, 56, 76, 96, 112 und 132 Zellen. (Nach einer Regel von *Gerstner* soll man den in Fußen ausgedrückten Durchmesser des Rades bei kleinen Rädern 6, bei mittleren 5 und bei großen 4 Mal nehmen, um die Anzahl der Zellen zu erhalten; durch diese Regel wird die Zellenzahl größer als sie eben angegeben wurde.)

Werden hierauf durch die so erhaltenen Theilungspuncte o, a, f... die Geraden od, ac, fe... gegen den Mittelpunct C gezogen, so geben diese die Richtung der sogenannten Boden- oder Riegelschaufeln. Um ferner auch die Lage der Stofsschaufeln ba, gf... zu erhalten, so legt man diese gegen die erstern unter einem Winkel bac von (je nach der Gröfse des Rades, d. i. von 12 bis 36 Fuſs) 110 bis 118 Grad, was nach *Aubuisson* ganz einfach dadurch erhalten wird, dafs man den Punct b um 1·1 bis 1·5 Zoll über den Punct r (als Durchschnitt des Radius Co mit der äufsern Peripherie) gegen A legt. Dadurch wird die lichte Entfernung ai, welche immer merklich gröfser als die Dicke der einströmenden Wasserschichte und im Minimum von 4 bis $4\frac{1}{2}$ Zoll (dagegen aber auch, um das Wasser lange genug zurückhalten zu können, nicht zu grofs) seyn soll, eine ganz zweckmäfsige und die Neigung der Stofsschaufeln gegen den äufsern Radumfang beiläufig 30 Grad.

Noch zweckmäfsiger ist es die Stofsschaufeln etwas zu krümmen und so zu stellen, dafs sie sich in der äufsern Radperipherie, ohne damit einen Winkel zu bilden, verlaufen. Damit ferner das Wasser beim Einlaufen in die Zellen durch die daraus entweichende Luft nicht verspritzt wird, kann man mit Vortheil in jede Bodenschaufel einige Löcher (von etwa $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser) bohren, durch welche die Luft entweichen kann.

Bei einem von Herrn *Escher* in Zürich ausgeführten sehr entsprechenden Rade von 28 Fufs Durchmesser, welches 70 Zellen und eine Kranzbreite von 15 Zoll besitzt, sind die Riegelschaufeln mn (Fig. 238. a) 6 Zoll breit, was $\frac{2}{5}$ der Radkranzbreite beträgt, und die krummen 1 Zoll dicken Setzschaufeln ns, bei einem Krümmungshalbmesser von $\frac{1}{3}$ des dynamischen Halbmessers (d. i. auf den Theilkreis bezogen) so eingeschoben, dafs die Tangente st des Bogens mit der an dem äufsern Radumfange gezogenen Tangente sv einen Winkel vst von 15 bis 18 Grad bildet.

Nach einer andern in Frankreich üblichen Methode nimmt die Riegel- oder Bodenschaufel kh die halbe Radkranzbreite ein, während die Setzschaufel hl ihre Richtung dadurch erhält, dafs man den Theilpunct h mit jenem Puncte l der äufsern Radperipherie verbindet, in welchem diese von der Verlängerung der nächst vorhergehenden Bodenschaufel geschnitten wird.

§. 385. Die Länge der Zellen oder lichte Entfernung der beiden Radkränze richtet sich nach der Wassermenge, welche dem Rade in einer Secunde z. B. zugeführt wird. Bezeichnet man diese in Kubikfufs ausgedrückt durch m, die auf den Theilkreis gemessene Entfernung der Schaufeln mit d, so wie die Geschwindigkeit eines Punctes in diesem Kreise durch v; so gehen per Secunde $\frac{v}{d}$ Zellen vor der Ausflufsöffnung des Gerinnes vorüber, und jede führt ein Wasservolumen m' mit fort, wofür $\frac{v}{d} m' = m$, also $m' = m \frac{d}{v}$ ist. Da man aber jeder Zelle das zwei-, ja selbst auch das dreifache Volumen von m' geben mufs, damit diese das aufgenommene Wasser nicht gleich wieder verschütten, so ist, wenn f die Fläche des Querschnitts einer Zelle (durch eine mit den Radkränzen parallele Ebene) und l die gesuchte Länge der Zellen (oder lichte Entfernung der Radkränze) bezeichnet, sofort $lf = 3m\frac{d}{v}$, also

$$l = 3m \frac{d}{vf} \quad . \; . \; . \; (\alpha.$$

Um den Querschnitt f zu finden, darf man nur die Fläche des Kreisbandes eines Radkranzes durch die Anzahl der Zellen dividiren und von dem erhaltenen Quotienten den Querschnitt der Holzdicke einer Boden- und einer Setzschaufel abziehen.

§. 386. Was die Zuführung des Wassers anbelangt, so läfst man das Gerinne, welches die lichte Entfernung der beiden Radkränze zur innern Weite erhält, horizontal bis nahe über den Scheitel des Rades, und zwar so tief fortgehen, dafs zwischen dem Gerinnsboden und Scheitel des Rades nur ein Spielraum von $^3/_4$, höchstens 1 Zoll bleibt; von hier an neigt man den Boden auf eine geringe Länge unter einem Winkel, welcher der Lage oder Richtung der beiden obersten Setz- oder Stofsschaufeln (wenn man nämlich das Wasser schon in die oberste oder erste Zelle eintreten lassen will) entspricht. Zugleich bringt man an dieser Stelle die Schütze an, deren Öffnung allmälig bis auf $^3/_4$ der lichten Entfernung der Radkränze verengt wird, um sowohl die Contraction als das Verspritzen des Wassers zu vermeiden. Da man jedoch das Wasser gewöhnlich in die zweite, manchmal wohl auch erst in die dritte Zelle von oben einfallen läfst, so führt man den Gerinnsboden von der Schütze an (welche sich über dem Scheitel des Rades befinden soll) in einer Krümmung herab, deren letztes Element die gehörige Neigung gegen die Zelle erhält, in welche das Wasser zuerst einfällt.

Ist der Wasserspiegel hinsichtlich des Steigens und Fallens bedeutenden Veränderungen ausgesetzt, so läfst man wohl auch das Gerinne in eine sogenannte Lutte (Entenschnabel), wie in Fig. 239, auslaufen.

§. 387. Effect dieses Rades. Es mufs zuerst bemerkt werden, dafs das ganze, vom Spiegel des Aufschlagwassers bis zum Unterwasserspiegel gerechnete Gefälle $AB = H$ (Fig. 238) in drei Höhen zerfällt, nämlich in jene $AD = h$, vom Oberwasserspiegel bis zu dem Puncte a, wo das Wasser in die Zellen eintritt, in jene des wasserhaltigen Bogens $DE = h'$ (wenn man nämlich annimmt, dafs der entsprechende Punct b zwischen den beiden Puncten c und d liegt, in welchen beziehungsweise die Zellen eben anfangen das Wasser auszugiefsen und dasselbe vollends ausgegossen haben), so wie endlich in die Höhe $EB = h''$, von dem gedachten Ausleerungspuncte bis zum Unterwasserspiegel, so, dafs also zuerst

$$H = h + h' + h'' \quad . \; . \; . \; (n$$

ist.

Ist ferner wieder p das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers, V die Geschwindigkeit, mit welcher es in das Rad tritt, so wie v die Geschwindigkeit des Rades im Theilkreise genommen; so kann man, wenn $v = \frac{1}{2} V$ ist, zuerst für die gröfste vom Stofse des Wassers herrührende Wirkung (§. 374, Anmerk.) $\omega = p(h_1 - h_2 - h_3)$ setzen, wobei $h_1 = \frac{V^2}{2g}$ (wegen der Hindernisse, welche das Wasser beim Ausfliefsen aus der Schützenöffnung, bei dem Eintritte in die Zellen, durch den schiefen Stofs und Zerstreuung jener Wasserfäden findet, welche auf die Schaufelkanten auftreffen) immer kleiner als h, ferner $h_2 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_3 = \frac{(V-v)^2}{2g}$, folglich $h_2 + h_3 = \frac{1}{2} h_1$ ist (für gewöhnlich ist sogar $h_2 + h_3 > \frac{1}{2} h_1$), so, dafs also die Wirkung des Wassers durch die Höhe h in allen Fällen kleiner als $\frac{1}{2} p h$ bleibt. Setzt man $h_1 = h - \alpha h$, wo α ein (für gewöhnlich zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{2}{10}$ liegender) Erfahrungscoefficient ist, so hat man auch für diese erste Wirkung:

$$\omega = p(h - \alpha h - h_2 - h_3).$$

Die zweite Wirkung des Wassers durch die Höhe h' des wasserhaltigen Bogens ist unverkürzt $\omega' = p h'$.

Dagegen geht die Gefällshöhe h'' unter dem Puncte b des Ausgusses für die Wirkung gänzlich verloren, und zwar ein Theil durch den Einflufs der Centrifugalkraft, wodurch die Zellen früher entleert werden, und ein anderer Theil wegen der besondern Stellung der Setzschaufeln, welche das Wasser nicht länger zurückhalten können.

Die gesammte Wirkung ist daher

$$W = \omega + \omega' = p(h + h' - \alpha h - h_2 - h_3),$$

oder wegen $h + h' = H - h''$ (aus Gleich. n) auch:

$$W = p(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'').$$

Da aber auch dieser Ausdruck nur aus theoretischen Gründen hervorgeht, so mufs derselbe, um ihn mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen, ebenfalls noch mit einem Reductions- oder Erfahrungscoefficienten n multiplicirt werden, so dafs man endlich den Effect eines oberschlächtigen Wasserrades durch die Formel

$$E = np(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'') \ldots (1$$

ausdrücken kann.

Der Effect fällt also um so gröfser aus, je kleiner die subtractiven Glieder αh, h_2, h_3 und h'' dieser Formel sind, welche das wirksame Gefälle H verringern, d. h. je richtiger die Schütze angeordnet ist, je langsamer sich das Rad bewegt, je geringer der Unterschied $V-v$ ist und je zweckmäfsiger die Zellen construirt sind, um dem wasserhaltigen Bogen die gröfstmögliche Höhe zu geben.

§. 388. Was nun den Erfahrungscoefficienten n betrifft, so geht aus den von *Smeaton* und *Aubuisson* angestellten Versuchen als Mittelwerth $n = \cdot 90$ hervor. Nimmt man ferner mit *Aubuisson* $\alpha h + h_2 + h_3 = \cdot 6\, h$ und im Mittel $h'' = \cdot 15\, D$, wo D den äufsern Raddurchmesser bezeichnet, so ist nach der vorigen Formel 1):

$$E = \cdot 90\, p\, (H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D),$$

oder wenn man das in einer Secunde auf das Rad fliefsende Wasser dem Volumen nach ausgedrückt mit M bezeichnet, wodurch $p = 56\cdot 5\, M$ wird, auch:

$$E = 50\cdot 85\, M(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D) \ldots (2.$$

Endlich kann man auch noch, den erwähnten Versuchen zufolge, für gut angelegte Räder, bei welchen das Gefälle H den Durchmesser des Rades D nicht leicht um mehr als $\frac{1}{15}$ übersteigt, wo also $H = 1\cdot 07\, D$ gesetzt werden kann, ganz einfach:

$$E = 42\cdot 3\, MH = \cdot 75\, pH \ldots (3$$

setzen, wobei H in Fufsen, M in Kubikfufsen und E in Fufspfunden zu nehmen oder zu verstehen ist.

Hieraus folgt also, dafs ein gut construirtes oberschlächtiges Wasserrad bei einem langsamen Gange (d. i. von 3 bis 6 Fufs Geschwindigkeit) 75 Procent Nutzeffect geben kann, welcher freilich nur in wenigen Fällen wirklich erreicht wird.

Die aus der Theorie gefolgerte vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades von $v = \frac{1}{2} V$, wodurch der Verlust durch die beiden obigen Höhen $h_1 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_2 = \frac{(V-v)^2}{2g}$ (wovon die erstere für $v = 0$

und die letztere für $v = V$ am kleinsten wäre) in ihrer Vereinigung den kleinsten Werth erhält, wird auch durch die Erfahrung bestätigt.

Aus den sehr zahlreichen Versuchen, welche *Morin* mit vier ober- und rückenschlächtigen Rädern von 28, 10·8, 8·6 und 7 Fufs Dnrchmesser durchgeführt hat, folgert derselbe, dafs man den Effect dieser Räder durch die Formel

$$E = \cdot 78\, p\, h + \frac{p\, v}{g}\,(V - v) = 44\, M h + 1 \cdot 82\, M v\, (V - v)\ .\ .\ .\ (4$$

ausdrücken könne, wenn nämlich die Räder langsam gehen (d. i. wenn ein Punct in der äufsern Peripherie bei kleinern Rädern 6 und bei grössern 8 Fufs Geschwindigkeit nicht übersteigt) und die Zellen höchstens bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt werden; übrigens darf sich nach diesen Versuchen die Geschwindigkeit des Rades von der vortheilhaftesten ziemlich weit entfernen, ohne dafs dadurch ein merkbarer nachtheiliger Einflufs auf den gröfsten Nutzeffect entsteht.

Sind dagegen die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt, wodurch das Entleeren früher anfängt, so mufs man

$$E = 36 \cdot 65\, M h + 1 \cdot 82\, M v\, (V - v)$$

setzen. In diesen beiden Formeln bezeichnet h die Höhe des Punctes a, an welchem das Wasser in die Zellen tritt, über dem tiefsten Punct des Rades. Bildet das in die Zellen einströmende Wasser mit der Tangente der äufsern Radperipherie nicht, wie es am vortheilhaftesten ist, den Winkel $\alpha = 0$, so mufs man eigentlich in diesen beiden Formeln $V\, Cos\, \alpha$ statt V setzen.

Die obige Formel 4) zeigt zugleich, dafs die Höhe des wasserhaltigen Bogens nicht h, sondern nur $\cdot 78\, h$ ist, indem das letzte Glied $\frac{p\, v}{g}\,(V - v)$ dieser Formel (§. 362) jene Wirkung darstellt, welche durch den Stofs des in die Zellen stürzenden Wassers entsteht. Bei jenen rückenschlächtigen Rädern, bei welchen das Wasser erst sehr tief, z. B. in der halben Radhöhe in die Zellen eintritt, wird dieser Werth von $\cdot 78\, h$ sogar auf $\cdot 6\, h$ herabgebracht.

Für jene Fälle, in welchen die Räder, wie man diefs noch häufig bei Eisenhämmern und Brettsägen in Gebirgsgegenden findet, mit viel gröfserer Geschwindigkeit umlaufen und das Wasser in den Zellen durch die Wirkung der Centrifugalkraft eine concav cylindrische Oberfläche annimmt, oder in welchen die Zellen über $^2/_3$ mit Wasser gefüllt sind, oder endlich in Fällen, in welchen das Rad nicht das gesammte Aufschlagwasser aufzunehmen im Stande ist, findet man Regeln in *Morin's* Aide-Mémoire, 2. Aufl. S. 118.

Beispiel. Bei dem nahe 11 Fufs hohen Wasserrade in der Mühle zu Senelle, mit welchem *Morin* zahlreiche Versuche machte, beträgt die Gefällshöhe 12·14 Fufs, die in jeder Secunde zufliefsende Wassermenge 4·3 Kubikfufs, die Geschwindigkeit des Rades an der äufsern Peripherie 5·37 Fufs, und die Tiefe des Punctes, in welchem das Wasser in das Rad tritt, unter dem Oberwasserspiegel 1·31 Fufs.

Setzt man in der obigen Formel 2) $M = 4 \cdot 3$, $H = 12 \cdot 14$, $h = 1\ 31$ und

$D = 11$; so wird

$$E = 50{\cdot}85 \times 4{\cdot}3\,(12{\cdot}14 - {\cdot}786 - 1{\cdot}65) = 2121^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 5 Pferdekräfte.

Nach der von *Morin* aufgestellten Formel 4) erhält man für dieses Rad nach seinen Angaben $V = 8{\cdot}45$, $h = 10{\cdot}83$, $\alpha = 36^0$, $M = 4{\cdot}3$ und $v = 5{\cdot}37$, folglich:

$$E = 44 \times 4{\cdot}3 \times 10{\cdot}83 + 1{\cdot}82 \times 4{\cdot}3 \times 5{\cdot}37\,(8{\cdot}45\,Cos\,36^0 - 5{\cdot}37) = 2110^{\text{F. Pf.}}$$

Da die absolute Arbeit des Betriebswassers $= 4{\cdot}3 \times 56{\cdot}5 \times 12{\cdot}14 = 2950^{\text{F. Pf.}}$ beträgt, so ist der Nutzeffect dieses Rades $\frac{2121}{2950} = {\cdot}72$, d. i. nahe 72 Procent.

Da jedoch die Zapfenreibung des Rades von diesem Nutzeffecte nahe 7 Procent absorbirt, so bleiben an disponibler Wirkung nur 65 Procent übrig.

Dieses hier angeführte Rad hat im äufsern Durchmesser genau 10 Fufs 10 Zoll, eine Breite (lichte Entfernung der beiden Radkränze) von 7 Fufs, eine Kranzbreite von $7^1/_2$ Zoll; es besitzt 30 Zellen, jede mit einem Inhalt von 3·36 Kubikfufs, wiegt 104 Centner und liegt mit seinen beiden, $3^1/_2$ Zoll dicken gufseisernen Zapfen in broncenen Lagern; es macht per Minute 10 Umgänge und erhält das Aufschlagwasser aus einem über das Rad weggehenden, 8 Fufs breiten und 2 Fufs tiefen Gerinne, in dessen horizontalem Boden die 5 Fufs breite Ausflufsöffnung, die mit einer Klappe geschlossen werden kann, angebracht ist, wobei die Öffnung (Fig. 239) stromabwärts gerichtet, und mit einem unter einem Winkel von 30 Grad gegen den Horizont geneigten Ansatzrohr versehen, ferner der entsprechende Contractionscoefficient $= {\cdot}59$ ist. Die Stofsschaufeln endlich sind ganz leicht gekrümmt.

Mittel- oder rückenschlächtige Räder.

§. 389. Ist die Gefällshöhe nicht bedeutend genug, um dem rein oberschlächtigen Rade eine Höhe geben zu können, wie es für einen regelmäfsigen Gang, wobei es häufig mit als Schwungrad dienen soll, erforderlich ist, so gibt man dem Rade einen Durchmesser, welcher grösser als die vorhandene Gefällshöhe ist, und läfst das Wasser erst in einer gröfsern Tiefe unterm Scheitel des Rades einfallen. In der Regel nimmt man bei gröfseren Rädern (welche 18 Fufs und darüber haben) den Einfallspunct des Wassers in das Rad höchstens zu 30 Grad vom Scheitel abwärts, bei kleinern Rädern geht man wohl auch bis 40 Grad; englische Ingenieure gehen sogar bis 52 Grad herab.

Die rückenschlächtigen Räder bewegen sich an ihrem untern Puncte *D* (Fig. 240) in der Richtung des abfliefsenden Wassers (während bei den oberschlächtigen Rädern das Gegentheil Statt findet), wefshalb diese Räder auch nicht frei zu hängen brauchen, so, dafs man dabei an der

Gefällshöhe und noch den Vortheil gewinnt, dafs bei einem zufälligen Steigen des Unterwassers das Rad ohne Nachtheil von 6 bis 10 Zoll in diesem waten kann, was bei den rein oberschlächtigen Rädern (ihrer entgegengesetzten Bewegung wegen) nicht ohne bedeutenden Verlust an Effect geschehen kann.

Man wendet solche Räder bei Gefällen von 8 bis 16 Fufs an und construirt sie meistens wie die Engländer aus Gufseisen, wobei man die Radkränze ausser der gewöhnlichen Verbindung noch durch schmiedeiserne, von der gufseisernen Welle schief auslaufende Spangen verstrebt. Die Schaufeln werden selbst für 15 bis 20 Fufs breite Räder aus Eisenblech zwischen die Kränze eingeschoben und in gewissen Abständen durch eiserne Füfschen gestützt, damit sie sich nicht ausbiegen können.

§. 390. Was das Gerinne und die Schütze anbelangt, so fällt das Wasser entweder unmittelbar aus dem auf einer Seite offenen Gerinne in die Radzellen, oder es gelangt in diese durch eine Lutte *a* (Fig. 241), oder man läfst endlich bei sorgfältig construirten eisernen Rädern, wie in Fig. 240, das Wasser ganz ruhig über die obere Kante *a* der schief gestellten Schütze *a b* als Schweller, und zwar durch ein jalousieartiges Gitter oder einen Rechen *c d*, welcher eine Art von Trichtersystem bildet, in die Zellen treten; dabei fällt, was gegen die gewöhniche Schütze gerade das Gegentheil ist, um so mehr Wasser in das Rad, je tiefer die Schütze herabgelassen wird, je mehr Abtheilungen oder Öffnungen *i* des Rechens nämlich dadurch aufgemacht werden. Die Scheidewände zwischen diesen Öffnungen *i* stellt man gewöhnlich vertical und gibt den Stofs- oder Setzschaufeln eine solche Richtung, dafs sie in dem Augenblicke, in welchem sie unter diese Scheidewände der Schütze treten, ebenfalls vertical stehen oder mit diesen Wänden in einerlei Richtung liegen. Streng genommen jedoch sollte, damit das Wasser, ohne an die Schaufeln zu stofsen (§. 366) in die Zellen treten kann, die Stofsschaufeln in der Diagonale jenes Parallelogramms liegen, welches entsteht, wenn man auf der Richtung des einfallenden Wassers und auf der Radtangente nach entgegengesetzter Richtung, nach welcher sich der Radumfang bewegt, die bezüglichen Geschwindigkeiten (V und v) aufträgt und aus diesen beiden Seiten das Parallelogramm ergänzt.

Denn weicht eine Tafel AB (Fig. 242) in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CF dem in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CE einfallenden Wasserstrahl aus und soll dieser keinen Stofs ausüben, sondern nur längs der Tafel hingleiten; so mufs er, wenn die Tafel nach $A'B'$ gekommen ist, den Weg $FE = CD$ zurückgelegt haben. Nun kann man aber CD als die Resultirende der beiden Geschwindigkeiten CE und CF'

$= CF$ ansehen, wobei nämlich CE die Geschwindigkeit und Richtung des Wasserstrahls, CF' die nach entgegengesetzter Richtung genommene Geschwindigkeit der Tafel ist.

Ist also at (Fig. 243) die im Einfallspuncte des Wassers an dem Radumfange gezogene Tangente, ac die Richtung und Geschwindigkeit des einfallenden Wassers, ab die Geschwindigkeit des Radumfanges; so trägt man $ae = ab$ auf der Verlängerung von ta auf, ergänzt das Parallelogramm ec und zieht die Diagonale ad, um die Richtung der Schaufel zu erhalten; allein da diese bei der Bewegung um den Mittelpunct C nicht nach der geraden Linie at ausweichen kann, so bedingt diefs streng genommen eine krumme Schaufel, wofür ad blofs die Tangente an das erste Element ist. Aufserdem wird ac die Richtung der betreffenden Scheidewand oder Schiene des Schützengitters seyn, wovon vorhin die Rede war, um das Wasser ungehindert einfallen zu lassen.

§. 391. Effect dieser Räder. Auch bei den rückenschlächtigen Rädern kann der Effect durch die obige Formel 2) (§. 388) $E = \cdot 90\, p\,(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D)$ ausgedrückt werden. Der Gefällsverlust $\cdot 15\, D$ wird aber dabei gegen H um so gröfser, je tiefer, vom Scheitel abwärts, man das Wasser einfallen läfst; wir haben bereits bemerkt, dafs man damit nicht über 40 Grad vom Scheitel herabgehen sollte. Gleichwohl sieht man Räder, bei welchen das Wasser in der Höhe der Welle, also bei 90 Grad Entfernung in die Zellen tritt; in einem solchen Falle ist es viel vortheilhafter Kropfräder (welche im folgenden Paragraphe erwähnt werden) anzulegen.

Beispiel. Das *Schlumberger*'sche Wasserrad zu Guebwiller ist nach englischer Construction aus Gufs- und Schmiedeisen ausgeführt, hat im äufsern Durchmesser 29 Fufs, in lichter Entfernung der beiden Radkränze 10 Fufs, eine Kranzbreite von nahe $11\frac{1}{2}$ Zoll, 12 Radarme, 96 Zellen und dabei ein Gewicht von $446\frac{1}{2}$ Centner.

Wie grofs ist nun der Effect dieses Rades, wenn die per Secunde zufliessende Wassermenge 12·12 Kubikfufs, die gesammte Gefällshöhe 24·6 Fufs, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, $6\frac{3}{4}$ Fufs, die Geschwindigkeit des Radumfanges 3·85 Fufs, und die Höhe von dem Eintritte des Wassers (davon einen mittlern Faden genommen) bis zum tiefsten Puncte des Rades 20·4 Fufs beträgt?

Setzt man in der obigen Formel 2) (§. 388) $M = 12 \cdot 12$, $H = 24 \cdot 6$, $h = 24 \cdot 6 - 20 \cdot 4 = 4 \cdot 2$ und $D = 29$; so erhält man

$$E = 10927 \cdot 6^{\text{F. Pf.}}$$

Nach der Formel 4) (§. 388) dagegen, in welcher wieder $M = 12 \cdot 12$, dagegen $h = 20 \cdot 4$, $V = 6 \cdot 75$ und $v = 3 \cdot 85$ ist, erhält man:

$$E = 10879 + 244 \cdot 8 = 11125^{\text{F. Pf.}}$$

Da nun der erstere Werth nahe $25\frac{1}{2}$, der letztere 26 Pferdekraft, dagegen die absolute Arbeit des Wassers, d. i. $PH = 12 \cdot 12 \times 56 \cdot 5 \times 24 \cdot 6$

$= 16851^{F.Pf.}$ ausmacht, so beträgt die Nutzleistung dieses Rades (nach dem letztern Werthe von E): $\frac{11125}{16851} = {}^{\cdot}66$, d. i. 66 Procent.

Die von *Morin* hierbei angegebenen 74 Procent beruhen auf einem Rechnungsfehler in der Wassermenge.

Morin bemerkt, dafs sich der Effect dieses Rades bis auf 48 Pferdekräfte steigern liefse, dafs sich aber dann die Zellen bis über die Hälfte füllen müfsten, was den Nutzeffect bis auf 60 Procent herabbringen würde.

Das Wasser gelangt bei diesem Rade an einem Puncte in die Zellen, welcher um 50 Grad vom Scheitel abliegt, durch eine jalousieartige Schütze, welche gegen den Horizont um 50 Grad geneigt ist und wobei jede der vorhandenen 7 Öffnungen 8·3 Fufs lang und $2^2/_3$ Zoll breit ist.

Anmerkung. Die Beobachtungen *Morin's*, so wie die darauf basirte Formel 4), in welcher der erste von v und V unabhängige Theil $44\,Mh$ bei weitem der gröfsere ist, zeigen, dafs sich das Verhältnifs $\frac{v}{V}$ von jenem, welches dem gröfsten Effecte entspricht, ziemlich weit entfernen kann, ohne dafs dadurch für die Wirkung oder den Nutzeffect ein wesentlicher Nachtheil entsteht. Bei gröfseren Rädern kann man den Quotienten $\frac{v}{V}$ von ·25 bis ·80 ohne Nachtheil variiren lassen, wenn nur die Zellen dabei nicht über ihren halben Inhalt mit Wasser gefüllt werden.

Kropfräder.

§. 392. Um das Wasser auch bei einem kleineren, selbst nur gegen 8 Fufs betragenden Gefälle durch sein Gewicht wirken zu lassen, legt man das Rad in ein sogenanntes Kropfgerinne. Dabei kann die Schaufelung nach Art der oberschlächtigen Räder (Fig. 244) zwischen den Radkränzen, oder wenn das Gerinne die Schaufeln nicht blofs an der äufsern Peripherie, sondern auch zu beiden Seiten mittelst verticaler Wände so enge und genau umschliefst, dafs nur der zur ungehinderten Bewegung nothwendige Spielraum (von ·4 bis ·8 Zoll) bleibt, auch wie bei den unterschlächtigen Rädern (Fig. 245) ausgeführt seyn. Im erstern Falle nimmt man jedoch breitere (15 bis 17 Zoll betragende) Radkränze als bei oberschlächtigen Rädern; auch stehen die Schaufeln weiter von einander ab und schliefsen unter sich einen gröfsern Winkel ein. Die Zellen werden in beiden Fällen gegen den innern Umfang zu nicht vollständig geschlossen, sondern man läfst zwischen dem Boden und der vorhergehenden Schaufel immer einen Zwischenraum von $1^1/_2$ bis 3 Zoll in der Breite, durch welchen beim Einströmen des Wassers die Luft entweichen kann. Das Gerinne wird dabei bis zu dem tiefsten Puncte des Rades concentrisch mit dem Radumfange geführt, von wo an dasselbe, wie bei dem *Poncelet*'schen Rade, einen plötzlichen Fall erhält und etwas erweitert wird. Das Wasser wird dem Rade entweder durch eine gewöhnliche Schütze, oder besser durch eine Überfallsschütze, wie bei den rückenschlächtigen Rädern zugeführt; dasselbe wirkt zuerst durch den Stofs und dann durch sein Gewicht, worauf es das Rad mit einer Geschwindigkeit verläfst, welche jener des Rades gleich ist.

Die Kropfräder, welche man bei kleinern Gefällen mit mehr Vortheil als die mittel- oder rückenschlächtigen Räder anwendet, haben für sich, dafs dabei das Wasser bis nahe an den tiefsten Punct wirksam bleibt, obschon auch gegen sich, dafs der untere, von der einen Seite ins Wasser getauchte Theil des Rades an dieser Stelle etwas leichter, folglich das Gleichgewicht um die Radachse herum in der Art gestört wird, dafs das Rad eine Tendenz erhält, sich dem Wasserstrome entgegen zu bewegen, wodurch ein kleiner Theil der Wirkung verloren geht.

§. 393. Effect dieser Räder. Bezeichnet wieder H die ganze Gefällshöhe, V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades, so ist $V-v$ die durch den Stofs zerstörte Geschwindigkeit, und da das Wasser noch mit der Geschwindigkeit v austritt, so wird nach §. 374 der Effect

$$E = \gamma MH - \frac{\gamma M}{2g}(V-v)^2 - \frac{\gamma M}{2g} v^2,$$

oder wenn h' und h'' die zu $V-v$ und v gehörigen Geschwindigkeitshöhen bezeichnen, auch:

$$E = \gamma M(H - h' - h'').$$

Noch ist

$$E = \gamma M\left[H - \frac{V^2}{2g} + \frac{v(V-v)}{g}\right] \text{ oder } E = \gamma Mh + \frac{\gamma M v}{g}(V-v),$$

wenn man $H - \frac{V^2}{2g} = h$ setzt.

Auch hier läfst sich das absolute Maximum des Effectes, weil $V=v$ und $v=0$ seyn müfste, nicht erreichen; dagegen hat man für das relative Maximum, wenn v als variabel und V als constant angenommen wird, $v=\frac{1}{2}V$, dagegen wenn v als constant und V als variabel genommen wird (d. h. wenn die Geschwindigkeit des Rades gegeben und jene des Wassers zu bestimmen ist), $V=v$.

Tritt das Wasser nicht nach der Tangente, sondern mit dieser unter einem Winkel α in das Rad, so mufs wieder $V\, Cos\, \alpha$ statt V gesetzt werden, so, dafs man dann hat

$$E = \gamma Mh + \frac{\gamma M v}{g}(V\, Cos\, \alpha - v).$$

§. **394.** Was die Geschwindigkeit dieser Räder betrifft, so zeigen die Versuche, daſs man bei gut ausgeführten eisernen Rädern, die also ein groſses Trägheitsmoment besitzen, mit der Geschwindigkeit v von $2\frac{1}{2}$ bis 2 Fuſs herabgehen kann, während man bei hölzernen Rädern nicht leicht unter 4 bis 3 Fuſs gehen darf. Setzt man als Mittelwerth $v = 3$ Fuſs, so ist auch (voriger Paragraph) $V = v = 3$ F. und die zugehörige Fallhöhe $h = \frac{9}{62} = \cdot 145$ F. $= 1\cdot 7$ Zoll, so, daſs also diese Höhe jedenfalls sehr gering seyn muſs; auch wendet man in diesem Falle die Überfallsschütze an, welche sich durch Verschiebung nach abwärts öffnet.

Weil nun aber die über die Schütze fallende Wasserschichte eine so geringe Höhe oder Tiefe erhalten soll, so muſs dafür das Rad um so breiter werden, so daſs diese (nach der Richtung der Radachse gemessene) Dimension manchmal bis 18 oder 20 Fuſs steigt. Erlaubt man sich zur Verminderung der Radbreite der genannten Wasserschichte eine gröſsere Höhe zu geben, so soll man diese doch in keinem Falle über 7 bis 8 Zoll nehmen.

§. **395. Erfahrungsresultate.** Nach *Morin's* Versuchen mit 4 Kropfrädern von 2 bis 15 Pferdekräfte beträgt bei diesen Rädern, wenn sie gut construirt sind und keine merklich gröſsere Geschwindigkeit als das eintretende Wasser besitzen, auch die Zellen nur bis auf die Hälfte oder $\frac{2}{3}$ mit Wasser gefüllt werden, für gewöhnliche Schützen (wo also anliegendes Wasser vorhanden ist) der Nutzeffect höchstens 55, dagegen bei Rädern ohne anliegendes Wasser oder bei Überfallsschützen beinahe 75 Procent des theoretischen Effectes. Nach diesen Versuchen kann man bis auf $\frac{1}{20}$ genau im

ersten Falle 1) $E = 42\cdot 3\, M \left[h + \frac{v\,(V \cos\alpha - v)}{g} \right]^{\text{F. Pf.}}$, und im

zweiten „ 2) $E = 45\cdot 1\, M \left[h + \frac{v\,(V \cos\alpha - v)}{g} \right]^{\text{F. Pf.}}$

setzen. Dabei bezeichnet M das Wasservolumen, welches per Secunde auf das Rad flieſst, h die Höhe des Eintrittspunctes des Wassers über dem tiefsten Punct des Rades, V die Geschwindigkeit, womit ein mittlerer Wasserfaden in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades in seiner äuſsern Peripherie, und α den Winkel, welchen die Richtungen dieser beiden Geschwindigkeiten zusammen einschlieſsen.

Nach *Aubuisson* kommt die Leistung gut construirter Kropfräder jener der oberschlächtigen ziemlich nahe, gleichwohl bemerkt er, daſs nach seinen Versuchen zu Toulouse der Effect nur $\cdot 674\, PH$ war, und dafs man daher den Effect zu $\cdot 60\, \boldsymbol{PH}$ bis $\cdot 70\, \boldsymbol{PH}$ anschlagen kann, wobei $\boldsymbol{PH}$ die absolute Arbeit des Wassers oder Motors ist.

Beispiel 1. Das von *Morin* in der Giefserei zu Toulouse untersuchte Rad hat einen äufsern Durchmesser von 19 Fufs, das Gefälle beträgt 6·16 Fufs und der Punct, bei welchem das Wasser in das Rad tritt, liegt um $1^1/_3$ Fufs über dem tiefsten Punct des Rades, so, dafs das Wasser zuerst durch den Stofs und dann durch den Druck wirkt. Die radial stehenden Schaufeln (36 an der Zahl) sind 19 Zoll breit, und ihr Zwischenraum von einer zur andern wird durch die vorhandenen Fangschaufeln bis zur Hälfte geschlossen. Die Länge der Schaufeln beträgt 5·1 Fufs. Die Schützenöffnung ist 5 Fufs breit, die Schütze selbst ist gegen den Horizont um $55^1/_2$ Grad geneigt. Das Wasser geht, wie es die Schütze verläfst, über einen Gerinnsboden, welcher ein Gefälle von nahe $^1/_6$ und dabei eine Länge von $2^1/_2$ Fufs hat; von da an bildet das Gerinne einen mit dem Rade concentrischen Kropf, welcher die Schaufeln so genau umschliefst, dafs sowohl vom Boden als auch von der Seite her nur ein Zwischenraum von ·4 Zoll bleibt. Da bei der Schützenöffnung nur von oben (also weder vom Boden noch von den Seiten) her eine Contraction Statt findet, so wird der Contractionscoeffizient mit ·75 in Rechnung gebracht. Wenn nun $M = 19{\cdot}1$, $h = 1{\cdot}33$, $V = 17{\cdot}3$, $v = 9{\cdot}6$ und $\alpha = 0$ ist, so erhält man nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42{\cdot}3 \times 19{\cdot}1 \left[1{\cdot}33 + \frac{9{\cdot}6 \times 7\,7}{31}\right] = 3000^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 7 Pferdekräfte.

Die directe Messung mit dem Zaume (wobei das Rad per Minute 9·67 Umdrehungen machte) gab nur $2847^{\text{F. Pf.}}$, also einen um $^1/_{20}$ geringeren Nutzeffect oder disponible Leistung als die obige Formel.

Die absolute Arbeit des Wassers oder ursprünglichen Motors ist:

$$6{\cdot}16 \times 19{\cdot}1 \times 56{\cdot}5 = 6647^{\text{F. Pf.}},$$

folglich das Verhältnifs dieser Arbeit zu dem Nutzeffect $\frac{2847}{6647} = {\cdot}428$ oder nur 43 Procent, was hier seinen Grund wohl darin hat, dafs der Kropf des Gerinnes zu unbedeutend ist, und das Wasser mehr durch den Stofs (auf eine Höhe von 4·83) als durch den Druck (blofs durch die Höhe von 1·33 Fufs, welches nicht einmal den vierten Theil des Gefälles beträgt) wirkt.

Die Zapfenreibung dieses $94^1/_2$ Centner schweren Rades absorbirt eine Arbeit von $124^{\text{F. Pf.}}$ oder $^3/_{10}$ Pferdekraft, wodurch sich der totale Effect (nicht mit dem disponibeln zu verwechseln) auf $2847 + 124 = 2971^{\text{F. Pf.}}$ stellt.

Beispiel 2. Bei dem Rade, welches *Morin* in einer Pulvermühle zu Metz untersuchte und sofort zum künstlichen Trocknen des Pulvers einen Ventilator zu betreiben hatte, betrug der äufsere Raddurchmesser $12^1/_2$ Fufs, die radial stehenden Schaufeln (24 an der Zahl) hatten eine Höhe von 11·4

Zoll, und an ihrem äufsern Umfang einen lichten Abstand von $19\frac{1}{2}$ Zoll von einander; sie bewegten sich in einem kurzen steinernen Kropfe, welcher den Schaufeln sowohl am Boden als an den Seiten nur einen Spielraum von $\frac{1}{5}$ Zoll liefsen. Dieser mit dem Rade concentrische Kropf fiel vom tiefsten Puncte an $2\frac{1}{2}$ Fufs stromabwärts gerechnet plötzlich um 3·6 Zoll ab. Die Schütze stand in geringer Entfernung von dem Rade, jedoch vertical.

Bei einer der Versuchsreihen betrug das ganze Gefäll 3·23 Fufs, die Wassermenge per Secunde 6·81 Kubikfufs, die Höhe, in welcher das Wasser durch den Druck wirkte, 1·31 Fufs, die Geschwindigkeit des einströmenden Wassers 8·53, so wie jene der äufsern Radperipherie 5·11 Fufs; es ist daher wieder nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42{\cdot}3 \times 6{\cdot}81 \left[1{\cdot}31 + \frac{5{\cdot}11\,(8{\cdot}53 - 5{\cdot}11)}{31} \right] = 539^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe $1\frac{1}{4}$ Pferdekraft.

Die directe Messung mit dem Zaume hat dafür $544^{\text{F. Pf.}}$ gegeben. Die Zapfenreibung absorbirte übrigens $21^{\text{F. Pf.}}$, so, dafs der eigentliche Effect des Rades noch um diesen Theil gröfser als die disponible Leistung, nämlich $= 565^{\text{F. Pf.}}$ ist. Da die absolute Wirkung des Wassers $= 3{\cdot}23 \times 6{\cdot}81 \times 56{\cdot}5 = 1243^{\text{F. Pf.}}$ ist, so beträgt der eigentliche Effect des Rades $\frac{565}{1243} = {\cdot}455$, d. i. $45\frac{1}{2}$ und gegen den disponibeln Effect $\frac{544}{1243} = {\cdot}438$, d. i. nahe 44 Procent. Die Höhe, durch welche das Wasser durch den Druck wirkte, betrug in diesem Falle $\frac{2}{3}$ der ganzen Gefällshöhe.

Morin bemerkt, dafs der gröfste Effect bei diesem Rade für ein Verhältnifs von $\frac{v}{V}$ Statt fand, welches zwischen ·55 und ·80, also im Mittel ·66 betrug. Bei jenen Versuchen, bei welchen die Schütze mehr (d. i. von ·63 bis ·95 Fufs) aufgezogen war und der Wasserspiegel durchschnittlich 1 Fufs über der Mitte der Schützenöffnung stand, war der Nutzeffect am gröfsten, woraus *Morin* folgert, dafs sich erstens für solche Räder ohne Fangschaufeln (oder ohne Boden) hohe Schützenöffnungen besonders eignen, und dafs zweitens diese Räder für kleine Gefälle besser als für grofse zu benützen sind. Übrigens bleibt es in allen Fällen vortheilhafter, das Aufschlagwasser von der Oberfläche zu nehmen, d. i. eine Überfallsschütze (wie in Fig. 244 und Fig. 245 dargestellt) anzuwenden.

Beispiel 3. In der Krystallglasfabrik zu Baccarat befindet sich zum Betriebe einer Quetschmühle mit stehenden Steinen, so wie von Dreh- und Schleifwerken ein derartiges Wasserrad von $15\frac{1}{2}$ Fufs Durchmesser und 40 Schaufeln, welche zwischen den beiden hölzernen, 15 Zoll breiten Kränzen radial eingesetzt und am innern Umfange mit einem Boden, welcher jedoch nicht von einer Schaufel bis zur andern reicht, sondern einen schmalen Zwischenraum läfst, durch welchen die Luft entweichen kann, versehen ist. Die Schaufeln stehen an ihrem äufsern Umfange um nahe $14\frac{1}{2}$ Zoll von einander ab, und bilden dadurch Zellen von 6 Kubikfufs Inhalt jede. Die 8 hölzernen Radarme sind in 2 gufseiserne Rosetten eingesetzt, welche auf der gufseisernen Welle befestigt sind. Das Rad hat ein Gewicht von 92 Centner und bewegt sich in einem aus Quadern hergestellten Kropfgerinne; das Zuleitungsgerinne ist aus demselben Materiale hergestellt, und die 3·87 Fufs breite Schützenöffnung liegt in der Verlängerung der 3 Seiten desselben, so, dafs nur an der obern Seite eine Contraction des Wassers Statt hat, und der betreffende Coefficient mit ·70 in Rechnung zu bringen ist. Die Schütze hat gegen den Horizont eine Neigung von 71 Grad; das anliegende Wasser steht für gewöhnlich um $11\frac{1}{2}$ bis 15 Zoll über der obern Seite der Öffnung. Bei dem hier in Rede stehenden Versuche war die Schütze $5\frac{3}{4}$ Zoll hoch aufgezogen, der Spiegel des anliegenden Wassers stand $1\frac{1}{2}$ Fufs über der Mitte der Öffnung, das ganze Gefäll betrug nahe 6 (genau 5·94) Fufs, die Höhe h, auf welche das Wasser durch den Druck wirkte, 4·42, die Geschwindigkeit des einfallenden Wassers nach der Tangente gemessen oder $V \cos \alpha$ 6·27, so wie jene v des Radumfanges 4·35 Fufs, endlich das per Secunde auf das Rad fallende Wasser M 12·4 Kubikfufs. Nach der mehrerwähnten Formel 1) erhält man mit diesen Werthen für den Nutzeffect:

$$E = 42{\cdot}3 \times 12{\cdot}4 \left[4{\cdot}42 + \frac{4{\cdot}35\,(6{\cdot}27 - 4{\cdot}35)}{31}\right] = 2460^{\text{F. Pf.}}$$

oder $5\frac{7}{10}$ Pferdekraft.

Die directe Messung gab für dieses Rad $2500^{\text{F. Pf.}}$; da die absolute Arbeit des Wassers $= 12{\cdot}4 \times 5{\cdot}94 \times 56{\cdot}5 = 4161{\cdot}5^{\text{F. Pf.}}$ ist, so hat man wegen $\frac{2500}{4161{\cdot}5} = {\cdot}60$ sofort 60 Procent reinen Nutzeffect bei diesem Rade.

Mit Rücksicht darauf, dafs das Rad dabei auch die $198^{\text{F. Pf.}}$ betragende Zapfenreibung überwindet, beträgt der totale (jedoch nicht disponible) Nutzeffect $2500 + 198 = 2698^{\text{F. Pf.}}$, also wegen $\frac{2698}{4161{\cdot}5} = {\cdot}648$ nahe 65 Procent von der absoluten Wirkung des Wassers.

Anmerkung. Auch bei diesem Rade war der Effect im Abnehmen, sobald die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt waren; schon bei ·55 des Zelleninhaltes fing das Wasser zu wirbeln an, so, dafs also auch bei dieser Gattung von Rädern ihre Geschwindigkeit nach der Capacität der Zellen regulirt werden mufs.

Da sich die Schütze hoch genug aufziehen liefs, so wurden mit demselben Rade zugleich auch Versuche mit einer Überfallsschütze, mittelst welcher das Wasser von der Oberfläche ab in das Rad geleitet wurde, angestellt, und dadurch, wie es sich überhaupt überall bestätigt, auch günstigere Resultate erhalten. Der Grund dieser günstigern Ergebnisse läfst sich übrigens auch schon aus der mehrerwähnten Formel 1) erkennen, indem das erste Glied $42{\cdot}3\,M h$, als das einflufsreichste, für den Nutzeffect um so gröfser ausfällt, je näher am Oberwasserspiegel das Wasser abgeleitet wird. Die Geschwindigkeit des Rades kann übrigens gegen jene des einfallenden Wassers ohne Nachtheil nicht unbedeutend variiren, wenn diese nur nicht gröfser als jene des Wassers ist.

Diese Beispiele zeigen, dafs der Nutzeffect solcher Räder, wenn die Höhe h ungefähr $^1/_4$ der ganzen Gefällshöhe H ausmacht, von 40 bis 45, wenn h etwa $\frac{2}{5} H$ ist, von 42 bis 49, und wenn h gegen $\frac{3}{4} H$ ist, dieser Effect gegen 60 Procent beträgt.

Beispiel 4. Um endlich auch die zweite Formel 2) dieses Paragraphes anzuwenden, so besteht in der genannten Krystallfabrik zu Baccarat noch ein älteres Rad, dessen Kränze, Arme und Welle aus Gufseisen hergestellt, und dessen auf den äufsern Umfang radial gestellten 32 hölzerne Schaufeln noch mit Gegenschaufeln versehen sind. Das Rad hat 12·6 Fufs Durchmesser, und eine Breite (nach der Achse) von 12 3 Fufs, die Schaufeln bewegen sich in einem steinernen, sehr genau anschliefsenden Kropfgerinne von nahe 15·6 Kubikfufs Inhalt.

Die Schütze öffnet sich nach abwärts, ist also eine sogenannte Überfallsschütze, und wurde bei den Versuchen nach und nach um 4·3, 6·7, 8·4 und 9·9 Zoll unter den Wasserspiegel des Reservoirs hinabgelassen.

Die in 1 Secunde in das Rad fallende Wassermenge wurde nach der Formel $M = m\, b\, h \sqrt{2\, g\, h}$ berechnet, wobei b die Breite der Schützenöffnung (hier gleich der Breite des Rades), h die Höhe des Wasserspiegels im Behälter über dem Scheitel der Überfallsschwelle und m ein Zahlencoeffizient ist, welcher für die genannten vier Schützenöffnungen beziehungsweise die Werthe ·393, ·390, ·385 und ·385 hat. Das totale Gefälle wechselte bei diesen Versuchen von 6·35 bis 6·58 Fufs. Da nun die Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfufs, die Höhe, durch welche das Wasser drückend wirkte, $h = 6{\cdot}11$ Fufs, die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers nach der Tangente $V \cos \alpha = 3{\cdot}26$ und jene des Radumfanges $v = 2{\cdot}29$ Fufs war, so hat man nach der erwähnten Formel 2):

$$E = 45{\cdot}1 \times 15{\cdot}6 \left[6{\cdot}11 + \frac{2{\cdot}29\,(3{\cdot}26 - 2{\cdot}29)}{31} \right] = 4349^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 10 Pferdekräfte.

Die directen Messungen gaben dafür $E = 4225^{\text{F. Pf.}}$, und da die absolute Arbeit des Wassers durch die Höhe von $6^1/_2$ Fufs $15{\cdot}6 \times 6{\cdot}5 \times 56{\cdot}5 = 5729^{\text{F. Pf.}}$ ausmacht, so beträgt der disponible Nutzeffect wegen $\frac{4225}{5729} = {\cdot}74$, 74 Procent; mit Hinzurechnung der Arbeit der Zapfenreibung, welche bei dem $232^1/_2$ Centner schweren Rade $328^{\text{F. Pf.}}$ betrug, erscheint die eigentliche Leistung des Rades mit $\frac{4225 + 328}{5729} = {\cdot}795$, d. i. nahe mit 80 Procent.

Anmerkung. Was die Berechnung der Wassermenge betrifft, welche die im Rade bereits vorhandenen, oder erst durch das Kropfgerinne gebildeten Zellen aufnehmen, so wird diese wie bei den oberschlächtigen Rädern geführt. Da die Schaufeln um $d = 15$ Zoll von einander abstehen (auch ihre Breite ist 15 Z.), die in jeder Secunde zufliefsende Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfufs und die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges $v = 27{\cdot}48$ Zoll beträgt, so gehen in 1 Secunde $n = \frac{v}{d} = \frac{27{\cdot}48}{15} = 1{\cdot}83$ Schaufeln oder Zellen vor der Schützenöffnung vorbei; die von jeder Zelle aufgenommene Wassermenge ist daher $\frac{M}{n} = \frac{15{\cdot}6}{1{\cdot}83} = 8\frac{1}{2}$ Kubikfufs. Da nun nach der obigen Bemerkung der Inhalt der (mit durch das Gerinne sich bildenden) Zellen nicht ganz 16 Kubikfufs beträgt, so werden diese schon etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt.

Horizontale Wasserräder.

§. **396. Erklärung.** So wie bei den verticalen, kann man auch bei den horizontalen Wasserrädern (deren Welle nämlich vertical steht) Stofs- und Druckräder, ferner solche, bei welchen das Wasser theils durch den Stofs und zum Theil durch den Druck, so wie endlich noch Räder unterscheiden, bei welchen das Wasser durch Reaction und wenn man will auch durch die Centrifugalkraft wirkt.

Da in der neuern Zeit durch diese zuletzt genannten Räder, welche auch Turbinen genannt werden, die übrigen horizontalen Wasserräder beinahe gänzlich verdrängt wurden, so wollen wir diese letztern hier nur ganz kurz hinsichtlich ihres Effectes anführen.

Horizontale Stofsräder.

§. **397.** Bilden die an der äufsern Peripherie des Radkranzes angebrachten Schaufeln ab (Fig. 247) mit dem Horizont einen Winkel $aDm = \alpha$, und stöfst der Wasserstrahl CD in einer auf ab senkrechten Richtung, als der vortheilhaftesten, mit der Geschwindigkeit V an, weicht dagegen der getroffene Punct D der Schaufel, in horizontaler Richtung Dm gemessen, mit der Geschwindigkeit v, also nach der auf ab senkrechten Dn mit jener $v' = v \, Sin \, \alpha$ aus, und ist endlich M das Wasservolumen, welches per Secunde zum Stofse gelangt; so ist der Effect (§. 362) 1) $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V - v')$, oder wenn der Wasserstrahl nicht senkrecht, sondern unter einem Winkel i gegen die Schaufel ab anstöfst: $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V \, Cos \, i - v')$.

Für den gröfsten Effect in 1) mufs ebenfalls (wie in §. 362)

$v' = \frac{1}{2} V$ seyn, wodurch $E = \frac{1}{4} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{1}{2} \gamma M H$, genau wie bei dem unterschlächtigen Rade wird, wenn $H = \frac{V^2}{2g}$ die Gefällshöhe bis zum Puncte D bezeichnet.

Dieser theoretische Effect wird natürlich in der Wirklichkeit wieder nicht erreicht und die Beobachtungen haben gezeigt, dafs man im Allgemeinen $E = \frac{1}{3} \gamma M H$ setzen kann, so wie, dafs für den besten Effect die Geschwindigkeit des Rades ziemlich gut mit der theoretischen ($v' = \frac{1}{2} V$) übereinstimmt; dabei kann man dem Rade verschiedene Geschwindigkeiten geben, wenn man den Neigungswinkel α der Schaufeln darnach $\left(\text{und zwar aus der Gleichung } v = \frac{V}{2 \, Sin \, \alpha}\right)$ bestimmt.

Horizontale Stofs- und Druckräder.

§. **398.** Soll das Wasser nicht blofs durch den Stofs, sondern wie bei den oberschlächtigen Rädern, zugleich durch den Druck wirken, so mufs man krummflächige Schaufeln dxe (Fig. 246) anwenden. Ist $H = ls$ (Fig. 247) die ganze Gefällshöhe, $h = ld$ jene bis zu dem Puncte d der Radschaufel, welcher vom Wasserstrahl normal getroffen wird, so ist die Wirkung des Stofses wie zuvor

$$E' = \frac{\gamma M}{g} v \, Sin \, \alpha \, . \, (V - v \, Sin \, \alpha),$$

und in diesem Augenblicke hat das Wasser gegen die Schaufel keine relative Geschwindigkeit mehr; indem es aber längs der Schaufelfläche dxe durch die Höhe $ds = H - h = h'$ herabfliefst, erlangt es die relative Geschwindigkeit $v_1 = \sqrt{2gh'}$ nach der Richtung der Tangente er, welche an das letzte Element der Curve dxe gezogen wird. Bildet diese mit dem Horizont den Winkel φ, so ist, wenn man diese letztere Geschwindigkeit v_1 in eine horizontale v' und verticale v'' zerlegt, sofort $v' = v_1 \, Cos \, \varphi$ und $v'' = v_1 \, Sin \, \varphi$; beim Austritte des Wassers hat dasselbe die absolute Geschwindigkeit nach verticaler Richtung $= v''$ und nach horizontaler $= v' - v$, folglich ist die Resultirende aus beiden die wahre absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in seiner Richtung austritt, nämlich $v''' = \sqrt{[v''^2 + (v' - v)^2]}$.

Um aber der Wassermasse γM diese Geschwindigkeit zu ertheilen, ist eine Arbeit $= \frac{\gamma M v'''^2}{2g}$ erforderlich. Wäre das Wasser mit der Geschwindigkeit Null ausgetreten, so wäre auch die ganze Wirkung $\gamma M \sqrt{2gh'}$ consumirt worden, während diese jetzt nur

$$E'' = \gamma M \left[h' - \frac{v'''^2}{2g} \right]$$

ist. Die durch den Stofs und Druck hervorgebrachte Wirkung ist daher endlich:

$$E = E' + E''.$$

Man kann auch hier wie im §. 354 auf folgende Art schliefsen: Die ganze Arbeit PH (wenn man $\gamma M = P$ setzt) des Wassers besteht aus dem Nutzeffect $Pv = E$, dem Verluste an Wirkung durch den Stofs $= \frac{P}{2g}(V - v \, Sin \, \alpha)^2$ und der Wirkung, welche noch in dem mit der Geschwindigkeit v''' austretenden Wasser enthalten ist $= \frac{P v'''^2}{2g}$, so, dafs also

$$PH = E + \frac{P}{2g}(V - v \, Sin \, \alpha)^2 + \frac{P}{2g} v'''^2,$$

und daraus für den Effect E genau wieder der vorige Werth und zwar nach allen Reductionen:

$$E = \frac{P}{2g}[2 V v \, Sin \, \alpha - (1 + Sin \, \alpha^2) v^2 + 2 v \, Cos \, \varphi \, . \sqrt{2g(H-h)}].$$

Für den gröfsten Effect mufs zuerst $Cos \, \varphi = 1$, also $\varphi = 0$ seyn, d. h. das Wasser mufs nach horizontaler Richtung aus dem Rade austreten. Ferner mufs noch [damit $2 V v \, Sin \, \alpha - (1 + Sin \, \alpha^2) v^2$ ein Maximum wird] $V = v \, Sin \, \alpha$ seyn, d. h. das Wasser mufs ohne Stofs auf die Schaufeln gelangen, dann ist für den gröfsten Effect:

$$E = \frac{P}{2g}[V^2 - v^2 + 2v\sqrt{2g(H-h)}].$$

Sieht man endlich in diesem letztern Ausdruck v als absolut variabel an, so wird derselbe am gröfsten für $v = \sqrt{[2g(H-h)]}$; mit diesem Werthe ist $v' = v$, $v'' = 0$ und $v''' = 0$, so wie

$$E = PH,$$

d. h. wenn nebst der vorigen Bedingung (dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt) auch noch das Wasser ohne alle Geschwindigkeit austritt, so ist der Nutzeffect, wie es seyn soll, der absoluten Arbeit des Wassers vollkommen gleich, und sofort doppelt so grofs als der gröfste Effect bei den Stofsrädern (§. 397).

Diese beiden Bedingungen, dafs das Wasser ohne allen Stofs in das Rad tritt und darin seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, sind jedoch bei den horizontalen Rädern eben so wenig wie bei den verticalen (den *Poncelet*'schen) vollständig zu erreichen, und man mufs sich begnügen, sich diesen durch eine zweckmäfsige Construction so viel als möglich zu nähern.

Damit das Wasser ohne Stofs auf die Schaufeln gelangen kann, müssen diese eine entsprechende Krümmung erhalten, welche sich auf folgende Weise bestimmen läfst:

Ist BC (Fig. 248) die Richtung und Geschwindigkeit ($= V$) des auf die Schaufel gehenden Wasserstrahls, so sind AB und AC die daraus abgeleiteten horizontale und verticale Seitengeschwindigkeiten. Macht man nun $BD = v$ gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so ist AD die relative horizontale Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radschaufeln, und daher durch Zusammensetzung mit AC sofort DC die Richtung und Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser längs der Schaufel abzufliefsen beginnt, welche Richtung sonach die Tangente an das erste Curvenelement der Schaufel seyn mufs; von diesem Puncte C an bis zum Endpunct E, in welchem das Curvenelement horizontal seyn mufs, ist die Krümmung der Schaufel willkürlich, wenn sie nur continuirlich ist.

Schlüfslich liefse sich noch zeigen, dafs wenn auch das Wasser in einem Puncte austritt, welcher der Achse näher oder davon entfernter als der Eintrittspunct des Wassers liegt, die Centrifugalkraft auf den Effect durchaus keinen Einflufs ausübt.

Reactionsräder.

§. 399. Einleitung. Versetzt man ein zum Theil mit Wasser gefülltes, z. B. cylindrisches Gefäfs BE (Fig. 249), dessen Achse vertical steht, um diese Achse in eine rotirende Bewegung, so erhebt sich in Folge der Centrifugalkraft (§. 154) die Oberfläche des Wassers von der Achse gegen den Umfang des Gefäfses hin in der Art, dafs wenn bei einer gleichförmigen Rotationsbewegung das Wasser bereits zur Ruhe gekommen ist, eine durch die Achse gelegte verticale Ebene die Oberfläche des Wassers nach einer Parabel dad' schneidet, deren Scheitel a in der Rotationsachse CD liegt und Parameter durch $\frac{2g}{\omega^2}$ ausgedrückt wird, wenn g die Beschleunigung der Schwere und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäfses ist.

Betrachtet man nämlich in der horizontalen Schichte bab' irgend ein Wassertheilchen p, so mufs dasselbe, sobald die Wasseroberfläche ruhig geworden, von allen Seiten her (§. 305) einen gleichen Druck erleiden, folglich auch die auf dieses Wasserelement in der Richtung ap wirkende Centrifugalkraft F mit dem Gewichte q des darüber stehenden Wasserfadens pm im Gleichgewichte stehen oder dafür $F = q$ seyn. Ist nun m das Gewicht eines Wasserelementes, so ist die Centrifugalkraft des Wasserfadens ap, durch welche das Element in p gedrängt wird, so grofs, als ob (§. 156) die Masse dieses Fadens ap im Schwerpunct o vereinigt wäre, so, dafs also, wenn $ap = y$, daher $ao = \frac{1}{2}y$ und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäfses, also $v = \frac{1}{2}y\omega$ die Geschwindigkeit des Punctes o ist, sofort (§. 155 und wegen $M = my$)

$F = \frac{m y (\frac{1}{2} y \omega)^2}{\frac{1}{2} y g} = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ ist. Da ferner, wenn $pm = x$ gesetzt wird, $F = q = m x$ ist, so hat man auch $m x = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ oder $y^2 = \frac{2 g}{\omega^2} x$, als Gleichung der Curve $a m d$, die sonach die gemeine Parabel ist.

§. 400. Da aus der vorigen Gleichung $x = \frac{(y \omega)^2}{2 g}$ folgt und $y \omega = v$ die Umlaufsgeschwindigkeit des Punctes p ist, so folgt auch $x = \frac{v^2}{2 g}$, d. h. die Höhe $p m$, bis zu welcher die Centrifugalkraft das Wasserelement p über das Niveau $b b'$ emporhebt, ist der Fallhöhe gleich, welche der Rotationsgeschwindigkeit des betreffenden Punctes p entspricht. Bohrt man daher in die Seitenwand des rotirenden Gefäſses bei b eine kleine Öffnung durch, so wird das Wasser mit einer der Druckhöhe $b d$ (welche also auch der Rotationsgeschwindigkeit des Punctes b zukommt) entsprechenden Geschwindigkeit ausströmen, woraus sofort folgt, daſs die Ausfluſs- und Rotationsgeschwindigkeit in b dieselbe ist, vorausgesetzt nämlich, daſs das ausflieſsende Wasser durch einen eben so groſsen Zufluſs beständig ersetzt wird.

§. 401. Wird das Wasser in einer verticalen Röhre zugeführt, deren Achse mit der Rotationsachse zusammenfällt, und steht der Wasserspiegel in diesem Rohr beständig um die Höhe h über der Ausfluſsöffnung, wodurch also bei stillstehendem Gefäſse die Ausfluſsgeschwindigkeit $= \sqrt{2 g h}$ wäre; so erhöht sich diese, wenn das Gefäſs in eine rotirende Bewegung versetzt wird, wobei die Ausfluſsöffnung die Geschwindigkeit v erhält, so weit, daſs die Ausfluſsgeschwindigkeit nunmehr der Druckhöhe $h + \frac{v^2}{2 g}$ entspricht und dadurch, wenn diese Geschwindigkeit mit C bezeichnet wird,

$$C = \sqrt{\left[2 g \left(h + \frac{v^2}{2 g}\right)\right]} = \sqrt{[2 g h + v^2]} \quad . \; . \; . \; \text{r)}$$

ist.

Anmerkung. Ganz dasselbe wird auch noch Statt finden, wenn das Gefäſs in eine bloſse horizontale Röhre $A C$ (Fig. 250) übergeht, welche mit dem verticalen, um seine Achse $C D$ drehbaren Rohre communicirend verbunden ist; denn wenn sich nun auch das Wasser in der Röhre $A C$ nicht erheben kann, so bleibt doch der durch die Centrifugalkraft hervorgebrachte Druck und folglich auch die Ausfluſsgeschwindigkeit aus der um die Höhe $CD = h$ unterm Wasserspiegel $b b'$ liegenden Öffnung a ungeändert, und diese letztere $C = \sqrt{[2 g h + v^2]}$, wenn v die Rotationsgeschwindigkeit des Punctes a ist.

§. 402. Reactionsrad. Wird die Öffnung a in dem vorhin betrachteten, um die Achse CD (Fig. 250) drehbaren horizontalen Rohr (oder Schwungschenkel) AC nicht in der Verlängerung der Achse, sondern an der Seite bei a (Fig. 251) angebracht, so wird, nachdem das Gefäſs oder Rohr CD bis auf irgend eine Höhe $b b'$ (Fig. 250) mit Wasser gefüllt worden, der auf den Punct a der Seitenwand sonst Statt gefundene hydrostatische Druck, welcher (§. 310) jenem auf den gegenüberstehenden Punct d (Fig. 251) das Gleichgewicht gehalten hat, dadurch aufgehoben, so, daſs also der noch immer auf d wirksame Druck das Rohr um die verticale Achse CD in der Richtung ad umdrehen kann. Verbindet man, um diesen einseitig wirkenden Druck zu vergröſsern, mit dem verticalen Fallrohr anstatt einem, mehrere horizontale Röhren oder Schenkel; so erhält man das Reactions- oder nach dessen Erfinder sogenannte *Segner*'sche Wasserrad (welches auch gleichzeitig von *Barker* in England zum Betrieb einer Mahlmühle angewendet wurde), wobei man Sorge zu tragen hat, daſs das Wasser am Ende der horizontalen Schenkel nicht plötzlich gegen die Ausfluſsöffnungen seine Richtung ändern muſs, sondern daſs dieses allmälig geschieht, wozu man den Schenkeln wenigstens an den Enden eine passende Krümmung zu geben hat.

Erfahrung und Rechnung zeigen, daſs der durch Reaction des Wassers auf den der Öffnung a (Fig. 251) gegenüberliegenden Punct d des Schenkels aC ausgeübte Druck dem Gewichte einer Wassersäule gleich ist, welche die Öffnung a zur Basis und die doppelte, der Ausfluſsgeschwindigkeit entsprechende Fallhöhe zur Höhe hat, was sofort auch mit dem im §. 356 Bemerkten übereinstimmt.

§. 403. Nutzeffect. Ist wieder H die ganze Gefällshöhe und P das Gewicht des in 1 Secunde zuflieſsenden Wassers, also $E = PH$ die absolute dynamische Wasserkraft; so könnte diese nur dann ungeändert durch das Rad übertragen werden, wenn das Wasser, ohne eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung zu erleiden, von seinem Ein- bis zu dessen Austritte wirksam wäre, und dessen Geschwindigkeit dabei allmälig (ohne alle Stöſse) auf Null herabgebracht würde. Wenn nun auch die erstere Bedingung durch eine passende Construction des Rades groſsentheils erreicht werden kann, so fordert doch die letztere Bedingung, dafs die relative Geschwindigkeit des in der Richtung da (Fig. 251) austretenden Wassers der nach gerad entgegengesetzten Richtung Statt findenden Geschwindigkeit der Mündung a gleich sey. (Ist nämlich die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= 0$, die Rotationsgeschwindigkeit der Öffnung $= v$, so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Ausflufsöffnung $= 0 + v = v$.)

Nun ist, wenn wieder v die Rotationsgeschwindigkeit der Ausflufsöffnung bezeichnet, nach §. 401, r) die relative Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= \sqrt{[2gH + v^2]}$, folglich müfste zur Erfüllung der genannten zweiten Bedingung $\sqrt{[2gH + v^2]} = v$ oder $2gH = 0$ seyn, was jedoch nur für $H = 0$ oder $v = \infty$ Statt finden kann, was beides in der Wirklichkeit nicht der Fall ist. Man kann daher diese Bedingung nur, und zwar dadurch näherungsweise erreichen, dafs man v grofs nimmt, nämlich das Rad mit grofser Geschwindigkeit umlaufen läfst, in keinem Falle aber kann der Nutzeffect der absoluten Wirkung des Wassers PH gleich kommen.

Die erwähnte Bedingung $H = 0$ entspricht dem Falle, in welchem das Wasser im Rade gar keine Geschwindigkeit besitzt oder stagnirend, also die Ausflufsöffnung unendlich klein ist. Wird die Theorie der Reactionsräder unter einem andern, und zwar unter dem Gesichtspuncte entwickelt, dafs das Wasser schon mit einer bestimmten Geschwindigkeit in das Rad eintritt, so nähert man sich dadurch mehr der Theorie der horizontalen Druckräder.

Whitelaw'sche oder Schottische Turbine.

§. **404. Erklärung.** Das von *Segner* und Dr. *Barker* erfundene Reactionsrad ist erst in der neuesten Zeit gehörig gewürdigt worden, und vorzüglich in Schottland in einer zweckmäfsigeren oder wenigstens veränderten Form durch *Whitelaw* zur practischen Anwendung gekommen, seit welcher Zeit dieser Motor wegen seiner grofsen Einfachheit auch in der Schweiz und in Deutschland in Aufnahme kommt.

Dieses Rad oder diese Turbine ist in Fig. 252 im Grund- und Aufrisse dargestellt, und besteht aus zwei oder auch mehreren von einem oben geschlossenen Cylinder aa auslaufenden gekrümmten prismatischen Kanälen bb, welche gegen den äufsern Umfang zu allmälig enger werden und sammt dem genannten Cylinder um eine mit dem Rade fest verbundene (in der Regel) verticale Achse c in der Richtung der Pfeile umlaufen, sobald das Wasser durch das Zuleitungsrohr dd von unten in das Rad oder den erwähnten Cylinder ein- und durch die Ausflufsöffnungen $n\,n$ der Canäle austritt. Je nach der disponiblen oder für das Rad bestimmten Wassermenge erhält dasselbe 2 oder 3 solcher Canäle, welche von dem Cylinder $a\,a$ nach einer gewöhnlichen Spirallinie auslaufen.

Für eine zweiarmige Turbine dieser Art zieht man mit dem äufsern Radhalbmesser $CA = R$ (Fig. 253. a) einen Kreis, nimmt davon einen Bogen $ADB = {}^2/_3$ Umfang (welcher also einem Winkel von 240 Grad entspricht), theilt denselben in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und zieht an die Theilungspuncte A, 1, 2 . . . die Halbmesser CA, $C1$, $C2$ . . .; in eben so viele gleiche Theile theilt man ferner auch den Halbmesser CA, zählt oder nummerirt diese Theilungspuncte von C gegen A hin, und zieht aus C durch diese Puncte mit den Halbmessern $C1$, $C2$ . . . . concentrische Kreise von jedem dieser genannten Puncte bis zu dem gleichnamigen Halbmesser, also z. B. mit der Entfernung $C4$ den Kreisbogen $4h$ von 4 bis zum Halbmesser $C4$, wodurch sich der Durchschnittspunct h ergibt; verbindet man diese so erhaltenen Durchschnittspuncte g, h, i . . . durch eine continuirliche Curve, so erhält man die Achse $g\,h\,i\,e\,k$ . . . B des einen Canales.

Die weitere Construction, wie z. B. die gehörige von innen nach der äussern Peripherie zu laufende Verjüngung der Canäle; das Verfahren, um die Canäle einer dreiarmigen Turbine zu erhalten; die Anbringung von passenden Schützen oder Regulirungsklappen u. s. w. kann man am besten in Prof. *F. Redtenbacher's* Theorie und Bau der Turbinen (Mannheim, 1844) nachsehen.

§. 405. Dimensionen des Rades. Um nun auch die wesentlichsten Dimensionen dieser Turbine anzugeben, wenn die per Secunde disponible Wassermenge M und die Gefällshöhe h gegeben oder bestimmt ist, so hat man nach den von *Redtenbacher* angegebenen Formeln zuerst für die Summe der Austrittsöffnungen f der Radcanäle: $f = \frac{1{\cdot}1\,M}{\sqrt{2gh}}$, wobei g und h in Wiener Fufs, M in Kubikfufs zu verstehen ist. Fällt f nicht zu grofs aus, so gibt man dem Rade nur zwei Arme, wovon jeder also die Austrittsöffnung (in Quadratfufs) $= \frac{1}{2} f$ erhält, im entgegengesetzten Falle ist man gezwungen drei solche Arme, jeden mit der Austrittsöffnung von $\frac{1}{3} f$ anzubringen.

Für den innern Radhalbmesser r nimmt man $r = {\cdot}225 \sqrt{M}$, für den äufsern kann man bei zweiarmigen Rädern $R = 3\,r$ und bei dreiarmigen $R = 4\,r$ nehmen.

Für die Höhe der Radcanäle kann man $d = \frac{1}{7} r$, daher für die äufsere Weite n, Fig. 252, bei zweiarmigen Rädern $b = \frac{1}{3}\frac{f}{d}$ und bei dreiarmigen $b = \frac{1}{3}\frac{f}{d}$ setzen.

Als Umlaufszahl dieser Turbine per Minute kann man am zweckmäfsigsten $n = \frac{7{\cdot}81\sqrt{2gh}}{R}$ nehmen, wofür die äufsere Peripheriegeschwindigkeit $V = {\cdot}818\sqrt{2gh}$ wird. (In der Regel jedoch wird $V = \sqrt{2gh}$ genommen.)

Anmerkung. Im Falle die Wassermenge M nicht gegeben ist, sondern für einen verlangten Effect erst berechnet werden müfste, kann dieses nach der Formel $M = 12{\cdot}5\frac{N}{h}$ geschehen, wobei N die Anzahl der Pferdekräfte bezeichnet, welche das Rad entwickeln soll (dabei ist der disponible Nutzeffect nahe zu 60 Procent angeschlagen).

§. 406. Effect dieser Turbine. Ist h die Gefällshöhe, M die per Secunde zufliefsende Wassermenge dem Volumen nach, F die Ausströmungsöffnung oder der Querschnitt des Cylinders $a\,a$ (Fig. 252), F' die Summe der Einströmungsöffnungen in die Canäle oder Arme und f die Summe der Ausströmungsöffnungen aus diesen, k und k' die entsprechenden Contractionscoefficienten für F und f, V die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges, R der äufsere und r der innere Radhalbmesser, C die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Cylinder oder Zuleitungsrohr $a\,a$ ausströmt, c die relative Geschwindigkeit des aus den Radcanälen ausfliefsenden Wassers gegen den äufsern Radumfang, n die Zahl der Umläufe des Rades per Minute, α der Winkel der aus dem Rohre $a\,a$ ausströmenden Wasserfäden mit der innern Radperipherie, β der Winkel, unter welchem dieser Umfang von der Achse eines Radcanales geschnitten wird, so wie endlich γ der Winkel, welchen diese Achse mit dem äufsern Umfange bildet; so hat man für den gröfsten Effect E dieses Rades, wenn man annimmt, dafs die Achse eines jeden Canales oder Radarmes den innern Radumfang rechtwinklig durchschneidet, also $\beta = 90^0$ ist, nach *Redtenbacher's* Entwicklung folgende Bestimmungen: $\alpha = 90^0$, $\gamma = 0$, $F' = kF$, $f = \frac{M}{k'c}$,

$$M = kCF,\quad V = \frac{r}{R}\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left[2\left(1+\frac{R}{r}\right)\right]}},$$

$$C = \frac{k'f}{kF}\sqrt{2gh}.\sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{R}{r}\right)\right]},\ c = \frac{kF}{k'f}C \text{ und } E = \frac{\gamma M h}{1+\frac{r}{R}},$$

dabei kann $k = 1$ und $k' = \cdot 9$ gesetzt werden (in vielen Fällen wird man auch geradezu $k = k' = 1$ nehmen).

Beispiel. Ist z. B. $h = 30$ Fuſs, $M = 19\frac{1}{2}$ Kubikfuſs, $R = 3$ Fuſs, $r = 1$ Fuſs, $f = 72$ Quadratzoll $= \cdot 5$ Quadratfuſs, $d = 5$ Fuſs (vorigen Paragraph), $b = \cdot 5$ Fuſs und $n = 111$; so erhält man $c = 60\cdot 9$ und $V = 45\cdot 7$ Fuſs, so wie $E = 24795^{\text{F. Pf.}}$ oder nahe $57\frac{1}{2}$ Pferdekraft.

Da das Wasser auf diese Weise nicht mit der absoluten Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, weil dafür $c = V$ seyn müſste, während $c = \left(1 + \frac{r}{R}\right) V$, also $c > V$ ist; so entsteht von daher ein Verlust an Effect: $E' = \frac{\gamma M h}{2\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$. Im vorliegenden Beispiele beträgt dieser Verlust $4132^{\text{F. Pf.}}$ oder nahe $16\frac{1}{2}$ Procent des Nutzeffectes. Da jedoch der gesammte Verlust an Nutzeffect $= \gamma M h - E = \frac{\gamma M h}{1 + \frac{r}{R}} = 2E'$, also doppelt so groſs ist, so folgt, daſs die eine Hälfte dieses Verlustes dadurch entsteht, daſs das Wasser nicht mit der Geschwindigkeit Null austritt, die andere Hälfte dagegen dem Umstande zugeschrieben werden muſs, daſs das Wasser nicht ohne Stoſs und plötzliche Geschwindigkeitsänderung in das Rad eintritt, und auch während des Durchganges durch das Rad sonstige Störungen und Hindernisse in der Bewegung des Wassers Statt finden.

Theoretisch genommen liefert diese Turbine $\frac{100}{1 + \frac{r}{R}}$ Procent Nutzeffect, so, daſs dieser also für das gewöhnliche Verhältniſs von $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$ auf 75 Procent steigen sollte.

Um bei hohen Gefällen die nöthige Umfangsgeschwindigkeit herauszubringen, muſs man, wenn die Umlaufszahl nicht gar zu groſs werden soll, dem Rade einen gröſsern Durchmesser geben, als es sich mit der gewünschten Einfachheit und Wohlfeilheit desselben verträgt; aus diesem Grunde hat man in der neuesten Zeit mit sehr gutem Erfolge statt der auf die oben erwähnte Weise gekrümmten Radarme oder Canäle die ursprünglich *Segner*'schen Schenkel, welche sehr leicht die nöthige Länge erhalten können, angewendet, und dabei nur die Vorsicht gebraucht, dieselben am äuſsern Ende, wo das Wasser ausflieſst, auf eine ähnliche Weise zu krümmen, wie dieſs bei der hier beschriebenen Turbine der Fall ist. Der Umstand, daſs dabei das Wasser vom Mittelpuncte aus in radialer Richtung nach dem Umfange gehen muſs, scheint also keinen so nachtheiligen Einfluſs auf den Effect des Rades auszuüben, wie man nach der Vorstellung, welche sich Herr *Whitelaw* von der Bewegung des Wassers in den Radcanälen macht, erwarten müſste.

Endlich kann in Beziehung auf die aus dem Rade ausfliefsende Wassermenge noch bemerkt werden, dafs diese, wenn die äufsere Peripheriegeschwindigkeit des Rades, wie oben bemerkt, $= \sqrt{2gh}$ ist, das Wasser dadurch allein schon (d. i. durch die Centrifugalkraft §. 400) eine Ausflufsgeschwindigkeit erlangt, welche der Höhe h zugehört; da nun die Druckhöhe des Wassers ebenfalls (selbst bei stillstehendem Rade) gleich h ist, so entspricht die wirkliche Ausflufsgeschwindigkeit der Höhe $2h$, und diese ist daher: $v = \sqrt{2g.2h} = \sqrt{2}.\sqrt{2gh} = 1{\cdot}4\sqrt{2gh}$. Practische Versuche haben gezeigt, dafs diese nur mit $1{\cdot}36\sqrt{2gh}$ in Rechnung gebracht werden darf, wenn man damit die aus den Canälen oder Radarmen ausfliefsende Wassermenge bestimmen will.

Man findet die Anwendung dieser Schottischen Turbine bei hohen Gefällen und nicht sehr bedeutendem Wasserzuflufs (bis ungefähr 20 Kubikfufs per Secunde) am vortheilhaftesten.

Fourneyron'sche Turbine.

§. 407. Erklärung. Diese von dem französischen Ingenieur *Fourneyron* wesentlich verbesserte und im Jahre 1827 zum ersten Male ausgeführte Turbine ist der Hauptsache nach in Fig. 254 im verticalen und horizontalen Durchschnitte dargestellt. Das Rad selbst besteht aus einer gufseisernen tellerförmigen Scheibe mnm, auf deren horizontalem Rande m gekrümmte Blechschaufeln a vertical aufgesetzt und an ihrem obern Rande durch einen Blechring d festgehalten und zugleich bedeckt werden, so, dafs dadurch auf ähnliche Weise wie bei dem *Poncelet*'schen Rade gekrümmte Radcanäle oder Zellen i gebildet werden, durch welche das am innern Umfange p eintretende Wasser durchströmen und an der äufsern Peripherie q austreten kann. Das Rad oder die genannte Schale mnm ist an einer verticalen Achse oder Spindel cc befestiget, welche unten auf einer Pfanne oder Spur e läuft und von oben durch ein Halslager gehalten wird; dabei geht diese Spindel durch ein Rohr oder eine Hülse ss, welche oben an einem Gestelle befestigt ist und sich unten allmälig in eine kreisrunde Fläche verläuft, welche mit der untern Radkrone oder dem Borde mm des Rades in einerlei Ebene liegt, und auf welcher rund herum krumme Blechschaufeln b zur Leitung des Wassers in das Rad nach bestimmten Richtungen vertical aufgesetzt und befestigt sind, und defshalb auch Leitcurven genannt werden.

In dem cylinderischen Spalt, welcher durch den Abstand der äussern Peripherie dieser Leitcurven und dem innern Umfange des Bordes mm des Rades entsteht, kann ein dünner gufseiserner Cylinder gg, welcher hier die Schütze bildet, vertical eingeschoben und nach Belieben mehr oder weniger aufgezogen werden, um das durch den Canal A in die

Maschine oder Radkammer eingeführte Wasser durch die auf diese Weise entstehenden gröſseren oder kleineren Austrittsöffnungen oder Canäle des Leitcurvenapparates in gröſserer oder geringerer Menge in das Rad zu leiten. Diese cylindrische Schütze wird durch 3 oder 4 Zugstangen *h*, *h*, welche oben einen entsprechenden einfachen Mechanismus erhalten, auf- und abgeschoben, und zwar kann, wenn diese so weit herabgelassen ist, daſs sie auf den Boden des Leitcurvenapparates *b b* aufsitzt, kein Wasser in das Rad treten, dagegen strömt das Wasser, sobald diese Schütze mehr oder weniger aufgezogen wird, aus dem Leitcurvenapparate nach den durch die Leitcurven *b* vorgeschriebenen Richtungen aus, gelangt in die Radcanäle *i* und treibt das Rad, indem es gegen die Radcurven *a* drückt, in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung um, worauf es am äuſsern Radumfange austritt und durch den Canal *B* abflieſst.

Bei hohen Gefällen bringt man anstatt des Zuleitungscanals *A* ein mit dem Cylinder *u u* in Verbindung stehendes guſseisernes Rohr an, welches bis gegen *c* hinaufreicht und oben mit einem Deckel geschlossen ist, durch welchen die Zugstangen der Schütze wasserdicht durchgehen.

§. 408. Wirkungsart dieser Turbine. Sobald die Schütze zum Theil oder gänzlich aufgezogen und das Rad bei seiner Bewegung in den Beharrungsstand gekommen ist, flieſst das Wasser aus dem Leitcurvenapparate mit einer Geschwindigkeit aus, welche je nach der Zahl und Gröſse der Leit- und Radcurvencanäle, so wie der Radgeschwindigkeit, gleich, gröſser oder kleiner ist als die der Gefällshöhe zugehörige Geschwindigkeit. Das Wasser wird hierauf sowohl durch den jener Geschwindigkeit, welche das Wasser nach dem Eintritte in den innern Radumfang noch besitzt, entsprechenden Druck, als auch durch die Centrifugalkraft durch das Rad durch- oder hinausgetrieben, dagegen durch die am äuſsern Radumfange Statt findende Pressung, welche vom Drucke der Atmosphäre, oder wenn das Rad im Unterwasser geht oder taucht, durch den atmosphärischen Druck, diesen um den der Tauchung entsprechenden hydrostatischen Druck vermehrt, herrührt, verzögert; jedenfalls aber rührt der Nutzeffect dieses Rades von dem Unterschiede her, welcher beim Durchgange des Wassers zwischen den Pressungen desselben auf die concaven und convexen Flächen der Radcurven oder Schaufeln Statt findet.

Wenn man übrigens der Meinung war, daſs diese Turbine hauptsächlich durch die Centrifugalkraft des Wassers betrieben werde, so beruhte dieses wohl nur auf einem Irrthume, indem die dem Wasser vom Rade aus (von den convexen Flächen der Schaufeln) mitgetheilte drehende Bewegung, wodurch jedoch eine nachtheilige Reaction auf das Rad entsteht, erst die Centrifugalkraft des Wassers und ein Druck auf die concave Fläche der Schaufeln erzeugt wird, und dieser aus der Centrifugalkraft entstehende Druck kann doch im günstigsten Falle nur eben so grofs als der Gegendruck auf die convexe Fläche der Schaufel, also durchaus nicht wirksam seyn.

§. 409. Nutzeffect dieser Turbine. Zieht man von der absoluten Wirkung des Wassers $\gamma M h$, wenn wie bisher M die zufliefsende Wassermenge, h die Gefällshöhe und γ das Gewicht des Wassers (unter der cubischen Einheit) bezeichnet, die Effectsverluste ab, welche beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad, so wie ferner noch dadurch entstehen, dafs das Wasser, wenn es nicht ganz ruhig oder mit der Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, noch eine sogenannte lebendige Kraft oder eine gewisse Wirkung besitzt; so gibt der Rest wieder die gesuchte Nutzwirkung des Rades.

Bezeichnet man den äufsern und innern Radhalbmesser beziehungsweise mit R und r, die Summe der Ausströmungsöffnungen am Leitcurvenapparate mit F, die Summe der Querschnitte der Radcanäle am innern Umfange mit F', so wie jene am äufsern Umfange des Rades durch f, die Anzahl der Leitcurven mit n, jene der Radcurven mit n', den kleinsten Abstand zweier aufeinanderfolgender Leitcurven mit t, so wie zwischen zwei Radcurven mit t', die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitcurvenapparate austritt, mit C, die absolute Geschwindigkeit des äufsern und innern Radumfanges mit v und v', die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radcurven beim Ein- und Austritt mit u' und u, die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, mit ω, die Contractionscoefficienten für den Austritt des Wassers aus dem Leitcurvenapparate und dem Rade mit k und k', den Winkel der mittlern Richtung des aus diesem Apparate austretenden Wassers mit dem innern Radumfange durch α, den Winkel, unter welchem die Radcurven den innern Umfang des Rades durchschneiden, mit β, so wie jenen der mittlern Richtung des aus dem Rade austretenden Wassers mit dem äufsern Radumfange durch γ, die Gefällshöhe vom Oberwasserspiegel des Zuleitungscanales bis zur halben Höhe der Radcanäle, oder wenn das Rad im Wasser taucht, bis zum Unterwasserspiegel mit h, die Höhe der Schützenöffnung, d. i. die dem Schützenzuge entsprechende Höhe der Leitcurvencanäle mit d, so wie endlich die Höhe der Radcanäle mit d', so ist (nach der Entwicklung von *Redtenbacher* im oben angeführten Werke), wenn man Kürze halber

$$\frac{k'f}{kF} Sin\,\alpha - \frac{k'f}{F'} Sin\,\beta = a \quad \text{und} \quad \frac{k'f}{kF} Cos\,\alpha + \frac{k'f}{F'} Cos\,\beta = b$$

setzt, sofort der Effect dieser Turbine:

$$E = \gamma M h - \frac{\gamma M}{2g}\left[(b\,u - v')^2 + a^2 u^2\right] - \frac{\gamma M}{2g}(u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma) \ldots (1,$$

wobei das erste subtractive Glied den Effectverlust beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad und das zweite die Grölse der lebendigen Kraft bezeichnet, welche das Wasser beim Austritt aus dem Rade noch besitzt, und daher für die Wirkung des Rades ebenfalls verloren geht.

Aufserdem ist noch

$$\omega^2 = u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma \ldots (2,$$

$$M = kCF \quad \text{und} \quad C = \frac{k'f}{kF} u.$$

§. 410. Gröfster Nutzeffect. Die Gleichung 1) zeigt, dafs der Effect am gröfsten, und zwar der absoluten Wirkung des Wassers gleich würde, wenn es möglich wäre die beiden vorhin genannten subtractiven Glieder durch eine eigenthümliche Construction des Rades und dessen vortheilhafteste Geschwindigkeit auf Null zu reduciren, d. h. wenn es möglich wäre den Leitcurvenapparat so wie die Radschaufeln so zu construiren, dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt und in diesem durchaus keine plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen erleidet, so wie endlich (alles conform mit dem im §. 366 und §. 374 Bemerkten) das Rad ohne alle Geschwindigkeit, und zwar in einem Puncte verläfst, welcher nicht höher als der Unterwasserspiegel liegt. Obschon sich aber diese Bedingungen bei dieser Turbine (dem einzigen bekannten Rade, wo diefs möglich ist) theoretisch genommen erfüllen lassen, so ist dieses dennoch in der Wirklichkeit wieder unmöglich und man mufs sich daher auch hier begnügen diesem vollkommenen Zustande so nahe als möglich zu kommen.

Setzt man nun die zwei vorhin genannten Glieder gleich Null, so erhält man aus diesen beiden Bedingungsgleichungen mit Combinirung der übrigen Relationen für die vortheilhafteste Wirkung dieses Rades:

$$\gamma = 0, \quad v' = \sqrt{\left(gh \frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\; Cos\,\alpha}\right)} \ldots (3,$$

$$\frac{Sin\,\beta}{Sin\,\alpha} = \frac{F'}{kF}, \quad \frac{k'f}{kF} = \frac{r}{R}\,\frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)},$$

ferner:

$$C = \sqrt{\left(gh \frac{Sin\,\beta}{Cos\,\alpha\; Sin\,(\alpha+\beta)}\right)} \ldots (4,$$

$$t' = \frac{kn}{k'n'} \frac{r}{R} \frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)} t \;.\;.\;.\; (5$$

und $d = d'$; aufserdem ist noch allgemein: $v = \frac{R}{r} v'$.

Bei der practischen Ausführung dieser Turbine ist es am besten die vier Gröfsen R, r, α, β schicklich anzunehmen und damit aus den vier ersten der vorigen Gleichungen die Werthe von γ, v', $\frac{F'}{F}$ und $\frac{f}{F}$ zu bestimmen.

Nach den Versuchen und Beobachtungen von Professor *Redtenbacher* gewähren diese Turbinen den gröfsten Nutzeffect, wenn die Geschwindigkeit $v' = \cdot 707 \sqrt{\left(gh \frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\, Cos\,\alpha}\right)}$, oder wenn man nach dem Vorgange von *Fourneyron* $\beta = 90^0$ setzt, sofort $v' = \cdot 5 \sqrt{2gh}$ ist, so, dafs nämlich die Geschwindigkeit des innern Radumfanges nur halb so grofs als die der Gefällshöhe h zugehörige Geschwindigkeit ist. In der Praxis findet man diese vortheilhafteste Geschwindigkeit auch einfach dadurch, dafs man das Rad bei gänzlich aufgezogener Schütze leer (d. i. ohne dafs die Turbine einen Widerstand zu überwinden hat) umlaufen läfst, die Anzahl der Umläufe per Minute zählt, und von dieser Zahl die Hälfte nimmt.

Da übrigens bei den von *Fourneyron* erbauten Turbinen nahe $\alpha = 30^0$ und $\beta = 90^0$ ist, so hat man dafür aus der obigen Gleichung 4):

$$C = \cdot 816 \sqrt{2gh}.$$

§. 411. Bestimmungen der Hauptdimensionen dieser Turbine. Den innern Halbmesser r bestimmt man aus der Annahme, dafs es am zweckmäfsigsten sey, den innern horizontalen Querschnitt $r^2\pi$ der Wassermenge M proportional zu machen; da man nun den Beobachtungen zufolge als Mittelwerth $\frac{M}{r^2\pi} = 3\cdot 51$ setzen kann, so folgt daraus $r = \cdot 3 \sqrt{M}$. Nach dieser Regel erhalten also alle Turbinen für dieselbe Wassermenge auch den nämlichen innern Halbmesser.

Die Wahl der Winkel α und β betreffend, so zeigt die Erfahrung, dafs es am zweckmäfsigsten sey, beiläufig $\alpha = 30^0$ und (was *Fourneyron* immer thut) $\beta = 90^0$ zu setzen, obschon man (wie *Redtenbacher* richtig bemerkt) eine kleinere Kranzbreite und eine schwächere Krümmung der Radschaufeln erzielt, wenn man nur $\beta = 60^0$ nimmt.

Zur Bestimmung von R läfst sich nach den Beobachtungen gut ausgeführter Turbinen das Verhältnifs von $\frac{R}{r}$ nahe durch die Formel:

$$\frac{R}{r} = 1 + \cdot 0065 \frac{\beta}{\sqrt[3]{r}}$$

finden, wobei r in Fufsen und β in Gradmafs ausgedrückt wird. Für $\beta = 90^0$ wird daher $\frac{R}{r} = 1 + \frac{\cdot 585}{\sqrt[3]{r}}$; bei den von ***Fourneyron*** gebauten Turbinen ist gewöhnlich $\frac{R}{r} = 1 \cdot 38$ bis $1 \cdot 5$.

Was die Anzahl der Leitcurven betrifft, so mufs diese immer zwischen gewissen Grenzen gehalten werden, indem durch die Vergröfserung dieser Zahl zwar das Wasser um so sicherer und in dünneren Schichten durch die Canäle geleitet, dagegen aber auch die von jeder einzelnen Curvenkante entstehende Störung des Wassers in demselben Mafse öfter wiederholt wird. ***Fourneyron*** nimmt in der Regel 24 bis 30 solcher Leitcurven an, so dafs das Verhältnifs $\frac{a'}{l}$ zwischen der gröfsten Höhe der Schützenöffnung und der äufsern Weite der Canäle, wovon die Leitungsfähigkeit eines Leitcurvencanales abhängt, zwischen 3 und 4·5 liegt. Herr ***Redtenbacher*** stellt mit Zuhilfenahme dieser vorhandenen Constructionen die empirische Formel auf: $\frac{a'}{l} = 2\left(1 + \frac{r}{3 \cdot 16}\right)$, wobei wieder (was hier durchaus der Fall ist) r in Fufsen ausgedrückt werden mufs.

In Betreff der Anzahl der Radcurven, wofür ***Fourneyron*** in der Regel 30 bis 36 nimmt, je nachdem die Räder kleiner oder gröfser sind, so kann man, ebenfalls empirisch, diese Zahl durch die Formel:

$$n' = 1 \cdot 2\, n \, Sin \, \beta$$

bestimmen, so, dafs für $\beta = 90^0$ sofort $n' = 1 \cdot 2\, n$ wird.

Was die Krümmung der Leit- und Radcurven betrifft, so wählt man die erstere so, dafs die Canäle nach aufsen hin eine schwache Convergenz erhalten, was man in der Regel dadurch erreicht, dafs man die Leitcurven nach einem Kreisbogen vom Halbmesser $\frac{1}{2} r$ ausführt. Bei grofsen Turbinen kann man sich mit noch mehr Vortheil irgend einer stetigen Curve bedienen, deren Krümmung von innen nach aufsen allmälig abnimmt. Für den Winkel, unter welchem die Leitcurve den innern Kreis der Schütze schneidet, kann man $25 - \frac{h}{3 \cdot 16}$ Grad nehmen, wobei h wieder in Fufsen auszudrücken ist.

Für die Radcurven kann man, wenn $\beta < 90^0$ und z. B. 60 Grad ist, einen einzigen Kreisbogen nehmen, den man jedoch so wählen mufs, dafs die Radcurve den äufsern Radumfang unter einem sehr kleinen Winkel schneidet (es darf nämlich gegen die Theorie, ohne Nachtheil, wie es auch immer geschieht, der Winkel γ etwas gröfser als Null seyn). Ist der Winkel $\beta = 90^0$, so setzt man die Radcurven aus zwei Kreisbögen zusammen, von denen der äufsere mit einem doppelt so grofsen Halbmesser als der innere beschrieben wird, dabei ist die Entfernung des Punctes, in welchem sich diese beiden Kreisbögen tangirend verbinden, vom Mittelpuncte des Rades um $1 \cdot 3\, r$ zu nehmen.

Um die äufsere Weite der Radcanäle, als eine wesentliche Dimension, zu finden, verzeichnet man (Fig. 255) zwei unmittelbar auf einander folgende Radcurven von unbestimmter Länge, zieht in einem Abstande $a\,b = t'$, dessen Werth man aus der obigen Gleichung findet, zu $h\,a\,l$ einen concentrischen Kreisbogen bis zum Durchschnitte mit der folgenden Radcurve; so bestimmt dieser Durchschnitt den Endpunct y dieser Radcurve; werden hierauf alle übrigen Radcurven eben so lang wie diese gemacht, so erhalten die sämmtlichen Canäle die gehörige äufsere Weite t'.

Um ferner auch noch die Höhe d' der Radcanäle zu erhalten, hat man, wenn M die gröfste Wassermenge bezeichnet, welche auf das Rad wirken soll, sofort $d' = \frac{M}{n\,t\,k\,C}$, wobei man n und t aus der Zeichnung erhält, und k je nach der Form eines Leitcurvencanales anzunehmen ist; in der Regel kann man $k = \cdot 9$ bis 1 setzen, je nachdem $\alpha \lesseqgtr 24^0$ ist; k' dagegen kann immer mit $\cdot 9$ in die Rechnung genommen werden.

Um endlich auch noch die dem gröfsten Nutzeffecte entsprechende Umlaufszahl N der Turbine, welche man für die Ausmittlung der etwa nöthigen Transmission kennen mufs, zu bestimmen, wird man zuerst aus der obigen Gteichung 3 (des vorhergehenden Paragraphes) v' berechnen, und dann diese per Minute Statt findende Umlaufszahl N aus der Gleichung $N = 6 \cdot 75 \frac{v'}{r}$ finden.

Obschon es nicht unmöglich scheint, den Nutzeffect bei dieser Turbine bis auf 90 Procent zu bringen, so wird man doch gut thun, diesen im Voraus (selbst bei der gelungensten Ausführung) nicht höher als zu 75 Procent in Anschlag zu bringen, und daher wenn die auf das Rad wirkende Wassermenge M nach der in Pferdekräften $\mathfrak{N}$ ausgedrückten Leistung, welche das Rad besitzen soll, zu bestimmen ist, diese aus der Formel $M = \frac{10\,\mathfrak{N}}{h}$ zu berechnen, wobei $\mathfrak{N}$ zu $430^{\text{F. Pf.}}$ angenommen ist und M in Kubikfufs gefunden wird.

In den meisten Fällen wird man sich mit den nachstehenden, theilweise nur genäherten, jedoch einfacheren Formeln begnügen können: $M = \frac{10\,\mathfrak{N}}{h}$,

$r = \cdot 3\sqrt{M}$, $C = \cdot 8\sqrt{2gh}$, $d' = \frac{M}{n\,t\,C}$ und (in der Voraussetzung von $\alpha = 30$ und $\beta = 90^0$) $N = 4{\cdot}7\,\frac{\sqrt{2gh}}{r}$.

Beispiel. Es sey die Gefällshöhe $h = 6$ Fuſs und die per Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge $M = 40$ Kubikfuſs; so ist der innere Radhalbmesser $r = \cdot 3\sqrt{M} = 1{\cdot}9$ Fuſs. Die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus den Leitcurvencanälen $C = \cdot 8\sqrt{2gh} = 15{\cdot}4$ Fuſs. (Wäre nicht $\alpha = 30$, sondern z. B. $= 35^0$, so würde $C = 16{\cdot}4$ Fuſs.)

Nimmt man vorläufig die Anzahl der Leitcurven $n = 30$, die Blechdicke zu $\cdot 2$ Zoll an, so folgt aus der Zeichnung die Weite der Leitcurvencanäle $t = \cdot 156$ Fuſs $= 1{\cdot}87$ Zoll, und damit ist die Höhe des Rades $d' = \frac{M}{n\,t\,k\,C} = \cdot 55$ Fuſs $= 6{\cdot}6$ Zoll. Da nun bei dieser Annahme von $n = 30$ das Verhältniſs $\frac{d'}{t} = \frac{\cdot 55}{\cdot 156} = 3{\cdot}5$ sehr nahe dem Werthe $2\left(1 + \frac{r}{3{\cdot}16}\right) = 3{\cdot}2$ gleich ist, so kann (obige Anmerkung) diese vorläufig angenommene Zahl der Leitcurven sofort beibehalten werden.

Es ist ferner $R = 1{\cdot}473\,r = 2{\cdot}8$ Fuſs. Die Anzahl der Radcurven ist $n' = 1{\cdot}2\,n\,Sin\,\beta = 36$.

Ferner ist $t' = \frac{30}{26} \cdot \frac{1{\cdot}9}{2{\cdot}8} \cdot \frac{1{\cdot}56}{\cdot 866} = \cdot 14$ Fuſs $= 1{\cdot}68$ Zoll, so wie

$$N = \frac{4{\cdot}7\sqrt{2gh}}{r} = 47{\cdot}8,$$

wofür man die Zahl 48 nehmen wird.

Nach der Rechnung stellt sich der Nutzeffect dieser Turbine zu 90 Procent heraus.

Anmerkung. Auſser den beiden bisher behandelten Turbinen verdient noch jene von *Cadiat* eine besondere Erwähnung, bei welcher die Leitcurven weggelassen sind, dagegen aber auch schon nach der Theorie dabei das absolute Maximum der Wirkung nicht zu erreichen und der Nutzeffect jedenfalls geringer als bei der *Fourneyron*'schen Turbine ist. Es scheint, daſs man bei dieser Turbine, bei welcher es zwar möglich ist, das Wasser ohne Stoſs in das Rad treten zu lassen (während bei der *Fourneyron*'schen eine Störung entsteht, welche einen Effectverlust von beiläufig 10 Procent herbeiführt), dagegen aber die Geschwindigkeit des Wassers an dem äuſsern Ende fast doppelt so groſs als die äuſsere Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist, durchschnittlich nur auf einen Nutzeffect von 66 bis 70 Procent rechnen kann. Die *Cadiat*'sche Turbine hat mit der *Fourneyron*'schen den nicht unbedeutenden Vortheil gemein, daſs sie eben so wie diese ohne Nachtheil im Unterwasser tauchen kann, was besonders für kleine Gefällshöhen sehr vortheilhaft ist. Übrigens eignet sich die *Fourneyron*'sche Turbine am besten für ganz kleine und mittlere Gefällshöhen (bis ungefähr 35 à 40 Fuſs) und groſse Wassermengen, während die Schottische Turbine mehr bei grossen Gefällshöhen und kleinen Wasserquantitäten angezeigt ist. Bei sehr grofsen Gefällshöhen fällt nämlich die *Fourneyron*'sche Turbine sehr klein aus, und erhält daher eine bedeutende Rotationsgeschwindigkeit, wodurch die Transmission complicirter wird.

Ist die Wassermenge veränderlich, so hat die Schottische Turbine gegen die *Fourneyron*'sche, besonders wenn diese nicht durch horizontale Zwischenböden in mehrere Fächer (oder über einander liegende Radzellen) abgetheilt ist, wodurch es immer möglich wird, die Radcanäle der untern (beim kleinsten Wasserstande), der untern und nächst höhern (beim mittlern Wasserstande) u. s. w. Abtheilung voll zu erhalten, den Vorzug.

Schlüfslich kann noch bemerkt werden, dafs die Turbinen im Allgemeinen ein reineres Wasser (und darum die Schottische weniger als die *Fourneyron*'sche) als die übrigen Wasserräder zu ihrem ungehinderten Betriebe erfordern.

[Näheres, so wie auch eine Andeutung der *Jonval*'schen Turbine, findet man in dem oben angezogenen Werke von Professor *Redtenbacher*.]

Achtes Kapitel.

Von der Wassersäulenmaschine.

§. 412. Erklärung. Bei einer geringen Wassermenge, dagegen einem sehr bedeutenden Gefälle, welches öfters 20 Klafter und darüber beträgt, führt man das Wasser in Röhren, dem sogenannten Fallrohre *EF* (Fig. 257), in einen liegenden oder gewöhnlicher stehenden Cylinder, den Treibcylinder *AB*, in welchem sich ein Kolben (Piston) *b* luft- und wasserdicht auf und ab bewegen kann, durch eine eigene Vorrichtung, die sogenannte Steuerung, abwechselnd ober und unter diesen Kolben, wodurch derselbe in Folge des hydrostatischen Druckes der im Fallrohre befindlichen Wassersäule abwechselnd ab- und aufwärts getrieben und durch diese oscillirende Bewegung entweder unmittelbar (wie so häufig in Bergwerken) ein Pumpensatz betrieben, oder indem diese oscillirende Bewegung nach einer der in §. 301 angeführten Methode in eine rotirende verwandelt wird, zum Betriebe anderer Maschinen benützt werden kann.

Was die erwähnte Steuerung betrifft, so besteht diese entweder in Hähnen, welche durch die Maschine selbst zur rechten Zeit umgedreht (gesteuert) werden, oder wie bei den neuern Maschinen in kleineren Kolben *a*, *a'*, welche sich an einer gemeinschaftlichen Stange in einem kleinen Cylinder *CD* periodisch, und zwar ebenfalls durch den Gang der Maschine selbst bewirkt, auf und ab (oder wenn der Treibcylinder liegend angebracht ist, hin und her) bewegen. Bei der in der Zeichnung angenommenen Stellung dieser Kolbensteuerung tritt das Wasser eben aus dem Fallrohre EF durch die Öffnung r in den Treibcylinder unter den Kolben, welcher sich sonach aufwärts bewegt, während das vom vorhergegangenen Kolbenspiel über demselben befindliche Wasser durch die Öffnung s in den kleinen Steuercylinder CD, und von da durch den Ausguſs t ausflieſst. Hat der Kolben bei dieser seiner Bewegung nahe seinen höchsten Stand erreicht, so stöſst entweder eine an der Kolbenstange g in diesem Falle angebrachte Warze an einen mit der Stange der Steuerkolben verbundenen Hebel, und schiebt diese kleinen Kolben bis in die durch punctirte Linien angedeutete Stellung herab, oder es geschieht diese Bewegung der Steuerung zweckmäſsiger dadurch, daſs in diesem Momente, ebenfalls durch die Bewegung der Kolbenstange g, der doppelt durchbohrte Hahn e so gedreht wird, daſs das unter dem dritten Kolben d, welcher in diesem Falle noch an dieselbe Stange der beiden vorigen a, a' angebracht wird, befindliche Wasser durch das Rohr f und das Abzugsrohr z abflieſsen und dagegen das Wasser aus dem Fallrohre durch die Canäle oder Röhren l und m über den Kolben d treten kann. Sobald diese beiden Kolben a, a' diese erwähnte, durch punctirte Linien angezeigte Lage angenommen haben, ist der Zufluſs des Wassers aus dem Fallrohre und dem Schenkel p unter den Treibkolben b abgesperrt, dagegen mittelst des Schenkels q über diesen Kolben hergestellt, und dadurch die Bewegung des Treibkolbens b nach abwärts eingeleitet, wobei das unter demselben befindliche Wasser durch r, u, t entweicht; kurz bevor dieser Kolben seinen tiefsten Stand erreicht hat, wird in diesem letztern Falle der Hahn e wieder zurückgedreht, so daſs das über dem Kolben d befindliche Wasser durch m und z abflieſsen, dagegen aus dem Fallrohre durch q, l, f unter diesen Kolben d treten, und dadurch die beiden Steuerungskolben a, a' wieder auf die gezeichnete Stelle heben kann; wodurch sich die vorhin beschriebene Aufwärtsbewegung des Treibkolbens wiederholt.

Anmerkung 1. Der von dem berühmten *Reichenbach* bei seiner so schön und zweckmäſsig ausgeführten Wassersäulenmaschine angebrachte Kolbensteuerungsapparat ist aus der Zeichnung in Fig. 256 zu ersehen. Da diese Wassersäulenmaschine zum Heben der Salzsohlen bestimmt ist, so ist mit der Treibkolbenstange g am untern Ende zugleich der Druckkolben angebracht, welcher beim Niedergehen die ganze Salzsohle hinaufzudrücken und beim Aufwärtsgehen diese bloſs aus dem Sumpfe anzusaugen hat. Aus diesem Grunde sind zwei Treibkolben K und L, wovon der eine K einen weit gröſseren Durchmesser als der andere L hat, so mit einander verbunden, daſs die wirkende Wassersäule abwechselnd durch die Canäle t und v in den weitern und engern Raum des Treibcylinders eintritt und zum Niedergehen der Treibstangen auf den groſsen, dagegen zum Heben derselben bloſs auf den kleinern Kolben L wirkt; daſs dabei die beiden Räume K und L des Treibcylinders nur durch eine wasserdichte Stopfbüchse communiciren, durch welche die Kolbenstange geht, ist für sich klar, so wie auch, daſs der Treibkolben K in der gezeichneten Stellung eben niedergeht und sobald dessen Stange g mit der Warze ω an den um o drehbaren Hebel s stöſst, die Stange r mit den beiden kleinen Kolben e und i aufwärts geschoben, und dadurch das Wasser aus dem Fallrohr durch p und z unter den Kolben a geleitet wird, wodurch die 3 Steuerkolben a, b, c gehoben werden (s. die punctirten Linien) und das Wasser aus dem Fallrohr durch p und v unter den kleinern Treibkolben L zum Heben desselben (sammt jenem K) treten kann.

Anmerkung 2. Solche Maschinen, bei welchen das Wasser wie hier abwechselnd über und unter den Kolben geleitet wird, heiſsen doppelt wirkend, zum Unterschiede von den einfach wirkenden, bei welchen das Wasser (wie es fast durchgehends bei den ältern Maschinen, die in den Bergwerken zur Gewältigung der Grubenwässer benützt wurden, der Fall war) nur unter den Treibkolben geleitet wurde, um diesen sammt dem unmittelbar daran hängenden Pumpengestänge und der über dem Pumpenkolben stehenden Wassersäule zu heben, während das Zurück- oder Herabgehen des Treibkolbens lediglich durch sein und das Gewicht des Gestänges (welches man nöthigenfalls auch noch durch ein additionelles Gewicht vergröſsert) bewirkt wurde.

§. 413. Effect der Wassersäulenmaschine.

Rechnet man die wirksame Gefälls- oder Wassersäulenhöhe vom Oberwasserspiegel des Reservoirs bis zum mittlern Kolbenstande, d. i. bis zur halben Höhe des stehenden Cylinders AB (Fig. 257), oder bei einem liegenden Cylinder bis zur Achse desselben, und bezeichnet diese Höhe durch H, ferner den Querschnitt oder die Fläche des Treibkolbens b durch F, dessen mittlere Geschwindigkeit mit v; so ist, wenn z wieder die Wassersäulen- oder Widerstandshöhe zur Überwindung der verschiedenen Widerstände bezeichnet, welche das Wasser in den Zuteitungsröhren (wodurch der wirksame Druck auf den Treibkolben vermindert wird) erfährt, der wirksame Druck des Wassers gegen den Kolben, nach Gleichung m) §. 348, wenn dieser durch P bezeichnet wird:

$$P = \gamma F\left(H - \frac{v^2}{2g} - z\right),$$

wobei wieder, wenn der Wiener Fuſs zur Einheit genommen wird, $\gamma = 56{\cdot}5$ Pfund, das Gewicht eines Kubikfuſs Wassers bezeichnet.

Da man für diese mittlere Geschwindigkeit v die Bewegung des Kolbens als gleichförmig ansehen kann, so ist der Effect der Maschine $E = Pv$, oder wenn man das per Secunde verwendete Wasservolumen mit M bezeichnet, wodurch $Fv = M$ wird, auch:

$$1)\quad E = \gamma M\left(H - \frac{v^2}{2g} - z\right).$$

Diese Gleichung 1) läfst sich auch noch auf folgende Weise ableiten: Da die Wirkung oder Arbeit des Wassers per Secunde $= \gamma M(H - z)$ ist, wobei z die vorige Bedeutung hat, so ist, wenn die auf den Treibkolben reducirte zu überwindende Kraft $= P$ und die mittlere als gleichförmig anzusehende Geschwindigkeit desselben $= v$ ist, sofort:

$$\gamma M(H - z) = Pv + \frac{\gamma M v^2}{2g},$$

weil nicht blofs der Widerstand P überwunden, sondern auch die Wassermasse γM von der Geschwindigkeit Null auf jene v gebracht werden mufs (§. 185); daraus nun folgt der Nutzeffect:

$$Pv = E = \gamma M\left(H - z - \frac{v^2}{2g}\right)$$

wie zuvor.

§. **414.** Ist l die Länge und d der lichte Durchmesser der Zuleitungs- oder überhaupt aller Röhren (wozu also streng genommen auch die kurzen Communicationsröhren r, s, so wie der Treibcylinder selbst gehören), in welchen die Reibungs- oder Adhäsionswiderstände des Wassers zu berücksichtigen sind, so wie v' die Geschwindigkeit des Wassers in diesen Röhren, folglich (wegen $v' : v = D^2 : d^2$) $v' = \frac{D^2}{d^2} v$; so kann man für den vorliegenden Fall mit hinlänglicher Genauigkeit (§. 344, q'):

$$z = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{v'^2}{2g} = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \frac{v^2}{2g} \quad \ldots (a$$

setzen. Allein diese Widerstandshöhe z ist nicht die einzige, um welche die Druckhöhe H vermindert wird, denn es entsteht erstlich aus der Kolbenreibung eine ähnliche Widerstandshöhe z', wobei man im Durchschnitte:

$$z' = \cdot 03 \frac{H}{D} \quad \ldots (b$$

setzen kann; ferner wird man es durch keine Steuerungsmethode dahin bringen, dafs die Wassersäule im Einfallsrohre, deren Masse $m = \frac{1}{4}\gamma d^2 \pi l$ ist, nicht nach jedem Kolbenspiele zur Ruhe kommt, also bei jedem folgenden Kolbenspiele wieder von der Geschwindigkeit Null auf jene $v' = \frac{D^2}{d^2} v$ gebracht werden mufs. Ist nun s die Gröfse des Kolbenhubes, so ist die auf diesem Wege durch Beschleunigung der Masse erschöpfte Wirkung $= \frac{m v'^2}{2g}$ und die Höhe einer auf dem Kolben ruhenden Wassersäule, durch deren Bewegung dieselbe Wirkung während eines Kolbenspiels erschöpft wird:

$$z'' = \frac{D^2}{d^2} \frac{l}{s} \frac{v^2}{2g} \ldots (c.$$

Es würde also mit Rücksicht auf diese Widerstände, unter denen noch einige andere, wie z. B. die Reibung der Kolbenstange in der Stopfbüchse, der Widerstand der Steuerung u. s. w. nicht enthalten sind, der Effect

$$E = \gamma M \left[H - \left(\frac{v^2}{2g} + z + z' + z'' \right) \right] \ldots (2$$

seyn. Da nun der subtractive Theil dieses Ausdruckes mit v im quadratischen Verhältnifs abnimmt, so ist es vortheilhaft die Maschine sehr langsam arbeiten zu lassen; in der Regel nimmt man daher v nur von $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fufs per Secunde.

Der Nutzeffect beläuft sich bei den wirklich bestehenden Wassersäulenmaschinen im Durchschnitt von 50 bis 75 Procent.

Beispiel. Für eine zu Gebote stehende Wassermenge von 2 Kubikfufs per Secunde und einer (nach verticaler Richtung gezählter) Gefällshöhe von 350 Fufs hat man, wenn die gesammte Länge der Einfallsröhren 500 Fufs, ihr lichter Durchmesser 12 Zoll, der Durchmesser des Treibkolbens 2 Fufs und jeder Kolbengang 8 Fufs beträgt, sofort $M = 2$, $H = 350$, $\gamma = 56\frac{1}{2}$, $l = 500$, $d = 1$, $D = 2$, $s = 8$ und $v = \frac{M}{\frac{1}{4} D^2 \pi} = \cdot 6366$, wofür wir der gröfsern Einfachheit wegen $\cdot 64$ nehmen wollen. Nach den vorigen Formeln a, b, c ist, wegen $\frac{v^2}{2g} = \cdot 0066$, sofort $z = 1{\cdot}584$, $z' = 5{\cdot}25$ und $z'' = 1{\cdot}65$, folglich der subtractive Theil in der Formel 2) sofort $8{\cdot}484$, und daher:

$$E = 2 \times 56{\cdot}5\,(350 - 8{\cdot}484) = 38591^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe $89\frac{4}{5}$ Pferdekraft.

Da die absolute Wirkung des Gefälles $\mathfrak{E} = \gamma M H = 39550^{\text{F. Pf.}}$ beträgt, so ist $\frac{E}{\mathfrak{E}} = \cdot 976$; da aber der Erfahrung zu Folge der Nutzeffect höchstens auf 75 Procent steigt, so müssen, wenn die hier in Rechnung gebrachten Widerstände mit 4 Procent nicht zu gering angeschlagen sind, die übrigen hier nicht berücksichtigten Nebenhindernisse wenigstens 18 Procent betragen.

Neuntes Kapitel.

Von den Pumpen.

Einleitung.

§. **415. Erklärung.** Unter den Wasserpumpen, welche hier vorzugsweise gemeint sind, versteht man jene hydraulische Maschinen, mittelst welchen das Wasser aus einem tiefer liegenden auf einen höher gelegenen Punct gehoben wird; je nachdem dieses nun mittelst eines auf und ab gehenden Kolbens, oder eines im Kreise herumlaufenden Flügels oder Schiebers bewirkt wird, hat man vorzüglich (ohne Rücksicht auf die noch übrigen mannigfaltigen Modificationen) Kolben- und Rotationspumpen. Die Kolbenpumpen, welche uns hier vorgugsweise beschäftigen, werden je nach der verschiedenen Wirkungsweise in Saug-, Druck- und vereinigte Saug- und Druckpumpen eingetheilt.

Wie man sieht, so unterscheiden sich die Pumpen, so wie alle Wasserhebmaschinen, unter denen wir nur die Pumpen als die wichtigsten und nützlichsten herausheben, von den früher behandelten hydraulischen Maschinen wesentlich dadurch, daſs bei den vorigen das Wasser als die bewegende Kraft, hier aber als die zu bewegende Last erscheint.

Saug- und Hebepumpe.

§. **416. Wesentliche Bestandtheile einer Saugpumpe.** Dazu gehören ein cylindrisch ausgebohrtes und, bei sorgfältiger Ausführung, ausgeschliffenes Rohr A (Fig. 258), das sogenannte Kolbenrohr oder der Stiefel, in welchem ein nach seiner Achse durchbrochener Cylinder oder Kegel a, der sogenannte Kolben, luft- und wasserdicht auf und abbewegt werden kann. Dieser Kolben besitzt auf seiner obern Grundfläche entweder bloſs eine biegsame Lederscheibe, welche von der durch die Achse gehende Kolbenstange C zugleich in ihrem Mittelpuncte festgehalten wird, und sich rund herum vom Rande nach einwärts etwas aufbiegen läſst, oder zweckmäſsiger eine nach aufwärts sich öffnende Klappe oder ein Ventil n, das Kolbenventil, in welchem Falle die Kolbenstange mittelst eines Biegels c (Fig. 260) mit dem Kolben so verbunden wird, daſs sich dieses Ventil ungehindert öffnen und schlieſsen kann. Mit dem Stiefel A steht ferner in der Regel ein engeres und in das Unterwasser (den Sumpf) reichendes Rohr D, das Saugrohr, in Verbindung, welches durch das ebenfalls aufwärts sich öffnende Saugventil *m* (auch Boden- oder Stöckelventil genannt) mit dem Stiefel in Communication steht oder davon abgesperrt ist, je nachdem dieses Ventil (welches ein Kegel-, Kugel- oder Klappenventil seyn kann) geöffnet oder geschlossen ist. Endlich wird noch bei diesen Pumpen unmittelbar über dem Kolbenrohr das Ausgufsrohr *B* angebracht.

Die Saug- und Hebepumpe, bei welcher das Wasser auf eine gröfsere Höhe gehoben wird, unterscheidet sich von der eben beschriebenen nur dadurch, dafs bei der erstgenannten auf das Kolbenrohr noch ein kürzeres oder längeres Rohr, das Aufsatz- oder Steigrohr, aufgesetzt, und in diesem erst der Ausgufs angebracht wird.

Da man aus Gründen, welche sogleich angegeben werden sollen, das Saugrohr nicht leicht länger als etwa 25 Fufs machen darf, so wird eine einfache Saugpumpe das Wasser auch nur bis ungefähr auf diese Höhe oder gegen 5 Klafter heben können. Saug- und Hebepumpen, mittelst welchen das Wasser sofort auf jede beliebige Höhe gehoben werden kann, heifsen hohe Sätze, und in manchen Fällen (besonders in Bergwerken), wo diese Höhe von 40 bis 50 Klafter beträgt, auch Kunstsätze.

Läfst man bei einer solchen Pumpe das Saugrohr weg und stellt das Kolbenrohr selbst in das Unterwasser, so erhält man eine ganz einfache Hebepumpe.

Für die gewöhnlichen Hauspumpen (Brunnen) besteht der Kolben aus einem cylindrischen oder schwach conischen, in Öl ausgekochten Buchen- oder sonstigem harten Holze, welcher parallel mit seiner Achse mehrfach durchbohrt ist und ganz bequem in den Stiefel hineingeht, während die auf seiner obern Grundfläche aufliegende Filz- oder Lederscheibe desto fester hineinpafst, und dadurch wenigstens im Anfange eine bedeutende Reibung erzeugt. Besser ist es diesen Kern, welcher auch bei sorgfältigerer Ausführung zweckmäfsiger aus Metall hergestellt wird, mit einer Lederkappe, wie in Fig. 260 dargestellt ist (die Stulp- oder Kappenliederung), zu versehen, weil dadurch die nöthige wasserdichte Bewegung des Kolbens ohne eine so bedeutende Reibung erzielt wird.

In der neuesten Zeit hat der französische Mechaniker *Letestu* die Kolben sehr sinnreich und mit dem besten Erfolg dadurch hergestellt, dafs er in einen ziemlich langen metallenen Trichter oder hohlen Kegel *a b* (Fig. 261), dessen Mantelfläche siebartig durchbohrt, dagegen die untere oder kleinere Basis geschlossen ist, eine eben so conisch geschnittene Lederkappe *n*, die ganz leicht oder lose, ohne genäht zu seyn, über einander gelegt und unten durch die durch den Conus gehende und in eine Schraube auslaufende Kolbenstange *c* festgehalten wird, einlegt, und dadurch, dafs dieser lederne Conus über den metallenen wenigstens um einen Finger breit vorspringt, eine Sturzliederung, dadurch aber, dafs sich die blofs über-einander gelegten (und übergreifenden) Ränder leicht über einander schieben, zugleich auch das Kolbenventil bildet.

Was die Ventile im Allgemeinen betrifft, so wendet man aufser den bereits erwähnten Klappen- am häufigsten noch das Kegelventil (Fig. 261. *a*) an, welches aus einem metallenen, abgestutzten Kegel *a* besteht, welcher in einem hohlen Kegel, dem sogenannten Ventilsitz *b*, luftdicht eingeschliffen ist, und mit dem an der kleinern Basis befestigten Stiele *c* in dem im Ventilsitz angebrachten Steg *n* seine Führung findet.

Bei der eben erwähnten *Letestu*'schen Pumpe besteht das Saug- oder Bodenventil eben so einfach als zweckmäfsig aus einer siebartig durchlöcherten runden Metallplatte *A* (Fig. 261), auf welche eine kleinere, blofs die Löcher bedeckende biegsame Lederscheibe *d* im Mittelpuncte durch eine leicht los zu machende Mutterschraube *o* befestigt, und so dem in der Richtung der Pfeile aufsteigenden Wasser der Durchgang gestattet, dagegen in der entgegengesetzten Richtung versperrt wird.

§. 417. Wirkungsart der Saugpumpe. Da der mittlere Druck unserer Atmosphäre mit einer Quecksilbersäule (im Barometer) von nahe 28 Zoll oder einer Wassersäule von beinahe 32 Fufs im Gleichgewichte steht, so wird das in dem oben offenen Gefäfse *A* (Fig. 269) befindliche Wasser, sobald das oben geschlossene Rohr *ic* luftleer gemacht wird, in diesem über das Niveau von *ab* um 32 Fufs in die Höhe steigen, und sich dadurch mit dem Luftdrucke ins Gleichgewicht stellen. Wird daher bei der Saugpumpe (Fig. 258) der anfänglich ganz unten am Bodenventil *m* aufsitzende Kolben *a* in die Höhe gezogen, demnach im Stiefel *A* ein luftleerer (oder verdünnter) Raum erzeugt, so dringt die durch die Atmosphäre im Saugrohr *D* zusammengeprefste Luft durch das Saugventil *m* in diesen luftleeren Raum unter den Kolben, um bei dem darauf folgenden Niedergang desselben (wobei sich dieses Ventil schliefst und daher diese im Raume *A* befindliche Luft zusammengeprefst wird) durch das Kolbenventil *n*, welches sich dadurch öffnet, über den Kolben zu treten und zu entweichen. So wie aber die Luft im Saugrohr verdünnt wird, so tritt auch das Wasser, in Folge des atmosphärischen Druckes auf die Oberfläche *N*, in das Saugrohr ein, und darin immer höher hinauf, so, dafs nach einigen Kolbenzügen anstatt Luft nunmehr das Wasser selbst zuerst in den Stiefel und dann eben so durch das Ventil *m* über den Kolben tritt, wenn nämlich der höchste Kolbenstand die vorhin genannte Höhe von 32 Fufs über den Unterwasserspiegel *N* nicht übersteigt.

Obschon die mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehende Wassersäule nahe 32 Fufs hoch ist, so kann das Wasser bei den Pumpen durch die eben beschriebene Wirkungsweise (nämlich durch das sogenannte Ansaugen) diese Höhe doch niemals erreichen, weil erstens (schon wegen des sogenannten schädlichen Raumes zwischen dem Kolben- und Saugventil beim tiefsten Kolbenstand) niemals ein vollkommen luftleerer Raum erzeugt wird, und weil ferner durch den Druck der Atmosphäre (als wirkende Kraft) sowohl der Widerstand des Wassers in den Röhren überwunden, als auch die ruhende Wassermasse beschleunigt, und wenn man will, auch das Saugventil gehoben werden mufs; alle die diesen Widerständen entsprechenden Wassersäulenhöhen müssen daher von der erwähnten Höhe von 32 Fufs abgezogen werden, um jene Höhe zu erhalten, auf welche das Wasser angesaugt werden kann.

§. 418. Bestimmung der gröfsten Ansaughöhe. Ist $\mathfrak{H}$ die Höhe der mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehenden Wassersäule (also im Mittel nahe $= 32$ F.), s der Kolbenhub und e die Höhe des schädlichen Raumes, d. i. der lichte Abstand der beiden Ventile beim tiefsten Kolbenstande; so hat die innere Luft die Elasticität der äufsern, und wird durch die Wassersäule $\mathfrak{H}$ gemessen. Beim höchsten Kolbenstande hat sich diese Luft von der Höhe e auf jene $s + e$ ausgedehnt, wodurch (wie wir im folgenden Abschnitte sehen werden) die Elasticität in demselben Verhältnifs vermindert, und daher durch die Wassersäule $\frac{e}{s+e}\mathfrak{H}$ gemessen wird. Ist nun nach mehreren Kolbenzügen das Wasser im Saugrohr bis auf die gröfste Höhe h, die es erreichen kann, gestiegen, so besitzt die zwischen der Oberfläche dieser Wassersäule und dem Saugventil im Saugrohr befindliche Luft eine Elasticität, welche durch die Wassersäule $\mathfrak{H} - h$ gemessen wird, und da auch beim letzten Kolbenhub noch die im Stiefel befindliche Luft die vorhin ausgedrückte Elasticität besitzt (indem bei jedem Kolbenniedergang die zurückgebliebene Luft zwischen den beiden Ventilen immer wieder bis auf die Dichte und Elasticität der äufsern zusammengedrückt wird), und diese, wenn das Gleichgewicht eingetreten ist, jener der noch im Saugrohr befindlichen Luft gleich seyn mufs, so hat man $\mathfrak{H} - h = \frac{e}{s+e}\mathfrak{H}$, und daraus:

$$h = \mathfrak{H}\left(1 - \frac{e}{s+e}\right) = \frac{\mathfrak{H}}{1 + \frac{e}{s}} \;\ldots\; (\mathrm{r}$$

Ist z. B. $e = \frac{1}{3}s$, so ist diese Ansaughöhe $h = \frac{3}{4}\mathfrak{H} = 24$ F.

§. 419. Betriebskraft der Saug- und Hebepumpen. Ist h die verticale Höhe vom Unterwasserspiegel bis zum

Ausgufsrohr, x die Höhe des Kolbens, bei einem beliebigen Stande desselben über diesem Unterwasserspiegel und wieder $\mathfrak{H}$ die Höhe der mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehenden Wassersäule; so ist, wenn das Wasser bereits bis zum Ausgufsrohr gestiegen ist und, wie es immer seyn soll und vorausgesetzt werden mufs, das angesogene Wasser unmittelbar dem Kolben nachdringt und an diesen ansteht, die Höhe der auf dem Kolben ruhenden Wassersäule $= \mathfrak{H} + h - x$, dagegen die Höhe der Wassersäule, welche auf den Kolben von unten nach oben drückt $= \mathfrak{H} - x$, so dafs also noch von oben nach unten auf den Kolben eine Wassersäule drückt von der Höhe $\mathfrak{H} + h - x - (\mathfrak{H} - x) = h$, d. h. *es ruht während des ganzen Kolbenspiels immerfort eine Wassersäule auf der Kolbenfläche, welche der Höhe h, auf die das Wasser gehoben werden soll, gleich ist.*

Ist daher die in Quadratfufs ausgedrückte Kolbenfläche $= F$, die Höhe, auf welche das Wasser gehoben werden soll, in Fufsen $= h$, so wie das Gewicht von 1 Kubikfufs desselben wieder $= \gamma$; so ist die zum Aufziehen des Kolbens (ohne alle sonstigen Gewichte und Nebenhindernisse) erforderliche Kraft $P = \gamma F h$, und zwar in Pfunden, wenn γ in derselben Einheit ausgedrückt wird.

Aufser dieser *statischen* Belastung der Pumpe kommt noch die sogenannte *dynamische* hinzu, welche 1) in der Kolbenreibung, 2) der Adhäsion des Wassers in den Röhren, 3) in der Trägheit der immer von neuem zu bewegenden Wassersäule, und 4) in der Contraction des Wassers beim Durchgange durch die verschiedenen Öffnungen, so wie in dem Gewichte der Ventile, des Kolbens u. s. w. besteht. Im grofsen Durchschnitte kann man, da die Kolbengeschwindigkeit niemals bedeutend ist und immer innerhalb gewisser Grenzen bleiben mufs, den dynamischen Widerstand zu 10 bis 20 Procent des statischen annehmen, und sonach 1) $P = 1\frac{1}{10}\gamma P h$, oder bei minder vortheilhafter Ausführung 2) $P = 1\frac{1}{5} P h$ setzen.

Beim Niedergehen des Kolbens ist blofs die Kolbenreibung, welche bei einer zweckmäfsigen Liederung immer nur geringe ist, und jener Widerstand zu überwinden, welcher beim Durchdrängen des Wassers durch das Kolbenventil entsteht; dabei wirkt jedoch das Gewicht des Kolbens und Gestänges (mit Abschlag des Gewichtsverlustes im Wasser) zu Gunsten. Jedenfalls geht man sicher und rechnet für die zum Niederdrücken nöthige Kraft P' eher zu viel, wenn man diese dem vorhin erwähnten dynamischen Widerstande gleich, also:

$P' = \frac{1}{10}\gamma F h$, oder bei minder guter Ausführung $P' = \frac{1}{5}\gamma F h$ setzt.

§. **420.** Die oben angeführten Widerstände, welche zusammen den dynamischen Widerstand ausmachen, werden am eiufachsten dadurch in Rechnung gebracht, dafs man sich für jeden einzelnen eine Wassersäule von solcher Höhe auf dem Kolben ruhend denkt, dafs zu ihrer Aufwärtsbewegung dieselbe Arbeit oder Wirkung wie zur Überwindung dieses betreffenden Widerstandes erforderlich ist. Bezeichnet man nun diese Wassersäulen- oder Widerstandshöhen der Reihe nach, wie sie vorhin aufgezählt wurden, mit h', h'', h''' und h^{IV}; so hat man für die erste oder Kolbenreibung Folgendes zu bemerken.

Bei einer Kappenliederung, die ihrer Zweckmäfsigkeit wegen immer angewendet werden sollte, und daher hier vorausgesetzt wird, beträgt die reibende Fläche, wenn die Höhe des (immer nur ganz schmalen) Lederringes, in so weit diese dabei in Betracht kommt, $= b$ und der Durchmesser des Kolbens $= D$ ist, sofort $b D \pi$; davon wird jede Flächeneinheit mit der Kraft (§. 310) γh gegen die innere Wend des Kolbenrohrs angeprefst, so, dafs wenn f den betreffenden Reibungscoefficienten bezeichnet, sofort die zur Überwindung der Reibung nöthige Kraft $p = f b D \pi . \gamma h$ ist.

Soll nun aber das Heben einer über der Kolbenfläche $F = \frac{1}{4} D^2 \pi$ stehenden Wassersäule von der Höhe h' dieselbe Kraft erfordern, so mufs $\frac{1}{4}\gamma h' D^2 \pi = \gamma f D b h \pi$, also $h' = 4 f b \frac{h}{D}$, oder wenn man den unbestimmten Erfahrungscoefficienten $4 f b = k$ setzt, auch $h' = k \frac{h}{D}$ seyn.

Mehreren Versuchen zufolge kann man für gut polirte metallene Stiefel $k = \cdot 03$, für blofs gebohrte $k = \cdot 06$, für gut gebohrte hölzerne Stiefel $k = \cdot 1$, und für schlechte $k = \cdot 2$ setzen.

§. **421.** Ist ferner l die Länge und d der lichte Durchmesser des Saug-, so wie L die Länge und D der Durchmesser des Kolbenrohrs, c die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens, folglich (wegen $c : c' = f : F = \frac{1}{4} d^2 \pi : \frac{1}{4} D^2 \pi$) $c' = \frac{D^2}{d^2} c$ jene des Wassers im Saugrohr; so ist nach §. 344 die Widerstandshöhe für die Adhäsion des Wassers im Kolbenrohr $= \cdot 03 \frac{L}{D} \frac{c^2}{2g}$, und für jene im Saugrohr

$= \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{c'^2}{2g} = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \frac{c^2}{2g}$, also für beide zusammen:

$$h'' = \cdot 03 \frac{c^2}{2g} \left(\frac{L}{D} + \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \right).$$

Zur Beschleunigung der Wassermasse $M = \gamma f l$ im Saugrohr, wenn die Querschnittsfläche $\frac{1}{4} d^2 \pi = f$ gesetzt wird, von Null auf c' während eines Kolbenhubes $= s$, ist (§. 185) eine Arbeit

$$= M \frac{c'^2}{2g} = \gamma f l \frac{D^4}{d^4} \frac{c^2}{2g},$$

und eben so für die Masse $\gamma L F$ im Kolbenrohr die Arbeit $= \gamma L F \frac{c^2}{2g}$ nöthig. Zur Bewegung der äquivalenten Wassersäule $\gamma F h'''$ dagegen wird die Arbeit $\gamma F h''' s$ erfordert, so, dafs durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit der Summe der beiden unmittelbar vorhergehenden sofort $h''' = \left(L + l \frac{D^2}{d^2} \right) \frac{c^2}{2gs}$ gefunden wird.

In allen jenen Fällen jedoch, in welchen der Kolben am Ende des Hubes dieselbe Geschwindigkeit wie am Anfange desselben hat, und die erlangte Geschwindigkeit dabei nur allmälig verliert, wird zur Beschleunigung der Massen (§. 187) keine Arbeit absorbirt, folglich fällt diese Widerstandshöhe h''' überall dort, wo eine Pumpe durch leblose Motoren und mittelst Krummzapfen betrieben wird, aus der Rechnung heraus.

§. 422. Was endlich die letzte, aus der Contraction entstehende Widerstandshöhe betrifft, so ist diese die unbedeutendste, wenn man dafür sorgt, dafs sich das Saugrohr am untern Ende, wo es im Sumpfe steht, etwas erweitert und die Öffnung des Saug- oder Stöckelventils nicht zu klein ist. Ist allgemein n der Contractionscoefficient für das in das Saugrohr eintretende Wasser, so ist die der Beschleunigung des Wassers entsprechende Widerstandshöhe, welche aus der Contraction entspringt, $= \left(\frac{c'}{n} \right)^2 : 2g = \frac{c^2}{2g n^2} \frac{D^4}{d^4}$ (weil das Wasser von der Geschwindigkeit Null auf jene $\frac{c'}{n}$ gebracht werden mufs).

Ist ferner f der Querschnitt des Saugrohrs und f' die Öffnung des Saugventils, so wie m der entsprechende Contractionscoefficient, so mufs das Wasser beim Durchgange durch diese Öffnung von der Geschwindigkeit c' auf jene $\frac{c' f}{m f'}$ gebracht werden, wozu (§. 346) eine Druckhöhe $= \frac{c^2}{2g} \frac{D^4}{d^4} \left[\frac{d^4 \pi^2}{16 m^2 f'^2} - 1 \right]$ nöthig ist; diese Widerstandshöhe mit der vorigen vereinigt, gibt daher:

$$h^{\text{IV}} = \frac{c^2}{2g}\left[\frac{D^4}{d^4}\left(\frac{1}{n^2} - 1\right) + \frac{D^4 \pi^2}{16 m^2 f'^2}\right].$$

Für den besondern Fall von $f' = f$ wird einfacher:

$$h^{\text{IV}} = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{D^4}{d^4}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{m^2} - 1\right).$$

§. **423.** Zur Überwindung aller dieser Widerstände ist daher beim Aufziehen des Kolbens, wenn G das Gewicht desselben sammt Gestänge (mit Rücksicht auf den Gewichtsverlust im Wasser) bezeichnet, eine Kraft

$$P = \gamma F (h + h' + h'' + h''' + h^{\text{IV}}) + G$$

nothwendig.

§. **424.** Um ferner auch die zum Niederdrücken des Kolbens nöthige Kraft P' zu finden, sey f der Querschnitt der Kolbenventilöffnung und m wieder der Contractionscoefficient, so muſs sich das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $\frac{c F}{m f}$ durch diese Öffnung durchdrängen, wozu eine Widerstandshöhe $\mathfrak{H} = \frac{c^2}{2g} \frac{F^2}{m^2 f^2} = \frac{c^2}{2g} \frac{D^4}{m^2 d^4}$ nothwendig ist, so, daſs also $P' = \gamma F \mathfrak{H} - G$ ist; dabei ist die bei einer guten Kappenliederung ohnehin nur unerhebliche Kolbenreibung unberücksichtigt gelassen.

Da nun immer $P > P'$ ist, so gleicht man, wenn nicht etwa zwei Pumpen mittelst eines Balancier in der Art betrieben werden, daſs der eine Kolben steigt während der andere hinabgeht, diesen ungleichen Widerstand durch ein Gegengewicht aus.

Beispiel. Soll z. B. das Wasser auf eine Höhe von 5 Klafter mittelst einer solchen Saug- und Hebepumpe gehoben werden, bei welcher das Saugrohr 20 Fuſs lang und 6 Zoll weit, das Kolbenrohr 10 Fuſs lang und 9 Zoll weit ist, der Kolbenhub 3 Fuſs und die Hubzeit 6 Secunden, so wie das Gewicht des Kolbens sammt Gestänge (im obigen Sinne) 30 Pfund beträgt; so hat man $h = 30$, $l = 20$, $L = 10$, $d = \frac{1}{2}$, $D = \frac{3}{4}$, $s = 3$, $c = \frac{s}{t} = \frac{1}{2}$ und $G = 30$. Setzt man die sämmtlichen Contractionscoefficienten $= {\cdot}8$, den Coefficienten für die Kolbenreibung $k = {\cdot}06$ und den Durchmesser der beiden Ventilöffnungen (wie es seyn soll) ebenfalls $= d = \frac{1}{2}$; so findet man ganz einfach für die obigen Widerstandshöhen $h' = 2{\cdot}4$, $h'' = {\cdot}026$, $h''' = {\cdot}074$ und (für den besondern Fall von $f' = f$) $h^{\text{IV}} = {\cdot}0433$, folglich ist ihre Summe $= 2{\cdot}543$ Fuſs, und diese Widerstandshöhe beträgt von der zu hebenden Wassersäule den 11·8ten Theil oder nahe $8^3/_5$ Procent, und eben so viel beträgt demnach auch der dynamische von dem statischen Widerstand.

Es ist also $P = 56{\cdot}5 \times {\cdot}442 \times 32{\cdot}563 + 30 = 842{\cdot}7$ Pfund.

Will man noch die Hraft p hinzurechnen, welche zur Hebung des Saugventils nöthig ist, so wäre, wenn q dessen Gewicht ist, $p = q\,\frac{D^2}{d^2}$, im vorliegenden Beispiele also $= \frac{9}{4}q$, und wenn das Ventil 1 Pfund wiegt, so ist $p = 2\frac{1}{4}$ Pf.

Ferner ist für den Niedergang des Kolbens, wegen $\mathfrak{H} = {\cdot}032$ F., sofort $P' = 56{\cdot}5 \times {\cdot}442 \times {\cdot}032 - 30 = -29{\cdot}2$ Pfund, oder wenn auch für das Öffnen des Kolbenventils $2\frac{1}{4}$ Pfund nöthig wären, sofort $P' = -26{\cdot}95$ Pf., d. h. der Kolben würde durch die eigene Schwere mit einer Kraft von nahe 27 Pf. herabgetrieben, welches Übergewicht bei gehöriger Ausgleichung für die zu hebende Kraft benützt werden kann. Für den Fall, dafs die Widerstandshöhe h''' ausgelassen werden kann, fällt P um 1·8 Pfund geringer aus, was übrigens hier keine Berücksichtigung verdient.

§. 425. Die zu einer Auf- und Abbewegung des Kolbens nöthige Wirkung oder Arbeit ist, wenn s die Gröfse des Kolbenhubes und t die Zeit für einen Auf- oder Niedergang des Kolbens bezeichnet, sofort $W = Ps + P's = (P + P')s$, also die Arbeit per Secunde:

$$E = \frac{W}{2t} = (P + P')\frac{s}{2t} = \frac{c}{2}(P + P').$$

Im vorigen Beispiele ist $E = 204^{\text{F. Pf.}}$, während ohne die sogenannten dynamischen Hindernisse $E' = 187^{\text{F. Pf.}}$ seyn würde, so, dafs also E um $8^1/_2$ Procent gröfser als E' ist.

Was ferner die L e i s t u n g dieser Pumpe betrifft, so werden binnen 12 Secunden (die Zeit für einen Auf- und Niedergang des Kolbens) $\frac{4}{5}Fs = \frac{4}{5} \times {\cdot}442 \times 3 = 1{\cdot}06$ Kubikfufs, d. i. 60 Pfund Wasser auf eine Höhe von 30 Fufs gehoben; diefs gibt einen Nutzeffect per Secunde von $e = \frac{60 \times 30}{12} = 150^{\text{F. Pf.}}$; es ist daher $\frac{e}{E} = \frac{150}{203} = {\cdot}74$ oder der Nutzeffect beträgt 74 Procent.

Bei gewöhnlichen Pumpen mit hölzernem Stiefel und unzweckmäfsiger Kolbenliederung steigt der Nutzeffect selten über 60 Procent.

A n m e r k u n g 1. Bei Beurtheilung des Nutzeffectes einer Wasserpumpe darf man übrigens nicht vergessen, dafs die auf jeden Kolbenhub, nämlich die während der Zeit von $2t$ Secunden geförderte Wassermenge keinesweges der theoretischen $M = Fs$ gleich kommt, sondern durch den Verlust, welcher durch das Zurücktreten des Wassers durch das Ventil und die Liederung Statt findet und von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{5}$ beträgt, auf $\frac{11}{12}$ bis $\frac{4}{5}M$ reducirt wird.

A n m e r k u n g 2. Da das Wasser der vorhandenen Hindernisse wegen nur mit einer gewissen Geschwindigkeit dem Kolben nachdringen kann, so läſst es sich gar wohl denken (wenn es auch nicht leicht vorkommen wird), daſs der Kolben so schnell aufwärts bewegt (vom Wasser losgerissen) wird, daſs das Wasser dem Kolben nicht schnell genug folgen, und daher auch gegen diesen keinen Druck ausüben kann; in diesem Falle ist nicht bloſs, wie oben (§. 419) erörtert, die auf dem Kolben ruhende Wassersäule von der Höhe h, sondern von der viel bedeutenderen $h' + H$, wo h' die im §. 420 angegebene Bedeutung hat.

Im obigen Beispiele würde sich (siehe die von uns gelieferte Abhandlung über »Pumpen« in *Prechtl's* technologischer Encyclopädie, Bd. 11, S. 249) der Kolben schon bei einer Geschwindigkeit von 5 Fuſs vom nachdringenden Wasser losreissen.

Druckpumpen.

§. 426. Erklärung. Die Druckpumpe besteht aus dem Stiefel oder Kolbenrohr A (Fig. 263), in welchem sich ein massiver (nicht durchbrochener) Kolben a luftdicht auf und ab bewegt, dem Knie- oder Gurgelrohr B, welches den Stiefel mit dem Steigrohr C verbindet, so wie endlich dem Saug- oder Stiefelventil m und dem Gurgelventil n.

Beim Aufziehen des Kolbens dringt das Wasser durch das Ventil m (und zwar hier ohne den Luftdruck, durch das eigene Gewicht des Wassers) in den Stiefel ein und wird beim Niedergehen des Kolbens, wobei sich das Ventil m schlieſst, während sich jenes n öffnet, in das Steigrohr getrieben, in welchem es durch die wiederholte Kolbenbewegung auf jede beliebige Höhe gehoben oder hinaufgedrückt werden kann. Auch hier wird das Kolbenrohr (wie bei der Saugpumpe das Saugrohr) nach unten etwas erweitert und siebartig durchlöchert, um das Eindringen von Schlamm und sonstigen Unreinigkeiten zu verhindern.

§. 427. Kolben und Ventile. Der Kolben einer Druckpumpe besteht entweder wie in a (Fig. 262) aus mehreren über einander gelegten Leder- oder Filzscheiben, welche mittelst zweier Metallplatten und einer durch die Achse gehenden Mutterschraube zusammengepreſst und festgehalten werden; oder besser, wie die Kolben bei Dampfmaschinen, aus zwei metallenen, gegen einander zu schraubenden Platten (wie in b, Fig. 262), zwischen welchen eine Packung von Hanf oder aufgedrehten Seilen eingelegt wird; oder auch (wie in c der erwähnten Fig. 262) aus einem doppelten Lederstulp (doppelte Kappenliederung), so wie auch endlich aus einem ganz einfachen, sehr genau in das Kolbenrohr eingeschliffenen Metallcylinder (Metallkolben). Sehr häufig wird auch der *Bramah*'sche Kolben, d. i. ein längerer massiver oder hohler Cylinder m (Fig. 264) von etwas kleinerem Durchmesser als das Kolbenrohr (in Lichten) hat angewendet, wobei die Liederung, wie in d angezeigt, im Kolbenrohr selbst (wie z. B. bei dem Kolben der hydrostatischen Presse, §. 307) angebracht ist, oder welcher wie bei z durch eine gewöhnliche Stopfbüchse k geht.

Aufser dem schon bei der Saugpumpe erwähnten Kegelventil oder jenem in Fig. 265 dargestellten, wendet man auch das Kugelventil, nämlich eine metallene Kugel an, welche in dem, ein hohles Kugelsegment bildenden Ventilsitz genau eingeschliffen ist.

Anmerkung. Bei der Bestimmung der Gröfse und Hubhöhe eines, z. B. des Kegelventils, geht man von der Ansicht aus, dafs die Ausflufsöffnung dem Querschnitt der Röhre gleich seyn soll, aus welcher das Wasser eindringt; ist daher d der innere Durchmesser des Rohres, also auch des Ventils, b die Hubhöhe des letztern, so soll $\frac{1}{4} d^2 \pi = b\, d\, \pi$, demnach $b = \frac{1}{4} d$ seyn. Da ferner das Wasser auch zwischen dem Umfang des Ventils und der Wand der Röhre, in welche das Wasser übertritt, seinen ungehinderten Durchgang finden soll, so mufs, wenn D der lichte Durchmesser dieser Röhre und δ jener der gröfseren Basis des Ventils ist, sofort $\frac{1}{4}(D^2 - \delta^2)\pi = \frac{1}{4} d^2 \pi$, also $D = \sqrt{(d^2 + \delta^2)}$ seyn; wäre $\delta = d$, so müfste also:

$$D = d\sqrt{2} = 1{\cdot}4\, d$$

seyn.

§. 428. Nöthige Betriebskraft. Sind D, F, L der Durchmesser, innere Querschnitt und die Länge des Kolbenrohrs, d, f, l dieselben Gröfsen für das Steigrohr, ist ferner h die Höhe der zu hebenden Wassersäule, vom mittleren Kolbenstand an gerechnet, s die Höhe eines Kolbenhubes und c dessen mittlere Geschwindigkeit; so findet man auf dieselbe Art, wie in den §§. 420 bis 424, dafs der Kolben beim Niedergange, wo er die Wassersäule h zu heben oder hinaufzudrücken, und aufserdem die Widerstandshöhen h', h'', h''' und h^{IV} für die Kolbenreibung, Adhäsion, Beschleunigung und Contraction des Wassers zu überwinden hat, eine Kraft

$$P = \gamma F (h + h' + h'' + h''' + h^{\text{IV}}) - G \;.\;.\;.\; (1$$

erfordert, wenn wieder G das geltende Gewicht des Kolbens sammt Stange ist; dagegen zum Aufziehen des Kolbens eine Kraft

$$P' = \gamma F (\tfrac{1}{2} s + h'_1) + G$$

nothwendig ist, wobei h'_1 die Widerstandshöhe für die Kolbenreibung bezeichnet und jedenfalls bedeutend kleiner als h' ist.

Nach §. 420 ist $h' = k \frac{h}{D}$, wobei nach Umständen $k = {\cdot}03$ bis ${\cdot}1$ zu setzen ist; ferner ist, wenn man die Adhäsion und Beschleunigung des Wassers im Kolbenrohr, als hier zu unbedeutend vernachläfsigt, $h'' = \cdot 03 \frac{c^2}{2g} \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4}$, $h''' = \frac{c^2}{2gs} l \frac{D^2}{d^2}$ und, wenn man die Ventilöffnungen ebenfalls $= f$ und die Contractionscoefficienten einander gleich annimmt und $= n$ setzt,

$$h^{\text{IV}} = \frac{c^2}{2g} \frac{D^4}{d^4} \left(\frac{2}{n^2} - 1\right),$$

dabei kann n von ·8 bis ·95 angenommen werden.

Aufser diesen, mit den bei Saug- und Hebepumpen vorkommenden analogen Widerständen, kommt hier noch einer zu berücksichtigen, welcher unter gewissen Umständen sehr beträchtlich seyn kann; da nämlich das Steig- oder Gurgelventil, es mag ein Kegel- oder Klappenventil seyn, gegen die zu hebende Wassersäule im Steigrohre hin eine etwas gröfsere Fläche als gegen die Seite des Druckkolbens besitzt, so entspringt aus diesem Flächenunterschiede eine neue Widerstandshöhe. Ist nämlich, bei Voraussetzung eines Kegelventils, f dessen kleinere, d. i. die Fläche der Ventilöffnung, und f' die gröfsere Fläche, auf welcher (mit nur unbedeutendem Abzug) die Wassersäule h ruht, so ist der Druck von dieser Seite her auf das Ventil $= \gamma f' h$, während er von der entgegengesetzten, d. i. von der Seite des Kolbens her, wenn h_1 die Höhe der Wassersäule ist, durch deren Druck auf die Fläche f die Wassersäule h gehoben wird, sofort $= \gamma f h_1$ ist; es mufs daher $\gamma f' h = \gamma f h_1$ oder $h_1 = \frac{f'}{f} h$ seyn. Wäre nun $f' = f$, so wäre auch $h_1 = h$, d. h. es wäre (ohne Rücksicht auf das hier verschwindende Ventilgewicht) blofs die Wassersäule im Steigrohre zu heben, was bereits berücksichtigt ist; allein die Differenz $h_1 - h = h\left(\frac{f'}{f} - 1\right)$ gibt die neue Widerstandshöhe h^{V}, welche also, wenn d der Durchmesser der Öffnung oder kleinern und δ jener der gröfsern Ventilfläche bezeichnet, den Werth erhält: $h^{\text{V}} = h\left(\frac{\delta^2}{d^2} - 1\right)$.

Eine ganz ähnliche Rechnung gilt für das Klappenventil, und es ist, wenn a der Abstand des Mittelpunctes des Druckes (§. 312) von dem Scharnier des Ventils und b der Abstand des Mittelpunctes der Öffnung von dieser Drehungsaxe ist, sofort $h^{\text{V}} = h\left(\frac{f'}{f} \frac{a}{b} - 1\right)$, weil die statischen Momente $\gamma f' h b$ und $\gamma f h_1 a$ einander gleich seyn müssen.

Beispiel. Soll z. B. das Wasser durch eine 200 Klafter lange und 3 Zoll weite Röhrenleitung auf eine Höhe von 25 Klafter mittelst eines einfachen Druckwerkes gehoben werden, bei welchem das Kolbenrohr 9 Zoll weit ist, der Kolbenhub 30 Zoll und die Zeit dafür 5 Secunden beträgt; so hat man, wenn das Gewicht des Kolbens sammt Gestänge mit 150 Pfund, der Reibungscoefficient k mit ·06, der Contractionscoefficient n mit ·8 und h'_1 mit 1 Fufs in Rechnung zu bringen ist, wegen $D = \frac{3}{4}$, $F = \cdot 442$, $s = 2\frac{1}{2}$, $l = 1200$,

$d = \frac{1}{4}$, $h = 150$, $G = 150$ und $c = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot 5}{5} = \cdot 5$ sofort $h' = 12$, $h'' = 47 \cdot 03$, $h''' = 17 \cdot 42$ und $h^{\text{IV}} = \cdot 69$; springt endlich das Steigventil um $\frac{1}{10}$ Zoll über den Rand der 3 Zoll weiten Ventilöffnung rund herum vor, so ist wegen $\delta = 3 \cdot 2$ und $d = 3$ noch $h^{\text{V}} = \cdot 138\, h = 20 \cdot 7$.

Die Summe aller dieser Widerstandshöhen beträgt sonach 97·84 Fuſs, folglich von der Förderungshöhe per 150 Fuſs (hier wegen der langen und engen Röhrenleitung) nicht weniger als $65\,{}^{1}/_{5}$ Procent.

Nach der obigen Formel 1) wird also zum Niederdrücken des Kolbens eine Kraft von $P = \cdot 442 \times 56 \cdot 5\,(150 + 97 \cdot 84) - 150 = 6039$ Pfund erfordert.

Ferner ist bei der erwähnten Annahme von $h'_1 = 1$ Fuſs (was von der Art der Kolbenliederung abhängt) die zum Heben des Kolbens nöthige Kraft $P' = \cdot 442 \times 56 \cdot 5\,(\frac{5}{4} + 1) + 150 = 206$ Pfund.

Sollte die Kraft zum Heben des Kolbens jener zum Niederdrücken gleich werden, so müſste man mit der Kolbenstange noch ein Gegengewicht von $\frac{1}{2}\,(6039 - 206) = 2916\frac{1}{2}$ Pfund verbinden, wodurch dann $P = P' = 3122\frac{1}{2}$ Pfund würde. Weit zweckmäſsiger wäre es jedoch, entweder eine doppelt wirkende Druckpumpe zu verwenden oder an einen gemeinschaftlichen Balancier wieder zwei Pumpen- oder Kolbenstangen so einzuhängen, daſs sie das Wasser abwechselnd in ein gemeinschaftliches Steigrohr treiben, weil dann auſser der entstehenden Gleichförmigkeit in der Betriebskraft auch die Wassersäule im Steigrohr fortwährend in Bewegung bleibt.

Die zum Betriebe dieser Pumpe nöthige Wirkung ist zusammen für einen Auf- und Niedergang des Kolbens oder für 10 Secunden $W = (P + P')\,s$, folglich der Effect für 1 Secunde $E = (6039 + 206)\,\frac{5}{20} = 1561\frac{1}{4}^{\text{F. Pf.}}$ oder etwas über $3\frac{1}{2}$ Pferdekräfte. Die in je 10 Secunden gehobene theoretische Wassermenge ist $M = \cdot 442 \times \frac{5}{2} = 1 \cdot 105$, also die wirkliche in dieser Zeit $m = \frac{4}{5} \times 1 \cdot 105 = \cdot 884$ Kubikfuſs 150 Fuſs hoch, was sofort per Secunde einen Nutzeffect von $e = \dfrac{\cdot 884 \times 150 \times 56 \cdot 5}{10} = 749 \cdot 2^{\text{F. Pf.}}$ gibt, welcher von der nöthigen Betriebskraft bloſs 48 Procent beträgt, was hier daher kommt, weil das Wasser auf einen Umweg von 1050 Fuſs auf die Höhe von 150 Fuſs gehoben wird. Kann man kein doppeltes Druckwerk anlegen, so läſst man das Gurgel- und Steigrohr (wie bei Feuerspritzen) in einen Windkessel A (Fig. 266) einmünden, damit durch die Elasticität der Luft, welche bei jedem Kolbenstoſs etwas comprimirt und beim leeren Zurückgehen des Kolbens wieder ausgedehnt wird, ebenfalls ein continuirliches Ausströmen des Wassers Statt hat, dadurch wird ebenfalls die fortwährend auf Beschleunigung des Wassers im Steigrohr nöthige Kraft, welche im gegenwärtigen Beispiele, bei jedem Kolbenspiel nicht weniger als 434 Pfund beträgt, erspart.

Vereinigtes Saug- und Druckwerk.

§. 429. Da man das Kolbenrohr sehr selten unmittelbar in den Sumpf oder das Unterwasser stellt, indem sonst der häufig im Wasser befindliche Sand und die sonstigen specifisch schwerern Unreinigkeiten ebenfalls durch das Bodenventil in das Kolben-, und dann auch in das Steigrohr gelangen; so verbindet man das Kolbenrohr gerade so wie bei der Saug- und Hebepumpe in der Regel noch mit einem Saugrohre, wodurch ein sogenanntes Saug- und Druckwerk entsteht.

Auch hier bringt man, wenn man keine doppelt wirkende einfache Pumpe (wie eine solche in Fig. 259 dargestellt und ohne weitere Erläuterung verständlich ist) oder nicht zwei in gehöriger Wechselwirkung stehende Pumpen anbringen will oder kann, zur Ausgleichung der Bewegung des Wassers im Steigrohre einen Windkessel mit in Verbindung.

Die Berechnung eines solchen vereinten Saug- und Druckwerkes bietet jetzt, nach dem was vorausgegangen, keine Schwierigkeit mehr dar.

Beispiel. Bei der hier in Wien gebauten Kaiser-Ferdinands-Wasserleitung beträgt der lichte Durchmesser des Kolbenrohrs 18 Zoll, jener des 20 Fuſs langen Saugrohres 2 Fuſs, die Länge des 14 Zoll weiten Steigrohres 2300 Klafter, die vertical gemessene Höhe, auf welche das Wasser gehoben wird, 170 Fuſs, der Kolbenhub einer jeden der beiden Pumpen 3 Fuſs und die Hubzeit 2 Secunden, so wie endlich der sogenannte schädliche Raum 3 Zoll.

Man findet, wenn man die Formeln der §§. 420 bis 425 nur auf eine Pumpe gehörig anwendet, für die mittlere oder auf irgend eine Weise ausgeglichene Kraft, welche sowohl beim Hinaufziehen als Hinabdrücken des Kolbens nöthig ist, 24510 Pfund, wenn nämlich das im Steigrohre befindliche Wasser bei jedem Kolbendrucke von der Ruhe aus, und zwar mit der angenommenen Geschwindigkeit von $\frac{3}{2}$ Fuſs per Secunde, in Bewegung gesetzt werden müſste; dagegen wenn durch irgend eine Vorkehrung das Wasser in dem 2300 Klafter langen Steigrohre immer in Bewegung bleibt, bloſs 10719 Pfund, welches weniger als die Hälfte der vorigen Kraft ausmacht; die Widerstandshöhe ($= 22{\cdot}559$) beträgt im letztern Falle ungefähr den vierten Theil von der hydrostatischen ($= 85$ F.).

Was die nöthige Arbeit oder Wirkung zum Betriebe eines dieser beiden Pumpwerke betrifft, so steigt diese im erstern Falle auf nahe $85\frac{1}{2}$, im letztern auf $37\frac{1}{2}$ Pferdekraft. Berechnet man dabei wieder die wirklich gehobene Wassermenge zu $\frac{4}{5}$ der theoretischen, so werden per Secunde $1\frac{6}{100}$ Kubikfuſs auf 170 Fuſs Höhe gehoben (was binnen 24 Stunden 51100 Eimer ausmacht), und damit stellt sich dann der Nutzeffect, bei der Betriebskraft von $37\frac{1}{2}$ Pferde (also im zweiten Falle), nahe auf 64 Procent der aufgewendeten Betriebskraft.

Da nun aber bei dem genannten Wasserhebwerke durch die Dampfmaschine gleichzeitig zwei Pumpen von derselben Gröſse und Wirkung, die mit einander in Verbindung stehen, betrieben werden, so ist die nöthige Betriebskraft $E = 2 \times 37\frac{1}{2} = 75$ Pferdekräfte und das binnen 24 Stunden auf 170 Fufs Höhe gehobene Wasser $M = 2 \times 51100 = 102200$ Eimer. — In der Wirklichkeit werden von einer Niederdruck-Dampfmaschine (eine zweite dient als Reserve) von nominell 60 Pferdekräfte (welche indefs gewifs eine wirkliche Kraft von 75 Pferden besitzt) binnen 24 Stunden 100000 Eimer 175 Fufs hoch gehoben. — Nach der vorigen Rechnung wird diese Maschine die Pumpen beim Anlassen, wo also die ganze im Steigrohre befindliche Wassermasse von der Ruhe aus in Bewegung gesetzt werden mufs, nicht wie im Beharrungsstande mit $1\frac{1}{2}$, sondern nicht ganz mit $\frac{2}{3}$ Fufs Geschwindigkeit bewegen.

Feuerspritzen.

§. 430. Eine besondere und zugleich höchst wichtige practische Anwendung findet das Saug- und Druckwerk auf die Feuerspritzen, mittelst welchen bekanntlich bei Feuersbrünsten das Wasser oft auf eine bedeutende Höhe in einem kräftigen Strahle in das Feuer gespritzt oder geschleudert werden soll, um das Feuer zu löschen. Unter den vielen Arten und Formen ist in Fig. 267 eine der kräftigsten und bewährtesten Feuerspritzen dargestellt. In dem auf einem Wagengestelle ruhenden Kasten NN sind die beiden Stiefeln A, A auf eine solche Weise aufgeschraubt oder befestigt, dafs das in dem Kasten befindliche Wasser leicht durch das Boden- oder Saugventil b in diese eintreten kann; zugleich steht mit diesen Stiefeln der mit atmosphärischer Luft gefüllte Windkessel B so in Verbindung, dafs durch die schief liegenden Klappenventile d, d, die Communication abwechselnd damit hergestellt oder unterbrochen wird, je nachdem der mit seiner Stange f in dem um seinen Mittelpunct drehbaren (oder um die durch diesen Punct gehende horizontale Achse oscillirenden) Druckbaume E in o gelenkartig eingehängten Kolben a niedergedrückt oder aufgezogen wird. Da nun das Steig- oder Gufsrohr C (welches in einer durch die Zeichnung in Fig. 268 dargestellten Form ausläuft, und durch eine besondere Einrichtung am obern Theil alle nöthigen Bewegungen gestattet) in den oben luftdicht verschlossenen Windkessel einmündet, so wird, sobald diese hydraulische Maschine durch das Auf- und Abbewegen des hier aus Schmiedeisen angenommenen Heb- und Druckbaumes E (welchen man für gewöhnlich auch aus Holz herstellt), an dessen Endpuncten g, g Querbäume zum Angriffe der Arbeiter durchgehen, in Thätigkeit gesetzt wird, das Wasser abwechselnd durch die Ventile b, b angesaugt und durch jene d, d in den Windkessel und zugleich auch in das Steigrohr treten und durch die Ausgufsöffnung hinausgetrieben. Wird dagegen die Öffnung oder Mündung dabei während einiger Kolbenstöfse zu oder verschlossen gehalten, so wird auf jeden Kolbenstofs die im obern Raume des Windkessels befindliche Luft immer mehr und dergestalt zusammengeprefst, dafs wenn die Gufsmündung geöffnet wird, durch diesen bedeutenden Druck das Wasser mit grofser Geschwindigkeit auf eine diesem Drucke entsprechende Höhe hinausgetrieben wird. Ist der Windkessel von hinreichender Gröfse und das Verhältnifs zwischen der Gufsmündung und der Gröfse, so wie der Geschwindigkeit des Kolbens ein richtiges, so wird sich auch diese anfängliche Pressung der Luft im Windkessel ziemlich unverändert erhalten und dadurch ein gleichförmiges Austreiben des Wassers, so lange die Spritze mit gleicher Kraft in Thätigkeit bleibt, bewirkt werden.

§. 431. In manchen Fällen wird der Spritzenkasten N nicht wie es gewöhnlich geschieht, continuirlich mittelst der Feuer- oder eigentlicher Wassereimer mit Wasser gespeist, sondern es werden die Saugventile mittelst eines ledernen oder hanfenen Schlauches unmittelbar mit der Wasserquelle (d. i. einem Flusse, Brunnen u. s. w.), die jedoch, §. 416, nur höchstens um 25 Fufs tiefer liegen darf, in Verbindung gebracht, in welchem Falle die Spritze (jetzt Zubringer genannt) eigentlich in ein vereintes Saug- und Druckwerk übergeht; dafs eine solche Spritze jedoch in Beziehung auf den hinausgetriebenen Wasserstrahl bei der nämlichen Betriebskraft weit weniger als im erstern Falle leistet, leuchtet von selbst ein.

§. 432. Effect einer Feuerspritze. Bei Berechnung des Effectes einer Feuerspritze hat man aufser den bei den Druckwerken erwähnten Widerständen auch noch den Widerstand der Luft in Anschlag zu bringen, welche überhaupt jedem springenden Wasserstrahl entgegen wirkt. Nimmt man die Länge des Gufsrohres zu 3 Fufs und den innern Durchmesser zu 2 Zoll an; so erhält man nach der Formel q') in §. 344 für die Widerstandshöhe $z = \cdot 03\, h \frac{l}{d} = \cdot 54\, h$, so, dafs also $h + z = 1 \cdot 54\, h$ wird, oder dafs, wenn c die Geschwindigkeit bezeichnet, mit welcher das Wasser aus dem Gufsrohre ausströmen würde, wenn keine Reibung oder Adhäsion vorhanden wäre, und c' die wirkliche oder effective Geschwindigkeit ist, sofort $c = 1 \cdot 24\, c'$ oder $c' = \cdot 8\, c$ gesetzt werden kann [sind also h und h' die zu c und c' gehörigen Geschwindigkeitshöhen, d. i. $h = \frac{c^2}{2g}$ und $h' = \frac{c'^2}{2g}$, so ist 1) $h = 1 \cdot 54\, h'$]. Wegen des Widerstandes der Luft erreicht jedoch der Wasserstrahl nicht, wie es sonst der Fall wäre, die Höhe h', sondern bleibt der Erfahrung zufolge so weit zurück, dafs man, wenn h'' die wirklich erreichte Höhe in Fufsen bezeichnet, annähernd 2) $h' = h'' + \frac{h''^2}{300}$ setzen kann, so, dafs wenn der Strahl z. B. eine Höhe von $h'' = 100$ Fufs erreichen soll, sofort die zu c' gehörige Höhe $h' = 133\frac{1}{3}$ Fufs, folglich c' selbst [aus der Gleichung $c' = \sqrt{(62 \times 133\frac{1}{3})}$] nahe 91 Fufs betragen mufs.

Ist nun D der lichte Durchmesser des Stiefels, d jener der Mündung des Gufsrohres, C die Geschwindigkeit des Kolbens und c' des ausströmenden Wassers; so hat man bei zwei einfach wirkenden Stiefeln die Gleichung $\frac{1}{4} D^2 \pi C = \frac{1}{4} d^2 \pi c'$ und daraus $d = D \sqrt{\frac{C}{c'}}$; dabei ist $c' = \sqrt{2 g h'}$, wo h' aus der obigen Gleichung 2) zu nehmen ist, in welcher h'' die in Fufsen ausgedrückte Strahlhöhe bezeichnet, welche mit der Spritze erreicht werden soll. Für das hier gewählte Beispiel von $h'' = 100$ und $C = 1$ Fufs, als beiläufige vortheilhafteste Geschwindigkeit, würde $d = \cdot 105\, D$; ist daher wie bei der hier dargestellten Spritze $D = 7$ Zoll, so soll $d = \cdot 735$ Zoll $= 8 \cdot 82$ Linien seyn.

Wäre dagegen das Wasser nur 50 Fufs hoch zu treiben, so würde $d = 10\frac{3}{4}$ Linien seyn müssen; aus diesem Grunde versieht man grofse Spritzen mit mehreren Ansatzröhren von verschiedenen Gufsmündungen, wovon die gröfsern bei geringern Strahlhöhen angewendet werden.

Um aber das Wasser auf die Höhe h' zu treiben, wozu es also mit der Geschwindigkeit c' (wobei $c' = \sqrt{2 g h'}$ ist) aus der Gufsmündung ausströmen, folglich im Anfange des Rohres selbst (um die Reibung darin zu überwinden) die Geschwindigkeit c (wozu, obige Gleichung 1 $h = 1 \cdot 54\, h'$ gehört) besitzen mufs; so wird dafür auf den Kolben ein Druck von $p = \frac{1}{4} D^2 \pi h \,.\, 56\frac{1}{2}$ Pfund nothwendig, wenn D und h in Fufsen ausgedrückt werden.

Die beiden Kolbenreibungen erfordern (da die Widerstandshöhe für den abwärts gehenden $= \cdot 03 \frac{h}{D}$ und für den aufwärts gehenden $= \cdot 01 \frac{h}{D}$ ist) eine Kraft $p' = \frac{1}{4} D^2 \pi \times \cdot 04 \frac{h}{D} \times 56\frac{1}{2}$ Pfund.

Ist D' der Durchmesser einer Ventilöffnung und n der entsprechende Contractionscoefficient, so ist der zur Beschleunigung des Wassers gleich-

zeitig durch 2 Ventile nöthige Druck $p'' = \frac{1}{4} D^2 \pi \, 2 \, \frac{C^2}{2 g n^2} \frac{D^4}{D'^4} 56\frac{1}{2}$.
Es ist daher die ganze auf den Kolben nöthige Druckkraft $P = p + p' + p''$.

Ist nun der Druckbaum m Mal übersetzt, d. h. der Abstand des Punctes, in welchem die Kolbenstange eingehängt ist, von der Drehungsachse $= 1$, und jener des Querbaumes (deren immer zwei vorhanden sind), woran die Arbeiter wirken, von dieser Achse $= m$; sind ferner bei der Spritze N Arbeiter zur Bewegung derselben angestellt, und arbeitet oder drückt jeder mit q Pfunden; so muſs $Nqm = P$, d. i.:

$$Nqm = \tfrac{1}{4} D^2 \pi \,.\, 56\tfrac{1}{2} \left(h + \cdot 04 \frac{h}{D} + \frac{C^2}{n^2 g} \frac{D^4}{D'^4} \right),$$

oder wenn man reducirt und zugleich $n = \cdot 8$ setzt:

$$Nqm = 44\cdot 4 \, D^2 \left(h + \cdot 04 \frac{h}{D} + \cdot 05 \, C^2 \frac{D^4}{D'^4} \right)$$

seyn.

Die Erfahrung zeigt, daſs man bei der Annahme von $C = 1$ Fuſs sehr zweckmäſsig $m = 5$, $q = 30$ Pfund und $\frac{D}{D'} = 2$ setzen kann, wodurch:

$$N = \cdot 296 \, D^2 \left(h + \cdot 04 \frac{h}{D} + \cdot 8 \right)$$

wird.

Beispiel. Soll nun z. B. eine Spritze für 20 Mann (Betriebskraft) gebaut werden, welche das Wasser auf eine Höhe von 100 Fuſs treibt, in welchem Falle also nur noch die Wasserquantität, welche per Secunde oder Minute damit hinauf getrieben werden kann, unbekannt und zu bestimmen ist; so ist nach Obigem $h' = 133\frac{1}{3}$, also $h = 205$ Fuſs, daher nach der vorigen Gleichung $20 = \cdot 296 \, D^2 \left(205 + \frac{8\cdot 2}{D} + \cdot 8 \right)$, woraus $D = \cdot 534$ Fuſs oder 6·64 Zoll folgt, wofür man lieber volle 7 Zoll nehmen wird.

Die in jeder Secunde ausströmende Wassermenge ist bei diesem Durchmesser und für $C = 1$ Fuſs $= \frac{1}{4} D^2 \pi \,.\, C = \cdot 267$ Kubikfuſs; folglich per Minute sehr nahe 16 Kubikfuſs oder (den Eimer zu 1·792 Kubikfuſs gerechnet) nahe 9 Eimer.

Was endlich noch die Gröſse des Windkessels betrifft, um damit die nöthige Gleichformigkeit im ausspringenden Wasserstrahl zu bewirken, so ist diese der Erfahrung zufolge für eine solche Spritze (welche mit 2 einfach- oder einem doppelt wirkenden Stiefel angenommen wird) hinlänglich, wenn der Inhalt desselben dem vierfachen Inhalte eines Stiefels gleich kommt. Der Windkessel muſs dabei so stark seyn, daſs wenn die Mündung des Guſsrohres mittelst eines Hahnes z. B. geschlossen ist, alle Arbeiter, welche für die Spritze bestimmt sind, so lange pumpen können, als sie es im Stande sind, die Luft also im Windkessel so weit als es durch diese Kraft nur möglich ist, comprimirt werden kann, ohne dafs der Windkessel, welcher in der Regel aus geschmiedetem Kupfer hergestellt wird, dabei zerspringt oder Schaden leidet.

Ist daher a das Tragvermögen des Materiales, woraus der Windkessel verfertigt wird, D_1 dessen Durchmesser, wenn dessen Form cylindrisch angenommen wird, und δ die Wanddicke desselben, so ist mit Beibehaltung der bisherigen Bezeichnung $\left(\text{wegen, S. 243, } p = \frac{N q m}{\frac{1}{4} D^2 \pi}\right)$ sofort:

$$\delta = \frac{2 N m q D_1}{a \pi D^2}.$$

Nimmt man für geschmiedetes Kupfer $a = \frac{1}{4} \times 28000 = 7000$ Pfund und für das vorliegende Beispiel $D = 7$ und $D_1 = 11{\cdot}4$ Zoll, $N = 20$, $m = 5$ und $q = 30$; so wird $\delta = {\cdot}063$ Zoll oder $\frac{3}{4}$ Linien.