Nimmt man z. B. für einen Watt'schen Regulator passend $\alpha_1 = 40^0$ und $\alpha_2 = 20^0$ an, so erhält man, wenn $e = 0{,}1\,l$ gewählt wird, das Geschwindigkeitsverhältniß

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos 20^0 + 0{,}1 \operatorname{cotg} 20^0}{\cos 40^0 + 0{,}1 \operatorname{cotg} 40^0}} = 1{,}17,$$

welches Verhältniß für fast alle Maschinen zu große Geschwindigkeitsdifferenzen ergiebt.

Aus der Figur erkennt man, wie bei der Bewegung des Pendelarmes CD die Axenprojection AE an beiden Seiten bei A und E einer gleichzeitigen Veränderung in demselben Sinne ausgesetzt ist. Man kann die Veränderung auf der einen Seite bei A dadurch aufheben, daß man $c = 0$ macht, d. h. das Pendel central in der Axe aufhängt, Fig. 776 (a. v. S.), aber es bleibt dann immer noch die Veränderung am unteren Ende, und man behält immer noch für das Verhältniß der Grenzgeschwindigkeiten den Werth

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{l \cos \alpha_2}{l \cos \alpha_1}} = \sqrt{\frac{\cos 20^0}{\cos 40^0}} = 1{,}11,$$

welcher Betrag ebenfalls noch zu groß ist.

Nimmt man c noch kleiner als Null an, d. h. legt man den Aufhängepunkt auf die entgegengesetzte Seite der Axe, Fig. 777 (a. v. S.), so hat man die Höhe

$$h = l \cos \alpha - c \operatorname{cotg} \alpha$$

zu setzen, und man ersieht hieraus, daß h zu Null wird nicht nur für $\alpha = 90^0$, sondern auch für $l \cos \alpha = c \operatorname{cotg} \alpha$, oder für $\sin \alpha = \frac{c}{l}$, d. h. wenn die Kugelmitte D in die Axe AB hineinfällt. Zwischen dieser und der horizontalen Stellung des Pendelarmes muß daher die Größe h irgendwo einen größten Werth annehmen. Man findet den diesem Maximum h_0 zugehörigen Winkel α_0 leicht aus

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -\, l \sin \alpha + \frac{c}{\sin^2 \alpha} = 0 \text{ durch } \sin \alpha_0 = \sqrt[3]{\frac{c}{l}}.$$

Denkt man dem Pendel diesen Ausschlag gegeben, so verbleibt es dabei im Gleichgewichte bei einer Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_0 = C \sqrt{\frac{g}{h_0}}.$$

Da nun die Größe h zu beiden Seiten dieser Stellung kleiner ist, so gehört auch zu jeder anderen Stellung eine größere Geschwindigkeit der Axe zur Erhaltung des Gleichgewichtes. Wird daher der Ausschlag α_0 vergrößert, so verhält sich das Pendel ähnlich wie diejenigen der Fig. 775 und 776, d. h.

es kann das Pendel in jeder höheren Lage nur bei einer entsprechend größeren Geschwindigkeit im Gleichgewichte sein. Steigt also die Geschwindigkeit von jenem minimalen Werthe ω_0 auf einen Werth ω, so giebt es für diese größere Geschwindigkeit ω immer einen bestimmten Winkel α, welcher größer ist als α_0, für welchen Gleichgewicht stattfindet.

Anders ist das Verhalten, wenn die Geschwindigkeit ω unter jenen Werth ω_0 herabsinkt. Wenn hierbei durch die verminderte Centrifugalkraft der Pendelarm sich senkt, so giebt es keinen Ort für das Pendel, wo dasselbe bei der verminderten Geschwindigkeit im Gleichgewichte sein kann, da jeder tieferen Lage ein kleineres h als h_0, folglich eine größere Geschwindigkeit als ω_0 zukommt. Die Kugel wird daher bei der geringsten Geschwindigkeitsverminderung aus der Lage α_0 vollständig bis zur Axe herabfallen. Das Pendel befindet sich somit in jeder Stellung zwischen der Axe und jenem Ausschlagswinkel α_0, welcher dem größten Werthe von h entspricht, in einem Zustande des labilen Gleichgewichtes, indem für jede solche Lage die geringste Verminderung der daselbst gerade erforderlichen Geschwindigkeit ω ein gänzliches Abfallen hervorbringt, während andererseits, wie leicht ersichtlich ist, die geringste Vergrößerung von ω ein Steigen des Pendels über den Winkel α_0 hinaus bis zu einer Lage hervorruft, bei welcher die größere Geschwindigkeit der verminderten Höhe h entspricht. Die Pendellagen, deren Ausschlagswinkel größer sind als α_0, entsprechen daher dem Zustande des stabilen Gleichgewichtes.

Aus der vorstehenden Darstellung ist ersichtlich, daß man, wenn man von der hier angenommenen Aufhängung des Regulators mit gekreuzten Stangen (d. h. $c < 0$) Gebrauch machen will, die sämmtlichen in das Gebiet des labilen Gleichgewichtes fallenden Lagen von vornherein als ungeeignet verwerfen muß, und daß man daher jenen besagten Winkel α_0, welchem ein Maximum von h angehört, als den kleinsten Ausschlagswinkel α_2 des Regulators anzusehen hat. In dieser Weise ist die Construction des pseudoastatischen Regulators von Kley sowie von Wiebe und Werner angegeben worden. Die Regeln für diese Aufhängungsart ergeben sich nach dem Vorhergehenden nun von selbst. Ist nämlich durch constructive Rücksichten der kleinste Winkel α_2 des Pendels festgestellt, so bestimmt man zunächst das Verhältniß der Längen $\frac{c}{l}$ durch die gefundene Gleichung, welche dem Maximum von h für den Winkel α_2 entspricht, also aus

$$sin^3 \alpha_2 = \frac{c}{l},$$

und findet nun die Länge l und damit c durch die allgemeine Gleichgewichtsbedingung des rhombischen Regulators:

$$\omega_2 = \sqrt{1 + \frac{Q}{G}\frac{2l_1}{l}}\sqrt{\frac{g}{h}} = \sqrt{1 + \frac{Q}{G}\frac{2l_1}{l}}\sqrt{\frac{g}{l\left(\cos\alpha_2 - \frac{c}{l}\cot g\,\alpha_2\right)}},$$

worin ω_2 die kleinste Winkelgeschwindigkeit der Regulatorspindel ist. Nimmt man auch noch den durch das erforderliche Spiel der Hülse bedingten größten Ausschlagswinkel α_1 des Regulators an, so findet man die der höchsten Stellung α_1 entsprechende größte Geschwindigkeit aus

$$\omega_1 = \sqrt{1 + \frac{Q}{G}\frac{2l_1}{l}}\sqrt{\frac{g}{l\left(\cos\alpha_1 - \frac{c}{l}\cot g\,\alpha_1\right)}},$$

folglich das Verhältniß der äußersten Geschwindigkeiten zu

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha_2 - \frac{c}{l}\cot g\,\alpha_2}{\cos\alpha_1 - \frac{c}{l}\cot g\,\alpha_1}}.$$

Nimmt man z. B. mit Kley*) die äußersten Winkel zu

$$\alpha_2 = 25^0 \text{ und } \alpha_1 = 45^0$$

an, so wird

$$\frac{c}{l} = \sin^3 25^0 = 0{,}075$$

und

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos 25^0 - 0{,}075\ \cot g\,25^0}{\cos 45^0 - 0{,}075\ \cot g\,45^0}} = \sqrt{\frac{0{,}745}{0{,}632}} = 1{,}085,$$

so daß die größte Geschwindigkeit noch um 8,5 Procent die kleinste übertrifft, eine Größe, welche für viele Fälle genügend klein ist. Für mittlere Stellungen liegen natürlich die Geschwindigkeiten zwischen ω_1 und ω_2. Soll der Regulator in der niedrigsten Stellung 100 Umdrehungen pro Minute machen, so ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_2 = \frac{100}{60}\,2\pi = 10{,}472 \text{ Meter},$$

und daher folgt die Länge l der Pendelarme, wenn man für einen Porter'schen Regulator $Q = {}^3/_2\,G$ und $l_1 = l$ annimmt, aus

$$\omega_2 = 10{,}472 = \sqrt{\left(1 + \frac{3}{2}2\right)\frac{9{,}81}{l\,(\cos 25^0 - 0{,}075\,\cot g\,25^0}} = \sqrt{\frac{52{,}67}{l}}$$

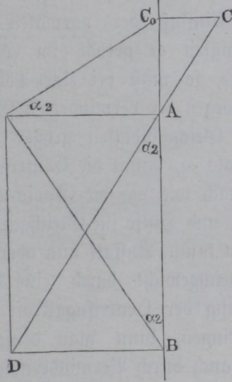
zu $l = 0{,}480$ Meter und $c = 0{,}075\ l = 0{,}036$ Meter.

*) Civil-Ingenieur, 1858, S. 197.

Die größte Geschwindigkeit ist in diesem Falle entsprechend $\omega_1 = 1{,}085 \,.\, 10{,}472 = 11{,}362$ Meter durch $n_1 = 108{,}5$ Umdrehungen gegeben.

Anmerkung. Zur graphischen Bestimmung der Pendellänge l und der Excentricität c des Aufhängepunktes giebt Werner (siehe Zeitschr. deutsch. Ingen. 1865, S. 277) folgende Construction an. Man trage auf der Axe das Stück AB, Fig. 778, gleich der Höhe h an, welche der der untersten Lage des Regulators entsprechenden Winkelgeschwindigkeit ω_2 nach der Formel $\omega = C\sqrt{\frac{g}{h}}$ zugehört, und ziehe AD unter dem kleinsten Ausschlagswinkel α_2 der Arme gegen die Axe. Vervollständigt man hierzu das Rechteck $ABDE$ und errichtet auf der Diagonale BE in E ein Loth, so schneidet dasselbe die Axe in dem Punkte C_0, welcher senkrecht zur Axe auf den Pendelarm AD projicirt, in CD die Armlänge l und in $C_0 C$ die Excentricität c ergiebt. Die Richtigkeit ergiebt sich wie folgt. Man hat

Fig. 778.



$$AB = h = l\cos\alpha - c\,cotg\,\alpha$$

und auch

$$h = BE\cos\alpha_2 = BC_0\cos^2\alpha_2$$
$$= CD\cos^3\alpha_2 = l\cos^3\alpha_2,$$

folglich erhält man durch Gleichsetzung:

$$l\cos\alpha - c\,cotg\,\alpha = l\cos^3\alpha$$

oder

$$l(1 - \cos^2\alpha) = \frac{c}{\sin\alpha}, \text{ also auch } \sin^3\alpha = \frac{c}{l}$$

wie oben.

Die zuweilen in Lehrbüchern enthaltene Regel, wonach man

$$c = l\,\frac{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1}{cotg\,\alpha_2 - cotg\,\alpha_1},$$

d. h. also

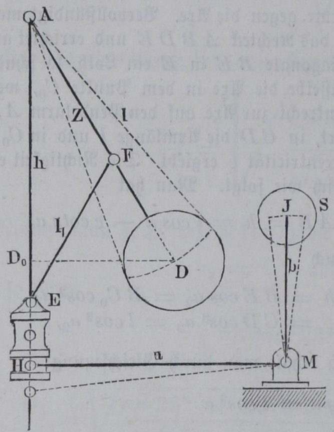
$$l\cos\alpha_2 - c\,cotg\,\alpha_2 = l\cos\alpha_1 - c\,cotg\,\alpha_1$$

machen solle, gründet sich darauf, daß für die beiden äußersten Stellungen der Pendelarme deren Axenprojectionen h, also auch die Geschwindigkeiten ω_1 und ω_2 gleich sein sollen. Eine solche Anordnung kann keinen brauchbaren Regulator liefern, da zwischen diese beiden äußersten Stellungen mit gleich großer Projection h diejenige Pendellage hineinfallen muß, für welche h ein Maximum wird. In Folge hiervon wird der zwischen dieser letztgedachten und der untersten Lage des Pendels gelegene Theil des Regulatorspieles dem Gebiete des labilen Gleichgewichtszustandes angehören. Die Erfahrung hat auch gezeigt, daß die nach dieser Regel construirten Regulatoren dem sogenannten Springen ganz besonders ausgesetzt waren. Sie müssen der Theorie zufolge diese übele

Eigenschaft in noch höherem Maße besitzen, als die vollkommen astatischen Regulatoren.

Man kann den gewöhnlichen Watt'schen Regulator auch in anderer Weise, ohne die Arme kreuzen zu müssen, nahezu astatisch machen, dadurch nämlich, daß man die Belastung $2Q$ der Hülse mit dem Ausschlage des Pendels veränderlich macht. Eine derartige Anordnung ist von Großmann angegeben. Denkt man sich einen gewöhnlichen Watt'schen Regulator mit centraler Aufhängung in seiner mittleren Stellung AD, Fig. 779, in welcher die Axenprojection $AD_0 = h$ sein möge, unter Einfluß der normalen Geschwindigkeit ω gerade im Gleichgewichte, so muß bei einer höheren Lage, wegen der verminderten Größe h, die Geschwindigkeit größer ausfallen als ω, damit die Centrifugalkraft nach wie vor die Gewichte der Kugeln und Hülse im Gleichgewichte erhalten kann. Anstatt nun aber dieses Gleichgewicht durch eine Vergrößerung der Centrifugalkraft hervorzubringen, kann man denselben Zweck auch durch Verminderung der Belastung Q erreichen. Ebenso kann man beim Sinken des Regulators das Gleichgewicht erhalten, ohne die Geschwindigkeit jetzt der größer gewordenen Höhe h entsprechend zu vermindern, wenn man nunmehr für eine gesteigerte Belastung der Hülse Q Sorge trägt. Dies zu bewirken, unterwirft Großmann die Hülse E der Einwirkung eines Winkelhebels MHJ, welcher, um den festen Punkt M drehbar, bei J ein Gewicht S trägt und bei H mittelst einer Gabel auf die Hülse E einwirkt. In der mittleren Lage des Regulators steht der Hebelarm MH horizontal und MJ vertical, so daß in dieser Stellung eine Wirkung des Gewichtes S auf die Hülse E nicht stattfindet, während bei einer Bewegung der Hülse nach oben oder unten ein Druck des Gewichtes S auf die Hülse ebenfalls nach oben oder nach unten erfolgt. Bezeichnet e die Verschiebung der Hülse E aus ihrer mittleren Stellung, so nimmt der Hebel MH eine Neigung gegen den Horizont an, welche man bei hinreichender Länge des Hebelarmes $MH = a$ durch $\varphi = \frac{e}{a}$ ausdrücken kann. Dieselbe Neigung φ hat der Hebelarm $MJ = b$ gegen die Verticale, so daß das Moment des Gewichtes S durch

Fig. 779.



$$S b \varphi = S \frac{b}{a} e$$

gegeben ist. Bezeichnet nun $2K$ die Wirkung des Gewichtes S auf die Hülse, so erhält man aus

$$2 K a = S \frac{b}{a} e$$

für K die Größe

$$K = S \frac{b}{2a^2} e.$$

Bei der Erhebung oder Senkung der Hülse um e hat zufolge der rhombischen Aufhängung der Punkt F sich um $\frac{e}{2}$, folglich der Kugelmittelpunkt um $\frac{l}{l_1} \frac{e}{2}$ in verticaler Richtung gehoben oder gesenkt, also die Axenprojection sich um diese Größe verringert oder vergrößert. Für die Gleichheit der Winkelgeschwindigkeiten in der mittleren und in dieser neuen Lage hat man daher nach der allgemeinen Gleichung

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{1}{h}\left(1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}\right) = \frac{1}{h \pm \frac{l}{2l_1} e}\left(1 + \frac{Q \pm K}{G} \frac{2l_1}{l}\right).$$

Hieraus folgt

$$\frac{l}{2l_1} e \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}\right) = h \frac{K}{G} \frac{2l_1}{l} = h \frac{S}{G} \frac{b}{2a^2} e \frac{2l_1}{l}.$$

Folglich hat man die Gleichung

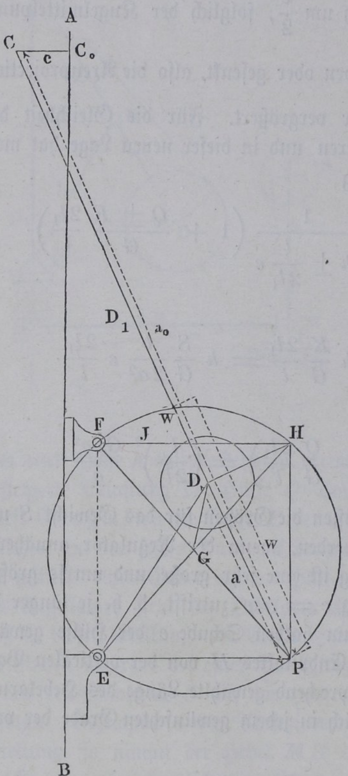
$$S \frac{b}{2a^2} = \frac{G}{h} \left(\frac{l}{2l_1}\right)^2 \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{2l_1}{l}\right) = \left(\frac{l}{2l_1}\right)^2 \frac{G \omega^2}{g}.$$

Dieser Gleichung entsprechend müssen die Größen für das Gewicht S und die Hebelarme a und b gewählt werden, wenn der Regulator annähernd astatisch sein soll. Die Annäherung ist eine sehr große und um so größer, je mehr die gemachte Voraussetzung $e = a \varphi$ zutrifft, d. h. je länger der Hebel $MH = a$ im Vergleiche zum halben Schube e der Hülse gewählt wird, je weniger also der Weg des Endpunktes H von der verticalen Bahn der Hülse abweicht. Durch die entsprechend gewählte Länge des Hebelarmes MH hat man es in seiner Hand, sich in jedem gewünschten Grade der vollkommenen Astasie zu nähern.

Pröll's Regulator. Der im vorhergehenden Paragraphen besprochene pseudoastatische Regulator mit gekreuzten Pendelarmen (Fig. 777), wie er von Kley angegeben ist, hat sich in der Praxis durch seine befriedigende §. 200.

Wirkung bewährt, besonders wenn bei demselben durch eine Belastung der Hülse, wie bei dem Porter'schen Regulator, die Energie verstärkt wird. Nur ist mit der Kreuzung der Arme eine große Höhe der Construction und damit eine gewisse Unbequemlichkeit bei der Ausführung verbunden. Diesem Uebelstande zu begegnen, hat man sich bemüht, dem Regulator eine solche Anordnung zu geben, vermöge deren jene Constructionshöhe beträchtlich vermindert wird, ohne die Wirksamkeit des Regulators im Wesentlichen zu ändern. Diesem Bestreben verdankt vorzugsweise der neuerdings von Pröll construirte Regulator seine Entstehung, bei dessen Beschreibung im Folgenden wesentlich der von dem Erfinder selbst angegebene Entwickelungsgang*) festgehalten werden möge.

Fig. 780.



Denkt man sich einen pseudoastatischen Regulator mit gekreuzten Pendelarmen CD, Fig. 780, bei welchem die Kugeln in den Charnierpunkten D zwischen den Armen CD und den Hülsenstangen ED angebracht sind, so kann man die Bewegung einer Hülsenstange ED in jedem Augenblicke als eine unendlich kleine Drehung um den Pol oder das Momentancentrum ansehen. Der Pol wird für eine gewisse, etwa die mittlere Lage CDE bekanntlich in dem Durchschnitte P der Armrichtung CD und der Horizontalen durch E gefunden, da diese Linien senkrecht zu den Bahnelementen der Punkte D und E stehen. Die Hülsenstange DE und die mit ihr fest verbunden zu denkende Kugel wird durch die Führung der beiden Punkte D in einem Kreisbogen um C und E in einer Verticalen in bestimmter Art zwangläufig geführt, welcher Zwangläufigkeit zufolge auch jeder andere

*) S. Civil-Ingenieur, Jahrg. 1872, S. 185 und Zeitschr. deutsch. Ingen. 1873, S. 65.

mit ED fest verbundene Punkt in einer ganz bestimmten Bahn sich bewegen muß. Da nun die Bewegung eines starren Systems in einer Ebene vollkommen bestimmt ist durch die Bahnen von irgend zweien seiner Punkte, so leuchtet ein, daß man dieselbe Bewegung der Hülsenstange und der mit ihr verbundenen Kugel D erhalten muß, wenn man anstatt des Punktes D irgend welchen anderen Punkt G der Hülsenstange in derjenigen Bahn führt, in welcher er sich bei dem zu Grunde gelegten Regulator CDE bewegt. Wenn dies geschieht, so kann die Führung des Punktes D entbehrt, d. h. es können die Pendelarme CD weggelassen werden. Um nun irgend einen Punkt, z. B. G, so zu führen, wie er vermöge der Pendelaufhängung des Regulators sich bewegen würde, muß man die Bahn dieses Punktes kennen. Diese Bahn des Punktes G steht bekanntlich auf dem Polstrahle PG senkrecht und man kann daher eine unendlich kleine Bewegung in der auf PG in G senkrechten Richtung durch eine kleine Drehung ersetzt denken, welche um einen auf dem Polstrahle PG liegenden Mittelpunkt geschieht. Diese Drehung wird mit der Bahn, in welcher G nach dem Vorstehenden wirklich geführt werden soll, am nächsten übereinstimmen, wenn der Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes von G als Centrum für die gedachte Drehung angenommen wird. Denkt man daher den Krümmungsmittelpunkt der Bahn von G in dem betrachteten Augenblicke, d. h. für die Mittelstellung des Regulators in F gefunden, so kann man dem Punkte G der Hülsenstange für diese Stellung genau die erforderte Bewegung durch eine Lenkschiene FG ertheilen, welche in F mit der Axe AB und in G mit der Hülsenstange durch Scharniere verbunden ist. Hierdurch ist dann die Anwendung der Pendelarme CD ersetzt. Allerdings wird die Uebereinstimmung der kreisförmigen Bewegung des Punktes G um den Aufhängepunkt F streng nur in einem Augenblicke mit der dem Punkte G vermöge der Aufhängung in C ertheilten Bewegung übereinstimmen, da aber der Krümmungskreis einer Curve in geringem Abstande von dem Berührungspunkte zu beiden Seiten nur sehr wenig von dieser Curve abweicht, so wird man die hier angegebene Construction bei den geringen Ausschlagswinkeln der Regulatoren nach beiden Seiten ihrer mittleren Lage mit genügender Annäherung anwenden können. Aus der Figur erkennt man ohne Weiteres, daß es nur auf die geeignete Wahl des geführten Punktes G resp. des Krümmungsmittelpunktes F ankommt, um die Constructionshöhe des Regulators möglichst zu verringern.

Es handelt sich daher nur noch darum, in einfacher Art den Krümmungsmittelpunkt F für die Bahn irgend eines Punktes G mit Sicherheit zu ermitteln. Hierzu giebt der in der Einleitung §. 16 besprochene Wendekreis ein ebenso einfaches wie sicheres Mittel ab. Denkt man sich nämlich diesen Wendekreis, welcher bekanntlich durch den Pol P geht, durch PWF gegeben, so ist aus §. 17 Einleitung bekannt, daß irgend ein Polstrahl nach einem