Drittes Kapitel.

Von dem Gewichte, Schwerpunct und der Stabilität der Körper.

§. 34. Erklärungen. Unter Schwere versteht man jene Kraft, welche alle Körper lothrecht oder senkrecht gegen die Oberfläche der Erde zu bewegen strebt; sie wird deſshalb auch irdische Schwere genannt, um sie von der allgemeinen Schwere oder Gravitation, welche die sämmtlichen Planeten und Cometen gegen die Sonne zu bewegen strebt, zu unterscheiden. Die Richtung der Schwerkraft müſste also überall nach dem Mittelpuncte der Erde gehen, wenn diese eine vollkommene Kugel wäre; obschon sie aber in der That ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid bildet, so kann hier gleichwohl von dieser sehr geringen Abweichung von der genauen Kugelform gänzlich abstrahirt werden.

Die Schwere erstreckt sich nicht nur auf alle Körper, sondern auch auf ihre sämmtlichen materiellen Puncte auf ganz gleiche Weise, und obschon diese Puncte nach geraden Linien gezogen werden, welche gegen den Mittelpunct der Erde convergiren; so können diese doch, da erstlich die Ausdehnung ab (Fig. 21, b) der Körper gegen den Erdhalbmesser ganz unbedeutend ist, und dann auf den convergirenden Linien nur ganz kurze Stücke am, bn genommen werden, diese Linien oder Richtungen als zu einander parallel angesehen werden. Da nämlich der Erdhalbmesser in runder Zahl beinahe 860 deutsche Meilen beträgt (der mittlere Erdhalbmesser, nämlich für die Breite von 45° ist = 6336745 Meter), so bilden erst die Halbmesser von 2 Puncten, die auf der Oberfläche der Erde um nahe 100 Fuſs von einander entfernt sind, einen Winkel am Mittelpuncte der Erde von 1 Secunde oder den 3600sten Theil eines Grades.

Obschon ferner auch, wenn man sich von der Oberfläche der Erde entfernt, oder in einer verticalen Linie aufwärts steigt, die Schwerkraft im quadratischen Verhältniſs der Entfernung vom Mittelpuncte der Erde abnimmt (im innern der Erde nimmt sie bloſs nach dem einfachen Verhältniſs, und zwar so ab, wie die Entfernung vom Mittelpuncte abnimmt, sie ist also im Mittelpuncte selbst gleich Null), ferner auch noch eine Abnahme in einerlei Höhe gegen den Aequator zu (wegen der Abplattung der Erde und der Umdrehung um ihre Achse) Statt findet; so sind diese Veränderungen für gewöhnlich so unbedeutend, daſs man sie bei den gegenwärtigen Untersuchungen gänzlich übergehen kann.

§. 35. Maſs für die Massen der Körper. Da der Erfahrung zufolge die materiellen Theilchen aller, auch noch so verschiedenartiger Körper an einem und demselben Orte mit vollkommen gleicher Stärke von der Erde angezogen werden, also alle Körper gleich schwer sind; so haben gleiche Massen an demselben Orte der Erde auch gleiches Gewicht, oder die Gewichte verschiedener Massen verhalten sich wie die Massen selbst und umgekehrt. Sind M, M' zwei Massen und P, P' ihre Gewichte an demselben Orte, so ist also $M : M' = P : P'$; setzt man $M' = 1$ und das Gewicht der Masseneinheit $P' = f$, so folgt aus dieser Proportion

$$P = Mf \quad \text{oder} \quad M = \frac{P}{f} \; . \; . \; . \; (1.$$

Drückt man, wie es bei uns üblich ist, die Masse durch Gewichtseinheiten aus, so wird $f = 1$ und also ganz kurz

$$M = P \; . \; . \; . \; (1',$$

d. h. so oft die Gewichtseinheit in dem Gewichte P einer Masse enthalten ist, eben so oft ist auch die Masseneinheit (jene Masse, deren Gewicht $= 1$ ist) in dieser Masse M enthalten, oder die Masse und ihr Gewicht werden bei dieser Annahme durch die nämliche Zahl ausgedrückt.

Ungeachtet der Veränderlichkeit der Schwere (voriger Paragraph) bleibt die Zahl, welche das Gewicht der Masse, also auch die Masse M selbst ausdrückt, an jedem Orte der Erde dieselbe, sobald man das Gewicht durch Abwägen bestimmt, indem das Gewicht der Masse M in eben dem Verhältniſs zu- oder abnimmt, wie die zur Einheit genommene Masse. Nähme man z. B. das Gewicht f von 1 Kubikzoll Wasser zur Gewichtseinheit und dessen Masse m zur Masseneinheit, so wäre, wenn an irgend einem Orte der Erde das Gewicht P der Masse M, d. i. $\frac{P}{f} = n$ ist, auch $M = n . m$ oder $\frac{M}{m} = n$; es sey nun an einem andern Orte die Schwere z. B. nur halb so groſs, so ist das Gewicht von 1 Kubikzoll Wasser $f' = \frac{1}{2} f$ und jenes der Masse M, $P' = \frac{1}{2} P$; durch das Abwägen findet man aber wieder $\frac{P'}{f'} = \frac{\frac{1}{2} P}{\frac{1}{2} f} = n$ und man drückt also hier ebenfalls die Masse M durch nm oder für $m = 1$, schlechtweg durch n wie am ersten Orte aus.

Anmerkung. Die französischen, und nach ihnen mehrere deutsche Schriftsteller nehmen die Masseneinheit m so an, daſs ihr Gewicht an jedem Orte der Erde durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, durch welche die von der Schwere bewirkte Geschwindigkeitsänderung eines frei fallenden Körpers in einer Secunde an dem betreffenden Orte bezeichnet wird. Wird nämlich diese Geschwindigkeitsänderung in einer Secunde mit g bezeichnet, so wird nach dieser Annahme $f = g$, also $P = Mg$ und $M = \frac{P}{g}$ gesetzt, indem auch hier, wie weiter unten (§. 142) gezeigt wird, g genau in demselben Verhältnifs wie P veränderlich ist, also wie es seyn soll, M constant bleibt.

§. **36. Dichte der Körper.** Unter der Dichte eines Körpers versteht man den Quotienten (die Verhältnifszahl) aus dem Volumen in die Masse des Körpers. Ist nämlich D die Dichte, M die Masse und V das Volumen eines Körpers, so ist $D = \frac{M}{V}$. Für einen zweiten Körper ist eben so $D' = \frac{M'}{V'}$, folglich $D : D' = \frac{M}{V} : \frac{M'}{V'}$, daher für $V' = V$ sofort $D : D = M : M' = P : P'$ (nach dem vorigen Paragraphe). Besitzt also z. B. 1 Kubikzoll Eisen 7 Mal so viel Masse (wiegt er also auch 7 Mal so viel) als 1 Kubikzoll Holz, so sagt man das Eisen sey 7 Mal dichter als das Holz.

§. **37. Specifisches Gewicht.** Unter dem specifischen Gewichte eines Körpers versteht man entweder das Gewicht der Volumeneinheit dieses Körpers, oder gewöhnlicher, die Verhältnifszahl zwischen dem Gewichte dieses Körpers bei einem beliebigen Volumen und dem Gewichte eines eben so grofsen Theiles eines andern Körpers, z. B. des Wassers, welches auch in der That zur Vergleichung der festen und tropfbar flüssigen Körper durchaus gewählt wird. Ist also z. B. ein Kubikfufs Eisen 7 Mal so schwer als ein Kubikfufs Wasser (also auch jedes beliebige Volumen des Eisens 7 Mal so schwer als ein gleich grofses Volumen Wasser), so sagt man, das specifische Gewicht des Eisens sey $= 7$. Da für Luft- und Gasarten diese Zahlen sehr klein ausfallen würden, so wählt man zu ihrer Vergleichung anstatt des Wassers allgemein die atmosphärische Luft, bei einem gewissen Thermo- und Barometerstande. Diese beiden Körper, Wasser und atmosphärische Luft, werden defshalb als Vergleichungsgröfsen gewählt, weil diese am leichtesten an allen Orten der Erde auf einen bestimmten Zustand in physischer und chemischer Beziehung gebracht werden können.

§. **38.** Nach dem letztern, nun allgemein angenommenen Sinne des specifischen Gewichtes folgt, dafs sowohl die Dichte als das specifische Gewicht eines festen oder tropfbar flüssigen Körpers durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, wenn man die Dichte des Wassers zur

Einheit der Dichten nimmt; denn wiegt z. B. das Eisen unter gleichem Volumen 7 Mal so viel als das Wasser, so ist das erstere (§. 36) auch 7 Mal dichter; wird also die Dichte des Wassers = 1 gesetzt, so ist jene des Eisens = 7, welches sofort dieselbe Zahl wie für das specifische Gewicht des Eisens ist. Aus diesem Grunde kann man auch das Gewicht eines Körpers, seinem Volumen multiplicirt mit dessen Dichte, anstatt mit seinem specifischen Gewichte, d. i. m) . . . $P = V D$ gleich setzen.

Die nachstehende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger der wichtigsten Körper, dessen Bestimmung in das Gebiet der Physik gehört.

§. 39. Tafel der specifischen Gewichte einiger Körper. Für die festen und tropfbar flüssigen Körper ist das W a s s e r im Zustande der gröfsten Dichte (4° C.), für Luft- und Gasarten die a t m o s p h ä r i s c h e L u f t bei 0° und 28 Par. Zoll Barometerstand zur Einheit genommen.

Benennung der Körper.	Spec. Gewicht.	Benennung der Körper.	Spec. Gewicht.
Feste Körper.		Tannenholz (Edel-) .	·481—·870
Ahornholz	·645—·904 *)	Ulmenholz (Rüstern)	·568—·948
Basalt	2·415—3·3	Zink geschmolzen .	6·862—7·239
Bausteine, im Mittel	2·500	» gehämmert .	7·215—7·861
Blei	11·352—11·388	Zinn (möglichst rein)	7·291—7·473
Braunkohle . . .	1·150—1·300	Tropfbar flüssige Körper.	
Eichenholz (Stein-) .	·708—1·100	Alkohol (absoluter) .	·791
Eisen, geschmiedetes	7·788—7·790	Bier	1·023—1·034
» Gufs- . . .	7·0—7·5	Olivenöl	·915—·919
Elfenbein	1·825—1·917	Quecksilber . . .	13·597
Eschenholz . . .	·670—·904	Seewasser	1·028—1·211
Glas	2·642—2·733	Wasser, destillirtes .	1·000
Kalkstein	2·710—2·837	Wein	·916—1·054
Kohle (Pech-) . .	1·29—1·35	Luft- und Gasarten.	
Kupfer (Rosetten-) .	8·51—8·843	Atmosphärische Luft	1·000
» Draht . . .	8·879	Kohlenoxydgas . .	·94—·972
Lindenholz . . .	·43—·817	Kohlensaures Gas . .	1·517—1·57
Marmor	2·717—2·838	Kohlenwasserstoffgas .	·491—·600
Messing, gegossen .	8·396	Oehlbildendes Gas .	·909—·985
» Draht . .	8·544	Sauerstoffgas . . .	1·087—1·127
Platin, gehämmert .	20·337—21·359	Stickstoffgas . . .	·943—·985
Quarz	2·608—2·690	Wasserdampf . . .	·623—·741
Stahl, weicher . .	7·833	Wasserstoffgas . .	·069—·073
» Gufs- (englischer)	7·852		
Steinkohlen . .	1·26—1·50		

*) Bei den Hölzern beziehen sich die gröfseren Zahlen auf den frisch gefällten, die kleineren auf den vollkommen lufttrockenen Zustand.

§. **40. Beispiele** *über die Anwendung des* **specifischen** *Gewichtes.*

1. Um das Gewicht P eines Körpers aus seinem Volumen und specifischen Gewichte zu finden, sey V das Volumen und s das specifische Gewicht desselben, so wie γ das Gewicht der kubischen Einheit, also eines Kubikfuſs Wassers, wenn man den Fuſs zur Einheit des Längenmaſses nimmt; so ist ganz einfach $P = Vs\gamma \ldots$ (1 oder da 1 Kubikfuſs Wasser auf das Wiener Maſs und Gewicht bezogen, genau genug $56^1/_2$ Pfund wiegt, auch

$$P = 56.5\,sV \ldots (2,$$

wobei man s für den betreffenden Körper aus der vorigen Tabelle zu nehmen und V in Kubikfuſs auszudrücken hat, um P in Pfunden zu erhalten.

Beispiel. Um das Gewicht einer guſseisernen cylinderischen Welle von 7·6 Zoll Durchmesser und 18 Fuſs Länge zu finden, so ist ihr kubischer Inhalt $V = {}^1/_4 \cdot \frac{(7 \cdot 6)^2 . 3 \cdot 1415}{144} \times 18 = 5 \cdot 67$ Kubikfuſs. Nimmt man ferner aus der vorigen Tabelle $s = 7 \cdot 207$, so erhält man nach der Formel (2 genau genug $P = 2305$ Pfund oder nahe 23 Centner für das Gewicht der Welle.

2. Um den Inhalt eines irregulären Gefäſses zu finden, wäge man zuerst das leere Gefäſs ab, dessen Gewicht $= p$ seyn mag; hierauf fülle man dasselbe mit einer Flüssigkeit, z. B. mit Wasser, und wäge es abermals, sey p' das betreffende Gewicht, so ist $p' - p$ das Gewicht der Flüssigkeit vom gesuchten Volumen des Gefäſses V; dividirt man dieses Gewicht durch das Gewicht der kubischen Einheit der Flüssigkeit, hier also durch 56·5, so gibt der Quotient (vermöge Gl. 2) das gesuchte Volumen V.

Auf eine ähnliche Art kann man auch aus dem Gewichte P z. B. einer Statue, deren specifisches Gewicht $= s$ ist, den kubischen Inhalt oder das Volumen derselben finden, indem wieder $V = \frac{P}{s\gamma}$ (nach Gl. 1) ist.

3. Wenn zwei Substanzen, deren Gewichte p und p', Volumina v, v' und Dichten d u. d' sind, mit einander vermischt oder nach Umständen zusammen geschmolzen werden, und dabei keine Ausdehnung oder Zusammenziehung eintritt (oder diese wenigstens so gering ist, daſs sie vernachläſsigt werden kann), also das Volumen der Mischung gleich der Summe der Volumina der beiden Zuthaten; wenn ferner P das Gewicht, V das Volumen und D die Dichte des Gemisches oder der

Legirung ist; so hat man $P = p + p' \ldots$ (1 und $V = v + v'$ oder (§. 38, Gl. m) $\frac{P}{D} = \frac{p}{d} + \frac{p'}{d'} \ldots$ (2.

Aus diesen beiden Gleichungen (1 und (2 folgt ganz einfach

$$p = \frac{Pd\,(D - d')}{D\,(d - d')} \text{ und } p' = \frac{Pd'\,(d - D)}{D\,(d - d')}$$

und aus Gl. (2:

$$D = \frac{P}{\frac{p}{d} + \frac{p'}{d'}}$$

Gesetzt man habe ein Stück Bronce, d. i. eine Legirung aus Kupfer und Zinn, im Gewichte von 111 Pfund und dem specifischen Gewichte (welches man bestimmen wird) $= 8{\cdot}612$; so findet man wie viel Kupfer ($= p$) und wie viel Zinn ($= p'$) in dieser Legirung enthalten ist, wegen $P = 111$ und $D = 8{\cdot}612$, ferner (aus der Tabelle) $d = 8{\cdot}788$ und $d' = 7{\cdot}291$ sofort $p = 100$, folglich $p' = 111 - 100 = 11$ Pfund.

§. 41. Gewicht, Schwerpunct und Mittelpunct der Massen. Die Einwirkung der Schwere auf die materiellen Puncte eines Körpers kann (§. 34) so angesehen werden, als ob ein System paralleler und unter sich gleicher Kräfte, deren Zahl unendlich grofs ist, auf diese Puncte wirksam wäre. Die Resultirende aus allen diesen Kräften, deren Gröfse gleich der Summe und Richtung parallel mit diesen Kräften, also lothrecht ist, bildet das Gewicht des Körpers, welches daher keineswegs mit der Schwere verwechselt werden darf. Der Angriffspunct dieser Resultirenden, welchen wir (§. 23) Mittelpunct der parallen Kräfte genannt haben, heifst hier Schwerpunct des Körpers; er ist also derjenige Punct, in welchem man sich das gesammte Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, oder um welchen, wenn er befestigt oder unterstützt wird, der Körper in allen Lagen im Gleichgewichte bleibt. Da man sich aus gleichem Grunde auch die sämmtlichen materiellen Theilchen m, m' . . ., nämlich die gesammte Masse $M = m + m' + \ldots$, in so ferne sie schwer sind, in diesem Puncte vereinigt denken kann, so wird dieser Punct auch öfter Mittelpunct der Masse genannt.

§. 42. Ist die Masse eines Körpers durchaus gleich vertheilt, besitzt er also (§. 36) durchaus einerlei Dichte, so heifst der Körper homogen, ein Zustand, welcher bei den zunächst folgenden Untersuchungen immer vorausgesetzt wird; im entgegengesetzten Falle wird der Körper heterogen genannt. Weil nun (§§. 35 und 41) die Gewichte der Körper ihren Massen und diese (wenn die Körper homogen) dem Volumen proportional sind; so kann man auch bei den folgenden Untersuchungen für die Gewichte die Massen oder Volumina setzen.

§. 43. Ebene und Linie oder Durchmesser der Schwere. Eine jede Ebene, welche einen Körper dergestalt durchschneidet, dafs sich zu jedem materiellen Theilchen, welches man auf der einen Seite dieser Ebene annimmt, ein anderes auf der entgegengesetzten Seite mit dem ersten symmetrisch liegendes vorfindet, heifst Symmetrie-Ebene, oder weil in ihr der Schwerpunct des Körpers liegen mufs, indem je zwei gegen die Ebene symmetrisch liegende, also davon gleichweit abstehende materielle Puncte gegen diese Ebene gleiche aber entgegengesetzte Momente (§. 25, m) haben, die sich sofort paarweise aufheben, wodurch die Gleichung (n §. 26 in $Pr = o$ übergeht, woraus $r = o$ folgt und anzeigt, dafs der Mittelpunct der parallelen Kräfte, hier der Schwerpunct in derselben Ebene liegt, auch Ebene der Schwere.

Eben so wird auch jede gerade Linie, welche durch den Schwerpunct eines Körpers geht, Linie oder Durchmesser der Schwere genannt.

Schwerpunct der Linien.

§. 44. Bei dieser Bestimmung setzt man voraus oder stellt sich vor, dafs die Linien schwer, und da man sie als homogen annimmt, ihre Gewichte ihren Längen proportional seyen.

Der Schwerpunct einer geraden Linie liegt in ihrer halben Länge, weil je zwei gegen diesen Halbirungspunct symmetrisch liegende Puncte gleiche Momente haben, oder auch eine durch diesen Punct senkrecht auf diese Gerade gelegte Ebene eine Ebene der Schwere ist.

Der Schwerpunct eines Kreises liegt aus demselben Grunde in seinem Mittelpuncte, so wie der Schwerpunct überhaupt jedes regelmäfsigen Polygons mit dem Mittelpuncte desselben zusammen fällt.

§. 45. Um den Schwerpunct von dem Umfange eines Dreieckes ABC (Fig. 23) zu finden, dessen Seiten AC, BC, AB die Längen a, b, c haben, halbire man diese Seiten in den Puncten m, n, p; so sind diese die Schwerpuncte dieser Linien, also die Angriffspuncte der 3 parallelen Kräfte a, b, c (weil diese dem Gewichte der Linien und diese wieder der Länge derselben §. 42 proportional sind), wofür man nach §. 22 den Mittelpunct bestimmen wird. Man zieht nämlich mn, theilt diese Gerade im Puncte r so, daſs $nr : mr = a : b$ wird, zieht die Gerade rp und theilt diese in o so, daſs $ro : op = c : a + b$ Statt findet; so ist o der gesuchte Schwerpunct.

Auf dieselbe Art verfährt man, wenn statt dem Dreieck ein Polygon gegeben ist.

Zieht man das Dreieck mnp, so läſst sich zeigen, daſs der so bestimmte Schwerpunct o zugleich der Mittelpunct des in diesem Dreieck mnp eingeschriebenen Kreises ist.

§. 46. Schwerpunct eines Kreisbogens. Um den Schwerpunct des Kreisbogens $ADB = s$ (Fig. 24) zu finden, dessen Halbmesser $Cc = CD = r$ und Sehne $AB = a$ seyn mag, ziehe man den auf AB senkrechten Halbmesser CD; so ist dieser, da er den Kreisbogen in zwei symmetrische Theile theilt, ein Durchmesser der Schwere und enthält den gesuchten Schwerpunct O. Um aber noch CO zu finden, theile man den Bogen ADB in sehr viele gleiche Theile, so, daſs jeder Theil davon wie ab als ein Bogenelement, nämlich als gerade Linie angesehen werden kann, fälle sodann aus den Endpuncten a, b und dem Halbirungspuncte c auf die Sehne AB die Perpendikel am, bn, cp, und ziehe auch noch den Halbmesser Cc; nimmt man nun eine durch den mit AB parallel gezogenen Durchmesser MN gehende, auf der Kreisebene senkrechte Ebene als diejenige an, worauf man die statischen Momente bezieht, so ist das statische Moment des Bogenelementes ab sofort $ab \times cp$, oder, wenn ad mit AB parallel gezogen wird, wegen Ähnlichkeit der Dreiecke abd und Ccp, wodurch $ab : ad = Cc : cp$ wird, auch $ab \times cp = ad \times Cc = mn \times r$. Da nun mn die Projection des Bogens ab auf die Sehne AB ist, so wird, wenn man die Projectionen der folgenden Bogenelemente mit $m'n'$, $m''n''$ ... bezeichnet, die Summe der statischen Momente aus allen Bogenelementen $= r\,(mn + m'n' \ldots) = r \,.\, AB = ra$.

Da ferner O der Mittelpunct der parallelen Kräfte seyn soll, deren Summe der Länge des Bogens $ADB = s$ proportinal ist, also durch s bezeichnet werden kann; so ist, wenn man $CO = x$ setzt (§. 33, Gl. n) $sx = ra$ oder $s : a = r : x$ und daraus $x = \frac{ra}{s}$ . . . (1,

d. h. der Abstand des Schwerpunctes vom Mittelpuncte des Kreisbogens ist die vierte Proportionalgröſse zwischen dem Bogen, der zugehörigen Sehne und dem Halbmesser.

Schwerpunct der ebenen Flächen.

§. 47. Da auch hier wieder homogene, d. i. solche Flächen vorausgesetzt werden, bei welchen gleich grofse Theile auch ein gleiches Gewicht besitzen, so werden die Gewichte den Flächen pr portional, also diese letztern wieder unmittelbar statt den Gewichten selbst gesetzt.

Hieraus folgt unmittelbar, dafs der Schwerpunct einer jeden regelmäfsigen Figur, wie eines Rechteckes, eines Quadrates, eines regulären Polygons der Kreisfläche, der Ellipse u. s. w. in ihrem Mittelpuncte liegt.

§. 48. **Schwerpunct eines Dreieckes.** Theilt man das Dreieck ABC (Fig. 25) durch äufserst oder unendlich nahe liegende, mit der Seite AB parallel laufende Linien in schmale Streifen, d. h. löst man die Dreiecksfläche in ihre Elemente parallel mit AB auf, so können diese als Rechtecke angesehen werden. Halbirt man AB in D und zieht CD, so halbirt diese Gerade alle mit AB parallelen Linien wie EF in G, so, dafs also die Linie CD durch die sämmtlichen Schwerpuncte dieser Rechtecke oder Flächenelemente geht, folglich auch der Schwerpunct der ganzen Fläche (d. i. §. 23 der Mittelpunct der parallelen Kräfte) in dieser Geraden liegt, diese also eine Linie der Schwere ist.

Halbirt man nun noch eine der beiden übrigen Seiten, z. B. BC in d, und zieht die Gerade Ad, so mufs aus gleichem Grunde auch diese eine Linie der Schwere seyn, so, dafs also der gesuchte Schwerpunct des Dreieckes im Durchschnitt O dieser beiden Geraden CD und Ad liegt.

Da die Verbindungslinie Dd mit AC parallel und dadurch das Dreieck AOC jenem DOd ähnlich, also $CO:OD = AC:Dd = AB:DB = 2:1$ ist; so folgt $CO = 2\,OD$, also $CD = 3\,OD$ oder $OD = \frac{1}{3}CD$ und $CO = \frac{2}{3}CD$.

Der Schwerpunct eines Dreieckes liegt also in der geraden Linie, welche den Halbirungspunct einer Seite mit der gegenüber liegenden Spitze des Dreieckes verbindet um $\frac{2}{3}$ Theile dieser Linie von der Spitze abwärts.

Denkt man sich drei gleiche Massen in den Scheitelpuncten eines Dreieckes angebracht, so fällt der Schwerpunct derselben mit dem Schwerpuncte des Dreieckes zusammen; denn der Schwerpunct der beiden ersten in den Puncten A und B angebrachten Massen liegt im Halbirungspuncte D und bildet den Angriffspunct der doppelten Masse, diese mit der dritten Masse in C combinirt, mufs man zur Bestimmung des Angriffspunctes der

Resultirenden, CD in O so theilen, dafs $CO : OD = 2 : 1$ wird, was aber auch für den Schwerpunct des Dreieckes ABC der Fall ist.

§. 49. Schwerpunct eines beliebigen Vieleckes. Um den Schwerpunct irgend eines Polygons zu finden, theile man dasselbe in Dreiecke, bestimme nach dem vorigen Paragraphe den Schwerpunct eines jeden dieser Dreiecke und denke sich diese als die Angriffspuncte von parallelen Kräften, welche beziehungsweise den Flächen dieser Dreiecke gleich sind; so ist der Mittelpunct dieser parallelen Kräfte sofort der gesuchte Schwerpunct des Polygons.

§. 50. Schwerpunct eines Kreissectors. Um den Schwerpunct des Kreissectors $ADBC$ (Fig. 26) zu finden, sey der Bogen $ADB = s$, dessen Sehne $AB = a$, der Halbmesser $CA = CD = r$, und der Abstand des gesuchten Schwerpunctes O, auf dem den Sector in D halbirenden Halbmesser CD (als Linie der Schwere) $CO = x$. Theilt man den Bogen in unendlich viele gleiche Theile, wie mn, und zieht an die Theilungspuncte die Halbmesser; so wird die Fläche des Sectors in lauter sehr kleine Dreiecke, wie Cmn, aufgelöst, deren Schwerpuncte nach §. 48 um $\frac{2}{3}$ des Halbmessers von C abstehen. Beschreibt man daher aus C mit dem Halbmesser $Ca = \frac{2}{3}r$ einen Kreisbogen adb (welcher also mit dem äufsern concentrisch ist), so enthält dieser die Schwerpuncte dieser sämmtlichen Dreiecke Cmn, und da diese letztern gleich grofs sind, so ist dieser Kreisbogen adb gleichmäfsig schwer, und man hat nur noch den Schwerpunct dieses Bogens zu bestimmen. Nach §. 46 (Gl. 1) ist aber $x = \frac{Ca \times ab}{adb}$, oder da die ähnlichen Bögen und zugehörigen Sehnen ihren Halbmessern proportional sind, folglich $Ca = \frac{2}{3}r$, $ab = \frac{2}{3}a$ und $adb = \frac{2}{3}s$ ist, so folgt

$$x = \frac{2}{3}\frac{ra}{s} \quad \ldots (2$$

für den gesuchten Abstand des Schwerpunctes O des Sectors vom Mittelpuncte C.

Verwandelt sich der Sector in einen Halbkreis, so wird wegen $a = 2r$ und $s = r\pi$ sofort $x = \frac{4r}{3\pi}$ oder beinahe $\frac{4}{9}r$ (genauer $= \cdot 42\,r$).

Zieht man aus C mit einem Halbmesser $Ca = r'$ zu demselben Winkel ACB den concentrischen Kreisbogen adb, und ist o der Schwerpunct des Sectors aCb; so ist eben so $Co = \frac{2}{3}\frac{r'a'}{s'}$, wobei $a' : a = r' : r$ und

$s' : s = r' : r$, also $a' = \frac{r' a}{r}$ und $s' = \frac{r' s}{r}$, folglich $Co = \frac{2}{3} r' \frac{a}{s}$.
Ist ferner F die Fläche des Sectors ABC, f jene des Sectors aCb und f' jene des Kreisbandes $ADBadb$, so wie i dessen Schwerpunct; so ist $F . CO = f . Co + f' . Ci$ und daraus wegen $F = \frac{1}{2} rs$, $f = \frac{1}{2} r' s' = \frac{1}{2} r'^2 \frac{s}{r}$ und $f' = F - f$, wenn man substituirt und reducirt:

$$Ci = \frac{2}{3} \frac{a}{s} \left(\frac{r^3 - r'^3}{r^2 - r'^2} \right) \ldots (3.$$

§. 51. Schwerpunct eines Kreissegmentes. Um den Schwerpunct O des Kreissegmentes ADB (Fig. 27), wofür der Halbmesser $CA = CD = r$, der Bogen $ADB = s$ und Sehne $AB = a$ seyn soll, zu finden, ziehe man an den Halbirungspunct D des Bogens den Halbmesser CD als eine Linie der Schwere, und bemerke, daſs, so wie das Segment der Unterschied zwischen dem Sector $ACBD$ und dem Dreieck ACB, so auch das statische Moment des Segments auf irgend eine Ebene oder Gerade bezogen, der Unterschied aus dem Momente des Sectors und jenem des Dreieckes ist. Ist nämlich a der Schwerpunct des Dreieckes, b jene des Sectors und O der Schwerpunct des Segmentes, und sind f', F und f der Reihe nach ihre Flächen; so wirken in den 3 genannten Puncten die parallelen Kräfte f', F, f, wobei F die Resultirende aus den beiden übrigen ist. Man hat daher (§. 25) $F . Cb = f' . Ca + f . CO$ oder, wenn man $CO = x$ setzt und wegen $F = \frac{1}{2} rs$, $f' = \frac{1}{2} a . CE$, $Ca = \frac{2}{3} CE$ (§. 48), $Cb = \frac{2}{3} \frac{ra}{s}$ (§. 50), auch $\frac{1}{3} r^2 a = \frac{1}{3} a . CE^2 + fx$, woraus, wenn man noch für CE^2 den aus dem rechtwinkligen Dreiecke ACE folgenden Werth $AC^2 - AE^2 = r^2 - \frac{1}{4} a^2$ setzt, sofort folgt:

$$x = \frac{a^3}{12 f} \ldots (3.$$

Schwerpunct der krummen Flächen.

§. 52. Schwerpunct einer cylinderischen Mantelfläche. Da der Schwerpunct dieser Fläche sowohl in der Achse als in der mit der Grundfläche des Cylinders in der halben Höhe parallel geführten Ebene liegen muſs; so findet man diesen Punct, wenn man die Länge der Achse halbirt.

Auf gleiche Weise liegt auch der Schwerpunct von der Umfläche eines Prisma im Halbirungspuncte jener Geraden, welche die Schwerpuncte der beiden Grundflächen verbindet.

§. 53. Schwerpunct einer geraden Kegelfläche. Denkt man sich durch Theilung der Peripherie die Basis in sehr viele gleiche Theile und Verbindung der Theilungspuncte mit der Spitze des Kegels durch gerade Linien die conische Mantelfläche in lauter sehr schmale gleichschenkliche Dreiecke zerlegt, so geht eine mit der Basis im Abstande von $\frac{2}{3}$ der Höhe des Kegels von der Spitze abwärts parallele Ebene (§. 48) durch die sämmtlichen Schwerpuncte dieser Flächenelemente, also auch durch den gesuchten Schwerpunct der Kegelfläche selbst, der zugleich auch in der Achse des Kegels, mithin im Durchschnitte der Achse mit der genannten Ebene, oder, wenn man die Achse in 3 gleiche Theile theilt, in dem zweiten dieser Theilungspuncte von der Spitze abwärts liegt.

Auf ganz gleiche Weise liegt auch der Schwerpunct von der Umfläche einer Pyramide um $\frac{2}{3}$ der Länge der Achse von der Spitze abwärts.

Um den Schwerpunct der Mantelfläche eines mit der Basis parallel abgestutzten Kegels (oder auch einer abgestutzten Pyramide) zu finden, mufs man den Kegel ergänzen, diesen aus den beiden Theilen des gegebenen und Ergänzungskegel ansehen und darauf den Satz der statischen Momente genau auf dieselbe Art anwenden, wie diefs in §. 51 bei der Bestimmung des Kreissegmentes geschah.

§. 54. Schwerpunct einer Kugelschale und Kugelzone. Theilt man die krumme Oberfläche der Zone *AEBD* (Fig. 28) durch unendlich nahe liegende, mit der kreisförmigen Basis *AEBF* parallel laufende Ebenen in unendlich kleine Zonen von durchaus gleicher Höhe; so haben sie auch alle eine gleiche Oberfläche (indem jede davon gleich ist dem Producte aus dem Umfange des gröfsten Kugelkreises in die Höhe der Zone), und da der Schwerpunct einer jeden solchen Zone in ihrer halben Höhe, also in der auf der Grundfläche *AEBF* im Mittelpuncte *C* senkrechten Geraden *CD* liegt, diese Linie sonach durchaus gleich schwer ist; so liegt der gesuchte Schwerpunct der krummen Oberfläche der Zone, diese mag eine oder zwei Grundflächen besitzen, im Halbirungspuncte von *CD*, d. i. in der halben Höhe der Achse der Zone.

Schwerpunct der Körper.

§. 55. Schwerpunct einer dreiseitigen Pyramide. Theilt man die Seite *BC* (Fig. 29) des Dreieckes *BCD* der Pyramide *ADBC* im Puncte *E* in zwei gleiche Theile, verbindet *E* mit D und A durch gerade Linien, schneidet $Dp = \frac{1}{3} DE$ und $Aq = \frac{2}{3} AE$ ab; so sind p und q die Schwerpuncte der Dreiecke BDC und ABC. Da nun nach einer geometrischen Eigenschaft die Gerade Ap durch die Schwerpuncte a sämmtlicher Dreiecke bcd geht, welche durch den Schnitt der Pyramide mit Ebenen entstehen, die mit der Basis BCD parallel laufen; so enthält diese Gerade auch den Schwerpunct der sämmtlichen Körperelemente der Pyramide, welche entstehen, wenn man diese mit unendlich nahe liegenden und mit BCD parallel laufenden Ebenen durch die ganze Höhe durchschneidet, so, daſs also diese Verbindungslinie Ap ein Durchmesser der Schwere ist.

Da aus gleichem Grunde auch die Verbindungslinie Dq eine solche Linie der Sehwere seyn muſs, so liegt der gesuchte Schwerpunct O der Pyramide im Durchschnitte dieser beiden Linien.

Zieht man die Hilfslinie pq, so ist diese mit AD parallel (weil im Dreiecke DEA, $Ep : Eq = ED : EA$), mithin das Dreieck Opq jenem DOA ähnlich und sonach $AO : Op = AD : pq = DE : Ep = 3 : 1$, woraus $AO = 3\,Op$ und daher $Ap = 4\,Op$, oder $Op = \frac{1}{4} Ap$ und $AO = \frac{3}{4} Ap$ folgt; der Schwerpunct der Pyramide liegt also in der Geraden, welche den Schwerpunct der Grundfläche mit der gegenüber liegenden Spitze verbindet um $\frac{3}{4}$ Theile dieser Geraden von der Spitze abwärts.

§. 56. Schwerpunct einer vielseitigen Pyramide und des Kegels. Da man jede vielseitige Pyramide in lauter dreiseitige zerlegen kann, deren Grundflächen zusammen jene der gegebenen Pyramide ausmachen und gemeinschaftliche Spitzen in der Spitze dieser Pyramide liegen, so muſs eine Ebene, welche in dem Abstande von $\frac{3}{4}$ der Höhe der Pyramide von der Spitze abwärts mit der Grundfläche parallel geführt wird, nach dem vorigen Paragraphe durch die Schwerpuncte der sämmtlichen dreiseitigen Pyramiden, folglich auch durch den gesuchten Schwerpunct der ganzen Pyramide gehen; da dieser Punct aber auch in jener Geraden, welche den Schwerpunct der Grundfläche mit der Spitze der Pyramide verbindet, mithin im Durchschnitte derselben mit der vorigen Ebene liegt, so darf man auch hier, wie es bei der dreiseitigen Pyramide der Fall ist, diese Verbindungslinie nur in 4 gleiche Theile theilen, so ist der von der Spitze abwärts genommene dritte Theilungspunct der Schwerpunct der Pyramide.

Offenbar gilt dieselbe Regel auch für die Bestimmung des Schwerpunctes eines Kegels, indem man diesen als eine Pyramide von unendlich vielen Seiten ansehen kann.

§. 57. Schwerpunct einer abgestutzten Pyramide oder eines abgekürzten Kegels. Um den Schwerpunct einer mit der Basis parallel abgestutzten Pyramide zu finden, mufs man sich diese ergänzt denken, die ganze ergänzte Pyramide als aus 2 Theilen: der gegebenen und der Ergänzungspyramide bestehend ansehen, und das statische Moment (ähnlich dem Verfahren im §. 51) der ganzen Pyramide der Summe der statischen Momente der beiden Theile gleich setzen. Bezeichnet man zwei ähnlich liegende Seiten in den beiden Grundflächen, wie AB und ab (Fig. 30) mit A und a, die Höhe der Pyramide Pp durch h; so findet man für den gesuchten Schwerpunct O den Abstand

$$PO = \frac{1}{4} h \frac{A^2 + 2Aa + 3a^2}{A^2 + Aa + a^2}$$

und eben so für einen mit der Basis parallel abgekürzten Kegel, dessen obere Basis den Halbmesser r und untere jenen R hat:

$$PO = \frac{1}{4} h \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + R + r^2}.$$

Für $r = R$ wird, wie es seyn soll, indem der Kegel in einen Cylinder übergeht, $PO = \frac{1}{2} h$.

§. 58. Schwerpunct eines Kugelausschnittes. Denkt man sich den Kugelausschnitt $CBAD$ (Fig. 31) vom Halbmesser $CB = CA = r$ in lauter unendlich kleine Pyramiden aufgelöst, deren Grundflächen zusammen die kugelförmige Basis $BsDcA$ des Sectors ausmachen und deren Spitzen mit der Spitze des Sectors, d. i. mit dem Mittelpuncte C der Kugel zusammenfallen, ferner das Gewicht jeder dieser Elementarpyramiden in ihrem Schwerpuncte vereinigt; so liegen diese sämmtlichen Schwerpuncte in der Kugeloberfläche, welche (§. 56) mit dem Halbmesser $= \frac{3}{4} r$ aus C, also concentrisch mit der Basis des Kugelsectors angenommen wird. Gibt man daher dieser Kugelfläche das Gewicht des Kugelsectors (nämlich dessen Inhalt), so ist der Schwerpunct O dieser Kugeloberfläche sofort auch der gesuchte Schwerpunct des Kugelausschnitts.

Ist also $Ca = \frac{3}{4} CA = \frac{3}{4} r$, $aO = \frac{1}{2} ae = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} AE = \frac{3}{8} AE$, so ist (§. 54)

$$CO = Ca - aO = \frac{3}{4} r - \frac{3}{8} AE = \frac{3}{8} (2r - AE),$$

wo AE die Höhe der entsprechenden Kugelzone $BsDcA$ ist. Für die Halbkugel ist $AE = r$, folglich $CO = \frac{3}{8}r$.

§. 59. Schwerpunct eines Kugelabschnittes. Der Kugelabschnitt $BsDcA$ (Fig. 31) ist der Unterschied zwischen dem Kugelsector $BCDcA$ und dem Kegel $BsDcC$; wird, da die Schwerpuncte dieser beiden letzteren Körper bereits gefunden wurden, der Unterschied der statischen Momente dieser beiden Körper dem statischen Momente des Kugelsegmentes (auf ähnliche Weise, wie im §. 51) gleich gesetzt, so erhält man, wenn O' der gesuchte Schwerpunct des Kugelabschnittes und die Höhe desselben $AE = a$ ist:

$$CO' = \frac{3}{4}\,\frac{(2r - a)^2}{3r - a}.$$

Für die Halbkugel wird $a = r$; also $CO' = \frac{3}{4} \cdot \frac{r^2}{2r} = \frac{3}{8}r$, wie zuvor.

Anmerkung. Dafs der Schwerpunct eines regelmäfsigen Körpers, wie einer Kugel, eines Würfels u. s. w. wieder im Mittelpuncte liegt, bedarf keiner Erwähnung mehr.

§. 60. Practische oder empirische Methode zur Bestimmung des Schwerpunctes. Aus der im §. 41 angeführten Eigenschaft des Schwerpunctes folgt, dafs, wenn ein Körper an einem Faden aufgehängt wird, der Körper nur dann ruhen kann, wenn sich der Schwerpunct desselben und der Befestigungspunct des Fadens in einer lothrechten oder verticalen Linie befinden. Verlängert man daher dabei, wenn C (Fig. 32) der Aufhänge- und A der Befestigungspunct des Fadens ist, die Richtung desselben nach AB in das Innere des Körpers, so geht diese durch dessen Schwerpunct O. Wiederholt man dasselbe Verfahren in Beziehung auf einen zweiten Punct A', welcher nicht in der Verlängerung von AB liegt, so geht auch dabei die Verlängerung $A'B'$ der Fadenrichtung durch den Schwerpunct O; dieser liegt demnach im Durchschnitte dieser beiden Geraden AB und $A'B'$.

Da ein Punct auch durch den Durchschnitt dreier Ebenen bestimmt wird, so kann man den betreffenden Körper auch in 3 verschiedenen Positionen auf eine Schneide oder scharfe Kante eines Prisma in's Gleichgewicht bringen, sich jedesmal durch die Auflaglinie oder Kante eine verticale Ebene durchgelegt denken; so werden sich diese Ebenen ebenfalls im Schwerpuncte des Körpers durchschneiden.

Diese beiden Verfahrungsarten geben auch dann noch die Lage des Schwerpunctes an, wenn die Körper (§. 42) heterogen sind.

§. 61. Gleichgewichts - Bedingungen für schwere Körper. Die Kenntnifs von der Lage des Schwerpunctes eines Körpers ist schon defshalb sehr wichtig, weil es nur dadurch möglich wird, die Bedingungen anzugeben, unter welchen der Körper die eine oder andere Lage mit Sicherheit annehmen kann.

Ruht z. B. ein Körper *S* (Fig. 33) mit einem einzigen Puncte *A* auf einer horizontalen Ebene, so kann der Widerstand, welchen die Ebene dem verticalen (dem Gewichte des Körpers gleichen) Drucke des Körpers in diesem Puncte entgegensetzt, als eine eben so grofse aufwärts wirkende Kraft angesehen (oder durch eine solche Kraft ersetzt) werden; soll also das Gleichgewicht bestehen oder der Körper in dieser Lage ruhen, so mufs die durch den Schwerpunct *O* gehende lothrechte Linie durch den Stützpunct *A* gehen, weil sich zwei gleiche gerad entgegengesetzt wirkende Kräfte, wenn sie nicht denselben Angriffspunct haben, nicht das Gleichgewicht halten können und der Punct *O* um jenen *A* eine Drehung erhielte. Wirken auf den Körper aufser der Schwere noch andere Kräfte, so mufs für das Gleichgewicht die Resultirende nicht blofs durch den Stützpunct *A* gehen, sondern diese zugleich auch auf der horizontalen Ebene *MN* senkrecht stehen und von oben nach unten wirken; weil, wenn die Resultirende auf der Ebene schief stände, diese in zwei renkrechte Kräfte, wovon die eine mit der Ebene parallel wäre zerlegt werden könnte, und diese letztere ein Gleiten auf der Ebene *MN* bewirken würde.

§. 62. Ruht ein Körper (Fig. 34) auf zwei Puncten *A* und *B* einer solchen Ebene, so ist es für das Gleichgewicht hinreichend, wenn die Resultirende aus allen auf den Körper einwirkenden Kräften lothrecht von oben nach unten und durch einen Punct der Geraden *AB*, zwischen *A* und *B* gehet; denn man kann sich in diesem Falle die Resultirende in zwei parallele Kräfte aufgelöst denken, welche durch die Puncte *A* und *B* gehen und sofort durch den Widerstand, welchen die horizontale Ebene in diesen Puncten leistet, aufgehoben werden. Wirken aufser der Schwere keine weitern Kräfte auf den Körper, so ist es hinreichend, wenn die durch den Schwerpunct *O* gezogene Verticallinie durch irgend einen Punct der Geraden *AB* (mit Ausschlufs ihrer Verlängerung) geht.

§. **63.** Eben so wird bei einem mit drei Puncten auf einer horizontalen Ebene ruhenden Körper das Gleichgewicht bestehen, wenn die durch dessen Schwerpunct gehende lothrechte Linie, oder im Falle außer der Schwere noch andere Kräfte einwirken, die von oben nach unten wirkende Resultirende in das Dreieck fällt, welches durch die Verbindung der drei Stützpuncte gebildet wird. Dasselbe gilt auch hinsichtlich des Polygons, welches aus der Verbindung aller Stützpuncte, wenn ihre Zahl grösser als 3 ist, entsteht.

So wird z. B. das schiefe Prisma M in Fig. 35 auf einer horizontalen Ebene stehen bleiben, weil die Horizontalprojection des Schwerpunctes O in die Grundfläche $a\,b$ fällt. Dagegen fällt das Prisma in Fig. 36 oder der schiefe Cylinder in Fig. 37 um, weil diese Projection über die Grundfläche hinausfällt; das Prisma dreht' sich dabei um die Kante $b\,c$.

§. **64. Sicheres und unsicheres Gleichgewicht.** Hat ein auf einer horizontalen Ebene ruhender Körper das Bestreben seine Lage, wenn er aus dieser gebracht wird, sogleich wieder einzunehmen, so sagt man, er habe ein sicheres (stabiles) Gleichgewicht; findet dagegen selbst bei der geringsten Verrückung der Lage das Gegentheil Statt, so besitzt er ein unsicheres (labiles) Gleichgewicht; da der Schwerpunct eines Körpers fortwährend das Bestreben zu fallen hat, so wird er im ersten Falle die möglichst tiefe und im letztern die höchste Lage gegen die horizontale Ebene, worauf er ruht, einnehmen, oder sich derselben wenigstens noch nähern können.

So wird z. B. eine elliptische Scheibe (Fig. 38) auf dem Endpunct b der kleinen Achse ruhend ein sicheres, dagegen auf dem Endpunct der grofsen Achse a ein unsicheres Gleichgewicht besitzen, weil bei einer auch noch so geringen Wälzung der Ellipse um den Bogen $b\,c$, wodurch c der Unterstützungspunct wird, der Schwerpunct O im ersten Falle steigt, und im zweiten fällt, indem $Oc > Ob$ und $< Oa$ ist.

Eben so hat die an einem Faden oder steifen Draht befestigte Kugel A in Fig. 39, wo der Faden oder Draht in C aufgehangen ist, ein stabiles, dagegen in der Lage Fig. 39, a, wo sich die Kugel auf den Draht und dieser auf eine Unterlage C stützt, ein labiles Gleichgewicht.

§. **65. Mafs für die Stabilität oder Standfähigkeit eines Körpers.** Ein auf einer horizontalen Ebene ruhender Körper kann ein mehr oder weniger sicheres Gleichgewicht besitzen, je nachdem unter sonst gleichen Umständen seine Basis grösser oder kleiner ist, und bei gleicher Grundfläche, dessen Schwerpunct tiefer oder höher liegt. So wird z. B. ein Lineal (Fig. 40) auf die flache Seite gelegt, wie in 1., sicherer ruhen, als wenn es wie in 2. auf die Kante gelegt wird, und in dieser Lage wieder sicherer im Gleichgewichte seyn, als in der aufrechten Stellung 3.; zugleich wird es im letztern Falle wieder leichter um die Kante AC, als um jene AB umfallen, indem schon eine geringe Neigung des Lineals um diese Kante AC hinreicht, die Horizontalprojection a des Schwerpunctes O über die Grundfläche BC hinausfallen zu machen; endlich wird auch unter einerlei Umständen ein eisernes Lineal, da es ein gröfseres Gewicht besitzt, nicht so leicht als ein hölzernes umfallen oder umgeworfen werden.

Da also das Umwerfen irgend eines auf einer horizontalen Ebene MN ruhenden Körpers AE (Fig. 41) um eine seiner Kanten AB für irgend eine Kraft P um so schwieriger wird, je gröfser sein Gewicht und der Abstand mC der Horizontalprojection von der Kante AB ist, so kann das Product aus diesen beiden Gröfsen, welche das Umdrehungsmoment um AB bildet, als Mafs für die Stabilität des Körpers in Beziehung auf die Kante AB angesehen werden.

Ist CE eine durch den Schwerpunct O des Körpers verticale, auf der Kante AB senkrechte Ebene, und darin OD ein aus C mit dem Abstande CO bis zu der durch C gehenden lothrechten Linie Cc gezogener Kreisbogen; so mufs, wenn der Körper um AB wirklich umgeworfen werden soll, der Schwerpunct O diesen Bogen beschreiben, und da dieser für einen tiefer liegenden Punct o gröfser ausfällt, auch der Punct o bis d höher, als jener von O bis D gehoben werden mufs; so folgt, dafs bei gleichem Gewichte und Abstande Cm, die Stabilität in Beziehung auf ein völliges Umwerfen um so gröfser ist, je tiefer der Schwerpunct liegt.

Auf den hier erörterten Eigenschaften der Stabilität beruhen im gemeinen Leben unzählige Verfahrungs- und Benehmungsarten. Beim Beladen eines Wagens oder der Ausrüstung eines Schiffes legt man die schweren Lasten zu unterst und die leichtern oben auf, um den Schwerpunct möglichst tief herab zu bringen; auch sieht man darauf, dafs die durch diesen Punct gehende Verticallinie in die halbe Breite des Wagens oder Schiffes fällt. Menschen und Thiere verändern bei ihren Bewegungen den Schwerpunct fortwährend und gleichsam instinctmäfsig auf eine solche Weise, dafs dieser dabei beständig unterstützt wird. Der Mensch lernt diese nothwendigen Veränderungen von Kindheit auf und oft nur mit vieler Mühe. Steht er aufrecht, so fällt die durch seinen Schwerpunct (der zwischen den Hüften liegt) gehende Verticallinie zwischen die Füfse; beim Gehen wirft oder bewegt er den Schwerpunct abwechselnd auf die rechte und linke Seite, so wie er den linken oder rechten Fufs hebt, um diesen Punct über jenen

Fuſs zu bringen, der eben den Boden berührt; aus diesem Grunde ist das ungehinderte Marschiren in geschlossenen Reihen nur dadurch möglich, daſs Alle mit demselben Fuſse austreten und Schritt halten. Trägt der Mensch eine Last auf dem Rücken, so beugt er sich vorwärts, im entgegengesetzten Falle nach rückwärts; eben so nach rechts, wenn er links eine Last trägt u. s. w., um den gemeinschaftlichen Schwerpunct seines Körpers und der Last zwischen seine Füſse zu bringen. Will er von einem Stuhle frei aufstehen, so muſs er früher entweder durch Vorbeugung des Oberkörpers oder dadurch, daſs er die Füſse etwas zurück unter den Stuhl schiebt, den Schwerpunct über die Füſse bringen. Derjenige, welcher beim Fechten oder Ringen einen Stoſs auf die Brust ausparìren oder aushalten will, spreizt die Füſse weit aus einander, um durch Vergröſserung der Basis seine Standfähigkeit zu vergröſsern. In einem kleinen schwankenden Kahn oder Wagen ist es oft gefährlich aufzustehen, weil dadurch der Schwerpunct höher zu liegen kommt und der Kahn leichter umschlagen kann, u. s. w. u. s. w.

Viertes Kapitel.

Von den auf Seile oder Schnüre wirkenden Kräften.

§. 66. Spannung einer Schnur. Ist das eine Ende einer Schnur befestigt, und wirkt am andern Ende eine ziehende Kraft P, so heiſst P die Spannung der Schnur. Diese Spannung bleibt auch noch dieselbe, wenn an beiden Enden der Schnur zwei gleiche Kräfte P nach entgegengesetzten Richtungen wirken und sich also im Gleichgewichte halten. Wirken dagegen an den Endpuncten einer Schnur zwei ungleiche Kräfte, P und p, nach entgegengesetzten Richtungen, und ist $P > p$, so ist die Spannung der Schnur $= p$, weil der Ueberschuſs oder die Resultirende $P - p$ der beiden Kräfte Bewegung erzeugt und auf die Spannung keinen Einfluſs hat.

§. 67. Bedingungen für das Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher längs einer an beiden Enden befestigten Schnur frei hin und her gleiten kann. Ist die Schnur AMA' (Fig. 42) in den Puncten A, A' befestigt, und an diese mittels eines losen Ringes M das Gewicht Q aufgehangen, so muſs für's Gleichgewicht die Schnur nothwendig in die durch die Puncte A, A' gelegte verticale Ebene fallen. Da der bewegliche Aufhängpunct M, wenn dieser in der genannten Ebene so herumgeführt wird, daſs dabei die beiden Faden- oder